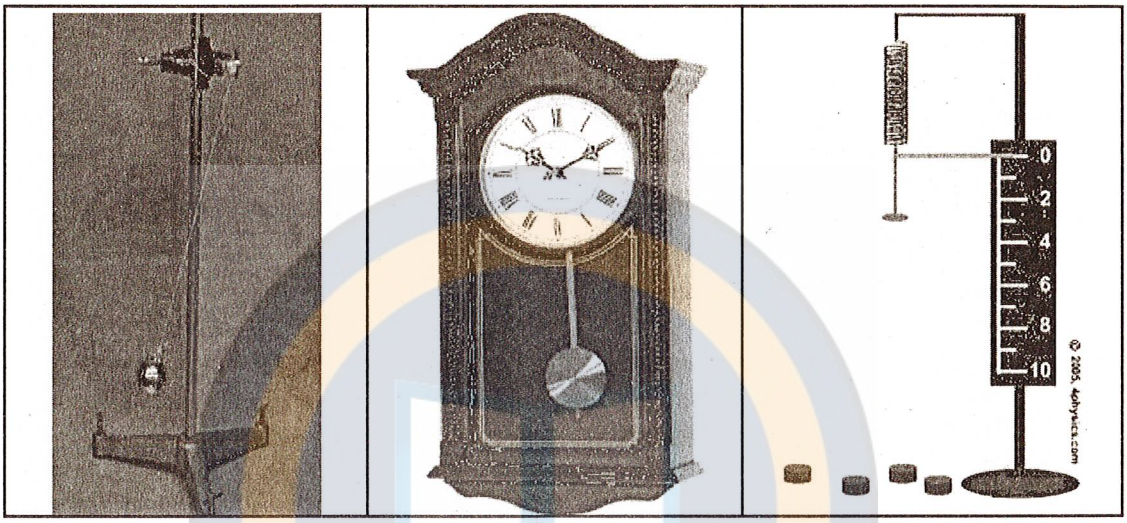
৮

পর্যাবৃত্তিক গতি
PERIODIC MOTION



পূর্বের অধ্যায়গুলোতে আমরা বিভিন্ন প্রকার গতি যেমন, সুষম ত্বরণ গতি, বৃত্তাকার গতি, ঘূর্ণন গতি প্রভৃতি আলোচনা করেছি। আরেক ধরনের গতি হলো পর্যাবৃত্তিক গতি। প্রাকৃতিক ও প্রাযুক্তিক উভয় জগতে অনেক ঘটনা রয়েছে যা পর্যাবৃত্তিক। পর্যাবৃত্তিক গতির সবচেয়ে সরল উদাহরণ হলো কোনো বস্তুকণার বৃত্তাকার পথে আবর্তন। সূর্যের চারদিকে গ্রহের এবং গ্রহের চার পাশে উপগ্রহের (প্রাকৃতিক বা কৃত্রিম উভয়ই) আবর্তন পর্যাবৃত্তিক। এ অধ্যায়ে আমরা পর্যাবৃত্তিক গতি আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :
পর্যাবৃত্তি, স্থানিক পর্যাবৃত্তি, কালিক পর্যাবৃত্তি, পর্যায়কাল, কম্পাঙ্ক, স্পন্দন গতি, সরল দোলন গতি, বিস্তার, দশা, সরল দোলক, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, সেকেন্ড দোলক।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	পর্যাবৃত্ত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.১
২	পর্যাবৃত্ত গতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.২
৩	সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বলের প্রকৃতি ও বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.৩
৪	সরল ছন্দিত গতি-সংশ্লিষ্ট রাশিসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.৩, ৮.৬
৫	সরল দোল গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমীকরণ প্রতিপাদন ও এর গাণিতিক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৮.৪, ৮.৫, ৮.৬
৬	দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতির ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.৮, ৮.৯, ৮.১০

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
৭	লেখচিত্র ব্যবহার করে সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর মোট শক্তির সংরক্ষণশীলতা প্রমাণ করতে পারবে।	৮.৭
৮	অল্প বিস্তারে গতিশীল একটি সরল দোলকের গতিকে সরল ছন্দিত গতিরূপে ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.১০
৯	সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবে।	৮.১১
১০	ব্যবহারিক : ○ একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করতে পারবে। ○ একটি স্প্রিংকে দোলক হিসেবে ব্যবহার করে বিভিন্ন বস্তুর ভরের তুলনা করতে পারবে।	৮.১২

৮.১। পর্যাবৃত্তি
Periodicity

কোনো ঘটনা, কোনো রাশি বা কোনো অপেক্ষকের (function) বা কোনো কিছুর যদি বার বার পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে আমরা বলি পর্যাবৃত্তিক ঘটনা বা রাশি বা অপেক্ষক। যেমন, প্রতি বছর ২৬ মার্চ আমরা স্বাধীনতা দিবস পালন করি, প্রতি বছর ১ বৈশাখ আমাদের বাংলা নববর্ষ। প্রতি সপ্তাহে শুক্রবার সরকারি ছুটি থাকে, ঘড়ির একটা কাঁটা নির্দিষ্ট সময় পরপর একটি নির্দিষ্ট দাগ অতিক্রম করে, সাইন (sine) বা কোসাইন (cosine) ফাংশনগুলো 360° পরপর একই মান গ্রহণ করে। পর্যাবৃত্তি দু'রকমের হতে পারে স্থানিক পর্যাবৃত্তি এবং কালিক পর্যাবৃত্তি।

স্থানিক পর্যাবৃত্তি (Spatial periodicity)

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর গতি যদি এমনভাবে পুনরাবৃত্তি হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে তাকে বলে স্থানিক পর্যাবৃত্তি।

ঘড়ির কোনো কাঁটার গতি, সূর্যের চারপাশে গ্রহগুলোর গতি, একটি উল্লম্ব স্প্রিং এর গতি, তরঙ্গের উপরিস্থ কোনো কণার গতি ইত্যাদি স্থানিক পর্যাবৃত্তির উদাহরণ।

কালিক পর্যাবৃত্তি (Temporal periodicity)

সংজ্ঞা : কোনো রাশি বা ফাংশনের মান যদি এমন হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর সেটি একই মান গ্রহণ করে তবে তাকে বলে কালিক পর্যাবৃত্তি।

যেমন, ১৬ ডিসেম্বর আমাদের জাতীয় বিজয় দিবস, প্রতি এক বছর পর পর এর পুনরাবৃত্তি ঘটে; আমরা বাড়িঘরে যে তড়িৎ প্রবাহ ব্যবহার করি সেটি হচ্ছে পর্যাবৃত্ত বা দিক পরিবর্তী প্রবাহ (alternating current বা AC)। এ প্রবাহ আমাদের দেশে প্রতি 0.02 s পরপর একই মান গ্রহণ করে।

এ অধ্যায়ে এবং এ বই-এর অন্যত্র অন্যভাবে উল্লেখ না করলে পর্যাবৃত্তি বলতেই আমরা স্থানিক পর্যাবৃত্তিকে বোঝাবো।

৮.২। পর্যাবৃত্ত গতি
Periodic Motion

সংজ্ঞা : কোনো গতিশীল বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

এ গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরল রৈখিক বা আরো জটিল হতে পারে।

ঘড়ির কাঁটার গতি, সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি, বাষ্প বা পেট্রোল ইঞ্জিনের সিলিন্ডারের মধ্যে পিস্টনের গতি পর্যাবৃত্ত গতি।

পর্যায়কাল

সংজ্ঞা : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে সেই সময়কে পর্যায়কাল (T) বলে।

স্পন্দন গতি বা দোলন গতি

কোনো অগ্রপশ্চাৎ পর্যাবৃত্ত গতিকে দোলন গতি বা স্পন্দন গতি বলে।

সংজ্ঞা : পর্যাবৃত্ত গতি সম্পন্ন কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে এর গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

উদাহরণ : স্পন্দন গতির উদাহরণ হচ্ছে সরল দোলকের গতি, কম্পনশীল সুরশলাকা ও গীটারের তারের গতি। কঠিন বস্তুতে পরমাণু স্পন্দিত হয়। বাতাসের মধ্য দিয়ে শব্দ তরঙ্গ সঞ্চালনের সময় বাতাসের অণুগুলো স্পন্দিত হয়।

৮.৩। সরল দোলন গতি বা সরল দোল গতি বা সরল ছন্দিত গতি
Simple Harmonic Motion

আমরা আগেই দেখেছি সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ মানে ও দিকে ধ্রুব থাকে, বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ (কেন্দ্রমুখী ত্বরণ) মানে ধ্রুব থাকলেও এর দিক পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ পর্যায়বৃত্তভাবে মানে ও দিকে পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ সরণের ওপর নির্ভর করে। ত্বরণ ও সরণের মানের মধ্যে সবচেয়ে সরল সম্পর্ক হতে পারে কোনো কণার ত্বরণ a, তার সরণ x এর সমানুপাতিক। এ জাতীয় সম্পর্ক যে স্পন্দন গতিতে বজায় থাকে তাকে বলা হয় সরল ছন্দিত স্পন্দন বা সরল দোলন গতি এবং একে নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়।

সংজ্ঞা : যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এই গতিকে সরল দোলন গতি বলে।

সুতরাং সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে ত্বরণ a এবং সরণ x এর মধ্যে সম্পর্ক হলো,

$$a \propto -x$$

$$\text{বা, } a = -k'x \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.1)$$

যেহেতু বল ত্বরণের সমানুপাতিক, সুতরাং সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি **বলও সরণের সমানুপাতিক,** অর্থাৎ

$$F \propto -x$$

$$\text{বা, } F = -kx \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.2)$$

এই ধ্রুবক k কে বলা হয় বল ধ্রুবক।

এখানে k' বা k হচ্ছে ধনাত্মক ধ্রুবক। (8.1) এবং (8.2) সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যদিও সরণ বেশি হলে ত্বরণ ও বল বেশি হয় কিন্তু তাদের দিক সর্বদা সরণের দিকের বিপরীত দিকে অর্থাৎ সাম্যাবস্থানের দিকে। এ বল একটি প্রত্যায়নী বল। যে বল সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে সর্বদা সাম্যাবস্থানের দিকে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থানের দিকে ফিরিয়ে আনে তাকে **প্রত্যায়নী বল** বলা হয় যেমন–স্প্রিং বল, স্থিতিস্থাপক বল ইত্যাদি।

উদাহরণ : সরল দোলন গতির কয়েকটি উদাহরণ হলো কম্পমান সুরশলাকার গতি, স্বল্প বিস্তারে কোনো সরল দোলকের গতি, কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দৃঢ় অবস্থানে আটকে অপর প্রান্তে একটি ভারী বস্তু ঝুঁলিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে তার গতি প্রভৃতি।

সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে বলের বৈশিষ্ট্য

১। এটি একটি পর্যাবৃত্ত বল।

২। এটি একটি স্পন্দনশীল বল।

৩। যেকোনো সময় বলের মান সাম্যাবস্থান থেকে সরণের মানের সমানুপাতিক।

৪। বল সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী।

সরল দোলন গতি সংক্রান্ত কয়েকটি রাশি

পূর্ণ স্পন্দন : সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে একটি সম্পূর্ণ অগ্র-পশ্চাৎ গতিকে পূর্ণ স্পন্দন বা দোলন বলে।

পর্যায়কাল : একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, তাকে পর্যায়কাল T বলে।

কম্পাঙ্ক : একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ দোলন হয় তাকে কম্পাঙ্ক f বলে।

বিস্তার : সরল দোলন গতিশীল কোনো কণা এর সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে যে সর্বোচ্চ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তার বিস্তার বলে।

দশা : সরল দোলন গতিশীল কোনো কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা অর্থাৎ কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়।

৮.৪। সরল দোলন গতির অন্তরক বা ব্যবকলনীয় সমীকরণ

Differential Equation of Simple Harmonic Motion

সরল দোলন গতির সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি, বল সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী। কোনো কণার উপর ক্রিয়াশীল বল F এবং সরণ x হলে সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে,

$$F \propto -x$$

বা, $$F = -kx$$

এ ধ্রুবক k কে বলা হয় বল ধ্রুবক। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আবার আমরা জানি বস্তুর ভর m এবং ত্বরণ a হলে, $F = ma$

$$\therefore\ ma = -kx$$

কিন্তু ত্বরণ $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$

$$\therefore\ m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

বা, $$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

বা, $$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.3)$$

আমরা যদি $\frac{k}{m} = \omega^2$ লিখি, তাহলে এ সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.4)$$

এ সমীকরণে অন্তরক (derivative) সংশ্লিষ্ট, কাজেই এ সমীকরণটি একটি অন্তরক বা ব্যবকলনী সমীকরণ। এ সমীকরণ থেকে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার সরণ x কীভাবে সময় t এর উপর নির্ভর করে তা জানা যায়। কোনো

কণার সরণ x কীভাবে সময় t এর উপর নির্ভর করে তা জানার অর্থই হচ্ছে কণাটির গতি সম্পর্কে জানা। যেহেতু (8.4) সমীকরণ সমাধান করলে সময়ের সাথে সরণের সম্পর্ক তথা গতি সম্পর্কে জানা যায়, তাই এ সমীকরণকে সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ বলা হয়। এ সমীকরণের দুটি উল্লেখযোগ্য সাধারণ সমাধান হচ্ছে

$$x = A \sin(\omega t + \delta)$$

এবং $$x = B \cos(\omega t + \varphi)$$

এই বইয়ের যেখানে প্রয়োজন হয়েছে সেখানে আমরা $x = A \sin(\omega t + \delta)$ এ সমাধানটি ব্যবহার করেছি।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : প্রমাণ কর যে, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ এর একটি সমাধান।

$x = A \sin(\omega t + \delta)$ যে সরল দোলনগতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান আমরা তা নিম্নোক্ত উপায়ে প্রমাণ করতে পারি। $x = A \sin(\omega t + \delta)$ কে সময়ের সাপেক্ষে পরপর দুইবার অন্তরীকরণ করে আমরা পাই,

$$\frac{dx}{dt} = A\frac{d}{dt}[\sin(\omega t + \delta)] = \omega A \cos(\omega t + \delta)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \omega A \frac{d}{dt}[\cos(\omega t + \delta)]$$

বা, $$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta)$$

এখন সরল দোলনগতির অন্তরক সমীকরণে $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ এ $x = A \sin(\omega t + \delta)$ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$\frac{d^2x}{dt^2}$ এর এই মান অন্তরক সমীকরণে বসালে পাওয়া যায়,

বামপক্ষ $= -\omega^2 x + \omega^2 x = 0$

বা, বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ সমীকরণে $x = A \sin(\omega t + \delta)$ বসালে সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

কাজেই $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।

৮.৫। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধান

Solution to the Differential Equation of Simple Harmonic Motion

সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ (সমীকরণ 8.4)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) + \omega^2 x = 0$$

বা, $$\frac{dv}{dt} + \omega^2 x = 0$$

বা, $$\frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv}{dx} = -\omega^2 x$$

বা, $$v\,dv = -\omega^2 x\,dx$$

বা, $\int v\, dv = -\omega^2 \int x\, dx$

বা, $\frac{v^2}{2} = -\omega^2 \frac{x^2}{2} + C$, এখানে C = যোগজীকরণ ধ্রুবক। ... (8.5)

$v = 0$ হলে, $x = A$ = বিস্তার।

$\therefore 0 = -\omega^2 \frac{A^2}{2} + C$

$\therefore C = \omega^2 \frac{A^2}{2}$ ... ... (8.6)

সমীকরণ (8.5) এবং (8.6) থেকে পাওয়া যায়,

$\therefore \frac{v^2}{2} = -\omega^2 \frac{x^2}{2} + \omega^2 \frac{A^2}{2}$

বা, $v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$

$\therefore v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $\frac{dx}{dt} = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \omega dt$

উভয় পক্ষকে যোগজীকরণ করে পাই,

$\sin^{-1} \frac{x}{A} = \omega t + \delta$, এখানে δ = যোগজীকরণ ধ্রুবক।

বা, $\frac{x}{A} = \sin(\omega t + \delta)$

$\therefore x = A \sin(\omega t + \delta)$ ... ... (8.7)

এ সমীকরণ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধান।

৮.৬। সরল দোলন গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি
Quantities Related to Simple Harmonic Motion

