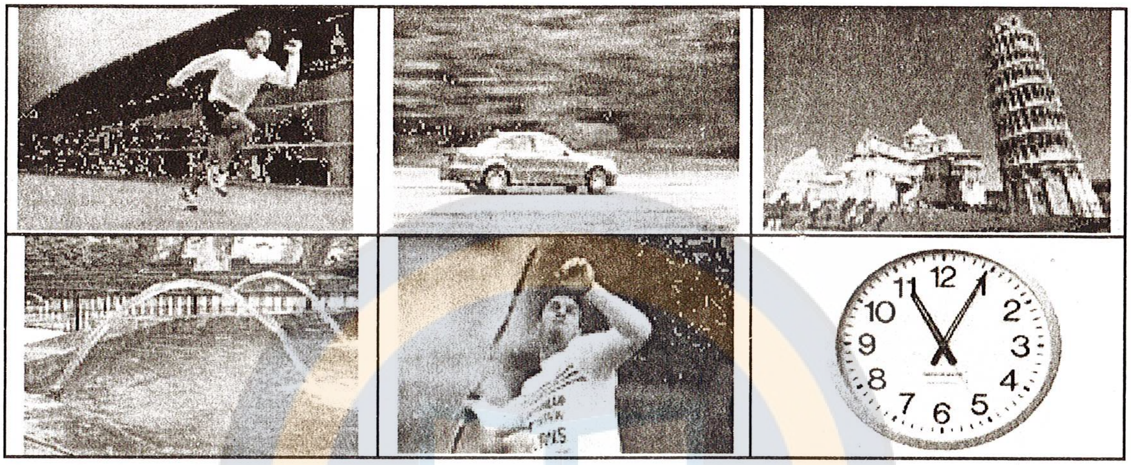
৩ গতিবিদ্যা
DYNAMICS



প্রধান শব্দসমূহ :
প্রসঙ্গ কাঠামো, জড় প্রসঙ্গ কাঠামো, অবস্থান ভেক্টর, সরণ, বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ, সমবেগ বা সুষম বেগ, অসম বেগ, ত্বরণ বা তৎক্ষণিক ত্বরণ , সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ, অসমত্বরণ, গতির সমীকরণ, পড়ন্ত বস্তু, প্রক্ষেপক বা প্রাস, অনুভূমিক পাল্লা, কৌণিক বেগ, কৌণিক ত্বরণ।

বিজ্ঞানের প্রাচীনতম শাখাগুলোর একটি হলো বলবিজ্ঞান বা বলবিদ্যা যেখানে বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার কথা আলোচনা করা হয়। বলবিদ্যার যে অংশে বলের ক্রিয়াশীল বস্তুর গতি আলোচনা করা হয় তাকে গতিবিদ্যা বলে।

কোনো বস্তু যখন একটা নির্দিষ্ট সরলরেখা বরাবর চলে তখন তার গতিকে রৈখিক গতি বলে আর বস্তু যখন কোনো সমতলে চলে তখন সেটি হয় দ্বিমাত্রিক বা সমতলীয় গতি। কোনো স্থানে যদি কোনো বস্তু যেকোনো দিকে গতিশীল হতে পারে তাহলে তার গতিকে স্থানিক গতি বা ত্রিমাত্রিক বলে। কোনো স্থানে একটি পাখির গতি স্থানিক গতি বা ত্রিমাত্রিক গতি।

প্রকৃতিতে যে গতিগুলো বিদ্যমান তার অনেকগুলোই সমতলীয় গতি। এরূপ দুটি হচ্ছে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতি এবং বৃত্তীয় বা বৃত্তাকার গতি। এ অধ্যায়ে আমরা নির্দিষ্ট সরলরেখায় গতিশীল বস্তুর অবস্থান, সরণ, বেগ, দ্রুতি, ত্বরণ এবং তাদের সম্পর্কসূচক গতির সমীকরণ, পড়ন্ত বস্তুর গতিসহ প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতি এবং বৃত্তাকার গতি নিয়ে আলোচনা করবো।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	জড় কাঠামোর ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.১ ও ৩.২
২	গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.৫ ও ৩.৮
৩	অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৩.৬, ৩.৭
৪	পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.৯
৫	প্রক্ষেপকের গতি বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৩.১০
৬	সুষম বৃত্তীয়গতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.১১, ৩.১২

৩.১। প্রসঙ্গ কাঠামো

Reference Frame

কোনো বস্তুর গতি বর্ণনার জন্য প্রথমেই আমাদের একটি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বা প্রসঙ্গ কাঠামো পছন্দ করে নিতে হয়। **যে দৃঢ় বস্তুর সাপেক্ষে কোনো স্থানে কোনো বিন্দু বা বস্তুকে সুনির্দিষ্ট করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।**

কোনো টেবিল, ঘরের মেঝে, রাস্তা, পার্ক, পৃথিবীপৃষ্ঠ, সূর্য, ছায়াপথ যে কোনো কিছুকে প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করা যেতে পারে। তবে এদের সব সময়ই সুনির্দিষ্ট করতে হবে।

একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো : একমাত্রিক বা রৈখিক গতির ক্ষেত্রে যে সরলরেখা বরাবর বস্তুটি গতিশীল প্রথমেই তার একটি বিন্দুকে মূলবিন্দু এবং একটি দিককে ধনাত্মক ধরে নিতে হয়। সেই সরলরেখাটিকে X, Y বা Z যেকোনো একটি অক্ষ হিসেবে নামকরণ করা হয়। সাধারণত আমরা ভূ-পৃষ্ঠ বরাবর সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোতে অক্ষটিকে X-অক্ষ ধরে থাকি। আর খাড়া উপর নিচ বরাবর একমাত্রিক কাঠামোতে Y-অক্ষ ধরে থাকি। কিন্তু এমন কোনো ধরাবাঁধা নিয়ম নেই। এ প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে যাবতীয় পরিমাপ করতে হয়।

দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো : কোনো বস্তু যদি একটি সমতলে গতিশীল থাকে তাহলে তার গতিকে দ্বিমাত্রিক গতি বা সমতলীয় গতি বলা হয়। দ্বিমাত্রিক গতি বর্ণনার জন্য আমাদের দুটি অক্ষের তথা দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হয়। দ্বিমাত্রিক স্থানে সুবিধাজনক যেকোনো একটি বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরে, ঐ বিন্দুকে ছেদকারী পরস্পর লম্ব দুটি সরলরেখা আঁকা হয়। সাধারণত যেকোনো একটি সরলরেখাকে X-অক্ষ এবং অপরটিকে Y-অক্ষ ধরা হয়। টেবিলের বা ঘরের কোনো দেয়াল বা মেঝেতে পিঁপড়ার গতি দ্বিমাত্রিক গতির উদাহরণ।

ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো : কোনো বস্তু যদি কোনো স্থানে (space) গতিশীল থাকে তাহলে তার গতিকে ত্রিমাত্রিক গতি বা স্থানিক গতি বলা হয়। ত্রিমাত্রিক গতি বর্ণনার জন্য আমাদেরকে তিনটি অক্ষের তথা ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হয়। ত্রিমাত্রিক স্থানে সুবিধাজনক যেকোনো একটি বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরে ঐ বিন্দুকে ছেদকারী পরস্পর লম্ব তিনটি সরলরেখা বিবেচনা করা হয়। এ সরলরেখা তিনটিকে X, Y ও Z -অক্ষ ধরা হয়। কোনো কক্ষে একটি উড়ন্ত মাছির গতি ত্রিমাত্রিক গতির উদাহরণ।

বিভিন্ন প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থান ও গতি বিষয়ক বিভিন্ন রাশির মান বিভিন্ন হতে পারে।

করে দেখো : তোমার পড়ার টেবিলের উপর একটি বই রাখো। মনে কর, তুমি এর একটি কোণার অবস্থান নির্দেশ করতে চাও। এখন তুমি তোমার টেবিলকে একটি প্রসঙ্গ কাঠামো এবং এর একটি কোণাকে মূল বিন্দু ধরে একটি দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে পারো। আবার, তোমার ঘরের একটি কোণাকে মূল বিন্দু গণ্য করে আরেকটি প্রসঙ্গ কাঠামো ধরতে পারো। এখন এ দুই প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে বই-এর কোণার স্থানাঙ্ক বের কর।

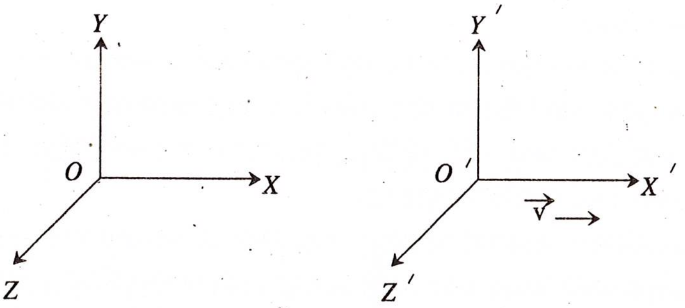
স্থানাঙ্কগুলোর মান ভিন্ন হওয়ার কারণ প্রসঙ্গ কাঠামো ভিন্ন। তুমি যদি অন্য কোনো প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে তাহলে অন্য মান পেতে।

৩.২। জড় এবং অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো

Inertial and noninterial Reference Frame

জড় প্রসঙ্গ কাঠামোকে গ্যালিলীয় প্রসঙ্গ কাঠামো বা নিউটনীয় প্রসঙ্গ কাঠামোও বলা হয়। এ প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের দ্বিতীয় ও তৃতীয় গতিসূত্র খুব ভালো খাটে। একে অন্য কথায় এভাবে বলা যায়, জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হলো সে প্রসঙ্গ কাঠামো যার মধ্যে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায়। এরা পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল।

সংজ্ঞা : পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যে সব প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায় তাদেরকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। চিত্র ৩.১-এ জড় প্রসঙ্গ কাঠামো দেখানো হয়েছে।



চিত্র : ৩.১

অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো : যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামো পরস্পরের সাপেক্ষে অসম বেগে **গতিশীল অর্থাৎ যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামোর ত্বরণ থাকে তাদেরকে অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।**

লিফট, রকেট, কৃত্রিম উপগ্রহ, ইত্যাদিকে আমরা প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে পারি। কিন্তু এগুলো হবে অজড় কাঠামো, কেননা এগুলো সমবেগে চলে না। এদের ত্বরণ হয়।

৩.৩। পরম স্থিতি ও পরম গতি
Absolute Rest & Absolute Motion

কোনো বস্তু স্থিতিশীল না গতিশীল তা বোঝার জন্য বস্তুর আশপাশ থেকে আর একটা বস্তুকে নিতে হয় যাকে বলা হয় প্রসঙ্গ বস্তু। এ প্রসঙ্গ বস্তু ও আমাদের আলোচ্য বস্তুর অবস্থান যদি সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাহলে আলোচ্য বস্তুটি প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে স্থির বলে ধরা হয়। আলোচ্য বস্তু ও প্রসঙ্গ বস্তু যদি একই দিকে একই বেগে চলতে থাকে তাহলেও কিন্তু সময়ের সাথে বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের কোনো পরিবর্তন হবে না, যদিও প্রকৃতপক্ষে বস্তুটি গতিশীল। চলন্ত ট্রেনের কামরার দুই বন্ধু যদি মুখোমুখি বসে থাকে, তবে একজনের সাপেক্ষে অন্যের অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হয় না। সুতরাং বলা যেতে পারে, একজনের সাপেক্ষে অন্যজন স্থির। কিন্তু যদি ট্রেন লাইনের পাশে দাঁড়ানো কোনো ব্যক্তি তাদেরকে দেখেন তবে ঐ ব্যক্তির সাপেক্ষে তাদের অবস্থানের পরিবর্তন হচ্ছে। অর্থাৎ লাইনের পাশে দাঁড়ানো ব্যক্তির সাপেক্ষে তারা উভয়ই গতিশীল।

তাহলে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, কোনো বস্তু প্রকৃতপক্ষে স্থির কিনা তা নির্ভর করছে প্রসঙ্গ বস্তুর উপর। প্রসঙ্গ বস্তু যদি প্রকৃতপক্ষে স্থির হয় তাহলে তার সাপেক্ষে যে বস্তু স্থিতিশীল রয়েছে সেও প্রকৃতপক্ষে স্থির। এ ধরনের স্থিতিকে আমরা পরম স্থিতি বলতে পারি। অর্থাৎ প্রসঙ্গ বস্তুটি যদি পরম স্থিতিতে থাকে তাহলেই শুধু কোনো বস্তু তার সাপেক্ষে স্থির থাকলে সে বস্তুকে পরম স্থিতিশীল বলা যেতে পারে। সেরূপ পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে আমরা পরম গতি বলি। কিন্তু এ মহাবিশ্বে এমন কোনো প্রসঙ্গ বস্তু পাওয়া সম্ভব নয়, যা প্রকৃতপক্ষে স্থির রয়েছে। কারণ পৃথিবী প্রতিনিয়ত সূর্যের চারদিকে ঘুরছে, সূর্যও তার গ্রহ, উপগ্রহ নিয়ে ছায়াপথে গতিশীল। কাজেই আমরা যখন কোনো বস্তুকে স্থিতিশীল বা গতিশীল বলি তা আমরা কোনো আপাত স্থিতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে বলে থাকি। কাজেই আমরা বলতে পারি, এ মহাবিশ্বে সকল স্থিতিই আপেক্ষিক—সকল গতিই আপেক্ষিক। কোনো গতিই পরম নয়, পরম নয় কোনো স্থিতিই।

৩.৪। আপেক্ষিক গতি
Relative Motion

কোনো বস্তু স্থির না সচল তা বোঝার জন্য আমরা কোনো স্থির বস্তুর সাথে তুলনা করে থাকি। যেহেতু এ মহাবিশ্বে পরম স্থিতিশীল কোনো বস্তু পাওয়া যায় না তাই আমাদেরকে কোনো বস্তুর গতি অপর গতিশীল বস্তুর গতির সাথে তুলনা করে বুঝতে

হয়। তাই বলা যায়, এ মহাবিশ্বে সকল গতিই আপেক্ষিক। পাশাপাশি থেমে থাকা দুটি ট্রেনের একটি চলতে শুরু করলে গতিশীল ট্রেনের যাত্রীর কাছে মনে হবে যেন পাশের ট্রেনটি বিপরীত দিকে চলতে শুরু করেছে। আসলে ট্রেন দুটির মধ্যবর্তী পারস্পরিক গতির জন্য এরূপ মনে হয়। চলমান যাত্রীর সাপেক্ষে থেমে থাকা গাড়ির এই মনে হওয়া গতিই হচ্ছে আপেক্ষিক গতি। সুতরাং আমরা বলতে পারি, **দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির গতিকে আপেক্ষিক গতি বলে।**

এমনকি প্রসঙ্গ কাঠামোর উপর ভিত্তি করে কোনো বস্তুর এ আপেক্ষিক গতির প্রকৃতি বা গতিপথও ভিন্ন হতে পারে। উদাহরণ হিসেবে সুষম বেগে গতিশীল কোনো ট্রেনের কথা বিবেচনা করা যাক। ট্রেনে বসে থাকা একজন যাত্রী ট্রেনের জানালা দিয়ে একটি পাথর ফেলে দিলেন। এ যাত্রীর নিকট মনে হবে যে পাথরটি খাড়া নিচের দিকে পড়ছে। কিন্তু রেল লাইনের পাশে দাঁড়িয়ে থাকা একজন পর্যবেক্ষকের নিকট মনে হবে যে পাথরটি পরাবৃত্তাকার (parabolic) পথে পড়ছে।

৩.৫। গতি বিষয়ক কতগুলো রাশি

Few Quntities relating Motion

অবস্থান ভেক্টর (Position Vector)

সংজ্ঞা : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে যে ভেক্টর দিয়ে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

ব্যাখ্যা : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দু থেকে ধনাত্মক X-অক্ষ বরাবর x দূরত্বে কোনো বিন্দু অবস্থিত হলে তার অবস্থান ভেক্টর হবে,

$$\vec{r} = x\hat{i}$$

ত্রিমাত্রিক বা সাধারণ ক্ষেত্রে অবস্থান ভেক্টর হলো $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ ... (3.1)

মাত্রা ও একক : অবস্থান ভেক্টরের মাত্রা হচ্ছে দৈর্ঘ্যের মাত্রা L এবং এর একক হচ্ছে মিটার (m)।

সরণ (Displacement)

কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন হলে সরণ ঘটে।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুর শেষ অবস্থান ভেক্টর $\vec{r_f}$ এবং আদি অবস্থান ভেক্টর $\vec{r_i}$ এর পার্থক্যই হচ্ছে সরণ $\Delta\vec{r}$।

$$\therefore \Delta\vec{r} = \vec{r_f} - \vec{r_i} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.2)$$

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে সরণের মান হবে $\Delta x = x_f - x_i$

সরণ একটি ভেক্টর রাশি।

কোনো বস্তুর আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব অর্থাৎ সরলরৈখিক দূরত্বই হচ্ছে সরণের মান এবং সরণের দিক হচ্ছে বস্তুর আদি অবস্থান থেকে শেষ অবস্থানের দিকে।

মাত্রার একক : এর মাত্রা L এবং একক m।

বেগ ও দ্রুতি (Velocity and Speed)

কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টর থেকে আমরা জানতে পারি বস্তুটি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন দিকে কত দূরে অবস্থিত, সরণ থেকে জানতে পারি বস্তু কোন দিকে কত দূরত্ব অতিক্রম করেছে। আর বেগ থেকে আমরা জানতে পারবো বস্তুটি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন দিকে কত দ্রুত যাচ্ছে। বেগের সংজ্ঞার আগে গড় বেগের সংজ্ঞা আলোচনা করা যাক।

গড় বেগের সংজ্ঞা : যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে বস্তুর সরণ $\Delta \vec{r}$ হলে গড় বেগ

$$\overline{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.3)$$

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে গড় বেগ হবে

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

গড় বেগ একটি নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে কোনো বস্তু কত দ্রুত এবং কোন দিকে চলছে তা নির্দেশ করে। এখন আমরা **বেগের** সংজ্ঞা দেব—যা নির্দেশ করবে কোনো একটি বিশেষ মুহূর্তে বস্তুটি কত দ্রুত এবং কোন দিকে চলছে। যেহেতু এ বেগ কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো একটি বিশেষ ক্ষণের বেগ নির্দেশ করে এজন্য এ বেগকে **তাৎক্ষণিক বেগ**ও বলা হয়।

বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর সরণ $\Delta \vec{r}$ হলে

$$\text{বেগ } \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

কিন্তু $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ হচ্ছে t এর সাপেক্ষে $\vec{r}$ এর অন্তরক অর্থাৎ $\frac{d\vec{r}}{dt}$

$$\therefore \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.4)$$

অর্থাৎ **সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের অন্তরককে** (derivative) **বেগ বলা হয়।**

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে বেগ হবে $v = \frac{dx}{dt}$

বেগের মাত্রা ও একক : বেগের মাত্রা হলো LT^{-1} এবং একক $m\ s^{-1}$।

দ্রুতির সংজ্ঞা : বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে দ্রুতি বলে। কোনো বস্তুর বেগের মানই হচ্ছে তার দ্রুতির পরিমাপ।

দ্রুতির মাত্রা ও একক যথাক্রমে বেগের মাত্রা ও এককের অনুরূপ।

বেগ ও সময় : কোনো বস্তুর বেগ সময়ের উপর নির্ভর করতে পারে আবার নাও করতে পারে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর বেগ সমবেগ হতে পারে আবার অসমবেগও হতে পারে। সময়ের উপর বেগ নির্ভর না করলে তা হবে সমবেগ আর নির্ভর করলে তা হবে অসমবেগ।

সমবেগ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তু যদি নির্দিষ্ট দিকে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে তাহলে বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে।

উদাহরণ : শব্দের বেগ, আলোর বেগ প্রভৃতি সমবেগের প্রকৃষ্ট প্রাকৃতিক উদাহরণ। শব্দ নির্দিষ্ট দিকে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে আর তা হচ্ছে 0° C তাপমাত্রায় বায়ুতে প্রতি সেকেন্ডে 332 m। শব্দ কোনো নির্দিষ্ট দিকে প্রথম সেকেন্ডে 332 m, দ্বিতীয় সেকেন্ডে 332 m এবং এরূপে প্রতি সেকেন্ডে 332 m করে চলতে থাকে। এখানে শব্দের বেগের মান ও দিক একই থাকায় শব্দের বেগ $332\ m\ s^{-1}$ হলো সমবেগ।

সমবেগ সম্পন্ন কোনো বস্তুর গতি সমবেগ গতি বা সুষম গতি। সুতরাং শব্দের গতি, আলোর গতি প্রভৃতি সুষম গতি।

অসম বেগ : কোনো বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই বেগকে অসম বেগ বলে।

উদাহরণ : আমরা সচরাচর যে সব যানবাহনের বা বস্তুর গতি দেখে থাকি সেগুলোর গতি অসম বেগ গতি।

আপেক্ষিক বেগ

দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির বেগকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

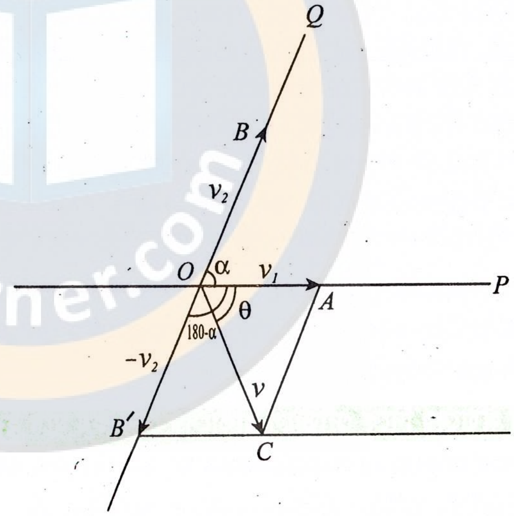
আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় পদ্ধতি : দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী আপেক্ষিক বেগ নিচের পদ্ধতিতে বের করা যায়। যদি দুটি বস্তু A এবং B উভয়ের স্থান পরিবর্তিত হয়, তাহলে **B-এর সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে গেলে A-এর বেগের সাথে B-এর সমান ও বিপরীতমুখী বেগ যোগ করতে হবে। এ দুটি বেগের লব্ধিই হবে B-এর সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ।**

(ক) যখন বস্তু দুটি একই দিকে যায় : ধরা যাক, A ও B বস্তু দুটি যথাক্রমে v_1 ও v_2 বেগে পশ্চিম দিক থেকে পূর্ব দিকে যাচ্ছে। তাহলে B-এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ হবে $(v_1 - v_2)$

একই রকমভাবে A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ হবে $(v_2 - v_1)$ বা $-(v_1 - v_2)$। যদি A এর বেগ B এর চেয়ে বেশি হয় তবে A দেখবে, B পূর্ব দিক থেকে পশ্চিম দিকে $(v_1 - v_2)$ বেগে যাচ্ছে যদিও এর প্রকৃত বেগ পশ্চিম দিক থেকে পূর্ব দিকে।

(খ) যখন বস্তু দুটি বিপরীত দিকে যায় : ধরা যাক, A ও B বস্তু দুটি যথাক্রমে v_1 এবং v_2 বেগে বিপরীত দিকে চলছে। এ অবস্থায় B-এর সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ হবে $v_1 - (-v_2) = (v_1 + v_2)$। একইভাবে A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ হবে $v_2 - (-v_1) = (v_2 + v_1)$। অর্থাৎ প্রত্যেকে দেখবে যেন অপর বস্তুটি বস্তুদ্বয়ের মিলিত বেগ নিয়ে চলছে।

(গ) যখন বস্তু দুটি যেকোনো দুই দিকে যায় : ধরা যাক, দুটি বস্তু A ও B যথাক্রমে v_1 ও v_2 বেগ সহকারে α কোণে আনত অবস্থায় OP ও OQ অভিমুখে চলছে (চিত্র: ৩.২)। OA ও OB যথাক্রমে ঐ বেগ দুটির মান ও দিক প্রকাশ করছে। এখন B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হলে BO রেখাকে B' পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $OB = OB'$ হয়। এখন OB' তাহলে $-v_2$ এর মান ও দিক নির্দেশ করছে।



চিত্র : ৩.২

এবার $OACB'$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করে ভেক্টরের সামান্তরিক সূত্র প্রয়োগ করলে OC কর্ণই হবে v_1 ও $-v_2$ এর লব্ধি ভেক্টরের মান ও দিক। অর্থাৎ OC কর্ণই B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্দেশ করবে। আপেক্ষিক বেগ v হলে

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(180° - \alpha)} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.5)$$

এবং আপেক্ষিক বেগ v যদি v_1 এর সাথে তথা A এর বেগের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে তাহলে

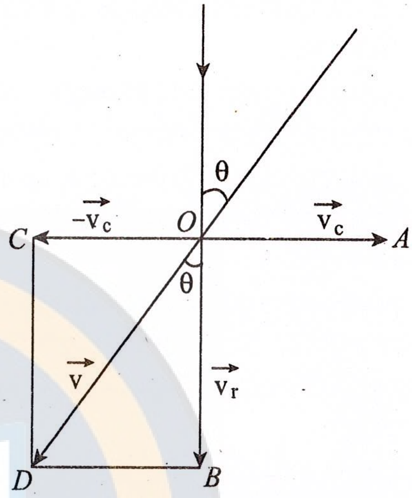
$$\tan\theta = \frac{v_2 \sin(180° - \alpha)}{v_1 + v_2\cos(180° - \theta)} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.6)$$

একই রকমভাবে A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হলে AO কে A' পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করতে হবে যেন $OA = OA'$ হয় (চিত্রে দেখানো হয়নি)। তাহলে OA' হবে v_1 এর ঋণাত্মক ভেক্টর। এবার $OBC'A'$ সামান্তরিকটি সম্পূর্ণ করে OC' কর্ণ আঁকলে এই কর্ণের মান ও দিক A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ নির্দেশ করবে।

বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির সামনের কাচকে ভিজিয়ে দেয়, কিন্তু পেছনের কাচকে ভিজায় না

ধরা যাক, O বিন্দুতে একটি গাড়ি OA বরাবর $\vec{v_c}$ বেগে গতিশীল (চিত্র : ৩.৩)। ঐ স্থানে বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর $\vec{v_r}$ বেগে পড়ছে । এখন আপেক্ষিক বেগের সংজ্ঞানুসারে গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ $\vec{v} = \vec{v_r} - \vec{v_c}$ । সামান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে $\vec{v}$ নির্ণয় করতে হলে OA রেখাকে পেছন দিকে OC পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $OA = OC$ হয় । তাহলে OC নির্দেশ করবে $-\vec{v_c}$ এর মান ও দিক ।

এবার $OCDB$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করে ভেক্টরের সামান্তরিকের সূত্র প্রয়োগ করলে OD কর্ণই হবে $\vec{v_r}$ ও $-\vec{v_c}$ এর লব্ধি $\vec{v}$ এর মান ও দিক । অর্থাৎ OD কর্ণ গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগের মান ও দিক নির্দেশ করবে ।



চিত্র : ৩.৩

সুতরাং আপেক্ষিক বেগের কারণে গতিশীল গাড়ি তথা গাড়ির আরোহীরা দেখবেন বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে না পড়ে উল্লম্বের সাথে অনুভূমিকের দিকে θ কোণ করে তির্যকভাবে আসছে। ফলে গাড়ির সামনের কাচে বৃষ্টি তির্যকভাবে পড়বে এবং কাচকে ভিজাবে। কিন্তু পেছনের কাচের সামনে গাড়ির ছাদ থাকায় বৃষ্টি তির্যকভাবে ছাদে পড়বে , কাচে পড়তে পারবে না। ফলে পেছনের কাচকে ভিজাবে না।

বৃষ্টির মধ্যে ছাতা মাথায় হাঁটলে ছাতা হেলিয়ে ধরতে হয়

বৃষ্টির মধ্যে পথিক দাঁড়িয়ে থাকলে বৃষ্টি খাড়াভাবে তার গায়ে পড়বে, ফলে বৃষ্টি থেকে রেহাই পাওয়ার জন্য তাকে ছাতা মাথার ওপরে খাড়া সোজা করে ধরে রাখতে হবে। কিন্তু যদি পথিক হাঁটা শুরু করেন তখন তার সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ আর খাড়া নিচের দিকে থাকবে না । তিনি দেখবেন বৃষ্টি উল্লম্বের সাথে কোণ করে তির্যকভাবে সামনের দিক থেকে আসছে । ফলে বৃষ্টি থেকে রেহাই পাওয়ার জন্য তাকে উল্লম্বের সাথে কোণ করে সামনের দিকে ছাতা ধরতে হবে । তিনি যত দ্রুত হাঁটবেন , বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে তত বেশি কোণ উৎপন্ন করবে। ফলে ছাতাকে বেশি কোণে হেলিয়ে ধরতে হবে ।

আমরা দেখি বৃষ্টির মধ্যে দ্রুতগামী মোটর সাইকেল আরোহীর কাছে বৃষ্টি প্রায় সামনের দিক থেকে আসছে এবং তাকে সামনের দিকে বেশি ভিজিয়ে দেয়। কারণ আরোহীর বেগ বেশি থাকায় তার সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে বেশি কোণ উৎপন্ন করে ।

বায়ু প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয়

মনে করি কোনো একদিকে বাতাস $\vec{v}_a$ বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। কোনো ব্যক্তি বায়ু প্রবাহের দিকে $\vec{v}_p$ বেগে দৌড়াচ্ছেন । সুতরাং উক্ত ব্যক্তির সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ $\vec{v}$ হবে $\vec{v} = \vec{v}_a - \vec{v}_p$ যেহেতু দুটি বেগের দিক একই, সুতরাং ভেক্টরের যোগ বিয়োগের নিয়ম অনুসারে তাদের বিয়োগ ফলের মান হবে বেগ দুটির মানের বিয়োগ ফলের সমান, $v = v_a - v_p$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে দৌড়বিদের সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ বাতাসের বেগের চেয়ে কম । তাই বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় ।

ত্বরণ (Acceleration)

কোনো বস্তুর ত্বরণ দ্বারা বস্তুটির বেগের মান বা দিক বা উভয়ই কত দ্রুত পরিবর্তিত হচ্ছে তা জানা যায়। ত্বরণ সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার নির্দেশ করে। বেগের মতো আমরা ত্বরণের সংজ্ঞার আগে গড় ত্বরণের সংজ্ঞা আলোচনা করবো।

গড় ত্বরণের সংজ্ঞা : যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে বস্তুটির গড় ত্বরণ বলে। Δt সময় ব্যবধানে বস্তুর বেগের পরিবর্তন $\Delta\vec{v}$ হলে গড় ত্বরণ

$$\overline{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.7)$$

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে গড় ত্বরণ হবে

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

গড় ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর বেগ কোন দিকে কত পরিবর্তিত হয়েছে তা নির্দেশ করে। এখন আমরা ত্বরণের সংজ্ঞা দেব—যা নির্দেশ করবে কোনো একটি বিশেষ মুহূর্তে বস্তুটির বেগ কোন দিকে কত পরিবর্তিত হচ্ছে। যেহেতু এ ত্বরণ গতিশীল বস্তুর কোনো একটি বিশেষ ক্ষণের ত্বরণ নির্দেশ করে এজন্য এ ত্বরণকে **তাৎক্ষণিক ত্বরণ**ও বলা হয়।

ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর বেগের পরিবর্তন $\Delta\vec{v}$ হলে, ত্বরণ

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

কিন্তু $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ হচ্ছে t এর সাপেক্ষে $\vec{v}$ এর অন্তরক অর্থাৎ $\frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\therefore \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.8)$$

অর্থাৎ **সময়ের সাথে বস্তুর বেগের অন্তরককে** (derivative) **ত্বরণ বলা হয়।**

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ $a = \frac{dv}{dt}$

আবার, যেহেতু $v = \frac{dx}{dt}$

সুতরাং ত্বরণ $a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.9)$

সুতরাং দেখা যায়, অবস্থানকে সময়ের সাপেক্ষে একবার অন্তরীকরণ করলে বেগ পাওয়া যায় আর বেগকে সময়ের সাপেক্ষে একবার অন্তরীকরণ করলে অর্থাৎ অবস্থানকে সময়ের সাপেক্ষে দুই বার অন্তরীকরণ করলে ত্বরণ পাওয়া যায়।

মাত্রা ও একক : ত্বরণের মাত্রা হবে LT^{-2} এবং একক হবে $m\,s^{-2}$।

একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে বেগ হ্রাস পেলে ত্বরণ ঋণাত্মক হয়। ঋণাত্মক ত্বরণকে **মন্দন**ও বলা হয়ে থাকে।

ত্বরণ ও সময় : কোনো বস্তুর ত্বরণ সময়ের উপর নির্ভর করতেও পারে আবার নাও করতে পারে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর ত্বরণ সমত্বরণ হতে পারে আবার অসমত্বরণও হতে পারে। সময়ের উপর ত্বরণ নির্ভর না করলে তা হবে সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ আর নির্ভর করলে তা হবে অসমত্বরণ।

সুষম ত্বরণের সংজ্ঞা : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে, তাহলে সেই বস্তুর ত্বরণকে সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর বেগ যদি নির্দিষ্ট দিকে একই হারে পরিবর্তিত হতে থাকে তাহলে সেই ত্বরণকে সমত্বরণ বলে।

সুষম ত্বরণের উদাহরণ : অভিকর্ষজ ত্বরণ সমত্বরণের একটি উদাহরণ। অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি একটি সমত্বরণ গতি। যখন একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি মুক্তভাবে পড়তে থাকে তখন তার ত্বরণ হয় $9.8\ m\ s^{-2}$। বস্তুটি যখন ভূ-পৃষ্ঠের দিকে আসতে থাকে তখন তার বেগ প্রতি সেকেন্ডে $9.8\ m\ s^{-1}$ করে বাড়তে থাকে। উঁচু থেকে বস্তু ছেড়ে দিলে প্রথম সেকেন্ডে এর বেগ বাড়ে $9.8\ m\ s^{-1}$, দ্বিতীয় সেকেন্ডেও এর বেগ বাড়ে $9.8\ m\ s^{-1}$। এরূপে প্রতি সেকেন্ডে এর বেগ $9.8\ m\ s^{-1}$ করে বাড়তে থাকে। এখানে ভূ-কেন্দ্রের দিকে একই হারে বেগ বাড়তে থাকার দরুন সব সময়ই বস্তুর একই ত্বরণ হচ্ছে, তাই বস্তুটির ত্বরণ সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ।

অসম ত্বরণের সংজ্ঞা : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই ত্বরণকে অসম ত্বরণ বলে। অর্থাৎ যদি কোনো বস্তুর বেগ পরিবর্তনের হার সমান না থাকে তাহলে সেই ত্বরণকে অসম ত্বরণ বলা হয়।

আমরা ভূ-পৃষ্ঠে সচরাচর যে সব গতিশীল বস্তু দেখি তাদের ত্বরণ অসম ত্বরণ।

৩.৬। অবস্থান-সময় লেখচিত্র
Position-Time Graph

অবস্থান ও সময়

কোনো গতিশীল বস্তুর অবস্থান বা স্থানাঙ্ক x সময় t এর উপর নির্ভর করে। এ নির্ভরশীলতা জানা থাকলে আমরা যে কোনো মুহূর্তে বস্তুটির অবস্থান বের করতে পারি। ধরা যাক, কোনো বস্তুর অবস্থান x কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে নিম্নোক্ত সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$$x = 18\ m + (12\ m\ s^{-1})\ t - (1.2\ m\ s^{-2})\ t^2 \quad \dots \quad \dots \quad (3.10)$$

সময় ও অবস্থান সারণি

(3.10) সমীকরণে t এর যে কোনো মান বসালে ঐ সময়ে বস্তুটির অবস্থান x পাওয়া যায়। $t = 0.0$ s থেকে $t = 8.0$ s পর্যন্ত 1 s অন্তর অন্তর বস্তুর অবস্থান ৩.১ সারণিতে প্রদত্ত হলো।

