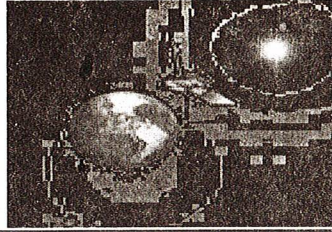
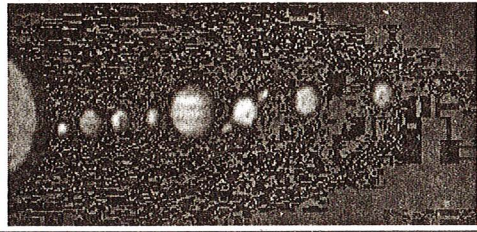


মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

GRAVITATION AND GRAVITY



সৃষ্টির পর থেকেই মানুষ অবাক বিশ্বয়ে তাকিয়েছে আকাশ পানে, হয়েছে বিশ্বয়াবিষ্ট। আকাশের অসংখ্য উজ্জ্বল বস্তু মানুষকে যুগে যুগে করেছে অভিভূত, মানুষ চিনতে চেষ্টা করেছে তাদেরকে। আকাশের এসব উজ্জ্বল বস্তুকে আমরা সাধারণত তারা বলে ডাকলেও এরা সবাই কিন্তু তারা নয়। এদের কোনোটা তারা, কোনোটা নীহারিকা, কোনোটা উল্কা, কোনোটা গ্রহ আবার কোনোটা ধূমকেতু। আমরা যে পৃথিবীতে বাস করি সেটি সৌর জগতের একটি গ্রহ। গ্রহগুলো সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘুরছে। এ অধ্যায়ে আমরা পড়ন্ত বস্তু, পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র, গ্রহের গতি, কেপলারের সূত্র, মহাকর্ষ, অভিকর্ষ, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, অভিকর্ষজ ত্বরণ, অভিকর্ষ কেন্দ্র, কৃত্রিম উপগ্রহ, মহাকর্ষ ক্ষেত্র, মহাকর্ষীয় বিভব, মুক্তিবৈগ নিয়ে আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

মহাকর্ষ সূত্র, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, কেপলারের সূত্র, অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ, অভিকর্ষ কেন্দ্র, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, মহাকর্ষীয় বিভব, মুক্তিবৈগ।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৬.১
২	ব্যবহারিক : আনত তলে মারবেল গড়িয়ে দিয়ে এবং দূরত্ব ও সময় পরিমাপ করে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র যাচাই করতে পারবে।	৬.২
৩	গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র বর্ণনা করতে পারবে।	৬.৫
৪	নিউটনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.৬
৫	মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক প্রতিপাদন ও সমস্যার সমাধানে এ সম্পর্ক ব্যবহার করতে পারবে।	৬.৭
৬	মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করতে পারবে।	৬.১১
৭	মহাকর্ষ বল, মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং মহাকর্ষ বিভবের পরিমাণগত মান নির্ধারণ এবং এদের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.১০
৮	অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনের কারণ বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.৮
৯	অভিকর্ষ কেন্দ্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৬.৯
১০	মুক্তিবৈগের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.১২
১১	মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার বর্ণনা করতে পারবে।	৬.১৩

৬.১। পড়ন্ত বস্তু

Falling bodies

কোনো বস্তুকে উপর থেকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষের প্রভাবে ভূমিতে পৌঁছায়। এ বস্তুগুলোকে বলা হয় পড়ন্ত বস্তু।

পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও তিনটি সূত্র বের করেন। এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র বলে। এ সূত্রগুলো একমাত্র স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

পড়ন্ত বস্তুর গ্যালিলিওর সূত্রাবলি

পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অর্থাৎ বস্তু পড়ার সময় স্থির অবস্থান থেকে পড়বে—এর কোনো আদি বেগ থাকবে না। বস্তু বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়বে অর্থাৎ এর উপর অভিকর্ষজ বল ছাড়া অন্য কোনো বল ক্রিয়া করবে না। যেমন- বাতাসের বাধা এর উপর কাজ করবে না। সূত্রগুলো এরূপ :

প্রথম সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করবে।

ব্যাখ্যা : এ সূত্রানুসারে স্থির অবস্থান থেকে কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে তা যদি বিনা বাধায় মাটিতে পড়ে তাহলে মাটিতে পড়তে যে সময় লাগে তা বস্তুর ভর, আকৃতি বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভরের, আকারের ও আয়তনের বস্তুকে যদি একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হয় এবং এগুলো যদি বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়তে থাকে তাহলে সবগুলোই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাবে।

দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক অর্থাৎ শেষ বেগ \propto পতনকাল। বা, $v \propto t$

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে প্রথম সেকেন্ড পরে যদি এটি v বেগে অর্জন করে তবে দ্বিতীয় সেকেন্ড পরে এটি $2v$ বেগে অর্জন করবে। সুতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে $v_1, v_2, v_3 \dots$ ইত্যাদি হয় তবে এই সূত্রানুসারে,

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব \propto (পতনকাল) 2 । বা, $h \propto t^2$

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে এক সেকেন্ডে যদি এটি h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দুই সেকেন্ডে এটি $h \times 2^2$ বা $4h$ দূরত্ব, তিন সেকেন্ডে এটি $h \times 3^2$ বা $9h$ দূরত্ব অতিক্রম করবে।

সুতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ডে যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে $h_1, h_2, h_3 \dots \dots$ ইত্যাদি হয় তবে

$$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

৬.২। ব্যবহারিক

Practical

পরীক্ষণের নাম	আনত তলে মার্বেল গড়িয়ে দিয়ে এবং দূরত্ব ও সময় পরিমাপ
পিরিয়ড : ২	করে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র যাচাই

তত্ত্ব : পড়ন্ত বস্তুর সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ দূরত্ব \propto পতনকাল বা $h \propto t^2$

$$\text{বা, } \frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} = \dots \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

একটি ঢালু আনত তলের সর্বোচ্চ বিন্দু থেকে তল দিয়ে গড়িয়ে পড়া কোনো মার্বেলের অতিক্রান্ত দূরত্ব s তার অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব h এর সমানুপাতিক (চিত্র : ৬.১)। অর্থাৎ $s \propto h$

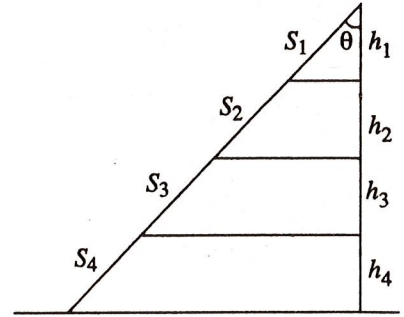
সুতরাং উপরিউক্ত সমীকরণকে লেখা যায়,

$$\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2} = \frac{s_3}{t_3^2} = \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

যন্ত্রপাতি : কমপক্ষে আট মিটারের চেয়ে লম্বা একখানা মসৃণ কাঠের তক্তা, মারবেল, স্টপওয়াচ ও মিটার স্কেল।

কাজের ধারা :

১. কমপক্ষে ৪ মিটারের চেয়ে লম্বা একখানা মসৃণ কাঠের তক্তা নেওয়া হয়।
২. তক্তার এক প্রান্ত থেকে মিটার স্কেল দিয়ে মেপে ২ মিটার অন্তর অন্তর ৪ টি দাগ কাটা হয়।
৩. তক্তার গণনা শুরু প্রান্তের নিচে কিছু দিয়ে এটিকে যথাসম্ভব বেশি করে ঢালু করা হয়।
৪. ঢালু তলের উপরের প্রান্তে একটি মারবেল ধরো। মারবেলটি ছেড়ে দেয়ার সাথে সাথে স্টপ ওয়াচ (ডিজিটাল হলে ভালো হয়) চালু কর।
৫. মারবেলটি যখন ২ মিটার দাগ অতিক্রম করে তখন ঘড়ি বন্ধ করে এই ২ মিটার দূরত্ব অতিক্রমের সময় নির্ণয় কর। একই প্রক্রিয়ায় ৩ বার পাঠ নিয়ে গড় সময় বের কর।
৬. একই পদ্ধতিতে মারবেল ছেড়ে দিয়ে ৪, ৬ এবং ৪ মিটার দাগ অতিক্রম করার সময় নির্ণয় কর।
৭. যথাসম্ভব বেশি সংখ্যক পাঠ নাও।
৮. এখন X-অক্ষের দিকে t^2 এবং Y-অক্ষের দিকে s স্থাপন করে একটি লেখচিত্র আঁক।



চিত্র : ৬.১

পর্যবেক্ষণ	দূরত্ব, s m	সময়, t s	গড় সময়, t s	t^2 s^2	$\frac{s}{t^2}$ $m s^{-2}$
1	2				
2	4				
3	6				
4	8				

ফলাফল : X-অক্ষের দিকে t^2 এবং Y-অক্ষের দিকে s স্থাপন করে একটি লেখচিত্র আঁকলে এটি মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা হয় (চিত্র : ৬.২) অর্থাৎ $s \propto t^2$ ।

বা, $\frac{s}{t^2} = \text{ধ্রুবক}$

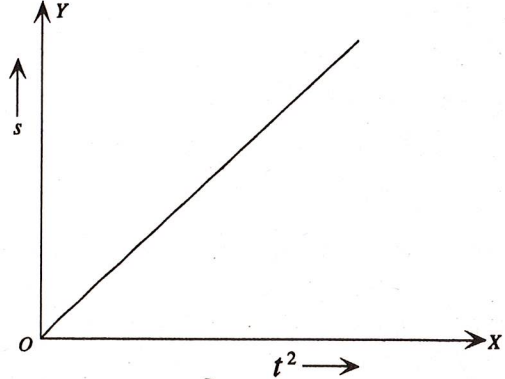
$\therefore s \propto t^2$

$\therefore \frac{s}{t^2} = \text{ধ্রুবক}$ ।

সুতরাং পড়ন্ত বস্তুর সূত্র প্রমাণিত হয়।

সতর্কতা :

১. তক্তাটি খুবই মসৃণ হতে হবে।
২. তক্তাটি খুব বেশি ঢালু হতে হবে।
৩. স্টপ ওয়াচ খুবই সুবেদী হতে হবে।



চিত্র : ৬.২

৬.৩। মহাকর্ষ Gravitation

সূর্যের চারপাশে গ্রহগুলোর ঘূর্ণনগতির সূত্রাবলি কেপলার নির্ধারণ করেন। কিন্তু কী ধরনের বলের প্রভাবে গ্রহগুলো সূর্যের চারপাশে ঘুরছে সে সম্পর্কে কেপলারের ধারণা ছিল না। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রাবলি থেকে অনুপ্রাণিত হয়ে নিউটন এদের মধ্যকার বল সম্পর্কে চিন্তা-ভাবনা করতে থাকেন। কথিত আছে, একদিন বাগানে বসে চিন্তা করার সময় নিউটন একটি আপেল মাটিতে পড়তে দেখেন। এর থেকে তাঁর মনে প্রশ্ন জাগে আপেলটি মাটিতে পড়ল কেন? নিশ্চয়ই কেউ একে মাটির দিকে টানছে। চিন্তা-ভাবনা করে তিনি সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, পৃথিবী সব বস্তুকেই তার নিজের দিকে আকর্ষণ করে। শুধু পৃথিবীই নয় সৌর জগতের গ্রহগুলোর সূর্যের চারপাশে ঘোরার কারণ বোঝার জন্য নিউটন পরস্পর যোগসূত্রহীন দুটি বস্তুর মধ্যে একটি আকর্ষণ বলের কল্পনা করেন। তিনি বলেন, এ মহাবিশ্বের প্রত্যেকটি বস্তু কণাই একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণ বলের মান শুধু বস্তুদ্বয়ের ভর ও এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে—এদের আকৃতি, প্রকৃতি, অভিমুখ ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। বিশ্বে যে কোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যকার এ আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

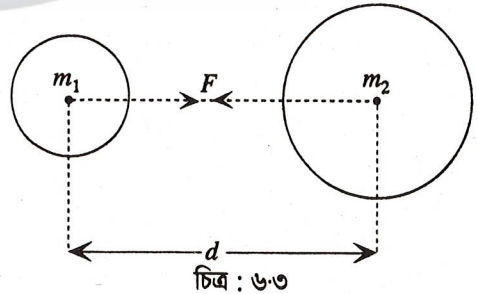
সংজ্ঞা : মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

৬.৪। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র Newton's Law of Gravitation

এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণকে মহাকর্ষ বলে। এ আকর্ষণ সম্পর্কে নিউটনের একটি সূত্র আছে, একে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বলে।

সূত্র : “মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এ বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।”

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু পরস্পর থেকে d দূরত্বে অবস্থিত (চিত্র: ৬.৩)। এদের মধ্যকার আকর্ষণ বল F হলে মহাকর্ষ সূত্রানুসারে,



$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\text{বা, } F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

...

...

(6.1)

এখানে G একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। এর মান কেবল রাশিগুলোর এককের উপর নির্ভর করে।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, G

(6.1) সমীকরণ থেকে আমরা দেখি যে, যখন $m_1 = m_2 = 1$ একক এবং $d = 1$ একক

তখন $F = G \frac{1 \times 1}{1}$ অর্থাৎ $F = G$ বা, $G = F$ হয়।

সংজ্ঞা : একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্ব থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

মাত্রা ও একক : (6.1) সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

$$G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2} \quad \dots \quad (6.2)$$

সুতরাং G -এর মাত্রা হবে উপরের সমীকরণের ডান পাশের রাশিগুলোর মাত্রা। অর্থাৎ

$$[G] = \frac{MLT^{-2} \times L^2}{M^2} = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

(6.2) সমীকরণের ডানপাশের রাশিগুলোর একক বসালে G -এর একক পাওয়া যায় $N m^2 kg^{-2}$ বা, $m^3 kg^{-1} s^{-2}$

আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে G -এর সর্বসম্মত মান গৃহীত হয়েছে, $G = 6.673 \times 10^{-11} N m^2 kg^{-2}$ ।

তাৎপর্য : G এর মান $6.673 \times 10^{-11} N m^2 kg^{-2}$ বলতে বোঝায় 1 kg ভরের দুটি বস্তু 1m দূরে স্থাপন করলে এগুলো পরস্পরকে $6.673 \times 10^{-11} N$ বলে আকর্ষণ করে।

G -এর সর্বজনীনতা

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G -কে সর্বজনীন বা বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়, কারণ এর মান বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের কোনো ধর্মের যেমন- প্রবেশ্যতা (Permeability), প্রবণতা (Susceptibility) বা দিকদর্শিতা (Directionality) ইত্যাদি এর উপর নির্ভর করে না।

চৌম্বক বা স্থির তড়িৎ বলের জন্য কুলম্বের সূত্রে G -এর মতো একটি ধ্রুবক পাওয়া যায় যা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন মাধ্যমের বিভিন্ন প্রবেশ্যতার জন্য চৌম্বক বল বা স্থির তড়িৎ বলের পরিবর্তন হয়। কিন্তু মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না।

আবার মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের উপর নির্ভর করে। কিন্তু বস্তুদ্বয় কোন পদার্থের তৈরি তার উপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ বস্তুদ্বয়ের প্রকৃতির সাথে G -এর কোনো সম্পর্ক নেই।

বেশির ভাগ কেলাসের প্রতিসরাঙ্ক, তাপ পরিবাহিতা ইত্যাদি কেলাসের অভিমুখের উপর নির্ভর করে। কিন্তু দেখা গেছে যে, মহাকর্ষ বল কেলাসের দিকদর্শিতার উপর নির্ভর করে না, অর্থাৎ G -এর মান দিকদর্শিতার ধর্মের উপর নির্ভর করে না।

৬.৫। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র

Kepler's Laws of Planetary Motion

সৌরজগৎ সম্পর্কে প্রাচীনকালে গ্রিকরা চিন্তা-ভাবনা করতেন। গ্রিক জ্যোতির্বিদদের সিদ্ধান্তসমূহকে টলেমি তত্ত্ব আকারে উপস্থিত করেন। তাঁর মতে পৃথিবী এ মহাবিশ্বের কেন্দ্র এবং সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ ও তারাগুলো পৃথিবীকে কেন্দ্র করে জটিল কক্ষপথে আবর্তন করে। প্রায় পঞ্চদশ শতাব্দী পর্যন্ত টলেমির এ মতবাদ কার্যকর থাকলেও এ তত্ত্বটি খুবই জটিল ছিল এবং বহু সংখ্যক পর্যবেক্ষণের কোনো ব্যাখ্যা এ তত্ত্ব দিতে পারতো না। ষোড়শ শতাব্দীতে কোপার্নিকাস বলেন যে, সূর্যকে মহাবিশ্বে স্থির কেন্দ্র বিবেচনা করলে আকাশের বস্তুসমূহের একটি সহজ বর্ণনা দেওয়া যায়। কোপার্নিকাসের তত্ত্ব অনুসারে পৃথিবী হচ্ছে একটি গ্রহ যা তার নিজের অক্ষের উপর আবর্তন করে ও সূর্যের চারদিকে ঘুরে এবং পৃথিবীর মতো অন্য গ্রহগুলোরও একই ধরনের গতি বর্তমান।

এ দুই তত্ত্বের বিরোধ জ্যোতির্বিদদের আরো বেশি সংখ্যক পর্যবেক্ষণ করা তথ্য সংগ্রহে আগ্রহী করে তোলে। এ সব তথ্য টাইকোব্রাহে সংকলিত করেন। টাইকোব্রাহার এসব তথ্য তাঁর সহকর্মী জোহান কেপলার বিশ্লেষণ এবং ব্যাখ্যা করেন

এবং তিনি দেখতে পান যে, গ্রহগুলোর গতিতে একটি নিয়মানুবর্তিতা বর্তমান। এসব নিয়মানুবর্তিতাই গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের তিনটি সূত্র নামে পরিচিত।

প্রথম সূত্র : কক্ষের সূত্র : প্রতি গ্রহই সূর্যকে একটি ফোকাসে (focus) রেখে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরে।

ব্যাখ্যা : চিত্র : ৬.৪ এ ABCD একটি উপবৃত্তাকার কক্ষপথ। F ও F' এই উপবৃত্তের দুটি ফোকাস। কেপলারের প্রথম সূত্রানুসারে সূর্য এ ফোকাস দুটির যেকোনো একটিতে থাকবে এবং গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে ঘুরবে।

দ্বিতীয় সূত্র : ক্ষেত্রফলের সূত্র : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, ৬.৪ চিত্রে F ফোকাসে সূর্য অবস্থিত। কোনো গ্রহ যদি এ কক্ষপথের A অবস্থান থেকে B অবস্থানে আসতে t সময় নেয় এবং C অবস্থান থেকে D অবস্থানে আসতেও সেই একই সময় t নেয় তাহলে কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে AFB ক্ষেত্রফল ও CFD ক্ষেত্রফল সমান হবে।

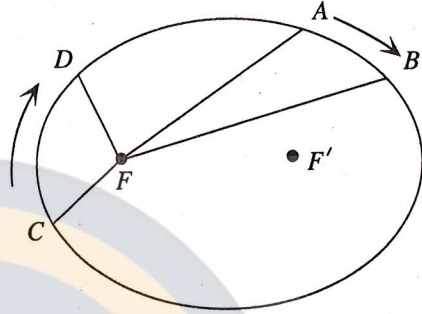
তৃতীয় সূত্র : আবর্তনকালের সূত্র : সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ এর কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের (semi major axis) ঘনফলের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা : গ্রহগুলো উপবৃত্তাকার পথে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। ধরা যাক, যেকোনো গ্রহের কক্ষ পথের অর্ধপরাক্ষ a এবং ঐ গ্রহের সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করতে T সময় লাগে। কেপলারের তৃতীয় সূত্র অনুসারে,

$$T^2 \propto a^3 \text{ হবে।}$$

কতগুলো গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষ a_1, a_2, a_3, \dots হলে এবং গ্রহগুলোর আবর্তনকাল যথাক্রমে T_1, T_2, T_3, \dots হলে,

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = \dots = \text{ধ্রুব হবে।}$$



চিত্র : ৬.৪

৬.৬। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন Deduction of Mathematical Expression of Kepler's Law from Newton's Law of Gravitation

ধরা যাক, m ভরবিশিষ্ট P গ্রহটি সূর্য S কে কেন্দ্রে রেখে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে (চিত্র : ৬.৫)।

সূর্য ও গ্রহের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল হলো

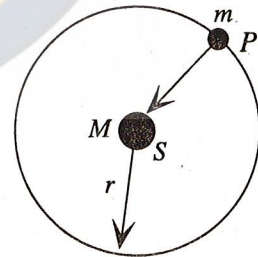
$$F_G = \frac{GMm}{r^2}$$

সেখানে M হলো সূর্যের ভর।

গ্রহটি বৃত্তাকার কক্ষ পথে ঘুরছে তাই কেন্দ্রমুখী বল হলো

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

সেখানে v গ্রহের দ্রুতি।



চিত্র : ৬.৫

একটি উপবৃত্তের পরাক্ষ (major axis) হচ্ছে এর দীর্ঘতম ব্যাস। এটি উপবৃত্তের দুই ফোকাস ও কেন্দ্র দিয়ে এর দুই প্রান্ত পর্যন্ত বিস্তৃত। অর্ধ-পরাক্ষ (semi major-axis) হচ্ছে পরাক্ষের অর্ধেক। সুতরাং অর্ধ-পরাক্ষ হচ্ছে উপবৃত্তের কেন্দ্র থেকে একটি ফোকাস দিয়ে এর প্রান্ত পর্যন্ত দূরত্ব। আসলে এটি হচ্ছে উপবৃত্তের দুই দূরতম বিন্দুর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ। উপবৃত্তের দীর্ঘ ব্যাসার্ধকে আমরা অর্ধ-পরাক্ষ ধরে নিতে পারি। বৃত্তের ক্ষেত্রে বৃত্তের ব্যাসার্ধই হচ্ছে এর অর্ধ-পরাক্ষ।

এহাটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে হলে এই মহাকর্ষীয় বলই কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে কাজ করবে। সুতরাং

$$F_G = F_c$$

$$\text{বা, } \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \dots \quad (6.3)$$

সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণায়মান গ্রহের পর্যায়কাল T হলে

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\text{বা, } v = \frac{2\pi r}{T}$$