পূর্বের অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান তথা সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ হচ্ছে, (সমীকরণ 8.7)

$$x = A \sin(\omega t + \delta)$$

এখন আমরা এ সমীকরণের বিভিন্ন রাশির ভৌত তাৎপর্য নিয়ে আলোচনা করব।

পর্যায়কাল, T

সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার একটি পূর্ণ দোলনসম্পন্ন হতে যে সময় লাগে তাকে তার পর্যায়কাল T বলে। (8.7) সমীকরণে সময় t কে $\frac{2\pi}{\omega}$ পরিমাণ বৃদ্ধি করা হলে সরণ হয়

$$x' = A \sin\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right]$$

$$= A \sin(\omega t + 2\pi + \delta) = A \sin(\omega t + \delta)$$

$$\therefore x' = x$$

দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পর সরণের মান একই হচ্ছে অর্থাৎ $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পর পর রাশিটির পুনরাবৃত্তি ঘটছে। সুতরাং $\frac{2\pi}{\omega}$ হচ্ছে সরল দোলন গতির পর্যায়কাল T।

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega}$$

পর্যায়কাল ও বল ধ্রুবকের সম্পর্ক

আমরা জানি, $\omega^2 = \frac{k}{m}$ । সুতরাং $T = \frac{2\pi}{\omega}$ সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.8)$$

এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সরল দোলন গতির পর্যায়কাল স্পন্দনশীল কণাটির ভর m এবং বল ধ্রুবক k এর সাথে সম্পর্কিত। যেহেতু কোনো কণার ভর m নির্দিষ্ট

$$\therefore T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$$

অর্থাৎ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার পর্যায়কাল বল ধ্রুবকের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

কম্পাঙ্ক, f

কোনো সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণা একক সময়ে যে কয়টি পূর্ণ দোলন বা কম্পন সম্পন্ন করে তাকে তার কম্পাঙ্ক f বলে।

$$\therefore f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.9)$$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, ω

সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক ω বলে। পর্যায়কাল এবং কম্পাঙ্ক যথাক্রমে T এবং f হলে,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.10)$$

কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এর মাত্রা হচ্ছে T^{-1} এবং একক রেডিয়ান/সেকেন্ড (rad s^{-1})।

বিস্তার, A

(8.7) সমীকরণের ধ্রুবক A এর একটি সরল ভৌত তাৎপর্য আছে। আমরা জানি, sine অপেক্ষকের মান -1 থেকে $+1$ পর্যন্ত হতে পারে। কাজেই মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থান ($x = 0$) থেকে সরণ x এর সর্বোচ্চ মান হতে পারে A। যেহেতু কোনো কণা সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো এক দিকে যে সর্বোচ্চ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিস্তার A বলে, সুতরাং A হচ্ছে সরল দোলন গতির বিস্তার।

দশা, $(\omega t + \delta)$

সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বোঝায়। কোনো একটি মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বলতে ঐ বিশেষ মুহূর্তে বস্তু কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়। (8.7) সমীকরণের $(\omega t + \delta)$ রাশিটি হচ্ছে গতির দশা (Phase)। ধ্রুবক δ হলো দশা ধ্রুবক। একই বিস্তার এবং কম্পাঙ্কের কিন্তু ভিন্ন দশার একাধিক গতি হতে পারে।

যেমন, $\delta = 0^\circ$ হলে

$$x = A\sin(\omega t + \delta) = A\sin(\omega t + 0^\circ)$$

বা, $x = A \sin \omega t$

এখন $t = 0$ হলে সরণ $x = 0$। অর্থাৎ এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় তার সাম্যাবস্থান থেকে।

আবার, $\delta = \pi/2$ হলে

$$x = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + \pi/2)$$
$$= A \cos \omega t$$

সুতরাং $t = 0$ সময়ে $x = A$ অর্থাৎ সরণ x হচ্ছে সর্বোচ্চ । এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় এক প্রান্ত থেকে। অন্য দশা ধ্রুবকের জন্য অন্য আদি সরণ পাওয়া যায়।

কণাটির আদি অবস্থান এবং দ্রুতি দ্বারা সরল দোলন গতির বিস্তার A এবং দশা ধ্রুবক δ নির্ণীত হয়। এ দুই আদি শর্ত দ্বারা সঠিকভাবে A এবং δ এর মান নির্ধারিত হয়। একবার গতি শুরু হলে অবশ্য একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের স্পন্দনশীল কণার বিস্তার ও দশা ধ্রুবক ধ্রুব থাকে, যদি না অন্যান্য বল ক্রিয়া করে।

বেগ, v

(8.7) সমীকরণকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ v পাওয়া যায়।

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.11)$$

সরণ দোলন গতির সমীকরণ

$x = B \cos(\omega t + \delta)$ ধরা হলে,

বেগ v হয়,

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega B \sin(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.11a)$$

বেগ ও সরণের সম্পর্ক

(8.11) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$v = \omega A \sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \delta)}$$
$$= \omega A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$
$$= \omega A \sqrt{\frac{A^2 - x^2}{A^2}}$$

বা, $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.12)$

এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ v তার সরণ x এর উপর নির্ভরশীল।

যখন $x = 0$, অর্থাৎ কণাটি যখন মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থান অতিক্রম করে,

তখন $v = \omega \sqrt{A^2 - 0} = \omega A$ হয় এবং এটিই বেগের সর্বোচ্চ মান।

$\therefore v_{max} = \omega A$

সুতরাং মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ সর্বোচ্চ।

যখন $x = A$, অর্থাৎ কণাটি যখন বিস্তারের প্রান্তে উপস্থিত হয়,

তখন $v = \omega \sqrt{A^2 - A^2} = 0$ এবং এটিই বেগের সর্বনিম্ন মান।

$\therefore v_{min} = 0$

সুতরাং বিস্তারের প্রান্তে মুহূর্তের জন্য কণাটির বেগ শূন্য হয় এবং গতির দিক পাল্টায়।

অতএব, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার বেগ মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে সর্বোচ্চ হয় এবং সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ হ্রাস পেতে থাকে এবং বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য হয়।

ত্বরণ, a

আবার (8.11) সমীকরণকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে আমরা ত্বরণ a পাই,

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.13)$$

সরল দোলন গতির সমীকরণ

$x = B\cos(\omega t + \delta)$ ধরা হলে,

$$\text{ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 B\cos(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.13a)$$

ত্বরণ ও সরণের সম্পর্ক

(8.13) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$a = -\omega^2 x$$

এ সমীকরণ থেকেও দেখা যায়, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ a তার সরণ x এর উপর নির্ভরশীল।

যখন $x = 0$, অর্থাৎ কণাটি যখন মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থান অতিক্রম করে, তখন

$a = 0$, এবং এটিই ত্বরণের সর্বনিম্ন মান।

$\therefore a_{min} = 0$

আবার, যখন $x = A$, অর্থাৎ কণাটি যখন বিস্তারের প্রান্তে উপস্থিত হয়, তখন

$a = -\omega^2 A$ এবং এটি ত্বরণের সর্বোচ্চ মান। ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় ত্বরণ সরণের বিপরীত অভিমুখী।

$\therefore a_{max} = \omega^2 A$

অতএব, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার ত্বরণ মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে শূন্য হয় এবং সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে ত্বরণ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং বিস্তারের প্রান্তে ত্বরণ সর্বোচ্চ হয়।

সর্বোচ্চ সরণ, দ্রুতি এবং ত্বরণ

(8.7) এবং (8.11) থেকে (8.13) সমীকরণগুলো পর্যালোচনা করলে দেখা যায়, সর্বোচ্চ সরণ হচ্ছে A, সর্বোচ্চ দ্রুতি ωA এবং সর্বোচ্চ ত্বরণ $\omega^2 A$।

সুতরাং
$$\left.\begin{aligned} x_{max} &= A \\ v_{max} &= \omega A \\ a_{max} &= \omega^2 A \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.14)$$

সরল দোলনগতি সম্পন্ন কণার যেকোনো এক দিকে যখন সরণ সর্বোচ্চ হয় তখন তার বেগ শূন্য হয়, কেননা তখন বেগের অভিমুখ পরিবর্তিত হয়। এ মুহূর্তে ত্বরণের মান সর্বোচ্চ হয় কিন্তু এর দিক হয় সরণের বিপরীত দিকে। যখন সরণ শূন্য তখন দ্রুতি সর্বোচ্চ এবং ত্বরণ শূন্য হয়। যখন কোনো কণা সাম্যাবস্থানের দিকে এগুতে থাকে তখন তার দ্রুতি বাড়তে থাকে এবং কণাটি যখন সর্বোচ্চ সরণের দিকে যেতে থাকে তখন দ্রুতি কমতে থাকে।

৮.৭। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে শক্তি

Energy in Simple Harmonic Motion

ধরা যাক, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার বিস্তার A, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এবং দশা ধ্রুবক δ। t সময়ে কণাটির সরণ x হলে সরল দোলন গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি (সমীকরণ 8.7)

$$x = A\sin(\omega t + \delta)$$

বিভব শক্তি, U

আমরা জানি, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার উপর তার সাম্যাবস্থানের দিকে ক্রিয়াশীল বল $F = -kx$। এখন বস্তুটিকে $x = 0$ থেকে $x = x$ অবস্থানে সরাতে তার উপর এর সমান ও বিপরীতমুখী বল $F' = kx$ প্রয়োগ করে কাজ করতে হবে। এ বল দ্বারা কৃতকাজ হবে x অবস্থানে কণাটির সঞ্চিত বিভব শক্তি U।

$$\therefore\ U = \int_0^x F'\,dx \quad \text{বা,}\quad U = \int_0^x kx\,dx$$

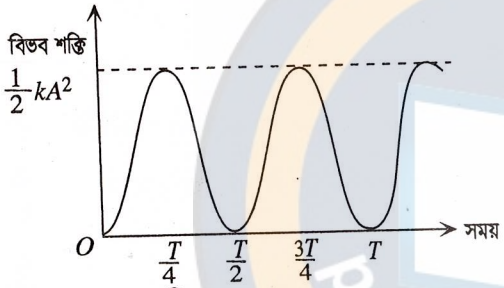
$$= k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x = \frac{1}{2}k\,(x^2 - 0)$$

$$\therefore\ U = \frac{1}{2}kx^2$$

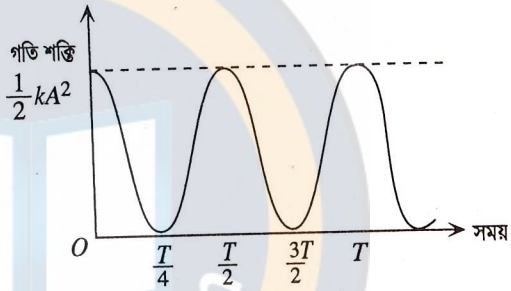
যেহেতু $x = A\sin(\omega t + \delta)$

$$\therefore\ U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.15)$$

এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\sin^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং বিভব শক্তির সর্বোচ্চ মান $\frac{1}{2}kA^2$। গতিকালে কণাটির বিভব শক্তি শূন্য থেকে এ সর্বোচ্চ মানের মধ্যে পরিবর্তিত হয়। (8.15) সমীকরণে $\delta = 0$ ধরে বিভব শক্তির পরিবর্তন ৮·১ক চিত্রে সময়ের সাথে এবং ৮·২খ চিত্রে সরণের সাথে দেখানো হলো।



চিত্র : ৮·১ক



চিত্র : ৮·১খ

গতিশক্তি, K

যেকোনো মুহূর্তে কণাটির গতি শক্তি হচ্ছে $K = \frac{1}{2}mv^2$।

কিন্তু বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$

যেহেতু $x = A\sin(\omega t + \delta)$

$$\therefore\ v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \delta)$$

সুতরাং $K = \frac{1}{2}mv^2$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

আবার, $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$$\therefore\ K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.16)$$

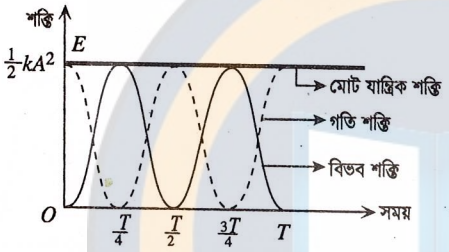
সমীকরণ (8.16) থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\cos^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং কণাটির সর্বোচ্চ গতি শক্তি $\frac{1}{2}kA^2$। গতিকালে কণাটির গতি শক্তি শূন্য থেকে এই সর্বোচ্চ মানে পরিবর্তিত হতে পারে। $\delta = 0$ ধরে গতিশক্তির এ পরিবর্তন ৮·১খ চিত্রে সময়ের সাথে এবং ৮·২খ চিত্রে সরণের সাথে দেখানো হলো।

মোট যান্ত্রিক শক্তি, E এবং শক্তির সংরক্ষণশীলতা

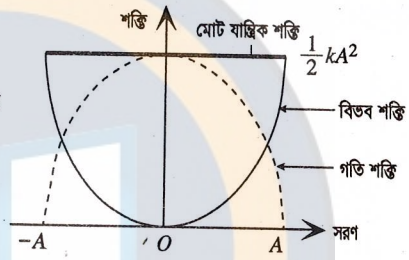
মোট যান্ত্রিক শক্তি E হচ্ছে গতিশক্তি এবং বিভব শক্তির সমষ্টি। (8.16) এবং (8.15) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$E = K + U$$
$$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta)$$
$$\therefore\ E = \frac{1}{2}kA^2 \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (8.17)$$

যেহেতু বল ধ্রুবক k এবং বিস্তার A ধ্রুব সংখ্যা, সুতরাং এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, মোট যান্ত্রিক শক্তি E একটি ধ্রুবক, যা আমরা আশা করেছিলাম। কেননা যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি সর্বদা ধ্রুবক। সুতরাং যেকোনো মুহূর্তে বা যেকোনো স্থানে মোট যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে অর্থাৎ একই থাকে এবং তা হচ্ছে $\frac{1}{2}kA^2$। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার ৮.১ক লেখচিত্রে প্রদর্শিত বিভব শক্তির এবং ৮.১খ লেখচিত্রে প্রদর্শিত



চিত্র : ৮.২ক



চিত্র : ৮.২খ

গতি শক্তির সমষ্টি তথা মোট যান্ত্রিক শক্তি ৮.২ক লেখচিত্রে দেখানো হলো। এ লেখচিত্রটি আদি দশা বা দশা ধ্রুবক $\delta = 0$ এর জন্য অর্থাৎ কণাটির গতিকাল সাম্যাবস্থান থেকে গণনা শুরু করা হয়েছে। ফলে বিভব শক্তির সমীকরণ হচ্ছে $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\omega t$ এবং গতিশক্তির সমীকরণ হচ্ছে $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t$ । ৮.২ক চিত্রে প্রতিটি মুহূর্তের বিভব শক্তি U নিরেট সরু রেখা (——) দিয়ে, গতি শক্তি K ভগ্ন রেখা (-------) দিয়ে এবং তাদের সমষ্টি তথা মোট যান্ত্রিক শক্তি E নিরেট মোটা রেখা (▬▬▬) দিয়ে দেখানো হয়েছে। উদাহরণ হিসাবে আমরা এ লেখচিত্রে পাঁচটি বিন্দু বিবেচনা করি। পর্যায়কালের শুরুতে অর্থাৎ $t = 0$ তে, পর্যায়কালের এক-চতুর্থাংশ সময়ে অর্থাৎ $t = \frac{T}{4}$ কালে, পর্যায়কালের অর্ধেক সময়ে অর্থাৎ $t = \frac{T}{2}$ কালে, পর্যায়কালের তিন-চতুর্থাংশ সময়ে অর্থাৎ $t = \frac{3T}{4}$ কালে এবং পর্যায়কালের শেষে অর্থাৎ $t = T$ সময়ে।

$t = 0$ সময়ে, বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega \times 0) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2 0° = 0$

গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega \times 0) = \frac{1}{2}kA^2\cos^2 0° = \frac{1}{2}kA^2$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E = U + K = 0 + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA^2$

$t = \frac{T}{4}$ সময়ে,

বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\omega \times \frac{T}{4}\right) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right)$

$$= \frac{1}{2}kA^2\sin^2\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}kA^2$$

গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\omega \times \frac{T}{4}\right) = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2\frac{\pi}{2} = 0$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E = U + K = \frac{1}{2}kA^2 + 0 = \frac{1}{2}kA^2$

$t = \frac{T}{2}$ সময়ে,

বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\omega \times \frac{T}{2}\right) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right)$

$= \frac{1}{2}kA^2\sin^2\pi = 0$

গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\omega \times \frac{T}{2}\right) = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right)$