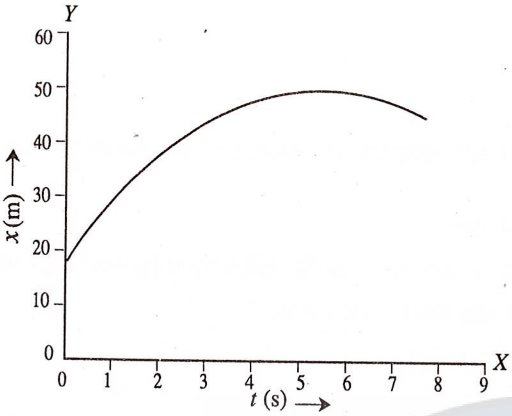
একটি সোজা, মসৃণ ও ঢালু রাস্তা বরাবর উপরের দিকে গতিশীল কোনো গাড়ির ইঞ্জিন হঠাৎ বন্ধ হয়ে গেলে গাড়িটি ক্রমাগত ধীরে ধীরে উপরে উঠতে থাকে, এক সময় মুহূর্তের জন্য থামে এবং পুনরায় ঢাল বরাবর নিচে নামতে থাকে। এ রকম একটি গাড়ির গতি বিশ্লেষণ করে তার অবস্থান x কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে (3.10) সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে এবং বিভিন্ন সময়ে এর অবস্থান ৩.১ সারণিতে দেখানো হয়েছে। এখানে গাড়িটির গতিপথ বরাবর x পরিমাপ করা হয়েছে এবং ঢাল বরাবর উপরের দিককে ধনাত্মক ধরা হয়েছে।

সারণি ৩.১ : সময় ও অবস্থান

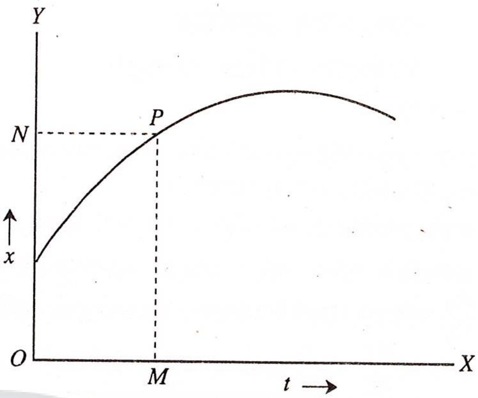
সময়, t s	অবস্থান, x m
0	18
1	28.8
2	37.2
3	43.2
4	46.8
5	48
6	46.8
7	43.2
8	37.2

অবস্থান-সময় লেখচিত্র

একটি ছক কাগজের X-অক্ষের দিকে সময় t এবং Y-অক্ষের দিকে অবস্থান x নিয়ে অবস্থান-সময় লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। ৩.১ সারণির উপাত্তের জন্য x বনাম t লেখচিত্র ৩·৪ক চিত্রে দেখানো হলো। এ লেখচিত্র থেকে যেকোনো সময় t-তে বস্তুর অবস্থান x নির্ণয় করা যায়। যেমন ৩·৪খ চিত্রে $OM = t$ এর জন্য অবস্থান $ON = x$ পাওয়া যায়।



চিত্র : ৩.৪ (ক)



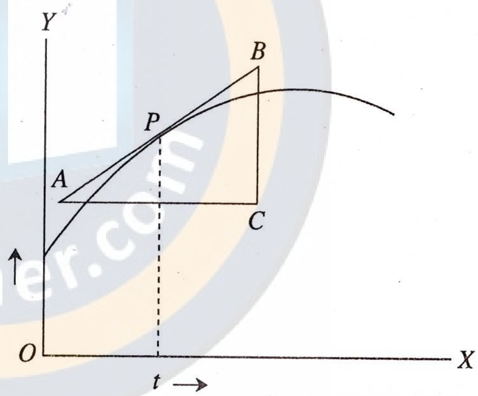
চিত্র : ৩.৪ (খ)

নিজে কর : একটি ছক কাগজ নাও। এ ছক কাগজে তোমার পছন্দমতো ও সুবিধাজনক একক নিয়ে ৩.১ সারণিতে বর্ণিত গতির জন্য অবস্থান সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর। এ লেখচিত্র থেকে 3.5 s সময়ে বস্তুটির অবস্থান নির্ণয় কর।

অবস্থান-সময় লেখচিত্র থেকে বেগ নির্ণয়

x বনাম t লেখচিত্র থেকে বস্তুর যেকোনো মুহূর্তের বেগ নির্ণয় করা যায়। কোনো বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢালকেই ঐ বিন্দুতে বক্ররেখার ঢাল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। x বনাম t লেখচিত্রে t এর সাপেক্ষে x এর অন্তরক $\frac{dx}{dt}$ দ্বারা এই ঢাল প্রকাশ করা হয়। যেহেতু $v = \frac{dx}{dt}$, তাই কোনো বিশেষ মুহূর্তে x বনাম t লেখচিত্রের ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের বেগ v পাওয়া যায়। ৩·৫ চিত্রে t সময়ে লেখচিত্রের P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক APB এর ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের বেগ v পাওয়া যায়,

$$v = \frac{BC}{AC}$$



চিত্র : ৩.৫

নিজে কর : আগের নিজে কর-তে যে লেখচিত্র এঁকেছিলে অন্য একক পছন্দ করে পুনরায় ৩.১ সারণিতে বর্ণিত গতির জন্য অবস্থান-সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর। এ লেখচিত্রে $t = 3$ s এর বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁক এবং এই স্পর্শককে অতিভুজ ধরে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক। এর থেকে ঐ বিন্দুতে লেখচিত্রের ঢাল তথা স্পর্শকের ঢাল নির্ণয় কর।

তোমার নির্ণীত লেখচিত্রের ঢালই হলো 3 s এর সময় বস্তুটির বেগ। যদি কোনো মুহূর্তে ঢাল ঋণাত্মক পাওয়া যায়, তাহলে বোঝা যাবে বস্তুটির বেগ X-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে।

৩.৭। বেগ-সময় লেখচিত্র
Velocity–Time Graph

বেগ ও সময়

কোনো বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয়, অর্থাৎ বেগ যদি সময়ের অপেক্ষক হয় তাহলে সেই বেগকে বলা হয় অসমবেগ।

আমরা সচরাচর যে সব গতিশীল বস্তু দেখি তাদের বেগ অসমবেগ।

একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে সময়ের অপেক্ষক হিসেবে বেগ v এর জন্য একটি সমীকরণ নির্ণয় করা যাক। যেহেতু $v = \frac{dx}{dt}$, তাই (3.10) সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে আমরা বেগ v পাই,

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\ [18 \text{ m} + (12 \text{ m s}^{-1})\ t - (1.2 \text{ m s}^{-2})\ t^2]$$

$$= 0 + 12 \text{ m s}^{-1} - 2 \times (1.2 \text{ m s}^{-2})\ t$$

$$\therefore v = 12 \text{ m s}^{-1} - (2.4 \text{ m s}^{-2})\ t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.11)$$

সময় ও বেগ সারণি

(3.11) সমীকরণে $t = 0$ s থেকে শুরু করে প্রতি 1 s অন্তর অন্তর t এর মান বসিয়ে $t = 8$ s পর্যন্ত বস্তুর বেগ হিসাব করে ৩.২ সারণিতে স্থাপন করা হলো।

সারণি ৩.২ : সময় ও বেগ

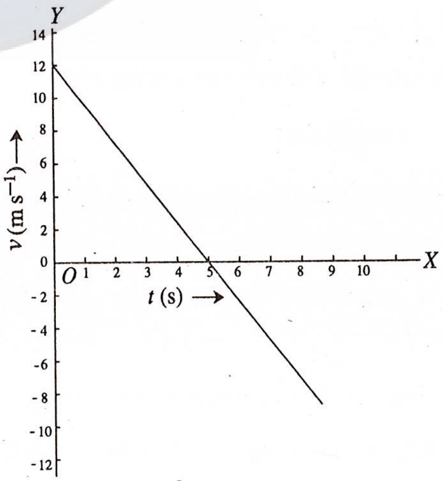
সময়, t s	বেগ, v m s^{-1}
0	12
1	9.6
2	7.2
3	4.8
4	2.4
5	0
6	–2.4
7	–4.8
8	–7.2

বেগ-সময় লেখচিত্র

একটি ছক কাগজের X-অক্ষের দিকে সময় t এবং Y-অক্ষের দিকে বেগ v নিয়ে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়।

এ লেখচিত্র থেকে যেকোনো সময় t তে বস্তুর বেগ v নির্ণয় করা যায়।

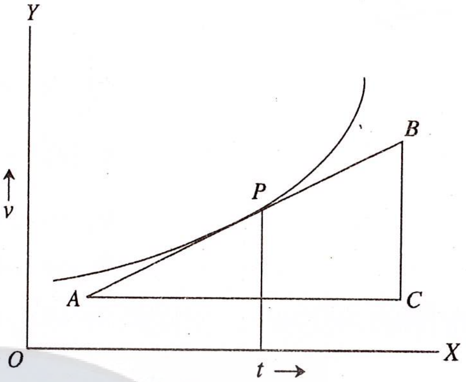
(৩.২) সারণির উপাত্তের জন্য v বনাম t লেখচিত্রটি ৩·৬ চিত্রে দেখানো হলো। চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে সময়ের সাথে সাথে বেগ v কমে যাচ্ছে। চিত্র থেকে আরো দেখা যায় এক সময় v শূন্য অতিক্রম করছে। এর থেকে বোঝা যায় এ সময় বস্তুটি তার বিপরীত যাত্রা শুরুর পূর্বে মুহূর্তের জন্য স্থির ছিল।



চিত্র : ৩·৬

বেগ-সময় লেখচিত্র থেকে ত্বরণ নির্ণয়

v বনাম t লেখচিত্র থেকে বস্তুর যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। কোনো বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢালকেই ঐ বিন্দুতে বক্ররেখার ঢাল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। v বনাম t লেখচিত্রে t এর সাপেক্ষে v এর অন্তরক $\frac{dv}{dt}$ দ্বারা এই ঢাল প্রকাশ করা হয়। যেহেতু $a = \frac{dv}{dt}$, তাই কোনো বিশেষ মুহূর্তে v বনাম t লেখচিত্রের ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের ত্বরণ a পাওয়া যায়। ৩.৭ চিত্রে আরেকটি v বনাম t লেখচিত্র দেখানো হলো। এটি কিন্তু ইতোপূর্বে আলোচিত বস্তুর সাথে সম্পর্কিত নয়। ৩.৭ চিত্রে t সময়ে লেখচিত্রের P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক APB এর ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের ত্বরণ a পাওয়া যায়,



চিত্র : ৩.৭

$$a = \frac{BC}{AC}$$

৩.৮। গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের ব্যবহার : গতির সমীকরণ প্রতিপাদন

Uses of Differentiation and Integration in describing Motion : Deduction of Equations of Motion

দ্বিতীয় অধ্যায়ে অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণ নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে। এ অধ্যায়ে আমরা অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের ধারণা রৈখিক গতি বর্ণনায় ব্যবহার করবো।

গতির সমীকরণ

Equations of Motion

সমত্বরণ গতি একটি সরল গতি। ধরা যাক, কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট দিকে সমত্বরণে গতিশীল। বস্তুটি যে সরলরৈখিক পথে গতিশীল সে দিকে X-অক্ষ বিবেচনা করা যাক। কণাটি সমত্বরণে চলে বলে তার ত্বরণ $a =$ ধ্রুবক।

গতিশীল কোনো বস্তুর গতির ক্ষেত্রে গতির আদি শর্তাদি অর্থাৎ আদি অবস্থান x_0 ও আদি বেগ v_0 ছাড়াও গতির চারটি চলক আছে। এগুলো হলো অবস্থান x, বেগ v, ত্বরণ a এবং গতিকাল বা সময় t। এগুলো পরস্পর সম্পর্কিত। এ চারটি চলকের যে কোনো দুটি জানা থাকলে বাকি দুটি নির্ণয় করা যায়। এ জন্য চারটি সমীকরণ আছে, প্রত্যেকটি সমীকরণে আদি শর্তাদি ব্যতীত তিনটি চলক থাকে, যার দুটি জানা থাকলে তৃতীয়টি বের করা যায়। এ সমীকরণগুলোই গতির সমীকরণ নামে পরিচিত। নিম্নে এ সমীকরণগুলো প্রতিপাদন করা হলো।

(ক) প্রথম সমীকরণ : শেষ বেগ, ত্বরণ ও গতিকালের সম্পর্ক

$$v = v_0 + at$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি বেগ v_0। অন্য যেকোনো সময় t তে এর বেগ v।

যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে,

$$\therefore \quad a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{বা, } dv = adt$$

যখন $t = 0$ তখন $v = v_o$ এবং যখন $t = t$ তখন $v = v$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\int_{v_o}^{v} dv = a \int_{0}^{t} dt \qquad [\because a = \text{ধ্রুবক}]$$

বা, $[v]_{v_o}^{v} = a\,[t]_0^t$

বা, $v - v_o = a\,(t - 0)$

বা, $v = v_o + at \qquad \ldots \qquad (3.12)$

(খ) দ্বিতীয় সমীকরণ : অবস্থান বা সরণ, শেষবেগ ও গতিকালের সম্পর্ক

$$x = x_o + \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t \quad \text{বা,} \quad s = \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি অবস্থান x_o এবং আদি বেগ v_o। অন্য যেকোনো সময় $t = t$ তে এর অবস্থান x এবং এর বেগ v।

গড় বেগের সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি, ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানের বেগ ও সময় ব্যবধানের গুণফলের সমষ্টি নিয়ে তাকে মোট সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ করে ঐ সময় ব্যবধানের গড় বেগ পাওয়া যায়। সুতরাং বস্তুটির t সময় ব্যবধানের গড় বেগ $\bar{v}$ হলে,

$$\bar{v} = \frac{1}{t}\int_0^t v\,dt$$

$$= \frac{1}{t}\int_0^t \frac{dx}{dt}\,dt \qquad \left[\because v = \frac{dx}{dt}\right]$$

$$= \frac{1}{t}\int_{x_o}^{x} dx \qquad [\because \text{যখন } t = 0, \text{ তখন } x = x_o \text{ এবং যখন } t = t, \text{ তখন } x = x]$$

$$= \frac{1}{t}\,[\,x\,]_{x_o}^{x}$$

$$\therefore \bar{v} = \frac{1}{t}\,[x - x_o]$$

বা, $x - x_o = \bar{v}t$

সমত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ v সময়ের সাথে সুষমভাবে পরিবর্তিত হয় বলে যেকোনো সময় ব্যবধানে বেগের গড় মান ঐ সময় ব্যবধানের শুরু ও শেষ বেগের মানদ্বয়ের সমষ্টির অর্ধেক হয়,

$$\text{অর্থাৎ } \bar{v} = \frac{v_o + v}{2}$$

$\bar{v}$ এর এ মান উপরের সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$x - x_o = \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t$$

বা, $x = x_o + \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t \qquad \ldots \qquad (3.13)$

আবার, $x - x_o$ হচ্ছে বস্তুর সরণ Δx। এ সরণকে s দিয়ে প্রকাশ করলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$s = \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t \qquad \ldots \qquad (3.14)$$

(গ) তৃতীয় সমীকরণ : অবস্থান বা সরণ, ত্বরণ ও গতিকালের সম্পর্ক

$$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 \text{ বা, } s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি অবস্থান x_o এবং আদি বেগ v_o। অন্য যেকোনো সময় $t = t$ তে এর অবস্থান x এবং এর বেগ v।

যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে,

$$\therefore \ a = \frac{dv}{dt} \quad \text{বা, } dv = adt$$

যখন $t = 0$ তখন $v = v_o$ এবং যখন $t = t$ তখন $v = v$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\int_{v_o}^{v} dv = a\int_{0}^{t} dt \qquad [\because \ a = \text{ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } [v]_{v_o}^{v} = a\,[t]_0^t$$

$$\text{বা, } v - v_o = a\,(t - 0)$$

$$\text{বা, } v = v_o + at$$

যেহেতু যেকোনো মুহূর্তে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের অন্তরককে বেগ বলে।

তাই উপরিউক্ত সমীকরণে $v = \frac{dx}{dt}$ বসিয়ে আমরা পাই,

$$\frac{dx}{dt} = v_o + at$$

$$\text{বা, } dx = v_o dt + at\,dt$$

যখন $t = 0$, তখন $x = x_o$ এবং যখন $t = t$ তখন $x = x$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\int_{x_o}^{x} dx = \int_{0}^{t} v_o dt + \int_{0}^{t} atdt$$

$$\text{বা, } [x]_{x_o}^{x} = v_o\,[t]_0^t + a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t \qquad [\because \ v_o \text{ এবং } a \text{ ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } x - x_o = v_o\,(t - 0) + \frac{1}{2}a\,(t^2 - 0)$$

$$\text{বা, } x = x_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \ldots \qquad (3.15)$$

কিন্তু $x - x_o$ হচ্ছে বস্তুর সরণ Δx। এ সরণকে s দিয়ে প্রকাশ করলে উক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$s = v_o t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \ldots \qquad (3.16)$$

(ঘ) চতুর্থ সমীকরণ : অবস্থান বা সরণ, ত্বরণ ও শেষ বেগের সম্পর্ক

$$v^2 = v_o^2 + 2a\,(x - x_o) \quad \text{বা, } v^2 = v_o^2 + 2as$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি অবস্থান x_o এবং আদি বেগ v_o। অন্য যেকোনো সময় $t = t$ তে এর অবস্থান x এবং এর বেগ v।

যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে,

$$\therefore \ a = \frac{dv}{dt} \qquad \text{বা, } a = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}$$

আবার যেহেতু, যেকোনো মুহূর্তে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের অন্তরককে বেগ বলে

$$\text{অর্থাৎ } v = \frac{dx}{dt}$$

সুতরাং উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$a = v\frac{dv}{dx}$$

$$\text{বা, } vdv = adx$$

যখন $x = x_o$ তখন $v = v_o$ এবং যখন $x = x$ তখন $v = v$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\int_{v_o}^{v} vdv = a\int_{x_o}^{x} dx \qquad [\because a = \text{ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } \left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_o}^{v} = a\,[x]_{x_o}^{x}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(v^2 - v_o^2) = a\,(x - x_o)$$

$$\text{বা, } v^2 - v_o^2 = 2a\,(x - x_o)$$

$$\text{বা, } v^2 = v_o^2 + 2a\,(x - x_o) \quad \ldots \quad (3.17)$$

কিন্তু $x - x_o$ হচ্ছে বস্তুর সরণ Δx। এ সরণকে s দিয়ে প্রকাশ করলে এ সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$v^2 = v_o^2 + 2as \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.18)$$

(ঙ) বিশেষ সমীকরণ : নির্দিষ্ট সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

কোনো বস্তু v_o আদি বেগ এবং a সমত্বরণে গতিশীল হলে t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_{t\,th} = v_o + \frac{2t-1}{2}a \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.18a)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

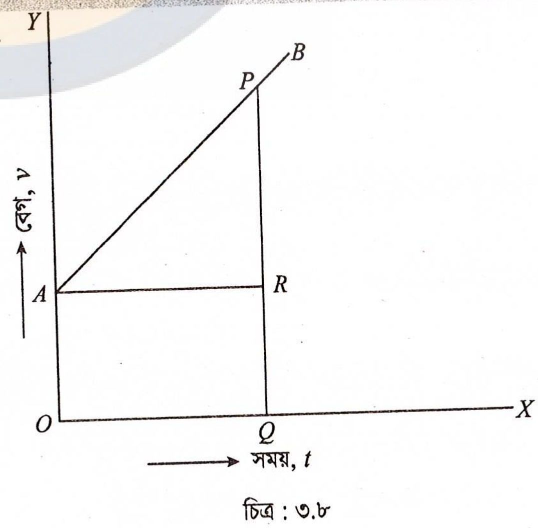
লেখচিত্র থেকে গতির সমীকরণ প্রতিপাদন

(ক) $s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$

আমরা জানি সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে এর বেগ v এর সমীকরণ হলো $v = v_o + at$। এখন X-অক্ষের দিকে সময় t এবং Y-অক্ষের দিকে বেগ v নিয়ে v বনাম t লেখচিত্র অঙ্কন করা হলো। (চিত্র : ৩.৮)।

এটি Y-অক্ষকে ছেদকারী একটি সরলরেখা হয় যা $y = mx + c$ সমীকরণ মেনে চলে। আমরা জানি, v বনাম t লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দু থেকে X-অক্ষের উপর লম্ব টানলে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে v এবং t এর গুণফল তথা অতিক্রান্ত দূরত্ব s।

AB রেখার উপর যেকোনো বিন্দু P নেয়া হয়। P থেকে X-অক্ষের উপর PQ লম্ব টানা হয়। তাহলে $OQ = t$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব s হবে $AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



চিত্র : ৩.৮

ধরা যাক, কণাটির সমত্বরণ a এবং আদিবেগ, $v_o = OA$
অতিক্রান্ত সময়, $t = OQ$

এবং t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

$= AOQR$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+ ARP$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।

$$= AO \times OQ + \frac{1}{2} \times AR \times PR$$

বা, $s = AO \times OQ + \frac{1}{2} OQ \times PR \quad [\because AR = OQ]$

কিন্তু AB রেখার ঢাল হচ্ছে কণাটির ত্বরণ a,

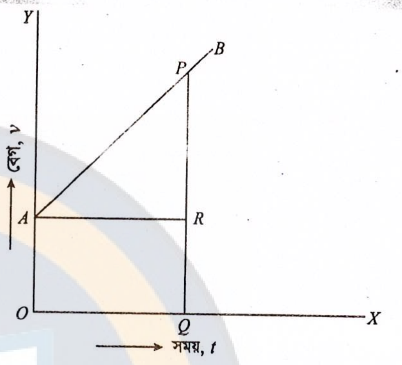
$$\therefore a = \frac{PR}{AR}$$

$$\therefore PR = a \times AR$$

$$= a \times OQ$$

$$\therefore s = AO \times OQ + \frac{1}{2} a \times OQ^2$$

বা, $s = v_o t + \frac{1}{2} at^2$



চিত্র : ৩.৮

(খ) $v^2 = v_o^2 + 2as$

আমরা জানি, সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ v-এর সমীকরণ হলো $v = v_o + at$। এখন X-অক্ষের দিকে সময় t এবং Y-অক্ষের দিকে বেগ v নিয়ে v বনাম t লেখচিত্র অঙ্কন করা হয় (চিত্র: ৩.৮)। এটি Y-অক্ষকে ছেদকারী একটি সরলরেখা হয় যা $y = mx + c$ সমীকরণ মেনে চলে। আমরা জানি, v বনাম t লেখচিত্রের যে কোনো বিন্দু থেকে X-অক্ষের উপর লম্ব টানলে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল v এবং t এর গুণফল তথা অতিক্রান্ত দূরত্ব s নির্দেশ করে।

AB রেখার উপর যেকোনো বিন্দু P নেয়া হয়। P থেকে X-অক্ষের উপর PQ লম্ব টানা হয়। তাহলে $OQ = t$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব s হবে $AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

ধরা যাক, কণাটির সমত্বরণ a
এবং আদিবেগ, $v_o = OA$
অতিক্রান্ত সময়, $t = OQ$

$$\therefore 2s = OQ\,(2OA + RP)$$
$$= OQ\,(OA + OA + RP)$$

এবং t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

$= AOQR$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $+ ARP$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।

$$\therefore s = OQ \times OA + \frac{1}{2} \times AR \times RP$$

$$= OQ \times OA + \frac{OQ \times RP}{2}$$

$$= OQ\left(OA + \frac{RP}{2}\right)$$

$$= OQ\left(\frac{2OA + RP}{2}\right)$$

$$= AR\,(OA + QR + RP)$$
$$= AR\,(OA + QP)$$

কিন্তু AB রেখার ঢাল হচ্ছে কণাটির ত্বরণ a.

$$\therefore a = \frac{RP}{AR} \quad \therefore AR = \frac{RP}{a}$$

$$\therefore 2s = \frac{RP}{a}(v_o + v) \quad [\because OA = v_o \text{ এবং } QP = v]$$

$$= \frac{(QP - QR)}{a}(v_o + v)$$

$$= \frac{(v - v_o)(v_o + v)}{a}$$

বা, $$2s = \frac{v^2 - v_o^2}{a}$$

$$\therefore v^2 - v_o^2 = 2as$$

বা $v^2 = v_o^2 + 2as$

৩.৯। পড়ন্ত বস্তু

Falling Bodies

কোনো বস্তুকে উপর থেকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষের প্রভাবে ভূমিতে পৌঁছায়। একই উচ্চতা থেকে একই সময় একটি ভারী ও একটি হাল্‌কা বস্তু ছেড়ে দিলে এগুলো একই সময়ে ভূ-পৃষ্ঠে পৌঁছাবে কি ? সপ্তদশ শতাব্দীর পূর্ব পর্যন্ত সকলের ধারণা ছিল ভারী বস্তু হাল্‌কা বস্তুর চেয়ে আগেই মাটিতে পৌঁছাবে। কথিত আছে সপ্তদশ শতাব্দীর প্রথম দিকে বিজ্ঞানী গ্যালিলিও পিসার হেলানো মিনারের ছাদ থেকে বিভিন্ন ওজনের বস্তুকে একই সময়ে পড়তে দিয়ে দেখান যে এগুলো প্রায় একই সময় ভূ-পৃষ্ঠে পৌঁছায়।

নিজে কর : এক হাতে একটি কলম এবং অপর হাতে এক টুকরা কাগজ নাও। হাত দুটি উঁচু করে একই উচ্চতা থেকে একই সময়ে কলম ও কাগজ ছেড়ে দাও।

কী দেখলে ? কলম ও কাগজ দুটিই ঘরের মেঝেতে পৌঁছেছে-কিন্তু এক সাথে নয়। কলমটি কাগজের আগেই মাটিতে পৌঁছায়। বাতাসের বাধার জন্যই এরূপ হয়। বাতাসের মধ্যে বস্তুদ্বয় থাকার জন্য এদের ওজনের বিপরীত দিকে বাতাসের প্লবতা কাজ করে। কলমের চেয়ে কাগজের উপর প্লবতা বা ঊর্ধ্বমুখী বল বেশি হওয়ায় কাগজ দেরীতে মাটিতে পৌঁছায়। বাতাসের বাধা না থাকলে এগুলো অবশ্যই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাতো। যেহেতু বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, তাই কাগজ ও কলমের উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও তিনটি সূত্র বের করেন। এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র বলে। এ সূত্রগুলো একমাত্র স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

পড়ন্ত বস্তুর সূত্রাবলি

পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অর্থাৎ বস্তু পড়ার সময় স্থির অবস্থান থেকে পড়বে—এর কোনো আদি বেগ থাকবে না। বস্তু বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়বে অর্থাৎ এর উপর অভিকর্ষজ বল ছাড়া অন্য কোনো বল ক্রিয়া করবে না। যেমন- বাতাসের বাধা এর উপর কাজ করবে না। সূত্রগুলো এরূপ :

প্রথম সূত্র : ***স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে।***

এ সূত্রানুসারে স্থির অবস্থান থেকে কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে তা যদি বিনা বাধায় মাটিতে পড়ে তাহলে মাটিতে পড়তে যে সময় লাগে তা বস্তুর ভর, আকৃতি বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভরের, আকারের ও আয়তনের বস্তুকে যদি একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হয় এবং এগুলো যদি বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়তে থাকে তাহলে সবগুলোই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাবে।

দ্বিতীয় সূত্র : ***স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।***

অর্থাৎ অর্জিত বেগ $\propto$ পতনকাল। বা, $v \propto t$

কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে প্রথম সেকেন্ড পরে যদি এটি v বেগ অর্জন করে তবে দ্বিতীয় সেকেন্ড পরে এটি $2v$ বেগ অর্জন করবে। সুতরাং t_1, t_2, t_3 ... সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে v_1, v_2, v_3 ... ... ইত্যাদি হয় তবে এ সূত্রানুসারে:

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} \ldots \quad \ldots = \text{ধ্রুবক।}$$

তৃতীয় সূত্র : ***স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।***

অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব $\propto$ (পতনকাল)^2। বা, $h \propto t^2$

কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে এক সেকেন্ডে যদি এটি h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দুই সেকেন্ডে এটি $h \times 2^2$ বা $4h$ দূরত্ব, তিন সেকেন্ডে এটি $h \times 3^2$ বা $9h$ দূরত্ব অতিক্রম করবে।

সুতরাং t_1, t_2, t_3 ... সেকেন্ডে যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে h_1, h_2, h_3 ... ... ইত্যাদি হয় তবে

$$\frac{h_1}{{t_1}^2} = \frac{h_2}{{t_2}^2} = \frac{h_2}{{t_3}^2} \ldots \quad \ldots = \text{ধ্রুবক।}$$

মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতির সমীকরণ

পড়ন্ত বস্তুর সাথে আমরা সবাই পরিচিত। উদাহরণস্বরূপ, টেবিল থেকে হঠাৎ কোনো কলম নিচে পড়ে গেল। এ কলমের গতি বর্ণনায় আমরা বাতাসের বাধা উপেক্ষা করি। যদি বস্তুর উপর বাতাসের বাধা নগণ্য হয় তাহলে বস্তুর যে ত্বরণ হয়, তা পুরোপুরি পৃথিবীর আকর্ষণের অর্থাৎ অভিকর্ষের ফলেই হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে আমরা বস্তুটিকে বলি মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু। **অভিকর্ষের ফলে বস্তুর যে ত্বরণ হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।** পদার্থবিজ্ঞানে এ অভিকর্ষজ ত্বরণ এত গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে থাকে যে, এর মানের জন্য আলাদা প্রতীক g ব্যবহার করা হয়। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর জন্য নির্দিষ্ট স্থানে ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি অঞ্চলে এ ত্বরণের মান মোটামুটি ধ্রুব থাকে। যদিও ভূপৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে এর মানের সামান্য পরিবর্তন হয়, তবুও আমাদের হিসাব নিকাশের সময় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ মান যথেষ্ট সঠিক। g সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা মহাকর্ষ অধ্যায়ে করা হয়েছে।

কোনো বস্তু উপর থেকে নিচে পড়ুক বা কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হোক, বস্তুর উপর কেবল অভিকর্ষের ফলে ত্বরণ নিচের দিকে ক্রিয়া করলেই আমরা তাকে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু বলি। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি হচ্ছে একমাত্রিক সুষম গতির একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি বর্ণনায় উল্লম্ব বরাবর Y-অক্ষ ধরা হয়।

সাধারণত খাড়া উপরের দিকে Y-অক্ষ ধনাত্মক ধরা হয়। সুতরাং ঊর্ধ্বমুখী সরণ, ঊর্ধ্বমুখী বেগ এবং ঊর্ধ্বমুখী ত্বরণ ধনাত্মক এবং নিম্নমুখী সরণ, নিম্নমুখী বেগ এবং নিম্নমুখী ত্বরণ ঋণাত্মক ধরা হয়।

তাহলে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর ত্বরণ হয়,

$$a = -g$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে, কারণ এক্ষেত্রে ত্বরণের অভিমুখ নিচের দিকে এবং g একটি ধনাত্মক সংখ্যা।

যেহেতু মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি একটি সুষম গতি, তাই আমরা এর গতি বর্ণনায় (3.12), (3.14), (3.16) এবং (3.18) সমীকরণগুলো ব্যবহার করতে পারি। এ ক্ষেত্রে আমরা ত্বরণ $a = -g$ এবং সরণ $s =$ উচ্চতা h বসাই। তাহলে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গতির সমীকরণগুলোর রূপ হয়।

$$v = v_o - gt \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.19)$$

$$h = \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.20)$$

$$h = v_o t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.21)$$

$$v^2 = v_o^2 - 2gh \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.22)$$

Y- অক্ষ বরাবর গতি বোঝার সুবিধার্থে যদি আমরা রাশিগুলোর সংকেতে y পাদাঙ্ক ব্যবহার করি, অর্থাৎ অবস্থান বা সরণ h এর পরিবর্তে y, আদি বেগ v_o এর পরিবর্তে v_{y_o}, শেষ বেগ v এর পরিবর্তে v_y লিখি, তাহলে উপরিউক্ত সমীকরণগুলোর রূপ হবে,

$$v_y = v_{y_o} - gt \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.19\text{ a})$$

$$y = \left(\frac{v_{y_o} + v_y}{2}\right)t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.20\text{a})$$

$$y = v_{y_o}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.21\text{a})$$

$$v_y^2 = v_{y_o}^2 - 2gy \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.22\text{a})$$

কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে অভিকর্ষের প্রভাবে এক সময় সেটি নিচে নামতে শুরু করে। উপরে ওঠার সময় এর বেগ হ্রাস পেতে থাকে, এক সময় বেগ শূন্য হয়, তারপর নিচে নামার সময় আবার বেগ বাড়তে থাকে। সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগ তথা শেষ বেগ $v = 0$ হয়। উপরিউক্ত সমীকরণগুলোতে $v = 0$ বসিয়ে আমরা সর্বাধিক উচ্চতা, সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছাতে অতিবাহিত সময়, বস্তুটির উড্ডয়নকাল ইত্যাদি নির্ণয় করতে পারি।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড :

(3.22) সমীকরণে $v = 0$ বসালে যে h পাওয়া যাবে, সেটি হবে সর্বাধিক উচ্চতা h_{max}। (3.19) সমীকরণে $v = 0$ বসালে যে t পাওয়া যাবে, সেটি হবে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় t_{max}। (3.21) সমীকরণে $h = 0$ বসালে যে t পাওয়া যাবে, সেটি হবে বস্তুটির উড্ডয়নকাল T।

সর্বাধিক উচ্চতা, h_{max}

সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগ (শেষ বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ) v শূন্য। সুতরাং (3.22) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$0 = v_o^2 - 2gh_{max}$$

$$\text{বা, } h_{max} = \frac{v_o^2}{2g} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.23)$$

যেহেতু $2g$ একটি ধ্রুব সংখ্যা, এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $h_{max} \propto v_o^2$ অর্থাৎ **সর্বাধিক উচ্চতা বস্তুর আদি বেগের বর্গের সমানুপাতিক।**

সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছাতে অতিবাহিত সময়, t_{max}

সর্বাধিক উচ্চতার বিন্দুতে বেগ (শেষ বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ) v শূন্য। সুতরাং (3.19) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$0 = v_o - gt_{max}$

বা, $t_{max} = \frac{v_o}{g}$ ... ... (3.24)

যেহেতু g একটি ধ্রুব সংখ্যা, এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $t_{max} \propto v_o$ অর্থাৎ **সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় আদি বেগের সমানুপাতিক।**

উড্ডয়নকাল বা উত্থান ও পতনে অতিবাহিত মোট সময়, T

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে ওঠে আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে কোনো বস্তুর সময় লাগে T। বস্তু উপরে ওঠে আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে উচ্চতা $h = 0$ হয়।

সুতরাং (3.21) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$0 = v_oT - \frac{1}{2}g\,T^2$

$\therefore T = 0$ বা, $T = \frac{2v_o}{g}$ ... ... (3.25)

যেহেতু $T = 0$ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যে মুহূর্তে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হচ্ছে তাই নির্দেশ করে, সুতরাং $T = \frac{2v_o}{g}$ বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে উঠে আবার ফিরে আসার সময় অর্থাৎ উড্ডয়নকাল নির্দেশ করে। যেহেতু $\frac{2}{g}$ একটি ধ্রুব সংখ্যা, এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $T \propto v_o$ **অর্থাৎ উড্ডয়নকাল আদি বেগের সমানুপাতিক।**

সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে পৌঁছাতে অতিবাহিত সময়, t'

ধরা যাক, সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে একটি বস্তুর সময় লাগে t'। কোনো বস্তুর যদি সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে t_{max} সময় লাগে এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠে আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে সময় লাগে T, তাহলে সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে পড়ার সময় t' হবে,

$t' = T - t_{max} = \frac{2v_o}{g} - \frac{v_o}{g} = \frac{v_o}{g}$ ... ... (3.25a)

সুতরাং দেখা যাচ্ছে, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে পড়তে সেই একই সময় লাগে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

গতির সমীকরণের ভেক্টর রূপ

সমতলে গতির ক্ষেত্রে তথা দ্বিমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে গতির সমীকরণসমূহ ভেক্টররূপে প্রকাশ করা হয়ে থাকে। এ সমীকরণগুলোও সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হবে অর্থাৎ এক্ষেত্রে ত্বরণ $\vec{a}$ = ধ্রুবক।

ধরা যাক, যেকোনো সময় t তে কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টর, বেগ এবং ত্বরণ ও তাদের উপাংশগুলো হলো

অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

বেগ, $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$

ত্বরণ, $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$

ত্বরণ $\vec{a}$ ধ্রুব থাকায় এর উপাংশগুলোও অর্থাৎ a_x ও a_y ধ্রুব থাকে। ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t_i = 0$ তখন বস্তুটির অবস্থান ভেক্টর অর্থাৎ আদি অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}_o$ এবং বেগ অর্থাৎ আদি বেগ $\vec{v}_o$। এগুলোকে উপাংশের সাহায্যে প্রকাশ করলে

আদি অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r}_o = x_o\hat{i} + y_o\hat{j}$

আদি বেগ, $\vec{v}_o = v_{x_o}\hat{i} + v_{y_o}\hat{j}$

(ক) $\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি

$$v_x = v_{x_o} + a_x t$$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$$v_x \hat{i} = v_{x_o} \hat{i} + a_x t\, \hat{i}$$