এখন সমীকরণ (6.3)-এ v এর মান বসালে,

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{GMm}{r^2} = \frac{m}{r} \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad \text{বা, } T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

$$\text{বা, } T^2 = Kr^3$$

$$\text{সেখানে } K = \frac{4\pi^2}{GM}, \text{ একটি ধ্রুবক।}$$

$$\text{সুতরাং } T^2 \propto r^3$$

এটি হলো কেপলারের তৃতীয় সূত্র।

ধ্রুবক K সকল গ্রহের জন্য একই এবং এর মান $2.97 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, কক্ষপথ উপবৃত্তীয় (elliptical) হলে r -এর পরিবর্তে উপবৃত্তের অর্ধ-পরাক্ষ (semi major axis) a লিখতে হবে।

৬.৭। অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ

Gravity and Acceleration Due to Gravity

অভিকর্ষ : এ বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে মহাকর্ষ বলে। দুটি বস্তুর একটি যদি পৃথিবী হয় তবে যে আকর্ষণ হয় তাকে অভিকর্ষ বলা হয় অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণকে অভিকর্ষ বলে।

সংজ্ঞা : পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে।

সূর্য ও চন্দ্রের মধ্যে যে আকর্ষণ তা মহাকর্ষ, কিন্তু পৃথিবী ও একটি বই-এর মধ্যে যে আকর্ষণ তা অভিকর্ষ।

অভিকর্ষজ ত্বরণ : নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি যে, বল প্রযুক্ত হলে কোনো বস্তুর ত্বরণ হয়, সুতরাং অভিকর্ষ বলের প্রভাবেও বস্তুর ত্বরণ হবে। এ ত্বরণকে তথা বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলা হয়।

সংজ্ঞা: অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

একে g দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ এক প্রকার ত্বরণ; সুতরাং এর মাত্রা হবে LT^{-2} এবং একক হবে m s^{-2} ।

g -এর সমীকরণ : মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক

ধরা যাক, M = পৃথিবীর ভর, m = ভূ-পৃষ্ঠে বা এর নিকটে অবস্থিত কোনো বস্তুর ভর, d = বস্তু এবং পৃথিবীর কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব।

তাহলে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$\text{অভিকর্ষ বল, } F = G \frac{Mm}{d^2} \quad \dots \quad (6.4)$$

কিন্তু নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই, অভিকর্ষ বল = ভর \times অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$\text{অর্থাৎ } F = mg \quad \dots \quad (6.5)$$

$$(6.4) \text{ ও } (6.5) \text{ সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়, } mg = \frac{GMm}{d^2}$$

$$\text{বা, } g = \frac{GM}{d^2} \quad \dots \quad (6.6)$$

(6.6) সমীকরণের ডানপাশে বস্তুর ভর m অনুপস্থিত; সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। যেহেতু G এবং পৃথিবীর ভর M ধ্রুবক, তাই g -এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব d -এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং g -এর মান বস্তু নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়। সমীকরণ (6.6) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করেছে।

পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দূরত্ব, অর্থাৎ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে ভূ-পৃষ্ঠে

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad (6.7)$$

বস্তুর ওজন : কোনো বস্তুকে পৃথিবী যে বলে আকর্ষণ করে তাকে অভিকর্ষ বল বলে। এ অভিকর্ষ বলই হচ্ছে বস্তুর ওজন। কোনো বস্তুর ভর m হলে ঐ বস্তুর ওজন, $W = mg$

৬.৮। অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর পরিবর্তন

Variation of g

অভিকর্ষজ ত্বরণ g কোনো ধ্রুব রাশি নয়। স্থানভেদে এর পরিবর্তন হয়। যে সকল কারণে g -এর পরিবর্তন হয় নিচে তা বর্ণনা করা হলো।

(ক) পৃথিবীর আকৃতির জন্য :

পৃথিবী সুষম গোলক না হওয়ায় পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের সকল স্থান সমদূরে নয়। যেহেতু g -এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর নির্ভর করে, তাই পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে g -এর মানের পরিবর্তন হয়। বিষুবীয় অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R সবচেয়ে বেশি হওয়ায় g -এর মান সবচেয়ে কম 9.78039 m s^{-2} । বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে যতো বেশি যাওয়া যায়, ব্যাসার্ধ R ততো কমতে থাকে এবং g -এর মান বাড়তে থাকে। মেরু অঞ্চলে ব্যাসার্ধ সবচেয়ে কম হওয়ায় g -এর মানও মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি 9.83217 m s^{-2} । ক্রান্তীয় অঞ্চলে g -এর মান 9.78918 m s^{-2} ।

ভূ-পৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে g -এর মান বিভিন্ন বলে 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে g -এর মানকে আদর্শ মান ধরা হয়। g -এর আদর্শ মান হচ্ছে 9.80665 m s^{-2} । হিসাবের সুবিধার জন্য আদর্শ মান ধরা হয় 9.81 m s^{-2} ।

(খ) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর কোনো স্থানে :

পৃথিবীর ভর M , এর ব্যাসার্ধ R এবং ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad (6.8)$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় (চিত্র : ৬-৬) অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $(R + h)$ দূরত্বে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g' হলে,

$$g' = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad \dots \quad (6.9)$$

(6.9) সমীকরণকে (6.8) সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

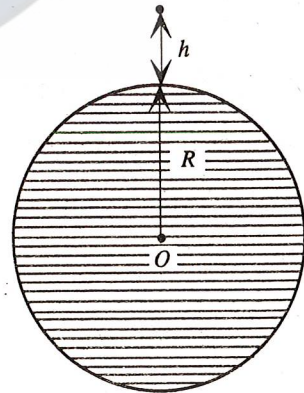
$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R + h)^2} \times \frac{R^2}{GM} = \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2}{(R + h)^2} g \quad \dots \quad (6.10)$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2}{d^2} g \quad \dots \quad (6.11)$$

এখানে, $d = R + h =$ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্ব।

অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।



চিত্র : ৬-৬

$$\text{অর্থাৎ, } g' \propto \frac{1}{d^2} \quad \dots \quad (6.12)$$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (6.10) সমীকরণ থেকে g' এর মান হিসাব করা যায়। উপরিউক্ত সমীকরণের ডান পাশের h ও লবকে R^2 দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

$$g' = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} g$$

$$\text{বা, } g' = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} g$$

এখন $h < R$ হলে $\left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত করে এবং $\frac{h}{R}$ খুব ক্ষুদ্র বলে $\frac{h}{R}$ এর উচ্চঘাতসমূহ উপেক্ষা করে আমরা পাই,

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g \quad \dots \quad (6.13)$$

উপরিউক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, h -এর বৃদ্ধির সাথে সাথে $\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ হ্রাস পায়, অর্থাৎ g' -এর মান হ্রাস পেতে থাকে। সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত ওপরে ওঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে। (6.12) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

বি. দ্র. (6.13) সমীকরণটি ভূ-পৃষ্ঠের খুব কাছাকাছি অঞ্চলে অর্থাৎ h এর মান খুব ছোট হলে কেবল খাটে।

গ. পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে

ধরা যাক, ৬.৭ চিত্রে ABC পৃথিবী এবং O এর কেন্দ্র। পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের মোটামুটি একটি গোলক বিবেচনা করি যার গড় ঘনত্ব ρ ।

$$\text{অতএব, পৃথিবীর আয়তন, } V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{সুতরাং পৃথিবীর ভর, } M = V\rho = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

ভূ-পৃষ্ঠে A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2}$$

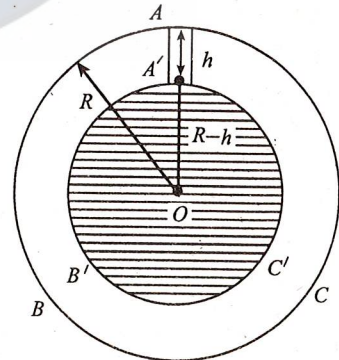
$$\therefore g = \frac{4}{3} G \pi R \rho \quad \dots \quad (6.14)$$

ধরা যাক, পৃথিবীর অভ্যন্তরে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h দূরত্ব নিচে A' বিন্দুতে কোনো বস্তু আছে। A' বিন্দুতে অবস্থিত কোনো বস্তুর উপর ভূ-কেন্দ্র O -এর দিকে পৃথিবীর আকর্ষণ $(R - h)$ ব্যাসার্ধের $A'B'C'$ গোলকের আকর্ষণের সমান। এই গোলকের বাইরের অংশ বস্তুর উপর কোনো আকর্ষণ প্রয়োগ করে না। এই গোলকের আয়তন V' এবং ভর M' হলে,

$$V' = \frac{4}{3} \pi (R - h)^3$$

$$\text{এবং } M' = V' \rho = \frac{4}{3} \pi (R - h)^3 \rho$$

সুতরাং A' বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে



চিত্র : ৬.৭

$$g' = \frac{GM'}{(R-h)^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi (R-h)^3 \rho}{(R-h)^2}$$

$$\therefore g' = \frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho \quad \dots \quad (6.15)$$

(6.15) সমীকরণকে (6.14) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho}{\frac{4}{3} G \pi R \rho} = \frac{R-h}{R} \quad \dots \quad (6.16)$$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = \frac{d}{R}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{d}{R} g \quad \dots \quad (6.17)$$

এখানে $d = R-h$ = ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্ব।

$$\therefore g' \propto d \quad \dots \quad (6.18)$$

অর্থাৎ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-কেন্দ্র থেকে ঐ বিন্দুর দূরত্বের সমানুপাতিক।
আবার সমীকরণ (6.16) থেকে পাই,

$$\therefore g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right) \quad \dots \quad (6.19)$$

(6.19) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, h -এর বৃদ্ধির সাথে সাথে $\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ হ্রাস পায়, অর্থাৎ g' -এর মান কমতে থাকে। সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে।

পৃথিবীর কেন্দ্রে অর্থাৎ O বিন্দুতে $h = R$, সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

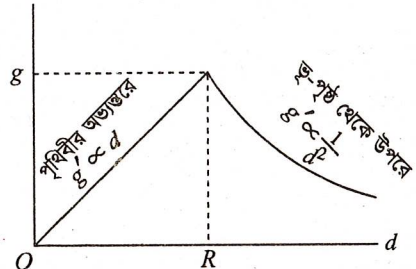
$$g' = g \left(1 - \frac{R}{R}\right) \text{ বা, } g' = 0.$$

অতএব, পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে যদি কোনো বস্তুকে নিয়ে যাওয়া যায়, তাহলে বস্তুর উপর পৃথিবীর কোনো আকর্ষণ থাকবে না। তাই ভূ-কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজনও শূন্য।

পৃথিবীর বাইরে অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। পৃথিবীর অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। (৬.৮) চিত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা দেখানো হয়েছে।

(ঘ) পৃথিবীর আঙ্গিক গতির জন্য : পৃথিবীর আঙ্গিক গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠের সবকিছুই সমান কৌণিক বেগ $\omega \left(= \frac{2\pi}{T}\right)$ নিয়ে পৃথিবীর অক্ষ YOY' কে কেন্দ্র করে ঘুরছে (চিত্র : ৬.৯)। এই

ঘূর্ণন গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠের প্রতিটি বস্তুর উপর একটি কেন্দ্রাতিগ বল ক্রিয়া করে।



চিত্র ৬.৮ : ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সাথে g -এর পরিবর্তন

মনে করি, ভূ-পৃষ্ঠে λ অক্ষাংশে অবস্থিত P যেকোনো একটি বিন্দু। এই বিন্দুতে m ভরের একটি বস্তু অবস্থিত। তাহলে এই বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রাতিগ বলের মান $F_c = \frac{mv^2}{r}$; এখানে v হচ্ছে ঐ বস্তুর রৈখিক বেগ এবং $r (= PQ)$ হচ্ছে ঐ বস্তুর বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ। এই কেন্দ্রাতিগ বল বস্তুকে তার বৃত্তপথের স্পর্শক বরাবর ছিটকে ফেলতে চায়। এই কেন্দ্রাতিগ বলকে নাকচ করার জন্য বস্তুর উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষ বলের একটি অংশ ব্যয় করতে হয়।

পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের গোলক বিবেচনা করলে P বিন্দুতে অবস্থিত m ভরের বস্তুর উপর PO বরাবর অভিকর্ষ বল,

$$F = mg = m \frac{GM}{R^2}$$

কিন্তু P বিন্দুতে PS বরাবর কেন্দ্রাতিগ বলের উপাংশ হচ্ছে,

$$F_{c\lambda} = F_c \cos \lambda$$

সুতরাং P বিন্দুতে m ভরের বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বল হচ্ছে $F_\lambda = F - F_{c\lambda}$ । এই কার্যকর বলের জন্য কার্যকর অভিকর্ষজ ত্বরণ g_λ হলে,

$$mg_\lambda = mg - F_c \cos \lambda = mg - \frac{mv^2}{r} \cos \lambda$$

$$\therefore g_\lambda = g - \frac{v^2}{r} \cos \lambda$$

$$\text{যেহেতু } r = R \cos \lambda \text{ এবং } v = \omega r = \omega R \cos \lambda$$

$$\therefore g_\lambda = g - \frac{\omega^2 R^2 \cos^2 \lambda}{R \cos \lambda} \cos \lambda$$

$$\text{বা, } g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \quad \dots$$

$$\text{বিষুব রেখা বরাবর, } \lambda = 0^\circ; \text{ অর্থাৎ } \cos \lambda = 1 \quad \therefore g_0 = g - \omega^2 R$$

$$\text{মেরু অঞ্চলে, } \lambda = 90^\circ, \text{ অর্থাৎ } \cos \lambda = 0, \quad \therefore g_{90} = g.$$

(6.20)

সুতরাং দেখা যায় যে, পৃথিবীর আন্বিক গতির জন্য বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ সবচেয়ে কম এবং মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি। তাই পৃথিবীর আন্বিক গতির জন্য অভিকর্ষজ ত্বরণ বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে ক্রমশ বৃদ্ধি পায়। ফলে আন্বিক গতির জন্য বস্তুর ওজন বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে ক্রমশ বৃদ্ধি পায়। আবার পৃথিবীর আন্বিক গতি না থাকলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানও হ্রাস পাবে না। ফলে ঘূর্ণনরত অবস্থায় বাস্তব ওজন যা হবে ঘূর্ণন বন্ধ হয়ে গেলে ওজন তার চেয়ে বেশি হবে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

পৃথিবী ও সূর্যের ভর :

পৃথিবীর ভর : ধরা যাক, পৃথিবীর ভর M । পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের একটি সুসম গোলক বিবেচনা করলে, অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর জন্য আমরা পাই,

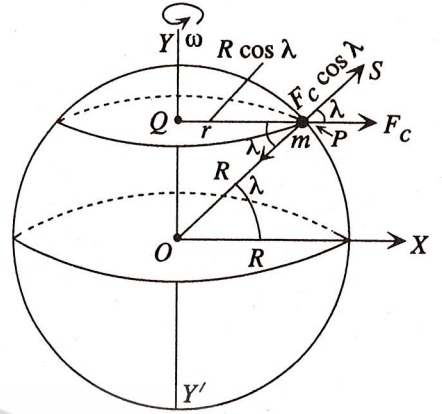
$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G} \quad \dots$$

(6.21)

এই সমীকরণে g , R এবং G -এর নিম্নোক্ত মান

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}, R = 6.4 \times 10^6 \text{ m এবং}$$



চিত্র : ৬.৯

$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ বসালে আমরা পাই,

$$M = \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

সূর্যের ভর : সৌরজগতের কোনো গ্রহের পর্যায়কাল এবং সূর্য থেকে এর দূরত্ব জানা থাকলে সূর্যের ভর M নির্ণয় করা যায়। ধরা যাক, কোনো গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য থেকে এর দূরত্ব r । ঐ গ্রহের ভর m হলে এবং সূর্যের চারদিকে এটি ω কৌণিক বেগে বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে ধরে নিলে ঐ গ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের জন্য আমরা পাই,

$$\frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = \frac{mr 4\pi^2}{T^2}$$

$$\therefore M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} \quad \dots \quad \dots \quad (6.22)$$

এ সমীকরণে পৃথিবীর পর্যায়কাল T প্রায় 365 দিন বা $365 \times 24 \times 3600$ সেকেন্ড এবং পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সূর্যের কেন্দ্রের দূরত্ব r প্রায় $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ বসালে আমরা সূর্যের ভর পাই,

$$M = \frac{4 \times \pi^2 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times (365 \times 24 \times 3600 \text{ s})^2} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

উপরিউক্ত $\frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2$ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, গ্রহের ভর m দু'পাশ থেকে কাটা যায় এবং ω এর চূড়ান্ত সমীকরণে গ্রহের ভর m অনুপস্থিত থাকে। সুতরাং কক্ষপথে কোনো গ্রহের কৌণিক দ্রুতি তার ভরের উপর নির্ভর করে না। গ্রহের কৌণিক দ্রুতি ω (এবং পর্যায়কাল T) কেবল সূর্য থেকে কক্ষপথের দূরত্ব r এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, কোনো গ্রহের কৌণিক দ্রুতি কেবল কক্ষপথের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে এবং গ্রহের ভরের উপর নির্ভর করে না।

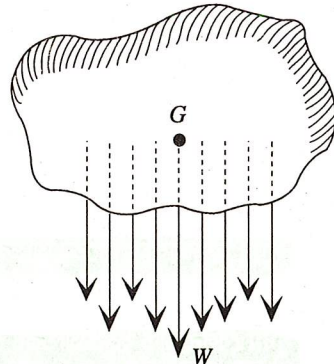
৬.৯। অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র

Centre of Gravity

বস্তুর উপর বল সব সময় একটি বিন্দুতে কাজ করে, এ বিন্দুকে বলের ক্রিয়া বিন্দু বলা হয়। পদার্থের ওজন বা অভিকর্ষ বলও একটি বল। সুতরাং ওজনও একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এই নির্দিষ্ট বিন্দুকেই বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলা হয়। বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বস্তুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে না। যেভাবেই বস্তুটিকে রাখা হোক না কেন অভিকর্ষ কেন্দ্র একটিই এবং একই জায়গায় হবে (চিত্র : ৬.১০)।

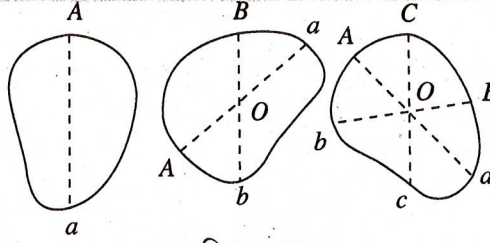
সংজ্ঞা : একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

ব্যাখ্যা : প্রত্যেক বস্তুই অনেকগুলো ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বস্তুকণার সমষ্টি। প্রত্যেকটি কণাই পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হচ্ছে। পর পর অবস্থিত দুটি কণার মধ্যকার দূরত্বের তুলনায় কণাগুলো থেকে পৃথিবীর কেন্দ্র অনেক দূর থাকায় কণা দুটির ওজনের অভিমুখ, সমমুখী ও সমান্তরাল বলে ধরা যায় (চিত্র : ৬.১০)। এদের লব্ধি আর একটি সমান্তরাল রেখা বরাবর ক্রিয়াশীল হবে। এভাবে সব কয়টি কণার জন্য লব্ধি বল হিসাব করলে সেই লব্ধি বল বস্তুর মধ্যস্থিত যে বিন্দুতে ক্রিয়া করবে সেই বিন্দুকে (G) বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে। কোনো বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র এর ভেতরে এবং বস্তুটিকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন, একটি মাত্র নির্দিষ্ট বিন্দুতেই অবস্থিত হবে।



চিত্র : ৬.১০

পরীক্ষা : অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয় :

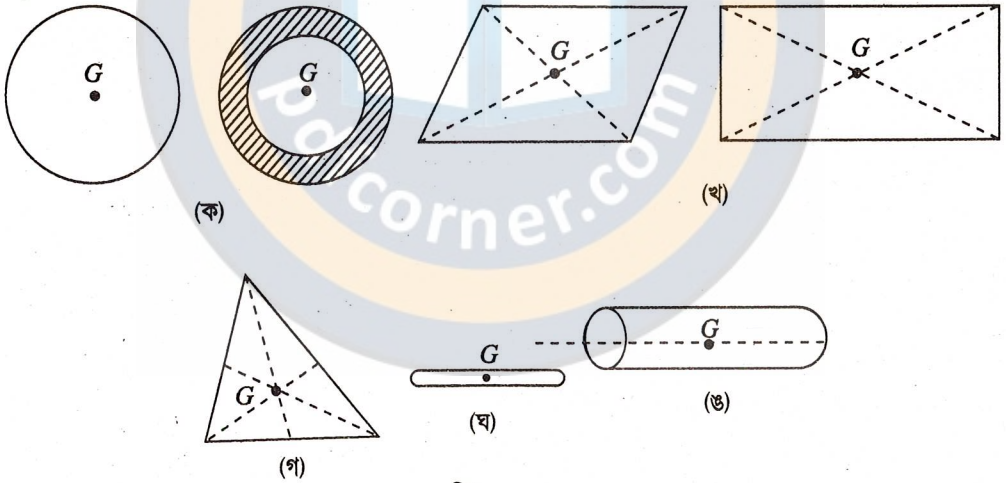


চিত্র : ৬.১১

একটি পাতলা পাত নিয়ে এর কিনারার কোনো একটি বিন্দু A তে একটি সুতার সাহায্যে ঝুলাও। বস্তুটি যখন স্থির অবস্থায় থাকবে তখন এর অভিকর্ষ কেন্দ্র অবশ্যই ঝুলন বিন্দুর ঠিক নিচে Aa রেখার উপর কোনো বিন্দুতে অবস্থিত হবে (চিত্র : ৬.১১)। এরপর বস্তুটিকে তার কিনারার অন্য কোনো বিন্দু B তে ঝুলাও। এখন এর অভিকর্ষ কেন্দ্র অবশ্যই Bb রেখার উপর অবস্থিত হবে। এখন Aa এবং Bb রেখাদ্বয়ের একমাত্র সাধারণ বিন্দু হচ্ছে রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু O । সুতরাং এই O বিন্দুই হবে বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র। এখন যদি এই বস্তুটিকে অন্য কোনো বিন্দু C তে ঝুলানো হয়, তাহলে উল্লম্ব রেখা Cc অবশ্যই O বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে।

কয়েকটি বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র

৬.১২ চিত্রে কয়েকটি সুসম জ্যামিতিক আকার বিশিষ্ট বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র G দেখানো হলো :

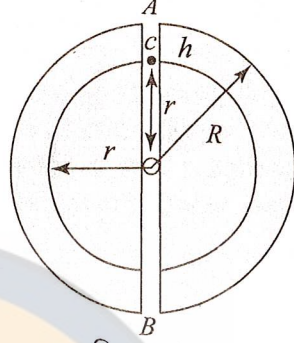


চিত্র : ৬.১২

- সুসম বৃত্তের, আংটির বা গোলকের অভিকর্ষ কেন্দ্র এদের জ্যামিতিক কেন্দ্রে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ ক)।
- সুসম সামান্তরিক আকৃতির ক্ষেত্রের অভিকর্ষ কেন্দ্র এর কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ খ)।
- সুসম ত্রিভুজাকৃতি পাতের অভিকর্ষ কেন্দ্র এর মধ্যমাগুলোর ছেদবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ গ)।
- সুসম দণ্ডের মধ্যবিন্দুই এর অভিকর্ষ কেন্দ্র (চিত্র : ৬.১২ ঘ)।
- সুসম বেলনাকৃতি বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র এর অক্ষের মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ ঙ)।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : পৃথিবীর ব্যাস বরাবর এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি সুড়ঙ্গ পথে একটি বস্তু খণ্ড ছেড়ে দিলে তার গতি প্রকৃতি কি হবে? বস্তু খণ্ডটির অপর প্রান্তে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে?