$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2\pi = \frac{1}{2}kA^2$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E = U + K = 0 + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA^2$

$t = \frac{3T}{4}$ সময়ে,

বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\omega \times \frac{3T}{4}\right) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}kA^2$

গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\omega \times \frac{3T}{4}\right) = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E = U + K = \frac{1}{2}kA^2 + 0 = \frac{1}{2}kA^2$

$t = T$ সময়ে,

বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega \times T)$

$= \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right) = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(2\pi) = 0$

গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega \times T) = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right)$

$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2(2\pi) = \frac{1}{2}kA^2$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E = U + K = 0 + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA^2$

আমরা যদি শক্তিকে সরণের বিপরীতে স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি তাহলেও সেখানে বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি ধ্রুব দেখতে পাই। এ লেখচিত্রটি ৮.২খ চিত্রে দেখানো হয়েছে। এখানেও বিভব শক্তি U কে নিরেট সরু রেখা (——) দিয়ে, গতিশক্তি K কে ভগ্ন রেখা (------) দিয়ে এবং তাদের সমষ্টি তথা মোট যান্ত্রিক শক্তি E-কে নিরেট মোটা রেখা (▬▬) দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে। প্রতিটি বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি অর্থাৎ বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি $\frac{1}{2}kA^2$ দেখা যাচ্ছে।

সর্বোচ্চ সরণের ক্ষেত্রে অর্থাৎ বিস্তারের প্রান্তে গতিশক্তি শূন্য, কিন্তু বিভব শক্তির মান $\frac{1}{2}kA^2$। সাম্য অবস্থানে বিভব শক্তি শূন্য, কিন্তু গতিশক্তি $\frac{1}{2}kA^2$। অন্য সকল অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি এবং বিভব শক্তি উভয়ই থাকে এবং তাদের সমষ্টি হচ্ছে $\frac{1}{2}kA^2$। (8.17) সমীকরণ থেকে আরো দেখা যায় যে, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার মোট শক্তি কণাটির বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $E \propto A^2$।

৮.৮। সরল দোলন গতির ব্যবহার
Uses of Simple Harmonic Motion

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতি বা সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যাপক ব্যবহার দেখা যায়। এদের মধ্যে সরল দোলক, সুরশলাকা, বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রে তারের কম্পনে, আমাদের স্বরযন্ত্রের ভোকাল কর্ডের সরল দোলন গতির ফলে শব্দ উৎপাদন, লাউড স্পিকারে, মাইক্রোফোনে সরল দোলন গতির ব্যবহার পরিলক্ষিত হয়। সরল দোলন গতির দুটি বিশেষ ও গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ হলো :

১. উল্লম্ব স্প্রিং এর গতি

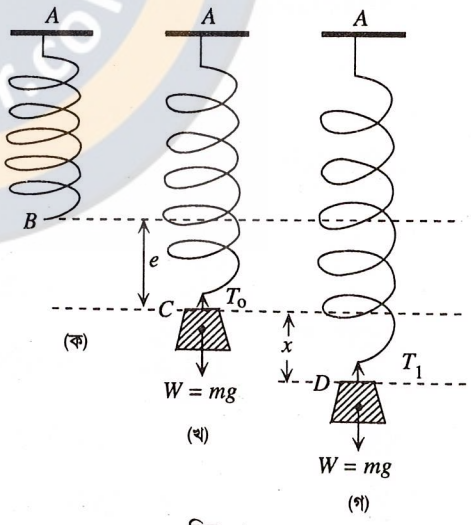
২. সরল দোলকের গতি

পরবর্তী অনুচ্ছেদসমূহে আমরা এগুলো আলোচনা করব।

৮.৯। উল্লম্ব স্প্রিং-এর দোলন
Oscillation of a Vertical Spring

নিজে কর : উপেক্ষণীয় ভরের একটি স্প্রিং নাও। এর এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে আটকে দাও। অপর প্রান্তে একটি ভারী বস্তু ঝুলাও। স্প্রিংটি টান টান হয়ে সাম্যাবস্থায় থাকবে। এখন ভারী বস্তুটিকে একটু খানি টেনে ছেড়ে দাও।

বস্তুটি তথা স্প্রিংটি সরল দোলন গতিতে স্পন্দিত হতে থাকে। ৮.৩ চিত্রে এরূপ একটি ব্যবস্থা দেখানো হলো, যেখানে স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক k.



চিত্র : ৮.৩

৮.৩ (ক) চিত্রে স্প্রিংটির শিথিল অবস্থা দেখানো হয়েছে। স্প্রিংটির মুক্ত প্রান্তে একটি ভর m ঝুলানোর ফলে এটি e পরিমাণ প্রসারিত হয়ে টান টান অবস্থায় সাম্যাবস্থানে থাকে। ৮.৩ (খ) চিত্রে এ সাম্যাবস্থান দেখানো হলো। সাম্যাবস্থায়,

$\because \Sigma F = 0$

বা, $T_o + W = 0$

বা, $-ke + mg = 0$

$[\because T_o = -kx = -ke]$

$\therefore mg = ke$ ... ... (8.18)

এখন m ভরটিকে নিচের দিকে আরো $x_o\,(x_o < e)$ দূরত্ব পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেয়া হলো। ভরটি উল্লম্ব বরাবর x_o বিস্তার নিয়ে দুলতে থাকে। ধরা যাক, কোনো এক সময় t তে সাম্যাবস্থান থেকে ভরটির সরণ হয় x (চিত্র ৮.৩গ) এবং ত্বরণ a। ধরা যাক এই অবস্থায় স্প্রিংটিতে টান T_1।

এখন, $\Sigma F = ma$ সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$W + T_1 = ma$

বা, $mg - k(e + x) = ma$ $[\because T_1 = -k(e + x)]$

বা, $mg - ke - kx = ma$

$\therefore$ $ma = -kx$ [$\because$ (8.18) সমীকরণ ব্যবহার করে $mg = ke$]

$$\therefore \; a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.19)$$

সুতরাং m ভরটি সরল দোলন গতিতে স্পন্দিত হয়। এ ক্ষেত্রে কৌণিক কম্পাঙ্ক

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

এবং পর্যায়কাল $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}} \quad \left(\because mg = ke \therefore \frac{m}{k} = \frac{e}{g}\right) \qquad \ldots \qquad (8.20)$$

ঝুলন্ত ভর m এর গতি সরল দোলন গতি হতে হলে নিম্নোক্ত শর্তগুলো পূরণ হতে হবে :

১. স্প্রিংটিকে তার স্থিতিস্থাপক সীমার বাইরে টান টান করা যাবে না, যাতে হুকের সূত্র প্রযোজ্য হয়।

২. স্পন্দনের বিস্তার x_o কণাটির সাম্যাবস্থায় প্রসারণ e এর চেয়ে কম হতে হবে অর্থাৎ $x_o < e$।

৩. স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষণীয় হতে হবে।

স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষণীয় না হলে

ধরা যাক, স্প্রিং-এর ভর m_o এবং স্প্রিং এর প্রান্তে m_1 ভর বেঁধে ভরটি নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হবে। স্প্রিং এর দোলনকাল T হলে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_o}{k}}$$

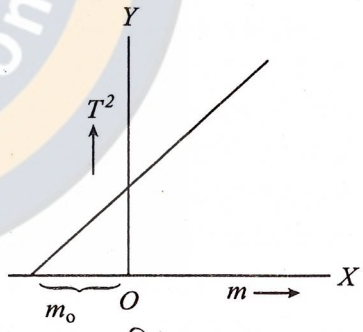
বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{m_1 + m_o}{k}$

$m_1 + m_o = m$ ধরলে,

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

কিন্তু, $\frac{4\pi^2}{k} = K =$ ধ্রুবক

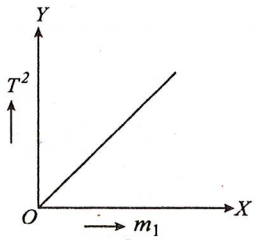
সুতরাং $T^2 \propto m$



চিত্র : ৮.৪

এখন X-অক্ষের দিকে m অর্থাৎ $m_1 + m_o$ এবং Y-অক্ষের দিকে T^2 নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (৮.৪) চিত্রের ন্যায় সরল রেখা পাওয়া যাবে। এ লেখ থেকে স্প্রিং এর ভর m_o নির্ণয় করা যায়।

স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষণীয় হলে $m_o = 0$ সেক্ষেত্রে লেখটি মূল বিন্দুগামী সরল রেখা হবে (চিত্র ৮.৫)।

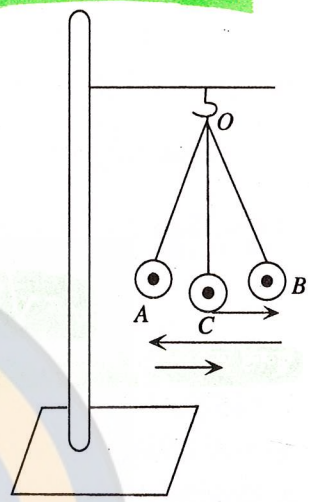


চিত্র : ৮.৫

৮.১০। সরল দোলক
Simple Pendulum

সরল দোলক : একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উল্লম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

কিন্তু বাস্তবে এ রকম কোনো সরল দোলক সম্ভব নয়। কতগুলো গাণিতিক সুবিধার জন্য এরূপ দোলক কল্পনা করা হয়। একটি হালকা সুতার সাহায্যে কোনা দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি ভারী বস্তু ঝুলিয়ে দিলে এটি স্বাভাবিক অবস্থায় সোজা হয়ে ঝুলে থাকবে। সুতা সমেত বস্তুটিকে সরল দোলক বলা হয় (চিত্র : ৮·৬)।



চিত্র : ৮·৬

বব : যে ভারী বস্তুটিকে সুতার সাহায্যে ঝুলিয়ে সরল দোলক তৈরি করা হয় তাকে বব বা পিণ্ড বলে। ৮·৬ চিত্রে C হচ্ছে বব।

ঝুলন বিন্দু : যে বিন্দু থেকে সুতার সাহায্যে ববকে ঝুলানো হয় তাকে ঝুলন বিন্দু বলে। ৮·৬ চিত্রে O হচ্ছে ঝুলন বিন্দু।

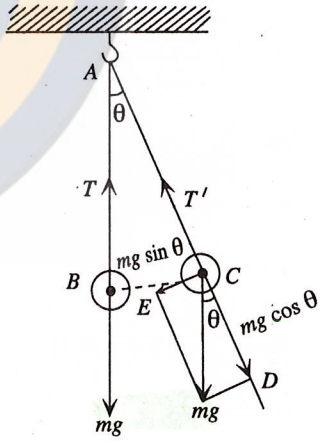
কার্যকরী দৈর্ঘ্য : ঝুলন বিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বা দোলক দৈর্ঘ্য বলে।

৮·৬ চিত্রে OC কার্যকরী দৈর্ঘ্য L। ববটি সুষম গোলক হলে ঝুলন বিন্দু থেকে ববের পৃষ্ঠ পর্যন্ত দূরত্বের (l) সাথে ববের ব্যাসার্ধ (r) যোগ করলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়।

$$\therefore L = l + r$$

সরল দোলকের গতি এবং দোলনকালের রাশিমালা
Motion of a Simple Pendulum and its Time Period

ধরা যাক, AB একটি সরল দোলক (চিত্র : ৮·৭)। B এর ভারকেন্দ্র। m এর ভর। দোলকটিকে দুলতে দিলে ধরা যাক, যেকোনো এক সময় সাম্যাবস্থান থেকে θ কোণে AC অবস্থানে আসে। এখন C বিন্দুতে এর ওজন mg খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এ ওজনকে দুটি লম্ব উপাংশে ভাগ করা যায়। একটি সুতার দৈর্ঘ্য বরাবর CD-এর দিকে $mg \cos\theta$ এবং অপরটি এর সাথে লম্বভাবে স্পর্শক বরাবর CE-এর দিকে $mg \sin\theta$।



চিত্র : ৮.৭

$mg \cos\theta$ উপাংশটি সুতার টান T' দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়, সুতরাং একমাত্র কার্যকরী বল F হচ্ছে $mg \sin\theta$ এবং এর দিক সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থানের দিকে।

$\therefore F = -mg \sin\theta$, যেহেতু কার্যকর বল সরণের বিপরীত দিকে তাই ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে। এই কার্যকরী বলের জন্য ত্বরণ a হলে

$$F = ma$$

$$\therefore ma = -mg \sin\theta$$

বা, $a = -g \sin\theta$ ... ... (8.21)

θ এর মান খুব কম হলে, 4° এর বেশি না হলে $\sin\theta = \theta$ রেডিয়ান লেখা যায়।

ফলে (8.21) সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$a = -g\theta$$
$$= -g\frac{BC}{AC}$$

যেহেতু BC হচ্ছে সরণ x এবং AC হচ্ছে কার্যকরী দৈর্ঘ্য L

$$\therefore\ a = -\frac{g}{L}x$$

কিন্তু নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট দোলকের জন্য $\frac{g}{L}$ একটি ধ্রুবক। একে ω^2 দ্বারা প্রকাশ করলে,

$$a = -\omega^2 x$$

বা, $a \propto x$

এটি সরল দোলন গতির শর্ত। সুতরাং স্বল্প বিস্তারে সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি, যেক্ষেত্রে

$$\omega^2 = \frac{g}{L} \text{ বা, } \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

সুতরাং সরল দোলকের দোলন কাল বা পর্যায়কাল

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.22)$$

সরল দোলকের সূত্রাবলি

কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি না হলে সরল দোলকের ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত সূত্র চারটি প্রযোজ্য।

প্রথম সূত্র—সমকাল সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরল দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগে। দোলনকাল কৌণিক বিস্তারের ওপর নির্ভর করে না।

দ্বিতীয় সূত্র—দৈর্ঘ্যের সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল (T)-এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L)-এর বর্গমূলের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

অর্থাৎ $T \propto \sqrt{L}$ যখন g ধ্রুব।

তৃতীয় সূত্র—ত্বরণের সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) অপরিবর্তিত থাকলে এর দোলনকাল (T) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

অর্থাৎ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ যখন L ধ্রুব।

চতুর্থ সূত্র—ভরের সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভর, আয়তন, উপাদান ইত্যাদির ওপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভর, আয়তন বা উপাদানের ববের জন্য দোলকের দোলনকাল একই হয়।

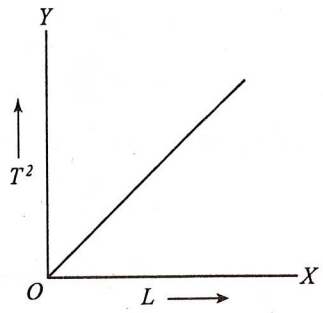
L–T^2 লেখচিত্র

সরল দোলকের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$T \propto \sqrt{L}$$

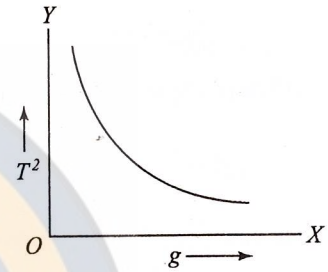
বা, $T^2 \propto L$

বা, $T^2 =$ ধ্রুব $\times L$



চিত্র : ৮.৮

একটি ছক কাগজের X-অক্ষের দিকে L এর বিভিন্ন মান এবং Y-অক্ষের দিকে T^2 এর আনুষঙ্গিক মান স্থাপন করে একটি লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে (চিত্র: ৮.৮)। কেননা $T^2 = y$, $L = x$ এবং ধ্রুবক $= m$ ধরা হলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায় $y = m\,x$। এটি মূলবিন্দুগামী একটি সরলরেখার সমীকরণ।



চিত্র : ৮.৯

g—T^2 লেখচিত্র

সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

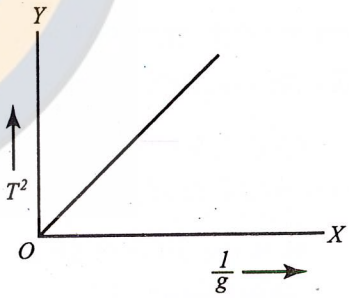
$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

বা, $T^2 \propto \dfrac{1}{g}$

বা, $T^2 =$ ধ্রুব $\times \dfrac{1}{g}$

একটি ছক কাগজে X-অক্ষের দিকে বিভিন্ন স্থানে g-এর মান এবং Y-অক্ষের দিকে T^2-এর আনুষঙ্গিক মান স্থাপন করে লেখচিত্র আঁকলে আয়তাকার অধিবৃত্ত (Rectangular hyperbola) পাওয়া যাবে (চিত্র : ৮.৯)।