অনুরূপভাবে Y অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ,

$$v_y \hat{j} = v_{y_o} \hat{j} + a_y t \hat{j}$$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$$v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = v_{x_o} \hat{i} + a_x t \hat{i} + v_{y_o} \hat{j} + a_y t \hat{j}$$

বা, $\vec{v} = (v_{x_o} \hat{i} + v_{y_o} \hat{j}) + (a_x \hat{i} + a_y \hat{j})\, t$

বা, $\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}\, t$

(খ) $\vec{r} = \vec{r}_o + \frac{1}{2}(\vec{v}_o + \vec{v})t$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি।

$$x = x_o + \frac{1}{2}(v_{x_o} + v_x)t$$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$$x\hat{i} = x_o \hat{i} + \frac{1}{2}(v_{x_o} + v_x)\, t\hat{i}$$

অনুরূপভাবে Y-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ হলো

$$y\hat{j} = y_o \hat{j} + \frac{1}{2}(v_{y_o} + v_y)t\hat{j}$$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$$x\hat{i} + y\hat{j} = x_o \hat{i} + \frac{1}{2}(v_{x_o} + v_x)\, t\hat{i} + y_o \hat{j} + \frac{1}{2}(v_{y_o} + v_y)t\hat{j}$$

বা, $\vec{r} = (x_o \hat{i} + y_o \hat{j}) + \frac{1}{2}[(v_{x_o} \hat{i} + v_{y_o} \hat{j}) + (v_x \hat{i} + v_y \hat{j})]t$

বা, $\vec{r} = \vec{r}_o + \frac{1}{2}(\vec{v}_o + \vec{v})t$

(গ) $\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি।

$$x = x_o + v_{x_o} t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$$x\hat{i} = x_o \hat{i} + v_{x_o} t\hat{i} + \frac{1}{2}a_x t^2 \hat{i}$$

অনুরূপভাবে Y-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ হলো

$$y\hat{j} = y_o \hat{j} + v_{y_o} t\hat{j} + \frac{1}{2}a_y t^2 \hat{j}$$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$$x\hat{i} + y\hat{j} = x_o \hat{i} + v_{x_o} t\hat{i} + \frac{1}{2}a_x t^2 \hat{i} + y_o \hat{j} + v_{y_o} t\hat{j} + \frac{1}{2}a_y t^2 \hat{j}$$

বা, $\vec{r} = (x_o\hat{i} + y_o\hat{j}) + (v_{x_o}\hat{i} + v_{y_o}\hat{j})\,t + \frac{1}{2}(a_x\hat{i} + a_y\hat{j})\,t^2$

$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2$

(ঘ) $\vec{v}.\vec{v} = \vec{v}_o.\vec{v} + 2\vec{a}.(\vec{r} - \vec{r}_o)$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি।

$v_x^2 = v_{x_o}^2 + 2a_x(x - x_o)$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$v_x\hat{i}.\,v_x\hat{i} = v_{x_o}\hat{i}.\,v_{x_o}\hat{i} + 2a_x\hat{i}.\,(x - x_o)\hat{i}$

অনুরূপভাবে Y-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ হলো

$v_y\hat{j}.\,v_y\hat{j} = v_{y_o}\hat{j}.\,v_{y_o}\hat{j} + 2a_y\hat{j}.\,(y - y_o)\hat{j}$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$v_x\hat{i}.\,v_x\hat{i} + v_y\hat{j}.\,v_y\hat{j} = v_{x_o}\hat{i}.\,v_{x_o}\hat{i} + 2a_x\hat{i}.\,(x - x_o)\hat{i} + v_{y_o}\hat{j}.v_{y_o}\hat{j} + 2a_y\hat{j}.\,(y - y_o)\hat{j}$

বা, $(v_x\hat{i}+v_y\hat{j}).\,(v_x\hat{i}+v_y\hat{j}) = (v_{x_o}\hat{i}+v_{y_o}\hat{j}).(v_{x_o}\hat{i}+v_{y_o}\hat{j})+2(a_x\hat{i} + a_y\hat{j}).\{(x-x_o)\hat{i} + (y - y_o)\hat{j}\}$

বা, $\vec{v}.\,\vec{v} = \vec{v}_o.\,\vec{v}_o + 2\vec{a}.\,(\vec{r} - \vec{r}_o)$

বা, $v^2 = v_o^2 + 2\vec{a}.\,(\vec{r} - \vec{r}_o)$

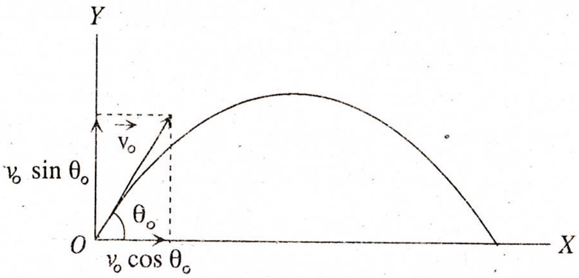
৩.১০। প্রক্ষেপক বা প্রাসের গতি
Motion of a Projectile

কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে কোনো স্থানে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রক্ষেপক বা প্রাস বলে।

সমত্বরণে বক্রগতির একটি চমৎকার উদাহরণ হলো নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতি তথা প্রক্ষেপক বা প্রাসের গতি। এ গতি হলো বাতাসে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর দ্বিমাত্রিক গতি। তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত ঢিল, বুলেটের গতি ইত্যাদি প্রাস গতির উদাহরণ। এ সকল ক্ষেত্রে আমরা বাতাসের বাধা উপেক্ষা করি।

অবস্থান ও বেগ

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হয় সেটি প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দু। প্রসঙ্গ কাঠামোর ধনাত্মক X-অক্ষ ধরা হয় বস্তুটি যে দিক দিয়ে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে সেদিকে এবং ধনাত্মক Y- অক্ষ উল্লম্ব বরাবর খাড়া উপরের দিকে। সুতরাং বস্তুটির আদি অবস্থানে $x_o = 0$ এবং $y_o = 0$। বস্তুটিকে নিক্ষেপ করা হলে এর উপর কেবল অভিকর্ষজ ত্বরণ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং এ ক্ষেত্রে বস্তুটির ত্বরণ হয় Y-অক্ষ বরাবর এবং $= -g$, যেখানে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$। ধরা যাক, $t = 0$ সময়ে প্রাসটিকে O বিন্দু থেকে v_o বেগে অনুভূমিকের সাথে θ_o কোণে নিক্ষেপ করা হলো। (চিত্র : ৩.৯)। সুতরাং X ও Y-অক্ষ বরারর আদি বেগের উপাংশগুলো হলো যথাক্রমে,



চিত্র : ৩.৯

$$\left.\begin{array}{l} v_{x_o} = v_o \cos\theta_o \\ v_{y_o} = v_o \sin\theta_o \end{array}\right\} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.26)$$

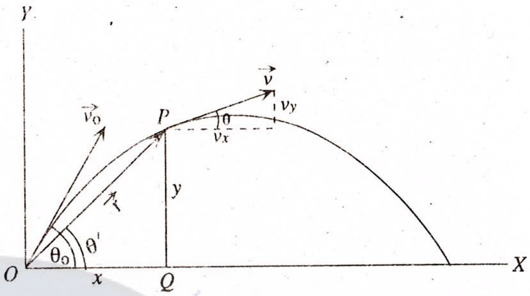
ধরা যাক, বস্তুটি t সেকেন্ডে P অবস্থানে পৌঁছাল (চিত্র : ৩.১০) যেখানে তার বেগ $\vec{v}$ এবং এটি অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। $\vec{v}$ বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

$v_x = v_{x_o} = v_o \cos\theta_o \quad \ldots \quad (3.27a)$

[যেহেতু X-অক্ষ বরাবর ত্বরণ শূন্য]

এবং $v_y = v_{y_o} - gt$

$= v_o \sin\theta_o - gt \quad \ldots \quad (3.27b)$



চিত্র : ৩.১০

সুতরাং t সময়ে বা P অবস্থানে প্রাসের বেগ $\vec{v}$ এর মান হলো $|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.28a)$

এবং বেগ $\vec{v}$ যেহেতু X-অক্ষ তথা অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে, সুতরাং

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.28b)$$

আবার, অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এর অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ

$OQ = x = v_{x_o} t = (v_o \cos\theta_o)\, t$ [যেহেতু X-অক্ষ বরাবর ত্বরণ শূন্য] (3.29a)

এবং $QP = y = v_{y_o} t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \ldots \quad (3.29b)$

সুতরাং যে কোনো মুহূর্ত t তে অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এর মান হলো,

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.30a)$$

এবং অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ যদি অনুভূমিক তথা X-অক্ষের সাথে θ' কোণ উৎপন্ন করে, তাহলে

$$\tan\theta' = \frac{y}{x} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.30b)$$

গতিপথ বা চলরেখ (Trajectory)

ধরা যাক, একটি বস্তু v_o আদিবেগে এবং অনুভূমিকের সাথে θ_o কোণে নিক্ষেপ করা হলো। আদি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে,

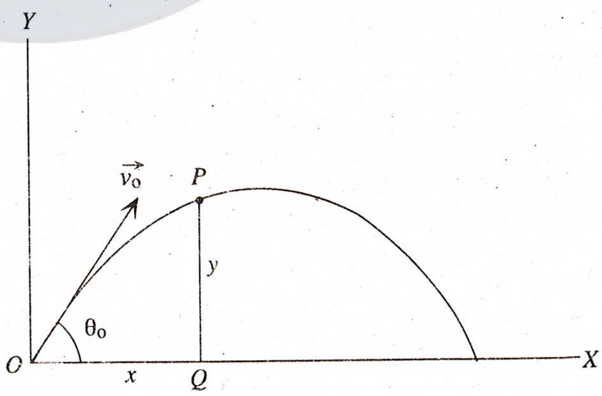
$v_{x_o} = v_o \cos\theta_o$

$v_{y_o} = v_o \sin\theta_o$

ধরা যাক, নিক্ষেপের t সময় পরে প্রাসটির অবস্থান P বিন্দুতে (চিত্র : ৩.১১)।

ধরা যাক, $OQ = x$ এবং $QP = y$

তাহলে, $OQ = t$ সময়ে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব।



চিত্র : ৩.১১

$$\therefore x = (v_o \cos\theta_o)\, t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.31)$$

আবার, $QP = t$ সময়ে অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব।

$$\therefore y = (v_o \sin \theta_o)\, t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad \dots \qquad \dots \qquad (3.32)$$

কোনো বস্তুর গতিপথ বা সঞ্চারপথ বা চলরেখ-এর সমীকরণ হচ্ছে যে কোনো মুহূর্তে তার স্থানাঙ্কগুলোর সম্পর্ক নির্দেশক সমীকরণ। (3.31) ও (3.32) সমীকরণ থেকে t এর অপেক্ষক হিসেবে স্থানাঙ্ক x ও y পাওয়া যায়। এখন এ সমীকরণ দুটি থেকে t অপসারণ করলে x ও y এর সম্পর্ক পাওয়া যাবে। (3.31) সমীকরণ থেকে আমরা t-এর জন্য রাশিমালা পাই,

$$t = \frac{x}{v_o \cos \theta_o}$$

t-এর এ মান (3.32) সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$y = (v_o \sin \theta_o) \left(\frac{x}{v_o \cos \theta_o}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_o \cos \theta_o}\right)^2$$

$$\text{বা, } y = (\tan \theta_o)\, x - \frac{g}{2\,(v_o \cos \theta_o)^2} x^2 \qquad \dots \qquad \dots \qquad (3.33)$$

এ সমীকরণ যেকোনো মুহূর্তে x ও y অর্থাৎ অবস্থান ভেক্টরের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে। এ সমীকরণই হচ্ছে প্রাসের গতি পথ বা চল রেখের সমীকরণ। এ সমীকরণে v_o, θ_o এবং g ধ্রুবক বলে $\tan \theta_o$ এবং $\dfrac{g}{2(v_o \cos \theta_o)^2}$ ধ্রুবক।

সুতরাং $\tan \theta_o = b$ এবং $\dfrac{g}{2(v_o \cos \theta_o)^2} = c$ লিখলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায় $y = bx - cx^2$

যা একটি পরাবৃত্তের (parabola) সমীকরণ। অতএব, প্রাসের গতিপথ বা চলরেখ হচ্ছে একটি পরাবৃত্ত বা প্যারাবোলা।

সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়

প্রাসের ক্ষেত্রে তথা নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যেকোনো মুহূর্তে তার বেগের উল্লম্ব উপাংশের জন্য (3.19a) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$v_y = v_{y_o} - gt$$

সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হয়, অর্থাৎ $v_y = 0$। এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে ব্যবহার করে t এর যে মান t_m পাওয়া যায়, তাই হবে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়। সুতরাং এ সমীকরণ থেকে

$$0 = v_o \sin \theta_o - g t_m \quad [\because v_{y_o} = v_o \sin \theta_o]$$

$$\text{বা, } t_m = \frac{v_o \sin \theta_o}{g} \qquad \dots \qquad \dots \qquad (3.34)$$

যেহেতু কোনো স্থানে g একটি ধ্রুব রাশি, অতএব $t_m \propto v_o \sin \theta_o$

সুতরাং দেখা যায় যে, সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় t_m বস্তুর আদি বেগের উল্লম্ব উপাংশের অর্থাৎ $v_o \sin \theta_o$ এর সমানুপাতিক।

সর্বাধিক উচ্চতা

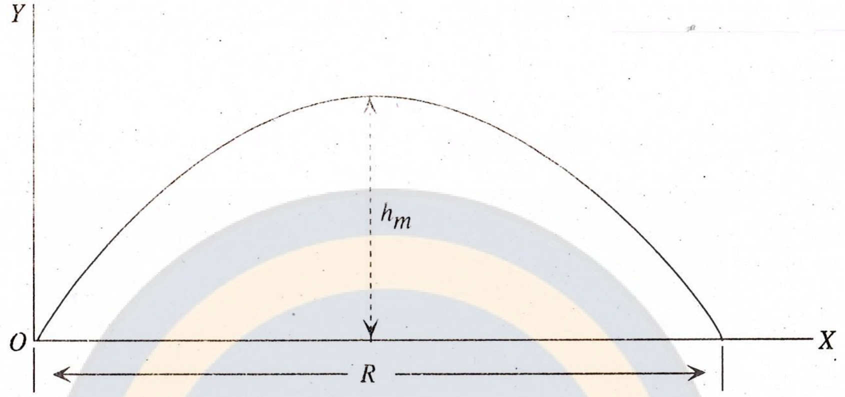
(3.22a) সমীকরণ থেকে আমরা জানি, প্রাসের ক্ষেত্রে তথা নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যেকোনো মুহূর্তে তার বেগের উল্লম্ব উপাংশ এবং সরণের উল্লম্ব উপাংশের মধ্যে সম্পর্ক হলো,

$$v_y^2 = v_{y_o}^2 - 2gy$$

সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হয়, অর্থাৎ $v_y = 0$। এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে ব্যবহার করে y এর যে মান পাওয়া যাবে তাই হবে সর্বাধিক উচ্চতা y_m বা h_m (চিত্র : ৩·১২)। সুতরাং উক্ত সমীকরণ থেকে

$0 = (v_o \sin \theta_o)^2 - 2gh_m$ $[\because v_{y_o} = v_o \sin \theta_o]$

$$\text{বা, } h_m = \frac{(v_o \sin \theta_o)^2}{2g} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.35)$$



চিত্র : ৩·১২

যেহেতু কোনো স্থানে g একটি ধ্রুব রাশি, অতএব $h_m \propto (v_o \sin \theta_o)^2$

সুতরাং দেখা যায়, একটি প্রাস সর্বাধিক যে উচ্চতায় উঠবে তা বস্তুর আদি বেগের উল্লম্ব উপাংশের অর্থাৎ $v_o \sin \theta_o$ এর বর্গের সমানুপাতিক।

উড্ডয়ন কাল বা বিচরণকাল (Time of Flight)

(3.21a) সমীকরণ থেকে আমরা জানি, প্রাস বা নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে তার অবস্থান ভেক্টরের উল্লম্ব উপাংশ এবং সময়ের মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে

$y = v_{y_o} t - \frac{1}{2} g t^2$

নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের নিক্ষেপের পর আবার ভূপৃষ্ঠে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে উড্ডয়নকাল বলে। বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে $y = 0$ হয়। এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে বসালে t এর যে মান পাওয়া যায় তাই হবে উড্ডয়ন কাল। উড্ডয়ন কাল T হলে এ সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$0 = (v_o \sin \theta_o)\, T - \frac{1}{2} g T^2 \quad [\because v_{y_o} = v_o \sin \theta_o]$$

$$\therefore T = 0 \text{ বা, } T = \frac{2v_o \sin \theta_o}{g}$$

যেহেতু $T = 0$ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যে মুহূর্তে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হচ্ছে তাই নির্দেশ করে, সুতরাং

$$T = \frac{2v_o \sin \theta_o}{g} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.36)$$

বস্তুটির উড্ডয়ন কাল নির্দেশ করে।

যেহেতু কোনো স্থানে $\frac{2}{g}$ একটি ধ্রুব রাশি, অতএব $T \propto v_o \sin \theta_o$

সুতরাং দেখা যায় যে, উড্ডয়ন কাল বস্তুর আদি বেগের উল্লম্ব উপাংশের অর্থাৎ $v_o \sin \theta_o$ এর সমানুপাতিক।

তুলনা কর : কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করার অর্থ হলো অনুভূমিক তথা ভূ-পৃষ্ঠের সাথে $90°$ কোণে নিক্ষেপ করা। (3.34) থেকে (3.36) পর্যন্ত সমীকরণে $\theta_o = 90°$ বসালে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়, সর্বাধিক উচ্চতা ও উড্ডয়ন কালের রাশিমালা পাওয়া যাবে। ইতোপূর্বে পড়ন্ত বস্তুর গতির সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত রাশিমালার সাথে এসব রাশিমালার তুলনা কর।

কী দেখা গেল ? রাশিমালাগুলো একই। অর্থাৎ প্রাসের বা প্রক্ষেপকের সমীকরণগুলো হলো সাধারণ সমীকরণ, যা যেকোনো নিক্ষেপ কোণের জন্য প্রযোজ্য।

অনুভূমিক পাল্লা (Horizontal Range)

নিক্ষিপ্ত বস্তুটি বা প্রাসটি আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে। নিক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাসের নিক্ষেপের স্থান থেকে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসার সময় যে অনুভূমিক দূরত্বে $y = 0$ বিন্দু অতিক্রম করে তাই হচ্ছে অনুভূমিক পাল্লা R।

এ শর্ত প্রাসের চলরেখের সমীকরণ $y = (\tan\theta_o)\, x - \dfrac{g}{2(v_o \cos\theta_o)^2} x^2$- এ বসালে x এর যে মান পাওয়া যাবে তাই হবে অনুভূমিক পাল্লা R। সুতরাং উক্ত সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$0 = (\tan\theta_o)R - \frac{g}{2(v_o \cos\theta_o)^2} R^2$$

$$\therefore R = 0 \text{ বা, } R = (\tan\theta_o) \times \frac{2(v_o \cos\theta_o)^2}{g}$$

কিন্তু $R = 0$ যে মুহূর্তে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হয়, সেই মুহূর্তের দূরত্ব নির্দেশ করে।

$$\therefore R = \frac{2\sin\theta_o}{\cos\theta_o} \times \frac{v_o^2 \cos^2\theta_o}{g} = \frac{2v_o^2 \sin\theta_o \cos\theta_o}{g}$$

$$\therefore R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$$

$$\text{সুতরাং } R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.37)$$

প্রক্ষেপকের বা প্রাসের পাল্লা বস্তুর আদি বেগ ও নিক্ষেপ কোণের উপর নির্ভর করে। আদিবেগ যত বেশি হবে অতিক্রান্ত দূরত্ব তথা অনুভূমিক পাল্লাও তত বেশি হবে। এজন্য আমরা দেখি এ্যাথলেট লংজাম্প দেয়ার আগে কিছু দূর দৌড়ে আসেন যাতে তার আদিবেগ বেশি হয়।

সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা (Maximum Horizontal Range)

নিক্ষিপ্ত বস্তু সর্বাধিক যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে আদি উচ্চতায় ফিরে আসে তাকে সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা বলে। (3.37) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, g ধ্রুবক হওয়ায় এবং আদি বেগের মান v_o স্থির থাকলে অনুভূমিক পাল্লা বস্তুটি যে কোণে (θ_o) নিক্ষেপ করা হয়, তার উপর নির্ভর করে। সুতরাং R সর্বাধিক হবে, যখন $\sin 2\theta_o$ এর মান সর্বাধিক হবে। আমরা জানি, $\sin 2\theta_o$ এর সর্বাধিক মান হতে পারে $+1$ সুতরাং R সর্বাধিক হবে

যখন $\sin 2\theta_o = 1$ হবে।

বা, $2\theta_o = 90°$ হবে

বা, $\theta_o = 45°$ হবে।

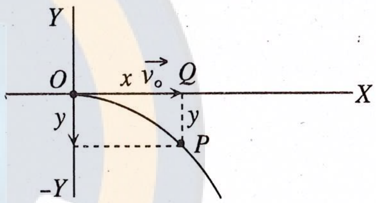
অতএব, **নির্দিষ্ট বেগে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু বা প্রাস সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে যখন বস্তুটি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষিপ্ত হয়।** সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা R_m হলে,

$$R_m = \frac{v_o^2 \sin 90°}{g}$$

$$\text{বা, } R_m = \frac{v_o^2}{g} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.38)$$

অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হয় সেটি প্রসঙ্গ কাঠামো XY এর মূলবিন্দু O (চিত্র : ৩·১৩)। প্রসঙ্গ কাঠামোর ধনাত্মক Y-অক্ষ উল্লম্ব বরাবর খাড়া উপরের দিকে এবং ধনাত্মক X-অক্ষ ধরা হয় বস্তুটি যে দিক দিয়ে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে সে দিকে। সুতরাং বস্তুটির আদি অবস্থানে $x_o = 0$ এবং $y_o = 0$। বস্তুটিকে নিক্ষেপ করা হলে এর উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ g খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং এ ক্ষেত্রে বস্তুর ত্বরণ a হয় Y-অক্ষ বরাবর এবং $a = -g$।



চিত্র : ৩·১৩

ধরা যাক, $t = 0$ সময়ে বস্তুটিকে O বিন্দু থেকে v_o বেগে অনুভূমিক বরাবর অর্থাৎ X-অক্ষের সাথে 0° কোণে নিক্ষেপ করা হলো (চিত্র : ৩.১৩)।

সুতরাং X ও Y-অক্ষ বরাবর বস্তুটির আদি বেগের উপাংশগুলো হলো যথাক্রমে,

$$\left.\begin{aligned} v_{x_o} &= v_o \cos 0° = v_o \\ v_{y_o} &= v_o \sin 0° = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.39)$$

ধরা যাক, t সময়ে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি P বিন্দুতে পৌঁছায়। সুতরাং t সময়ে P বিন্দুতে বস্তুটির অনুভূমিক সরণ $OQ = x$ এবং উল্লম্ব সরণ $QP = y$।

$$\therefore\ x = v_{x_o} t = v_o t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.40)$$

$$\text{এবং } y = v_{y_o} t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\therefore\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.41)$$

এ সমীকরণের y এর ঋণাত্মক মান নির্দেশ করে বস্তুটি তার আদি অবস্থান থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দিকে নিচে নেমে এসেছে।

কোনো বস্তুর গতিপথের সমীকরণ হচ্ছে যেকোনো মুহূর্তে তার স্থানাঙ্কগুলোর সম্পর্ক নির্দেশক সমীকরণ। (3.40) ও (3.41) সমীকরণ t এর সাথে x ও y এর সম্পর্ক নির্দেশ করে। এ সমীকরণগুলো থেকে t অপসারণ করলে x ও y এর সম্পর্ক পাওয়া যাবে। (3.40) সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত t এর মান (3.41) সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_o}\right)^2$$

$$\text{বা, } y = \left(-\frac{g}{2v_o^2}\right) x^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.42)$$

(3.42) সমীকরণ যেকোনো মুহূর্তে x ও y এর সম্পর্ক তথা অনুভূমিক ও উল্লম্ব স্থানাঙ্কের সম্পর্ক নির্দেশ করে। এ সমীকরণই হচ্ছে অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের সমীকরণ। এ সমীকরণে g এবং v_o ধ্রুবক। সুতরাং $-\frac{g}{2v_o^2} = c$ লিখলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$y = cx^2$$

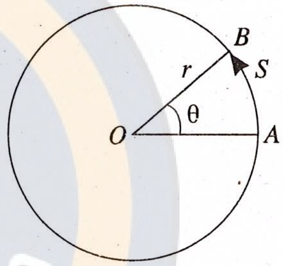
যা প্যারাবোলা বা পরাবৃত্তের সমীকরণ। অতএব অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ হচ্ছে একটি প্যারাবোলা বা পরাবৃত্ত।

৩.১১। বৃত্তীয় বা বৃত্তাকার গতি
Circular Motion

কোনো বস্তু যদি কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে গতিশীল হয়, তখন তার গতিকে বৃত্তাকার গতি বলে।

কৌণিক সরণ (Angular Displacement)

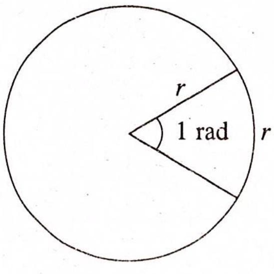
ধরা যাক, একটি বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরতে ঘুরতে কোনো এক সময়ে A অবস্থান থেকে B অবস্থানে পৌঁছালো (চিত্র : ৩·১৪)। বস্তুটির এ অবস্থানের পরিবর্তনকে আমরা দু'ভাবে বর্ণনা করতে পারি।



চিত্র : ৩·১৪

১. বস্তুটির বৃত্তের পরিধি বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব $AB = S$ দ্বারা চিহ্নিত করে। বৃত্তচাপ S-কে আমরা রৈখিক দূরত্ব বলতে পারি। যদিও বৃত্তচাপ S একটি বক্রপথ কিন্তু বৃত্তচাপ মাপার জন্য আমরা রৈখিক একক অর্থাৎ মিটার ব্যবহার করে থাকি বলে এটি রৈখিক দূরত্ব।

২. বস্তুটি বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তার সাহায্যে আমরা বস্তুটির অবস্থান বর্ণনা করতে পারি। এখানে θ কৌণিক সরণ বা কৌণিক দূরত্ব। θ পরিমাপের জন্য রেডিয়ান ব্যবহার করা হয়। একে ডিগ্রিতেও মাপা যেতে পারে। কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ করলে আমরা পাই,



চিত্র : ৩·১৫

$$\text{কোণ} = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$$

$$\therefore \theta = \frac{S}{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.43)$$

$$\text{বা, } S = \theta r \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.44)$$

যেহেতু কোণ হচ্ছে $\frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$, কাজেই কোণের মাত্রা হবে $[\theta] = \frac{L}{L} = 1$, অর্থাৎ কোণের কোনো মাত্রা নেই।

(3.43) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $S = r$ হলে (চিত্র : ৩·১৫), $\theta = 1$ একক হয়। এ একককে রেডিয়ান (rad) বলা হয়। কোণ পরিমাপের এসআই একক হচ্ছে রেডিয়ান।

রেডিয়ানের সংজ্ঞা : কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান বৃত্তচাপ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে 1 রেডিয়ান বলে।

এখন কোনো বস্তু যদি সম্পূর্ণ বৃত্তাকার পথে একবার ঘুরে আসে তাহলে কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ

$$\theta = \frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ radian}$$

সুতরাং বৃত্তাকার পথে 1 বার ঘুরে আসা আর বৃত্তের কেন্দ্রে 2π rad কোণ অতিক্রম করা একই কথা।

অতএব, 1 ঘূর্ণন =1 revolution (rev) = 2π radian (rad) = 360 degree

$$\therefore \quad 1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57.3^\circ \text{ প্রায়}$$

কৌণিক বেগ (Angular Velocity)

কৌণিক বেগের সংজ্ঞার আগে গড় কৌণিক বেগের সংজ্ঞা আলোচনা করা যাক।

গড় কৌণিক বেগের সংজ্ঞা : কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর যেকোনো সময় ব্যবধানে গড়ে প্রতি একক সময়ে যে কৌণিক সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় কৌণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক সরণ হলো $\Delta\theta$। (চিত্র : ৩·১৬) তাহলে

গড় কৌণিক বেগ, $$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \dots \quad \dots \quad (3.45)$$

কৌণিক বেগ বা তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ হলে, কৌণিক বেগ

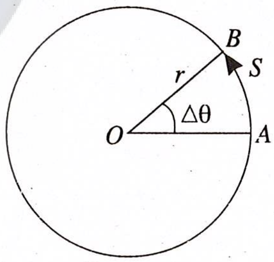
$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

কিন্তু $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ হচ্ছে t-এর সাপেক্ষে θ-এর অন্তরক অর্থাৎ $\frac{d\theta}{dt}$

বা, $$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \dots \quad \dots \quad (3.46)$$

অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক সরণের অন্তরককে কৌণিক বেগ বলে।

বস্তু একক সময়ে বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাই কৌণিক বেগের মান বা কৌণিক দ্রুতি।



চিত্র : ৩·১৬

বৃত্তাকার পথটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরে আসতে বস্তুটির যে সময় লাগে তাকে পর্যায় কাল বলে। কোনো বস্তুর পর্যায় কাল T হলে,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \dots \quad \dots \quad (3.47)$$

বস্তু প্রতি সেকেন্ডে যতগুলো পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে তাকে কম্পাঙ্ক বলে।

কম্পাঙ্ক f হলে, $f = \frac{1}{T}$

$$\therefore \omega = 2\pi f \quad \dots \quad \dots \quad (3.48)$$

আবার বস্তুটি t সময়ে N সংখ্যক ঘূর্ণন সম্পন্ন করলে $f = \frac{N}{t}$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi N}{t} \quad \dots \quad \dots \quad (3.49)$$

কৌণিক বেগের মাত্রা : কৌণিক বেগের মাত্রা হচ্ছে $\frac{\text{কোণ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা।

$\therefore\ [\omega] = \dfrac{L}{L \times T} = T^{-1}$

কৌণিক বেগের একক : কৌণিক বেগের একক হবে $\dfrac{\text{কোণ}}{\text{সময়}}$ এর একক অর্থাৎ রেডিয়ান / সেকেন্ড (rad s^{-1})

কৌণিক বেগকে অনেক সময় revolution per second বা rps অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে ঘূর্ণন সংখ্যা দ্বারাও প্রকাশ করা হয়। যেহেতু 1 rev = 2π rad

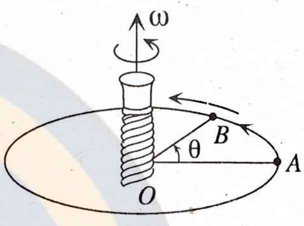
$\therefore\ 1\ \text{rps} = \dfrac{1\ \text{rev}}{\text{s}} = \dfrac{2\pi\ \text{rad}}{\text{s}} = 2\pi\ \text{rad s}^{-1}$।

কৌণিক বেগকে revolution per minute বা rpm অর্থাৎ প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা দ্বারাও প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

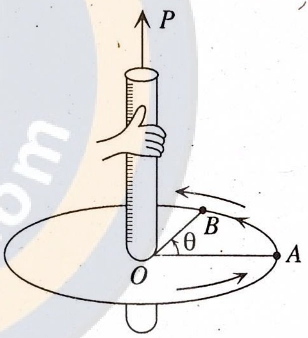
$\therefore\ 1\ \text{rpm} = \dfrac{1\ \text{rev}}{\text{min}} = \dfrac{2\pi\ \text{rad}}{60\ \text{s}} = \dfrac{\pi}{30}\ \text{rad s}^{-1}$।

কৌণিক বেগের দিক : রৈখিক বেগের ন্যায় কৌণিক বেগও একটি ভেক্টর রাশি। একটি ডানহাতি স্ক্রুর সাহায্যে কৌণিক বেগের দিক নির্দেশ করা যায়। বৃত্তের কেন্দ্রে অভিলম্বভাবে একটি ডানহাতি স্ক্রু স্থাপন করে বৃত্তাকার পথে বস্তুটি যে ক্রমে (order) ঘুরছে সে ক্রমে স্ক্রুটি ঘুরালে স্ক্রু যে দিকে অগ্রসর হবে সেটিই হবে কৌণিক বেগের দিক (চিত্র : ৩·১৭ক)।

বই-এর সমতলে বৃত্তাকার পথে চলার সময় বস্তুটি যদি ঘড়ির কাঁটার গতির বিপরীত দিকে যায় তাহলে কৌণিক বেগের দিক হবে বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের মাঝ দিয়ে আঁকা অভিলম্ব বরাবর বাইরের দিকে তথা উপরের দিকে OP বরাবর (চিত্র : ৩·১৭খ)। আর যদি বস্তুটি ঘড়ির কাঁটার গতির দিকে ঘুরে তাহলে কৌণিক বেগের দিক হবে অভিলম্ব বরাবর ভেতরের দিকে তথা নিচের দিকে।



(ক)



(খ)

চিত্র : ৩·১৭

রৈখিক দ্রুতি ও কৌণিক দ্রুতির সম্পর্ক $v = r\omega$

আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব s এবং কৌণিক দূরত্ব θ হলে

$$s = r\,\theta$$

উভয় পক্ষকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(r\,\theta) = r\frac{d\theta}{dt}$$

কিন্তু $\dfrac{ds}{dt}$ = রৈখিক দ্রুতি $= v$

এবং $\dfrac{d\theta}{dt}$ = কৌণিক দ্রুতি $= \omega$

$$\therefore\ v = r\omega \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.50)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের সম্পর্ক : $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

ধরা যাক, একটি বস্তু প্রসঙ্গ কাঠামোর Z- অক্ষের উপর অবস্থিত O' বিন্দুকে কেন্দ্র করে XY সমতলে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে (চিত্র : ৩.১৮)। যেকোনো মুহূর্তে তার রৈখিক বেগ $\vec{v}$ বৃত্তাকার পথের ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর গতির অভিমুখে। আরো ধরা যাক, বস্তুটির কৌণিক বেগ $\vec{\omega}$। ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম থেকে যার দিক পাওয়া যায় বৃত্তাকার পথের অভিলম্ব বরাবর অর্থাৎ ধনাত্মক Z -অক্ষ বরাবর। ধরা যাক, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে যেকোনো মুহূর্তে বস্তুটির অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ যা ধনাত্মক Z-অক্ষের সাথে তথা $\vec{\omega}$ এর দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে (চিত্র : ৩.১৮)। সুতরাং বস্তুটি যে বৃত্তাকার পথে ঘুরে তার ব্যাসার্ধ $r \sin \theta$। বস্তুটির পর্যায়কাল T হলে তার রৈখিক বেগের মান

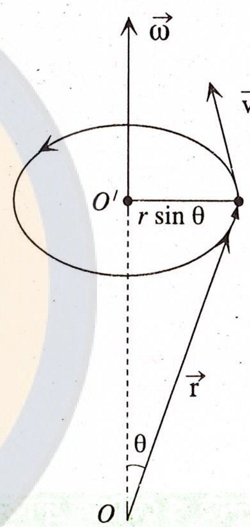
$$v = \frac{2\pi r \sin \theta}{T} = \omega r \sin \theta$$

কিন্তু ω এবং r হচ্ছে যথাক্রমে দুটি ভেক্টর কৌণিক বেগ $\vec{\omega}$ এবং অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এর মান এবং θ হচ্ছে তাদের অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতর কোণ। কাজেই দুটি ভেক্টর রাশির ভেক্টর গুণফলের মানের সংজ্ঞা থেকে আমরা পাই $\omega r \sin \theta$ হচ্ছে $\vec{\omega}$ এবং $\vec{r}$ এর কিংবা $\vec{r}$ এবং $\vec{\omega}$ এর ভেক্টর গুণফলের মান।

$$\therefore v = \omega r \sin \theta = |\vec{\omega} \times \vec{r}| = |\vec{r} \times \vec{\omega}|$$

$$\text{বা, } |\vec{v}| = |\vec{\omega} \times \vec{r}| = |\vec{r} \times \vec{\omega}|$$