ধরা যাক, পৃথিবী সুঘন ঘনত্বের R -ব্যাসার্ধের একটি গোলক। গোলকটির AB ব্যাস বরাবর একটি ঘর্ষণহীন সুড়ঙ্গ কল্পনা করা হলো (চিত্র : ৬.১৩)। এখন m ভরের একটি বস্তুকে AB সুড়ঙ্গের মধ্যে ফেলে দেওয়া হলো এবং কিছুক্ষণ পর বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h দূরত্ব অতিক্রম করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বের C অবস্থানে এলো। O বিন্দুকে কেন্দ্র করে $OC = r$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলক আঁকা হলো। আমরা জানি, এই অবস্থানে বস্তুটির উপর শুধুমাত্র r ব্যাসার্ধের গোলকটির ভর M' আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। এই গোলকের বাইরের ভর বস্তুটির উপর কেন্দ্রের দিকে কোনো বল প্রয়োগ করবে না। তাহলে r ব্যাসার্ধটির গোলকের অভ্যন্তরে ভর হলো,



চিত্র : ৬.১৩

$$M' = \rho V' = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \dots \quad (6.23)$$

এখানে, V' হচ্ছে r ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তন এবং ρ হচ্ছে পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব।

মহাকর্ষীয় বলের সূত্রানুসারে, m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বল,

$$F = -\frac{GmM'}{r^2} = -\frac{Gmp4\pi r^3}{3r^2} = -\left(\frac{4\pi mG\rho}{3}\right)r \quad \dots \quad (6.24)$$

(এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বল বোঝায়)

$$\frac{4\pi mG\rho}{3} = k = \text{ধ্রুবক}$$

$$\therefore F = -kr \quad \dots \quad (6.25)$$

সমীকরণ (6.25) থেকে দেখা যায় যে, বল, সরণ r এর সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী অর্থাৎ বস্তুটির গতি সরল দোলন গতি (৮.৩ অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)। অর্থাৎ বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রকে কেন্দ্র করে সরল দোলন গতিতে দুলতে থাকবে।

এখন এই সরল দোলন গতির পর্যায়কাল হচ্ছে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{G\rho 4\pi m}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

$$\therefore T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = \sqrt{\frac{3 \times \pi}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}} = 5067 \text{ s} = 84.46 \text{ min}$$

সুতরাং বস্তুটির এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এর অর্ধেক সময় অর্থাৎ $\frac{84.46}{2} \text{ min} = 42.2 \text{ min}$ সময় লাগবে।

বস্তুটির অপর প্রান্তে পৌঁছানোর সময় বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

উল্লেখ্য যে, এ সমস্যাটি একেবারেই কাল্পনিক। পৃথিবীর ব্যাস বরাবর কোনো সুড়ঙ্গ তৈরি বাস্তবে একেবারেই সম্ভব নয়।

৬.১০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র

Gravitational Field

এ মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চল জুড়ে এ মহাকর্ষীয় প্রভাব বিদ্যমান থাকে তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে। তাত্ত্বিকভাবে একটি বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা মহাকর্ষীয় তীব্রতা

কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে সর্বত্র এর প্রভাব সমান থাকে না। বিভিন্ন বিন্দুতে এর প্রভাব বিভিন্ন হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা মহাকর্ষীয় তীব্রতা দিয়ে ঐ প্রভাব পরিমাপ করা হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিভিন্ন বিন্দুতে একটি পরীক্ষণীয় বস্তু স্থাপন করে তার উপর ক্রিয়াশীল বল দ্বারা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়। পরীক্ষণীয় বস্তু হিসেবে একক ভরের বস্তু নেয়া হয়। ঐ একক ভরের বস্তু যে বল লাভ করে তা দিয়েই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়।

সংজ্ঞা : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

ব্যাখ্যা : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে যদি সেটি F বল লাভ করে, তবে ঐ বিন্দুতে একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল বল হবে $\frac{F}{m}$ । সুতরাং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,

$$E_G = \frac{F}{m} \quad \dots \quad (6.26)$$

$$\text{বা, } F = m E_G \quad \dots \quad (6.27)$$

সুতরাং E_G মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তু রাখলে তার উপর mE_G বল ক্রিয়া করে।

দিক : যেহেতু মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য একক ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল, সুতরাং প্রাবল্যের দিক আছে এবং তাই এটি একটি ভেক্টর রাশি। একক ভরের বস্তু যে দিকে বল লাভ করে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের দিক সে দিকে।

সুতরাং (6.26) সমীকরণকে ভেক্টররূপে লেখা যায়

$$\vec{E}_G = \frac{\vec{F}}{m} \quad \dots \quad (6.28)$$

$$\text{এবং } \vec{F} = m \vec{E}_G \quad \dots \quad (6.28a)$$

মাত্রা ও একক : (6.15) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, বলের মাত্রাকে ভরের মাত্রা দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা পাওয়া যায় $[E_G] = \frac{MLT^{-2}}{M} = LT^{-2}$ । আবার, বলের একককে ভরের একক দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের একক পাওয়া যায়। সুতরাং ঐ একক হচ্ছে $N\ kg^{-1}$ । সুতরাং দেখা যাচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মাত্রা ও একক এবং ত্বরণের মাত্রা ও একক একই।

তাৎপর্য : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর প্রাবল্য $5\ N\ kg^{-1}$ বলতে বোঝায় ঐ বিন্দুতে স্থাপিত $1\ kg$ ভরের বস্তু $5\ N$ আকর্ষণ বল লাভ করবে। ঐ বিন্দুতে $3\ kg$ ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হবে $3\ kg \times 5\ N\ kg^{-1} = 15\ N$ ।

পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণ

পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সাথে সম্পর্কিত। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে m ভরের কোনো বস্তুর উপর মহাকর্ষীয় বল F হচ্ছে বস্তুটির ওজন $F = mg$ । আবার, ভূ-পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য E_G হচ্ছে,

$$E_G = \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

সুতরাং দেখা যায়, কোনো বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

সুতরাং যদি $g = 9.8\ m\ s^{-2}$ হয় তবে $E_G = 9.8\ N\ kg^{-1}$ । অনুরূপভাবে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যেকোনো উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = 3.5\ m\ s^{-2}$ হলে, সেখানে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g' = 3.5\ N\ kg^{-1}$ । সুতরাং সাধারণভাবে বলা যায়, কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g'\ m\ s^{-2}$ হলে ঐ বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g'\ N\ kg^{-1}$ ।

মহাকর্ষীয় বিভব

সংজ্ঞা : অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

ব্যাখ্যা : m ভরের কোনো বস্তুকে অসীম থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যদি W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তবে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব

$$V = \frac{W}{m} \quad \dots \quad (6.29)$$

অসীমে মহাকর্ষীয় বিভবকে শূন্য ধরা হয়।

যেহেতু বিভব হচ্ছে $\frac{\text{কাজ}}{\text{ভর}}$ এবং কাজের দিক নেই, সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবের কোনো দিক নেই। এটি একটি স্কেলার রাশি।

মাত্রা ও একক : (6.29) সমীকরণ থেকে দেখা যায় কাজের মাত্রাকে ভরের মাত্রা দিয়ে ভাগ করলে V -এর মাত্রা পাওয়া যায়। অর্থাৎ L^2T^{-2}

কাজের একককে ভরের একক দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় বিভবের একক পাওয়া যায়। সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবের একক হচ্ছে $J \text{ kg}^{-1}$ ।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের সম্পর্ক

ধরা যাক, A বিন্দুতে বিন্দু ভর M অবস্থিত। M এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B একটি বিন্দু (চিত্র : ৬.১৪)। AB যোগ করি।

B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$E = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}, \text{ এর দিক } BA \text{ বরাবর।} \text{ ধরা যাক, } B \text{ বিন্দুর বিভব}$$

V । এখন যদি এই একক ভরের বস্তুটি M ভরের বস্তুটির আকর্ষণ বল E এর ফলে বলের অভিমুখে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরে C বিন্দুতে আসে, তাহলে কৃত কাজ হবে $E dr \cos 0^\circ$ এবং বিভবের পরিবর্তন dV ও হবে তাই। সুতরাং

$$dV = E dr \cos 0^\circ$$

$$\therefore dV = E dr \quad \therefore E = \frac{dV}{dr}$$

যেহেতু মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ ধরা হয় অসীমে এবং এই সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য; সুতরাং অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগুতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমেতে থাকে অর্থাৎ ঋণাত্মক হয় এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান বাড়তে থাকে। অতএব, উপরিউক্ত সমীকরণ হবে,

$$E = - \frac{dV}{dr} \quad \dots \quad (6.30)$$

অর্থাৎ দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

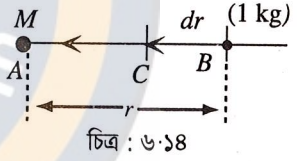
$$\text{আবার, } \frac{dV}{dr} = \vec{\nabla} V$$

অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য হচ্ছে মহাকর্ষীয় বিভবের ঋণাত্মক গ্রাডিয়েন্ট।

$$\therefore E = - \vec{\nabla} V \quad \dots \quad (6.31)$$

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের রাশিমালা

ধরা যাক, A বিন্দুতে M ভরের একটি বস্তু আছে (চিত্র : ৬.১৫)। এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করা হলো। এখন এই একক ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল তথা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,



নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$E = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad (6.32)$$

এর দিক হবে BA বরাবর।



চিত্র : ৬.১৫

বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব

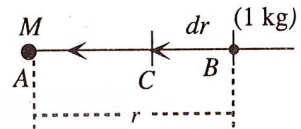
ধরা যাক, A বিন্দুতে বিন্দু ভর M অবস্থিত। M ভর থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করতে হবে (চিত্র : ৬.১৬)। AB যোগ করি।

B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ত্রিাশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$F = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}, \text{ এর দিক } BA \text{ বরাবর।}$$

ধরা যাক, B বিন্দুর বিভব V । এখন যদি এই একক ভরের বস্তুটি M ভরের বস্তুটির আকর্ষণ বল F এর ফলে বলের অভিমুখে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরে C বিন্দুতে আসে, তাহলে কৃত কাজ হবে $Fdr \cos 0^\circ$ এবং বিভবের পরিবর্তন dV ও হবে তাই। সুতরাং

$$dV = Fdr \cos 0^\circ \\ = F dr$$



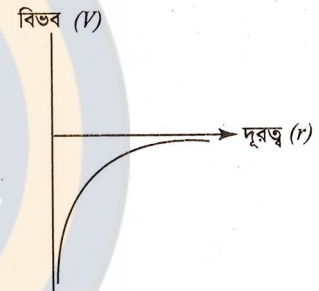
চিত্র : ৬.১৬

এখন এ সমীকরণকে $r = \infty$ থেকে $r = r$ এ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ বা সমাকলন করে B বিন্দুতে বিভব V পাই,

$$V = \int_{\infty}^r Fdr \\ = \int_{\infty}^r \frac{GM}{r^2} dr = GM \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} \\ = GM \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = GM \left[-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty} \right]$$

$$\text{বা, } V = -\frac{GM}{r}$$

...



চিত্র : ৬.১৭

(6.33)

এ ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে এবং অসীমে এর সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য। অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগোতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে, অর্থাৎ ঋণাত্মক হয়। আর পৃথিবীপৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় বিভবের মান হবে $-\frac{GM}{R}$, এখানে R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। দূরত্বের সাথে বিভবের পরিবর্তন (৬.১৭) চিত্রে দেখানো হয়েছে।

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, E

সমীকরণ (6.30) থেকে আমরা জানি,

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

(6.33) সমীকরণ থেকে V এর মান বসিয়ে,

$$E = -\frac{d}{dr} \left(-\frac{GM}{r} \right) \\ = GM \frac{d}{dr} (r^{-1})$$

$$= GM \left(-\frac{1}{r^2} \right)$$

$$\therefore E = -\frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad \dots \quad (6.34)$$

G ও M ধ্রুব হলে,

$$E \propto \frac{1}{r^2} \quad \dots \quad \dots \quad (6.35)$$

সমীকরণ (6.34) থেকে দেখা যায় যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়।

মহাকর্ষীয় বিভবশক্তি

আমরা জানি, M ভরের একটি বস্তু থেকে r দূরত্বের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব V হচ্ছে অসীম থেকে একক ভরকে ঐ বিন্দুতে আনতে কৃতকাজ। অর্থাৎ

$$V = -\int_{\infty}^r E dr = -\int_{\infty}^r -\frac{M}{r^2} G dr = -\frac{M}{r} G$$

স্পষ্টত এটাই হচ্ছে M ভরের বস্তু থেকে r দূরত্বের কোনো বিন্দুতে একক ভরের বিভব শক্তি।

সুতরাং ঐ বিন্দুতে m ভরের বিভব শক্তি,

$$U = mV = -\frac{MmG}{r} \quad \dots \quad \dots \quad (6.36)$$

লক্ষ্যণীয় যে, মহাকর্ষীয় বিভব (V) এবং বিভব শক্তি (U) উভয়ই ঋণাত্মক এবং এদের সর্বোচ্চ মান শূন্য হয় অসীমে। এ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে বল সর্বদা আকর্ষণধর্মী হয় কখনোই বিকর্ষণধর্মী হয় না।

৬.১১। মহাকর্ষ সূত্রের প্রয়োগ

Applications of Law of Gravitation

মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে গোলকের ভিতরে ও বাইরে মহাকর্ষীয় বিভব ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় করা যায়। এখানে আমরা একটি সুষম নিরেট গোলকের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করবো।

(ক) সুষম নিরেট গোলকের বাইরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য

বিভব : চিত্র ৬.১৮ বিবেচনা করা যাক। এটি একটি সুষম নিরেট গোলক। এর ভর M , ব্যাসার্ধ a এবং ঘনত্ব ρ । আমরা এর জন্য P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করব। ধরা যাক $OP = r$ ।

এই গোলকের সাথে x ও $x + dx$ ব্যাসার্ধের দুটি সমকেন্দ্রিক গোলক আঁকা হলো। এ দুটি গোলকের মধ্যে $4\pi x^2 dx$ আয়তনের একটি গোলকীয় খোলক আবদ্ধ রয়েছে^১। প্রদত্ত গোলকের আয়তন হলো $\frac{4}{3}\pi a^3$ । সুতরাং গোলকের উপাদানের

$$\text{ঘনত্ব } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

^১খোলকের আয়তন = খোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল \times খোলকের পুরুত্ব বা বেধ
 = x ব্যাসার্ধের গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল \times পুরুত্ব
 = $4\pi x^2 \times dx$
 = $4\pi x^2 dx$

সুতরাং খোলকের ভর হলো,

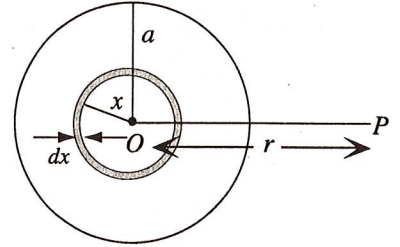
$$dm = \text{খোলকের ঘনত্ব} \times \text{গোলকের আয়তন}$$

$$= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3} \times 4\pi x^2 dx = \frac{3M}{a^3} x^2 dx.$$

সুতরাং খোলকের জন্য P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব হলো,

$$dV = -\frac{Gdm}{r}$$

$$\text{বা, } dV = -\frac{G \cdot 3M}{ra^3} x^2 dx$$



চিত্র : ৬.১৮

সুতরাং সম্পূর্ণ গোলকের জন্য বিভব পাওয়া যাবে, উপরিউক্ত রাশিকে $x = 0$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করে,

$$\text{অতএব, বিভব } V = \int_0^a -\frac{G}{r} \cdot \frac{3M}{a^3} x^2 dx$$

$$= -\frac{3GM}{a^3 r} \int_0^a x^2 dx = -\frac{3GM}{a^3 r} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^a$$

$$= -\frac{3GM}{3a^3 r} [a^3 - 0]$$

$$\text{সুতরাং } V = -\frac{GM}{r} \quad \dots \quad (6.37)$$

প্রাবল্য : দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

$$\therefore P \text{ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, } E = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(-\frac{GM}{r} \right)$$

$$= GM \frac{d}{dr} (r^{-1})$$

$$= GM \left(-\frac{1}{r^2} \right)$$

$$\therefore E = -\frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad (6.38)$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়। শুধু মান বিবেচনা করলে, $E = \frac{GM}{r^2}$

(খ) সুষম নিরেট গোলকের পৃষ্ঠে কোনো বিন্দুতে বিভব ও প্রাবল্য

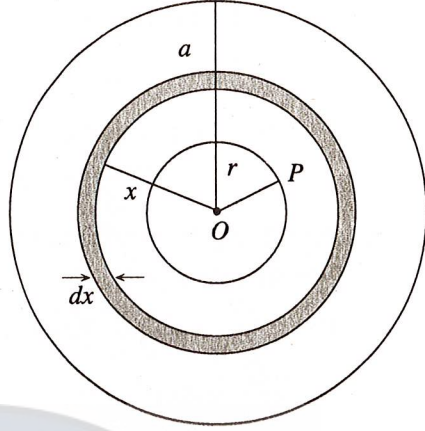
বিন্দুটি গোলকের পৃষ্ঠে অবস্থিত হলে ৬.১৮ চিত্রানুযায়ী (6.37) এবং (6.38) সমীকরণে $r = a$ বসিয়ে পাই,

$$\text{বিভব, } V = -\frac{GM}{a} \text{ এবং প্রাবল্য } E = -\frac{GM}{a^2}$$

(গ) সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য

বিভব : ধরা যাক, একটি নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে এর কেন্দ্র O থেকে r দূরে P একটি বিন্দু (চিত্র : ৬.১৯)। এই বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করতে হবে। গোলকটির ভর M , ব্যাসার্ধ a এবং ঘনত্ব ρ ।

O -কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধের একটি গোলক আঁকা হলো। ফলে সমগ্র নিরেট গোলকটি দুই ভাগে বিভক্ত হয়ে গেল। একটি r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলক এবং অপরটি একটি পুরু খোলক যার ভিতরের ব্যাসার্ধ r এবং বাইরের ব্যাসার্ধ a । P বিন্দুটি r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকটির উপরে এবং পুরু গোলকটির অভ্যন্তরে অবস্থিত হবে। অতএব, P বিন্দুতে a ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলকটির দরুন বিভব $V = P$ বিন্দুতে r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের দরুন বিভব $V_1 + P$ বিন্দুতে পুরু খোলকের দরুন বিভব V_2 ।



চিত্র : ৬.১৯

$$\text{এখন } r \text{ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{এর ভর} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

এর দরুন P বিন্দুতে বিভব,

$$V_1 = -\frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho G}{r} = -\frac{4}{3} \pi r^2 \rho G$$

এখন, P বিন্দুতে পুরু খোলকের দরুন বিভব V_2 বের করতে হবে। পুরু খোলকটি অসংখ্য সমকেন্দ্রিক পাতলা খোলক দ্বারা গঠিত বলে কল্পনা করা যেতে পারে। ধরা যাক, ঐক্লপ একটি পাতলা খোলকের ব্যাসার্ধ x এবং বেধ dx ।

অতএব, পাতলা খোলকটির আয়তন $= 4\pi x^2 dx$ এবং এর ভর $= 4\pi x^2 dx \rho$

এখন, আমরা জানি যে, পাতলা খোলকের অভ্যন্তরে যেকোনো বিন্দুতে খোলকটির দরুন,

$$\text{বিভব} = -\frac{G \times \text{খোলকটির ভর}}{\text{খোলকটির ব্যাসার্ধ}}$$

P বিন্দুটি পাতলা খোলকের ভিতরে অবস্থিত হওয়ায় খোলকটির দরুন P বিন্দুতে বিভব

$$= \frac{-G 4\pi x^2 dx \rho}{x} = -G 4\pi x dx \rho$$

যেহেতু পুরু খোলকটির ভিতরের ব্যাসার্ধ r এবং বাইরের ব্যাসার্ধ a , সুতরাং $x = r$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে উপরের বিভবকে যোগজীকরণ করলে P বিন্দুতে পুরু খোলকটির জন্য বিভব পাওয়া যাবে।

$$\begin{aligned} \therefore \text{পুরু খোলকটির দরুন } P \text{ বিন্দুতে বিভব, } V_2 &= \int_r^a -G 4\pi x dx \rho \\ &= -G 4\pi \rho \int_r^a x dx \\ &= -G 4\pi \rho \left[\frac{x^2}{2} \right]_r^a = -2\pi G \rho (a^2 - r^2) \end{aligned}$$

এখন, $V = V_1 + V_2$

$$= -\frac{4}{3} \pi r^2 \rho G - 2\pi G \rho (a^2 - r^2)$$

$$= -2\pi \rho G \left(\frac{2}{3} r^2 + a^2 - r^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2}{3} \pi \rho G (2r^2 + 3a^2 - 3r^2) \\
&= -\frac{2}{3} \pi \rho G (3a^2 - r^2) = -\frac{4}{3} \pi \rho a^3 G \frac{(3a^2 - r^2)}{2a^3} \\
&\text{কিন্তু, } \frac{4}{3} \pi a^3 \rho = M = a \text{ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের ভর} \\
&\therefore V = -\frac{GM(3a^2 - r^2)}{2a^3} \quad \dots \quad \dots \quad (6.39)
\end{aligned}$$