আবার X-অক্ষের দিকে $\dfrac{1}{g}$ এবং Y-অক্ষের দিকে আনুষঙ্গিক T^2 এর মান নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (৮.১০) চিত্রের ন্যায় মূল বিন্দুগামী সরল রেখা পাওয়া যাবে।



চিত্র : ৮.১০

অল্প বিস্তারে দোলায়মান সরল দোলকের গতিপথ সরলরৈখিক তথা অনুভূমিক। এখন একটি দোলায়মান সরল দোলকের সুতা হঠাৎ করে ছিড়ে গেলে অর্থাৎ সুতার টান শূন্য হয়ে যাওয়ায় ববটি অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ন্যায় চলে ভূমিতে পতিত হবে। [৩.১০ অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য]

ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহে একটি সরল দোলকের দোলনকাল অসীম হবে। কারণ কৃত্রিম উপগ্রহ একটি অজড় কাঠামো হওয়ায় পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে নিট ত্বরণ শূন্য হবে, ফলে দোলকটি দুলবে না।

সরল দোলকের ব্যবহার : সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি। তাই সরল দোলন গতি তথা সরল দোলকের সাহায্যে আমরা,

১. কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ, g, নির্ণয় করতে পারি
২. পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে পারি
৩. সময় পরিমাপ করতে পারি

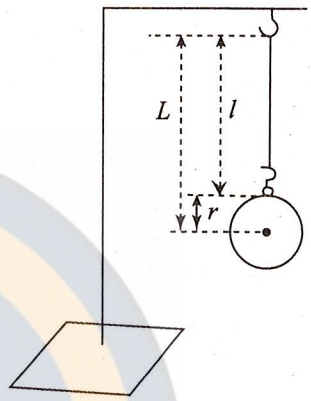
১. সরল দোলকের সাহায্যে g-এর মান নির্ণয়

সূত্র : *অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।*
সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ থেকে আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $g = 4\pi^2\frac{L}{T^2}$ ... ... (8.23)



চিত্র : ৮·১১

এই সমীকরণ থেকে কোনো স্থানে L কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সরল দোলকের দোলনকাল T নির্ণয় করে ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ g নির্ণয় করা যায়।

সরল দোলক তৈরি : স্ট্যান্ডের সাহায্যে একটি হুক থেকে কোনো শক্ত সুতা দ্বারা একটি ক্ষুদ্র ভারী গোলক ঝুলিয়ে সরল দোলক তৈরি করা হয় (চিত্র ৮·১১)। এ গোলককে বব বলে।

L নির্ণয় : দোলকের ঝুলন বিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দৈর্ঘ্যকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L বলে। প্রথমে একটি মিটার স্কেলের সাহায্যে সুতার ঝুলন বিন্দু অর্থাৎ হুক থেকে ববের উপরিপৃষ্ঠ পর্যন্ত দূরত্ব l মেপে নেয়া হয়। এরপর একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে ববের ব্যাস নির্ণয় করে ব্যাসার্ধ r বের করা হয়। তাহলে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য হয় $L = l + r$.

T নির্ণয় : সরল দোলকের একটি পূর্ণ দোলনের যে সময় লাগে তাকে দোলনকাল বলে। দোলকটিকে সাম্যাবস্থা থেকে এক পাশে এমনভাবে একটু টেনে ছেড়ে দেয়া হয় যাতে এটি দুলতে থাকে এবং কৌণিক বিস্তার $4°$-এর বেশি না হয়। একটি স্টপওয়াচের সাহায্যে কয়েকটি দোলনের যেমন 20 বা, 25 দোলনের সময় নির্ণয় করে ঐ সময়কে দোলন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে একটি দোলনের সময় অর্থাৎ দোলনকাল T বের করা হয়।

গড় $\frac{L}{T^2}$ নির্ণয় : সুতার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L পরিবর্তন করা হয় এবং বিভিন্ন কার্যকরী দৈর্ঘ্যের জন্য দোলনকাল T নির্ণয় করে প্রতি ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$ বের করে গড় $\frac{L}{T^2}$ নির্ণয় করা হয়। এ গড় মান (8.23) সমীকরণে বসিয়ে g-এর মান হিসাব করা হয়।

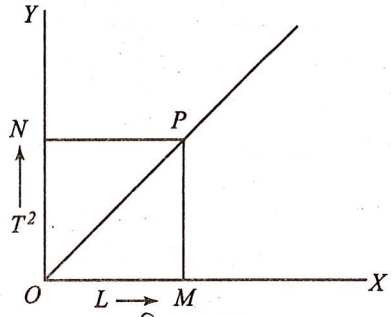
লেখ থেকে L ও T^2 নির্ণয়

একটি ছক কাগজের X-অক্ষের দিকে L-এর বিভিন্ন মান এবং Y-অক্ষের দিকে আনুষঙ্গিক T^2-এর মান স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করা হয়। লেখটি মূলবিন্দুগামী একটি সরলরেখা হয়। এ সরলরেখার ওপর যেকোনো একটি বিন্দু P নিয়ে P থেকে X-অক্ষের ওপর PM এবং Y-অক্ষের ওপর PN লম্ব টানা হয় (চিত্র: ৮·১২)। তাহলে যেকোনো দৈর্ঘ্য $L = OM$-এর জন্য দোলনকালের বর্গ $T^2 = ON$ পাওয়া যায়।

ফলাফল : লেখ থেকে প্রাপ্ত এই L ও T^2-এর মান (8.23) সমীকরণে বসিয়ে g-এর মান হিসাব করা হয়।

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

$$= 4\pi^2 \frac{OM}{ON}$$



চিত্র : ৮·১২

সতর্কতা : ১. দোলকের বিস্তার যাতে 4° এর বেশি না হয় সে দিকে লক্ষ্য রাখা হয়।

২. দোলনের সংখ্যা সঠিকভাবে গণনা করা হয় অন্যথায় T এর মানে ভুল থেকে যায়। g-এর মানের নির্ভুলতা T এর মানের ওপর অনেকাংশে নির্ভরশীল।

৩. L এর মান যথাসম্ভব বেশি হওয়া বাঞ্ছনীয়।

৪. দোলার সময় সুতা যাতে পাক না খায় এবং বব যাতে একই উল্লম্ব তলে দুলে সে দিকে লক্ষ্য রাখা হয়।

২. সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়

ধরা যাক, পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ = g'

পৃথিবীর ভর = M

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R

পাহাড়ের উচ্চতা = h

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.24)$$

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.25)$$

সমীকরণ (8.24) কে (8.25) দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

বা, $1 + \frac{h}{R} = \left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}}$

বা, $h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right] R \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.26)$

এ সমীকরণের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।

আবার পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দোলনকাল T এবং পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল T' এবং দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য L হলে,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ এবং $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}$

$\therefore \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

(8.26) নং সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$h = \left[\frac{T'}{T} - 1\right] R \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.27)$$

T ও T' এর মান নির্ণয় করে এ সমীকরণের সাহায্যেও পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।

৩. সরল দোলকের সাহায্যে সময় নির্ণয়

দোলকের সাহায্যে এক প্রকার ঘড়ি তৈরি করে সময় নির্ণয় করা হয়। এ সকল ঘড়িকে দোলক ঘড়ি বলে। দোলক ঘড়ি এক প্রকার সেকেন্ড দোলক অর্থাৎ দোলনকাল 2 সেকেন্ড। অর্ধদোলনকাল 1 সেকেন্ড বা প্রতি অর্ধদোলনে একটি 'টিক' বা 1টি 'বিট' দেয়। এ সকল দোলক সাধারণত ধাতব পদার্থ দ্বারা নির্মিত হয়। তাপমাত্রার পরিবর্তনের সাথে সাথে দোলকের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে। ফলে দোলনকালেরও পরিবর্তন ঘটে। এ জন্য দোলক ধীরে বা দ্রুত চলে। দোলকপিণ্ডের নিচে স্ক্রুর সাহায্যে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য নিয়ন্ত্রণ করে দোলনকাল ঠিক করা হয়।

যেহেতু, 1 দিন = 86400 সেকেন্ড

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী একটি দোলক ঘড়ি দিনে 86400 টি অর্ধদোলন দেয়।

দোলক ঘড়ি দ্রুত বা ধীরে চললে নিচের পদ্ধতিতে দোলনকাল নির্ণয় করা যায় :

ধরা যাক, একটি দোলক ঘড়ি দিনে n সেকেন্ড ধীরে চলে।

$\therefore$ দোলকটি $(86400 - n)$ টি অর্ধদোলন দেয় 86400 সেকেন্ডে

দোলকটি 1 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{86400}{86400 - n}$ সেকেন্ডে

দোলকটি 2 টি অর্ধদোলন দেয় $2 \times \frac{86400}{86400 - n}$ সেকেন্ডে

$\therefore$ দিনে n সেকেন্ড ধীরে চললে দোলনকাল হবে $\frac{2 \times 86400}{86400 - n}$ সেকেন্ড।

আবার, দোলক ঘড়ি দিনে n সেকেন্ড দ্রুত চললে

দোলকটি $(86400 + n)$ টি অর্ধদোলন দেয় 86400 সেকেন্ডে

দোলকটি 1 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

দোলকটি 2 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{2 \times 86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

$\therefore$ দিনে n সেকেন্ড দ্রুত চললে দোলনকাল হবে $\frac{2 \times 86400}{86400 + n}$ সেকেন্ড।

দোলক ঘড়ি সংক্রান্ত কয়েকটি ঘটনা

(ক) দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে : আমরা দোলক ঘড়ি বলতে একটি সেকেন্ড দোলককে বুঝি যার দোলনকাল 2 সেকেন্ড। পাহাড়ের উপরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ মানের চেয়ে কম। যেহেতু দোলকের দোলনকাল T অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক, অর্থাৎ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$, তাই পহোড়ের উপর g-এর মান কমে যাওয়ায় দোলনকাল বেড়ে যাবে। অর্থাৎ 2 s এর চেয়ে বেশি হবে। যেহেতু দোলনকাল বেড়ে যায় তাই ভূ-পৃষ্ঠ অপেক্ষা পাহাড়ের চূড়ায় দোলক ঘড়ি সময় হারাবে বা ধীরে চলবে।

(খ) দোলক ঘড়িকে খনির ভিতরে নিয়ে যাওয়া হলে : খনির ভিতরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের চেয়ে কম। যেহেতু দোলকের দোলনকাল T অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক, অর্থাৎ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$, তাই খনির ভিতরে g-এর মান কমে যাওয়ায় দোলনকাল বেড়ে যাবে অর্থা 2 s এর চেয়ে বেশি হবে। যেহেতু খনির ভিতরে দোলনকাল বেড়ে যায় তাই ভূ-পৃষ্ঠ অপেক্ষা ভূ-অভ্যন্তরে দোলক ঘড়ি সময় হারাবে বা ধীরে চলবে।

পৃথিবীর কেন্দ্রে যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য তাই তাত্ত্বিকভাবে দোলনকাল অসীম হবে। অর্থাৎ ভূ-কেন্দ্রে সরল দোলক দুলবে না।

সেকেন্ড দোলক (Second Pendulum)

সংজ্ঞা : যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

সেকেন্ড দোলক 1 সেকেন্ডে একটি অর্ধদোলন সম্পন্ন করে।

সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2$ s

আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore$ সেকেন্ড দোলকের জন্য, $2 \text{ s} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $L = \frac{g}{\pi^2}\text{s}^2$ ... ... (8.28)

সুতরাং দেখা যায় যে, সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক।

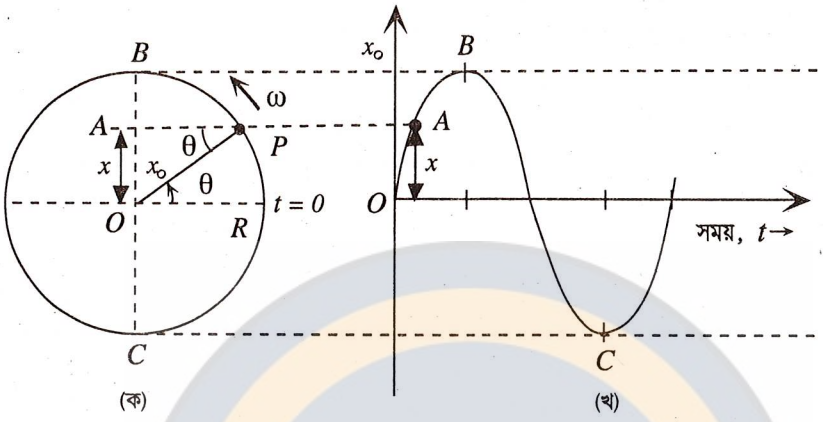
৮.১১। সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক
Relation Between Simple Harmonic Motion and Circular Motion

৮·১৩ ক চিত্রে দেখা যাচ্ছে, একটি কণা P সুষম কৌণিক দ্রুতি ω নিয়ে x_0 ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে গতিশীল। আদিতে অর্থাৎ $t = 0$ সময়ে কণাটি R বিন্দুতে এবং t সেকেন্ড পর কণাটির অবস্থান P বিন্দুতে। BC ব্যাসের উপর P বিন্দুর অভিক্ষেপ হলো A। বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে A বিন্দুতে কণাটির সরণ হলো

$$x = x_o \sin \theta$$

কিন্তু $\theta = \omega t$

$$\therefore x = x_o \sin \omega t$$



চিত্র : ৮·১৩

P কণাটি যখন বৃত্তাকার পথে চলতে থাকে তখন ব্যাস BC এর উপর এর অভিক্ষেপ A বিন্দুটি BC ব্যাস বরাবর স্পন্দিত হতে থাকে। এ ক্ষেত্রে কণাটির বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \omega x_o \cos \omega t$

এবং ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_o \sin \omega t = -\omega^2 x$

সুতরাং A বিন্দুটি সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতির সমান কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং $T = \frac{2\pi}{\omega}$ পর্যায়কাল নিয়ে সরল দোলন গতিতে স্পন্দিত হতে থাকে।

যখন P কণাটি সুষম কৌণিক দ্রুতি ω নিয়ে বৃত্তাকার পথে চলতে থাকে, তখন O বিন্দু থেকে A বিন্দুর সরণের পরিবর্তন ৮·১৩খ চিত্রে দেখানো হলো। ৮.১৩ চিত্র থেকে দেখা যায় যে, সরল দোলন গতির নিম্নোক্ত উপায়ে সুষম বৃত্তাকার গতির সাথে সম্পর্কিত।

১. সুষম কৌণিক দ্রুতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে বৃত্তাকার পথের ব্যাসের উপর কণাটির অভিক্ষেপ সরল দোলন গতিসম্পন্ন হয়।

২. সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক আর সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয়।

৩. সরল দোলন গতি এবং সুষম বৃত্তাকার গতির পর্যায়কাল একই হয়।

৪. সরল দোলন গতির বিস্তার বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়।

৮.১২। ব্যবহারিক
Practical

স্প্রিং সংক্রান্ত পরীক্ষণের যান্ত্রিক ব্যবস্থা

কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি স্প্রিং ঝুলানো আছে। স্প্রিং-এর পাশে একটি মিলিমিটারে দাগাঙ্কিত মিটার স্কেল খাড়াভাবে রাখা আছে। স্প্রিং-এর প্রান্তে একটি ওজন ধারক সংযুক্ত। স্প্রিং-এর প্রান্তে একটি সূচক অনুভূমিকভাবে আটকানো আছে, স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হলে যেটি স্কেল বরাবর ওঠানামা করতে পারে (চিত্র : ৮.১৪)।

পরীক্ষণের নাম পিরিয়ড : ২	একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়

মূল তত্ত্ব : কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

উপেক্ষণীয় ভরের একটি স্প্রিং এর একপ্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে m ভর বেঁধে দিলে এটি প্রসারিত হবে। এখন ভরটি নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হবে। স্প্রিং-এর দোলনকাল T হলে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{.....(1)}$$