সুতরাং $\vec{v}$ হয় $\vec{\omega} \times \vec{r}$ না হয় $\vec{r} \times \vec{\omega}$ এর সমান হবে। কিন্তু বর্ণনা ও চিত্র থেকে দেখা যায় যে, $\vec{\omega}$ এবং $\vec{r}$ এর সমতলে একটি ডানহাতি স্ক্রুকে লম্বভাবে স্থাপন করে $\vec{\omega}$ থেকে $\vec{r}$ এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে $\vec{v}$ এর দিকেই অগ্রসর হয়; $\vec{r}$ থেকে $\vec{\omega}$ এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে স্ক্রুটি ঘুরালে সেটি $\vec{v}$ এর দিকে অগ্রসর হয় না। সুতরাং $\vec{\omega} \times \vec{r}$ এর দিকই $\vec{v}$ এর দিক।



চিত্র : ৩.১৮

$$\therefore \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.51)$$

কৌণিক ত্বরণ (Angular Acceleration)

কৌণিক বেগের পরিবর্তন হলে কৌণিক ত্বরণ হয়। কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞার আগে গড় কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা আলোচনা করা যাক।

গড় কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা : যেকোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে কৌণিক বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে গড় কৌণিক ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন যদি $\Delta\omega$ হয়, তাহলে গড় কৌণিক ত্বরণ,

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.52)$$

কৌণিক ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন $\Delta\omega$ হলে, কৌণিক ত্বরণ

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

কিন্তু $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ হচ্ছে t এর সাপেক্ষে ω এর অন্তরক অর্থাৎ $\frac{d\omega}{dt}$

$$\therefore \alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.53)$$

অর্থাৎ **সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক বেগের অন্তরককে কৌণিক ত্বরণ বলে।**

কৌণিক ত্বরণের মাত্রা : কৌণিক ত্বরণের মাত্রা হচ্ছে $\frac{\text{কৌণিক বেগ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা।

$$\therefore [\alpha] = \frac{T^{-1}}{T} = T^{-2}$$

কৌণিক ত্বরণের একক : কৌণিক ত্বরণের একক হলো $\frac{\text{কৌণিক বেগ}}{\text{সময়}}$ এর একক অর্থাৎ $\frac{\text{রেডিয়ান}}{\text{সেকেন্ড}^2}$ বা, rad s^{-2}।

তাৎপর্য : কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-2} বলতে বোঝায় যে, প্রতি সেকেন্ডে বস্তুটির কৌণিক বেগের পরিবর্তন 3 rad s^{-1}।

রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক : $a = r\alpha$

আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো একটি কণার যেকোনো মুহূর্তে রৈখিক বেগের মান v এবং কৌণিক বেগের মান ω হলে,

$$v = r\omega$$

উভয় পক্ষকে সময়ের সাথে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(r\omega) = r\frac{d\omega}{dt}$$

কিন্তু $\frac{dv}{dt}$ = রৈখিক ত্বরণ $= a$

এবং $\frac{d\omega}{dt}$ = কৌণিক ত্বরণ $= \alpha$

$$\therefore a = r\alpha \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.54)$$

বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে গতির সমীকরণের রূপ

বৃত্তাকার গতি বা কৌণিক গতি বা ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে গতির সমীকরণগুলো নিম্নরূপের হয় :

$$\theta = \theta_o + \omega t$$

$$\theta = \theta_o + \left(\frac{\omega_o + \omega}{2}\right) t$$

$$\omega = \omega_o + \alpha t$$

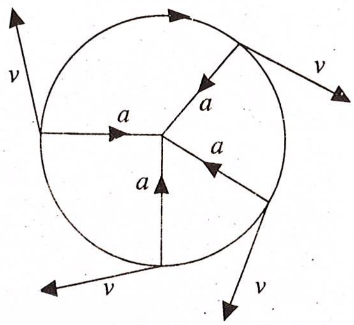
$$\theta = \theta_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega^2_o + 2\alpha(\theta - \theta_o)$$

এখানে θ_o = আদি কৌণিক সরণ, ω_o = আদি কৌণিক বেগ, ω = শেষ কৌণিক বেগ এবং α = কৌণিক ত্বরণ।

৩.১২। সুষম বৃত্তাকার গতিতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ
Centripetal Acceleration in Uniform Circular Motion

কোনো বস্তু যখন সমদ্রুতিতে সরলপথে চলে তখন তার গতিকে সুষম গতি বলে। এ সুষম গতিতে বস্তুর কোনো ত্বরণ থাকে না। কেননা বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। যেহেতু বেগ একটি ভেক্টর রাশি, তাই এর মান কিংবা দিক যেকোনো একটির অথবা উভয়টির পরিবর্তন হলেই বেগের পরিবর্তন হয় তথা ত্বরণ হয়। আবার বেগের মানই হচ্ছে দ্রুতি। সুষম গতির ক্ষেত্রে বস্তু সমদ্রুতিতে চলে বলে বেগের মানের পরিবর্তন হয় না, আর সরল পথে চলে বলে বেগের দিকের পরিবর্তন হয় না, তাই সুষম গতিতে সরল পথে চলন্ত বস্তুর কোনো ত্বরণ থাকে না।



চিত্র : ৩·১৯

যখন কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকে তখন ঐ বস্তুর গতিকে সুষম বৃত্তাকার গতি বলে। ঐ রূপ গতিতে বস্তু সমদ্রুতিতে চলে বলে বস্তুর বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না, কিন্তু বেগের দিকের পরিবর্তন হয়। কেননা বৃত্তাকার পথের কোনো বিন্দুতে বেগের দিক বৃত্তের পরিধির উপর ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর (চিত্র : ৩·১৯)। পরিধির বিভিন্ন বিন্দুতে স্পর্শকের অভিমুখ বিভিন্ন বলে বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হচ্ছে অর্থাৎ বেগেরও পরিবর্তন হচ্ছে অবিরত। সুতরাং বস্তুর ত্বরণ হচ্ছে। তাই বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে চললেও বস্তুর ত্বরণ থাকে।

এ ত্বরণ বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে বলে একে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলা হয়।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

যেহেতু এ ত্বরণ ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে এজন্য এ ত্বরণকে **ব্যাসার্ধমুখী ত্বরণ**ও বলে। আবার, এ ত্বরণ বেগের দিকের সাথে লম্ব বরাবর অর্থাৎ স্পর্শকের সাথে লম্বভাবে ব্যাসার্ধের দিকে ক্রিয়া করে বলে একে **লম্ব ত্বরণ**ও বলে।

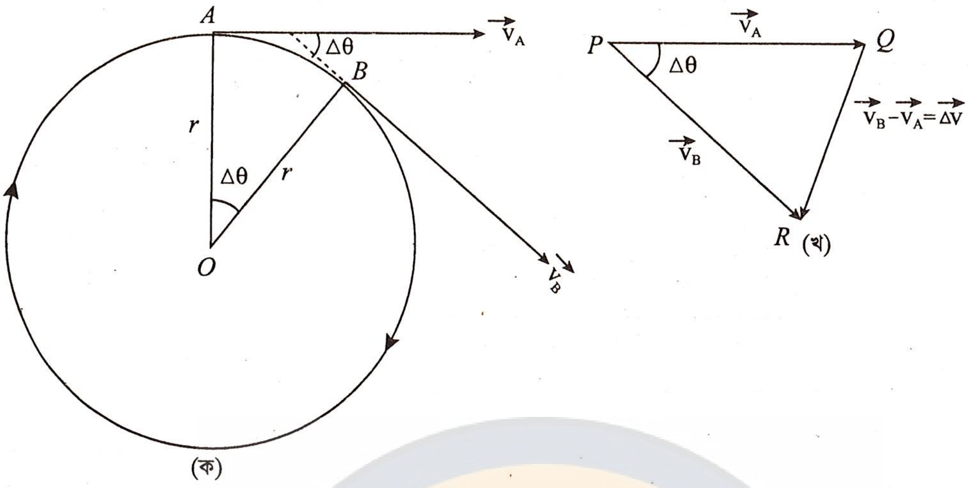
কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান

৩·২০ ক চিত্রে সুষম বৃত্তাকার গতিতে ঘড়ির কাঁটার গতির দিকে গতিশীল একটি বস্তু দেখানো হলো। A বিন্দুতে এর বেগ $\overrightarrow{v_A}$ বৃত্তটির ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। ক্ষুদ্র সময় Δt পরে বস্তুটি B বিন্দুতে এলো। এ সময় এর বেগ $\overrightarrow{v_B}$ বৃত্তের B বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। ধরা যাক, কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ খুবই ক্ষুদ্র।

৩·২০ খ চিত্র হচ্ছে একটি ভেক্টর রেখচিত্র যেখানে বেগ $\overrightarrow{v_A}$ এবং $\overrightarrow{v_B}$ দেখানো হয়েছে। $\overrightarrow{v_A}$ এবং $\overrightarrow{v_B}$ এর মধ্যবর্তী কোণও হচ্ছে $\Delta\theta$। বেগের পরিবর্তন $\Delta\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_B} - \overrightarrow{v_A}$ কে $\overrightarrow{QR}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়েছে। যেহেতু $\Delta\theta$ কোণটি খুবই ছোট, কাজেই $\Delta\overrightarrow{v}$ এর অভিমুখ $\overrightarrow{v_A}$ এবং $\overrightarrow{v_B}$ উভয়ের সাথেই প্রায় লম্ব। অর্থাৎ A বিন্দুতে AO বরাবর তথা বৃত্তের কেন্দ্র O বরাবর বস্তুটির বেগের পরিবর্তন বা ত্বরণ হয়। এ ত্বরণকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলা হয়।

৩·২০খ চিত্রে, যেহেতু $\Delta\theta$ কোণটি খুব ক্ষুদ্র, তাই $\Delta\theta = \dfrac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \dfrac{|\overrightarrow{QR}|}{|\overrightarrow{v_A}|} = \dfrac{|\Delta\overrightarrow{v}|}{v}$

বা, $|\overrightarrow{QR}| = |\Delta\overrightarrow{v}| = v(\Delta\theta)$।



চিত্র : ৩·২০

এখানে v হচ্ছে $\vec{v}_A$ এবং $\vec{v}_B$ এর মান। বস্তুটি সুষম দ্রুতিতে ঘুরছে বলে উভয় মানই সমান।

এখন কেন্দ্রমুখী ত্বরণ a হলে,

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(\Delta\theta)}{\Delta t}$$

$$= v \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= v \frac{d\theta}{dt} = v\omega$$

কিন্তু $v = r\omega$ বা, $\omega = \frac{v}{r}$

$$\therefore a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.55)$$

এ কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক বৃত্তের কেন্দ্রের অভিমুখে।

(3.55) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যেকোনো দৃঢ় বস্তুর কোনো কণার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ তার কৌণিক বেগ ও কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর নির্ভর করে। কোনো কণার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ তার কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক এবং ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। যেহেতু কোনো দৃঢ় বস্তুর সকল কণার কৌণিক বেগ সমান , সুতরাং যে কণা কেন্দ্র থেকে যত বেশি দূরত্বে থাকবে তার কেন্দ্রমুখী ত্বরণও তত বেশি হবে ।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ

(3.55) সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে আমরা পাই,

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r} = -\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$$

এখানে – চিহ্ন থেকে দেখা যায় কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক ব্যাসার্ধ ভেক্টর তথা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	3.4	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	৩.৫
২	3.8	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	৩.৫
৩	3.9	$a = \frac{d^2x}{dt^2}$	৩.৫
৪	3.12	$v = v_o + at$	৩.৮
৫	3.14	$s = \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t$	৩.৮
৬	3.16	$s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$	৩.৮
৭	3.18	$v^2 = v_o^2 + 2as$	৩.৮
৮	3.18(a)	$s_{t\,th} = v_o + \frac{2t-1}{2}a$	৩.৯
৯	3.19	$v = v_o - gt$	৩.৯
১০	3.20	$h = \left(\frac{v_o + v}{2}\right)t$	৩.৯
১১	3.21	$h = v_o t - \frac{1}{2}gt^2$	৩.৯
১২	3.22	$v^2 = v_o^2 - 2gh$	৩.৯
১৩	3.23	$h_{max} = \frac{v_o^2}{2g}$	৩.৯
১৪	3.24	$t_{max} = \frac{v_o}{g}$	৩.৯
১৫	3.25	$T = \frac{v_o}{g}$	৩.৯
১৬	3.33	$y = (\tan\theta_o)\,x - \frac{g}{2(v_o\cos\theta_o)^2}x^2$	৩.১০
১৭	3.34	$t_m = \frac{v_o\sin\theta_o}{g}$	৩.১০
১৮	3.35	$h_m = \frac{(v_o\sin\theta_o)^2}{2g}$	৩.১০
১৯	3.36	$T = \frac{2v_o\sin\theta_o}{g}$	৩.১০

২০	3.37	$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$	৩.১০
২১	3.38	$R_m = \frac{v_o^2}{g}$	৩.১০
২২	3.42	$y = \left(-\frac{g}{2v_o^2}\right)x^2$	৩.১০
২৩	3.44	$s = r\theta$	৩.১১
২৪	3.47	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	৩.১১
২৫	3.49	$\omega = \frac{2\pi N}{t}$	৩.১১
২৬	3.50	$v = \omega r$	৩.১১
২৭	3.54	$a = r\alpha$	৩.১১
২৮	3.55	$a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$	৩.১২

সার-সংক্ষেপ

প্রসঙ্গ কাঠামো : যে দৃঢ় বস্তুর সাপেক্ষে কোনো স্থানে কোনো বিন্দু বা বস্তুকে সুনির্দিষ্ট করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

জড় প্রসঙ্গ কাঠামো : পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যেসব প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায় তাদেরকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

অবস্থান ভেক্টর : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে যে ভেক্টর দিয়ে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করা যায় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

সরণ : কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ বলে।

কোনো বস্তুর আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব অর্থাৎ সরলরৈখিক দূরত্বই হচ্ছে সরণের মান এবং সরণের দিক হচ্ছে বস্তুর আদি অবস্থান থেকে শেষ অবস্থানের দিকে।

বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

সমবেগ বা সুষম বেগ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে। শব্দের বেগ, আলোর বেগ সমবেগের উদাহরণ।

অসম বেগ : বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই বেগকে অসম বেগ বলে।

ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর ত্বরণকে সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ বলে।

অসমত্বরণ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই ত্বরণকে অসমত্বরণ বলে।

গতির সমীকরণ :

$$v = v_o + at \qquad s = \left(\frac{v_o + v}{2}\right) t$$

$$s = v_o t + \frac{1}{2} at^2 \qquad v^2 = v^2{}_o + 2a\ s$$

পড়ন্ত বস্তু : কোনো বস্তু উপর থেকে নিচে পড়ুক বা কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হোক, বস্তুর উপর কেবল অভিকর্ষের ফলে ত্বরণ নিচের দিকে ক্রিয়া করলেই তাকে পড়ন্ত বস্তু বলা হয়।

প্রক্ষেপক বা প্রাস : কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রক্ষেপক বা প্রাস বলে।

প্রক্ষেপকের বা প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা : প্রক্ষেপকটি আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে।

কৌণিক বেগ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

কৌণিক ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১। স্থির অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে 2 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে ? [ঢা. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$s_1 = v_o t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

বা, $2\text{ m} = 0 + \frac{1}{2} a \times (1\text{s})^2$

$\therefore a = 4\text{ m s}^{-2}$

এখানে,
আদি বেগ, $v_o = 0$
সময়, $t_1 = 1\text{s}$
দূরত্ব, $s_1 = 2\text{ m}$
ত্বরণ, $a = ?$

ধরা যাক, প্রথম থেকে মোট $s = 3\text{ m}$ দূরত্ব অতিক্রম করতে t সময় লাগে।

$$\therefore s = v_o t + \frac{1}{2} at^2$$

বা, $3\text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times 4\text{ m s}^{-2} \times t^2$

বা, $t^2 = \frac{3}{2}\text{ s}^2$ বা, $t = \sqrt{\frac{3}{2}\text{ s}^2} = 1.23\text{ s}$

অতএব, শেষের 1m দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগে

$t_2 = t - t_1 = 1.23\text{ s} - 1\text{ s} = 0.23\text{ s}$

উ: 0.23 s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২। একটি ট্রেন $10\ m\ s^{-1}$ নিয়ে আদি বেগ $3\ m\ s^{-2}$ সমত্বরণে চলছে। ট্রেনটি যখন 60 m পথ অতিক্রম করবে তখন এর বেগ কত হবে ? [ঢা. বো. ২০০২; রা. বো. ২০০৪; য. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$v^2 = v_o^2 + 2as$

$= (10\ m\ s^{-1})^2 + 2 \times 3\ m\ s^{-2} \times 60\ m$

$= 460\ m^2 s^{-2}$

$\therefore v = 21.45\ m\ s^{-1}$

উ: $21.45\ m\ s^{-1}$

এখানে,

ত্বরণ, $a = 3\ m\ s^{-2}$

আদি বেগ, $v_o = 10\ m\ s^{-1}$

সরণ, $s = 60\ m$

শেষ বেগ, $v = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩। একটি বস্তু প্রথম দুই সেকেন্ডে 30 m ও পরবর্তী চার সেকেন্ডে 150 m গেল। ত্বরণ অপরিবর্তিত থাকলে বস্তুটি এরপর এক সেকেন্ডে কতটা পথ অতিক্রম করবে ? [ঢা. বো. ২০১১]

ধরা যাক, বস্তুটির আদিবেগ, v_o

এবং ত্বরণ, a

আমরা জানি, $s_1 = v_o t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$

এবং $s_2 = v_o t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$

সমীকরণদ্বয়ে মান বসিয়ে,

$30\ m = v_o \times 2\ s + \frac{1}{2} a (2\ s)^2$

এখানে,

প্রথম সময়, $t_1 = 2\ s$

2 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = 30\ m$

পরবর্তী 4 s সহ মোট সময়, $t_2 = 6\ s$

6 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = 180\ m$

এর পরবর্তী 1 সেকেন্ডসহ মোট সময়, $t_3 = 7\ s$

7 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_3 = ?$

শেষ 1 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = s_3 - s_2 = ?$

বা, $15\ m = v_o (1s) + a (1s)^2$ ....(1)

এবং $180\ m = v_o \times 6\ s + \frac{1}{2} a (6\ s)^2$

বা, $30\ m = v_o (1s) + 3a (1s)^2$ ....(2)

(2) সমীকরণ থেকে (1) সমীকরণ বিয়োগ করে,

$15\ m = 2a\ (1s^2) \quad \therefore a = \frac{15}{2}\ m\ s^{-2}$

(1) সমীকরণে মান বসিয়ে,

$15\ m = v_o (1s) + \frac{15}{2}\ m\ s^{-2} (1s)^2$

বা, $v_o = \dfrac{15\ m - \frac{15}{2}\ m}{1s} = \frac{15}{2}\ m\ s^{-1}$

এখন $s_3 = v_o t_3 + \frac{1}{2} a t_3^2 = \frac{15}{2}\ m\ s^{-1} \times 7\ s + \frac{1}{2} \times \frac{15}{2}\ m\ s^{-2} \times (7\ s)^2$

$= 236.25\ m$

$\therefore s = s_3 - s_2 = 236.25\ m - 180\ m = 56.25\ m$

উ: $56.25\ m$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৪। একটি ট্রেন স্থির অবস্থান হতে 10 m s^{-2} ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময় একটি গাড়ি 100 m s^{-1} সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করল। ট্রেন গাড়িটিকে কখন পিছনে ফেলবে ?

ধরি, ট্রেনটি t সময় পরে s দূরত্ব অতিক্রম করে গাড়িটিকে পেছনে ফেলবে। [রুয়েট ২০১১–২০১২; ঢা. বো. ২০০৫; কু. বো. ২০১০; রা. বো. ২০০৮]

ট্রেনের ক্ষেত্রে,

$$s = v_{o1}t + \frac{1}{2}a_1t^2$$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2} \times (10 \text{ m s}^{-2})\, t^2$

বা, $s = (5 \text{ m s}^{-2})\, t^2 \quad \ldots \quad (1)$

গাড়ির ক্ষেত্রে,

$$s = v_{o_2}\, t + \frac{1}{2}a_2\, t^2$$

বা, $s = (100 \text{ m s}^{-1})\, t + 0 \ldots \quad (2)$

(1) এবং (2) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$(5 \text{ m s}^{-2})\, t^2 = (100 \text{ m s}^{-1})\, t$ বা, $t = 20$ s

উ: 20 s

এখানে,

ট্রেনের আদিবেগ, $v_{o1} = 0$

ট্রেনের ত্বরণ, $a_1 = 10 \text{ m s}^{-2}$

গাড়ির আদিবেগ, $v_{o2} = 100 \text{ m s}^{-1}$

গাড়ির ত্বরণ, $a_2 = 0$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৫। একটি লক্ষ্যস্থলে গুলি ছোঁড়া হলো। 0.06 m ভেদ করার পর গুলিটির বেগ অর্ধেক হয়ে গেল। গুলিটি আর কতদূর ভেদ করে যাবে ? [রা. বো. ২০০৯; ব. বো. ২০০৫; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৫]

আমরা জানি,

$v_1^2 = v_o^2 + 2a\, s_1$

বা, $a = \dfrac{v_1^2 - v_o^2}{2s_1} = \dfrac{\dfrac{v_o^2}{4} - v_o^2}{2s_1}$

$= -\dfrac{3v_o^2}{8s_1}$

এখন দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

আমরা জানি,

$v^2 = v_1^2 + 2as$

$0 = \dfrac{v_o^2}{4} + 2 \times \left(-\dfrac{3v_o^2}{8s_1}\right) s$

বা, $\left(\dfrac{3v_o^2}{4s_1}\right) s = \dfrac{v_o^2}{4}$

$\therefore\ s = \dfrac{s_1}{3}$

$= \dfrac{0.06 \text{ m}}{3} = 0.02 \text{ m}$

উ: 0.02 m

ধরা যাক, **১ম ক্ষেত্রে**

গুলির আদি বেগ, $v_o = v_o$

প্রথম অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = 0.06$ m

0.06 m যাওয়ার পর শেষ বেগ, $v_1 = \dfrac{v_o}{2}$

ত্বরণ, $a = ?$

২য় ক্ষেত্রে,

আদি বেগ, $v_1 = \dfrac{v_o}{2}$

ত্বরণ, $a = -\dfrac{3\, v_o^2}{8\, s_1}$

শেষ বেগ, $v = 0$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৬। $9.8\ \text{m s}^{-1}$ বেগে একটি পাথরকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কত সময় পরে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে ? ($g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$)

এখানে,
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $h = 0$
আদি বেগ, $v_o = 9.8\ \text{m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$
সময়, $t = ?$

ধরা যাক, খাড়া উপরের দিক ধনাত্মক।
ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে একটি পাথরের অতিক্রান্ত দূরত্ব শূন্য হবে।
ধরা যাক, t সময় পরে পাথরটি ভূপৃষ্ঠে আসে।
আমরা জানি,

$$h = v_o t - \frac{1}{2} g t^2$$

বা, $0 = (9.8\ \text{m s}^{-1})\, t - \left(\frac{1}{2} \times 9.8\ \text{m s}^{-2}\right) t^2$

বা, $(9.8\ \text{m s}^{-1} - 4.9\ \text{m s}^{-2}\, t)\ t = 0$

$\because\ t \neq 0$

সুতরাং $(4.9\ \text{m s}^{-2})\, t = 9.8\ \text{m s}^{-1}$

$\therefore t = 2\ \text{s}$

উ: 2 s.

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৭। একজন লোক $48.0\ \text{m s}^{-1}$ বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করেন। বলটি কত সময় শূন্যে থাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে ওঠবে ?

এখানে,
আদিবেগ, $v_o = 48.0\ \text{m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$
উড্ডয়নকাল, $T = ?$
সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h_{max} = ?$

আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_o}{g} = \frac{2 \times 48.0\ \text{m s}^{-1}}{9.8\ \text{m s}^{-2}} = 9.8\ \text{s}$$

$$h_{max} = \frac{v_o^2}{2g} = \frac{(48.0\ \text{m s}^{-1})^2}{2 \times 9.8\ \text{m s}^{-2}} = 117.55\ \text{m}$$

উ: 9.8 s ; 117.55 m

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৮। অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$-কে অন্তরীকরণ করে কীভাবে বেগ ও ত্বরণ পাওয়া যায় ? [ঢা. বো. ২০০১; কু. বো. ২০১১]

এখানে,
অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$
বেগ, $\vec{v} = ?$
ত্বরণ, $\vec{a} = ?$

আমরা জানি,

বেগ, $$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

আবার, ত্বরণ, $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

উ: $\frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$; $\frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৯। কোনো গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i}\cos 5t + \hat{j}\sin 5t$ হলে কণাটির তাৎক্ষণিক বেগ কত ? ত্বরণ কত ? [ঢা.বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

তাৎক্ষণিক বেগ, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

বা, $\vec{v} = \frac{d}{dt}(\hat{i}\cos 5t + \hat{j}\sin 5t)$

$= -5\hat{i}\sin 5t + 5\hat{j}\cos 5t$

$= 5(\hat{j}\cos 5t - \hat{i}\sin 5t)$

এখানে,

অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r} = \hat{i}\cos 5t + \hat{j}\sin 5t$

বেগ, $\vec{v} = ?$

ত্বরণ, $\vec{a}$

আবার, ত্বরণ, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}[5(\hat{j}\cos 5t - \hat{i}\sin 5t)]$

$= -25\hat{j}\sin 5t - 25\hat{i}\cos 5t$

উ: $\vec{v} = -5(\hat{i}\sin 5t - \hat{j}\cos 5t)$;

$\vec{a} = -25(\hat{i}\cos 5t + \hat{j}\sin 5t)$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১০। একটি গতিশীল বস্তুর সরণের সমীকরণ $x = (4t^2 + 3t)$ m। 2 s পরে বস্তুটির বেগ কত ? [রা. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{(4t^2 + 3t)\}$

$= (8t + 3)$

এখানে,

$x = (4t^2 + 3t)$ m

$t = 2$ s

$v = ?$

$t = 2$ s হলে

$v = (8 \times 2 + 3) = 19$ m s^{-1}

উ: 19 m s^{-1}

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১১। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 30 m s^{-1} বেগে কিক করা হলো। 1 s পরে ফুটবলের বেগের মান কত ? [য. বো. ২০০৬; চ. বো. ২০১২; রুয়েট ২০০৩–২০০৪]

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে ফুটবলটি কিক করা হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y-অক্ষ ধনাত্মক।

শেষ বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে v_x এবং v_y হলে,

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

আদি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে v_{x_o} এবং v_{y_o} হলে,

$v_x = v_{x_o} + a_x t$

$= v_o \cos\theta_o + a_x t$

এখানে,

নিক্ষেপ কোণ, $\theta_o = 30°$

আদি বেগ, $v_o = 30$ m s^{-1}

সময়, $t = 1$ s

শেষ বেগ, $v = ?$

অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$

উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -9.8$ m s^{-2} [$\because$ নিম্নমুখী]

$= (30 \text{ m s}^{-1}) \cos 30° + 0$

$= 25.98 \text{ m s}^{-1}$

এবং $v_y = v_{y_o} + a_y t$

$= v_o \sin \theta_o + a_y t$

$= (30 \text{ m s}^{-1}) \sin 30° - 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 1 \text{ s}$

$= 15 \text{ m s}^{-1} - 9.8 \text{ m s}^{-1}$

$= 5.2 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore v = \sqrt{(25.98 \text{ m s}^{-1})^2 + (5.2 \text{ m s}^{-1})^2}$

$= 26.5 \text{ m s}^{-1}$

উ: 26.5 m s^{-1}

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১২। একটি বস্তুকে **40 m s^{-1}** বেগে অনুভূমিকের সাথে **$60°$** কোণে নিক্ষেপ করা হলো। নির্ণয় কর :

(ক) সর্বাধিক উচ্চতা। [চ. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০১]

(খ) সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়।

(গ) অনুভূমিক পাল্লা। [চ. বো. ২০০৬; য. বো. ২০০২; সি. বো. ২০০১]

(ঘ) ভূমিতে আঘাত করার সময়।

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y-অক্ষ ধনাত্মক।

এখানে,

$x_o = y_o = 0$

আদিবেগ, $v_o = 40 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপ কোণ, $\theta_o = 60°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

(ক) সর্বাধিক উচ্চতা, $h_m = ?$

(খ) সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়, $t_m = ?$

(গ) অনুভূমিক পাল্লা, $R = ?$

(ঘ) ভূমিতে আঘাত করার সময় তথা উড্ডয়ন কাল, $T = ?$

আমরা জানি,

(ক) $h_m = \dfrac{(v_o \sin \theta_o)^2}{2g}$

$= \dfrac{(40 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60°)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$

$= 61.22 \text{ m}$

(খ) $t_m = \dfrac{v_o \sin \theta_o}{g}$

$= \dfrac{40 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$

$= 3.53 \text{ s}$

(গ) $R = \dfrac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$

$= \dfrac{(40 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 120°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$

$= 141.39 \text{ m}$

(ঘ) $T = \dfrac{2v_o \sin \theta_o}{g} = \dfrac{2 \times 40 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60°}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 7.07 \text{ s}$

উ: (ক) 61.22 m (খ) 3.53 s (গ) 141.39 m (ঘ) 7.07 s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৩। কোনো নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ ও অনুভূমিকের সাথে কোণ কত হলে ঐ বস্তুটির অনুভূমিক পাল্লা 79.5 m এবং বিচরণ কাল 5.3 s হবে ? [ঢা. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} \quad \text{.....................(1)}$$

এবং $T = \dfrac{2v_o \sin \theta_o}{g}$ ....(2)

বা, $v_o = \dfrac{Tg}{2 \sin \theta_o}$ ....(3)

এখানে,
অনুভূমিক পাল্লা, $R = 79.5$ m
বিচরণকাল, $T = 5.3$ s
নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ, $v_o = ?$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_o = ?$

(1) নং সমীকরণে v_o এর মান বসিয়ে,

$$R = \left(\frac{Tg}{2 \sin \theta_o}\right)^2 \times \frac{2 \sin \theta_o \cos \theta_o}{g}$$

বা, $R = \dfrac{T^2 g \cos \theta_o}{2 \sin \theta_o}$

বা, $\dfrac{1}{R} = \dfrac{2 \sin \theta_o}{T^2 g \cos \theta_o} = \dfrac{2 \tan \theta_o}{T^2 g}$

বা, $\tan \theta_o = \dfrac{T^2 g}{2R}$

$$= \frac{(5.3\ \text{s})^2 \times 9.8\ \text{m s}^{-2}}{2 \times 79.5\ \text{m}}$$

বা, $\tan \theta_o = 1.73$

$\therefore\ \theta_o = 60°$ (প্রায়)

আবার, $v_o = \dfrac{Tg}{2 \sin \theta_o} = \dfrac{5.3\ \text{s} \times 9.8\ \text{m s}^{-2}}{2 \sin 60°} = 30\ \text{m s}^{-1}$ (প্রায়)

উ: $30\ \text{m s}^{-1}$; $60°$ ।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৪। 30 m উচ্চতার কোনো স্তম্ভ হতে একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তুকে 20 m s^{-1} দ্রুতিতে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটির বিচরণ কাল নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$h = (v_o \sin \theta_o)\, t - \frac{1}{2} g t^2$

বা, $-30\ \text{m} = (20\ \text{m s}^{-1} \times \sin 30°)t - \frac{1}{2} \times 9.8\ \text{m s}^{-2} \times t^2$

বা, $-30\ \text{m} = (20\ \text{m s}^{-1} \times 0.5)t - 4.9\ \text{m s}^{-2}\, t^2$

বা, $-30\ \text{m} = 10\ \text{m s}^{-1}\, t - 4.9\ \text{m s}^{-2}\, t^2$

এখানে,
আদি বেগ, $v_o = 20\ \text{m s}^{-1}$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_o = 30°$
উচ্চতা, $h = -30$ m [$\because$ নিম্নমুখী]
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$
বিচরণ কাল, $t = ?$

বা, $4.9\ \text{m s}^{-1}\, t^2 - 10\ \text{m s}^{-1}\, t - 30\ \text{m} = 0$

$$\therefore\ t = \frac{-(-10\ \text{m s}^{-1}) \pm \sqrt{(-10\ \text{m s}^{-1})^2 - 4 \times 4.9\ \text{m s}^{-2} \times (-30\ \text{m})}}{2 \times 4.9\ \text{m s}^{-2}}$$

$$= \frac{10 \text{ m s}^{-1} \pm \sqrt{100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} + 588 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$\therefore t = 3.7$ s বা, -1.7 s

$\because$ সময়ের ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়। $\therefore$ বিচরণ কাল, $t = 3.7$ s

উ: 3.7 s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৫। ভূমি থেকে **490 m** ওপর দিয়ে সরলরেখা বরাবর **120 m s^{-1}** বেগে গতিশীল একটি বিমান থেকে একটি বস্তু ছেড়ে দেয়া হলো। বস্তুটি ভূমি স্পর্শ করতে t সময় লাগল এবং এতে বস্তুটি অনুভূমিক বরাবর d দূরত্ব অতিক্রম করে। $g = 9.8$ **m s^{-2}** ধরে এবং বাতাসের বাধা উপেক্ষা করে t ও d এর মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০১৫]

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি ছেড়ে দেয়া হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া ওপরের দিক Y-অক্ষ ধনাত্মক।

আমরা জানি,

উল্লম্ব গতির ক্ষেত্রে,

$y = y_o + v_{y_o} t + \frac{1}{2} a_y t^2$

বা, $(y - y_o) = v_{y_o} t + \frac{1}{2} a_y t^2$

বা, $-490 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times (-9.8 \text{ m s}^{-2})\, t^2$

বা, $490 \text{ m} = (4.9 \text{ m s}^{-2})\, t^2$

$t = 10$ s

অনুভূমিক গতির ক্ষেত্রে,

$x = x_o + v_{x_o} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

$(x - x_o) = v_{x_o} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

বা, $d = (120 \text{ m s}^{-1}) \times 10 \text{ s} + 0 = 1200$ m

এখানে,

$x_o = y_o = 0$

উল্লম্ব সরণ, $y - y_o = -490$ m [$\because$ নিম্নমুখী]

উল্লম্ব আদি বেগ, $v_{yo} = 0$

উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -g = -9.8 \text{ m s}^{-2}$ [$\because$ নিম্নমুখী]

সময়, $t = ?$

অনুভূমিক আদি বেগ, $v_{x_o} = 120 \text{ m s}^{-1}$

অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$

অনুভূমিক দূরত্ব, $(x - x_o) = d = ?$

উ: $t = 10$ s এবং $d = 1200$ m

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৬। একটি কণা **1.5 m** ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে **120** বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত ?