প্রাবল্য : দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

$\therefore P$ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$\begin{aligned}
E &= -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr} \left[-\frac{GM}{2a^3} (3a^2 - r^2) \right] \\
&= \frac{GM}{2a^3} \frac{d}{dr} (3a^2 - r^2) \\
&\therefore E = -\frac{GM}{a^3} r \quad \dots \quad \dots \quad (6.40)
\end{aligned}$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়। শুধু মান বিবেচনা করলে, $E = \frac{GM}{a^3} r$

৬.১২। মুক্তি বেগ

Escape Velocity

উপর দিকে কোনো টিল ছোঁড়া হলে তা অভিকর্ষের টানে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। কিন্তু যদি কোনো বস্তুকে এমন বেগ দেওয়া যায়, তা পৃথিবীর অভিকর্ষ বলকে অতিক্রম করতে পারে তাহলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে ছোঁড়া হলে তা পৃথিবীর অভিকর্ষ থেকে মুক্ত হয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে পারে তাই মুক্তি বেগ নামে পরিচিত।

সংজ্ঞা : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

মুক্তি বেগের মান : কোনো বস্তুকে এমন গতিশক্তি দিতে হবে যাতে সেটি পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে পারে। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোনো বস্তুকে অসীমে নিয়ে যেতে যে কাজ করতে হবে বস্তুটিকে নিক্ষেপের সময় সেই গতি শক্তি প্রদান করতে হবে। এরূপ গতি শক্তি অর্জন করতে যে বেগ দিতে হবে তাই মুক্তি বেগ v_e ।

ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তুকে v_e বেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। যখন বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে থাকে, তখন সেটি পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য তার কেন্দ্রের দিকে যে আকর্ষণ বল লাভ করবে, মহাকর্ষ সূত্রানুসারে তার মান,

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

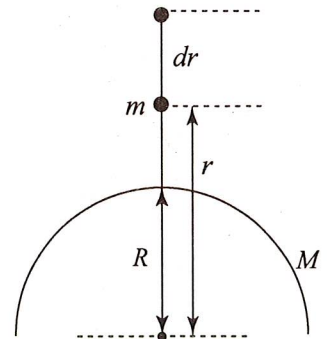
এখানে M হচ্ছে পৃথিবীর ভর (চিত্র : ৬.২০)। এখন বস্তুটিকে এই বলের বিরুদ্ধে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরাতে বস্তুটির গতিশক্তির বিনিময়ে যে কাজ dW করতে হবে তা হলো,

$$dW = Fdr$$

$$\text{বা, } dW = \frac{GMm}{r^2} dr$$

সুতরাং বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ (যেখানে $r = R$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) থেকে অসীমে (যেখানে $r = \infty$) নিয়ে যেতে সম্পন্ন মোট কাজ হবে

$$W = \int_R^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr$$



চিত্র : ৬.২০

$$\text{বা, } W = GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{\infty}$$

$$\text{বা, } W = GMm \left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R} \right]$$

$$\text{বা, } W = \frac{GMm}{R} \quad \dots \quad \dots \quad (6.41)$$

যদি বস্তুটিকে এ পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে হয় তাহলে এর নিষ্ক্ষেপের মুহূর্তে ন্যূনপক্ষে এ পরিমাণ গতিশক্তি থাকতে হবে। এ গতিশক্তির জন্য বস্তুটিকে যদি v_e বেগ দিতে হয়, তাহলে

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = \frac{GMm}{R}$$

$$\text{বা, } v_e^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad \dots \quad \dots \quad (6.42)$$

আবার ভূ-পৃষ্ঠে $g = \frac{GM}{R^2}$; সুতরাং সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2} R} = \sqrt{2gR} \quad \dots \quad \dots \quad (6.43)$$

(6.42) এবং (6.43) সমীকরণদ্বয় পৃথিবীর ক্ষেত্রে মুক্তিবেগের জন্য প্রতিপাদন করা হলেও এই মহাবিশ্বের যেকোনো গ্রহ বা উপগ্রহের জন্য প্রযোজ্য হবে। সেক্ষেত্রে g , R , M হবে ঐ গ্রহ বা উপগ্রহের যথাক্রমে অভিকর্ষজ ত্বরণ, ব্যাসার্ধ এবং ভর।

পৃথিবীতে মুক্তি বেগের মান

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং

ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ধরে

$$v_e = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ = 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

অতএব, কোনো বস্তুকে ন্যূনতম 11.2 km s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্ক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে। (6.42) বা (6.43) সমীকরণে দেখা যায়, মুক্তি বেগের রাশিমালায় বস্তুর ভর m অনুপস্থিত। এ থেকে দেখা যায়, বস্তু ছোট বা বড় যাই হোক না কেন তাকে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চিরকালের জন্য চলে যেতে হলে একই বেগ দিতে হবে।

৬.১৩। মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার

Uses of Law of Gravitation

কৃত্রিম উপগ্রহ

মহাকর্ষ সূত্রের একটি প্রধান ব্যবহার হলো কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবীর চারদিকে নির্দিষ্ট কক্ষ পথে প্রদক্ষিণে। মানুষের পাঠানো যেসব বস্তু বা মহাকাশযান পৃথিবীকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘোরে এদের বলা হয় কৃত্রিম উপগ্রহ। রকেটের সাহায্যে এদের উৎক্ষেপণ করা হয়। পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার জন্য কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ এই কেন্দ্রমুখী বল যোগায়। অভিকর্ষের টানের প্রভাবে চাঁদের মতো এরা এদের কক্ষপথে ঘোরে। নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘোরার জন্য এদের প্রয়োজনীয় দ্রুতি থাকতে হয়। নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপনের আগে উপগ্রহটিকে সাময়িকভাবে যে কক্ষপথে ঘোরানো হয় তাকে পার্কিং কক্ষপথ (parking orbit) বলে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ ও আবর্তনকাল এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণরত কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ নিম্নোক্ত উপায়ে হিসাব করা যায়। বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে আবর্তনরত কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বল হবে,

$$F = \frac{mv^2}{(R + h)} \quad \dots \quad (6.44)$$

এখানে m = কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, h = ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা। কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল অর্থাৎ অভিকর্ষ বলই এই কেন্দ্রমুখী বল যোগায়। পৃথিবীর ভর M হলে অভিকর্ষ বল,

$$F = \frac{GMm}{(R + h)^2} \quad \dots \quad (6.45)$$

গতীয় সাম্যের জন্য (6.44) ও (6.45) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$\frac{mv^2}{(R + h)} = \frac{GMm}{(R + h)^2} \quad \text{বা, } v^2 = \frac{GM}{(R + h)}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}} \quad \dots \quad (6.46)$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)^2} \times (R + h)}$$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে

$$g' = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad \therefore v = \sqrt{g' \times (R + h)} \quad \dots \quad (6.47)$$

$$\text{আবার, } v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \times \frac{R^2}{(R + h)}}$$

$$\therefore v = R \sqrt{\frac{g}{R + h}} \quad \dots \quad (6.48)$$

এই সমীকরণ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগ v হিসাব করা যায়।

সাধারণত কৃত্রিম উপগ্রহকে তার আবর্তনকালের হিসেবে বিভিন্ন উচ্চতায় পাঠানো হয়ে থাকে। কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল T হলে অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে T সময় লাগলে এর রৈখিক বেগ হবে,

$$v = \frac{2\pi(R + h)}{T} \quad \dots \quad (6.49)$$

এখন (6.46) সমীকরণে (6.49) সমীকরণ স্থাপন করে আমরা পাই,

$$\frac{2\pi(R + h)}{T} = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}}$$

$$\text{বা, } T = 2\pi(R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}} \quad \dots \quad (6.50)$$

$$\text{বা, } T = \sqrt{4\pi^2 \frac{(R + h)^3}{GM}}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } T^2 &= \frac{4\pi^2 (R + h)^3}{GM} \\ \text{বা, } (R + h)^3 &= \frac{GMT^2}{4\pi^2} \\ \therefore h &= \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R \quad \dots \quad \dots \quad (6.51) \end{aligned}$$

কৃত্রিম উপগ্রহকে বিভিন্ন কাজে ব্যবহার করা হয়। এদের মধ্যে প্রধান হলো যোগাযোগ, প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান, বস্তু গবেষণা, গোয়েন্দাগিরি, পরিবহন চলাচল।

ভূ-স্থির উপগ্রহ

একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কথা বিবেচনা করা যাক—যার আবর্তনকাল পৃথিবীর আঙ্গিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ ২৪ ঘণ্টা। পৃথিবীর আবর্তনকাল ও উপগ্রহটির আবর্তনকাল সমান হওয়ায় পৃথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে একে সব সময়ই স্থির মনে হবে। পৃথিবী থেকে উৎক্ষেপণ করার পর পৃথিবীর যে স্থানের খাড়া উপর থেকে একে বৃত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয়, এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরই সব সময় অবস্থান করবে বলে মনে হবে; কারণ পৃথিবীর নিজের অক্ষের উপর একবার ঘুরতে যে সময় লাগে, উপগ্রহটিরও পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে ঐ সময় লাগবে। পৃথিবী নিজের অক্ষের উপর যে দিকে আবর্তন করে এই সকল উপগ্রহও সেই ক্রমে আবর্তন করে অর্থাৎ পশ্চিম থেকে পূর্ব দিকে। এ সকল উপগ্রহের কক্ষ পথের সমতল আর পৃথিবীর বিষুব রেখার সমতল একই হতে হয়।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা ও বেগ

ভূ-স্থির অর্থাৎ ২৪ ঘণ্টা আবর্তনকালের কোনো উপগ্রহের ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা h হবে পূর্ববর্তী সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ডের (6.51) সমীকরণ অনুসারে M, R, T ও G এর নিম্নোক্ত মান ধরে,

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}, R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}, T = 24 \times 3600 \text{ s}, G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$h = \left[\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (24 \times 3600 \text{ s})^2}{4 \times \pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

$$= 3.6 \times 10^4 \text{ km}$$

এবং (6.46) সমীকরণে মান বসিয়ে বেগ v হবে,

$$v = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m})}}$$

$$= 3.08 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.08 \text{ km s}^{-1}$$

কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি : m ভরের একটি উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অবস্থিত হলে, $r = R + h$, এখানে R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। সুতরাং উপগ্রহের গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \frac{GM}{R + h}$

$$\therefore K = \frac{GMm}{2(R + h)} \quad \dots \quad (6.52)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : মুক্তিবেগের সাথে একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ বেগের সম্পর্ক স্থাপন কর।

(6.46) সমীকরণ থেকে আমরা যেকোনো কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ বেগ পাই,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}}$$

উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠের নিকটবর্তী হলে R -এর তুলনায় h উৎক্ষেপণীয় ক্ষুদ্র হয়। সেক্ষেত্রে উৎক্ষেপণ বেগের রাশিমালা

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{gR} \quad \dots \quad \dots \quad (6.53)$$

আবার, মুক্তিবেগ

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

$$\therefore \frac{v}{v_e} = \frac{\sqrt{gR}}{\sqrt{2gR}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$\therefore v = 0.707 v_e \quad \dots \quad \dots \quad (6.54)$$

অর্থাৎ মুক্তিবেগের 0.707 গুণ বেগে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে সেটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে।

পৃথিবীর জন্য, $v_e = 11.2 \text{ km s}^{-1}$

\therefore একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষীয় বেগ,

$$v = 0.707 \times 11.2 \text{ km s}^{-1} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে v বেগে উপর দিকে নিক্ষেপ করলে পৃথিবীর আকর্ষণ বলের প্রভাবে বস্তুটির গতি কেমন হবে তা নিচে ব্যাখ্যা করা হলো :

(১) যদি $v^2 < \frac{v_e^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} অপেক্ষা কম হয়, তবে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে।

(২) যদি $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} হয়, তবে বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে এবং চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে।

(৩) যদি $v^2 > \frac{v_e^2}{2}$ কিন্তু $v^2 < v_e^2$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} হতে 11.2 km s^{-1} এর মধ্যে থাকে, তবে পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করতে থাকবে।

(৪) যদি $v = v_e$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 11.2 km s^{-1} অর্থাৎ মুক্তি বেগের সমান হয়, তবে বস্তুটি একটি পরাবৃত্ত (parabola) পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র অতিক্রম করে বাইরে চলে যাবে।

(৫) যদি $v > v_e$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তি বেগ অপেক্ষা বেশি হয়, তবে বস্তু অধিবৃত্ত (hyperbola) পথে পৃথিবী-পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না।

প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান : পৃথিবী পর্যবেক্ষণকারী কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে এ কাজটি করা হয়। এ উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠের সুস্পষ্ট চিত্র দিতে পারে। পৃথিবীর কোথায় কোনো প্রাকৃতিক সম্পদ যেমন বনজ সম্পদ, প্রাণী সম্পদ, পানি সম্পদ, কৃষি সম্পদ ইত্যাদি আছে তার অনুসন্ধান এ উপগ্রহ দিতে পারে। অনেক দুর্গম জায়গায় অনুসন্ধান এ উপগ্রহ ব্যবহৃত হয়। এ ছাড়া কোনো মাঠে কোনো ফসল ভালো হচ্ছে, কোনো জাহাজের যাত্রা পথে হিমবাহ আছে তার সন্ধানও এ উপগ্রহ দিয়ে থাকে।

আবার পৃথিবীর আকৃতি, আর্থিক গতি ও ঘনত্বের পরিবর্তনের কারণে বিভিন্ন স্থানে g -এর মানের পরিবর্তন হয়। প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ভূ-পৃষ্ঠে g -এর মানের এ তারতম্যকে ব্যবহার করা হয়। সাম্প্রতিক সময়ে g -এর পরিবর্তন লক্ষ্য করে তেল গ্যাস অনুসন্ধানের কার্যকর ভূমিকা রাখা হচ্ছে। ভূ-অভ্যন্তরে কোনো স্থানের ঘনত্ব কাক্ষিত ঘনত্বের চেয়ে বেশি হলে সেখানে ভারী পদার্থের উপস্থিতি আশা করা যায় এবং সেখানে g -এর মান স্থানীয় মানের চেয়ে বেশি হবে। আবার তেল

বা গ্যাস জাতীয় পদার্থ থাকলে g -এর মান কম হয়। এভাবে g -এর মাপ করে মহাকর্ষ সূত্রকে প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ব্যবহার করা হয়।

যোগাযোগ উপগ্রহ : আজকাল আমরা ঘরে বসে টেলিভিশনে পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে অনুষ্ঠিত ক্রিকেট, ফুটবল, হকি, ব্যাডমিন্টন, গলফ ইত্যাদি খেলা দেখতে পারি। পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে অনুষ্ঠিত বিশ্বকাপ ফুটবল বা ক্রিকেট, অলিম্পিক গেমস টেলিভিশনে দেখে থাকি। এছাড়া পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে যেমন সৌদি আরব, কুয়েত, আরব আমিরাতে, ইংল্যান্ড, আমেরিকা, অস্ট্রেলিয়া, সিঙ্গাপুর, ফ্রান্স, জার্মানি, মালয়েশিয়া ইত্যাদি বিভিন্ন দেশে আমরা টেলিফোনে কথা বলে থাকি। এগুলো সম্ভব হয়েছে কৃত্রিম উপগ্রহের কারণে। আমরা যখন টেলিফোনে অন্য কোনো দেশে কারো সাথে কথা বলি তখন আমাদের দেশের কোনো ডিশ এরিয়েল থেকে একটি বেতার সঙ্কেত কৃত্রিম উপগ্রহে প্রেরিত হয়। উপগ্রহটি বেতার সঙ্কেতটিকে অপর দেশের কোনো একটি ডিশ এরিয়েলে পাঠিয়ে দেয়। সেখান থেকে যার সাথে কথা বলছি তার টেলিফোনে পৌঁছায়।

দূরদেশের টেলিভিশন অনুষ্ঠান দেখার বেলায়ও একই ঘটনা ঘটে। ঐ দেশের একটি টিভি সম্প্রচার কেন্দ্র থেকে একটি বেতার সঙ্কেত কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে আমাদের টেলিভিশনে পৌঁছায়। যে দেশে খেলা হচ্ছে সে দেশ থেকে ডিশ এরিয়েলের মাধ্যমে একটি বেতার সঙ্কেত উপগ্রহে পাঠানো হয়। উপগ্রহটি এ বেতার সঙ্কেতকে আমাদের দেশের কোনো ডিশ এরিয়েলে পাঠিয়ে দেয়। সেখান থেকে আমাদের টেলিভিশনে পৌঁছায়। কৃত্রিম উপগ্রহ এখানে রিলে স্টেশনের কাজ করে। এছাড়া ই-মেইল, ফ্যাক্স পাঠাতে, কোনো ওয়েবসাইট ব্রাউজ করতে কৃত্রিম উপগ্রহ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে দেশ বিদেশের সাথে আমাদের যোগাযোগকে সম্ভব ও সহজ করেছে। আমাদের দেশে যেসব প্রাইভেট টেলিভিশন চ্যানেল রয়েছে এরা কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে এদের অনুষ্ঠান সম্প্রচার করে। এ জন্য এদের স্যাটেলাইট (উপগ্রহ) টেলিভিশন বলা হয়।

বস্তু গবেষণা : বস্তু গবেষণার ক্ষেত্রেও কৃত্রিম উপগ্রহ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। পৃথিবীর বিভিন্ন বস্তু ও প্রাকৃতিক ঘটনা, মহাকাশের বিভিন্ন ঘটনা ও বস্তু সম্পর্কে গবেষণা উপগ্রহ উপাত্ত ও তথ্য সংগ্রহ করে প্রেরণ করে। গবেষণাগারে তথ্য ও উপাত্ত নিয়ে গবেষণা করেন। মাটি, পানি, বায়ু দূষণ নির্ণয়, ফসলের রোগবালাই সম্পর্কে তথ্য ও চিত্র প্রেরণ করে কৃত্রিম উপগ্রহ গবেষণায় সহায়তা করে। কৃত্রিম উপগ্রহে রাখা টেলিস্কোপ মহাবিশ্ব সম্পর্কে বিভিন্ন অজানা তথ্য জ্যোতির্বিজ্ঞানীদের দিয়ে তাদের গবেষণাকর্মকে সহায়তা ও সমৃদ্ধ করে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	6.1	$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$	৬.৩
২	6.7	$g = \frac{GM}{R^2}$	৬.৭
৩	6.9	$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$	৬.৮
৪	6.13	$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right)g$	৬.৮
৫	6.15	$g' = \frac{4}{3} G\pi (R-h)\rho$	৬.৮
৬	6.19	$g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$	৬.৮
৭	6.20	$g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$	৬.৮
৮	6.21	$M = \frac{gR^2}{G}$	৬.৮

৯	6.22	$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$	৬.৮
১০	6.26	$E_G = \frac{F}{m}$	৬.১০
১১	6.33	$V = -\frac{GM}{r}$	৬.১০
১২	6.42	$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$	৬.১২
১৩	6.43	$v_e = \sqrt{2gR}$	৬.১২
১৪	6.46	$v = \sqrt{\left(\frac{GM}{R+h}\right)}$	৬.১৩
১৫	6.47	$v = \sqrt{g'(R+h)}$	৬.১৩
১৬	6.48	$v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}}$	৬.১৩
১৭	6.49	$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$	৬.১৩
১৮	6.50	$T = 2\pi(R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$	৬.১৩
১৯	6.51	$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R$	৬.১৩
২০	6.52	$K = \frac{GMm}{2(R+h)}$	৬.১৩
২১	6.54	$v = 0.707 V_e$	৬.১৩

সার-সংক্ষেপ

মহাকর্ষ সূত্র : মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু কণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এ বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক : একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

কেপলারের সূত্র :

প্রথম সূত্র : কক্ষের সূত্র : প্রতিটি গ্রহই সূর্যকে একটি ফোকাসে (focus) রেখে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরে।

দ্বিতীয় সূত্র : ক্ষেত্রফলের সূত্র : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

তৃতীয় সূত্র : আবর্তনকালের সূত্র : সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাঙ্কের ঘনফলের সমানুপাতিক।

অভিকর্ষ : পৃথিবী ও অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে।

অভিকর্ষজ ত্বরণ : অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

অভিকর্ষ কেন্দ্র : একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র : কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে সেটি যে বল লাভ করে তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

মহাকর্ষীয় বিভব : অসীম থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

মুক্তি বেগ : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১। 10 g এবং 20 g ভরের দুটি বস্তুকে 5 m দূরে রাখা হলো। যদি মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটির মধ্যে বলের মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\text{বা, } F = \frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 10^{-2} \text{ kg} \times 2 \times 10^{-2} \text{ kg}}{(5 \text{ m})^2}$$

$$= 5.36 \times 10^{-16} \text{ N}$$

$$\text{উ: } 5.36 \times 10^{-16} \text{ N}$$

এখানে,

$$1\text{ম বস্তুর ভর, } m_1 = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ kg}$$

$$2\text{য় বস্তুর ভর, } m_2 = 20 \text{ g} \\ = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\text{দূরত্ব, } d = 5 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.২। মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং ভর 0.11 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} । মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{মঙ্গলের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \dots \quad (2)$$

ধরা যাক,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e

$$\therefore \text{মঙ্গলের ব্যাসার্ধ, } R_m = 0.532 R_e$$

পৃথিবীর ভর, M_e

$$\therefore \text{মঙ্গলের ভর, } M_m = 0.11 M_e$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_m = ?$$

(1) সমীকরণকে (2) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{M_m}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_m^2} \times g_e \dots (3)$$

(3) সমীকরণে মান বসিয়ে আমরা পাই,

$$g_m = \frac{0.11 M_e}{M_e} \times \frac{R_e^2}{(0.532 R_e)^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 3.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উ: } 3.8 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6371 km এবং ভর $5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$ । পৃথিবীর সর্বোচ্চ পর্বতশৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8.848 km হলে এভারেস্টের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

$$[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

আমরা জানি,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.371 \times 10^6 \text{ m} + 8.848 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= 9.796 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উ: } 9.796 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6371 \text{ km}$$

$$= 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{এভারেস্টের উচ্চতা, } h = 8.848 \text{ km}$$

$$= 8.848 \times 10^3 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৪। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উঁচুতে গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক-শতাংশ হবে? পৃথিবীকে $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর।

আমরা জানি,

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে } g = \frac{GM}{R^2} \dots (1)$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায়

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \dots (2)$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g

$$\therefore h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g' = \frac{g}{100}$$

উচ্চতা, $h = ?$

(2) সমীকরণকে (1) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{100g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } (R+h)^2 = 100 R^2 \quad \text{বা, } R+h = 10 R$$

$$\text{বা, } h = 9 R$$

$$= 9 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 57.6 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{উ: } 57.6 \times 10^6 \text{ m}$$

গাণিতিক উদাহরণ : ৬.৫। ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা গেলে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের কী পরিবর্তন হবে?