এখানে k = স্প্রিং ধ্রুবক।

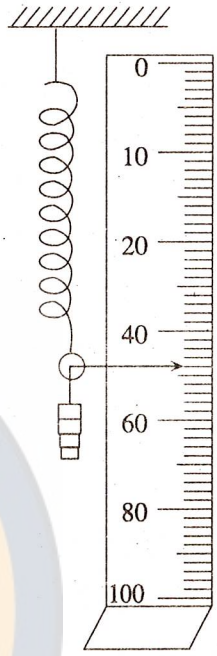
স্প্রিং-এর ভর যদি m_o হয় এবং স্প্রিং-এর প্রান্তে m_1 ভর ঝুলালে যদি দোলনকাল T_1 হয় এবং m_2 ভর ঝুলালে দোলনকাল T_2 হলে,

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_o}{k}} \quad \text{.....(2)}$$

এবং $$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2 + m_o}{k}} \quad \text{.....(3)}$$

সমীকরণ (2) এবং (3) থেকে m_o অপসারণ করে আমরা পাই,

$$k = \frac{4\pi^2 (m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)} \quad \text{.....(4)}$$



চিত্র : ৮.১৪

m_1, m_2, T_1 এবং T_2 পরিমাপ করে স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করা হয়।

যন্ত্রপাতি : প্রয়োজনীয় ভর, ঝুলানোর ব্যবস্থাসহ সূচক লাগানো একটি স্প্রিং, স্কেল ও স্টপওয়াচ।

কাজের ধারা

১। স্প্রিং-এর ওজন ধারকে উপযুক্ত ভর ঝুলানো হয় যাতে স্প্রিংটি প্রসারিত হয়। এতে স্প্রিংটি প্রসারিত হয়ে স্থির অবস্থায় আসলে স্প্রিং-এর সাথে লাগানো সূচক এর পাঠ লক্ষ্য করা হয়। এটি স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান।

২। এবার ভরটিকে সামান্য নিচের দিকে টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়। ফলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হয়। স্প্রিং-এ লাগানো সূচকটি যখন সাম্যাবস্থানে আসে তখন স্টপওয়াচ চালিয়ে শূন্য গণনা করা হয়। সূচকটি একই দিক থেকে পুনরায় সাম্যাবস্থানে আসলে গণনা করা হয় এক। এভাবে 20 পর্যন্ত গণনা করা হয়। 20 গণনার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ করে দেওয়া হয়। স্টপওয়াচ যে সময় দেখায় সেটি হচ্ছে 20 দোলনের সময় t_1। t_1 কে 20 দিয়ে ভাগ করে দোলনকাল T_1 নির্ণয় করা হয়।

৩। একই ভরের জন্য পুরো প্রক্রিয়াটি তিনবার পুনরাবৃত্তি করে গড় T_1 নির্ণয় করা হয়।

৪। এবার স্প্রিং-এর ওজন ধারকে পূর্বের ভরের চেয়ে কিছু কম ভর ঝুলিয়ে উপরে বর্ণিত প্রক্রিয়ায় গড় T_2 নির্ণয় করা হয়।

৫। (4) সমীকরণে মান বসিয়ে k হিসাব করা হয়।

স্প্রিং-ধ্রুবক নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	ওজন ধারকে ভর kg	সূচকের অবস্থান cm	20 দোলনের সময় s	দোলন কাল s	গড় দোলন কাল s	দোলন কালের বর্গ s^2	স্প্রিং ধ্রুবক $k = \frac{4\pi^2(m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)}$ N m^{-1}
1	m_1				T_1	T_1^2	
2							
3							
1	m_2				T_2	T_2^2	
2							
3							

হিসাব :

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{4\pi^2(m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)} =$ ..... N m^{-1}

ফলাফল : স্প্রিং ধ্রুবক, $k =$ .....N m^{-1}

সতর্কতা :

১। স্প্রিংটি মুক্তভাবে ঝুলাতে হবে।

২। খেয়াল রাখতে হবে যেন সূচকটি স্কেলকে স্পর্শ না করে।

৩। দোলনের বিস্তার যাতে খুব বেশি না হয় সেদিকে লক্ষ্য রাখতে হবে।

৪। যে ওজন চাপানো হবে সেটি যেন স্প্রিং এর স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করে না যায়।

৫। ভর চাপানোর পর স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

৬। দোলনকাল খুব সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

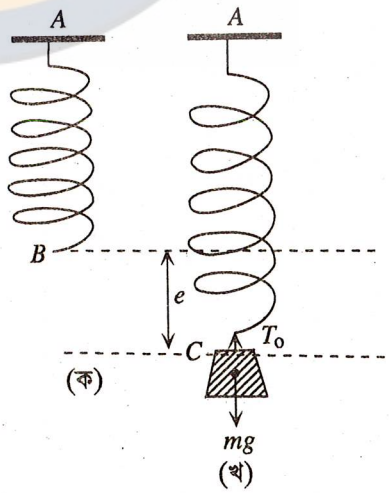
বিকল্প পদ্ধতি (স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষা করে) :

মূলতত্ত্ব : কোনো স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

উপেক্ষণীয় ভরের একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে m ভর ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটি x পরিমাণ প্রসারিত হয়ে টানটান অবস্থায় সাম্যাবস্থায় থাকে (চিত্র : ৮.১৫খ)। সাম্যাবস্থায়,

$\because \Sigma F = 0$

বা, $T_o + W = 0$



চিত্র : ৮·১৫

বা, $-kx + mg = 0$

$[\because T_o = -kx]$

বা, $mg = kx$

$\therefore\ k = \frac{mg}{x}$ ... ... (1)

বিভিন্ন ভরের জন্য x পরিমাপ করে সমীকরণ (1) এর সাহায্যে স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করা হয়।

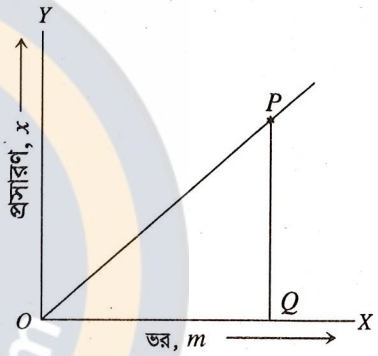
কাজের ধারা :

১। স্প্রিং-এর সাথে লাগানো সূচকের প্রাথমিক পাঠ l_1 লক্ষ্য করা হয়।

২। স্প্রিং-এর ওজন ধারকে m_1 ভর ঝুলানো হয়। স্প্রিংটি প্রসারিত হয়ে স্থির অবস্থানে আসলে সূচকের পাঠ l_2 নেওয়া হয়। $l_2 - l_1$ হচ্ছে m_1 ভরের জন্য স্প্রিং এর প্রসারণ x_1।

৩। m_2, m_3, m_4 ও m_5 ভরের জন্য উপরিউক্ত কার্যক্রম পুনরাবৃত্তি করে স্প্রিং এর প্রসারণ যথাক্রমে x_2, x_3, x_4 ও x_5 নির্ণয় করা হয়। লক্ষ্য রাখা হয় যেন প্রতিবার ভর চাপানোর আগে স্প্রিংটি তার প্রাথমিক পাঠ l_1-এ ফিরে আসে।

৪। X-অক্ষ বরাবর ভর m এবং Y-অক্ষ বরাবর স্প্রিং এর প্রসারণ x বসিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি মূল বিন্দুগামী সরলরেখা পাওয়া যায় (চিত্র : ৮.১৬)। সরল রেখার উপর যেকোনো একটা বিন্দু P নিয়ে PQ লম্ব অঙ্কন করা হয়। এখন $OQ = m$ ভরের জন্য $PQ = x$ স্প্রিং-এর প্রসারণ পাওয়া যায়। লেখচিত্র থেকে $\frac{m}{x}$ নির্ণয় করে (1) সমীকরণ বসিয়ে স্প্রিং ধ্রুবকের মান পাওয়া যায়।



চিত্র : ৮.১৬

স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	সূচকের আদিপাঠ l_1 cm	ওজন ধারকের ভর m kg	ভর ঝুলানোর পর সূচকের পাঠ l_2 cm	স্প্রিং এর প্রসারণ $x = l_2 - l_1$ cm	স্প্রিং-এর প্রসারণ x m	স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক $k = \frac{mg}{x}$ N m^{-1}	গড় স্প্রিং ধ্রুবক k N m^{-1}
1							
2							
3							
4							
5							

হিসাব :

$k = \frac{mg}{x} =$ ..... N m^{-1}

ফলাফল :

প্রদত্ত স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক, $k =$ ..... N m^{-1}

সতর্কতা :

১। স্প্রিংটি মুক্তভাবে ঝুলাতে হবে।

২। খেয়াল রাখতে হবে যেন সূচকটি স্কেলকে স্পর্শ না করে।

৩। যে ভর চাপানো হবে তা যেন স্প্রিং-এর স্থিতিস্থাপকতার সীমা অতিক্রম করে না যায়।

৪। ভর চাপানোর আগে ও পরে স্প্রিং এর সাম্যাবস্থান সতর্কতার সাথে নির্ণয় করতে হবে।

পরীক্ষণের নাম	**একটি স্প্রিংকে দোলক হিসেবে ব্যবহার করে বিভিন্ন**
পিরিয়ড : ২	**বস্তুর ভরের তুলনা**

মূল তত্ত্ব : উপেক্ষণীয় ভরের একটি পেঁচানো স্প্রিং-এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে m ভর বেঁধে দিলে এটি প্রসারিত হবে। এখন ভরটি নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হবে এবং এটি দোলক হিসেবে কাজ করবে। স্প্রিং-এর দোলনকাল T হলে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{.....(1)}$$

এখানে $k =$ স্প্রিং ধ্রুবক।

এখন m_1 ভরের বস্তু ঝুলালে যদি দোলনকাল হয় T_1 এবং m_2 ভরের বস্তু ঝুলালে দোলনকাল T_2 হলে,

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \quad \text{.....(2)}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \quad \text{.....(3)}$$

সমীকরণ (2) এবং (3) থেকে,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \quad \text{.....(4)}$$

সমীকরণ (4) এর সাহায্যে দুটি বস্তুর ভরের তুলনা করা হয়।

যন্ত্রপাতি : প্রয়োজনীয় ভর ঝুলানোর ব্যবস্থাসহ সূচক লাগানো একটি স্প্রিং, স্কেল, স্টপওয়াচ ও পরীক্ষণীয় বস্তু।

কাজের ধারা

১। স্প্রিং-এর ওজন ধারকে m_1 ভর ঝুলানো হয়। এতে স্প্রিংটি প্রসারিত হয়ে স্থির অবস্থায় আসলে স্প্রিং-এর সাথে লাগানো সূচকের পাঠ লক্ষ্য করা হয়। এটি স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান।

২। এবার ভরটিকে সামান্য নিচের দিকে টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়। ফলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হয়। স্প্রিং-এ লাগানো সূচকটি যখন সাম্যাবস্থানে আসে তখন স্টপওয়াচ চালিয়ে গণনা করা হয় শূন্য। সূচকটি একই দিক থেকে পুনরায় সাম্যাবস্থানে

আসলে গণনা করা হয় এক। এভাবে 20 পর্যন্ত গণনা করা হয়। 20 গণনার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ করে দেওয়া হয়। স্টপওয়াচ যে সময় দেখায় সেটি হচ্ছে 20 দোলনের সময় t_1। t_1 কে 20 দ্বারা ভাগ করে দোলনকাল T_1 নির্ণয় করা হয়।

৩। একইভাবে পুরো প্রক্রিয়াটি তিনবার পুনরাবৃত্তি করে গড় T_1 নির্ণয় করা হয়।

৪। এবার স্প্রিং-এর ওজন ধারকে m_2 ভর ঝুলিয়ে উপরে বর্ণিত প্রক্রিয়ায় গড় T_2 নির্ণয় করা হয়।

৫। ৪নং সমীকরণে মান বসিয়ে $\frac{m_1}{m_2}$ নির্ণয় করা হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন :

স্প্রিং-এর সাহায্যে ভরের তুলনা করার ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	ওজন ধারকে ভর	সূচকের অবস্থান cm	20 দোলনের সময় s	দোলন কাল s	গড় দোলন কাল s	দোলনকালের বর্গ s^2	ভরের তুলনা $\frac{m_1}{m_2}=\frac{T_1^2}{T_2^2}$
1	m_1				T_1	T_1^2	
2							
3							
4	m_2				T_2	T_1^2	
5							
6							

হিসাব :

ভরের তুলনা : $\frac{m_1}{m_2}=\frac{T_1^2}{T_2^2}=\ldots$

ফলাফল: $\frac{m_1}{m_2}=\ldots$

সতর্কতা :

১। স্প্রিংটি মুক্তভাবে ঝুলাতে হবে।

২। খেয়াল রাখতে হবে যেন সূচকটি স্কেলকে স্পর্শ না করে।

৩। দোলনের বিস্তার যাতে খুব বেশি না হয় সেদিকে লক্ষ্য রাখতে হবে।

৪। যে ওজন চাপানো হবে সেটি যেন স্প্রিং এর স্থিতিস্থাপকতার সীমা অতিক্রম করে না যায়।

৫। ভর চাপানোর পর স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

৬। দোলনকাল খুব সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

সার-সংক্ষেপ

পর্যাবৃত্তি : কোনো রাশি বা অপেক্ষকের যদি বারবার পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে পর্যাবৃত্তি বলে।

স্থানিক পর্যাবৃত্তি : কোনো বস্তুর গতি যদি এমনভাবে পুনরাবৃত্তি হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে তাকে স্থানিক পর্যাবৃত্তি বলে।

কালিক পর্যাবৃত্তি : কোনো রাশি বা ফাংশনের মান যদি এমন হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর সেটি একই মান গ্রহণ করে তবে তাকে কালিক পর্যাবৃত্তি বলে।

পর্যায়কাল : পর্যাবৃত্ত গতি সম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে সেই সময়কে পর্যায়কাল বলে।

কম্পাঙ্ক : একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ পর্যায় সম্পন্ন হয় তাকে কম্পাঙ্ক বলে।

স্পন্দন গতি : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে তার গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

সরল দোলন গতি : যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর ঐ গতিকে সরল দোলন গতি বলে।

বিস্তার : সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা এর সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো এক দিকে যে সর্বোচ্চ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তার বিস্তার বলে।

সরল দোলক : একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে একটি ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উল্লম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

কার্যকরী দৈর্ঘ্য : ঝুলন বিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বলে।

সেকেন্ড দোলক : যে দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	8.7	$x = A \sin(\omega t + \delta)$	৮.৫
২	8.8	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	৮.৬
৩	8.10	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$	৮.৬
৪	8.11	$v = \omega A \cos(\omega t + \delta)$	৮.৬
৫	8.11a	$v = -\omega B \sin(\omega t + \delta)$	৮.৬
৬	8.12	$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$	৮.৬
৭	8.13	$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$	৮.৬
৮	8.13a	$a = -\omega^2 B \cos(\omega t + \delta)$	৮.৬
৯	8.15	$U = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$	৮.৭
১০	8.16	$K = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$	৮.৭
১১	8.20	$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$	৮.৯
১২	8.22	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$	৮.১০
১৩	8.26	$h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]R$	৮.১০
১৪	8.27	$h = \left[\frac{T'}{T} - 1\right]R$	৮.১০
১৫	8.28	$L = \frac{g}{\pi^2} s^2$	৮.১০

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১। সরলরেখা বরাবর সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত একটি কণার বিস্তার 0.05 m এবং পর্যায়কাল 12 s। এর সর্বোচ্চ দ্রুতি ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

এখানে,
পর্যায়কাল, $T = 12$ s
বিস্তার, $A = 0.05$ m
সর্বোচ্চ দ্রুতি, $v_{max} = ?$
সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = ?$

আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$= \frac{2\pi \text{ rad}}{12 \text{ s}}$$
$$= \frac{\pi}{6} \text{ rad s}^{-1}$$
$$= 0.52 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore v_{max} = \omega A$$
$$= 0.52 \text{ rad s}^{-1} \times 0.05 \text{ m}$$
$$= 0.026 \text{ m s}^{-1}$$

সর্বোচ্চ ত্বরণ

$$a_{max} = \omega^2 A = (0.52 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.05 \text{ m}$$
$$= 0.0135 \text{ m s}^{-2}$$

উ: 0.0135 m s^{-2}

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ 6.24 cm s^{-1} হলে, কণাটির পর্যায়কাল কত ? [য. বো. ২০০৩]

এখানে
বিস্তার, $A = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2}$ m
সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = 6.24 \text{ cm s}^{-1}$
$= 6.24 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$
পর্যায়কাল, $T = ?$

আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে, পর্যায়কাল

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

আবার, $v_{max} = \omega A$

$$\therefore \omega = \frac{v_{max}}{A} = \frac{6.24 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}}{3 \times 10^{-2} \text{ m}}$$
$$= 2.08 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore T = \frac{2 \times \pi}{2.08 \text{ rad s}^{-1}} = 3 \text{ s}$$

উ: 3 s

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৩। সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর বিস্তার 0.01 m ও কম্পাঙ্ক 12 Hz। বস্তুটির 0.005 m সরণে বেগ কত ? [য. বো. ২০০৬]

এখানে,
বিস্তার, $A = 0.01$ m
সরণ, $x = 0.005$ m
কম্পাঙ্ক, $f = 12$ Hz
বেগ, $v = ?$

আমরা জানি,

$$v = \omega A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

আবার, কৌণিক কম্পাঙ্ক

$$\omega = 2\pi f = 2 \times \pi \times 12 \text{ Hz}$$
$$= 75.398 \text{ rad s}^{-1}$$

$\therefore\ v = (75.398 \text{ rad s}^{-1})\ (0.01 \text{ m}) \sqrt{1 - \frac{(0.005 \text{ m})^2}{(0.01 \text{ m})^2}}$

$= 0.65 \text{ m s}^{-1}$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৪। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin (\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 0.05 m হলে কণাটির (ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক (খ) আদি দশা নির্ণয় কর।

[ঢা. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$= \frac{2\pi \text{ rad}}{30 \text{ s}}$

$= 0.209 \text{ rad s}^{-1}$

$= 0.21 \text{ rad s}^{-1}$

আবার,

$y = A \sin (\omega t + \delta)$

বা, $0.05 \text{ m} = 10 \text{ m} \times \sin (\omega \times 0 + \delta)$

$\therefore \sin \delta = \frac{0.05 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0.005$

$\therefore \delta = 0.2865 \text{ deg} = 0.005 \text{ rad}$

উ: 0.21 rad s^{-1}; 0.2865 deg.