আমরা জানি,

$v = r\omega$

আবার, $\omega = \frac{2\pi N}{t}$

$= \frac{2\pi \text{ rad} \times 120}{60 \text{ s}}$

$= 12.56 \text{ rad s}^{-1}$

$\therefore v = (1.5 \text{ m}) \times (12.56 \text{ rad s}^{-1})$

$= 18.84 \text{ m s}^{-1}$

এখানে,

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 1.5$ m

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 120$ বার

সময়, $t = 1 \text{ min} = 60$ s

রৈখিক বেগ, $v = ?$

উ: 18.84 m s^{-1}

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৭। সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ 1.5×10^{11} m এবং আবর্তনকাল 3.14×10^7 s হলে পৃথিবীর দ্রুতি কত ? [ব. বো. ২০১৫]

আমরা জানি, কৌণিক বেগ ω, রৈখিক দ্রুতি v হলে

$v = \omega r$

আবার, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\therefore v = \frac{2\pi r}{T}$

$= \frac{2 \times \pi \times 1.5 \times 10^{11} \text{ m}}{3.14 \times 10^7 \text{ s}}$

$= 3 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$

উ: $3 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$

এখানে,
কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $r = 1.5 \times 10^{11}$m
আবর্তনকাল, $T = 3.14 \times 10^7$s
দ্রুতি, $v = ?$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৮। একটি দেয়াল ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 18 cm হলে এর কৌণিক বেগ এবং এর প্রান্তের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [বুটেক্স ২০১৬–২০১৭]

আমরা জানি,

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{3600 \text{ s}}$

$= 1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$

আবার, $v = \omega r$

$= 1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1} \times 0.18 \text{ m} = 3.13 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$

উ: $1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$; $3.13 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$

এখানে,
মিনিটের কাঁটার পর্যায় কাল, $T = 1\text{h} = 3600$ s
কাঁটার দৈর্ঘ্য, $r = 18$ cm $= 0.18$ m
কৌণিক বেগ, $\omega = ?$
রৈখিক বেগ, $v = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৯। বৃত্তাকার পথে 72 km h^{-1} সমদ্রুতিতে চলমান কোনো গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 4 m s^{-2} হলে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত ? [জা. বি. ২০১৬–২০১৭

আমরা জানি,

$a = \frac{v^2}{r} \quad \therefore r = \frac{v^2}{a}$

$= \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2}{4 \text{ m s}^{-2}} = 100 \text{ m}$

উ: 400 m

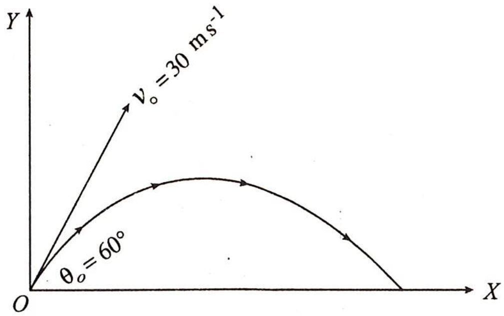
এখানে,
দ্রুতি, $v = 72 \text{ km h}^{-1}$

$= 72 \times 10^3 \text{ m} \times (3600 \text{ s})^{-1}$

$= 20 \text{ m s}^{-1}$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = 4 \text{ m s}^{-2}$
ব্যাসার্ধ, $r = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২০।



(ক) প্রাসটির পাল্লা নির্ণয় কর।

(খ) প্রাসটির নিক্ষেপণ বিন্দু থেকে X-অক্ষ বরাবর **20 m** দূরে **25 m** উঁচু দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। [য. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, প্রাসের পাল্লা,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$$

$$= \frac{(30 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 120°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 79.53 \text{ m}$$

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_o = 30 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 60°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
প্রাসের পাল্লা, $R = ?$

(খ) 20 m দূরে প্রাসটির উল্লম্ব দূরত্ব যদি দেয়ালের উচ্চতা 25 m-এর বেশি হয় তাহলে দেয়ালটি অতিক্রম করতে পারবে, কম হলে পারবে না।

আমরা জানি, প্রাসের উল্লম্ব দূরত্ব

$$y = (\tan \theta_o)\, x - \frac{gx^2}{2(v_o \cos \theta_o)^2}$$

$$y = \tan 60° \times 20 \text{ m} - \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (20 \text{ m})^2}{2(30 \text{ m s}^{-1} \times \cos 60°)^2}$$

$$= 25.93 \text{ m}$$

এখানে,
অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 20$ m
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 60°$
আদি বেগ, $v_o = 30 \text{ m s}^{-1}$
উল্লম্ব দূরত্ব, $y = ?$

∵ উল্লম্ব দূরত্ব দেয়ালের উচ্চতার চেয়ে বেশি, সুতরাং অতিক্রম করতে পারবে।

উ: (ক) 79.53 m; (খ) পারবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২১। **গোল রক্ষকের 80 m সামনে থেকে একজন ফুটবল খেলোয়াড় অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 25 m s⁻¹ বেগে বল কিক করেন। একই সময়ে গোলকিপার বলটি ধরার জন্য বলের দিকে 10 m s⁻¹ সমবেগে দৌড়ে যান। [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]**

(ক) কিক করার 0.5 s পরে বলের বেগ কত?

(খ) বলটি ভূমিতে পড়ার আগে গোলকিপার বলটি ধরতে পারবেন কীনা—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [রা. বো. ২০১৫]

(ক) ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে ফুটবলটি কিক করা হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y-অক্ষ ধনাত্মক।

শেষ বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে,
v_x ও v_y হলে,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

আদিবেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে
v_{x_o} ও v_{y_o} হলে,

$$v_x = v_{x_o} + a_x t$$

$$= v_o \cos \theta_o + a_x t = 25 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30° + 0$$

$$= 21.65 \text{ m s}^{-1}$$

এবং $v_y = v_{y_o} + a_y t$

এখানে,
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 30°$
আদিবেগ, $v_o = 25 \text{ m s}^{-1}$
সময়, $t = 0.5$ s
অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$
উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -9.8 \text{ m s}^{-2}$ [∵ নিম্নমুখী]
শেষ বেগ, $v = ?$

$= v_o \sin\theta_o + a_y t \quad = 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ - 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.5 \text{ s}$

$= 7.6 \text{ m s}^{-1}$

$\therefore v = \sqrt{(21.65 \text{ m s}^{-1})^2 + (7.6 \text{ m s}^{-1})^2} = 22.95 \text{ m s}^{-1}$

(খ) বলটি যে সময় শূন্যে থাকবে অর্থাৎ বলের উড্ডয়নকাল,

$$T = \frac{2v_o \sin\theta_o}{g} = \frac{2 \times 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 2.55 \text{ s}$$

এ সময়ে গোলরক্ষক কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = vt = 10 \text{ m s}^{-1} \times 2.55 \text{ s} = 25.5 \text{ m}$

বলটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} = \frac{(25 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 60^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 55.23 \text{ m}$$

অর্থাৎ মাটি স্পর্শ করার পূর্বে গোলকিপার যদি বলের দিকে কমপক্ষে (80 m – 55.23 m) = 24.77 m দূরত্ব অতিক্রম করতে পারেন তাহলে তিনি বলটি ধরতে পারবেন। গোলকিপার বল মাটি স্পর্শ করার পূর্বে 25.5 m দূরত্ব অতিক্রম করতে সক্ষম, কাজেই তিনি বলটি ধরতে পারবেন।

উ: (ক) 22.95 m s^{-1}; (খ) পারবেন।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২২। বাংলাদেশ-জিম্বাবুয়ের মধ্যকার মিরপুর টেস্টে সাকিব একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 m s^{-1} বেগে বোলারের উপর দিয়ে মাঠের বাইরে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে একজন ফিল্ডার দৌঁড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌঁছানোর আগেই সেটি ছক্কাতে পরিণত হয়। মাঠের ভেতর বলটি অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m, ঢাকায় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$।

(ক) উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে?

(খ) উদ্দীপকের ফিল্ডার ঊর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময় মতো বলের লাইনে পৌঁছাতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ক্যাচ নিতে সমর্থ হতেন কী? উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, সর্বাধিক উচ্চতা,

$$h_m = \frac{(v_o \sin\theta_o)^2}{2g} = \frac{(20 \text{ m s}^{-1} \times \sin 45^\circ)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$= 200 \text{ m}$

এখানে,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_o = 20 \text{ m s}^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 45^\circ$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
সর্বাধিক উচ্চতা, $h_m = ?$

(খ) ফিল্ডার ক্যাচ নিতে পারবেন কী পারবেন না তা নির্ভর করবে বাউন্ডারি লাইনের কত উপর দিয়ে বলটি মাঠের বাইরে যাবে। যদি তা 3 m এর কম হয় তাহলে ক্যাচ নেওয়া সম্ভব আর 3 m এর বেশি হলে সম্ভব হবে না।

আমরা জানি,

$$y = \tan\theta_o\, x - \frac{gx^2}{2(v_o \cos\theta_o)^2}$$

বা, $y = \tan 45^\circ \times 35 \text{ m} - \dfrac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (35 \text{ m})^2}{2(20 \text{ m s}^{-1} \times \cos 45^\circ)^2}$

$= 4.99 \text{ m}$

এখানে,
অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 35 \text{ m}$
যে উচ্চতা দিয়ে বলটি বাউন্ডারি লাইন পার হবে, $y = ?$

$\therefore$ ক্যাচ নেওয়া সম্ভব হবে না।

উ: (ক) 200 m; (খ) সম্ভব হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৩। **ভারত বনাম বাংলাদেশের ক্রিকেট ম্যাচে ব্যাটসম্যান বিরাট কোহলীর দিকে সাকিব-আল হাসান বল করলেন। 20 m s^{-1} বেগে এবং $30°$ কোণে ব্যাটসম্যান বলটিকে আঘাত করলেন। ব্যাটসম্যান হতে 60 m দূরে থাকা রুবেল 8 m s^{-1} বেগে দৌড়ে বলটি ক্যাচ ধরার জন্য অগ্রসর হলেন।**

(ক) বলটি কত সময় শূন্যে অবস্থান করবে?

(খ) রুবেলের পক্ষে ক্যাচ ধরা সম্ভব কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। [ব. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, বলটির শূন্যে থাকার সময় অর্থাৎ

উড্ডয়নকাল, $T = \dfrac{2v_o \sin \theta_o}{g}$

$= \dfrac{2 \times 30 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30°}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$

$= 2.04 \text{ s}$

এখানে,
বলটির নিক্ষেপণ বেগ, $v_o = 20 \text{ m s}^{-1}$
বলটির নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 30°$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
উড্ডয়নকাল, $T = ?$

(খ) ব্যাটসম্যন থেকে রুবেলের দূরত্ব, $s = 60 \text{ m}$

রুবেল 2.04 সেকেন্ডে ব্যাটসম্যানের দিকে দৌড়ে আসবেন,

s_1 = রুবেলের বেগ $\times$ বলটির উড্ডয়নকাল $= 8 \text{ m s}^{-1} \times 2.04 \text{ s} = 16.32 \text{ m}$.

বলটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} = \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 60°}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 35.35 \text{ m}$$

সুতরাং বলটি রুবেলের অবস্থান থেকে যে দূরত্বে মাটি স্পর্শ করবে,

$s_2 = s - R = 60 \text{ m} - 35.35 \text{ m} = 24.65 \text{ m}$

অর্থাৎ ক্যাচ ধরতে হলে রুবেলকে 24.65 m দূরত্ব 2.04 s-এ অতিক্রম করতে হবে। কিন্তু রুবেল বল মাটি স্পর্শ করার আগে 16.32 m দূরত্ব অতিক্রম করতে সক্ষম হন। কাজেই ক্যাচ ধরা সম্ভব হবে না।

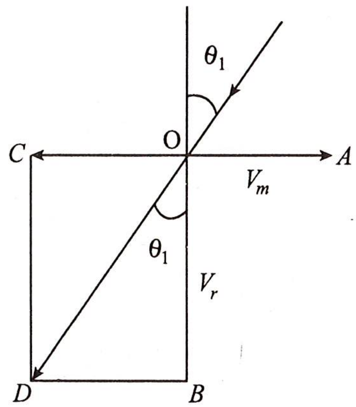
উ: (ক) 2.04 s; (খ) সম্ভব হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৪। **কোনো এক বৃষ্টির দিনে নাফিসা জানালার পাশে দাঁড়িয়ে দেখছিল বৃষ্টি উল্লম্বভাবে 6 km h^{-1} বেগে পতিত হচ্ছে। নাফিসা লক্ষ্য করল একজন লোক 4 km h^{-1} বেগে হাঁটছে এবং অপরজন 8 km h^{-1} বেগে সাইকেলে যাচ্ছে। তাদের উভয়ের ছাতা ভিন্ন ভিন্ন কোণে বাঁকাভাবে ধরা।**

(ক) উদ্দীপকে হেঁটে চলা লোকটির সাপেক্ষে পড়ন্ত বস্তুর লব্ধ বেগ কত?

(খ) হেঁটে চলন্ত লোকটির এবং সাইকেলে চলন্ত লোকটির ছাতা একই রকমভাবে বাঁকানো নয়—নাফিসার পর্যবেক্ষণটি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২০১৭]

(ক) ধরা যাক, লোকটি OA বরাবর হাঁটছেন এবং বৃষ্টি V_r বেগে খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর পড়ছে। এখানে লোকটির বেগ $V_m = OA = 4 \text{ km h}^{-1}$ এবং বৃষ্টির বেগ $V_r = OB = 6 \text{ km h}^{-1}$। এখন V_m এর সমান ও বিপরীতমুখী OC রেখা অঙ্কন করে $OCDB$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করলে কর্ণ OD লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্দেশ করবে। এখানে, $OA = OC = V_m = 4 \text{ km h}^{-1}$ এবং $OB = V_r = 6 \text{ km h}^{-1}$।



সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,

$$OD^2 = OB^2 + OC^2 + 2\,OB \times OC \times \cos 90°$$

বা, $OD = \sqrt{V_r^2 + V_m^2} = \sqrt{(4 \text{ km h}^{-1})^2 + (6 \text{ km h}^{-1})^2} = 7.2 \text{ km h}^{-1}$

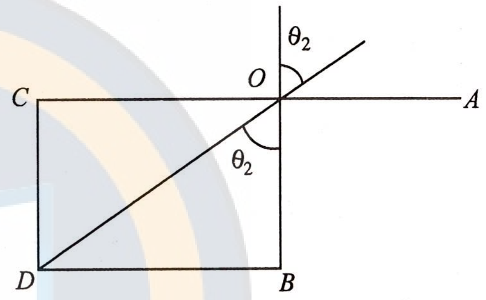
(খ) হেঁটে চলা লোকটির নিকট বৃষ্টি OD বরাবর আসছে বলে মনে হবে। ধরা যাক, বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে θ_1 কোণ উৎপন্ন করে।

$$\theta_1 = \angle BOD$$

$$\therefore \tan\theta_1 = \frac{BD}{OB} = \frac{OC}{OB} = \frac{4 \text{ km h}^{-1}}{6 \text{ km h}^{-1}}$$

$$\therefore \theta_1 = 33.69°$$

আবার ধরা যাক, সাইকেল আরোহী OA বরাবর চলছেন এবং বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর পড়ছে। এখানে সাইকেল আরোহীর বেগ $V_c = OA = 8 \text{ km h}^{-1}$ এবং বৃষ্টিবেগ $V_r = OB = 6 \text{ km h}^{-1}$।



এখন V_c এর সমান ও বিপরীতমুখী OC রেখা অঙ্কন করে $OCDB$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করলে কর্ণ OD, সাইকেল আরোহীর সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগের দিক নির্দেশ করবে।

ধরা যাক, বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে θ_2 কোণ উৎপন্ন করে।

এখানে, $OA = OC = V_c = 8 \text{ km h}^{-1}$ এবং

$OB = V_r = 6 \text{ km h}^{-1}$

$$\therefore \theta_2 = \angle BOD$$

$$\therefore \tan\theta_2 = \frac{BD}{OB} = \frac{OC}{OB} = \frac{8 \text{ km h}^{-1}}{6 \text{ km h}^{-1}}$$

$$\therefore \theta_2 = 53.13°$$

$\because \theta_2 > \theta_1$ সুতরাং বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য হেঁটে চলা লোকটির চেয়ে সাইকেলে লোকটিকে ছাতা বেশি বাঁকাতে হবে।

উ: (ক) 7.2 km h^{-1}; (খ) যেহেতু দুজনের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ ভিন্ন। সুতরাং দুজনের ছাতা একই রকমভাবে বাঁকানো নয়।

গাণিতিক উদাহরণ-৩.২৫। 142 cm এবং 22 cm ব্যাসের দুটি বৈদ্যুতিক পাখা বানানো হলো। প্রথমটি মিনিটে 150 বার ও দ্বিতীয়টি মিনিটে 180 বার ঘুরে সুইচ বন্ধ করার 2 s পর উভয় পাখা থেমে যায়।

(ক) প্রথম পাখাটির প্রান্তবিন্দুতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ হিসাব কর।

(খ) সুইচ বন্ধ করার পর থেমে যাবার আগ পর্যন্ত উভয় পাখাই কী সমান সংখ্যক বার ঘুরে থেমেছে-যাচাই কর।

[কু. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি, পাখিটির কৌণিক বেগ ω_1 হলে,

$$\omega_1 = \frac{2\pi N_1}{t_1} = \frac{2\pi \text{ rad} \times 150}{60 \text{ s}} = 5\pi \text{ rad s}^{-1}$$

এখানে,

প্রথম পাখার ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{142}{2} = 71 \text{ cm} = 0.71 \text{ m}$

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N_1 = 150$

সময়, $t_1 = 60 \text{ s}$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = ?$

আবার, কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \omega^2 r = (5\pi)^2 \times 0.71 \text{ m} = 175.\ 185 \text{ m s}^{-2}$

(খ) আবার জানি,

$$\theta = \theta_{o1} + \left(\frac{\omega_{o1} + \omega_f}{2}\right)t$$

বা, $\theta - \theta_{o1} = \left(\frac{\omega_{o1} + \omega_f}{2}\right)t$

$= \left(\frac{5\pi \text{ rad s}^{-1} + 0}{2}\right) \times 2 \text{ s}$

$= 5\pi \text{ rad} = \frac{5\pi}{2\pi} \text{rev}$

$\therefore \theta - \theta_{o1} = 2.5 \text{ rev}$

$\theta - \theta_{o2} = \left(\frac{\omega_{o2} + \omega_f}{2}\right)t$

$= \left(\frac{6\pi \text{ rad s}^{-1} + 0}{2}\right) \times 2 \text{ s}$

$= 6\pi \text{ rad}$

$= \frac{6\pi}{2\pi} \text{rev} = 3 \text{ rev}$

এখানে,
প্রথম পাখার ক্ষেত্রে
আদি কৌণিক বেগ, $\omega_{o1} = 5\pi \text{ rad s}^{-1}$
পাখার জন্য ঘূর্ণন কাল, $t = 2 \text{ s}$
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$
কৌণিক সরণ, $\theta - \theta_{o1} = ?$

দ্বিতীয় পাখার ক্ষেত্রে
আদি কৌণিক বেগ, $\omega_{o2} = 180 \text{ rev min}^{-1}$
$= \frac{180 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$
$= 6\pi \text{ rad s}^{-1}$
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$
কৌণিক সরণ, $\theta - \theta_{o2} = ?$
পাখার ঘূর্ণনকাল, $t = 2 \text{ s}$

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, থেমে যাওয়ার আগ পর্যন্ত উভয় পাখা সমান সংখ্যক বার ঘুরবে না।

উ: (ক) 175.185 m s^{-2}; (খ) পাখা দুটি সমান সংখ্যকবার ঘুরবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৬। 75 m s⁻¹ বেগে একটি বুলেট রাইফেল থেকে নির্গত হলো। রাইফেলের নলের দৈর্ঘ্য 0.6 m।

(ক) বুলেটের গড় ত্বরণ কত ?

(খ) যদি বুলেটটি একটি প্রাস হয় তবে দেখাও যে, ভিন্ন ভিন্ন কোণে একই বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব একই থাকবে। [য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$v^2 = v_o^2 + 2as$

বা, $a = \frac{v^2 - v_o^2}{2s}$

$= \frac{(750 \text{ m s}^{-1})^2 - (0 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 0.6 \text{ m}}$

$= 468750 \text{ m s}^{-2}$

এখানে,
বুলেটের আদিবেগ, $v_o = 0 \text{ m s}^{-1}$
বুলেটের শেষ বেগ, $v = 75 \text{ m s}^{-1}$
বুলেটের সরণ তথা নলের দৈর্ঘ্য, $s = 0.6 \text{ m}$
বুলেটের ত্বরণ, $a = ?$

(খ) আমরা জানি,

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$

আদি বেগ স্থির থাকলে অনুভূমিক পাল্লা θ_o এর উপর নির্ভর করে। আমরা জানি $\sin 2\theta_o$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং R সর্বাধিক হবে যখন $\sin 2\theta_o = 1$

বা, $2\theta_o = 90°$

বা, $\theta_o = 45°$

অর্থাৎ নির্দিষ্ট বেগে একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে $45°$ কোণে নিক্ষেপ করলে সেটি সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করবে। $45°$ অপেক্ষা কম বা বেশি কোণে নিক্ষিপ্ত হলে উভয় ক্ষেত্রে অনুভূমিক পাল্লা কমতে থাকবে। সুতরাং $45°$ এর চেয়ে কম ও বেশি জোড়া জোড়া কোণ থাকবে যাতে অনুভূমিক পাল্লা একই হবে।

আমরা জানি, $\sin 2\theta_o = \sin(180° - 2\theta_o) = \sin 2(90° - \theta_o)$ অর্থাৎ একই বেগে θ_o এবং $90° - \theta_o$ এর জন্য যেমন, $30°$ ও $90° - 30° = 60°$ বা $40°$ ও $90° - 40° = 50°$ ইত্যাদি কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব একই হবে।

উ: (ক) 468570 m s^{-2}

(খ) $45°$ এর কম ও বেশি জোড়া জোড়া কোণ থাকবে যাতে অনুভূমিকভাবে অতিক্রান্ত দূরত্ব একই থাকবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৭। 66 m গড় ব্যাসার্ধের একটি ক্রিকেট মাঠে ক্রিকেট দল *A* ফিল্ডিং এবং *B* ব্যাট করছে। একজন বোলার 100 km h^{-1} বেগে ব্যাটসম্যানের দিকে বল নিক্ষেপ করলে ব্যাটসম্যান অনুভূমিকের সাথে $30°$ কোণে বলটিতে আঘত করে। ফলে বোলারের নিক্ষেপ বেগের সমান বেগ লাভ করে। সংশ্লিষ্ট ব্যাটসম্যান হতে 20 m দূরে অবস্থানরত একজন ফিল্ডার ব্যাটসম্যান কর্তৃক বলে আঘাত করার সাথে সাথে বল অভিমুখে 10 m s^{-1} বেগে দৌড় শুরু করল।

(ক) উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]

(খ) উদ্দীপকের ঘটনার ব্যাটসম্যানকে 'ক্যাচ আউট' করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

(ক) আমরা জানি,

$$h_m = \frac{(v_o \sin\theta)^2}{2g} = \frac{(27.8 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30°)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 9.86 \text{ m}$$

এখানে,
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_o = 30°$
আদিবেগ, $v_o = 100 \text{ km h}^{-1} = \frac{100 \times 100}{3600} \text{ m s}^{-1} = 27.8 \text{ m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
সর্বাধিক উচ্চতা, $h_m = ?$

(খ) বলটির উড্ডয়নকালে যে দূরত্ব অতিক্রম করবে ফিল্ডার যদি সেই সময়ে বলের অবস্থানে পৌঁছতে পারে তাহলে ব্যাটসম্যানকে 'ক্যাচ আউট' করা সম্ভব।

আমরা জানি, $T = \frac{2v_o \sin\theta_o}{g} = \frac{2 \times 27.8 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30°}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 2.84 \text{ s}$

আবার আমরা জানি, $x = (v_o \cos\theta_o)\, T = 27.8 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30° \times 2.84 \text{ s} = 68.3 \text{ m}$

ফিল্ডার কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = v \times T = 10 \text{m s}^{-1} \times 2.84\text{s} = 28.4 \text{ m}$

এখানে,
নিক্ষেপ কোণ, $\theta_o = 30°$
আদিবেগ, $v_o = 27.8 \text{ m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-1}$
উড্ডয়ন কাল, $T = ?$
উড্ডয়নকালে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = ?$
ফিল্ডাররের বেগ, $v = 10 \text{ m s}^{-1}$
ব্যাটসম্যান থেকে ফিল্ডারের দূরত্ব, $s_1 = 20 \text{ m}$
ফিল্ডার কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = ?$

$\therefore$ ব্যাটসম্যান থেকে ফিল্ডারের চূড়ান্ত দূরত্ব, $s = s_1 + s_2 = 20 \text{ m} + 28.4 \text{ m} = 48.8 \text{ m}$

কিন্তু একই সময়ে ব্যাটসম্যান থেকে বলের দূরত্ব 68.3 m। অতএব ফিল্ডারের পক্ষে ব্যাটসম্যানকে ক্যাচ আউট করা সম্ভব নয়।

উ: (ক) 9.86 m ; (খ) ব্যাটসম্যানকে ক্যাচ আউট করা সম্ভব নয়।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৮। **একটি কণা সমত্বরণে চলে 5th সেকেন্ডে 7 m অতিক্রম করে এবং আরও কিছু দূর গিয়ে থেমে যায়। কণাটি শেষতম সেকেন্ডে মোট অতিক্রান্ত দূরত্বের $\frac{1}{64}$ অংশ অতিক্রম করে। কণাটির আদিবেগ, ত্বরণ ও মোট সময় নির্ণয় কর।** [কুয়েট ২০০৬–২০০৭]

এখানে,
পঞ্চম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_5 = 7$ m
মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $= s$

t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_t = \frac{1}{64}$ s

শেষ বেগ, $v = 0$

আদিবেগ, $v_o = ?$
মোট সময়, $t = ?$
ত্বরণ, $a = ?$

আমরা জানি,
t-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

$$S_t = v_0 + \left(\frac{2t-1}{2}\right)a$$

এখন, $s_5 = v_o + \left(\frac{2 \times 5 - 1}{2}\right)a$

বা, $7 = v_o + \frac{9}{2}a$ ....(1)

আবার, $v = v_o + at$

বা, $0 = v_o + at$ ....(2)

t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

t –তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_t = v_o + \left(\frac{2t-1}{2}\right)a$$

এখন প্রশ্ন মতে,

$$s_t = \frac{s}{64}$$

বা, $v_o + \left(\frac{2t-1}{2}\right)a = \frac{1}{64}\left(v_o t + \frac{1}{2}at^2\right)$

বা, $v_o + at - \frac{1}{2}a = \frac{1}{64}v_o t + \frac{1}{128}at^2$

বা, $v_o + at - \frac{1}{2}a = \frac{1}{64}t\left(v_o + \frac{1}{2}at\right)$

বা, $v_o + at - \frac{1}{2}a = \frac{t}{64}\left(v_o + at - \frac{1}{2}at\right)$

বা, $-\frac{1}{2}a = -\frac{1}{128}at^2$

বা, $64 = t^2$

$\therefore t = 8$ s

সমীকরণ (2) থেকে

$0 = v_o + at$

বা, $v_o = -8a$

(1) সমীকরণে v_o এর মান বসিয়ে,

$7 = -8a + \frac{9}{2}a$

$\therefore a = -2$ m s^{-2}

$\therefore v_o = -8$ s $\times (-2$ m s$^{-1}) = 16$ m s^{-1}

উ: 16 m s^{-1}; – 2 m s^{-1}; 8 s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৯। **60 km h^{-1} বেগে ধাবিত একটি গাড়ির ড্রাইভার হঠাৎ গাড়ির সামনে 50 m দূরত্বে দণ্ডায়মান এক ব্যক্তিকে দেখতে পায়। দুর্ঘটনা এড়ানোর জন্য দণ্ডায়মান ব্যক্তির 1m আগে গাড়ি থামাতে চাইলে ড্রাইভারকে কত মন্দনে ব্রেক প্রয়োগ করতে হবে ?** [বুয়েট ২০০৪–২০০৫]

আমরা জানি,

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

বা, $0 = (16.67\ \text{m s}^{-1})^2 + 2a \times 49\ \text{m}$

বা, $a = -\dfrac{(16.67\ \text{m s}^{-1})^2}{2 \times 49\text{m}} = -2.84\ \text{m s}^{-2}$

ঋণাত্মক ত্বরণের অর্থ হচ্ছে মন্দন অর্থাৎ গাড়ির মন্দন হবে 2.84 m s^{-2}

উ: 2.84 m s^{-2}

এখানে,
আদিবেগ, $v_o = 60\ \text{km h}^{-1}$
$= \dfrac{60 \times 10^3\ \text{m}}{3600\ \text{s}}$
$= 16.67\ \text{m s}^{-1}$
শেষ বেগ, $v = 0$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 50\ \text{m} - 1\ \text{m} = 49\ \text{m}$
মন্দন, $a = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩০। **50 kg ভরের এক ব্যক্তি 950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থান থেকে 10 s সমত্বরণে চালাল। অতঃপর 10 min সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 5 s সময়ের মধ্যে গাড়ি থামাল। যাত্রা শুরুর 2 s পর গাড়ির বেগ 4 m s^{-1} হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব কত ?** [কুয়েট ২০১৩–২০১৪; ব. বো. ২০০২]

স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরুর পর যে ত্বরণে চলে গাড়িটি 2 s এ 4 m s^{-1} বেগ অর্জন করে সেই ত্বরণে প্রথম 10 s চলে। এই ত্বরণ a হলে,

$v = v_o + at$

$4\ \text{m s}^{-1} = 0 + a \times 2\ \text{s}$

$\therefore a = 2\ \text{m s}^{-2}$

এখানে,
আদি বেগ, $v_o = 0$
সময়, $t = 2$ s
শেষ বেগ, $v = 4\ \text{m s}^{-1}$
ত্বরণ, $a = ?$

এই ত্বরণে প্রথম 10 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_1 হলে,

$s_1 = v_o t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 2\ \text{m s}^{-2} \times (10\ \text{s})^2$

$= 100$ m

এখানে,
আদি বেগ, $v_o = 0$
ত্বরণ, $a = 2\ \text{m s}^{-2}$
সময়, $t_1 = 10$ s
দূরত্ব, $s_1 = ?$

এই 10 s পরে যে বেগ হবে সেই বেগ নিয়ে পরবর্তী 10 min সমবেগে চলবে। এই বেগ v_1 হলে,

$v_1 = v_o + at_1 = 0 + 2\ \text{m s}^{-2} \times 10\ \text{s} = 20\ \text{m s}^{-1}$

10 min এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_2 হলে

$s_2 = v_1 t_2$

$= 20\ \text{m s}^{-1} \times 10 \times 60\ \text{s}$

$= 12000$ m

এখানে,
সমবেগ, $v_1 = 20\ \text{m s}^{-1}$
সময়, $t_2 = 10\ \text{min} = 10 \times 60$ s
দূরত্ব, $s_2 = ?$

শেষ 5 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_3 হলে

$$s_3 = \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)t_3 = \left(\frac{20\ \mathrm{m\ s^{-1}} + 0}{2}\right) \times 5\ \mathrm{s}$$

$= 50\ \mathrm{m}$

$\therefore$ অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব s হলে

$s = s_1 + s + s_3$

$= 100\ \mathrm{m} + 12000\ \mathrm{m} + 50\ \mathrm{m} = 12150\ \mathrm{m}$

এখানে,
আদি বেগ, $v_1 = 20\ \mathrm{m\ s^{-1}}$
শেষ বেগ, $v_2 = 0$
সময়, $t_3 = 5\ \mathrm{s}$
দূরত্ব, $s_3 = ?$

উ: 12150 m

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩১। 44.1 m গভীর একটি কূপে একটি পাথর নিক্ষিপ্ত হলো। কূপের মধ্যে শব্দের বেগ 340 m s⁻¹ হলে পাথর নিক্ষেপের মুহূর্ত থেকে এটি পানিতে পতনের শব্দ শুনতে অতিক্রান্ত সময় বের কর।

ধরা যাক, খাড়া ওপরের দিক ধনাত্মক। মনে করি, পাথরটি পানিতে পড়তে সময় লাগে t_1 এবং পাথরটি পানিতে পড়ার শব্দ কূপের কিনারা পর্যন্ত পৌঁছতে সময় লাগে t_2।

আমরা জানি, পাথর পড়ার ক্ষেত্রে,

$$h = v_o t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

বা, $-44.1\ \mathrm{m} = 0 - \frac{1}{2} \times 9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}} \times t_1^2$

$\therefore t_1 = 3\ \mathrm{s}$

এখানে,
পাথরের আদিবেগ, $v_o = 0$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$
সময়, $t_1 = ?$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $h = -44.1\ \mathrm{m}$

শব্দের ক্ষেত্রে, শব্দ সমবেগে চলে,

$h = vt_2$

$44.1\ \mathrm{m} = (340\ \mathrm{m\ s^{-1}}) \times t_2$

$\therefore t_2 = 0.13\ \mathrm{s}$

$\therefore$ মোট সময়, $t = 3\ \mathrm{s} + 0.13\ \mathrm{s}$

$= 3.13\ \mathrm{s}$

এখানে,
শব্দের বেগ, $v = 340\ \mathrm{m\ s^{-1}}$
অতিক্রান্ত দূরত্ব, $h = 44.1\ \mathrm{m}$
শব্দ আসার সময়, $t_2 = ?$

উ: 3.13 s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩২। একটি বাস স্থির অবস্থা থেকে 2 m s⁻² সমত্বরণে চলতে শুরু করল। দেখাও যে, 10 m s⁻¹ বেগে দৌড়াতে সক্ষম কোনো ব্যক্তি বাস থেকে 25 m এর বেশি পেছনে থাকলে বাসটি ধরতে পারবে না।

এখানে,
বাসের আদিবেগ, $v_o = 0$
বাসের ত্বরণ, $a = 2\ \mathrm{m\ s^{-2}}$
লোকের সমবেগ, $v = 10\ \mathrm{m\ s^{-1}}$

ধরা যাক, বাস ছাড়ার t সেকেন্ড পরে লোকটি বাসটিকে ধরেন। এই সময়ে বাস s দূরত্ব অতিক্রম করে।

তাহলে বাসের ক্ষেত্রে,

$$s = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{m\ s^2} \cdot t^2$

$\therefore s = t^2 \ldots \quad \ldots \quad \ldots (1)$

ধরা যাক, লোকটি বাসের x m পেছন থেকে দৌড় শুরু করেন। তাহলে বাস ধরার জন্য এই t সময়ে তাকে $s + x$ দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়। অতএব, লোকের ক্ষেত্রে,

$s + x = vt$

বা, $s + x = 10\,t \ldots \quad \ldots \quad \ldots (2)$

(2) সমীকরণ থেকে (1) সমীকরণ বিয়োগ করে আমরা পাই,

$x = 10\,t - t^2$

বা, $t^2 - 10\,t + x = 0$

এখন t এর মান বাস্তব হলে ঐ লোক বাসটিকে ধরতে পারবেন। t এর মান বাস্তব হতে হলে,

$(10)^2 - 4x \geq 0$ হতে হবে

বা, $-4x \geq -100$ হতে হবে

[$\because$ $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের বাস্তব মূলের শর্ত হলো $b^2 - 4ac \geq 0$]

বা, $4x \leq 100$ হতে হবে

বা, $x \leq 25$ হতে হবে

অর্থাৎ লোকটি 25 m বা তার কম দূরত্ব পেছনে থাকলে বাসটিকে ধরতে পারবেন, অন্য কথায় লোকটি 25 m-এর বেশি পেছনে থাকলে বাস ধরতে পারবেন না। সুতরাং প্রমাণিত।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৩। 400 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তু ফেলে দেয়া হলো। **একই সময় অন্য একটি বস্তুকে $\mathbf{100\ m\ s^{-1}}$** বেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। **বস্তুদ্বয় কখন ও কত উচ্চতায় মিলিত হবে ?** [সি. বো. ২০১০]

ধরা যাক, খাড়া ওপরের দিক ধনাত্মক। ধরা যাক, নিক্ষেপ করার t সময় পর মাটি থেকে x উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হবে। তাহলে ওপর থেকে যে বস্তুটি ফেলা হয়, সেটি এ সময়ে $(400 - x)$ নিচে নামবে।

এখন ঊর্ধ্বমুখী বস্তুর ক্ষেত্রে,

$h = v_o t - \frac{1}{2} g t^2$

বা, $x = (100\ \text{m s}^{-1})t - \frac{1}{2}(9.8\ \text{m s}^{-2})t^2 \ldots \quad (1)$

এখানে,
আদি বেগ, $v_o = 100\ \text{m s}^{-1}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$
উচ্চতা, $h = x$

আবার, নিম্নমুখী বস্তুর ক্ষেত্রে,

$-(400\ \text{m} - x) = 0 - \frac{1}{2} \times (9.8\ \text{m s}^{-2})t^2$

বা, $400\ \text{m} - x = (4.9\ \text{m s}^{-2})t^2 \qquad \ldots \quad (2)$

আদি বেগ, $v_o = 0$
দূরত্ব, $h = -(400\ \text{m} - x)$ [$\because$ নিম্নমুখী দূরত্ব]

(1) সমীকরণের সাথে (2) সমীকরণ যোগ করে আমরা পাই,

$400\ \text{m} = (100\ \text{m s}^{-1})t$

$\therefore\ t = 4\ \text{s}$

$\therefore\ x = (100\ \text{m s}^{-1}) \times 4\ \text{s} - \frac{1}{2} \times (9.8\ \text{m s}^{-2}) \times (4\ \text{s})^2$

$= 321.6\ \text{m}$

উ: 4 s পরে ভূমি থেকে 321.6 m ওপরে।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৪। ভূমি হতে 300 m উচ্চতা হতে একটি পড়ন্ত বস্তুকে আঘাত করার জন্য 500 m দূরে ভূমিতে অবস্থিত একটি বন্দুক থেকে গুলি ছোঁড়া হলো। যদি বন্দুক হতে গুলি বের হবার মুহূর্তে বস্তুটি স্থিরাবস্থা থেকে নিচে পতিত হওয়া শুরু করে তবে গুলিটি অনুভূমিকের সাথে কত কোণে নিক্ষেপ করতে হবে ?

[বুয়েট ২০১২–২০১৩]

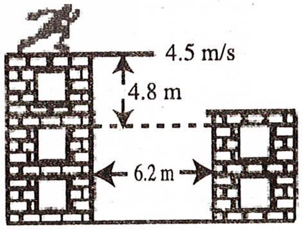
ধরা যাক, গুলিটি ছোঁড়ার t সেকেন্ড পরে বস্তুটিকে আঘাত করে। এ সময়ে বস্তুটি y_1 মিটার নিচে নেমে আসে।

গুলিটিকে অনুভূমিকের সাথে θ_o কোণে নিক্ষেপ করতে হবে যাতে করে t সেকেন্ড পরে বস্তুটি y_1 দূরত্ব নেমে এলে গুলিটি বস্তুটিকে ভূমি থেকে $(300\text{ m} - y_1)$ উচ্চতায় আঘাত করতে পারে।

এখানে,
বন্দুকের গুলির আদি বেগ $= v_o$
গুলি কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 500\text{ m}$
গুলি কর্তৃক অতিক্রান্ত
উল্লম্ব দূরত্ব, $y = (300\text{ m} - y_1)$
নিক্ষেপ কোণ, $\theta =$?