আমরা জানি, পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = G \frac{M}{R^2}$ । ভর অপরিবর্তিত রেখে ব্যাসার্ধ অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{R}{2}$ করা হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM}{(R/2)^2} = 4 \frac{GM}{R^2} = 4g$

উ: অভিকর্ষজ ত্বরণ ৪ গুণ হয়ে যাবে।

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৬। পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল।

(ক) সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর।

(খ) পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [কু. বো. ২০১৭]

সমাধান : (ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \frac{T_2^2}{T_1^2} &= \frac{R_2^3}{R_1^3} \quad \therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= 365 \text{ day} \times \left(\frac{\frac{R_1}{2}}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= 129 \text{ day} \end{aligned}$$

এখানে,

সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365$ দিন

সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব $= R_1$

পরিবর্তিত দূরত্ব, $R_2 = \frac{R_1}{2}$

পরিবর্তিত আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

অর্থাৎ পরিবর্তিত ক্ষেত্রে এক বছরে দিনের সংখ্যা হবে 129।

(খ) আমরা জানি, পৃথিবীর আক্ষিক গতি বিবেচনায় λ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

নিরক্ষরেখায় $\lambda = 0$

$$\therefore g_o = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে, নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি, $\Delta g = g - g_o = \omega^2 R \cos^2 \lambda$

$$= \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{8600 \text{ s}}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 0.0338 \text{ m s}^{-2}$$

নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g_o = 9.78 \text{ m s}^{-2}$

\therefore পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় অঞ্চলে কোনো বস্তুর ওজন বৃদ্ধি পাবে

$$= \frac{m \times 0.0338}{mg} = \frac{0.0338}{9.78} = 3.46 \times 10^{-3}$$

ওজন বৃদ্ধির শতকরা হার $= 3.46 \times 10^{-3} \times 100\% = 0.346\%$

উ: (ক) 129 দিন ; (খ) ওজন 0.346% বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৭। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে ২৪ ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে, একে আহ্নিক গতি বলে। পৃথিবীর এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ৬৪০০ km এবং ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 m s^{-2} ।

(ক) পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) বিষুব অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কীরূপ পরিবর্তন করতে হবে? বিশ্লেষণ কর। [ব. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} g_{45} &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \\ &\quad \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times \frac{1}{2} \\ &= 9.783 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ, } \omega &= \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ rad s}^{-1} \\ &= 7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1} \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R &= 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{অক্ষাংশ, } \lambda &= 45^\circ \\ \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ 45^\circ \text{ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_{45} &= ? \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} g_\lambda &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ \text{বা, } 0 &= 9.8 \text{ m s}^{-2} - \omega^2 R \times 1 \\ \text{বা, } \omega^2 &= \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ \therefore \omega &= 1.237 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ, } \omega &= 7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1} \\ \text{ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ \text{বিষুব অঞ্চলে অক্ষাংশ, } \lambda &= 0^\circ \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{বিষুব অঞ্চলে, } g_\lambda &= 0 \\ \text{কৌণিক বেগ, } \omega_\lambda &= ? \end{aligned}$$

অর্থাৎ পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\frac{1.237 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}}{7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}}$ বা ১৭.০৬ গুণ বৃদ্ধি করলে বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হবে।

উঃ(ক) 9.783 m s^{-2} ; (খ) পৃথিবীর কৌণিক বেগ ১৭.০৬ গুণ বৃদ্ধি করতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৮। পৃথিবী থেকে ১৬০০ km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ বের কর। (দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^3 \text{ km}$, পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।)

আমরা জানি,

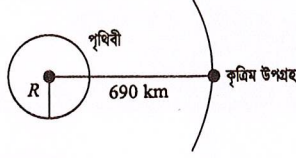
কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}} \\ &= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 1.6 \times 10^6 \text{ m})}} \\ &= 7.09 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \\ \text{উঃ } 7.09 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর ভর, } M &= 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R &= 6.4 \times 10^3 \text{ km} \\ &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, } h &= 1600 \text{ km} \\ &= 1.6 \times 10^6 \text{ m} \\ G &= 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \\ \text{কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, } v &= ? \end{aligned}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৯। নিচের চিত্রে পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ । কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 690 km উপরে অবস্থিত।



(ক) উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত?

(খ) উপগ্রহটিকে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 800 km উচ্চতায় সরালে এর আবর্তনকালের কী পরিবর্তন হবে?

[য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= 7513.04 \text{ m s}^{-1}$$

(খ) ধরা যাক, উপগ্রহের পর্যায়কাল, T

$$\therefore T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (h+R)^3}{GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times \pi^2 \times (6.9 \times 10^5 \text{ m} + 6.4 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5929.5 \text{ s}$$

$$\text{আবার, } T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 (h'+R)^3}{GM}}$$

এখন, $h' = 8 \times 10^5 \text{ m}$

$$\therefore T' = \sqrt{\frac{4 \times \pi^2 \times (8 \times 10^5 \text{ m} + 6.4 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} = 6068.05 \text{ s}$$

$$\therefore T' > T$$

$$\therefore \Delta T = T' - T = 6068.05 \text{ s} - 5929.5 \text{ s} = 138.5 \text{ s} = 2.30 \text{ min বৃদ্ধি পাবে}$$

উ: (ক) 7513.04 m s^{-1} ; (খ) পর্যায়কাল 138.5 s বা, 2.30 min বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

উ: 11.2 km s^{-1}

এখানে

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 690 \text{ km} = 6.9 \times 10^5 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

অনুভূমিক বেগ, $v = ?$

পর্যায়কাল, $T = ?$

উপগ্রহের পরবর্তী উচ্চতা, $h' = 800 \text{ km}$

$$= 8 \times 10^5 \text{ m}$$

\therefore নতুন পর্যায়কাল, $T' = ?$

উপগ্রহের পর্যায়কালের পরিবর্তন, $\Delta T = T' - T$

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

মুক্তি বেগ, $v_e = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১১। চিত্রে একটি কাল্পনিক গ্রহ দেখানো হয়েছে যার ভর $12 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $8 \times 10^6 \text{ m}$ । O বিন্দু এর কেন্দ্র। b এর পৃষ্ঠে কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূরে অবস্থিত যাতে,

$$ao = ab = bc \text{ হয়। } [G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) উল্লেখিত গ্রহটির পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ হিসাব কর।

(খ) a ও c বিন্দুর মধ্যে কোনটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে? তোমার উত্তরের গাণিতিক প্রমাণ দাও। [বি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, মুক্তি বেগ,

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 12 \times 10^{24} \text{ kg}}{8 \times 10^6 \text{ m}}} \\ &= 14.15 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \\ &= 14.15 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
গ্রহের ভর, $M = 12 \times 10^{24} \text{ kg}$
গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 8 \times 10^6 \text{ m}$
মুক্তি বেগ, $v_e = ?$

$$(খ) \text{ ধরা যাক, } ao = ab = bc = h = \frac{R}{2} = \frac{8 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

এবং গ্রহপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g$ । গ্রহপৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় a বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_a = g \left(1 - \frac{h}{R}\right) = g \left(1 - \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right) = 0.5 g$$

এবং গ্রহ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় c বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

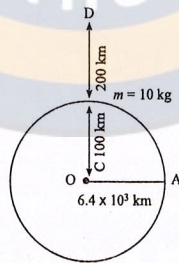
$$g_c = g \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} = g \left(1 + \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right)^{-2} = 0.44 g$$

$$\therefore g_a = 1.44 g_c$$

সুতরাং $g_a > g_c$ $\therefore a$ বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি।

উ: (ক) 14.15 km s^{-1} ; (খ) a বিন্দুর অভিকর্ষজ ত্বরণ c বিন্দুর অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে বেশি।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১২।



(ক) চিত্র লক্ষ্য কর, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত?

(খ) চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [দি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপরে কোনো বিন্দুতে
অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g' = g \times \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

এখানে,

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$
 $= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^5 \text{ m})^2}$$

$$= 9.215 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) আবার ভূ-পৃষ্ঠ হতে h গভীরতার কোনো বিন্দুতে

$$\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ } g' = g \times \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(1 - \frac{1 \times 10^5 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$= 9.65 \text{ m s}^{-2}$$

ভূ-পৃষ্ঠ আকর্ষণ বল তথা ওজন, $W = mg = 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 98 \text{ N}$

C অবস্থানে আকর্ষণ বল তথা ওজন $W' = mg' = 10 \text{ kg} \times 9.65 \text{ m s}^{-2} = 96.5 \text{ N}$

∴ $W' < W$ ∴ C অবস্থানে পৃথিবীর আকর্ষণ বল কমে যাবে।

উ: (ক) 9.215 m s^{-2} ; (খ) C অবস্থানে আকর্ষণ বলের মান কমে যাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৩। BTRC বঙ্গবন্ধু-১ নামে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণের প্রস্তুতি নিচ্ছে। ঢাকার ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ । ঢাকায় $g = 9.78 \text{ m s}^{-2}$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

$$[G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর।

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}}}$$

$$= 3.079 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.1 \text{ km s}^{-1}$$

(খ) উপগ্রহটির পর্যায়কাল,

$$T = 2\pi (R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$$

$$= 2\pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 86476 \text{ s} = 24.02 \text{ h}$$

∴ ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল পৃথিবীর আঙ্গিক গতির সমান অর্থাৎ 24 hr হওয়া প্রয়োজন এবং বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহের

পর্যায়কাল 24.02 hr সুতরাং এটি ভূ-স্থির হবে।

উ: (ক) 3.1 km s^{-1} ; (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৪। ভূ-পৃষ্ঠ হতে সেকেন্ড দোলকের একটিকে $2 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূ-স্থির উপগ্রহে নেওয়া হলো। অপরটিকে $3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরে একটি খনিতে নেওয়া হলো।

(ক) কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, $h = 200 \text{ km} = 2 \times 10^5 \text{ m}$

D অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g' = ?$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে C অবস্থানের গভীরতা, $h = 100 \text{ km} = 1 \times 10^5 \text{ m}$

বস্তুর ভর, $m = 10 \text{ kg}$

C অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g' = ?$

এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

উপগ্রহটির বেগ, $v = ?$

(খ) কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g_s = g \times \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 5.69 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) আমরা জানি, ভূ-অভ্যন্তরে h গভীরতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g_m' = g \left(1 - \frac{h}{R} \right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(1 - \frac{3 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \right) = 5.21 \text{ m s}^{-2}$$

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

এর দৈর্ঘ্য L হলে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2\text{s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4\pi^2} = 0.9929 \text{ m}$$

এখন এই দোলকের উপগ্রহে দোলনকাল T_s হলে,

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.9929 \text{ m}}{5.69 \text{ m s}^{-2}}} = 2.625 \text{ s}$$

আবার এই দোলকের খনিতে দোলনকাল T_m হলে

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.9929 \text{ m}}{5.21 \text{ s}}} = 2.743 \text{ s}$$

আমরা জানি, দোলনকাল বেশি হলে দোলক দীর্ঘে চলে, যেহেতু $T_m > T_s$, সুতরাং খনিতে দোলকের দোলনকাল বেশি বলে সেটি খনিতে অধিক দীর্ঘে চলবে।

উ: (ক) 5.69 m s^{-2} ; (খ) খনিতে দীর্ঘে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৫।

পৃথিবীর ভর = $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক = $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

(ক) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ কত?

(খ) যদি উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 700 km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। [ব. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.64 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m})}}$$

$$= 7.5 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 7.5 \text{ km s}^{-1}$$

এখানে,

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

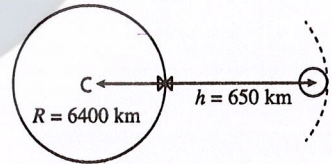
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 2 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g_s = ?$

খনির গভীরতা, $h = 3 \times 10^6 \text{ m}$

খনির গভীরে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g_m = ?$



এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 650 \text{ km} = 6.5 \times 10^5 \text{ m}$

উপগ্রহের বেগ, $v = ?$

(খ) আমরা জানি, উপগ্রহের বর্তমান পর্যায়কাল

$$T = 2\pi (R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}}$$

$$\text{বা, } T = 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5889.119 \text{ s} = 1.64 \text{ h}$$

উপগ্রহটি 700 km উপরে উঠলে,

$$\text{পর্যায়কাল, } T' = 2 \times \pi \times (R + h') \times \sqrt{\frac{R + h'}{GM}}$$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h' = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$

পর্যায়কাল, $T' = ?$

পর্যায়কালের পরিবর্তন, $\Delta T = T' - T = ?$

$$= 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5951.876 \text{ s} = 1.653 \text{ h}$$

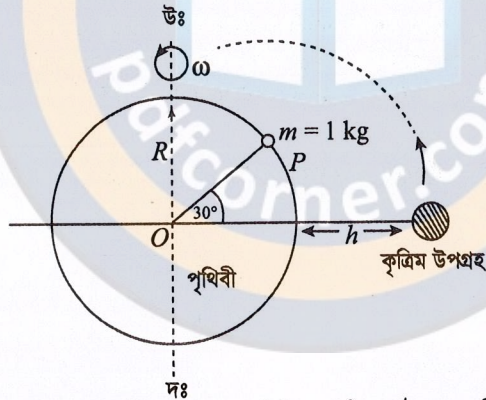
$$\Delta T = T' - T = 1.653 \text{ h} - 1.64 \text{ h}$$

$$= 0.013 \text{ h} = 46.8 \text{ s}$$

উপগ্রহটিকে 700 km উপরে নিলে পর্যায়কাল বৃদ্ধি পাবে এবং এই বৃদ্ধির পরিমাণ 46.8 s

উ: (ক) 7.5 km s^{-1} ; (খ) পর্যায়কাল 46.8 s বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৬।



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা

$h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$ । পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে 24 ঘন্টায় একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে।

(ক) পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান বের কর।

(খ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে কিনা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৬]

(ক) P বিন্দুতে g এর মান g_λ হলে, বল

$$F = mg_\lambda$$

$$\text{এখানে } g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$\text{এখানে } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \times 3600 \text{ s}} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore g_\lambda = 9.8 \text{ m s}^{-2} - (7.27 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times \cos^2 30^\circ$$

এখানে,

P বিন্দুর অক্ষাংশ, $\lambda = 30^\circ$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ h}$

$$= 9.7746 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore F = 1 \text{ kg} \times 9.7746 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 9.7746 \text{ N}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } = 24 \times 3600 \text{ s}$$

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 1 \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{অভিকর্ষ বল, } F = ?$$

(খ) কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল T এবং পৃথিবীর ভর M হলে,

$$T = 2\pi (R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}}$$

$$= 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 9337.83 \text{ s}$$

$$= 2.6 \text{ h}$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির মনে হতে হলে এর পর্যায়কাল 24 h হওয়া উচিত। কিন্তু এ পর্যায়কাল মাত্র 2.6 h হওয়ায় তাকে স্থির মনে হবে না।

উ: (ক) 9.7746 N ; (খ) স্থির মনে হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৭। একটি সুউচ্চ অফিস বিল্ডিং-এ আরোহীসহ সর্বোচ্চ 400 kg ভরের ধারণ ক্ষমতা সম্পন্ন একটি লিফট দুই তলা হতে সাত তলার মধ্যে ওঠানামা করে। বিল্ডিংটির প্রতিটি ফ্লোরের উচ্চতা 3 m। উক্ত অফিসের একজনের ভর 45 kg এবং তিনি একদিন লিফটতে চড়ে 2 m s⁻² ত্বরণে ওঠানামার সময় ওয়েট মেশিনে তার ওজন পরিমাপ করলেন। এক্ষেত্রে সর্বত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s⁻²।

(ক) লিফটকে দুই তলা হতে সাত তলায় 2 m s⁻¹ সমবেগে ওঠাতে সর্বনিম্ন কত অশ্ব ক্ষমতার একটি মোটরের প্রয়োজন হবে?

(খ) উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা গেল কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[ঢা. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$P = Fv$$

$$= mgv$$

$$= 400 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-1} \times 2 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 7840 \text{ W} = \frac{7840}{746} \text{ hp}$$

$$\therefore P = 10.5 \text{ hp}$$

এখানে,

$$\text{আরোহীসহ লিফটের ভর, } m = 400 \text{ kg}$$

$$\text{সমবেগ, } v = 2 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{মোটরের ক্ষমতা, } P = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$\text{প্রকৃত ওজন, } W = mg$$

$$= 4.5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 441 \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{ব্যক্তির ভর, } m = 45 \text{ kg}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{লিফটের ত্বরণ, } a = 2 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{ব্যক্তির প্রকৃত ওজন, } W = ?$$

$$\text{উঠার সময় ব্যক্তির ওজন, } W_1 = ?$$

$$\text{নামার সময় ব্যক্তির ওজন, } W_2 = ?$$

লিফটটি ওঠার সময় ব্যক্তির ওজন, $W_1 = m(g + a) \text{ N}$

$$= 45 \text{ kg} \times (9.8 \text{ m s}^{-2} + 2 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 531 \text{ N}$$

লিফট নামার সময় ব্যক্তির ওজন,

$$W_2 = m (g - a) \text{ N}$$

$$= 45 \text{ kg} (9.8 \text{ m s}^{-2} - 2 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 351 \text{ N}$$

লিফটটি ওঠার সময়ে পরিমাপকৃত ওজন ব্যক্তির প্রকৃত ওজনের চেয়ে বেশি হবে এবং নিচে নামার সময় প্রকৃত ওজনের চেয়ে কম হবে। সুতরাং সেদিন উক্ত ব্যক্তির ওজন সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায়নি।

উ: (ক) 10.5 hp; (খ) সঠিকভাবে নির্ণয় করা যাবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৮। 5 kg ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগে নিক্ষেপ করায় সেটি মহাশূন্যের অন্য একটি গ্রহে পৌঁছায় যার ভর পৃথিবীর ভরের ষোলগুণ এবং ব্যাস পৃথিবীর ব্যাসার্ধের আটগুণ। (পৃথিবীর ভর = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^3 \text{ km}$)

(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে ঐ বস্তুটিকে পুনরায় অন্য গ্রহটি হতে মহাশূন্যে নিক্ষেপ করতে প্রয়োজনীয় মুক্তিবেগ ভূ-পৃষ্ঠের মুক্তিবেগের সমান হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও।

[অভিন্ন প্রশ্ন (ক কেট) ২০১৮]

(ক) আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 9.77 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ,

$$V_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ,

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G \times 16M_e}{4R_e}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 22.37 \text{ km s}^{-1}$$

$$\frac{v}{v_e} = \frac{22.37 \text{ km s}^{-1}}{11.2 \text{ km s}^{-1}} = 2$$

বা, $v = 2v_e$

অর্থাৎ অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবেগের দ্বিগুণ হবে, সমান হবে না।

উ: (ক) 9.77 m s^{-2} ; (খ) ভূ-পৃষ্ঠের মুক্তিবেগের সমান হবে না দ্বিগুণ হবে।

এখানে,

পৃথিবীর ভর, $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অন্যগ্রহের ভর, $M = 16 M_e$

$$= 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

অন্য গ্রহের ব্যাস, $D = 8 R_e$

∴ অন্য গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 4 R_e$

$$= 4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ, ত্বরণ, $g = ?$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.১৯। সূর্যের চারদিকে শুক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত ৫৪:৭৫। পৃথিবীতে ৩৬৫ দিনে এক বছর হলে শুক্রতে কত দিনে এক বছর হবে ?

আমরা জানি,

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

$$\text{বা, } T_1^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \times T_2^2$$

$$\therefore T_1^2 = \left(\frac{54}{75}\right)^3 \times (365 \text{ d})^2$$

$$\therefore T_1 = 223 \text{ d}$$

উ: ২২৩ দিন।

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২০। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো লোকের ওজন ৬৪৮ N হলে তিনি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের ৮১ এবং ৪ গুণ। [চ. বো. ২০০৭; সি. বো. ২০০৯]

আমরা জানি, ওজন $W = mg$

$$\therefore \text{ভূ-পৃষ্ঠে, } W_e = mg_e \quad \dots (1)$$

$$\text{চাঁদের পৃষ্ঠে, } W_m = mg_m \quad \dots (2)$$

(২) সমীকরণকে (১) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে

$$\text{আমরা পাই, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e} \quad \dots (3)$$

$$\text{কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, ভূ-পৃষ্ঠে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\text{এবং চাঁদের পৃষ্ঠে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

সুতরাং (৩) সমীকরণে দাঁড়ায়,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81M_m} \times \left(\frac{4R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 648 \text{ N} = 128 \text{ N}$$

$$\therefore W = W_e - W_m = 648 \text{ N} - 128 \text{ N} = 520 \text{ N}$$

উ: ৫২০ N.