এখানে,

পর্যায়কাল, $T = 30$ s

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$

আদিতে

সময়, $t = 0$

সরণ, $y = 0.05$ m

আদি দশা, $\delta = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৫। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে আবদ্ধ 50 g ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। গতির বিস্তার হচ্ছে 12 cm এবং পর্যায়কাল 1.70 s। বের কর: (ক) কম্পাঙ্ক, (খ) স্প্রিং ধ্রুবক, (গ) বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি, (ঘ) বস্তুটির সর্বোচ্চ ত্বরণ, (ঙ) সরণ যখন 6 cm তখন দ্রুতি, (চ) যখন $x = 6$ cm তখন ত্বরণ।

আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$= \frac{2\pi \text{ rad}}{1.70 \text{ s}}$

$= 3.696 \text{ rad s}^{-1}$

(ক) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.70 \text{ s}}$

$= 0.59$ Hz

(খ) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\therefore k = \omega^2 m$

$= (3.696 \text{ rad s}^{-1})^2 \times (0.05 \text{ kg})$

$= 0.68 \text{ Nm}^{-1}$

এখানে,

ভর, $m = 50 \text{ g} = 0.05$ kg

বিস্তার, $A = 12 \text{ cm} = 0.12$ m

পর্যায়কাল, $T = 1.70$ s

(ক) কম্পাঙ্ক, $f = ?$

(খ) স্প্রিং ধ্রুবক, $k = ?$

(গ) সর্বোচ্চ দ্রুতি, $v_{max} = ?$

(ঘ) সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = ?$

(ঙ) সরণ, $x = 6 \text{ cm} = 0.06$ m

দ্রুতি, $v = ?$

(গ) $v_{max} = \omega A$
$= 3.696 \text{ rad s}^{-1} \times 0.12 \text{ m}$
$= 0.44 \text{ m s}^{-1}$

(চ) সরণ, $x = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$
ত্বরণ, $a = ?$

(ঘ) $a_{max} = \omega^2 A$
$= (3.696 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.12 \text{ m} = 1.64 \text{ m s}^{-2}$

(ঙ) $v = \omega A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$

$= (3.696 \text{ rad s}^{-1}) \times (0.12 \text{ m}) \times \sqrt{1 - \frac{(0.06 \text{ m})^2}{(0.12 \text{ m})^2}}$

$= 0.38 \text{ m s}^{-1}$

(চ) $a = -\omega^2 x$
$= -(3.69 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.06 \text{ m} = -0.82 \text{ m s}^{-2}$

উ: 0.59 Hz; 0.68 N m^{-1}; 0.44 m s^{-1}; 1.64 m s^{-2}; 0.38 m s^{-1}; – 0.82 m s^{-2}.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৬। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে *m* ভরের একটি বস্তু ঝুলালে এটি 8 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে এরপর একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল কত হবে ? [কু. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$T = 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}}$

$= 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{0.08 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}}$

$= 0.57 \text{ s}$

এখানে,

স্প্রিং-এর প্রসারণ, $e = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পর্যায়কাল, $T = ?$

উ: 0.57 s

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৭। 1 m কার্যকরী দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে 2টি দোলন সম্পন্ন করে। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$

বা, $g = 4\pi^2 \times \frac{L}{T^2}$

$\therefore g = 4\pi^2 \times \frac{1 \text{ m}}{(0.5 \text{ s})^2}$

$= 157.92 \text{ m s}^{-2}$

এখানে,

কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 1 \text{ m}$

কম্পাঙ্ক, $f = 2 \text{ s}^{-1}$

$\therefore$ দোলনকাল, $T = \frac{1}{f} = 0.5 \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = ?$

উ: 157.92 m s^{-2}

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৮। একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 98 cm এবং এর দোলনকাল 2 s হলে ববের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)

সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য *L* হলে,

আমরা জানি,

$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

এখানে,

সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 98 \text{ cm} = 0.98 \text{ m}$

বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$

বা, $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

কিন্তু, $L = l + r$

দোলনকাল, $T = 2$ s

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}

ববের ব্যাসার্ধ, $r = ?$

$\therefore l + r = \frac{gT^2}{4\pi^2}$ বা, $r = \frac{gT^2}{4\pi^2} - l$

$\therefore r = \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (2 \text{ s})^2}{4\pi^2} - 0.98 \text{ m} = 0.0129 \text{ m}$

উ: 1.29 cm.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৯। যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8$ m s^{-2}, সেখানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য কত ? [দি. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2 \text{ s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times \pi^2}$

$= 0.9929$ m

$= 99.29$ cm

এখানে,
দোলনকাল, $T = 2$ s
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}
দোলকের দৈর্ঘ্য, $L = ?$

উ: 99.29 cm.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১০। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ। দ্বিতীয় সরল দোলকের দোলনকাল 3 s হলে প্রথমটির দোলনকাল বের কর। [চ. বো. ২০০৭]

ধরা যাক, প্রথম সরল দোলক ও দ্বিতীয় সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য যথাক্রমে L_1 ও L_2 এবং দোলনকাল যথাক্রমে T_1 এবং T_2 ।

$\therefore$ প্রথম দোলকের জন্য, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ ... ... (1)

দ্বিতীয় দোলকের জন্য, $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$ ... ... (2)

(1) সমীকরণকে (2) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে

আমরা পাই,

$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$ বা, $T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times T_2$

$\therefore T_1 = \sqrt{\frac{2L_2}{L_2}} \times 3 \text{ s} = 3 \text{ s} \sqrt{2} = 4.24$ s

উ: 4.24 s.

এখানে,

$L_1 = 2L_2$

$T_2 = 3$ s

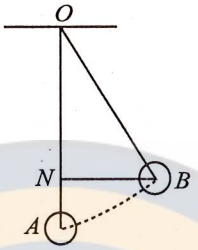
$T_1 = ?$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

৮.১১। চিত্রে একটি সেকেন্ড দোলক দেখানো হলো, যা ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। $OA = 2$ m এবং $BN = 0.5$ m। B দোলকটির সর্বোচ্চ অবস্থান। ববের ভর 5g। দোলকটিকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 ও 4 গুণ। পৃথিবীতে $g = 9.8$ m s^{-2}।

[দি. বো. ২০১৬]



(ক) চাঁদে দোলকটির দোলনকাল কত হবে ?

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত দোলকটি পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থান কালে A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে কীনা-উদ্দীপকের তথ্যমতে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

(ক) দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এবং ভূ-পৃষ্ঠ এবং চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

$$T_e = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_e}} \quad \text{এবং } T_m = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_m}}$$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$$

কিন্তু $g_e = \dfrac{GM_e}{R_e^2}$ এবং $g_m = \dfrac{GMm}{R_m^2}$

এখানে,
ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2$ s
ধরা যাক, চাঁদের ভর $= M_m$
$\therefore$ পৃথিবীর ভর, $Me = 81\ M_m$
চাঁদের ব্যাসার্ধ $= R_m$
$\therefore$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4\ R_m$
চাঁদে দোলনকাল, $T_m = ?$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{M_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{M_m}} = \sqrt{\frac{81\ M_m \times R_m^2}{(4\ R_m)2 \times M_m}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore T_m = \frac{9}{4} T_e = \frac{9}{4} \times 2 \text{ s} = 4.5 \text{ s}$$

(খ) ধরা যাক, A বিন্দুতে বিভব শক্তি, $U_A = 0$

B সর্বোচ্চ বিন্দু হওয়ায়, B বিন্দুতে বেগ শূন্য অর্থাৎ গতিশক্তি, $K_B = 0$

B বিন্দুতে বিভবশক্তি, $U_B = mg \times AN$

$\therefore$ B বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = U_B + K_B = mg \times AN + 0 = mg \times AN$

A বিন্দুতে গতিশক্তি, $K_A = \dfrac{1}{2} mv_A^2$

কিন্তু $v_A^2 = v_B^2 + 2\ gh = 0 + 2\ g \times AN$

$$\therefore K_A = \frac{1}{2} mv_A^2 = \frac{1}{2} m \times 2\ g \times AN = mg \times AN$$

সুতরাং $E_A = K_A + U_A = mg \times AN + O = mg \times AN$

$\therefore E_A = E_B = mg \times AN$

সুতরাং A ও B বিন্দুতে মোট শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে না।

উ: (ক) 4.5 s (খ) পরিবর্তন হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ-৮.১২। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য তাপের ফলে এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.01 s হলো। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় কত সেকেন্ড ধীরে চলবে ? [চ. বো. ২০০৯; রুয়েট ২০০৪-২০০৫]

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = 2 s

অর্থাৎ 2 সেকেন্ডে 2 টি বিট দেয়,

বা, 1 সেকেন্ডে 1 টি বিট দেয়,

বা, 1 ঘণ্টায় 3600 টি বিট দেয়।

ধরা যাক, পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় n টি বিট দেয়।

এ অবস্থায় দোলনকাল 2.01 s।

অর্থাৎ 2.01 সেকেন্ডে 2 টি বিট দেয়

বা, 1 সেকেন্ডে $\frac{2}{2.01}$ টি বিট দেয়

বা, 1 ঘণ্টায় $\frac{2 \times 3600}{2.01}$ টি বিট দেয়

$\therefore \quad n = \frac{2 \times 3600}{2.01} = 3582$

$\therefore$ প্রতি ঘণ্টায় দোলকটি $3600 - 3582 = 18$ টি বিট হারায়।

সুতরাং দোলকটি ঘণ্টায় 18 s ধীরে চলে।

উ: 18 s.

গাণিতিক উদাহরণ-৮.১৩। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য শৈত্যের ফলে হ্রাস পেল। এর ফলে দোলনকাল এমন হলো যে, দোলকটি দিনে 10 s ফাস্ট যায়। পরিবর্তিত দোলনকাল কত ? [কু. বো. ২০০৬]

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = 2 s

অর্থাৎ 2 সেকেন্ডে 2 টি বিট বা অর্ধদোলন দেয়

বা, 1 সেকেন্ডে 1 টি অর্ধদোলন দেয়

যেহেতু 1 দিন = 86400 সেকেন্ড

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী একটি ঘড়ি দিনে 86400টি অর্ধদোলন দেয়।

দোলকটি দিনে n সেকেন্ড দ্রুত বা ফাস্ট চললে,

দোলকটি $(86400 + n)$ টি অর্ধদোলন দেয় 86400 সেকেন্ডে

বা, দোলকটি 1 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

বা, দোলকটি 2 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{2 \times 86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

এখন $n = 10$ s হলে, দোলকটির দোলনকাল হবে $\frac{2 \times 86400}{86410} = 1.99$ s

উ: 1.99 s

গাণিতিক উদাহরণ-৮.১৪। তানজিনা 100 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করল। 4° কৌণিক বিস্তারে দোলকটি 2 s দোলনকাল সহকারে দোল দেয়। তাকে দোলনকাল 50% বাড়াতে বলায় সে কার্যকর দৈর্ঘ্য 150 cm নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করল।

(ক) তানজিনার তৈরি সেকেন্ড দোলকটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ?

(খ) 150 cm দৈর্ঘ্যের দোলকটি কী উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} = 3.14 \text{ rad s}^{-1}$$

এখানে,
দোলকের দোলনকাল, $T = 2$ s
কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$

(খ) আমরা জানি,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

বা, $L_2 = \frac{T_2^2}{T_1^2} \times L_1 = \frac{(1.5\,T)^2}{T^2} \times L_1$

$= 2.25 \times 100$ cm

$= 225$ cm

এখানে,
দোলকের দৈর্ঘ্য, $L_1 = 100$ cm $= 1$ m
দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2$ s
পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = 50\%\ T + T = 1.5\ T$
পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L_2 = ?$

দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করার জন্যে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 225 cm হওয়া প্রয়োজন কিন্তু তানজিনা 150 cm দৈর্ঘ্যের দোলক নেওয়ায় উদ্দীপকের শর্ত পূরণ হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৫। 50 g ভরবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 s এবং বিস্তার 10 cm। দোলনরত অবস্থায় যখন এর বব মধ্যস্থানে আসে তখন ববটি ভূমি হতে 45 cm উপরে অবস্থান করে।

(ক) দোলনরত ববের সর্বোচ্চ বেগ কত ?

(খ) দোলনরত বব যখন মধ্যস্থানে আসে তখন সুতাটি ছিড়ে গেলে এর গতি প্রকৃতি বিশ্লেষণ করে সাম্যাবস্থান থেকে কত দূরে ভূমিতে পতিত হবে তার গাণিতিক পরিমাপ কর। [কু. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,
দোলকের ববের সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

আবার, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$v_{max} = \frac{2\pi}{T} A = \frac{2 \times \pi \times 0.1 \text{ m}}{2 \text{ s}}$$

$= 0.314$ m s^{-1}

এখানে,
দোলকের ববের কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = ?$
দোলকের দোলনকাল, $T = 2$ s
দোলকের বিস্তার, $A = 10$ cm $= 0.1$ m
সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = ?$

(খ) ববটি সাম্যাবস্থায় এলে যদি সুতাটি ছিড়ে যায় তাহলে ববটি অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ন্যায় পরাবৃত্তাকার পথে ভূমিতে পতিত হবে।

আমরা জানি,

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_o}\right)^2$$

$$-0.45 \text{ m} = -\frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{x^2}{(0.314 \text{ m s}^{-1})^2}$$

এক্ষেত্রে,
সাম্যাবস্থানে বেগ তথা এই ক্ষেত্রে
আদি বেগ, $v_o = 0.314$ m s^{-1}
ভূমি থেকে ববের উচ্চতা, $y = -45$ cm
$= -0.45$ m [∵ নিম্নমুখী]

$$\therefore x = \sqrt{\frac{2 \times 0.45 \text{ m} \times (0.314 \text{ m s}^{-1})^2}{9.8 \text{ m s}^{-2}}}$$
$$= 0.095 \text{ m} = 9.5 \text{ cm}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
অনুভূমিক দূরত্ব, $x = ?$

অর্থাৎ ববটি পরাবৃত্তাকার পথে 9.5 cm দূরে ভূমিতে পতিত হবে।

উ: (ক) 0.314 m s^{-1} ; (খ) 9.5 cm.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৬। মতিন একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে গেলে সঠিক সময় পায় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে সে লক্ষ্য করল যে, দোলকটি ঘণ্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

(ক) পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল বের কর।

(খ) উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ে উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা—গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।[য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, যেহেতু 1 দিন = 86400 s

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী দোলক ঘড়ি দিনে 86400টি অর্ধদোলন দেয়। দোলক ঘড়ি সময় হারালে অর্থাৎ ধীরে চললে, যদি দিনে n সেকেন্ড ধীরে চলে তাহলে সেটি,

$(86400 - n)$ টি অর্ধদোলন দেবে 86400 সেকেন্ডে

$\therefore$ 1টি অর্ধদোলন দেবে $\dfrac{86400}{86400 - n}$ সেকেন্ডে

$\therefore$ দোলকটির দোলনকাল হবে, $T = 2 \times \dfrac{86400}{86400 - n}$ s

এখন যেহেতু মতিনের সরল দোলক পাহাড়ের চূড়ায় ঘণ্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায় সুতরাং সেটি দিনে সময় হারাবে,
$n = 30 \text{ s} \times 24 = 720$ s.