আমরা জানি,
$x = v_o \cos\theta_o t$
বা, $500\text{ m} = v_o \cos\theta_o t$............(1)
এবং $y = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2$
বা, $300\text{ m} - y_1 = v_o \sin\theta_o t - \frac{1}{2}gt^2$ ....(2)
যেহেতু বস্তু t সময়ে y_1 দূরত্ব নেমে আসে
$\therefore -y_1 = 0 - \frac{1}{2}gt^2$ [$\because$ নিম্নমুখী গতি]
বা, $y_1 = -\frac{1}{2}gt^2$
সমীকরণ, (2) থেকে $300\text{ m} - y_1 = \sin\theta_o - y_1$
বা, $v_o \sin\theta_o = 300\text{ m}$ ....(3)
সমীকরণ, (3) সমীকরণ (1) দ্বারা ভাগ করে,
$\tan\theta_o = \frac{300\text{ m}}{500\text{ m}}$
$\therefore \theta_o = \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = 30.96°$
উ : 30.96°

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৫। পাশের চিত্রে চলচ্চিত্রের একজন স্ট্যান্টম্যান একটি উঁচু ভবনের ছাদে অনুভূমিকভাবে দৌড়িয়ে পার্শ্ববর্তী একটি অপেক্ষাকৃত কম উঁচু ভবনের ছাদে লাফ দেবে। এই কাজটি করার পূর্বে সে বুদ্ধিমানের মতো তোমাকে প্রশ্ন করলো যে, এটি করা তার পক্ষে সম্ভব হবে কিনা। ছাদে তার দৌড়ের সর্বোচ্চ গতিবেগ 4.5 m/s হলে সে এটা করতে পারবে কি ? সেক্ষেত্রে তোমার উপদেশ কী হবে ? "ঝাপ দাও।" অথবা "ঝাপ দিও না"।



[বুয়েট ২০১৬–২০১৭]

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে স্ট্যান্টম্যান লাফ দেবে সেটি মূল বিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y-অক্ষ ধনাত্মক,
আমরা জানি, উল্লম্ব গতির ক্ষেত্রে
$y = y_o + v_{y_o} t + \frac{1}{2}a_y t^2$
বা, $y - y_o = v_{y_o} t + \frac{1}{2}a_y t^2$

এখানে,
$x_o = y_o = 0$
উল্লম্ব সরণ, $y - y_o = -4.8\text{ m}$ [$\because$ নিম্নমুখী সরণ]
উল্লম্ব আদি বেগ, $v_{y_o} = 0$
উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -g = -9.8\text{ m s}^{-2}$
[$\because$ নিম্নমুখী]

বা, $-4.8 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times (-9.8 \text{ m s}^{-2})t^2$

বা, $4.8 \text{ m} = (4.9 \text{ m s}^{-2})\, t^2$

$t = 0.9897 \text{ s}$

অনুভূমিক গতির ক্ষেত্রে,

$x = x_o + v_{x_o}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

বা, $x - x_o = v_{x_o}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

বা, $d = (4.5 \text{ m s}^{-1}) \times 0.9897\text{s} + 0 = 4.45 \text{ m}$

অনুভূমিক আদিবেগ, $v_{x_o} = 4.5 \text{ m s}^{-1}$

অনুভূমিক ত্বরণ, $a = 0$

দুই ছাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $s = 6.2 \text{ m}$

স্ট্যান্টম্যান কর্তৃক অতিক্রান্ত

সর্বোচ্চ অনুভূমিক দূরত্ব, $x - x_o = d = \ ?$

$\because$ স্ট্যান্টম্যান কর্তৃক অতিক্রান্ত সর্বোচ্চ দূরত্ব $d = 4.45$ m, দুই ছাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $s = 6.2$ m এর চেয়ে কম। সুতরাং তার ঝাপ দেওয়া উচিত নয়।

উ: আমার উপদেশ "ঝাঁপ দিও না।"

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৬। $s = \left\{\left(\frac{1}{4}t^4\right)\text{s}^{-4} + (5t)\text{ s}^{-1}\right\}$ m সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে। 3 s পরে এর ত্বরণ নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

বেগ, $v = \frac{ds}{dt}$

$= \frac{d}{dt}\left\{\left(\frac{1}{4}t^4\right)\text{s}^{-4} + (5t)\text{ s}^{-1}\right\}\text{ m}$

$\therefore\ v = (t^3\text{s}^{-4} + 5\text{ s}^{-1})\text{ m}$

এখানে,

সরণ, $s = \left\{\left(\frac{1}{4}t^4\right)\text{s}^{-4} + (5t)\text{s}^{-1}\right\}\text{ m}$

সময়, $t = 3$ s

ত্বরণ, $a = \ ?$

আবার, ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3\text{ s}^{-4} + 5\text{ s}^{-1})\text{ m} = (3t^2\text{ s}^{-4} + 0)\text{ m}$

এখন $t = 3$ s বসিয়ে $a = \{3\,(3\text{ s})^2\text{ s}^{-4}\}\text{ m} = 27\text{ m s}^{-2}$

উ. 27 m s^{-2}

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৭। ঘণ্টায় 40 km বেগে পূর্বদিকে চলমান কোনো গাড়ির চালক ঘণ্টায় $40\sqrt{3}$ km বেগে একটি ট্রাককে উত্তর দিকে চলতে দেখল। ট্রাকটি প্রকৃত কোন দিকে চলছে ? [রা. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$\vec{R} = \vec{v} - \vec{u}$

$\vec{u}$ ও $\vec{v}$ এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে,

$R^2 = v^2 + (-u)^2 + 2v\,(-u)\ \cos\alpha \ldots(1)$

এখানে,

গাড়ির বেগ, $\vec{u} = 40\text{ km h}^{-1}$, পূর্বদিকে

ট্রাকের আপেক্ষিক বেগ, $\vec{R} = 40\sqrt{3}\text{ km h}^{-1}$, উত্তর দিকে

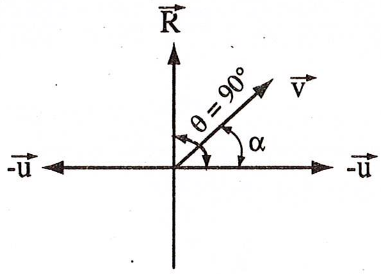
ট্রাকের প্রকৃত বেগ, $\vec{v} = \ ?$

এখানে, $\vec{R}$ ও $\vec{u}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 90°$

অতএব, $\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{-u + v\cos\alpha}$

বা, $\tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{-u + v\cos\alpha}$

বা, $\infty = \frac{v\sin\alpha}{-u + v\cos\alpha}$



$\therefore -u + v\cos\alpha = 0 \left[\because \dfrac{\text{যেকোনো সংখ্যা}}{\text{শূন্য}} = \infty\right]$

$\therefore \cos\alpha = \dfrac{u}{v}$................ (2)

(1) নং সমীকরণে $\cos\alpha$–এর মান বসিয়ে,

$$R^2 = v^2 + u^2 + 2v(-u) \times \frac{u}{v}$$
$$= v^2 + u^2 - 2u^2$$
$$= v^2 - u^2$$
$$\therefore v^2 = R^2 + u^2 = (40\sqrt{3}\ \text{km h}^{-1})^2 + (40\ \text{km h}^{-1})^2$$
$$\therefore v = 80\ \text{km h}^{-1}$$

আবার, $\cos\alpha = \dfrac{40\ \text{km h}^{-1}}{80\ \text{km h}^{-1}} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \alpha = 60^\circ$

উ: ট্রাকটি $80\ \text{km h}^{-1}$ বেগে পূর্ব দিকের সাথে 60° কোণে উত্তর দিকে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৮। একটি চাকা মিনিটে 500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 2 min পর চাকাটি বন্ধ হয়ে গেল। চাকাটির কৌণিক মন্দন কত ? থেমে যাওয়ার আগে চাকাটি কতবার ঘুরবে ? [চুয়েট ২০০৩–২০০৪]

আমরা জানি,

$\omega_f = \omega_o + \alpha t$

বা, $0 = 16.67\pi\ \text{rad s}^{-1} + \alpha \times 120\ \text{s}$

বা, $\alpha = -0.139\ \text{rad s}^{-2}$

আবার $\theta = \theta_o + \left(\dfrac{\omega_o + \omega_f}{2}\right) t$

$= \dfrac{16.6\pi\ \text{rad s}^{-1} + 0}{2} \times 120\ \text{s}$

$= 996\ \pi\ \text{rad} = \dfrac{996\ \pi\ \text{rad}}{2\pi} = 498\ \text{rev}$

এখানে,

আদি কৌণিক বেগ, $\omega_o = 500\ \text{rev min}^{-1}$

$= \dfrac{500 \times 2\pi\ \text{rad}}{60\ \text{s}}$

$= 16.67\ \pi\ \text{rad s}^{-1}$

সময়, $t = 2\ \text{min} = 120\ \text{s}$

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$

কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = ?$

কৌণিক সরণ, $\theta - \theta_o = ?$

উ: 498 rev

অনুশীলনী

ক–বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১। সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে কী বলা হয় ?

(ক) গড় বেগ ○ (খ) তাৎক্ষণিক বেগ ○

(গ) সুষম বেগ ○ (ঘ) অসম বেগ ○

২। সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে কী বলা হয় ?

(ক) গড় ত্বরণ ○ (খ) সমত্বরণ ○

(গ) অসমত্বরণ ○ (ঘ) ত্বরণ ○

৩। বেগের মাত্রা কোন্‌টি ?

(ক) M^oLT^{-1} ○ (খ) LT^2 ○

(গ) L^2T ○ (ঘ) M^2LT^{-2} ○

৪। ত্বরণের মাত্রা কোনটি ?
(ক) MLT^{-2} ○ (খ) ML^2T^2 ○
(গ) M^oLT^{-2} ○ (ঘ) ML^oT^{-2} ○

৫। নিচের কোনটি সুষম বেগের উদাহরণ ?
(ক) অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর বেগ ○
(খ) বজ্রপাতের শব্দের বেগ ○
(গ) ঢাকার রাস্তায় চলন্ত গাড়ির বেগ ○
(ঘ) কামানের গোলার বেগ ○

৬। নিচের কোনটি সমত্বরণ গতির উদাহরণ ?
(ক) নক্ষত্র থেকে আগত আলোর গতি ○
(খ) ছাদ থেকে অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি ○
(গ) বজ্রপাতের শব্দের গতি ○
(ঘ) স্রোতের নদীতে পানির গতি ○

৭। স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের কোনটি ?
(ক) ব্যস্তানুপাতিক ○ (খ) সমানুপাতিক ○
(গ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গের সমানুপাতিক ○

৮। স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের কোনটি ?
(ক) সমানুপাতিক ○ (খ) ব্যস্তানুপাতিক ○
(গ) বর্গের সমানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ○

৯। স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের—
(ক) সমানুপাতিক ○ (খ) বর্গের সমানুপাতিক ○
(গ) ব্যস্তানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ○

১০। স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণ চলমান বস্তুর বেগ অতিক্রান্ত দূরত্বের—
(ক) সমানুপাতিক ○ (খ) ব্যস্তানুপাতিক ○
(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ○

১১। $4.9\ m\ s^{-1}$ বেগে একটি বস্তুর খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কতক্ষণ শূন্যে থাকবে ?
(ক) 1 s ○ (খ) 2 s ○
(গ) 3 s ○ (ঘ) 4 s ○

১২। স্থিরাবস্থা থেকে কোনো বস্তুকণা সুষম ত্বরণে অনুভূমিক সরলরেখা বরাবর যাত্রা শুরু করল। চতুর্থ ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত হবে— [দি. বো. ২০১৭]
(ক) $\frac{3}{4}$ ○ (খ) $\frac{7}{5}$ ○
(গ) $\frac{26}{9}$ ○ (ঘ) 2 ○

১৩। 

চিত্র অনুসারে 2 m ব্যাসার্ধের একটি অর্ধাবৃত্তাকার পথে একটি বস্তুকণা গতিশীল। 2 s- এ কণাটি P থেকে Q বিন্দুতে পৌঁছায়, কণাটির গড় বেগ কত? [চ. বো. ২০১৭]

(ক) 1 m s^{-1} ○ (খ) $\pi \text{ m s}^{-1}$ ○

(গ) 2 m s^{-1} ○ (ঘ) $2\pi \text{ m s}^{-1}$ ○

১৪। 9.8 m s^{-1} বেগে একখণ্ড পাথর উপরের দিকে ছোড়া হলো; কত সময় পর এটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে?

(ক) 1 s ○ (খ) 2 s ○

(গ) 3 s ○ (ঘ) 4 s ○

১৫। 100 m দীর্ঘ একটি ট্রেন 45 km h^{-1} বেগে চলে 1 km দীর্ঘ একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? [বুটেক্স ২০১৪–২০১৫, ২০১৩–২০১৪; বুয়েট ২০০৯–২০১০]

(ক) 10 s ○ (খ) 20 s ○

(গ) 40 s ○ (ঘ) 88 s ○

১৬। এক ব্যক্তি 7 km h^{-1} বেগে তার গন্তব্যে পৌঁছান এবং 8 km h^{-1} বেগে পূর্বের স্থানে ফিরে আসেন। তার গড় বেগ কত?

(ক) 7.5 km h^{-1} ○ (খ) 7.66 km h^{-1} ○

(গ) 7.33 km h^{-1} ○ (ঘ) 7.47 km h^{-1} ○

১৭। একটি বস্তুকে 196 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 20 s পরে বস্তুটির বেগ হবে—

(ক) 10.0 m s^{-1} ○ (খ) 0.0 m s^{-1} ○

(গ) 50 m s^{-1} ○ (ঘ) 60.0 m s^{-1} ○

১৮। গতিসংক্রান্ত কোন্ সমীকরণটি সঠিক নয়?

(ক) $v = v_o + at$ ○ (খ) $v^2 = v_o + 2as$ ○

(গ) $s = \frac{v_o + v}{2} t$ ○ (ঘ) $s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$ ○

১৯। গতিশীল বস্তুর অবস্থান (x) এবং সময় (t) এর সম্পর্কে $x = 18 \text{ m} + (12 \text{ m s}^{-1})\, t - (1.2 \text{ m s}^{-2})\, t^2$ সময়ের বিপরীতে নিম্নে প্রদত্ত কোন্ অবস্থানের মান সঠিক নয়?

সময় (t)	অবস্থান (x)	সময় (t)	অবস্থান (x)
(ক) 0 s	18 m ○	(খ) 1 s	28.8 m ○
(গ) 2 s	37.2 m ○	(ঘ) 3 s	45.2 m ○

২০। একটি টাওয়ারের উপর হতে এক টুকরো পাথর খাড়া উপরের দিকে v_o আদিবেগে নিক্ষেপ করা হলো। পাথরটি $3v_o$ বেগে ভূমিতে পৌঁছলে টাওয়ারটির উচ্চতা—

(ক) $\frac{3v_o^2}{g}$ ○ (খ) $\frac{4v_o^2}{g}$ ○

(গ) $\frac{6v_o^2}{g}$ ○ (ঘ) $\frac{9v_o^2}{g}$ ○

২১। অনুভূমিকের সাথে কত কোণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাস সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে? [রা. বো. ২০১৫]

(ক) $30°$ ○ (খ) $45°$ ○
(গ) $60°$ ○ (ঘ) $90°$ ○

২২। v_o বেগে নিক্ষিপ্ত একটি প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা—

(ক) $\frac{v_o}{g}$ ○ (খ) $\frac{v_o^2}{g}$ ○
(গ) $\frac{v_o}{2g}$ ○ (ঘ) $\frac{2v_o}{g^2}$ ○

২৩। একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে $45°$ কোণে $9.8\ m\ s^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করলে কত দূরে গিয়ে পড়বে?

(ক) 19.6 m ○ (খ) 9.8 m ○
(গ) 10 m ○ (ঘ) 1 m ○

২৪। এক রেডিয়ান কোনটির প্রায় সমান?

(ক) $10°$ ○ (খ) $50.3°$ ○
(গ) $120°$ ○ (ঘ) $57.3°$ ○

২৫। একটি চাকার ব্যাস 1 m। এটি মিনিটে 30 বার ঘুরলে এর প্রান্তের রৈখিক বেগ $m\ s^{-1}$-এ কত হবে?

(ক) π ○ (খ) $\frac{\pi}{2}$ ○
(গ) $30\ \pi$ ○ (ঘ) $60\ \pi$ ○

২৬। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত?

(ক) $\pi\ rad\ s^{-1}$ ○ (খ) $\frac{\pi}{3}\ rad\ s^{-1}$ ○
(গ) $\frac{\pi}{2}\ rad\ s^{-1}$ ○ (ঘ) $\frac{\pi}{30}\ rad\ s^{-1}$ ○

২৭। একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার কম্পাঙ্ক কত? [ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) 2.78 Hz ○ (খ) 2.78×10^{-1} Hz ○
(গ) 2.78×10^{-2} Hz ○ (ঘ) 2.78×10^{-4} Hz ○

২৮। কৌণিক বেগের মাত্রা কোনটি?

(ক) $M^oL^oT^{-1}$ ○ (খ) $ML^{-1}T$ ○
(গ) $M^{-1}L^{-1}T^{-1}$ ○ (ঘ) $ML^{-2}T^{-1}$ ○

২৯। কৌণিক ত্বরণের মাত্রা কোনটি?

(ক) $M^oL^oT^{-1}$ ○ (খ) $M^{-1}L^oT^{-1}$ ○
(গ) $M^oL^oT^{-2}$ ○ (ঘ) $M^{-1}L^{-1}T^{-2}$ ○

৩০। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক কোনটি?

(ক) $a = \frac{r}{\alpha}$ ○ (খ) $a = \frac{\alpha}{r}$ ○
(গ) $a = r^2\alpha$ ○ (ঘ) $a = r\alpha$ ○

৩১। ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটায় কৌণিক বেগ কত ? [চ. বো. ২০১৬]

(ক) $\pi/30$ rad s^{-1} ○ (খ) $\pi/30$ rad min^{-1} ○

(গ) $\pi/360$ rad min^{-1} ○ (ঘ) $\pi/720$ rad min^{-1} ○

৩২। পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যে প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্রগুলো অর্জন করা যায় তাকে কী বলে?

(ক) গ্যালিলীয় প্রসঙ্গ কাঠামো ○ (খ) নিউটনীয় প্রসঙ্গ কাঠামো ○

(গ) জড় প্রসঙ্গ কাঠামো ○ (ঘ) সবকটি ঠিক ○

৩৩। পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে কী বলে ?

(ক) পরম গতি ○ (খ) আপেক্ষিক গতি ○

(গ) পরম স্থিতি ○ (ঘ) আপেক্ষিক স্থিতি ○

৩৪। দুটি গতিশীল বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির গতিকে কী বলে ?

(ক) পরম গতি ○ (খ) পরম স্থিতি ○

(গ) আপেক্ষিক গতি ○ (ঘ) আপেক্ষিক স্থিতি ○

৩৫। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ a এর রাশিমালা কোন্‌টি ?

(ক) $a = \omega r$ ○ (খ) $a = \frac{v}{r}$ ○

(গ) $a = \frac{v^2}{r}$ ○ (ঘ) $a = \omega r^2$ ○

৩৬। A ও B দুটি গাড়ি যথাক্রমে 10 km h^{-1} ও 20 km h^{-1} বেগে একই দিকে চলছে। A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ— [ব. বো. ২০১৫]

(ক) 10 km h^{-1} সামনের দিকে ○ (খ) 20 km h^{-1} সামনের দিকে ○

(গ) 20 km h^{-1} পিছনের দিকে ○ (ঘ) 30 km h^{-1} সামনের দিকে ○

৩৭। 15 cm দীর্ঘ একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার প্রান্তের রৈখিক বেগ কত ? [সি. বো. ২০১৫]

(ক) 2.18×10^{-3} cm s^{-1} ○ (খ) 0.22×10^{-4} cm s^{-1} ○

(গ) 1.31×10^{-3} m s^{-1} ○ (ঘ) 1.31×10^{-3} cm s^{-1} ○

৩৮। অনুভূমিক বরাবর নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ— [দি. বো. ২০১৫]

(ক) উপবৃত্তাকার ○ (খ) পরাবৃত্তাকার ○

(গ) বৃত্তাকার ○ (ঘ) সরল রৈখিক ○

৩৯। একটি হাতঘড়ির মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ কত ? [য. বো. ২০১৫]

(ক) $\frac{\pi}{3600}$ rad s^{-1} ○ (খ) $\frac{\pi}{1800}$ rad s^{-1} ○

(গ) $\frac{\pi}{30}$ rad s^{-1} ○ (ঘ) 2π rad s^{-1} ○

৪০। প্রাসের গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ— [চ. বো. ২০১৫]

(ক) শূন্য ○ (খ) g ○

(গ) $\frac{g}{2}$ ○ (ঘ) $-g$ ○

৪১। 1rps = ? [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) $\frac{\pi}{2}$ rad s^{-1} ○ (খ) π rad s^{-1} ○

(গ) 2π rad s^{-1} ○ (ঘ) 4π rad s^{-1} ○

৫৬। সর্বাধিক উচ্চতায় বিভবশক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত কত ?

(ক) 1 ঃ 2 (খ) 1 ঃ 1

(গ) 3 ঃ 1 (ঘ) 3 ঃ 2

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = \frac{1}{3}t^3 + 3t$ সমীকরণটি একটি বস্তুর সরণ নির্দেশ করছে।

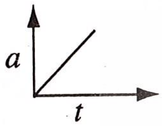
এই সমীকরণে t সেকেন্ড এবং x মিটারে প্রকাশিত।

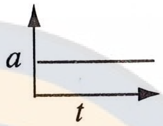
৫৭। 2 s পরে বস্তুর বেগ কত ?

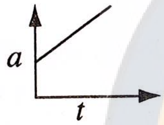
(ক) 15 m s^{-1} (খ) 10 m s^{-1}

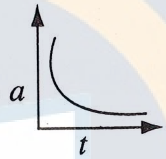
(গ) 7 m s^{-1} (ঘ) 5 m s^{-1}

৫৮। উদ্দীপক থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুসারে নিচের কোন লেখচিত্রটি ঠিক ?

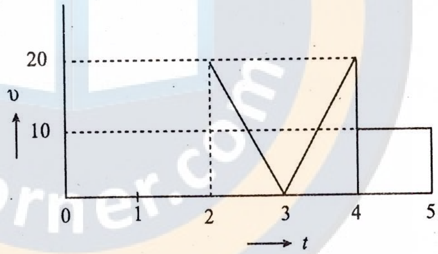
(ক) 

(খ) 

(গ) 

(ঘ) 

নিচের লেখচিত্র $v - t$ লক্ষ্য কর এবং ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [কু. বো. ২০১৫]



৫৯। যখন $t = 0$ থেকে $t = 5$ সে.-এ বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে ?

(ক) 30 m (খ) 40 m

(গ) 50 m (ঘ) 60 m

৬০। যখন $t = 0$ থেকে $t = 5$ সে.-এ বস্তুটির সরণ কত ?

(ক) 30 m (খ) 40 m

(গ) 50 m (ঘ) 60 m

৬১। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার—

(i) পর্যায়কাল 1 মিনিট (ii) কম্পাঙ্ক 1.6×10^{-3} Hz (iii) কৌণিক বেগ 0.1046 rad s^{-1} [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii

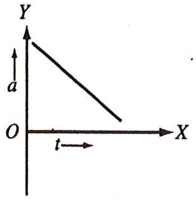
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

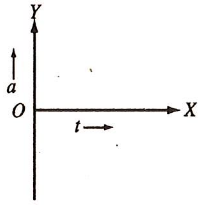
সরল পথে বিনা বাধায় চলমান একটি বস্তুর সময় ও বেগের সারণি নিম্নরূপ :

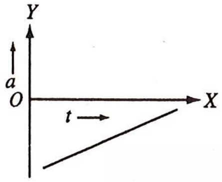
সময় (sec)	2	4	6	8	10
বেগ (m s^{-1})	12	10	8	6	4

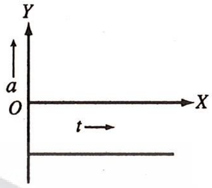
তথ্যানুসারে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬২। ত্বরণ-সময় লেখচিত্র হবে— [ঢা. বো. ২০১৬]

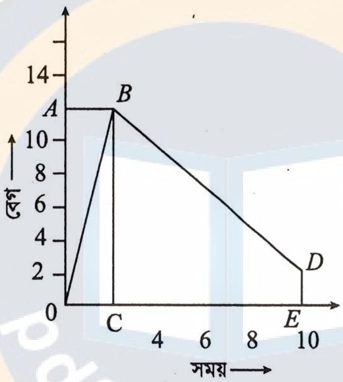
(ক) ○


(খ) ○


(গ) ○


(ঘ) ○


৬৩। [ঢা. বো. ২০১৬]



10 সেকেন্ডে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব—

(ক) *OABDE*-এর ক্ষেত্রফল ○ (খ) *CBDE*-এর ক্ষেত্রফল ○

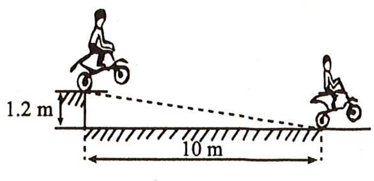
(গ) *OBDE*-এর ক্ষেত্রফল ○ (ঘ) *OABC*-এর ক্ষেত্রফল ○

৬৪। প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতার রাশিমালা— [কু. বো. ২০১৬]

(ক) $\frac{2v_o \sin\theta_0}{g}$ ○ (খ) $\frac{v_o^2 \sin^2\theta_0}{2g}$ ○

(গ) $\frac{v_o^2 \sin^2\theta_0}{g}$ ○ (ঘ) $\frac{v_o^2 \sin 2\theta_0}{2g}$ ○

৬৫। চিত্রে অনুভূমিকভাবে গতিশীল একজন মোটরসাইকেল স্ট্যান্টম্যান ভূমি হতে 1.2 m উচ্চতায় একটি বিন্দু হতে ঝাঁপ দেয় এবং 10 m দূরত্বে অবতরণ করে।



ঝাঁপ দেয়ার সময় বেগ কত ছিল? [কু. বো. ২০১৬]

(ক) 5 m s^{-1} ○ (খ) 10 m s^{-1} ○

(গ) 15 m s^{-1} ○ (ঘ) 20 m s^{-1} ○

৬৬। বিনা বাধায় খাড়াভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতায় উঠবার প্রয়োজনীয় সময়-এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [রা. বো. ২০১৬]

(ক) $\frac{u^2}{2g}$ ○ (খ) $\frac{u}{2g}$ ○

(গ) $\frac{2u}{g}$ ○ (ঘ) $\frac{u}{g}$ ○

৬৭। একটি গাড়ি প্রথম x মিনিটে y km এবং পরবর্তী y মিনিট x km যায়। গাড়িটির গড় দ্রুতি— [রা. বো. ২০১৬]

(ক) 60 m s^{-1} ○ (খ) 60 km s^{-1} ○

(গ) 60 m h^{-1} ○ (ঘ) 60 km h^{-1} ○

৬৮। প্রাসের নিক্ষেপণ বিন্দু ও পতন বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হলো— [য. বো. ২০১৬]

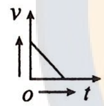
(ক) সরণ ○ (খ) দূরত্ব ○

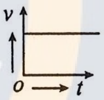
(গ) পাল্লা ○ (ঘ) অভিক্ষেপ ○

উদ্দীপকের আলোকে ৬৯ নং এবং ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

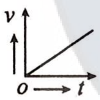
একটি গাড়ি যাত্রাপথে সমবেগে চলছে।

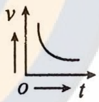
৬৯। বেগ (v) বনাম সময় (t) লেখচিত্রটি হবে— [য. বো. ২০১৬]

(ক)


○ (খ)


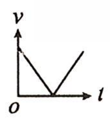
○

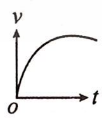
(গ)


○ (ঘ)


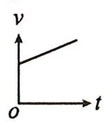
○

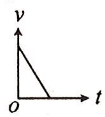
৭০। পরবর্তীতে যান্ত্রিক ত্রুটির কারণে বাকি পথ অসমবেগে (হ্রাস পেয়ে) অতিক্রম করে। এক্ষেত্রে বেগ (v) বনাম সময় (t) লেখচিত্রটি হবে— [য. বো. ২০১৬]

(ক)


○ (খ)


○

(গ)


○ (ঘ)


○

৭১। এক ব্যক্তি 5 km h^{-1} বেগে তার গন্তব্যে পৌঁছায় এবং 4 km h^{-1} বেগে পূর্বের অবস্থানে ফিরে আসে। তার আপেক্ষিক বেগ কত? [চ. বো. ২০১৬]

(ক) 0.50 m h^{-1} ○ (খ) 1.00 km h^{-1} ○

(গ) 4.50 km h^{-1} ○ (ঘ) 9.00 km h^{-1} ○

৭২। 9.8 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে একটি পাথরকে ছোঁড়া হলে কত সেকেন্ড পর এটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে ? [চ. বো. ২০১৬]

(ক) 1 s ○ (খ) 2 s ○

(গ) 4.9 s ○ (ঘ) 9.8 s ○

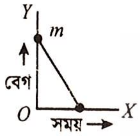
m ভরের বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে 98 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করার পর ফিরে আসলো। এখানে $g = 9.8$ m s^{-2}। নির্দেশনার আলোকে ৭৩ নং ও ৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭৩। বস্তুটি কত সময় শূন্যে বিচরণ করেছে ? [ব. বো. ২০১৬]

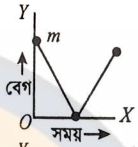
(ক) 20 sec ○ (খ) 15 sec ○

(গ) 10 sec ○ (ঘ) 5 sec ○

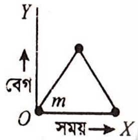
৭৪। তথ্যের ভিত্তিতে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র কোনটি ? [ব. বো. ২০১৬]

(ক)


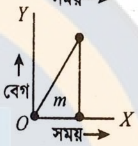
○

(খ)


○

(গ)


○

(ঘ)


○

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৭৫ নং ও ৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো বস্তুর অবস্থান $x = (12 \text{ m s}^{-1})\,t - (1.2 \text{ m s}^{-1})t^2$, যেখানে অবস্থান x সময় t-এর উপর নির্ভরশীল।

৭৫। $t = 3$ s সময়ে বস্তুটির বেগের মান কত হবে ? [সি. বো. ২০১৬]

(ক) 4.4 m s^{-1} ○ (খ) 4.8 m s^{-1} ○

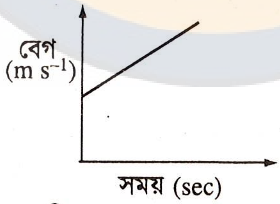
(গ) 9.6 m s^{-2} ○ (ঘ) 12 m s^{-2} ○

৭৬। বস্তুটির ত্বরণ কত হবে ? [সি. বো. ২০১৬]

(ক) –2.4 m s^{-2} ○ (খ) – 4.8 m s^{-2} ○

(গ) 9.6 m s^{-2} ○ (ঘ) 12 m s^{-2} ○

৭৭। চিত্রানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক ? [দি. বো. ২০১৬]



(ক) বস্তুটি সমবেগে চলছে ○ (খ) বস্তুটি অসমত্বরণে চলছে ○

(গ) বস্তুটি সমত্বরণে চলছে ○ (ঘ) বস্তুটি অসমতলে চলছে ○

৭৮। একটি বন্দুকের গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে 1 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূর প্রবেশ করবে ? [রুয়েট ২০১৫–২০১৬]

(ক) $\frac{1}{3}$ m ○ (খ) $\frac{2}{3}$ m ○

(গ) $\frac{1}{4}$ m ○ (ঘ) $\frac{1}{8}$ m ○

৭৯। একটি মার্বেলকে 0.6 m উঁচু টেবিলের প্রান্ত থেকে টোকা দিলে মার্বেলটি 5.0 m s^{-1} বেগ অর্জন করে। মার্বেলটি টেবিলের প্রান্ত হতে কত m দূরে মাটিতে পড়বে? [কুয়েট ২০১৪–২০১৫]

(ক) 0.6 m ○ (খ) 0.8 m ○

(গ) 1.75 m ○ (ঘ) 2.35 m ○

৮০। কোনো স্থির ত্বরণযুক্ত বস্তু ছয় সেকেন্ডে 240 m এবং ষষ্ঠ সেকেন্ডে 65 m অতিক্রম করলে 20 তম সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [শা.বি.প্র.বি. ২০০৮–২০০৯]

(ক) 120 m ○ (খ) 205 m ○

(গ) 430 m ○ (ঘ) 800 m ○

৮১। অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটির অনুভূমিক দূরত্ব হবে— [বুয়েট ২০১৩–২০১৪]

(ক) খাড়া উচ্চতা ○ (খ) খাড়া উচ্চতার দ্বিগুণ ○

(গ) খাড়া উচ্চতার তিনগুণ ○ (ঘ) খাড়া উচ্চতার চারগুণ ○

৮২। একটি বস্তুকে 196 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 20 s পরে বস্তুটির বেগ হবে— [$g = 9.8$ m s^{-2}] [কুয়েট ২০০৬–২০০৭]

(ক) 50 m s^{-1} ○ (খ) 60 m s^{-1} ○

(গ) 0 m s^{-1} ○ (ঘ) 10 m s^{-1} ○

৮৩। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চে শূন্য হবে— [রা. বো. ২০১৬]

(i) বেগের অনুভূমিক উপাংশ

(ii) বেগের উল্লম্ব উপাংশ

(iii) ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ○ (খ) ii ও iii ○

(গ) i ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৮৪। 50 kg ভরের এক ব্যক্তি 1950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে প্রথম 10 s সমত্বরণে চললো। অতঃপর 10 min সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 1s এর মধ্যে গাড়ি থামাল। যাত্রা শুরুর 4 s পর গাড়ির বেগ 8 m s^{-1} হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব নির্ণয় কর। [চুয়েট ২০১৩–২০১৪]

(ক) 12100 m ○ (খ) 12210 m ○

(গ) 12310 m ○ (ঘ) 12110 m ○

৮৫। একটি কণা 2.0 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 30 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত? [ঢা. বি. ২০১৪–২০১৫; রা. বি. ২০০৭–২০০৮; কুয়েট ২০০৯–২০১০, মা.ভা. বি.প্র.বি ২০১৫–২০১৬; কু. বি. ২০১৫–২০১৬; খু. বি. ২০১৪–২০১৫]

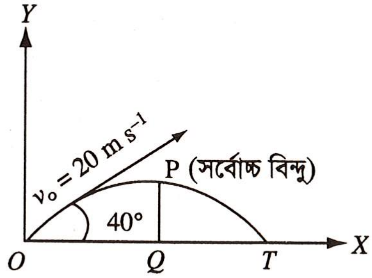
(ক) π m s^{-1} ○ (খ) 2π m s^{-1} ○

(গ) 4π m s^{-1} ○ (ঘ) $0.5\ \pi$ m s^{-1} ○

৮৬। সরণ পাওয়া যায়— [ঢা. বি. ২০১৮–২০১৯]

(ক) বেগ-সময় লেখচিত্রের ঢাল থেকে ○ (খ) ত্বরণ-সময় লেখচিত্রের ঢাল থেকে ○

(গ) বেগ-সময় লেখচিত্রের নিচের ক্ষেত্রফল থেকে ○ (ঘ) ত্বরণ-সময় লেখচিত্রের নিচের ক্ষেত্রফল থেকে ○



চিত্রে O বিন্দুতে একটি পাথর 20 m s^{-1} বেগে 40° কোণে ছোঁড়া হলো।
উদ্দীপকের আলোকে ৮৭ নং ও ৮৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

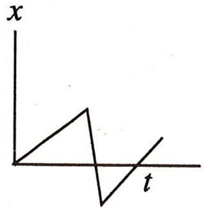
৮৭। OQ = কত ? [ঢা. বো. ২০১৬]
(ক) 12.86 m ○ (খ) 25.71 m ○
(গ) 128.56 m ○ (ঘ) 196.96 m ○

৮৮। T বিন্দুতে পৌঁছতে পাথরটির কত সময় লাগবে ? [ঢা. বো. ২০১৬]
(ক) 1.43 s ○ (খ) 2.86 s ○
(গ) 8.26 s ○ (ঘ) 261.23 s ○