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২১। পৃথিবী পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m s^{-2} , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ হলে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০০৫; রা. বো. ২০০০; সি. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

এখানে,

পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T_2 = 365 \text{ d}$

শুক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, R_1 এবং R_2

$$\text{হলে } \frac{R_1}{R_2} = \frac{54}{75}$$

শুক্রের পর্যায়কাল, $T_1 = ?$

এখানে,

ধরা যাক, লোকের ভর, m

চাঁদের ভর, M_m

পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e

চাঁদের ব্যাসার্ধ, R_m

$$\therefore R_e = 4R_m$$

ভূ-পৃষ্ঠে ওজন, $W_e = 648 \text{ N}$

চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন, W_m

চাঁদে হারানো ওজন, $W = W_e - W_m = ?$

এখানে,

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = ?$

$$= \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$$

উ: $6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২২। মনে কর পৃথিবীর কক্ষপথ বৃত্তাকার যার ব্যাসার্ধ $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ । সূর্যের ভর নির্ণয় কর। দেওয়া আছে ১ বছর = ৩৬৫ দিন এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

[কু. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$= \frac{4 \times \pi^2 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times (365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s})^2}$$

$$= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

উ: $2 \times 10^{30} \text{ kg}$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২৩। ভূ-পৃষ্ঠ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি রকেটকে 5 km s^{-1} দ্রুতিতে উৎক্ষেপণ করা হলো। রকেটটি ঠিক ফিরবার মুহূর্তে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় পৌঁছবে তা বের কর।

(পৃথিবীর ভর = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$) ; $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

[বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

আমরা জানি, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সর্বাধিক x উচ্চতায় উঠতে কৃতকাজ রকেটটির গতিশক্তির সমান।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{2} mv^2 = GMm \int_R^x \frac{dr}{r^2}$$

$$\text{বা, } \frac{v^2}{2GM} = \left[-\frac{1}{r} \right]_R^x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{R} - \frac{1}{x} = \frac{v^2}{2GM}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{R} - \frac{v^2}{2GM}$$

$$= \frac{1}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} - \frac{(5000 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}$$

$$= 1.250 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

$$\therefore x = 7.999 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = x - R = (7.999 - 6.4) \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 1.599 \times 10^6 \text{ m}$$

উ: $1.599 \times 10^6 \text{ m}$

এখানে,

$$\text{কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, } r = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

$$= 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 365 \text{ দিন}$$

$$= 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক, } G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{সূর্যের ভর, } M = ?$$

এখানে,

$$\text{রকেটের ভর} = m$$

$$\text{রকেটের বেগ, } v = 5 \text{ km s}^{-1} = 5000 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে রকেটের উচ্চতা, } x = ?$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠ থেকে রকেটের উচ্চতা, } h = x - R = ?$$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্যের একক ?

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) N m^{-1}

○

(খ) N m

○

(গ) m s^{-2}

○

(ঘ) m s^{-1}

○

- ২। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক নির্দেশ করে? [কু. বো. ২০১৬]
- (ক) $\text{Nm}^2 \text{kg}^{-2}$ ☐ (খ) $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-1}$ ☐
- (গ) $\text{m}^2 \text{kg}^{-2} \text{s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $\text{N m}^{-1} \text{kg}^{-1}$ ☐
- ৩। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা— [চা. বি. ২০০৫–২০০৬, ২০১৬–২০১৭, ২০১০–২০১১; কু. বো. ২০১৭; রা. বো. ২০১৯]
- (ক) $\text{M}^2 \text{L}^2 \text{T}^{-2}$ ☐ (খ) $\text{ML}^3 \text{T}^{-2}$ ☐
- (গ) $\text{M}^{-1} \text{L}^3 \text{T}^{-2}$ ☐ (ঘ) $\text{M}^{-1} \text{L}^2 \text{T}^{-2}$ ☐
- ৪। কোনো গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবী ভর ও ব্যাসার্ধের অর্ধেক হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হবে পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের—
- (ক) দ্বিগুণ ☐ (খ) সমান ☐
- (গ) অর্ধেক ☐ (ঘ) এক-চতুর্থাংশ ☐
- ৫। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (R) এর তুলনায় কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে? [চ. বো. ২০১৬]
- (ক) $R/2$ ☐ (খ) $R/4$ ☐
- (গ) $R/8$ ☐ (ঘ) $R/6$ ☐
- ৬। কোনো বস্তুকে বিযুভীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে নিয়ে গেলে এর ওজন কী হয়?
- (ক) বাড়তে থাকে ☐ (খ) কমতে থাকে ☐
- (গ) একই থাকে ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৭। ভূ-স্থির উপগ্রহ হচ্ছে সেই উপগ্রহ যা—
- (ক) অন্যান্য সকল উপগ্রহের ন্যায় আপন অক্ষের চারদিকে পৃথিবীর ঘূর্ণনের বিপরীত দিকে ঘুরে ☐
- (খ) যা একটা সুবিধাজনক উচ্চতায় আপন অক্ষের চারদিকে পৃথিবীর সমান কৌণিক বেগে পৃথিবীর ঘূর্ণনের দিকে ঘুরে ☐
- (গ) পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে একটা নির্দিষ্ট উচ্চতায় স্থির অবস্থায় থাকে বলে মনে হয় ☐
- (ঘ) উপরের কোনোটিই নয় ☐
- ৮। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল কত? [চ. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৬]
- (ক) ১ ঘণ্টা ☐ (খ) ১ দিন ☐
- (গ) ১ মাস ☐ (ঘ) ১ বছর ☐
- ৯। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় বিভবের একক নির্দেশ করে?
- (ক) N m kg^{-1} ☐ (খ) J kg ☐
- (গ) kg J^{-1} ☐ (ঘ) $\text{N m}^{-1} \text{kg}^{-1}$ ☐
- ১০। মহাকর্ষীয় বিভবের মাত্রা কোনটি?
- (ক) $\text{M}^\circ \text{LT}^{-1}$ ☐ (খ) $\text{M}^\circ \text{L}^2 \text{T}^{-2}$ ☐
- (গ) $\text{M}^\circ \text{L}^{-2} \text{T}^2$ ☐ (ঘ) $\text{M}^2 \text{L}^2 \text{T}^2$ ☐
- ১১। কোনো বস্তুকে মুক্তি বেগের কতগুণ বেগে নিক্ষেপ করলে কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে? [বি. বো. ২০১৭]
- (ক) $\frac{1}{\sqrt{2}} v_e$ ☐ (খ) $\frac{1}{2} v_e$ ☐
- (গ) $\sqrt{2} v_e$ ☐ (ঘ) $2 v_e$ ☐

১২। কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ ঐ বস্তুর ঘনত্বের—

[য. বো. ২০১৬]

- (ক) বর্ণের সমানুপাতিক ☐ (খ) সমানুপাতিক ☐
 (গ) ব্যস্তানুপাতিক ☐ (ঘ) উপর নির্ভরশীল নয় ☐

১৩। গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে f বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। সুতরাং—

[জা. বি. ২০১৪–২০১৫; রুয়েট ২০১৩–২০১৪; দি. বো. ২০১৬]

- (ক) $F \gg f$ ☐ (খ) $F > f$ ☐
 (গ) $F = f$ ☐ (ঘ) $F < f$ ☐

১৪। পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} । যে গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর দ্বিগুণ কিন্তু গড় ঘনত্ব পৃথিবীর সমান তার পৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগ হবে—

- (ক) 5.6 km s^{-1} ☐ (খ) 11.2 km s^{-1} ☐
 (গ) 22.4 km s^{-1} ☐ (ঘ) উপরের কোনোটিই নয় ☐

১৫। দুটি উপগ্রহ একই বৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনরত। অবশ্যই তাদের—

- (ক) ভর সমান ☐ (খ) কৌণিক ভরবেগ সমান ☐
 (গ) গতিশক্তি সমান ☐ (ঘ) দ্রুতি সমান ☐

১৬। একটি উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। হঠাৎ করে অভিকর্ষীয় বল যদি বিলুপ্ত হয়ে যায় তাহলে উপগ্রহটি—

- (ক) একই দ্রুতিতে একই পথে ঘুরতে থাকবে ☐
 (খ) একই দ্রুতিতে আদি কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর চলতে থাকবে ☐
 (গ) বর্ধিত দ্রুতিতে নিচে পড়ে যাবে ☐
 (ঘ) মূল কক্ষপথে কিছুক্ষণ চলে থেমে যাবে ☐

১৭। পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক নয় ?

- (ক) বস্তু বিনা বাধায় পড়বে ☐ (খ) বস্তু স্থির অবস্থান থেকে পড়বে ☐
 (গ) মুক্তভাবে পড়বে ☐ (ঘ) অভিকর্ষজ বল ছাড়াও অন্য বল ক্রিয়া করবে ☐

১৮। মহাকর্ষ সম্পর্কে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক নয় ?

- (ক) মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণাই একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে ☐
 (খ) এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু দুটির ভর ও এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে ☐
 (গ) এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু দুটির আকৃতি ও প্রকৃতির উপর নির্ভর করে ☐
 (ঘ) বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণকে মহাকর্ষ বলে ☐

১৯। ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক নয় ?

[ঢা. বো. ২০১৫]

- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ বিষুব রেখার সরাসরি উপরে থাকবে ☐
 (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথে সমস্ত উপগ্রহের ভর একই হবে ☐
 (গ) ভূ-স্থির উপগ্রহের আবর্তনকাল ২৪ ঘণ্টা ☐
 (ঘ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের সম্ভাব্য ব্যাসার্ধ একটি ☐

২০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ' R ' এবং পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ ' g '। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে ' h ' উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত ?

[ঢা. বো. ২০১৫]

- (ক) $\frac{g(R-h)}{R}$ ☐ (খ) $\frac{gR^2}{(R+h)^2}$ ☐
 (গ) $\frac{gR}{R+h}$ ☐ (ঘ) $\frac{g(R-h)}{R^2}$ ☐

২১। গ্রহগুলোর গতিপথ উপবৃত্তাকার—এই সূত্রটি কোন বিজ্ঞানীর ?

[রা. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৫]

(ক) টলেমি

☐

(খ) কেপলার

☐

(গ) পিথাগোরাস

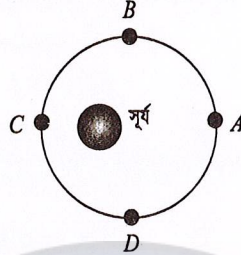
☐

(ঘ) গ্যালিলিও

☐

২২। চিত্রে কোন অবস্থানে পৃথিবীর বেগ সবচেয়ে কম ?

[চ. বো. ২০১৫]



(ক) A

☐

(খ) B

☐

(গ) C

☐

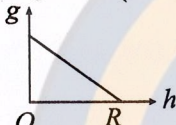
(ঘ) D

☐

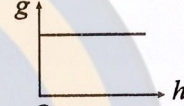
২৩। অভিকর্ষজ ত্বরণ g বনাম পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে গভীরতা h এর লেখচিত্র কোনটি ?

[ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৫]

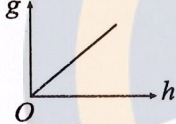
(ক)



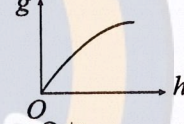
(খ)



(গ)



(ঘ)



২৪। একই কক্ষপথে আবর্তনরত দুটি উপগ্রহের একটির ভর অন্যটির দ্বিগুণ হলে ভারী উপগ্রহের আবর্তনকাল অন্যটির—

[ব. বো. ২০১৫]

(ক) সমান

☐

(খ) অর্ধেক

☐

(গ) দ্বিগুণ

☐

(ঘ) চারগুণ

☐

২৫। পৃথিবীতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ভর করে—

[ব. বো. ২০১৫]

(ক) বস্তুর ভরের উপর

☐

(খ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর

☐

(গ) বস্তুর ব্যাসার্ধের উপর

☐

(ঘ) পৃথিবীপৃষ্ঠ ও বস্তুর দূরত্বের উপর

☐

২৬। একটি বস্তুর ভর 12 mg। পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুটি কত বলে আকর্ষিত হবে ?

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) 1.18×10^{-4} N

☐

(খ) 0.1178 N

☐

(গ) 117.6×10^{-6} N

☐

(ঘ) 1.18×10^4 N

☐

২৭। একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা ও আবর্তনকালের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

☐

(খ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

☐

(গ) $h = \left(\frac{GM}{4} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{T}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} - R$

☐

(ঘ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

☐

২৮। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো বস্তুর ভর 50 kg হলে চাঁদে কত ?

[দি. বো. ২০১৫]

(ক) 490 kg

☐

(খ) 980 kg

☐

(গ) 50 kg

☐

(ঘ) 98 kg

☐

- ২৯। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে g -এর মান— [দি. বো. ২০১৫]
 (ক) হ্রাস পাবে ☐ (খ) বৃদ্ধি পাবে ☐
 (গ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐ (ঘ) শূন্য হবে ☐
- ৩০। দুটি বস্তুর মধ্যকার দূরত্ব অর্ধেক করলে মহাকর্ষ বলের মান— [দি. বো. ২০১৫]
 (ক) দ্বিগুণ কমে ☐ (খ) দ্বিগুণ বাড়ে ☐
 (গ) চারগুণ কমে ☐ (ঘ) চারগুণ বাড়ে ☐
- ৩১। g -এর মান কোথায় সর্বাধিক? [দি. বো. ২০১৫]
 (ক) মেরু ☐ (খ) বিষুব ☐
 (গ) ভূ-কেন্দ্রে ☐ (ঘ) পাহাড়ের চূড়ায় ☐
- ৩২। মুক্তিবেগের সমীকরণ হচ্ছে— [য. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৯]
 (ক) $v_e = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ ☐ (খ) $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}}$ ☐
 (গ) $v_e = \sqrt{2gR}$ ☐ (ঘ) $v_e = \sqrt{2gh}$ ☐
- ৩৩। সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব r এবং গ্রহের পর্যায়কাল T হলে কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৭; রা. বো. ২০১৬; য. বো. ২০১৫]
 (ক) $R \propto r^3$ ☐ (খ) $T^3 \propto r^3$ ☐
 (গ) $T^2 \propto \frac{1}{r^3}$ ☐ (ঘ) $T^2 \propto r^3$ ☐
- ৩৪। কত অক্ষাংশে g -এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি? [য. বো. ২০১৫]
 (ক) 0° ☐ (খ) 45° ☐
 (গ) 90° ☐ (ঘ) 180° ☐
- ৩৫। সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব কমে গেলে বছরের দৈর্ঘ্য— [সি. বো. ২০১৫]
 (ক) কমে যাবে ☐ (খ) বেড়ে যাবে ☐
 (গ) স্থির হবে ☐ (ঘ) অসীম হবে ☐
- ৩৬। কোনো বস্তুকে কত বেগে নিক্ষেপ করলে এটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে? [ঢা. বো. ২০১৬]
 (ক) 11.2 km s^{-1} ☐ (খ) 7.9 km s^{-1} ☐
 (গ) 11.2 m s^{-1} ☐ (ঘ) 9.7 m s^{-1} ☐
- ৩৭।। পৃথিবীর ব্যাস বরাবর সুড়ঙ্গের মধ্যে বস্তুর গতি— [রা. বো. ২০১৬]
 (i) পর্যাবৃত্ত (ii) স্পন্দন (iii) সরলরৈখিক
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৩৮। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে— [সি. বো. ২০১৭]
 (i) $v = \frac{-GM}{r}$ (ii) একক J kg^{-1} (iii) এটি একটি ভেক্টর রাশি
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৩৯। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G -এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—

[চ. বো. ২০১৫]

- (i) ইহা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে (ii) G একটি স্কেলার রাশি
(iii) G -এর মান বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বাইরে মহাকর্ষীয় বিভব—

[রা. বো. ২০১৫]

- (i) সর্বোচ্চ (ii) শূন্য (iii) ঋণাত্মক
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪১। যদি কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ v এবং মুক্তি বেগ v_e হয়, তাহলে—

[য. বো. ২০১৫]

- (i) $v > v_e$ হলে, বস্তুটি পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী ছেড়ে যাবে

(ii) $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হলে, বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে

(iii) $v = v_e$ হলে, বস্তুটি চাঁদের মতো পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪২। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য হচ্ছে—

- (i) দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার

(ii) $-\nabla V$

(iii) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য হচ্ছে একক ভরের উপর ত্রিমাত্রিক বল
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

2 kg ভরের কোনো বস্তু থেকে 2 m দূরে একটি বিন্দু অবস্থিত। নিম্নোক্ত ৪৩নং এবং ৪৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

৪৩। ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কত?

(ক) $3.35 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$

☐

(খ) $6.7 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$

☐

(গ) $13.4 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$

☐

(ঘ) $3.35 \times 10^{-11} \text{ N}$

☐

৪৪। ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব কত?

[চ. বো. ২০১৫]

(ক) $-6.673 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

(খ) $-3.3365 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

(গ) $6.673 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

(ঘ) $3.3365 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

৪৫। মহাকর্ষীয় বিভব V এবং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য E হলে—

[য. বো. ২০১৬]

(ক) $E = \frac{dV}{dt}$

☐

(খ) $E = -\frac{dV}{dt}$

☐

(গ) $E = \frac{dV}{dr}$

☐

(ঘ) $E = -\frac{dV}{dr}$

☐

৪৬। চাঁদের বায়ুশূন্য স্থানে স্থিরাবস্থা থেকে একটি পালক ও একটি সীসার বলকে ফেলা হলো। পালকের ত্বরণ হবে—

[বুয়েট ২০১২-২০১৩]

- (ক) সীসার বলের চেয়ে বেশি ☐ (খ) সীসার বলের সমান ☐
 (গ) সীসার বলের চেয়ে কম ☐ (ঘ) 9.8 m s^{-2} ☐

৪৭। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{R}{G}$ এর অনুপাত হবে—

[বুয়েট ২০১২-২০১৩]

- (ক) $\frac{R^2}{M}$ ☐ (খ) $\frac{M}{R^2}$ ☐
 (গ) MR^2 ☐ (ঘ) $\frac{M}{R}$ ☐

৪৮। সর্বনিম্ন কত বেগে ভূ-পৃষ্ঠ হতে m ভরের একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর কখনো ফিরে আসবে না?

[ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]

- (ক) $\sqrt{2gR}$ ☐ (খ) $(\sqrt{2}) gR$ ☐
 (গ) gR ☐ (ঘ) $2\sqrt{gR}$ ☐

৪৯। কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল—

[খু. বি. ২০১২-২০১৩]

- (ক) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$ ☐ (খ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^2}{GM}}$ ☐
 (গ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ ☐ (ঘ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{GM}{(R+h)^2}}$ ☐

৫০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ কত হবে?

[বুয়েট ২০১৩-২০১৪, ২০০৯-২০১০; চুয়েট ২০১৩-২০১৪; কুয়েট ২০০৫-২০০৬]

- (ক) $1.12 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐ (খ) $11.2 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐
 (গ) $2.11 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $21.12 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐

৫১। একটি লিফট 1 m s^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে তিনি যে বল অনুভব করবেন:

[চুয়েট ২০১১-২০১২]

- (ক) 350 N ☐ (খ) 572 N ☐
 (গ) 250 N ☐ (ঘ) কোনোটি নয় ☐

৫২। পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ 980 cm s^{-2} এবং একটি বস্তুর মুক্তিবেগ 11.2 km s^{-1} । পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কত?

[চুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) 6400 km ☐ (খ) 640 km ☐
 (গ) 64000 km ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐

৫৩। $5 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2.0 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ হলো—

[বুয়েট ২০১১-২০১২]

- (দেওয়া আছে, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$)
 (ক) 9.0 J ☐ (খ) $2.2 \times 10^8 \text{ J}$ ☐
 (গ) $1.01 \times 10^8 \text{ J}$ ☐ (ঘ) $1.1 \times 10^6 \text{ J}$ ☐

৫৪। একটি স্যাটেলাইটের ঘূর্ণনের সময়কাল হলো T । এর গতিশক্তির সমানুপাতিক হলো—

[বুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) $\frac{1}{T}$ ☐ (খ) $\frac{1}{T^2}$ ☐
 (গ) $\frac{1}{T^3}$ ☐ (ঘ) $T^{-\frac{2}{3}}$ ☐

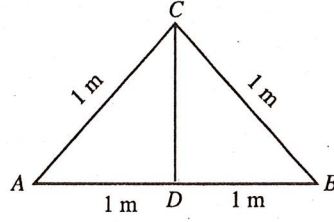
- ৫৫। একজন ব্যক্তির ওজন পৃথিবীপৃষ্ঠে ৭৮৫ N এবং মঙ্গলগ্রহ পৃষ্ঠে ২৯৮ N। মঙ্গলপৃষ্ঠে অভিকর্ষী ক্ষেত্রের তীব্রতা কত ? [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- (ক) 2.63 N kg^{-1} ☐ (খ) 6.09 N kg^{-1} ☐
 (গ) 3.72 N kg^{-1} ☐ (ঘ) 9.81 N kg^{-1} ☐
- ৫৬। ভূ-পৃষ্ঠে একজন লোক ৩ m লাফাতে পারে। চন্দ্রপৃষ্ঠ কত উঁচুতে লাফাতে পারবে ? [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) ৩ m ☐ (খ) ৬ m ☐
 (গ) ৯ m ☐ (ঘ) ১৮ m ☐
- ৫৭। সূর্যের ভরের সঠিক সমীকরণ কোনটি ? [কুয়েট ২০১২-২০১৩]
- (ক) $M = \frac{4\pi r^3}{GT^2}$ ☐ (খ) $M = \frac{4\pi r^2}{GT^2}$ ☐
 (গ) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ ☐ (ঘ) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^3}$ ☐
- ৫৮। কোনটি পৃথিবীর ভরের সঠিক সূত্র ? [কুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) $M = \frac{gR^2}{G}$ ☐ (খ) $M = \frac{GR^2}{g}$ ☐
 (গ) $M = \frac{gR^2}{G}$ ☐ (ঘ) $M = \frac{g^2 R}{G}$ ☐
- ৫৯। ভূ-পৃষ্ঠ হতে ১০০০ km উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ৬৪০০ km। [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- (ক) 3.8 m s^{-2} ☐ (খ) 7.33 m s^{-2} ☐
 (গ) 8.1 m s^{-2} ☐ (ঘ) 9.8 m s^{-2} ☐
- ৬০। ভূ-পৃষ্ঠের কত গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের এক-চতুর্থাংশ হবে ? [কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$) ☐
 (ক) $8.4 \times 10^3 \text{ km}$ ☐ (খ) $4.8 \times 10^3 \text{ km}$ ☐
 (গ) $4.0 \times 10^3 \text{ km}$ ☐ (ঘ) $5.2 \times 10^3 \text{ km}$ ☐
- ৬১। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আটগুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের তুলনায় কতগুণ তা নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- (ক) ২ গুণ ☐ (খ) ৪ গুণ ☐
 (গ) ৮ গুণ ☐ (ঘ) ১৬ গুণ ☐
- ৬২। একটি বস্তুর ওজন ১৮০ kg। মঙ্গলগ্রহের ভর পৃথিবীর ভরে $\frac{1}{9}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ হলে, মঙ্গল গ্রহে বস্তুটির ওজন কত ? [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- (ক) ১০০ kg-wt ☐ (খ) ১৮০ kg-wt ☐
 (গ) ৮০ kg-wt ☐ (ঘ) ২০ kg-wt ☐
- ৬৩। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় 8 km s^{-1} বেগে ঘুরছে, যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- (ক) ১৬০০ km ☐ (খ) ৪০০ km ☐
 (গ) ১৪৪০০ km ☐ (ঘ) ৮০০০ km ☐