$\therefore$ পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটির দোলনকাল হবে,

$$T' = \frac{2 \times 86400}{86400 - 720} \text{ s} = 2.0168 \text{ s}$$

(খ) এখন পাহাড়ের উচ্চতা h, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং পৃথিবীর ভর M, পাহাড়ের পাদদেশে এবং পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g' হলে আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} \text{ এবং } g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\therefore h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right] R$$

আবার পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দোলনকাল T এবং পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল T' হলে,

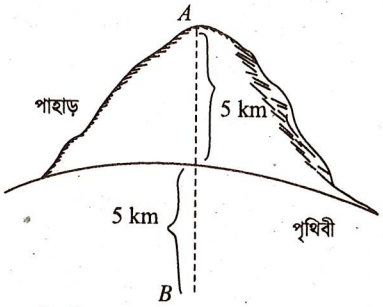
$$\frac{T'^2}{T^2} = \frac{g}{g'} \quad \text{বা, } \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\therefore h = \left[\frac{T'}{T} - 1\right] R = \left[\frac{2.0168 \text{ s}}{2 \text{ s}} - 1\right] \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 53.76 \times 10^3 \text{ m} = 53.76 \text{ km}.$$

$\therefore$ উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যের সাহায্যেই পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব।

উ: (ক) 2.0168 s; (খ) 53.76 km.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৭।



(ক) পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে *A* ও *B* স্থানের মধ্যে কোথায় একটি সরল দোলক অধিক ধীরে চলবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। [ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) পাহাড়ের পাদদেশে এবং পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g এবং g_A হলে,

$$\frac{g_A}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$g_A = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 5 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= 9.78 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}
পাহাড়ের উচ্চতা, $h = 5$ km $= 5 \times 10^3$ m
পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = ?$

(খ) সরল দোলকের ত্বরণের সূত্র থেকে আমরা জানি,

সরল দোলকের দোলনকাল, $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ অর্থাৎ যে স্থানে g-এর মান কম সেখানে দোলকের দোলনকাল বেশি অর্থাৎ সে স্থানে দোলক অধিক ধীরে চলবে।

আমরা জানি, পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দু B-তে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_B = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2}\left(1 - \frac{5 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$= 9.79 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,
দোলকের দৈর্ঘ্য, L
ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s^{-2}
A অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = 9.78$ m s^{-2}
ভূ-অভ্যন্তরে দূরত্ব, $h = 5$ km $= 5 \times 10^3$ m
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
B অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_B = ?$

যেহেতু A অবস্থানে g এর মান B অবস্থানে g এর মানের চেয়ে কম, সুতরাং A অবস্থানে দোলনকাল B অবস্থানে দোলনকালের চেয়ে বেশি অর্থাৎ A অবস্থানে দোলক অধিক ধীরে চলবে।

উ: (ক) 9.78 m s^{-2}; (খ) A অবস্থানে অধিক ধীরে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৮। একটি সেকেন্ড দোলক 'ক' অঞ্চল থেকে 'খ' অঞ্চলে নেওয়া হলো।
$g_{ক} = 9.78$ m s^{-2}
$g_{খ} = 9.83$ m s^{-2}

(ক) 'ক' অঞ্চলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) 'খ' অঞ্চলে দোলকটি দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও।

[সি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$T_{ক} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{ক}}{g_{ক}}}$$

বা, $L_{ক} = \frac{T_{ক}^2 \times g_{ক}}{4\pi^2}$

$$= \frac{(2s)^2 \times 9.78 \text{ m s}^{-2}}{4 \times \pi^2}$$

$$= 0.9919 \text{ m} = 99.19 \text{ cm}$$

এখানে,
'ক' অঞ্চলে সেকেন্ড দোলকে দোলনকাল, $T_{ক} = 2$ s
'ক' অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_{ক} = 9.78$ m s^{-2}
'খ' অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_{খ} = 9.83$ m s^{-2}
'ক' অঞ্চলে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_{ক} = ?$
'খ' অঞ্চলে দোলকের দোলনকাল, $T_{খ} = ?$
দোলনকালের পরিবর্তন, $\Delta T = T_{খ} \sim T_{ক}$

(খ) $T_{খ} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{ক}}{g_{খ}}}$

$$= 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{0.9919 \text{ m}}{9.83 \text{ m s}^{-2}}}$$

$$= 1.993 \text{ s}$$

$$\Delta T = T_{ক} - T_{খ} = 2 \text{ s} - 1.99 \text{ s} = 0.01 \text{ s}$$

$\because T_{খ} < T_{ক}$

$\therefore$ 'খ' অঞ্চলে দোলনকাল হ্রাস পেয়েছে ; এটি যুক্তিযুক্ত। কারণ দোলনকাল (T) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক অর্থাৎ যে স্থানে g-এর মান বেশি সে স্থানে দোলনকাল কম হবে।

উ: (ক) 0.99 m; (খ) 0.01 s হ্রাস পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৯। $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ ---------(i)

$$x = a \sin(\omega t + \delta) \text{ ---------(ii)}$$

আদি সরণ 3 সে.মি, বিস্তার 10 সে.মি. এবং পর্যায়কাল 20 সেকেন্ড।

(ক) সমীকরণ (ii) হতে আদি দশার মান নির্ণয় কর।

(খ) সমীকরণ (i) কে সমাধান করে (ii) সমীকরণ পাওয়া সম্ভব কীনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যুক্তি দাও।

[মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$x = a \sin(\omega t + \delta)$$

বা, $0.03 = 0.1 \sin(\omega \times 0 + \delta)$

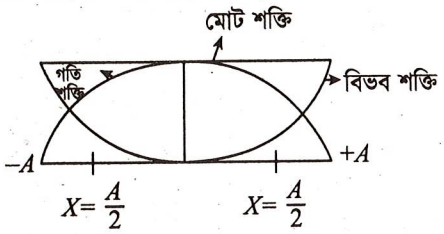
বা, $\sin\delta = \frac{0.03}{0.1}$

$$\therefore \delta = \sin^{-1}\left(\frac{0.03}{0.1}\right) = 17.46°$$

এখানে,
আদি সময়, $t = 0$
আদি সরণ, $x = 3$ cm $= 0.03$
বিস্তার, $a = 10$ cm $= 0.1$m
আদি বেগ, $\delta = ?$

(খ) দেখাতে হবে যে, $x = a \sin(\omega t + \delta)$ হচ্ছে অন্তরীকরণ সমীকরণ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ এর একটি সমাধান।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২০। চিত্রে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত 1 kg ভরের বস্তুর শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz.



(ক) $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হবে কী ? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [ব. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি, বস্তুর বেগ,

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= 2\pi f\sqrt{A^2 - x^2}$$
$$= 2\pi \times 12\text{ Hz} \times \sqrt{(0.01\text{m})^2 - (0.005\text{ m})^2}$$
$$= 0.65\text{ m s}^{-1}$$

এখানে,
বিস্তার, $A = 0.01\text{m}$
কম্পাঙ্ক, $f = 12$ Hz
সরণ, $x = \frac{A}{2} = \frac{0.01\text{ m}}{2} = 0.005$ m
বস্তুর বেগ, $v = ?$

(খ) আমরা জানি, মোট শক্তি, $E = K + U$

$x = A$ অবস্থানে,

গতিশক্তি, $K_1 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)$
$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - A^2) = 0$$

এবং বিভব শক্তি, $U_1 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m^2\omega^2A^2$
$$= \frac{1}{2} \times 1\text{kg} \times (75.4\text{ rad s}^{-1})^2 \times (0.01\text{m})^2$$
$$= 0.28\text{ J}$$

এখানে,
বস্তুর ভর, $m = 1$ kg
বিস্তার, $A = 0.01$ m
কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 2\pi f$
$= 2\pi\text{ rad} \times 12\text{ s}^{-1}$
$= 75.4\text{ rad s}^{-1}$
$x = A$ অবস্থা
মোট শক্তি, $E_1 = ?$
$x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে মোট শক্তি, $E_2 = ?$

$\therefore$ x অবস্থানে মোট শক্তি, $E_1 = K_1 = + U_1 = 0 + 0.28\text{ J} = 0.28\text{ J}$

আবার, $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_2 = K_2 + U_2$

গতিশক্তি $K_2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left\{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2\right\} = \frac{1}{2}m\omega^2 \times \frac{3A^2}{4} = \frac{3}{8}m\omega^2A^2$

এবং বিভব শক্তি, $U_2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}m\omega^2A^2$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_2 = K_2 + U_2$
$$= \frac{3}{8}m\omega^2A^2 + \frac{1}{8}m\omega^2A^2 = \frac{1}{4}m\omega^2A^2$$
$$= \frac{1}{4} \times 1\text{ kg} \times (75.4\text{ rad s}^{-1})^2 \times (0.01\text{ m})^2$$
$$= 0.28\text{ J}$$

অতএব গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে,

$x = A$ অবস্থানে এবং $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুটির মোট যান্ত্রিক শক্তি একই অর্থাৎ 0.28 J

সুতরাং $x = A$ এবং $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তি নিত্যতা সূত্র পালিত হয়।

উ: (ক) 0.65 m s^{-1}; (খ) $x = A$ এবং $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হয়।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২১। একটি সরল দোলকের ববের ভর 1.2×10^{-2} kg। এটি 51 mm বিস্তারে দুলছে। এটি 25 টি দোলন সম্পন্ন করতে 49.75 সে সময় নেয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m।

(ক) দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) দোলকটিকে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 53760 m উচ্চতায় নিয়ে গেলে ববের সর্বোচ্চ সরণে ববের উপর প্রত্যায়নী বলের কিরূপ পরিবর্তন হবে যাচাই কর। [য. বো. ২০১৭]

এখানে,

সরল দোলকের দোলন কাল, $T = \frac{t}{N} = \frac{49.75 \text{ s}}{25} = 1.99 \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

(ক) আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

বা, $L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(1.99 \text{ s}) \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times \pi^2}$

$= 0.98 \text{ m}$

এখানে,

ববের ভর, $m = 1.2 \times 10^{-2}$ kg

বিস্তার, $A = 51 \text{ mm} = 51 \times 10^{-3}$ m

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

দোলনকাল, $T = 1.99$ s

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = 0.98$ m

পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

সর্বোচ্চ সরণ, $x = A = 51 \times 10^{-3}$ m

প্রত্যায়নী বল, $F = ?$

পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = 53760$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = ?$

দোলনকাল, $T' = ?$

প্রত্যায়নী বল, $F' = ?$

(খ) আমরা জানি,

$$g' = \frac{R^2}{(R+h)} g$$

$$= \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 53760 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 9.64 \text{ m s}^{-2}$$

আবার, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$= 2\pi \times \sqrt{\frac{0.98 \text{ m}}{9.64 \text{ m s}^{-2}}}$$

$$= 2.003 \text{ s}$$

পৃথিবীপৃষ্ঠে প্রত্যয়নী বল,

$$F = kA = m\,\omega^2 A = m \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times 51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg} \times \left(\frac{2\pi}{1.99 \text{ s}}\right) \times 51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 6.1 \times 10^{-3} \text{ N}$$

আবার, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 53760 m উচ্চতায় ববের সর্বোচ্চ সরণে প্রত্যায়নী বল,

$$F' = m\omega^2 A = m\left(\frac{2\pi}{T'}\right)^2 A$$

$$= 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg} \times \frac{4\pi^2}{4.012 \text{ s}^2} \times 51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 6.02 \times 10^{-3} \text{ N}$$

সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, $F > F'$ অর্থাৎ ববের সর্বোচ্চ সরণে প্রত্যয়নী বলের মান ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 53760 m উচ্চতায় 1.31% হ্রাস পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২২। পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 s। একে চন্দ্রপৃষ্ঠে নেয়া হলো। চন্দ্রপৃষ্ঠে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ এবং 4 গুণ।

অথবা, একটি সেকেন্ড দোলক ভূপৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে চন্দ্রে নিয়ে গেলে দোলনকাল কত হবে ? পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ।

[ঢা. বো. ২০০৫; রা. বো. ২০০৭, ২০০৩; ব. বো. ২০০১; সি. বো. ২০০৭, ২০০১ ;কুয়েট ২০০৩–২০০৪; রুয়েট ২০০৫–২০০৬; বুয়েট ১৯৯৭–১৯৯৮]

দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এবং পৃথিবী ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

পৃথিবীপৃষ্ঠে $T_e = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_e}}$ ... (1)

চন্দ্রপৃষ্ঠে $T_m = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_m}}$ ... (2)

(2) সমীকরণকে (1) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে,

$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$; কিন্তু $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$ এবং $g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$

এখানে,
ধরা যাক,
চন্দ্রের ভর $= M_m$
$\therefore$ পৃথিবীর ভর, $M_e = 81\ M_m$
চন্দ্রের ব্যাসার্ধ $= R_m$
$\therefore$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4R_m$
পৃথিবীর পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2$ s
চন্দ্রপৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_m = ?$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{M_e R_m^2}{M_m R_e^2}} = \sqrt{\frac{81\ M_m \times R_m^2}{M_m \times (4\ R_m)^2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore T_m = \frac{9}{4} \times T_e = \frac{9}{4} \times 2 \text{ s} = 4.5 \text{ s}$$

উ: 4.5 s.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৩। একটি স্থির লিফটের মধ্যে রাখা সরল দোলকের দোলনকাল T। যদি দোলকটি উপরের দিকে g/4 ত্বরণ নিয়ে উঠে, তাহলে দোলকটির দোলনকাল কত হবে ? [বুয়েট ২০০৩–২০০৪]

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

এখন দোলকের দৈর্ঘ্য L এবং স্থির লিফটে ও চলন্ত লিফটে দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে T_1 ও T_2 এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_1 ও g_2 হলে

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_1}} \text{ এবং } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_2}}$$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$$

$$\text{বা, } T_2 = T_1 \times \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

কিন্তু লিফটি যেহেতু $\frac{g}{4}$ ত্বরণে উপরে উঠছে

সুতরাং $g_2 = g + \frac{g}{4}$

$$\therefore\ T_2 = T \times \sqrt{\frac{g}{g + \frac{g}{4}}} = T \times \sqrt{\frac{4g}{5g}} = T \times \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} T$$

উ: $\frac{2}{\sqrt{5}} T$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৪। একটি সেকেন্ড দোলক ঘড়ি পাহাড়ের পাদদেশে সঠিক সময় দেয় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় উঠালে 2 ঘণ্টায় 8 সেকেন্ড সময়ের পার্থক্য দেখায়। পৃথিবীর ব্যাস 12800 km হলে (i) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (ii) পাহাড়ের চূড়ায় সঠিকভাবে কাজ করতে হলে দোলকের দৈর্ঘ্য কত % পরিবর্তন করতে হবে ?