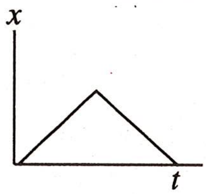
৮৯। একজন লোক 48 m s^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপর দিকে নিক্ষেপ করে। বলটি কত সময় শূন্যে থাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে ? [কুয়েট ২০১৩–২০১৪]
(ক) 9.8 s & 117.55 m ○ (খ) 8.9 s & 117.55 m ○
(গ) 9.8 s & 171.55 m ○ (ঘ) 8.9 s & 171.55 m ○

৯০। $s = v_o t + \frac{1}{2} at^2$-এর ক্ষেত্রে s বনাম t লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রটি কী হবে ? [বুটেক্স ২০১৪–২০১৫]
(ক) অধিবৃত্ত ○ (খ) পরাবৃত্ত ○
(গ) উপবৃত্ত ○ (ঘ) আয়তাকার পরাবৃত্ত ○

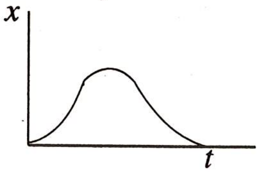
৯১। একটি গাড়ি একটি সোজা রাস্তায় স্থির অবস্থা থেকে ত্বরণের মাধ্যমে যাত্রা শুরু করলো। কিছু সময় পরে গাড়িটি মন্দনের মাধ্যমে থেমে যায়। গাড়িটি একই পথে একইভাবে যাত্রা করে পূর্ববর্তী স্থানে ফিরে আসে। নিম্নলিখিত কোন লেখচিত্রেটি গাড়িটির গতিকে প্রকাশ করে ? [ঢা. বি. ২০১৮–২০১৯]

(ক)


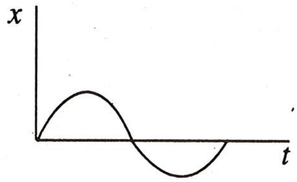
○

(খ)


○

(গ)


○

(ঘ)


○

৯২। প্রাসের ক্ষেত্রে— [য. বো. ২০১৯]

(i) প্রাসের উপর একমাত্র ক্রিয়াশীল বল অভিকর্ষ বল

(ii) প্রাসের গতির ক্ষেত্রে g-এর মান স্থির ধরা হয়

(iii) প্রাসের গতিপথ ত্রিমাত্রিক

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) ii ও iii ○

(গ) i ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৯৩। একটি ফুটবলকে অনুভূমিকের সাথে $30°$ কোণে $40\ m\ s^{-1}$ বেগে কিক করা হলে $2\ s$ পরে এর বেগ কত হবে ? [রা. বো. ২০১৯]

(ক) $30.64\ m\ s^{-1}$ ○ (খ) $32.64\ m\ s^{-1}$ ○

(গ) $34.64\ m\ s^{-1}$ ○ (ঘ) $36.64\ m\ s^{-1}$ ○

৯৪। একটি বস্তুকে $180\ m$ উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ছেড়ে দেওয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে $60\ m\ s^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। কখন বস্তুদ্বয় পরস্পর মিলিত হবে ? [রা. বো. ২০১৯]

(ক) 1s ○ (খ) 2s ○

(গ) 3s ○ (ঘ) 4s ○

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(খ)	২।(ঘ)	৩।(ক)	৪।(গ)	৫।(খ)	৬।(খ)	৭।(খ)	৮।(গ)	৯।(খ)	১০।(গ)	১১।(ক)
১২।(খ)	১৩।(গ)	১৪।(খ)	১৫।(ঘ)	১৬।(ঘ)	১৭।(খ)	১৮।(খ)	১৯।(ঘ)	২০।(খ)	২১।(খ)	২২।(খ)
২৩।(খ)	২৪।(ঘ)	২৫।(খ)	২৬।(ঘ)	২৭।(ঘ)	২৮।(ক)	২৯।(গ)	৩০।(ঘ)	৩১।(গ)	৩২।(ঘ)	৩৩।(ক)
৩৪।(গ)	৩৫।(গ)	৩৬।(ক)	৩৭।(ক)	৩৮।(খ)	৩৯।(খ)	৪০।(ক)	৪১।(গ)	৪২।(খ)	৪৩।(খ)	৪৪।(গ)
৪৫।(গ)	৪৬।(খ)	৪৭।(খ)	৪৮।(গ)	৪৯।(খ)	৫০।(ঘ)	৫১।(ক)	৫২।(খ)	৫৩।(ক)	৫৪।(গ)	৫৫।(গ)
৫৬।(গ)	৫৭।(গ)	৫৮।(ক)	৫৯।(ক)	৬০।(ক)	৬১।(গ)	৬২।(ঘ)	৬৩। (গ)	৬৪।(খ)	৬৫।(ঘ)	৬৬।(ঘ)
৬৭।(ঘ)	৬৮।(গ)	৬৯।(খ)	৭০। (ঘ)	৭১।(ঘ)	৭২।(খ)	৭৩।(ক)	৭৪। (খ)	৭৫।(খ)	৭৬।(ক)	৭৭।(গ)
৭৮।(ক)	৭৯।(গ)	৮০।(খ)	৮১। (ঘ)	৮২ (গ)	৮৩।(খ)	৮৪।(ঘ)	৮৫।(খ)	৮৬।(গ)	৮৭।(খ)	৮৮।(ঘ)
৮৯।(ক)	৯০।(খ)	৯১। (ঘ)	৯২।(ক)	৯৩।(গ)	৯৪।(গ)					

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে গতির আদি শর্তাদি অর্থাৎ অবস্থান x_0 ও আদি বেগ v_0 ছাড়াও গতির চারটি চলক আছে। এগুলো হলো অবস্থান x, বেগ v, ত্বরণ a এবং গতিকাল বা সময় t। এগুলো পরস্পর সম্পর্কিত। এ চারটি চলকের যে কোনো দুটি জানা থাকলে বাকি দুটি নির্ণয় করা যায়। এ জন্য চারটি সমীকরণ আছে, প্রত্যেকটি সমীকরণে আদি শর্তাদি ব্যতীত তিনটি চলক থাকে, যার দুটি জানা থাকলে তৃতীয়টি বের করা যায়। এ সমীকরণগুলোই গতির সমীকরণ নামে পরিচিত। একটি বস্তু স্থির অবস্থান থেকে $25\ m\ s^{-2}$ সমত্বরণে চলে $50\ m$ দূরত্ব অতিক্রম করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ত্বরণ কী ?

খ. সুষম গতি বলতে কী বুঝ ? ব্যাখ্যা কর।

গ. $v = v_0 + at$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর শেষ বেগ বের করার জন্য একটি সমীকরণ নির্ণয় করে তার শেষ বেগ বের কর।

২। একটি ঢালু তল দিয়ে মার্বেল গড়িয়ে দিলে মার্বেলটির দ্রুতি সময়ের সাথে সাথে বৃদ্ধি পেতে থাকে। এ দ্রুতি বৃদ্ধির হার সুষম। কয়েকটি মার্বেল নিয়ে পরীক্ষা করেও একই রকম ফল পাওয়া যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বেগ কী ?

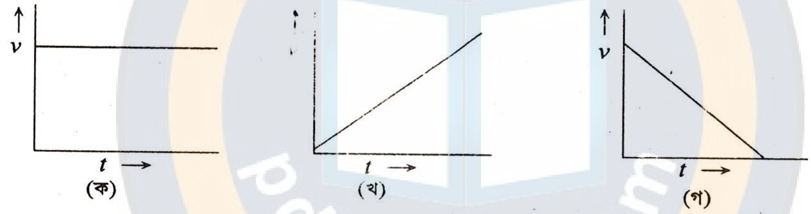
খ. সুষম ত্বরণ ব্যাখ্যা কর।

গ. নিচের সারণির উপাত্ত দিয়ে একটি লেখচিত্র আঁক।

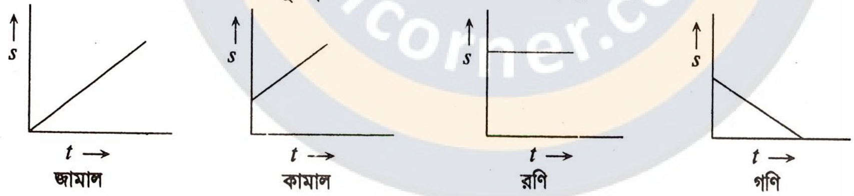
সময় t (s)	0.25	0.75	1.25	1.75
বেগ v (cm s^{-1})	9	27	45	63

এ লেখচিত্র থেকে তুমি কী ভাবে 1.50 s এর সময় ত্বরণ বের করবে ?

ঘ. নিচের লেখচিত্র তিনটি বিশ্লেষণ কর এবং যুক্তি দিয়ে বলো কোনটিতে সর্বাধিক ত্বরণ, কোনটিতে শূন্য ত্বরণ এবং কোনটিতে মন্দন অর্থাৎ ঋণাত্মক ত্বরণ ঘটেছে।



৩। জামাল, কামাল, রণি ও গণি চারজনের দূরত্ব বনাম সময় লেখচিত্র নিম্নরূপ:



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বেগ কী ?

খ. বেগ ও ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

গ. এ লেখচিত্র থেকে কীভাবে বেগ নির্ণয় করা যায় একটি উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

ঘ. লেখচিত্রের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত চারজনের গতি বিশ্লেষণ কর।

৪। পুলিশের প্রশিক্ষণের সময় 10 cm পুরু কাঠের একখানা তক্তায় গুলি ছোঁড়া হলো। গুলিটি তক্তাকে 3 cm ভেদ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ত্বরণ কী ?

খ. গড় বেগ বলতে কী বুঝ ?

গ. গুলিটি তক্তার মধ্যে আর কত দূর ভেদ করতে পারবে ?

ঘ. গুলিটি পূর্বের বেগের ন্যূনতম কতগুণ বেগে তক্তাকে আঘাত করলে এটি তক্তাকে ভেদ করে বেরিয়ে যেতে পারতো— গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর।

৫। কোনো বস্তুর অবস্থান x-কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে নিচের সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায় :

$x = 18\text{ m} + (12\text{ m s}^{-1})\,t - (12\text{ m s}^{-2})\,t^2$

$t = 0.00$ s থেকে $t = 8.0$ s পর্যন্ত 1 s অন্তর অন্তর বস্তুর অবস্থান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো।

সময় t সেকেন্ড	অবস্থান x মিটার
0	18
1	28.8
2	37.2
3	43.2
4	46.8
5	48
6	46.8
7	43.2
8	37.2

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

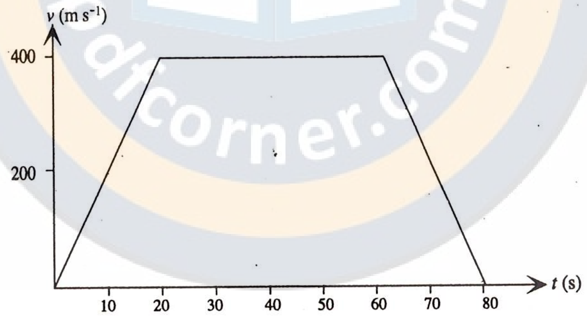
ক. অবস্থান ভেক্টর কী ?

খ. উদ্দীপকটির সমীকরণের লেখচিত্রটি কী রূপ এঁকে দেখাও।

গ. অবস্থান ও সময় সারণি এবং লেখচিত্র থেকে $t_i = 2$ s থেকে $t_f = 6$ s সময় ব্যবধানে বস্তুর সরণ নির্ণয় কর।

ঘ. অবস্থান-সময় লেখচিত্র থেকে কীভাবে বস্তুর বেগ পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

৬। নিচের চিত্রে একটি বিমানের বেগ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো :



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গড় ত্বরণ কী ?

খ. তাৎক্ষণিক বেগ বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকের বিমানটি কত ত্বরণ নিয়ে স্থির অবস্থান থেকে ধ্রুব বেগে পৌঁছেছিল ?

ঘ. উদ্দীপকের বিমানটি কত সময় ধরে শব্দের বেগের চেয়ে বেশি বেগে গতিশীল ছিল গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।
[শব্দের বেগ 340 m s^{-1}]

৭। একটি বস্তুকে 9.8 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কী ?

খ. পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকের বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় ওঠবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, 3 s এবং 17 s এর সময় বস্তুর বেগের মান একই হবে, কিন্তু দিক হবে বিপরীতমুখী।

৮। একটি বস্তু সুষম ত্বরণে চলে প্রথম 2 সেকেন্ডে 100 m এবং পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 104 m দূরত্ব অতিক্রম করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সুষম ত্বরণ কী ?

খ. উদাহরণসহ দেখাও যে, বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হতে পারে।

গ. উদ্দীপকের বস্তুর ত্বরণ কত ছিল ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি চার সেকেন্ড পর তার আদি অবস্থান থেকে পেছনে সরে যাবে।

৯। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে v_0 বেগে নিক্ষেপ করা হলো। কিছুক্ষণ পর সেটি আবার বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করে ভূমিতে ফিরে আসে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পড়ন্ত বস্তু কী ?

খ.পরম গতি ও পরম স্থিতি বলতে কী বুঝ ?

গ. বস্তু সর্বাধিক যে উচ্চতায় ওঠে তার জন্য একটি রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, ভূমি থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠতে বস্তুর যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূমিতে পৌঁছাতে সেই একই সময় লাগে।

১০। একটি সোজা হাইওয়েতে একটি বাস 108 km h^{-1} বেগে চলছিল। ঐ হাইওয়েতে বেগের সর্বোচ্চ সীমা ছিল 80 km h^{-1}। বাসটি রাস্তায় দাঁড়ানো হাইওয়ে পুলিশের পেট্রোল কারকে অতিক্রম করার সাথে সাথে কারটি বাসটিকে ধরার জন্য 2 m s^{-2} সুষম ত্বরণে একই দিকে চলতে শুরু করে ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সুষম ত্বরণ কী ?

খ. সমত্বরণে সরল পথে গতিশীল কণার বেগ বনাম সময় লেখচিত্র কী রূপ হবে ? এঁকে দেখাও।

গ. কত সময় পর উদ্দীপকে বর্ণিত কারটি বাসটিকে অতিক্রম করবে ?

ঘ. অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্রের সাহায্যে উদ্দীপকে বর্ণিত পেট্রোল কারটির বাসটিকে অতিক্রম করার ঘটনা ব্যাখ্যা কর।

১১। ঘণ্টায় 108 km বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 100 m দূরে একটি ছোট ছেলেকে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেক চেপে দিলেন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কী ?

খ. সমত্বরণ গতির একটি উদাহরণ দাও।

গ. গাড়িটি ছেলেটির 10 m সামনে এসে থামতে কত সময় লেগেছিল ?

ঘ. গাড়িটি সর্বোচ্চ কত আদি বেগ নিয়ে চলতে থাকলে একই ব্রেক চেপে দিয়ে অর্থাৎ একই মন্দন সৃষ্টি করে দুর্ঘটনা এড়ানো সম্ভব হতো গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

১২। রনি ও মনি দুই ভাই তাদের 100 m উঁচু অ্যাপার্টমেন্ট ভবনের ছাদের কিনারা থেকে সমান ভরের দুটি বল ছোঁড়ে। রনি $30\ m\ s^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে আর মনি $30\ m\ s^{-1}$ বেগে খাড়া নিচের দিকে বল ছোঁড়ে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলতে কী বোঝায় ?

খ. সমবেগে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র কিরূপ হবে এঁকে ব্যাখ্যা কর।

গ. মনির বলটি কত সময় পর ভূমিতে আঘাত করবে ?

ঘ. কার নিক্ষিপ্ত বল ভূমিতে বালির মধ্যে বেশি পরিমাণ প্রবেশ করবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

১৩। স্থির অবস্থান থেকে একটি বস্তু যাত্রা শুরু করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে সমত্বরণে চলার পর সমবেগে চলতে শুরু করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সমবেগ কাকে বলে ?

খ. উদাহরণসহ সমত্বরণ গতি বুঝিয়ে দাও।

গ. বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, "স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।" উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তার দ্বিগুণ সময়ে অর্থাৎ প্রথম থেকে আট সেকেন্ডে কী তার চারগুণ দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

১৪। দুটি ভারী বস্তু একই সাথে উপর থেকে ফেলে দেওয়া হলো। প্রথমটি 122.5 m উপর থেকে এবং দ্বিতীয়টি 200 m উপর থেকে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. দ্রুতি কী ?

খ. কৌণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝ ?

গ. প্রথম বস্তু কত সময় পর ভূমিতে পৌঁছাবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, প্রথম বস্তু ভূমিতে আঘাত করার সময় যে বেগ অর্জন করে ঐ সময় দ্বিতীয় বস্তুরও ঠিক একই বেগ থাকে।

১৫। গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি $s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$ । এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক বেগের দিক কীভাবে পাওয়া যায় ?

খ. বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক বলতে কী বুঝ ? এদের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

গ. বেগ, সরণ ও ত্বরণের সম্পর্কসূচক গতির সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সমীকরণ থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অর্জিত বেগ সময়ের সমানুপাতিক।

১৬। 245 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তু ফেলে দেওয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পড়ন্ত বস্তুর দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত প্রথম বস্তুটির ভূমিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর কত বেগে দ্বিতীয় বস্তুকে নিক্ষেপ করলে এটি ঠিক মাঝপথে প্রথম বস্তুর সাথে মিলিত হবে ? কোন বস্তু আগে ভূমিতে পৌঁছাবে নির্ণয় কর।

১৭। কলেজের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় চাকতি নিক্ষেপ প্রতিযোগিতা চলছিল। কয়েকজন প্রতিযোগী এতে অংশ নেয়। দেখা গেল সবচেয়ে চিকন রোগা পাতলা ছেলেটা মোটা ও শক্তিশালী ছেলেদের চেয়ে বেশি দূরত্ব পর্যন্ত চাকতি নিক্ষেপ করে প্রথম হলো। সবাই যখন তাকে ধরে বসল কী করে এটা সম্ভব হলো, সে বলল যে, নিক্ষেপের একটা কৌশল আছে, একটি নির্দিষ্ট কোণে নিক্ষেপ করলে চাকতিটি বেশি দূর যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাস কী ?

খ. গড় ত্বরণ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. দেখাও যে, প্রাসের গতিপথ একটি পরাবৃত্ত (parabola)।

ঘ. যে কোণ করে চাকতি নিক্ষেপ করে চাকতিটি বেশি দূর নেয়া যায় সে কোণের পরিমাণ কত ? প্রাসের গতি বিশ্লেষণ করে এ কোণের মান প্রতিপাদন কর।

১৮। জিসান 100 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিচের দিকে একটি বস্তু নিক্ষেপ করলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রক্ষেপক কী ?

খ. অনুভূমিক পাল্লা বলতে কী বুঝ ?

গ. যদি জিসান বস্তুটিকে $50\ m\ s^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করে তবে কত সময় পর সেটি ভূমিতে আঘাত করবে ?

ঘ. জিসান যদি বস্তুটিকে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করতো তাহলে তার গতিপথ কিরূপ হতো বিশ্লেষণ কর।

১৯। দিশা ভূমি থেকে একটি ঢিল ছুড়লে সেটি 5.3 s পরে 79.53 m দূরে গিয়ে ভূমিতে পড়ে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ ব্যাখ্যা কর।

গ. দিশা কত কোণে ঢিলটি ছোঁড়েছিল ?

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ঢিলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় ওঠেছিল সেটা নির্ণয় করা সম্ভব কি না যাচাই কর।

২০। একজন প্রশিক্ষণার্থী সৈনিক 50 m দূরে অবস্থিত 20 m উঁচু একটি দেয়ালকে লক্ষ করে একটি বুলেট ছোঁড়েন। বুলেটটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে $50\ m\ s^{-1}$ বেগে ভূমি থেকে ছোঁড়া হয়েছিল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের উড্ডয়ন কাল কী ?

খ. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বুলেটটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় ওঠেছিল ?

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বুলেটটি দেয়ালকে আঘাত করবে কি না গাণিতিক যুক্তিসহকারে বর্ণনা কর।

২১। একজন প্রশিক্ষণার্থী পুলিশ অফিসার 80 m দূরে অবস্থিত 10 m উঁচু একটি দেয়ালকে লক্ষ করে একটি বুলেট ছোঁড়েন। বুলেটটি ভূমি থেকে 60° কোণে 30 m s^{-1} বেগে ছোঁড়া হয়েছিল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ কী ?

খ. প্রাসের বিচরণকাল বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বুলেটটি কত সময় শূন্যে ছিল ?

ঘ. বুলেটটি দেয়ালকে আঘাত করবে কি না গাণিতিক যুক্তিসহকারে বর্ণনা কর।

২২। 30 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি বস্তুকে 20 m s^{-1} দ্রুতিতে ছাদের সাথে 30° কোণ করে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কী ?

খ. প্রাসের বিচরণকাল বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকের বস্তুটি মাটিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি মাটিতে আঘাত করার আগে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তা তার অনুভূমিক পাল্লার চেয়ে বেশি।

২৩। 6 cm ব্যাসার্ধের একটি সিডি প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরছিল। সুইচ বন্ধ করার পর এটি 30 সেকেন্ডে থেমে যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক বেগ কাকে বলে ?

খ. সিডি এর প্রতিটি বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান হলেও রৈখিক বেগ সমান নয়—কেন ?

গ. সিডির প্রান্তের কোনো বিন্দুর রৈখিক বেগ কত ছিল ?

ঘ. উদ্দীপকের সিডিটির রৈখিক ত্বরণ বের করা সম্ভব কি না গাণিতিকভাবে যাচাই করে দেখাও।

২৪। কলেজের বার্ষিক ক্রীড়ায় "লৌহ গোলক নিক্ষেপ" প্রতিযোগিতায় রায়হান v_o বেগে অনুভূমিকের সাথে θ_o কোণে গোলক নিক্ষেপ করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাস কী ?

খ. প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা বলতে কী বুঝ ?

গ. v_o এবং θ_o এর সাহায্যে প্রাসের অনুভূমিক পাল্লার জন্য একটি রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত গোলকটির গতিপথ কী রূপ হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বের কর।

২৫। কৌশিক ও সৌমিক কলেজের ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় 1.4 m উচ্চতা থেকে 10 m s^{-1} বেগে গোলক নিক্ষেপ করে। কৌশিকের গোলক অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে আর সৌমিকের গোলক অনুভূমিকের সাথে 50° কোণে নিক্ষিপ্ত হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গড় ত্বরণ কী ?

খ. $v = \omega r$ সমীকরণটির অর্থ বুঝিয়ে দাও।

গ. প্রাসের সর্বোচ্চ অনুভূমিক পাল্লার জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও কৌশিক ও সৌমিকের গোলকের মধ্যে কোনটি বেশি দূরত্ব অতিক্রম করবে?

২৬। মুক্তিযুদ্ধের সময় হানাদার পাকবাহিনীর একটি বোমারু বিমানের বৈমানিক ভূমি থেকে 1 km উচ্চতায় অনুভূমিকভাবে 378 km h^{-1} বেগে গতিশীল থাকা অবস্থায় সালুটিকর বিমান বন্দরের (বর্তমানে সিলেট ওসমানী আন্তর্জাতিক বিমান বন্দর) নিকটে মুক্তিযোদ্ধাদের একটি অবস্থানে একটি বোমা ছেড়ে দিলেন । কিন্তু বোমাটি বিস্ফোরিত হয়নি ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাস কী ?

খ. ভূমিতে স্পর্শ করার ঠিক পূর্ব মুহূর্তে বোমাটির বেগের অনুভূমিক উপাংশ কত হবে ব্যাখ্যা কর।

গ. ব্যাঙ্কার থেকে বিমান বিধ্বংসী কামানের গোলা ছোঁড়ে বীর মুক্তিযোদ্ধা ইয়ামীন চৌধুরী বীর বিক্রম বিমানটিকে ভূপাতিত করেন। তিনি ন্যূনতম কত বেগে গোলাটি ছোঁড়েছিলেন ?

ঘ. বৈমানিক এবং ভূমিতে অবস্থানরত একজন মুক্তিযোদ্ধা বোমাটির গতিপথ কিরূপ দেখবেন চিত্রসহ বর্ণনা কর।

২৭। আমাদের মুক্তিযুদ্ধে ছাতকের টেংরাটিলার ঐতিহাসিক যুদ্ধে বাঁশতলা সাব সেক্টর কমান্ডার ক্যাপ্টেন হেলাল হানাদার পাক বাহিনীর বিরুদ্ধে যে রকেট লান্সার ব্যবহার করেন তার গোলার সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা ছিল 2 km ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কী ?

খ. প্রাসের বিচরণকাল কাকে বলে ?

গ. ক্যাপ্টেন হেলালের ছোঁড়া রকেট লান্সারের গোলার বেগ কত ছিল ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে গোলাটির গতিপথ কিরূপ ছিল উদ্দীপকের আলোকে বর্ণনা কর।

২৮। কোন ফুটবল ম্যাচে একজন খেলোয়াড় গোল পোস্ট থেকে 6 m দূরে থাকা অবস্থায় অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে 10 m s^{-1} বেগে একটি শট নেন। গোল পোস্টটির উচ্চতা 2.5 m।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. রৈখিক ত্বরণের সাথে কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক বিশ্লেষণ কর।

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যানুযায়ী এ শর্টটিতে গোল হওয়া সম্ভব কী না বিশ্লেষণ কর।

ঘ. উক্ত বলটির গতিপথ কী রূপ হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর।

২৯। ভূমি থেকে 1.8 m উপরে অনুভূমিক তলে একটি বস্তুকে 1.5 m ব্যাসার্ধের সুতা দিয়ে বেঁধে স্থিরাবস্থা থেকে 3.14 rad s^{-2} সমকৌণিক ত্বরণে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। 10 সেকেন্ডে ঘুরানোর পর হঠাৎ সুতা ছিঁড়ে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. কৌণিক দ্রুতি ও রৈখিক দ্রুতির মধ্যে সম্পর্ক কী ?

গ. সুতা ছেঁড়ার আগে বস্তুটি কতটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করবে ?

ঘ. সুতা ছেঁড়ার পর বস্তুটির চলার পথ কী রূপ হবে ? বস্তুটি ভূমি স্পর্শ করার আগে কত অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৩০। T 20 ক্রিকেটের একটি ম্যাচে তামিম ইকবাল ক্রিকেট বলকে আঘাত করে বলটিকে 20 ms^{-1} বেগে ভূমির সাথে 35° কোণ করে বাউন্ডারি লাইনের দিকে পাঠিয়ে দিলেন। কিন্তু একজন ফিল্ডার বলটি ভূমিতে পড়ার আগেই ভূমি থেকে 1 m উঁচুতে ক্যাচ ধরে ফেললেন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের বিচরণকাল কী ?

খ. কত কোণে নিক্ষেপ করলে বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হয় ? একটি প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার রাশিমালা কী ?

গ. তামিম ইকবালের আঘাত করা বলটি সর্বোচ্চ কত উপরে ওঠেছিল ?

ঘ. ক্যাচ লোফার আগে বলটি কত অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করেছিল যথাযথ যুক্তিসহকারে নির্ণয় কর ।

৩১। একটি বৈদ্যুতিক ফ্যানের রেগুলেটর 3 দাগে রাখলে ফ্যানটি প্রতি মিনিটে 1500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করলে এটি 1 মিনিট পর থেমে যায়। রেগুলেটর 5 দাগে রাখলে সর্বোচ্চ মিনিটে 1800 বার ঘুরে। তখন সুইচ বন্ধ করলে এটি 1.5 মিনিট পর বন্ধ হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বৃত্তাকার গতি কী ?

খ. কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে ?

গ. ফ্যানটির সর্বোচ্চ কৌণিক ত্বরণ কত ?

ঘ. রেগুলেটরের স্থান পরিবর্তন করার ফলে ফ্যানটি বন্ধ হওয়ার আগে অতিরিক্ত কতবার ঘুরবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর ।

৩২। বোরের হাইড্রোজেন পরমাণুর মডেলে একটি ইলেকট্রন একটি প্রোটনকে কেন্দ্র করে 5.2×10^{-11} m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার কক্ষপথে 2.18×10^{6} m s^{-1} দ্রুতিতে প্রদক্ষিণ করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলতে কী বুঝ ?

গ. বোরের মডেলের এই ইলেকট্রনের কৌণিক বেগ কত ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উদ্দীপকে উল্লেখিত ইলেকট্রনের ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা বের করে তার ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

১। প্রসঙ্গ কাঠামো কাকে বলে ?

২। জড় প্রসঙ্গ কাঠামো কাকে বলে ?

৩। স্থিতি ও গতি কাকে বলে ?

৪। পরম গতি কাকে বলে ?

৫। আপেক্ষিক গতি কাকে বলে ?

৬। সংজ্ঞা দাও বা কাকে বলে ?

(ক) অবস্থান ভেক্টর

(খ) সরণ

(গ) দ্রুতি

(ঘ) বেগ

(ঙ) সমবেগ

(চ) গড়বেগ [য. বো. ২০১৬]

(ছ) তাৎক্ষণিক বেগ [ঢা. বো. ২০১৬, ২০১৭; য. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৭]

(জ) তাৎক্ষণিক দ্রুতি

(ঝ) ত্বরণ

(ঞ) সমত্বরণ

(ট) তাৎক্ষণিক ত্বরণ [দি. বো. ২০১৫]

(ঠ) অভিকর্ষজ ত্বরণ

৭। কোনো বাসযাত্রী রাস্তার পাশের কিলোমিটার স্টোন এবং সাথে থাকা একটি হাতঘড়ি ব্যবহার করে চলমান বাসটির গড়বেগ কীভাবে নির্ণয় করবেন ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]

৮। আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে ? [ব. বো. ২০১৯]

৯। বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির সামনের কাচকে ভিজিয়ে দেয়, কিন্তু পেছনের কাচকে ভিজায়না—ব্যাখ্যা কর।

১০। বৃষ্টির মধ্যে ছাতা মাথায় হাঁটলে ছাতা হেলিয়ে ধরতে হয়—ব্যাখ্যা কর।

১১। বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৫]

১২। বায়ু প্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]

১৩। সরণ, বেগ ও ত্বরণের মাত্রা নির্ণয় কর।

১৪। পড়ন্ত বস্তু কাকে বলে ?

১৫। উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায় কেন ? [দি. বো. ২০১৫; মদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]

১৬। খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৫]

১৭। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো বিবৃত কর।

১৮। অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র থেকে বেগ নির্ণয়ের পদ্ধতি আলোচনা কর।

১৯। বেগ ও দ্রুতির মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

২০। সুষম ত্বরণ বলতে কী বুঝ ?

২১। অবস্থান ভেক্টর হতে কীভাবে বেগ ও ত্বরণ পাওয়া যায় ?

২২। সমত্বরণবিশিষ্ট গতির একটি উদাহরণ দাও।

২৩। বেগ বনাম সময় লেখচিত্র থেকে ত্বরণ নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।

২৪। বেগ ও ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

২৫। গতির নিম্নোক্ত সমীকরণগুলো প্রতিপাদন কর।

(ক) $v = v_o + at$

(খ) $s = v_o t + \frac{1}{2} at^2$

(গ) $v^2 = v_o^2 + 2as$

২৬। দেখাও যে, স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

২৭। প্রক্ষেপক বা প্রাস বলতে কী বুঝ ? [সি. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৯]

২৮। প্রাসের বেগ বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২০১৬]

২৯। প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও একমাত্রিক হতে পারে কি ? ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৩০। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ কী শূন্য ? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৭]

৩১। প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময় বেগ সর্বোচ্চ হয় ? ব্যাখ্যা দাও। [ঢা. বো. ২০১৯]

৩২। উড্ডয়নকালে প্রাসের অনুভূমিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় কী ?—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]

৩৩। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বনিম্ন কিনা—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]

৩৪। দেখাও যে, একটি প্রাসের চলরেখ হচ্ছে পরাবৃত্ত।

৩৫। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০১৯ দি. বো. ২০১৯]

৩৬। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লার জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, নিক্ষেপ কোণ $45°$ হলে অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে।

৩৭। যেকোনো মুহূর্তে একটি প্রাসের অবস্থান ও বেগের রাশিমালা নির্ণয় কর।

৩৮। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]

৩৯। একটি প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতায় উঠার সময়, সর্বাধিক উচ্চতা ও উড্ডয়নকালের জন্য রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

৪০। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কত ?

৪১। একটি প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার মান কত ?

৪২। একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন ? [য. বো. ২০১৫]

৪৩। রেডিয়ান কাকে বলে ?

৪৪। কৌণিক বেগের সংজ্ঞা দাও। [সি. বো. ২০১৭ ; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]

৪৫। কৌণিক বেগের দিক কীভাবে পাওয়া যায় ?

৪৬। কৌণিক বেগের মাত্রা ও একক উল্লেখ কর।

৪৭। বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক বলতে কী বুঝ ? এদের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

৪৮। দেখাও যে, $v = \omega r$

৪৯। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

৫০। ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৭]

৫১। একটি ঘূর্ণয়মান সিডি ডিস্কের বিভিন্ন বিন্দুর কৌণিক বেগ একই, কিন্তু বিভিন্ন বিন্দুর রৈখিক বেগ বিভিন্ন-ব্যাখ্যা কর।

৫২। ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কেন ? [ঢা. বো. ২০১৬]

৫৩। কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে ? [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৫৪। কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-1} বলতে কী বুঝ ? [য. বো. ২০১৭]

৫৫। কৌণিক ত্বরণের মাত্রা ও একক লেখ।

৫৬। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

৫৭। আধুনিক যুদ্ধে প্রাসের গতির ভূমিকা বিশেষ করে আন্তঃমহাদেশীয় বা আন্তঃদেশীয় ক্ষেপণাস্ত্র ও মিসাইল সম্পর্কে একটি প্রতিবেদন রচনা কর।

৫৮। বৃত্তীয় গতি কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৯]

৫৯। সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য লেখ। [চ. বো. ২০১৫]

৬০। কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৫]

৬১। বৃত্তকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না কেন ? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]

৬২। সুষম দ্রুতিতে সরল পথে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না অথচ বৃত্তাকার পথে সুষম দ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৬]

৬৩। আমাদের দৈনন্দিন জীবনে বৃত্তাকার গতি অপরিহার্য—ব্যাখ্যা করে একটি প্রবন্ধ রচনা কর।

৬৪। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৯; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]

৬৫। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

৬৬। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ আলোচনা কর। [রা. বো. ২০১৬]

৬৭। কেন্দ্রমুখী ত্বরণে ভেক্টর রূপটি লিখ।

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

১। স্থিরাবস্থা থেকে চলতে আরম্ভ করে 625 m দূরত্ব অতিক্রম করলে একটি বস্তুর বেগ 125 m s^{-1} হলো। ত্বরণ নির্ণয় কর। [উ: 12.5 m s^{-2}]

২। 72 km h^{-1} দ্রুতিতে চলন্ত একখানি ট্রেনকে 50 s এ থামানো হলো। ট্রেনটির ত্বরণ কত ? এই সময়ে ট্রেনটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ? [উ: – 0.4 m s^{-2}; 500 m]

৩। ঘণ্টায় 60 km বেগে চলন্ত একটি গাড়িকে 6 সেকেন্ড যাবত 1.5 m s^{-2} হারে ত্বরিত করা হলো, এর শেষ বেগ কত হবে এবং ত্বরণ কালে এটি কত দূর চলবে ? [উ: 25.67 m s^{-1}; 127 m]

৪। ঘণ্টায় 54 কিলোমিটার বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 57 m দূরে একটি বালককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেক চেপে দেওয়ায় বালকটির 75 cm সামনে এসে গাড়িটি থেমে গেল। গাড়িটির ত্বরণ কত এবং এটি থামতে কত সময় লেগেছে ? [উ: – 2 m s^{-2}; 7.5 s]

৫। 54 km h^{-1} বেগে চলন্ত একটি রেল গাড়িতে স্টেশন থেকে কিছু দূরে 0.75 m s^{-2} মন্দন সৃষ্টিকারী ব্রেক দেওয়ায় গাড়িটি স্টেশনে এসে থেমে গেল। স্টেশন থেকে কত দূরে ব্রেক দেওয়া হয়েছে এবং এর থামতে কত সময় লাগবে ? [উ: 150 m; 20 s]

৬। একটি বস্তু স্থির অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে ? [উ: 0. 414 s]

৭। একটি বস্তু প্রথম চার সেকেন্ডে 128 m এবং পরবর্তী ছয় সেকেন্ডে 72 m যায়। ত্বরণ সমান থাকলে বস্তুটি এর পরবর্তী দুই সেকেন্ডে কত দূর পথ চলবে ? [উ: – 8 m]

৮। একটি বন্দুকের গুলি একটি দেয়ালের মধ্যে 3 cm ভেদ করার পর বেগ অর্ধেক হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূর ভেদ করতে পারবে ? [উ: 1 cm]

৯। 9.2 m s^{-1} বেগে একটি ক্ষুদ্র বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কত সময় পর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে ? ($g = 9.8$ m s^{-2}) [উ: 1.878 s]

১০। একটি বস্তুকে 196 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি আবার ভূমিতে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে এবং বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে ? [উ: 40 s; 1960 m]

১১। 64 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে 5 kg ভরের একটি পাথর ছেড়ে দেয়া হলে ভূমিতে পৌঁছাতে এর কত সময় লাগবে ? [উ: 3.6 s]

১২। উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত একটি বল টেলিফোন তারকে 0.70 m s^{-1} দ্রুতিতে আঘাত করে। ছোঁড়ার স্থান থেকে তারটির উচ্চতা 5.1 m হলে বলটির আদি দ্রুতি কত ছিল ? [উ: 10.02 m s^{-1}]

১৩। একটি বস্তুকে 98 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে দেখাও যে, 3 s এবং 17 s সময়ে বস্তুর বেগদ্বয় সমান কিন্তু দিক বিপরীতমুখী হবে।

১৪। একটি বিমান বিধ্বংসী গোলা 500 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে ছোঁড়া হলো। বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করে নির্ণয় কর : (ক) এটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে ? (খ) ঐ উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে ? (গ) 60 s শেষে তার তাৎক্ষণিক বেগ (ঘ) কখন এর উচ্চতা 10 km হবে ?