- ৬৪। পৃথিবীর ঘূর্ণন হঠাৎ থেমে গেলে মেরু বিন্দুতে বস্তুসমূহের ভর হবে— [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) কম ☐ (খ) সর্বোচ্চ ☐
- (গ) পূর্বের ন্যায় ☐ (ঘ) অক্ষাংশের সাথে পরিবর্তিত হয় ☐
- ৬৫। দুটি কণার মধ্যে মহাকর্ষ বলের মান কেমন পরিবর্তন হবে যদি একটি কণার ভর পূর্বের দ্বিগুণ, অন্য কণার ভর তিনগুণ করা হয় এবং একই সাথে তাদের মাঝের দূরত্ব দ্বিগুণ করা হয়? [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) পূর্বের সমান থাকবে ☐ (খ) পূর্বের তিনগুণ হবে ☐
- (গ) পূর্বের দ্বিগুণ হবে ☐ (ঘ) পূর্বের দেড়গুণ হবে ☐
- ৬৬। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 4 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6380 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m s^{-2} হলে উপগ্রহটির বেগ কত? [রা. বি. ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 7.51 km s^{-1} ☐ (খ) 7.99 km s^{-1} ☐
- (গ) 7.9 km s^{-1} ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৬৭। ভূ-পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি নভোযান কত দ্রুতিতে চললে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$] [ঢা. বি. ২০০৬-২০০৭]
- (ক) 7.9 km s^{-1} ☐ (খ) 7.1 km s^{-1} ☐
- (গ) 3.5 km s^{-1} ☐ (ঘ) 3.1 km s^{-1} ☐
- ৬৮। $2.0 \times 10^{-10} \text{ m}$ দূরত্বে অবস্থিত দুটি ইলেকট্রনের মধ্যে মহাকর্ষ বল এবং তড়িৎ বল উভয়ই ক্রিয়া করে। অভিকর্ষ বলের মান তড়িৎ বলের চেয়ে কতগুণ কম বা বেশি শক্তিশালী? [শা. বি. প্র. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 10^{42} গুণ কম ☐ (খ) 10^{-42} গুণ কম ☐
- (গ) 10^4 গুণ বেশি ☐ (ঘ) 10^{-42} গুণ বেশি ☐
- ৬৯। কোনো একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। কিন্তু গ্রহের পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষের ত্বরণের চারগুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের— [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) দ্বিগুণ ☐ (খ) চারগুণ ☐
- (গ) আটগুণ ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৭০। পৃথিবীর ঘূর্ণন না থাকলে পৃথিবী পৃষ্ঠে কোনো স্থানে বস্তুর ওজন— [চ. বো. ২০১৭]
- (ক) বৃদ্ধি পাবে ☐ (খ) শূন্য হবে ☐
- (গ) অসীম হবে ☐ (ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐
- ৭১। কোনো একটি কাল্পনিক গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করলে উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবৈগ— [চ. বো. ২০১৭]
- i. বাড়তে পারে ii. কমতে পারে iii. অপরিবর্তিত থাকতে পারে
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৭২। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে—
- i. এটি স্কেলার রাশি ii. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এটি ঋণাত্মক iii. এর মাত্রার সমীকরণ $L^2 T^{-2}$
- [অভি. প্রশ্ন-২০১৮]
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) ii ও iii ☐
- (গ) i ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

- ৭৩। পৃথিবীর ঘূর্ণন বন্ধ হলে বিষুব রেখায় g -এর মান— [দি. বো. ২০১৭]
- (ক) বৃদ্ধি পাবে ☐ (খ) হ্রাস পাবে ☐
 (গ) একই থাকবে ☐ (ঘ) শূন্য হবে ☐
- ৭৪। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তন ঘটে— [যি. বো. ২০১৭]
- i. উচ্চতার জন্য ii. পৃথিবীর কক্ষপথে ঘূর্ণনের জন্য i ii. পৃথিবীর নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের জন্য
 নিচের কোনটি সঠিক ?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৭৫। R ও $4R$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত দুটি কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত হবে— [যি. বো. ২০১৭]
- (ক) $8 : 1$ ☐ (খ) $4 : 2$ ☐
 (গ) $1 : 4$ ☐ (ঘ) $1 : 8$ ☐
- ৭৬। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-তৃতীয়াংশ হবে ? [R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ] [ঢা. বো. ২০১৭]
- (ক) $\frac{R}{4}$ ☐ (খ) $\frac{R}{3}$ ☐
 (গ) $\frac{R}{2}$ ☐ (ঘ) $\frac{2}{3}R$ ☐
- ৭৭। মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে $g = 3.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং ব্যাসার্ধ $3 \times 10^3 \text{ km}$ মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ কত হবে ? [সি. বো. ২০১৭]
- (ক) 4.0 km s^{-1} ☐ (খ) 4.8 km s^{-1} ☐
 (গ) 7.8 km s^{-1} ☐ (ঘ) 11.0 km s^{-1} ☐
- ৭৮। ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় পৃথিবীকে প্রদক্ষিণরত কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ— [সি. বো. ২০০৭]
- (ক) $v = \frac{GM}{R+h}$ ☐ (খ) $v = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ☐
 (গ) $v = \frac{GM^2}{R+h}$ ☐ (ঘ) $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ ☐
- ৭৯। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল— [সি. বো. ২০১৬]
- (ক) ০ ঘণ্টা ☐ (খ) ২৪ ঘণ্টা ☐
 (গ) ১২ ঘণ্টা ☐ (ঘ) ৩৬৫ ঘণ্টা ☐
- ৮০। নিচের কোন স্থানে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা সর্বাধিক ?
- (ক) পৃথিবীর কেন্দ্রে ☐ (খ) বিষুবীয় অঞ্চলে ☐
 (গ) মেরু অঞ্চলে ☐ (ঘ) উপরের কোনোটিই না ☐
- ৮১। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G = ? [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) $66.7 \times 10^{-12} \text{ N m kg}^{-2}$ ☐ (খ) $6.67 \times 10^{-12} \text{ N m}^{-2} \text{ kg}^{-2}$ ☐
 (গ) $0.667 \times 10^{-10} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ☐ (ঘ) $0.0667 \times 10^{-9} \text{ N m}^2 \text{ kg}^2$ ☐
- ৮২। পৃথিবীপৃষ্ঠ, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় ও পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g , g_h , g_{bh} হলে— [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) $g_{bh} < g_h < g$ ☐ (খ) $g_h < g_{bh} < g$ ☐
 (গ) $g_h > g_{bh} < g$ ☐ (ঘ) $g_h < g < g_{bh}$ ☐

- ৮৩। পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হয়ে গেলে মেরু অঞ্চলে 'g' এর মানের কিরূপ পরিবর্তন হবে? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০০৮]
- (ক) বৃদ্ধি পাবে ☐ (খ) শূন্য হবে ☐
- (গ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐ (ঘ) কমে যাবে ☐
- ৮৪। অনুভূমিক বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]
- (ক) শূন্য ☐ (খ) 9.8 m s^{-2} ☐
- (গ) -9.8 m s^{-2} ☐ (ঘ) অসীম ☐
- ৮৫। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা কোনটি? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]
- (ক) MLT^{-2} ☐ (খ) L^2T^{-2} ☐
- (গ) LT^{-1} ☐ (ঘ) LT^{-2} ☐
- ৮৬। দুটি বস্তুর ত্রিমাশীল মহাকর্ষ বলের ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক— [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]
- (ক) স্থানভেদে পরিবর্তনশীল ☐ (খ) ভরনিরপেক্ষ ☐
- (গ) দূরত্বের উপর নির্ভরশীল ☐ (ঘ) এটি একটি ভেক্টর রাশি ☐
- ৮৭। কেপলারের ৩য় সূত্রের নাম কোনটি? [ব. বো. ২০১৭]
- (ক) কক্ষপথের সূত্র ☐ (খ) ক্ষেত্রফলের সূত্র ☐
- (গ) পর্যায়কালের সূত্র ☐ (ঘ) হারমোনিক সূত্র ☐
- ৮৮। কেপলারের সূত্রানুসারে— [কু. বো. ২০১৭]
- (ক) $T^3 \propto r^3$ ☐ (খ) $T \propto r^2$ ☐
- (গ) $T \propto r^3$ ☐ (ঘ) $T^2 \propto r^3$ ☐
- ৮৯। পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো বিন্দুর দূরত্ব r হলে ($r > R$), অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর মানের জন্য নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) $g \propto \frac{1}{r}$ ☐ (খ) $g \propto \frac{1}{r^2}$ ☐
- (গ) $g \propto r$ ☐ (ঘ) $g \propto r^2$ ☐
- ৯০। দুটি উপগ্রহ একই বৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনরত। তাদের অবশ্যই—
- (ক) ভর সমান ☐ (খ) কৌণিক ভরবেগ সমান ☐
- (গ) গতিশক্তি সমান ☐ (ঘ) দ্রুতি সমান ☐
- ৯১। ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} হলে 60° কোণে নিষ্ক্ষিপ্ত বস্তুর জন্য মুক্তিবৈগ হবে—
- i. $\frac{11.2}{\sqrt{3}} \text{ km s}^{-1}$ ii. 11.2 km s^{-1} iii. $11.2 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৯২। ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} কোনো গ্রহের ব্যাসার্ধ যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হয় এবং ভর পৃথিবীর ভরের আটগুণ হয় তবে সেখানে মুক্তিবৈগ কত? [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 89.6 km s^{-1} ☐ (খ) 11.2 km s^{-1} ☐
- (গ) 22.4 km s^{-1} ☐ (ঘ) 44.8 km s^{-1} ☐

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৯৩ নং ও ৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 1 kg ও 2 kg ভরের বস্তু আছে। $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

৯৩। A বিন্দুতে স্থাপিত 1 kg ভরের বস্তুর জন্য D বিন্দুতে প্রাবল্য কত ?

(ক) $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ☐ (খ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ☐

(গ) $6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$ ☐ (ঘ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-2}$ ☐

৯৪। C ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত কোনটি ?

(ক) 1 : 1 ☐ (খ) 1 : 2 ☐

(গ) 1 : 4 ☐ (ঘ) 1 : 16 ☐

৯৫। গ্রহের গতির ক্ষেত্রে—“একটি নক্ষত্র থেকে গ্রহকে সংযোগকারী সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।”—এটি কোন নীতির সরাসরি ফল ? [ঢা. বি. ২০১৮-২০১৯]

(ক) শক্তির সংরক্ষণ নীতি ☐ (খ) ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি ☐

(গ) কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি ☐ (ঘ) ভরের সংরক্ষণ নীতি ☐

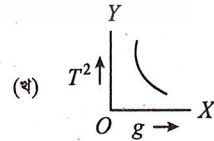
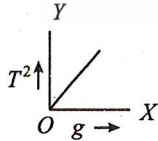
৯৬। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে— [ঢা. বো. ২০১৯]

(ক) MR^2 ☐ (খ) $\frac{R}{M}$ ☐

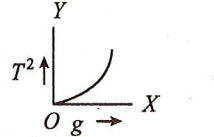
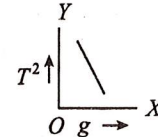
(গ) $\frac{M}{R^2}$ ☐ (ঘ) $\frac{M^2}{R}$ ☐

৯৭। যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ g ও পর্যায়কাল T হয় তবে কোন লেখচিত্রটি সঠিক ? [য. বো. ২০১৯]

(ক) ☐ (খ) ☐



(গ) ☐ (ঘ) ☐



৯৮। পৃথিবীর আকার হঠাৎ ছোট হয়ে এর ব্যাসার্ধ পূর্বের অর্ধেক হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন হবে। পরিবর্তিত মান পূর্বের মানের কতগুণ ? [রা. বো. ২০১৯]

(ক) ২ গুণ ☐ (খ) ৪ গুণ ☐

(গ) ৬ গুণ ☐ (ঘ) ৮ গুণ ☐

৯৯। পৃথিবী পৃষ্ঠে λ° অক্ষাংশের জন্য 'g' এর সমীকরণ হবে—

[দি. বো. ২০১৯]

[পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R]

(ক) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

○

(খ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos \lambda$

○

(গ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos^2 \lambda$

○

(ঘ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos \lambda$

○

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(গ)	২।(ক)	৩।(গ)	৪।(ক)	৫।(ক)	৬।(ক)	৭।(গ)	৮।(খ)	৯।(ক)	১০।(খ)
১১।(ক)	১২।(ঘ)	১৩।(গ)	১৪।(গ)	১৫।(ঘ)	১৬।(খ)	১৭।(ঘ)	১৮।(গ)	১৯।(খ)	২০।(খ)
২১।(খ)	২২।(ক)	২৩।(ক)	২৪।(ক)	২৫।(খ)	২৬।(গ)	২৭।(গ)	২৮।(গ)	২৯।(খ)	৩০।(ঘ)
৩১।(ক)	৩২।(গ)	৩৩।(ঘ)	৩৪।(গ)	৩৫।(ক)	৩৬।(খ)	৩৭।(ঘ)	৩৮।(ক)	৩৯।(গ)	৪০।(খ)
৪১।(ক)	৪২।(ঘ)	৪৩।(ক)	৪৪।(ক)	৪৫।(ঘ)	৪৬।(খ)	৪৭।(খ)	৪৮।(ক)	৪৯।(ক)	৫০।(ক)
৫১।(খ)	৫২।(ক)	৫৩।(গ)	৫৪।(খ)	৫৫।(গ)	৫৬।(ঘ)	৫৭।(গ)	৫৮।(গ)	৫৯।(গ)	৬০।(খ)
৬১।(খ)	৬২।(গ)	৬৩।(ক)	৬৪।(গ)	৬৫।(ঘ)	৬৬।(গ)	৬৭।(ক)	৬৮।(খ)	৬৯।(গ)	৭০।(ক)
৭১।(ঘ)	৭২।(ঘ)	৭৩।(ক)	৭৪।(খ)	৭৫।(ঘ)	৭৬।(ঘ)	৭৭।(খ)	৭৮।(ঘ)	৭৯।(খ)	৮০।(গ)
৮১।(গ)	৮২।(খ)	৮৩।(গ)	৮৪।(ক)	৮৫।(ঘ)	৮৬।(খ)	৮৭।(গ)	৮৮।(ঘ)	৮৯।(খ)	৯০।(খ)
৯১।(গ)	৯২।(গ)	৯৩।(গ)	৯৪।(ক)	৯৫।(গ)	৯৬।(গ)	৯৭।(খ)	৯৮।(ক)	৯৯।(ক)	

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। বিজ্ঞানী নিউটন গাছ থেকে মাটিতে আপেল পড়া দেখে তিনি চিন্তিত হন আপেলটি মাটিতে পড়ে কেন? কেউ একে পৃথিবীর মাটির দিকে টানছে। তিনি আবিষ্কার করেন যে, শুধু পৃথিবী নয়, এই মহাবিশ্বের সকল বস্তু পরস্পর পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণের জন্য তিনি একটি সূত্রও আবিষ্কার করেন। তিনি দেখতে পান যে, এ আকর্ষণ বস্তুর আকৃতি, প্রকৃতি ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ সূত্রটি কী?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

গ. 10 kg এবং 20 kg ভরের দুটি বস্তুকে 15 m দূরে রাখা হলো। যদি মহাকর্ষীয় ধ্রুবক

$6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটির মধ্যে বলের মান নির্ণয় কর।

ঘ. দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী মহাকর্ষীয় বল বস্তুদ্বয়ের আকৃতি, প্রকৃতি ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে কি? না করলে কেন করে না—যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

২। সূর্যের চারপাশে আবর্তনরত পৃথিবীর আবর্তনকাল যেখানে 1 বছর, মঙ্গল গ্রহের আবর্তনকাল সেখানে 1.88 বছর।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ কী?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক নির্ণয় কর।

গ. গ্রহগুলোর কক্ষপথ বৃত্তাকার ধরে মঙ্গল ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত বের কর।

ঘ. বৃত্তাকার কক্ষপথ ধরে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি প্রতিপাদন কর।

- ৩। আমরা জানি যে, 1 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীতে 9.8 N, চাঁদে 1.6 N এবং মহাশূন্যে এর কোনো ওজনই থাকে না। কিন্তু পৃথিবী, চাঁদ ও মহাশূন্যে বস্তুটির ভর কিন্তু 1 kg পরিমাণই থাকে। তাহলে আমাদের জানা তথ্য কী বিভ্রান্তকারী।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কী ?

খ. ভর এবং ওজনের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূপৃষ্ঠ থেকে 6.4×10^5 m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

ঘ. উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যগুলো সঠিক না বিভ্রান্তকারী ? এই ওজন বিভিন্নতার কারণ যুক্তি দিয়ে বোঝাও।

- ৪। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$ । পৃথিবীর আকর্ষণের ফলে ভূ-পৃষ্ঠের নিকটে কোনো বস্তুর ত্বরণ হয় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । পৃথিবীসহ এ মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তু পরস্পরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। 200 kg ভরের একটি বস্তু তার থেকে 3 m দূরে অবস্থিত m ভরের কোনো বস্তুকে 1.04 N বলে আকর্ষণ করে। $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষ কী ?

খ. অভিকর্ষীয় ত্বরণ g এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত m এর মান কত ?

ঘ. ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় করে তার থেকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।

- ৫। ভূ-পৃষ্ঠের নিকটবর্তী কোনো স্থান থেকে m ভরের কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে পৃথিবীর আকর্ষণের ফলে এটি ভূপৃষ্ঠের দিকে পতিত হয় এবং যত ভূ-পৃষ্ঠের দিকে আসে তত এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে। পৃথিবীর ভর $M = 5.96 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ কী ?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবককে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত তথ্যের আলোকে ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠের নিকটে পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় করে যুক্তি সহকারে দেখাও যে, বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হার বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।

- ৬। নিশাত মজুমদার হচ্ছেন বাংলাদেশের প্রথম মহিলা যিনি এভারেস্টের চূড়ায় আরোহণ করেন। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এভারেস্ট চূড়ার উচ্চতা 8848 m। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রটি লেখ।

খ. কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।

গ. ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতার কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য রাশিমালা প্রতিপাদন করে এভারেস্ট চূড়ায় g এর মান বের কর।

- ৭। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে 24 ঘণ্টায় একবার ঘুরে আসে। পৃথিবীর এই গতিকে আঙ্গিক গতি বলে। পৃথিবীর বিষুবীয় অঞ্চলে g এর মান 9.78 m s^{-2} । ঢাকার অক্ষাংশ 23.7° N ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী ?

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ ?

গ. পৃথিবীর আকৃতির জন্য g এর মানের কেন পরিবর্তন হয় ব্যাখ্যা কর।

ঘ. আনুমানিক গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান কীভাবে পরিবর্তিত হয় গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বর্ণনা কর। আনুমানিক গতির কারণে ঢাকায় g এর মান কত হবে?

৮। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। ধরা হয় পৃথিবী সূর্যকে $1.5 \times 10^{11} \text{m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তন করে। এই আবর্তন কাল 365 দিন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কী?

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর বিভব বলতে কী বুঝ?

গ. ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এবং উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে সূর্যের ভর নির্ণয় কর।

৯। 637 N ওজনের একজন নভোচারী চাঁদে অবতরণ করলেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ।

ক. কৃত্রিম উপগ্রহ কী?

খ. কোনো বস্তুর ওজন বলতে কী বোঝায়?

গ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের তুলনা কর।

ঘ. নভোচারীর ওজন চাঁদে বাড়বে না কমবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের পক্ষে যথাযথ যুক্তি দাও।

১০। ভূ-পৃষ্ঠে 20 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন 196 N। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. G এর মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যের আলোকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 20 % হবে?

১১। বিভিন্ন হিসাব নিকাশের জন্য পৃথিবীকে $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ গড় ঘনত্বের ও 6400 km ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলক বিবেচনা করা হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ ক্ষেত্র কী?

খ. কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ?

গ. পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $8 \times 10^6 \text{ m}$ দূরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগুতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে।

১২। উপরের দিকে কোনো টিল ছোঁড়া হলে অভিকর্ষের টানে তা পৃথিবীতে ফিরে আসে। কিন্তু যদি কোনো বস্তুকে এমন বেগ দেওয়া যায়, তা পৃথিবীর অভিকর্ষ বলকে অতিক্রম করতে পারে, তাহলে বস্তুটি পৃথিবীতে আর ফিরে আসবে না। এই বেগের মান চাঁদে এক রকম, বৃহস্পতিতে অন্য রকম।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মুক্তি বেগ কী?

খ. ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানের মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

- গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ হলে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।
- ঘ. পৃথিবী, চাঁদ, বৃহস্পতি বা অন্যান্য গ্রহের জন্য এই মুক্তি বেগ বিভিন্ন কেন? মুক্তি বেগ যেসব বিষয়ের উপর নির্ভর করে তা থেকে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।
- ১৩। কোনো ঢিলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সেটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। কিন্তু কোনো বস্তুকে সর্বনিম্ন 11.2 km s^{-1} বেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে আর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে না। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km । $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. রকেটের বেগ মুক্তিব্যেগ নয় কেন?
- খ. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।
- গ. উদ্দীপকের তথ্য মতে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।
- ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মুক্তিব্যেগের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় করে দেখাও যে, মুক্তিব্যেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।
- ১৪। পৃথিবী ও মঙ্গল গ্রহে মুক্তিব্যেগ যথাক্রমে 11.2 km s^{-1} এবং 4.77 km s^{-1} । পৃথিবীর ভর মঙ্গলের ভরের ৯ গুণ।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী?
- খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর প্রাবল্যের রাশিমালা ব্যাখ্যা কর।
- গ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে পৃথিবী ও মঙ্গলের ব্যাসার্ধের অনুপাত বের কর।
- ঘ. উদ্দীপকের তথ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ মঙ্গলের অভিকর্ষজ ত্বরণের প্রায় 2.56 গুণ।
- ১৫। চন্দ্রাভিযানের এক পর্যায়ে 2000 kg ভরের একটি মহাশূন্যযান মুক্তিব্যেগ নিয়ে অর্থাৎ 11.2 km s^{-1} বেগে পৃথিবী থেকে যাত্রা করে চন্দ্রপৃষ্ঠে পৌঁছালো। চাঁদে মিশন শেষ করে আবার চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে মুক্তিব্যেগে যাত্রা করে পৃথিবীতে ফিরে আসে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের ৮১ গুণ ও ৪ গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. মহাকর্ষীয় বিভব কী?
- খ. ভূস্থির উপগ্রহ বলতে কী বুঝ?
- গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত তথ্য থেকে চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তিব্যেগ নির্ণয় কর।
- ঘ. মহাশূন্য যানটির ভূ-পৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে গতি শক্তি এবং চন্দ্র পৃষ্ঠ ত্যাগের মুহূর্তে গতিশক্তি ভিন্ন হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।
- ১৬। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় 5.1 km s^{-1} রৈখিক বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি লেখ।
- খ. কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পরিবর্তিত হয়?
- গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km হলে h নির্ণয় কর।
- ঘ. যথাযথ গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে দেখাও যে, কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তিব্যেগের 0.707 গুণ হলে সেটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। পড়ন্ত বস্তু কাকে বলে ?
- ২। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।
- ৩। মহাকর্ষ বলতে কী বুঝ ?
- ৪। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত কর। [চ. বো. ২০১৫]
- ৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৭]
- ৬। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের প্রথম সূত্রটি বিবৃত কর।
- ৭। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৮। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। [কু. বো. ২০১৬]
- ৯। নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন কর।
- ১০। ঘূর্ণনরত কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়ে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৭]
- ১১। ঘূর্ণনরত কোনো গ্রহ সূর্য হতে দূরে সরে গেলে এর বেগ কমে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ১২। পৃথিবীতে বছরের দিনের সংখ্যা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্বের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৫]
- ১৩। সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণনমান গ্রহগুলোর আবর্তনকাল ভিন্ন হয়—ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৯]
- ১৪। অভিকর্ষ কাকে বলে ? মহাকর্ষ ও অভিকর্ষের মধ্যে পার্থক্য কী ?
- ১৫। অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৬]
- ১৬। অভিকর্ষজ ত্বরণ বলতে কী বুঝ ?
- ১৭। অভিকর্ষজ ত্বরণকে কীভাবে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ এবং মহাকর্ষ ধ্রুবকের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, দেখাও।
- ১৮। দেখাও যে, অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।
- ১৯। ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বিভিন্ন হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর।
- ২০। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতার কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ২১। ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না— ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৭]
- ২২। পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৯]
- ২৩। পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তন হবে কি ? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ২৪। অভিকর্ষীয় ত্বরণের উপর আর্হিক গতির প্রভাব বর্ণনা কর।
- ২৫। বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]
- ২৬। পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণন হঠাৎ থেমে গেলে পৃথিবীপৃষ্ঠে g -এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৯]
- ২৭। অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৬]
- ২৮। একটি পাতলা পাতের অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।
- ২৯। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কাকে বলে ?
- ৩০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৭]
- ৩১। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলতে কী বুঝ ? মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩২। মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে ? [চা. বো. ২০১৭]
- ৩৩। মহাকর্ষ বিভবের মান ঋণাত্মক হয় কেন ? [সি. বো. ২০১৬]
- ৩৪। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৫]
- ৩৫। বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।

- ৩৬। সুযম নিরেট কোনো গোলকের বাইরের কোনো বিন্দুতে বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৭। সুযম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৮। মুক্তি বেগ কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৬]
- ৩৯। দেখাও যে, মুক্তি বেগ $v_e = \sqrt{2gR}$ ।
- ৪০। পৃথিবীতে মুক্তি বেগের মান 11.2 km s^{-1} বলতে কী বোঝায়?
- ৪১। স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে কোনো বস্তু মুক্তি বেগ পরিবর্তন হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ৪২। মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ 4.77 km s^{-1} বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৬]
- ৪৩। রকেটের বেগ মুক্তি বেগ নয় কেন? [দি. বো. ২০১৬]
- ৪৪। কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কিনা—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]
- ৪৫। কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে?
- ৪৬। ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৫; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮ চ. বো. ২০১৯] ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এর উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৪৭। পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? [সি. বো. ২০১৯; মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৯]
- ৪৮। আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৬]
- ৪৯। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে প্রাকৃতিক সম্পদ কীভাবে অনুসন্ধান করা যায় বর্ণনা কর।
- ৫০। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে কীভাবে যোগাযোগ ব্যবস্থা গড়ে তোলা যায় বর্ণনা কর।
- ৫১। বস্তু গবেষণার ক্ষেত্রে মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার ব্যাখ্যা কর।

ষ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

- ১। একটি মহাশূন্য যান পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর সেখানে এর উপর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। দেয়া আছে—
পৃথিবীর ভর = $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$, চাঁদের ভর = $7.4 \times 10^{22} \text{ kg}$;
পৃথিবীর কেন্দ্র ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $3.8 \times 10^8 \text{ m}$ । [উ: $3.42 \times 10^8 \text{ m}$]
- ২। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10.97 গুণ এবং বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} বৃহস্পতির পৃষ্ঠে তার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে? [উ: 25.92 m s^{-2}]
- ৩। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা চল্লিশ ভাগ হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ । [উ: $3.7 \times 10^6 \text{ m}$]
- ৪। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে? [উ: $4.48 \times 10^4 \text{ km}$]
- ৫। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g -এর মান 4.9 m s^{-2} ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীপৃষ্ঠে 9.8 m s^{-2} । [উ: $2.65 \times 10^6 \text{ m}$]
- ৬। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [উ: 8.1 m s^{-2}]

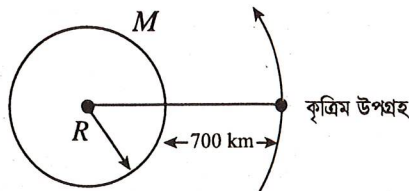
- ৭। মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ বের কর। মঙ্গলের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ। পৃথিবীর ভর 5.975×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.371×10^6 m এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক 6.673×10^{-11} N m² kg⁻²। [উ: 5.09 km s⁻¹] [বুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৮। পৃথিবী থেকে 1600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ ঘণ্টায় কত কিলোমিটার হবে? [উ: 25462 km h⁻¹]
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km, ভর 6×10^{24} kg এবং $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²
- ৯। পৃথিবী থেকে 7×10^5 m উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবী ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উ: 7509.43 m s⁻¹; 1 hr 39 min] [কু. বো. ২০১৫]
- ১০। মহাশূন্য যান ভস্টক-১-এ করে প্রথম মহাশূন্যচারী ইউরি গ্যাগারিন ৪৯ মিনিট ৬ সেকেন্ডে একবার পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেন। তিনি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছিলেন? তার মহাশূন্যযানের বেগ কত ছিল? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.371 \times 10^6$ m; পৃথিবীর ভর, $M = 5.975 \times 10^{24}$ kg এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²। [উ: 237.658 km; 7.59 km s⁻¹]
- ১১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.38×10^6 m এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 m s⁻² হলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ণয় কর। [উ: 11.18 km s⁻¹]
- ১২। বৃহস্পতির ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.9×10^{27} kg এবং 7×10^7 m। বৃহস্পতিতে মুক্তিবৈগ নির্ণয় কর। [উ: 60.3 km s⁻¹]
- ১৩। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8 m s⁻²। মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ণয় কর। [উ: 4.77 km s⁻¹]
- ১৪। পৃথিবীতে 5.5×10^3 kg m⁻³ গড় ঘনত্বের তৈরি 6.4×10^6 m ব্যাসার্ধের একটি গোলক বিবেচনা করে এবং পৃষ্ঠে বিভব নির্ণয় কর। [উ: -6.32×10^7 J kg⁻¹]

সেট II

[সাম্প্রতিক বার্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

- ১৫। 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে 3.6×10^9 joule গতি শক্তি সঞ্চারিত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m। $G = 6.6 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻², $g = 9.8$ m s⁻²।
(ক) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে?
(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।
[উ: (ক) 2×10^5 m বা 200 km; (খ) উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি 3.6×10^9 J, যা সঞ্চারিত গতিশক্তি 3.5×10^9 J অপেক্ষা বেশি।
সুতরাং সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।] [ঢা. বো. ২০১৫]

- ১৬। উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $[M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6.4 \times 10^6$ m]



- (ক) কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও।

উ: (ক) 7.94 m s^{-2} ; (খ) কক্ষপথে গ্রহটির বেগ $= 7.5 \text{ km s}^{-1}$ কিন্তু ঐ অবস্থানে উপগ্রহটির মুক্তিবেগ $= 10.6 \text{ km s}^{-1}$ । সুতরাং উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

[সি. বো. ২০১৫]

১৭।

$E =$ পৃথিবী

$S =$ ভূ-স্থির উপগ্রহ

$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

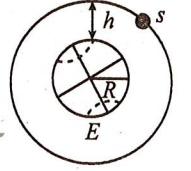
বাংলাদেশ $3,500 \text{ kg}$ ভরে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।

(ক) ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে?

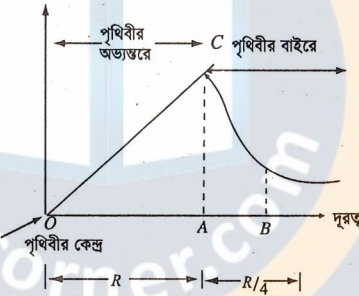
(খ) h -এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও।

উ: (ক) $3.6 \times 10^4 \text{ km}$; (খ) h এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ 2.62 km s^{-1} বৃদ্ধি করতে হবে।

[চ. বো. ২০১৬]



১৮।



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র দেখান হয়েছে। পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$ ।

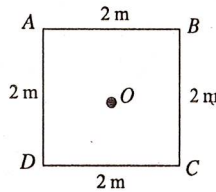
(ক) উদ্দীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর।

(খ) একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর।

উ: (ক) 9.775 N kg^{-1} ; (খ) A অবস্থানে দোলনকাল $= 2 \text{ s}$ এবং B অবস্থানে দোলনকাল $= 2.83 \text{ s}$ ।

$\therefore T_B > T_A$ সুতরাং সেকেন্ড দোলকটিকে A অবস্থান থেকে B অবস্থানে নিলে ধীরে চলবে। [ঢা. বো. ২০১৭]

১৯।



2 m বাহুবিশিষ্ট ABCD বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1 kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে 4 kg, 4 kg, 2 kg ও 2 kg ভরের চারটি বস্তু রাখা আছে।

$$[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) 'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।

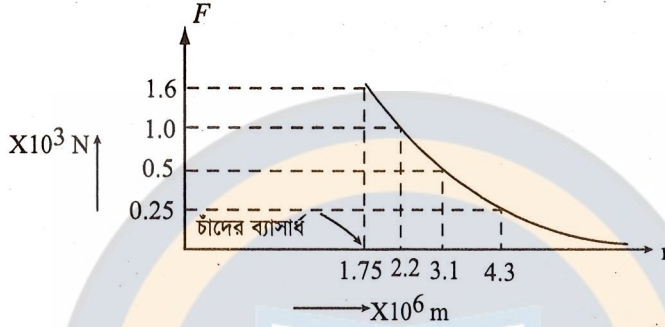
(খ) 'O' বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কী না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) $-5.66 \times 10^{-10} \text{ J kg}^{-1}$; (খ) O বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য $= 9.44 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$, $\angle AOB$

এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক বরাবর ত্রিয্য করে। সুতরাং O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে না।

[কু. বো. ২০১৭]

- ২০। লেখচিত্রে দেখানো হলো চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r , চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রে অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

(ক) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবীপৃষ্ঠ ও চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা কর।

উ: (ক) $7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$; (খ) $F_e : F_m = 18.9 : 1$ [য. বো ২০১৭]

- ২১। একদল বিজ্ঞানী 100 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ উপরে উঠিয়ে 3.1 km/s রৈখিক বেগ প্রদান করে চাঁদ সদৃশ উপগ্রহে পরিণত করার চেষ্টা করল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 ও 16 গুণ। পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব $3 \times 10^5 \text{ km}$ । পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

(ক) পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে?

(খ) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

উ: (ক) পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে চাঁদের দিকে $2.7 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ $= 3.078 \text{ km s}^{-1}$ । যেহেতু প্রাপ্ত বেগ প্রদত্ত বেগের সমান নয় সুতরাং এটি চাঁদের মতো কৃত্রিম উপগ্রহ হবে না।

[চ. বো. ২০১৭]

- ২২। কোনো গ্রহের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষপথে 7.8 km s^{-1} বেগে ঘুরছে যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 m s^{-2} । অন্য একটি গ্রহের সাথে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের অনুপাত যথাক্রমে $80 : 1$ ও $4 : 1$ ।

(ক) বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) গ্রহ দুটির মধ্যে একটি নভোযান যাতায়াত করলে কোন গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

উ: (ক) 360 km ; (খ) দ্বিতীয় গ্রহ হতে প্রথম গ্রহের চেয়ে 20 গুণ বেশি গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে।

[সি. বো. ২০১৭]

২৩। একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে $3.2 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $4 \times 10^{24} \text{ kg}$ । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6657 \times 10^{11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}$ । একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হলো।

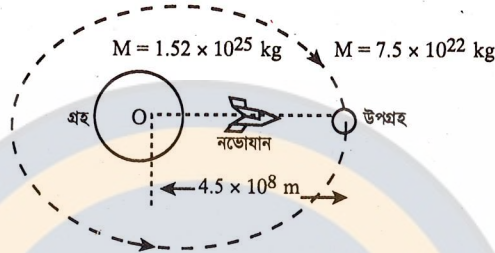
(ক) মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মাধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগুণ মূল বস্তুটির মুক্তিবৈগুণের এক-অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই কর।

[উ: (ক) 26 m s^{-2} ; (খ) প্রতিটি খণ্ডের মুক্তি বৈগুণ মূল বস্তুর মুক্তি বৈগুণের অর্ধেক হবে, এক-অষ্টমাংশ হবে না।]

[দি. বো. ২০১৭]

২৪।



উপরের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর।

(ক) উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে কোনো স্থানে নভোযানটির উপর লব্ধি বল শূন্য হবে কিনা—
গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও।

[উ: (ক) 1.5 km s^{-1} ; (খ) গ্রহটি থেকে উপগ্রহের দিকে $4.2 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে লব্ধি বল শূন্য হবে।]

[অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

২৫। M ভরের বস্তুকে কেটে m ও $(M - m)$ ভরের বস্তুতে রূপান্তরিত করা হলো। $\frac{M}{m}$ এর অনুপাত কি হলে এদের মধ্যকার মহাকর্ষ বল সর্বাধিক হবে? [উ: ২ : ১] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

২৬। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে? দেওয়া আছে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6380 \text{ km}$ ।

[উ: 7.54 km s^{-1}] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

২৭। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের ৪১ গুণ এবং তাদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $38.6 \times 10^4 \text{ km}$ । চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কোথায় কোনো বস্তুর উপর উভয়ের টান সমান?

[উ: $3.474 \times 10^8 \text{ m}$]

[বুয়েট ২০০৮-২০০৯]

২৮। 40 kg ওজনের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় স্থাপন করলে তা প্রতি ২৪ ঘণ্টায় ২ বার একই স্থানে পর্যবেক্ষণ করতে পারবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও তার ভর $6 \times 10^{21} \text{ Ton}$]

[উ: $2.02 \times 10^7 \text{ m}$] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]

২৯। ভূ-পৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষবৃত্ত বরাবর বৃত্তাকার পথে আবর্তনশীল একটি ভূ-স্থির যোগাযোগ উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় ঘুরেছে?

[উ: $3.6 \times 10^8 \text{ m}$] [বুয়েট ২০০১-২০০২]

৩০। একটি সুসম গোলকের ভর $1 \times 10^9 \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ 1 m । গোলক কর্তৃক গোলকের কেন্দ্র হতে 0.5 m দূরত্বে অবস্থিত m_1 ভরের একটি কণার উপর মহাকর্ষ বলের মান কত? [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

[উ: $3.34 \times 10^{-7} \text{ m N}$] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]

৩১। ভূ-পৃষ্ঠ হতে 500 km উপরে একটি স্যাটেলাইট ঘুরছে। এর বেগ কত? [এ উচ্চতায় $g = 9.3 \text{ m s}^{-2}$]

- উ: $7.43 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৩২। আমাদের পৃথিবীর ব্যাস 12800 km। একটি উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষে 7.8 km s^{-1} গতিবেগে ঘুরে। বৃত্তাকার কক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.2 m s^{-2} হলে, (i) উপগ্রহের গতিবেগ ও (ii) একবার পূর্ণঘূর্ণনের সময়কাল নির্ণয় কর।
উ: (i) 7792.30 m s^{-1} ; (ii) $1 \text{ h } 28 \text{ min } 41.79 \text{ s}$ [বুয়েট ১৯৯৭-১৯৯৮]
- ৩৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 80 kg। পৃথিবীর ভর অপেক্ষা 81 গুণ বেশি হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে লোকটির ওজন কত হবে? [পৃথিবী ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত 4 : 1] উ: 15.80 kg [কুয়েট ২০০৪-২০০৫]
- ৩৪। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 90 kg হলে মঙ্গলপৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে? মঙ্গল এর ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{9}$ অংশ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। উ: 40 kg-wt [চুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৩৫। শূন্য মাধ্যমে দুটি ইলেকট্রনের মধ্যকার কুলম্ব বল F_E এবং মহাকর্ষ বল F_G ; এর অনুপাত কত হবে?
উ: 4.2×10^{42} [ঢা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৩৬। ভূ-পৃষ্ঠ হতে 100 km উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [উ: 7.33 ms^{-2}] [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৩৭। ভূ-পৃষ্ঠের 200 km উর্ধ্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত m s^{-2} ?
(পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে g -এর মান 9.6 ms^{-2}) উ: 9.21 ms^{-2}
[শা.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৩৮। পৃথিবীপৃষ্ঠের একটি বস্তুর ওজন 180 kg। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর গ্রহের $\frac{1}{9}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ হলে, মঙ্গল গ্রহে বস্তুটির ওজন কত? [উ: 80 kg-wt] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৩৯। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় 8 km s^{-1} বেগে ঘুরছে। সেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [উ: 1600 km] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৪০। যদি পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যে দূরত্ব বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক করা হয় তাহলে কত দিনে এক বছর হবে? [উ: 129 d]
[পা. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪১। একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজানা ভরের একটি গ্রহের চারদিকে $8.0 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। গ্রহপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.0 m s^{-2} হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত? [উ: $5.816 \times 10^6 \text{ m}$] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৪২। পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} । কোনো গ্রহের ব্যাসার্ধ যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হয় এবং ভর পৃথিবীর ভরের আটগুণ হয় তবে সেখানে মুক্তিবৈগ কত? [উ: 22.4 km s^{-1}] [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৪৩। $5 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্য পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ কত? [$G = 6.75 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$] [উ: $1.1 \times 10^8 \text{ J}$]
[বুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৪৪। একটি রিমোট সেন্সিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণনকাল নির্ণয় কর। ($R_e = 6400 \text{ km}$; $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)।
[উ: 7.77 kms^{-1} ; $1 \text{ h } 29 \text{ min } 38.2 \text{ s}$] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৪৫। দুটি কণার মধ্যে মহাকর্ষ বলের মান কেমন পরিবর্তন হবে যদি একটি কণার পূর্বের দ্বিগুণ, অন্য কণার ভর তিনগুণ করা হয় এবং একই সাথে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব দ্বিগুণ করা হয়। [উ: পূর্বের দেড়গুণ।] [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৪৬। পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের একটি গোলক কল্পনা করলে কত উচ্চতার অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে।
উ: $(\sqrt{2} - 1) R$ [বঙ্গবন্ধু বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]

- ৪৭। ভূ-পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 600 N হলে চাঁদে গিয়ে তিনি কতটুকু ওজন হারাবেন? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ 81 ও 4 গুণ। [উ: 481.48 N] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৮। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক উচ্চতায় ঘুরে। ঐ উচ্চতায় এর গতিবেগ কত? [উ: $\sqrt{\frac{2gR}{3}}$] [রা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৯। একটি উপগ্রহ পৃথিবী তলের কাছ দিয়ে ঘুরছে এটিকে অসীমে পাঠাতে হলে গতি কী পরিমাণ বাড়তে হবে? [উ: 40%] [বুটেক্স ২০১৬-২০১৭]
- ৫০। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 700.0 km উর্ধ্বে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। গ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত $m s^{-1}$? [উ: 7519 $m s^{-1}$] [শা. বি.প্র.বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫১। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে? দেওয়া আছে $g = 9.8 m s^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6380 km$ । [উ: 7.5 $km s^{-1}$] [রুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৫২। একটি লিফট $1 m s^{-2}$ ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে, তিনি কত বল অনুভব করেন? [উ: 572 N] [রুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৫৩। চাঁদের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ th এবং ভর $\frac{1}{80}$ th। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.8 m s^{-2}$ হলে চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [উ: 1.96 $m s^{-1}$] [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৫৪। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 m$)। [উ: $1.595 \times 10^6 m$] [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৫৫। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের ত্বরণের মানের 25% হবে? [উ: 6400 km] [কুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৫৬। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আট গুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের তুলনায় কতগুণ তা নির্ণয় কর। [উ: 4 গুণ] [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৫৭। ভূ-পৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষবৃত্ত বরাবর বৃত্তাকার পথে পূর্বদিকে গতিশীল একটি যোগাযোগ উপগ্রহের আবর্তনকাল 1 দিন। (i) এরূপ স্থির উপগ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাস কত? (ii) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত দূরে থেকে ঘুরছে? [দেয়া আছে, পৃথিবীর ভর $5.98 \times 10^{24} kg$ এবং ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 m$] [উ: (i) $4.22 \times 10^7 m$; (ii) $3.58 \times 10^7 m$] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- ৫৮। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 m s^{-2}$ ।
(ক) উদ্দীপকের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।
(খ) উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহে রূপান্তর করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।
[উ: (ক) $8.192 m s^{-2}$; (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল 24 h কিন্তু উদ্দীপকের উপগ্রহের পর্যায়কাল 1.615 h। সুতরাং এটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে না।] [ব. বো. ২০১৯]