[উ: (ক) 12.76 km (খ) 51.02 s (গ) নিম্নমুখী বেগ, 88 m s^{-1} (ঘ) 27.31 s এবং 74.73 s]

১৫। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে $30°$ কোণে $40\ m\ s^{-1}$ বেগে কিক করা হলো। $2\ s$ পরে ফুটবলের বেগের মান কত হবে নির্ণয় কর। [উ: $34.6\ m\ s^{-1}$] [ঢা. বো. ২০১২, ২০০৬; রা. বো. ২০১২, ২০০৭; য. বো. ২০১২]

১৬। একটি বলকে ভূমির সাথে $30°$ কোণ করে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে এটি $20\ m$ দূরে একটি দালানের ছাদে গিয়ে পড়ে। নিক্ষেপ বিন্দু থেকে ছাদের উচ্চতা $5\ m$ হলে বলটি কত বেগে ছোঁড়া হয়েছিল ? [উ: $20\ m\ s^{-1}$]

১৭। অনুভূমিকের সাথে $30°$ কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $40\ m\ s^{-1}$ বেগে একটি বুলেট ছোঁড়া হলো। বুলেটটি $30\ m$ দূরে অবস্থিত দেয়ালকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে ? [উ: $13.65\ m$]

১৮। একটি ক্রিকেট বলকে $42\ m\ s^{-1}$ বেগে অনুভূমিকের সাথে $60°$ কোণে নিক্ষেপ করা হলো। বলটির সর্বাধিক উচ্চতা ও অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর। [উ: $67.5\ m$; $155.88\ m$] [চ. বো. ২০০৮]

১৯। একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে $55°$ কোণে $30\ m\ s^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলো। নির্ণয় কর (ক) সর্বাধিক উচ্চতা (খ) সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় (গ) অনুভূমিক পাল্লা (ঘ) ভূমিতে আঘাত করার সময়।
[উ: (ক) $30.81\ m$ (খ) $2.51\ s$ (গ) $86.3\ m$ (ঘ) $5.02\ s$]

২০। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা $96\ m$ এবং আদি বেগ $66\ m\ s^{-1}$। নিক্ষেপ কোণ কত ? [উ: $6.24°$]
[কু. বো. ২০০৩; য. বো. ২০১১; ব. বো. ২০১৭]

২১। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা $75\ m$ এবং বিচরণকাল $5\ s$। নিক্ষেপ বেগ ও নিক্ষেপ কোণ নির্ণয় কর।
[উ: $28.74\ m\ s^{-1}$; $58.5°$] [বুটেক্স ২০১৭-২০১৮]

২২। কত কোণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা তার সর্বাধিক উচ্চতার সমান হবে ? [উ: $75.96°$]

২৩। একটি প্রাসকে $10\ m\ s^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করলে প্রাসটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা কত হবে ? [উ: $10.2\ m$]
[কু. বো. ২০১২; সি. বো. ২০০৫]

২৪। একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগ কত ? [উ: $1.45 \times 10^{-4}\ rad\ s^{-1}$]

২৫। একটি কণা $4.5\ m$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 225 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত ?
[উ: $105.975\ m\ s^{-1}$]

২৬। একটি সিডি প্রতি মিনিটে 45 বার ঘুরে। কেন্দ্র থেকে $9\ cm$ দূরে কোনো বিন্দুর দ্রুতি কত ? [উ: $0.42\ m\ s^{-1}$]
[য. বি. প্র. বি. ২০১৫–২০১৬]

২৭। বৃত্তাকার পথে $3.14\ m\ s^{-1}$ সমদ্রুতিতে আবর্তনরত একটি কণা প্রতি সেকেন্ডে 10টি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [উ: $5\ cm$]

২৮। $100\ m$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে দৌড়রত একজন দৌড়বিদের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ $0.16\ m\ s^{-2}$। তার দ্রুতি কত ? [উ: $4\ m\ s^{-1}$]

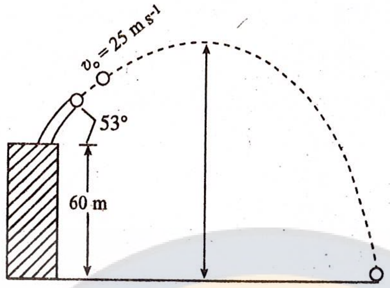
২৯। একটি বস্তু $40\ cm$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 45 বার আবর্তন করে। এর কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ?
[উ: $8.88\ m\ s^{-2}$]

৩০। একটি বালক সুতায় বেঁধে একটি পাথরকে তার মাথার উপর দিয়ে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ $0.96\ m$ এবং একবার আবর্তনে $1.1\ s$ সময় লাগলে পাথরটির দ্রুতি এবং ত্বরণের মান নির্ণয় কর।
[উ: $5.48\ m\ s^{-1}$; $31.29\ m\ s^{-2}$]

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

৩১। 60 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি 25 m s^{-1} বেগে আনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোঁড়া হচ্ছে।

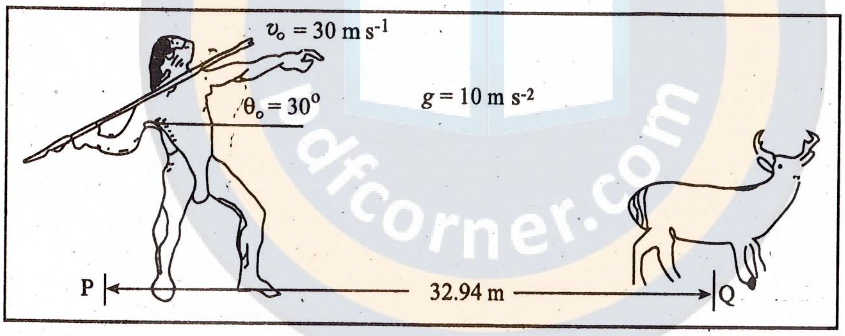


(ক) কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে ?

(খ) পাহাড়ের চূড়া হতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বেগে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 80.34 m; (খ) $t_1 = 6.08$ s এবং $t_2 = 3.5$ s অর্থাৎ অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত কামানের গুলিটি আগে মাটিতে আঘাত করবে।] [কু. বো. ২০১৫]

৩২। চিত্রটি ভালোভাবে লক্ষ্য কর এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



শিকারী যখন বর্শাটি নিক্ষেপ করেন হরিণটি তখন স্থিরাবস্থা থেকে 10 m s^{-2} সমত্বরণে PQ বরাবর দৌড়াতে থাকে।

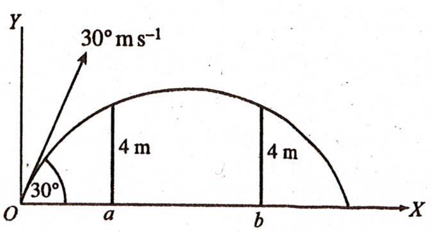
(ক) উদ্দীপকে বর্শাটি এর নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে ?

(খ) বর্শাটি কি হরিণকে আঘাত করবে ? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি উপস্থাপন কর।

[উ: (ক) 11.25 m ; (খ) বর্শাটির অনুভূমিক পাল্লা = 77.94 m এবং উড্ডয়নকাল = 3 s। 3 s পর শিকারী ও হরিণের মধ্যবর্তী দূরত্ব 77.94 m। অতএব বর্শাটি হরিণকে আঘাত করবে।]

[চ. বো. ২০১৫]

৩৩।



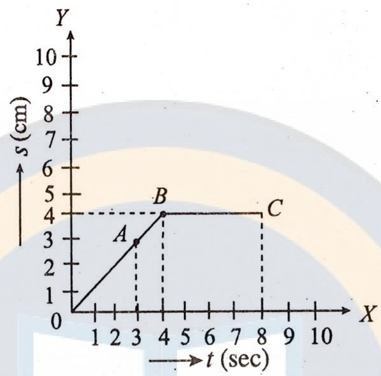
উপরের চিত্রে একটি প্রাসের গতি দেখানো হলো। [$g = 10$ m s^{-1}]

(ক) প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা হিসাব কর।

(খ) প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা এবং ab অংশের দৈর্ঘ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তুলনা কর। [ব. বো. ২০১৫]

[(ক) 11·25m; (খ) বস্তুটি 0·296 s-এ a বরাবর এবং 2·04 s -এ b বরাবর উপরে অবস্থান করবে। ab অংশের দূরত্ব = 62·56 m। বস্তুটির অনুভূমিক পাল্লা $R = 77{\cdot}94$ m। সুতরাং $R : ab = 77.94 : 62.56$]

৩৪। একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t) এর লেখচিত্র দেখানো হলো :



চিত্র : s-t লেখচিত্র

(ক) লেখচিত্রের AB অংশে বস্তুর ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

(খ) লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুটির সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে ? গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

[উ: (ক) AB অংশে বস্তুর ত্বরণ শূন্য ; (খ) BC রেখাটি বস্তুর স্থিরাবস্থা নির্দেশ করে।] [রা. বো. ২০১৬]

৩৫। কোনো এক বৃষ্টির দিনে আসাদ ঘরের দরজায় দাঁড়িয়ে বৃষ্টি দেখছিল। বৃষ্টি উল্লম্বভাবে 6 km h^{-1} বেগে পড়ছিল। এমন সময় আসাদ দেখল এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 33.8° কোণে ছাতা ধরে পায় হেঁটে চলছে। অপর এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 53·06° কোণে ছাতা ধরে সাইকেলে চলছে। উভয়ই বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেল।

(ক) পায় হেঁটে চলা ব্যক্তির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য ব্যক্তিদ্বয়ের ভিন্ন কোণে ছাতা ধরার কারণ ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 4 km h^{-1}; (খ) সাইকেলে চলা ব্যক্তির বেগ = 8 km h^{-1}। যেহেতু ব্যক্তিদ্বয়ের বেগ সমান নয় সে কারণে তাদেরকে ছাতাও ভিন্ন ভিন্ন কোণে ধরতে হবে।] [য. বো. ২০১৬]

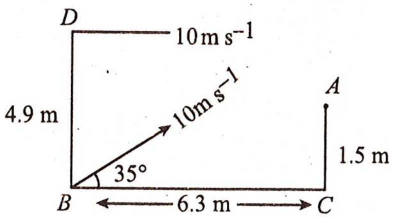
৩৬। ফিফা ফুটবল ওয়ার্ল্ড কাপ কোয়ালিফায়িং ম্যাচে বাংলাদেশ-তাজিকিস্তানের মধ্যকার খেলায় বাংলাদেশ টিমের 'জাহিদ হাসান এমিলি' তাজিকিস্তানের গোলপোস্টের 35 m সামনে থেকে বলে কিক করলেন। বলটি ভূমির 45° কোণে 20 m s^{-1} বেগে গোলপোস্টের দিকে উড়ে গেল। কিকের স্থান হতে 4 m দূরে তাজিকিস্তানের 2 জন খেলোয়াড় বলটিকে প্রতিরোধ করার জন্য দাঁড়িয়েছিল। গোলরক্ষক গোলপোস্টের যে প্রান্তে দাঁড়িয়েছিল বলটি তার বিপরীত প্রান্ত দিয়ে গোলপোস্টের দিকে ধেয়ে গেল। গোলপোস্টের উচ্চতা 2·4 m।

(ক) প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপরে উড়ন্ত বলটির বেগ কত ? নির্ণয় কর।

(খ) এমিলির কিক হতে গোল হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[উ : 18·16 m s^{-1}; (খ) গোলপোস্টের অবস্থানে বলের উচ্চতা 4·986 m এবং গোলপোস্টের উচ্চা 2·4 m। সুতরাং এমিলির কিক হতে গোল হবে না।] [দি. বো. ২০১৬]

৩৭।



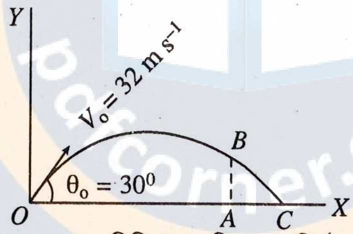
A বিন্দুকে আঘাত করার জন্য B ও D বিন্দুতে অবস্থানরত দুই বন্ধু একই সময়ে চিত্রের ন্যায় ঢিল নিক্ষেপ করে। [$g = 9.8$ m s^{-2}]

(ক) B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটির 0.2 s পর বেগ কত হিসাব কর।

(খ) কোন বন্ধুর নিক্ষিপ্ত ঢিলটি A বিন্দুকে আগে স্পর্শ করবে ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 9.02 m s^{-1}; (খ) B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলটি 0.77 s-এ 1.5 m উচ্চতায় A বিন্দুকে স্পর্শ করবে কিন্তু D বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলটি 0.63 s.-এ ভূমি থেকে 2.96 m উচ্চতা দিয়ে A বিন্দুকে অতিক্রম করবে। অর্থাৎ D বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত ঢিলটির সময় কম লাগলেও তা A বিন্দুকে স্পর্শ করে না।] [কু. বো. ২০১৬]

৩৮। দুই বন্ধু সুমন ও রানা দেখলো যে, ভূ-পৃষ্ঠস্থ O বিন্দু হতে একটি বস্তুকে 32 m s^{-1} বেগে 30° কোণে নিক্ষেপ করায় 85 m দূরে অবস্থিত 2 m উঁচু AB দেয়ালের উপর দিয়ে বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠে পতিত হয়।



(ক) O বিন্দু হতে নিক্ষেপণের 1.2 s সময় পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণের সর্বনিম্ন কি পরিবর্তন করলে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[উ: (ক) 28.03 m s^{-1}; (খ) AB দেয়ালে বাঁধা পেতে হলে নিক্ষেপণ কোণ 62.42° বা 29.07° হওয়া প্রয়োজন। উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণ সর্বনিম্ন (30° − 29.07°) = 0.93° কমালে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে।] [ঢা. বো. ২০১৭]

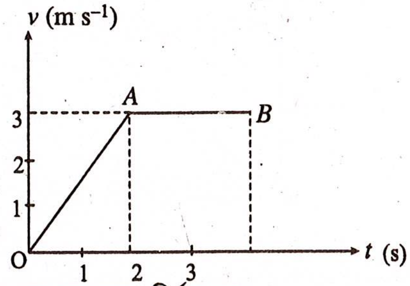
৩৯। একটি ফুটবল প্রশিক্ষণকালে দুজন খেলোয়াড় উভয়ই 10 m s^{-1} বেগে যথাক্রমে 30° এবং 60° কোণে ফুটবল কিক করলেন। একজন গোলকিপার বল দুটিকে মাটিতে পড়ার ঠিক আগ মুহূর্তে ধরার জন্য দাঁড়িয়েছিলেন।

(ক) ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1 s. পরে বলটির বেগের মান কত ?

(খ) গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে-এর সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

[উ: (ক) 9.9 m s^{-1} ; (খ) উভয় খেলোয়াড়ের বলের অনুভূমিক পাল্লা 8.84 m, কিন্তু প্রথম বলের উড্ডয়নকাল 1.02 s এবং দ্বিতীয় বলের উড্ডয়নকাল 1.77 s। সুতরাং গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবেন।] [কু. বো. ২০১৭]

৪০। নিচে বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র দেখানো হলো :

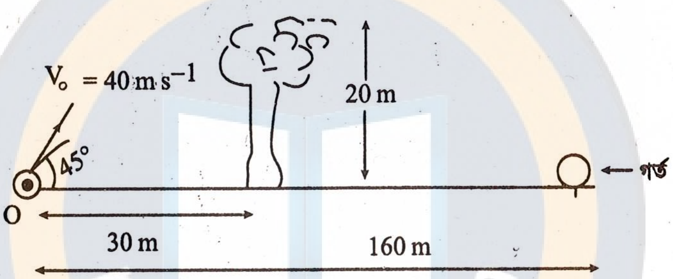


(ক) উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর।

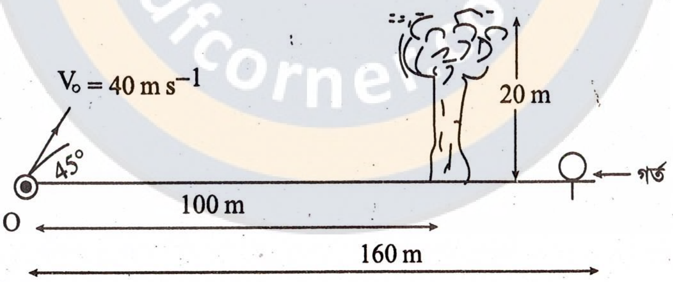
(খ) উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক না ভিন্ন গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

[উ: (ক) 1.5 m s^{-2}; (খ) বস্তুটির OA অংশের দূরত্ব $= 3$ m এবং AB অংশের দূরত্ব $= 6$ m। অতএব লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক নয় ভিন্ন।] [রা. বো. ২০১৭]

৪১। একজন গলফ খেলোয়াড় চিত্র (i) ও চিত্র (ii) পরিস্থিতিতে বল গর্তে ফেলার জন্য O বিন্দু থেকে বলকে আঘাত করে।



চিত্র-(i)



চিত্র-(ii)

(ক) 2 সেকেন্ড পর বলের বেগ কত ?

(খ) উদ্দীপকের কোন চিত্রের বলটি গর্তে পড়বে—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর।

[উ: (ক) 29.58 m s^{-1};

(খ) প্রথম চিত্রে বলটি গাছের অবস্থানে 24.47 m উচ্চতায় থাকবে অর্থাৎ বলটি গাছ দ্বারা বাঁধাপ্রাপ্ত হবে না। দ্বিতীয় চিত্রে বলটি গাছের অবস্থানে 38.73 m উচ্চতায় থাকবে অর্থাৎ এ ক্ষেত্রেও বলটি গাছ দ্বারা বাঁধাপ্রাপ্ত হবে না। উভয় চিত্রের বলের সর্বাধিক পাল্লা 163.27 m। কিন্তু বলটি হতে গর্তের দূরত্ব 160 m। সুতরাং বল দুটি গাছে বাধা না পেলেও গর্ত পেরিয়ে মাটিতে পড়বে, কাজেই বল দুটি গর্তে পড়বে না। [য. বো. ২০১৭]

৪২। নিচের ছকে 10 gm ভরের একটি গতিশীল কণার সময়ের সাপেক্ষে বেগ ও সরণ দেখানো হলো।

t(s)	0	2	4	6	8	10
v(m s^{-1})	2	6	10	14	18	22
s(m)	0	8	22	48	80	120

(ক) উদ্দীপকের কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই কিনা বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[উ: (ক) 19 m ;

(খ) 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ = 0.96 J এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ = 0.26 J। সুতরাং কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ ও 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এক নয়।] [চ. বো. ২০১৭]

৪৩। দুটি গাড়ি A ও B যথাক্রমে $V_A = 0$ এবং $V_B = 22.5$ m s^{-1} বেগে যাত্রা শুরু করে প্রথম 15 s যথাক্রমে $a_A = 1$ m s^{-2} এবং $a_B = -1$ m s^{-2} ত্বরণে চলে। পরবর্তীতে গাড়ি দুটি আরো 15 s সমবেগে চলমান ছিল।

(ক) যাত্র শুরুর কত সময় পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে?

(খ) কোন গাড়িটি অধিকতর দূরত্ব অতিক্রম করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর।

[উ: (ক) 11.25 s

(খ) A গাড়িটি প্রথম 15 সেকেন্ডে 112·5 m দূরত্ব এবং পরবর্তী 15 সেকেন্ডে 225 m অর্থাৎ A গাড়িটি মোট 337.5 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। B গাড়িটি প্রথম 15 সেকেন্ডে 225 m এবং পরবর্তী 15 সেকেন্ডে 112·5 m অর্থাৎ B গাড়িটি মোট 337·5 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। অতএব উভয় গাড়ি সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে।] সি. বো. ২০১৭]

৪৪। একজন ফুটবল খেলোয়াড় গোলপোস্টের 25 m সামনে হতে ভূমির সাথে 20° কোণে এবং 20 m s^{-1} বেগে ফুটবলকে কিক করে। গোলপাস্টের উচ্চতা 2 m।

(ক) 1 s পর বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উক্ত বল হতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।

[উ: (ক) 19 m s^{-1} ;

(খ) খেলোয়াড় থেকে 25 m দূরত্বে বলটি 0.4 m উচ্চতায় থাকবে, কিন্তু গোলপোস্টের উচ্চতা 2 m। সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে বলা যায় উক্ত বল দ্বারা গোল হওয়া সম্ভব।] [দি. বো. ২০১৭]

৪৫। সাব্বির ব্যাট দিয়ে একটি ক্রিকেট বলকে আঘাত করায় এটি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণ করে 25 m s^{-1} বেগে চলতে লাগলো। বাউন্ডারি লাইন থেকে একই সরলরেখা বরাবর বলের গতির বিপরীত দিকে 4 m s^{-1} বেগে একজন ফিল্ডার দৌড়ে এসে বলটিকে ধরার চেষ্টা করল। ব্যাটসম্যান থেকে বাউন্ডারি লাইনের দূরত্ব 100 m।

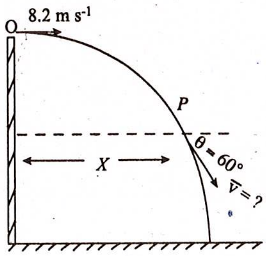
(ক) বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে?

(খ) ফিল্ডারের ক্যাচ ধরার সম্ভাব্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[উ: (ক) 31.9 m ;

(খ) বলটির অনুভূমিক পাল্লা 63.78 m। ক্যাচ ধরার জন্য ফিল্ডারকে (100 – 63.78) m = 36.22 m দূরত্ব 5.1 সেকেন্ডে অতিক্রম করতে হবে। কিন্তু ফিল্ডার এই দূরত্ব 9.06 সেকেন্ডে অতিক্রম করতে পারে, সুতরাং ফিল্ডার ক্যাচ ধরতে সক্ষম হবে না।] [মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৭]

৪৬।



চিত্রে একটি বিল্ডিং-এর উপর হতে অনুভূমিকভাবে একটি বলকে ছুঁড়ে দেয়া হলো। করিম বলটির গতিপথের দিকে তাকিয়ে ধারণা করল যে, 2 sec পরে θ এর মান 62° হলে বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিল্ডিং হতে বলটির অনুভূমিক দূরত্বের সমান হবে।

(ক) P বিন্দুতে বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) করিমের ধারণা কি সঠিক ছিল? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে যাচাই কর।

[উ: (ক) 16.4 m s^{-1}

(খ) বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিল্ডিং হতে অনুভূমিক দূরত্বের সমান হতে হলে 2 s পরে θ-এর মান হতে হবে 62.42°। সুতরাং করিমের ধারণা সঠিক ছিল না।] [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৪৭। একটি বস্তুর অবস্থান $s(t) = 16t - 3t^3$ মিটার। বস্তুটি ক্ষণিকের জন্য স্থিতাবস্থায় থাকে তখন t এর মান কত?

[উ: 1.33 s] [বুয়েট ২০১২–২০১৩]

৪৮। 200 m দীর্ঘ একটি ট্রেন 36 km h^{-1} গতিতে চলে 600 m দীর্ঘ একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? [উ: 80 s] [বুটেক্স ২০১৪–২০১৫, ২০১৩–২০১৪; বুয়েট ২০০৯–২০১০]

৪৯। গাড়ি A সোজা রাস্তায় 60 km h^{-1} সমবেগে চলছে। অন্য একটি গাড়ি B একই পথে 70 km h^{-1} সমবেগে A গাড়িটিকে অনুসরণ করছে। যখন গাড়ি দুটির মধ্যে দূরত্ব 2.5 km হয় তখন B গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় 20 km h^{-1} হারে হ্রাস পেতে থাকে। কত দূরত্ব ও সময় পরে B গাড়িটি A গাড়িটিকে ধরতে পারবে?

[উ: 32.5 km, 0.5 m] [চুয়েট ২০১৫–২০১৬]

৫০। সমমন্দনে চলমান একটি ট্রেন প্রথম $\frac{1}{4}$ km অতিক্রম করে 20 s-এ এবং দ্বিতীয় $\frac{1}{4}$ km অতিক্রম করে 30 s-এ। ট্রেনটি সম্পূর্ণ থামতে আর কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে? [উ: 102.08 m] [বুয়েট ২০১৪–২০১৫]

৫১। একটি গুলি সেকেন্ডে 200 m সরল গতিতে চলে 50 cm পুরু একটি কাঠের গুড়িকে কোনো রকমে ছেদ করতে পারে। ঐ একই ধরনের গুলি কাঠের 40 cm পুরু গুড়ি হতে কত বেগে বের হবে? [উ: 89.44 m s^{-1}]

[রুয়েট ২০১৪–২০১৫]

৫২। একজন অ্যাথলেট 10 m s^{-1} বেগে দৌড়াচ্ছে। সে সর্বোচ্চ কত দূরত্ব জাম্প করতে পারবে?

[উ: 10.2 m] [বুয়েট ২০১০–২০১১]

৫৩। একটি বিমান বন্দরের রানওয়ের দৈর্ঘ্য 100 m। একটি উড়োজাহাজ উড়ার পূর্ব মুহূর্তে 216 km h^{-1} গতি সম্পন্ন হতে হয়। উড়োজাহাজটি 15 m s^{-2} ত্বরণে ত্বরান্বিত হলে রানওয়ে থেকে উড়তে সক্ষম হবে কি? রানওয়ের দৈর্ঘ্য সর্বনিম্ন কত হলে উড়তে সক্ষম হবে? [উ: উড়তে সক্ষম হবে না; রানওয়ের দৈর্ঘ্য সর্বনিম্ন 120 m হতে হবে।]

[বুয়েট ২০১৩–২০১৪]

৫৪। একটি বুলেট কোনো দেয়ালে 0.04 m প্রবেশের পর 75% বেগ হারায়। ঐ দেয়ালে বুলেটটি আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে ? [উ: 2.67×10^{-3} m] [ব. বো. ২০১০]

৫৫। একটি বন্দুকের গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে 0.08 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে ? [উ: 2.6 cm] [জা. বি. ২০১৭–২০১৮; নো.বি.প্র.বি. ২০১৭–২০১৮; কুয়েট ২০১৭–২০১৮]

৫৬। একটি পাথর একটি নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে 5 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। পাথরটি 3 সেকেন্ড পর থামিয়ে দিয়ে আবার পড়তে দেওয়া হলো। বাকি দূরত্ব অতিক্রম করে পাথরটির ভূমিতে পৌঁছতে কত সময় লাগবে ?

[উ: 4 s] [রুয়েট ২০১৫–২০১৬]

৫৭। একটি বস্তু কোনো টাওয়ারের ওপর স্থিরাবস্থা হতে নিচে পতিত হওয়ার সময় শেষ 1 সেকেন্ডে মোট উচ্চতার অর্ধেক অতিক্রম করে। পতনের সময় ও টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।[উ: 3.414 s; 57.11 m] [কুয়েট ২০০৭–২০০৮]

৫৮। কোনো মিনারের উপর থেকে একটি মার্বেল সোজা নিচের দিকে ফেলে দেওয়া হলো। মার্বেলটি ভূমি স্পর্শ করার পূর্ববর্তী সেকেন্ডে 34.4 m দূরত্ব অতিক্রম করে। মিনারটির উচ্চতা কত ? [উ: 78.8 m; [রুয়েট ২০১০–২০১১]

৫৯। একটি চন্দ্রতরীর মডিউল 10 m s^{-1} সমবেগে চন্দ্রপৃষ্ঠে অবতরণ করছে। চন্দ্রপৃষ্ঠ হতে120 m উঁচুতে থাকা অবস্থায় এর গিয়ার থেকে ছোট একটি বস্তু পড়ে গেল। চন্দ্রপৃষ্ঠে আঘাতের সময় বস্তুটির বেগ কত ? [চন্দ্রপৃষ্ঠে g =1.6 m s^{-2}]

[উ: 22 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০৯–২০১০]

৬০। একজন প্যারাসুট আরোহী মুক্ত হয়ে বাধাহীনভাবে 50 m নিচে পতিত হয়েছে। যখন প্যারাসুটটি খুলছে তখন গতি হ্রাসের হার 2 m s^{-2} এবং ঐ ব্যক্তি 3 m s^{-1} বেগে মাটিতে এসে পড়ল। কত উচ্চতায় ঐ ব্যক্তি মুক্ত হয়েছিল ?

[উ: 292.7 m] [বুয়েট ২০১১–২০১২]

৬১। একটি বস্তু একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে নিচে ছেড়ে দেওয়া হলো এবং একই সময় টাওয়ারের পাদবিন্দু হতে আর একটি বস্তু সরাসরি উপরের দিকে এমন আদিবেগে ছুড়ে মারা হলো যেন ইহা টাওয়ারের শীর্ষ বিন্দুতে পৌঁছাতে পারে। বস্তুদ্বয় কোথায় মিলিত হবে তা নির্ণয় কর। [উ: $\frac{3}{4}h$] [কুয়েট ২০০৪–২০০৫]

৬২। একটি বস্তুকে একই বেগে একবার 30° কোণে ও আর একবার 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো। দুই ক্ষেত্রে অর্জিত সর্বোচ্চ উচ্চতাদ্বয়ের অনুপাত কত ? [উ: 1 ঃ 3] [কুয়েট ২০০৮–২০০৯]

৬৩। একটি ক্রিকেট বল 72 km h^{-1} আদিবেগ ও 2 m s^{-1} মন্দনে 85 m দূরের বাউন্ডারি লাইনের দিকে চলছে। 2 s পর একজন খেলোয়াড় বাউন্ডারি থেকে 65 m দূরে থাকা অবস্থায় 15 km h^{-1} গতিতে বলটিকে ধাওয়া করে। সে কত ত্বরণ প্রাপ্ত হলে বাউন্ডারিতে পৌঁছার আগ মুহূর্তে বলটিকে থামাতে পারবে ?

[উ: 5.6 m s^{-2}] [রুয়েট ২০০৮–২০০৯]

৬৪। 78.4 মিটার উঁচু একটি চূড়া থেকে একটি পাথরকে অনুভূমিক বরাবর ছোঁড়া হলো। পাথরটি চূড়ার পাদদেশ থেকে 60 m দূরে ভূমিতে গিয়ে পড়ল। পাথরটি কত সময় পর ভূমিতে এসে পড়ল ? কত দ্রুতিতে পাথরটি ছোড়া হয়েছিল ? [অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}] [উ: 4 s, 15 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০২–২০০৩]

৬৫। একজন ক্রিকেটার একটি বলকে সর্বোচ্চ 100 m অনুভূমিক দূরত্বে ছুড়তে পারে। একই বলকে ঐ ক্রিকেটার মাটি থেকে খাড়া উপরের দিকে কত উচ্চতায় ছুঁড়তে পারবে ? [উ: 50 m] [বুয়েট ২০০৭–২০০৮]

৬৬। একটি দেয়াল ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার দৈর্ঘ্য 0.10 m হলে এর প্রান্তের রৈখিক বেগ কত ?

[উ: 0.010 5 m s^{-1}] [বুয়েট ২০১৪–২০১৫]

৬৭। একটি লিফট 4.8 m s^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মেঝের 2 m উঁচু থেকে একটি বল ছেড়ে দিলে বলটি লিফটের মেঝেতে এসে আঘাত করতে কত সময় লাগবে ? কত বেগে বলটি মেঝেতে আঘাত করবে ?

[উ: 0.894 s, 4.47 m s^{-2}] [বুয়েট ১৯৯৮–১৯৯৯]

৬৮। কোনো বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ অন করলে 10 বার পূর্ণ ঘূর্ণনের পর পাখাটির কৌণিক বেগ 20 rad s^{-1} হয়। কৌণিক ত্বরণ কত ? [উ: $\frac{10}{\pi}$ rad s^{-2}] [চুয়েট ২০০৯–২০১০]

৬৯। 9.1×10^{-31} kg ভরের একটি ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে 0.53×10^{-10} m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে 2.23×10^{6} m s^{-1} বেগে ঘুরছে। ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

[উ : 9.38×10^{22} m s^{-2}; 4.2×10^{16} rad s^{-1}] [বুয়েট ২০০৮–২০০৯]

৭০। একটি বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ অন করলে 10 বার পূর্ণ ঘূর্ণনের পর পাখাটির কৌণিক বেগ 20 rad s^{-1} হয়। পাখাটির কৌণিক ত্বরণ কত ? [রুয়েট ২০০৪–২০০৫]

৭১। একটি বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ অন করলে 10 বার পূর্ণ ঘূর্ণনের পর পাখাটির কৌণিক বেগ 20 rad s^{-1} হয়। পাখাটির কৌণিক ত্বরণ বের কর (a) 10 বার ঘূর্ণনে পাখাটি সমকৌণিক বেগ প্রাপ্ত হলে, (b) 8 বার ঘূর্ণনে পাখাটি সমকৌণিক বেগ প্রাপ্ত হয়ে থাকলে। [উ: (a) 3.18 rad s^{-1} ; (b) 0] [রুয়েট ২০০৫–২০০৬]

৭২। দুটি ঘোড়া 12 m s^{-1} এবং 6 m s^{-1} বেগ নিয়ে একটি প্রতিযোগিতা শুরু করে। তাদের ত্বরণ যথাক্রমে 2 m s^{-2} এবং 3 m s^{-2}। যদি ঘোড়া দুটি একই সময়ে শেষ প্রান্তে পৌছায়, তবে তারা কত সময় প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করেছিল ? [উ: 12 s] [মা. ভা.বি.প্র.বি. ২০১৬–২০১৭]

৭৩। একটি তীরকে 30° কোণে 40 m s^{-1} বেগে ছোঁড়া হলো। বাতাসে থাকা অবস্থায় তীরটির সর্বনিম্ন গতিবেগ কত ?

[উ: 34.64 m s^{-1}] [হা. দা. বি.প্র.বি ২০১৬–২০১৭]

৭৪। একটি ক্রিকেট বলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো এবং এটি 6 s পরে ভূমিতে ফিরে আসে। বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে ? [g =10 m s^{-1}] [উ: 45 m] [য.বি.প্র.বি ২০১৬–২০১৭]

৭৫। একজন লোক 48 m s^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলো। বলটি কতক্ষণ শূন্যে থাকবে ?

[উ: 9.8 s] [পা.বি.প্র.বি. ২০১৬–২০১৭]

৭৬। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত ? [উ : $\frac{\pi}{30}$ rad s^{-1}] [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]

৭৭। বিজ্ঞান মেলাকে আকর্ষণীয় করার জন্য প্রবেশ পথের দু'পাশে পানির ফোয়ারা স্থাপন করা হলো। তাদের মধ্যে একটির পানির ফোঁটাগুলো 5 m s^{-1} বেগে এবং 60° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে। অপর ফোয়ারার পানির ফোটাগুলো 6 m s^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে।

(ক) 0.6 s সময়ে ১ম ফোয়ারার পানির ফোঁটার বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের কোন ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে ?

[উ: (ক) 2.9 m s^{-1} ; (খ) $R_1 = 2.21$ m এবং $R_2 = 3.28$ m $\therefore R_2 > R_1$ $\therefore$ ২য় ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে। [চ. বো. ২০১৯]

৭৮। একটি ক্রিকেট বলকে 40 কোণে 40 m s^{-1} বেগে তীর্যকভাবে নিক্ষেপ করা হলো। বলটির সর্বাধিক উচ্চতা কত?

[উ: 33.73 m] মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]