[বুয়েট ২০১৭–২০১৮]

(i) আমরা জানি, যেহেতু 1 দিন = 86400 s

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী দোলক ঘড়ি দিনে 86400টি অর্ধদোলন দেয়। পাহাড়ের চূড়ায় দোলক ঘড়ি সময় হারায় অর্থাৎ ধীরে চলে। যদি দিনে n সেকেন্ড ধীরে চলে তাহলে সেটি,

$(86400 - n)$ টি অর্ধদোলন দেবে 86400 সেকেন্ড

$\therefore$ 1 টি অর্ধদোলন দেবে $\frac{86400}{86499 - n}$ সেকেন্ড

$\therefore$ দোলকটির দোলনকাল হবে, $T = 2 \times \frac{86400}{86499 - n}$ s

যেহেতু দোলক ঘড়িটি পাহাড়ের চূড়ায় 2 ঘণ্টায় 8 s সময় হারায়

সুতরাং সেটি দিনে সময় হারায়, $n = 4\text{ s} \times 24 = 96\text{ s}$

$\therefore$ পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, $T' = \frac{2 \times 86400}{86400 - 96}$ s

$$= \frac{2 \times 86400}{86304}\text{ s} = 2.002225\text{ s}$$

এখন পাহাড়ের উচ্চতা h, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = \frac{12800\text{ km}}{2} = 6.4 \times 10^6$ m এবং পৃথিবীর ভর M, পাহাড়ের পাদদেশে ও পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g' হলে আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} = \text{এবং } g' = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{(R + h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\therefore h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right] R$$

আবার পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দোলনকাল T এবং পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল T' হলে,

$$\frac{T'^2}{T^2} = \frac{g}{g'}, \text{ বা, } \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\therefore h = \left[\frac{T'}{T} - 1\right] R = \left[\frac{2.002225\text{ s}}{2}\right] \times 6.4 \times 10^6\text{ m} = 7.12\text{ km}$$

(ii) আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

এখন পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দৈর্ঘ্য, দোলনকাল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে L, T ও g হলে,

এবং পাহড়ের শীর্ষে দোলকের দৈর্ঘ্য, দোলনকাল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে L', T' ও g' হলে

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \text{ এবং } T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g'}}$$

পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি সঠিকভাবে কাজ করার অর্থ $T = T'$

$$\therefore \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{L'}{g'}}$$

বা, $L' = \frac{L}{g} \times g'$ বা, $L' = \frac{L \times GM}{\frac{GM}{R^2} \times (R+h)^2}$

বা, $L' = \frac{R^2}{(R+h)^2} L$

বা, $L' = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7.12 \times 10^3 \text{ m})^2} L$

বা, $L' = 0.9978$ L

$\therefore \Delta L = L - L' = L - 0.9978\, L = 0.0022\, L$

$\therefore \frac{\Delta L}{L} = 0.0022 \times 100\% = 0.22\%$

সুতরাং পাহাড়ের শীর্ষে দোলকটি সঠিকভাবে কাজ করতে হলে দোলকটির দৈর্ঘ্য 0.22% কমাতে হবে।

উ : (i) 7.12 km ; (ii) 0.22% কমাতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৫। যখন 1 kg আদর্শ ভর একটি চলমান প্লাটফর্মের উপর রাখা হয়, তখন স্পন্দনের হার 125 vib min^{-1}। কোন আজানা ভরের জন্য স্পন্দনের হার 243 vib min^{-1} হবে ? চলমান প্লাটফর্মের ভর অগ্রাহ্য কর। [বুয়েট ২০১০–২০১১]

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

বা, $\frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

সুতরাং $\frac{1}{f_1} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$ এবং $\frac{1}{f_2} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$

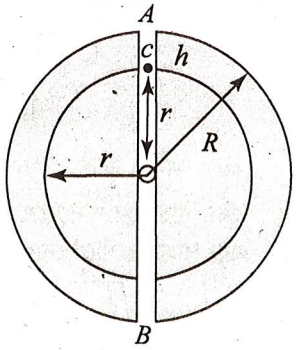
$\therefore \frac{f_2}{f_1} = \frac{m_1}{m_2}$

$\therefore m_2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \times m_1 = \left(\frac{125 \text{ vib min}^{-1}}{243 \text{ vib min}^{-1}}\right)^2 \times 1 \text{ kg} = 0.2646 \text{ kg}$

এখানে,
আদর্শ ভর, $m_1 = 1$ kg
আদর্শ ভরের জন্য কম্পাঙ্ক, $f_1 = 125$ vib min^{-2}
অজানা ভরের জন্য কম্পাঙ্ক, $f_2 = 243$ vib min^{-2}
বল ধ্রুবক $= k$
অজানা ভর, $m_2 = ?$

উ : 0.2646 kg

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৬। কল্পনা কর যে, পৃথিবীর ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করা হলো এবং বস্তুটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে লাগলো। পৃথিবীকে একটি সুষম গোলক মনে করে এবং বাধাদানকারী সকল বল উপেক্ষা করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে 5×10^5 m দূরত্বে বস্তুটির ত্বরণ ও দোলনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং $g = 9.8$ m s^{-2}। [বুয়েট ২০১৭–২০১৮]



ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় তথা কেন্দ্র থেকে $r = R - h = 5 \times 10^5$ m দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_c হলে আমরা জানি,

$$g_c = g\left(1 - \frac{h}{R}\right) = g\left(1 - \frac{R-r}{R}\right) = g\left(1 - 1 + \frac{r}{R}\right)$$

$$\therefore g_c = \frac{r}{R} g = \frac{5 \times 10^5 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} = 0.77 \text{ m s}^{-2}$$

আবার আমরা জানি, $F = -kx$ (এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন বল ও সরণের বিপরীতমুখিতা নির্দেশ করে।)

বা, $mg_e = kr$ বা, $\frac{mgr}{R} = kr$

বা, $k = \frac{mg}{R}$

আবার পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{mR}{mg}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}} = 5077.58 \text{ s}$

$= 1 \text{ hr } 24 \text{ min } 37.58 \text{ s}$

উ : 0.77m s^{-2}, 5077.58 s বা, 1hr 24 min 37·58 s

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থা থেকে এর সরণের—
(ক) ব্যস্তানুপাতিক ○ (খ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ○
(গ) সমানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গের সমানুপাতিক ○

২। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার অন্তরক সমীকরণ $4\frac{d^2x}{dt^2} + 100x = 0$ হলে কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত হবে ? [সি. বো. ২০১৬]
(ক) 2 rad s^{-1} ○ (খ) 4 rad s^{-1} ○
(গ) 5 rad s^{-1} ○ (ঘ) 100 rad s^{-1} ○

৩। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার অন্তরক সমীকরণ হচ্ছে $5\frac{d^2x}{dt^2} + 180x = 0$। কণাটির পর্যায়কাল কত হবে ?
(ক) 0.95 s ○ (খ) 1.05 s ○
(গ) 37.68 s ○ (ঘ) 0.52 s ○

৪। সরল গতিসম্পন্ন কোনো কণার ভর m এবং বল ধ্রুবক k হলে, কৌণিক কম্পাঙ্ক কত হবে ?
(ক) $\omega = \sqrt{mk}$ ○ (খ) $\omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$ ○
(গ) $\omega = \frac{k}{m}$ ○ (ঘ) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ○

৫। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার পর্যায়কাল এর বল ধ্রুবকের— [কু. বো. ২০১৬]
(ক) সমানুপাতিক ○ (খ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ○
(গ) ব্যস্তানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ○

৬। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার কম্পাঙ্ক-এর বল ধ্রুবকের—
(ক) সমানুপাতিক ○ (খ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ○
(গ) ব্যস্তানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ○

৭। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ কত হবে ? [রা. বো. ২০১৫]

(ক) $v_{max} = \frac{\omega}{A}$ ○ (খ) $v_{max} = \frac{A}{\omega}$ ○

(গ) $v_{max} = \omega A$ ○ (ঘ) $v_{max} = \omega^2 A$ ○

৮। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ কত হবে ? [য. বো. ২০১৫]

(ক) $a = \omega x^2$ ○ (খ) $a = -\omega^2 x$ ○

(গ) $a = -\omega x$ ○ (ঘ) $a = \omega^2 x$ ○

৯। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ $x = 10 \sin (6\pi t + 3\pi)$ কণাটির কম্পাঙ্ক কত? [য. বো. ২০১৭]

(ক) 1.5 Hz ○ (খ) 3 Hz ○

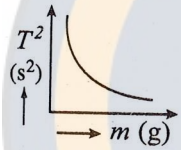
(গ) 6 Hz ○ (ঘ) 10 Hz ○

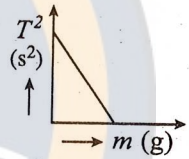
১০। দৃঢ়ভাবে আটকানো k বল ধ্রুবকের একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্তে m ভর ঝুলিয়ে একটু টেনে ছেড়ে দিলে যে সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি হবে তার পর্যায়কাল কত হবে ?

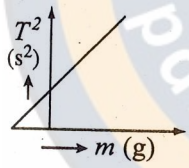
(ক) $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$ ○ (খ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ○

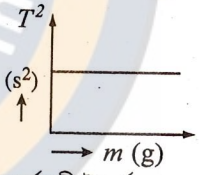
(গ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{e}}$ ○ (ঘ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ○

১১। একটি স্প্রিং-এর T^2 বনাম m এর লেখচিত্র কোনটি ? [য. বো. ২০১৬]

(ক) ○


(খ) ○


(গ) ○


(ঘ) ○


১২। কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল-এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের—

(ক) সমানুপাতিক ○ (খ) ব্যস্তানুপাতিক ○

(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ○ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ○

১৩। সেকেন্ড দোলক হচ্ছে যে সরল দোলকের দোলনকাল—

(ক) এক সেকেন্ড ○ (খ) দুই সেকেন্ড ○

(গ) তিন সেকেন্ড ○ (ঘ) চার সেকেন্ড ○

১৪। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য— [ডেন্টাল কলেজ ২০১৭-২০১৮; য. বো. ২০১৬; মেরিন একাডেমি ২০১৭-২০১৮, ২০১৫-২০১৬;]

(ক) 0.496 m ○ (খ) 0.993 m ○

(গ) 0.971 m ○ (ঘ) 0.248 m ○

১৫। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত একটি কণার পর্যায়কাল 20 s হলে এর কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ?

(ক) $\omega = \frac{\pi}{20}$ rad s^{-1} ○ (খ) $\omega = \frac{\pi}{10}$ rad s^{-1} ○

(গ) $\omega = \frac{\pi}{2}$ rad s^{-1} ○ (ঘ) $\omega = \frac{\pi}{15}$ rad s^{-1} ○

১৬। একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল 2 s এর কম্পাঙ্ক কত ?
(ক) 2 Hz ○ (খ) 1 Hz ○
(গ) 0.5 Hz ○ (ঘ) 4 Hz ○

১৭। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ায় এর দোলন কাল—
(ক) হ্রাস পাবে ○ (খ) বৃদ্ধি পাবে ○
(গ) কোনো পরিবর্তন হবে না ○ (ঘ) যেকোনোটি সত্য ○

১৮। একটি সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল বৃদ্ধি পেয়েছে। দোলনকাল 2 s করতে হলে এর দৈর্ঘ্য—
(ক) বাড়াতে হবে ○ (খ) কমাতে হবে ○
(গ) কিছুই করতে হবে না ○ (ঘ) সবকটিই ঠিক ○

১৯। $2\frac{d^2x}{dt^2} + 32x = 0$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ? [রা. বো. ২০১৫]
(ক) 32 rad s^{-1} ○ (খ) 16 rad s^{-1} ○
(গ) 8 rad s^{-1} ○ (ঘ) 4 rad s^{-1} ○

২০। একটি সরল দোলকের দোলনকাল T দোলকটির দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে পরিবর্তিত দোলনকাল কত হবে ?
(ক) $\sqrt{2}\,T$ ○ (খ) $2\,T$ ○
(গ) $\frac{1}{2}T$ ○ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}T$ ○

২১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ কোন রাশিটির সমানুপাতিক— [ব. বো. ২০১৬]
(ক) বল ○ (খ) সরণ ○
(গ) পর্যায়কাল ○ (ঘ) বেগ ○

২২। পর্যায়কাল দ্বিগুণ করতে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কতগুণ করতে হবে ? [মেরিন একাডেমী ২০১৭-২০১৮]
(ক) $\frac{1}{4}$ ○ (খ) $\frac{1}{2}$ ○
(গ) 2 ○ (ঘ) 4 ○

২৩। সরল দোলকের দৈর্ঘ্য ও দোলনকাল সংক্রান্ত কোন সমীকরণটি সঠিক নয় ?
(ক) $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ○ (খ) $T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2 \times T_2}}$ ○
(গ) $T_2 = T_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ ○ (ঘ) $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$ ○

২৪। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা যখন সাম্যাবস্থা অতিক্রম করে তখন এর—
(ক) গতিশক্তি সর্বনিম্ন এবং বিভব শক্তি সর্বোচ্চ ○
(খ) গতিশক্তি সর্বোচ্চ এবং বিভব শক্তি সর্বোচ্চ ○
(গ) গতিশক্তি সর্বোচ্চ এবং বিভব শক্তি সর্বনিম্ন ○
(ঘ) গতিশক্তি সর্বনিম্ন এবং বিভব শক্তি সর্বনিম্ন ○

২৫। কোনো সরল দোলকের দোলনকাল অর্ধেক করার জন্য—
(ক) দৈর্ঘ্য এক-চতুর্থাংশ করতে হবে ○ (খ) দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করতে হবে ○
(গ) ববের ভর দ্বিগুণ করতে হবে ○ (ঘ) ববের ভর অর্ধেক করতে হবে ○

২৬। একটি সরল দোলন গতির জন্য কৌণিক সরণ নিচের কোনটির চেয়ে বেশি হতে পারবে না ? [দি. বো. ২০১৬]
(ক) 3° ○ (খ) 4° ○
(গ) 5° ○ (ঘ) 6° ○

২৭। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ 4 cm হলে এর ত্বরণ 64 cms^{-2} হয়। এর পর্যায়কাল—
(ক) $\frac{\pi}{2}$ s ○ (খ) $\frac{\pi}{4}$ s ○
(গ) π s ○ (ঘ) 2π s ○

২৮। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার বিস্তার A। এর সরণ কত হলে শক্তির অর্ধেক গতিশক্তি এবং অর্ধেক বিভবশক্তি হবে ?

(ক) $\frac{A}{3}$ ○ (খ) $\frac{A}{2}$ ○

(গ) $\frac{A}{\sqrt{2}}$ ○ (ঘ) $\frac{A}{2\sqrt{2}}$ ○

২৯। একজন বালিকা একটি দোলনায় বসে দোল খাচ্ছে। বালিকাটি ওঠে দাঁড়ালে দোলনকালের কী পরিবর্তন হবে ?

(ক) হ্রাস পাবে ○

(খ) বৃদ্ধি পাবে ○

(গ) অপরিবর্তিত থাকবে ○

(ঘ) বালিকাটির উচ্চতার উপর নির্ভর করে বৃদ্ধি বা হ্রাস পেতে পারে ○

৩০। কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে যায় তাহলে তাকে কেমন পর্যাবৃত্তি বলে ?

(ক) কালিক পর্যাবৃত্তি ○ (খ) স্থানিক পর্যাবৃত্তি ○

(গ) উভয়ই ○ (ঘ) কোনোটিই নয় ○

৩১। প্রতি এক বছর পর পর আমাদের জাতীয় বিজয় দিবস ১৬ই ডিসেম্বর আসে, এটি কী ধরনের পর্যাবৃত্তির উদাহরণ ?

(ক) কালিক পর্যাবৃত্তি ○ (খ) স্থানিক পর্যাবৃত্তি ○

(গ) উভয়ই ○ (ঘ) কোনোটি নয় ○

৩২। সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল একটি কণার দোলনকাল 10 s। কোন সমীকরণটি এর ত্বরণ 'a' এবং সরণ 'x' এর সম্পর্ক প্রকাশ করে ? [ঢা. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৫]

(ক) $a = -10\pi x$ ○ (খ) $a = -(20\pi)x$ ○

(গ) $a = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$ ○ (ঘ) $a = -(20\pi)^2 x$ ○

৩৩। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' এর — [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) বর্গমূলের সমানুপাতিক ○ (খ) সমানুপাতিক ○

(গ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ○ (ঘ) ব্যস্তানুপাতিক ○

৩৪। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতিপথের মধ্য অবস্থানে— [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বোচ্চ ○ (খ) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বনিম্ন ○

(গ) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বাধিক ○ (ঘ) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বনিম্ন ○

৩৫। দোলকের ববের ভর বেশি হলে, দোলনকাল কী হবে ? [রা. বো. ২০১৫]

(ক) বাড়বে ○ (খ) কমবে ○

(গ) ভরের বর্গমূলের সমানুপাতিক হবে ○ (ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে ○

৩৬। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য L, ভর M এবং কম্পাঙ্ক f। এর কম্পাঙ্ক $2f$ করতে হলে — [রা. বো. ২০১৫]

(ক) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে $4L$ করতে হবে ○ (খ) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে $2L$ করতে হবে ○

(গ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{2}$ করতে হবে ○ (ঘ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{4}$ করতে হবে ○

৩৭। একটি সেকেন্ড দোলকের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে যেতে সময় লাগে— [ব. বো. ২০১৫]

(ক) 0.5 s ○ (খ) 1 s ○

(গ) 1.5 s ○ (ঘ) 2 s ○

৩৮। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণের সমীকরণ— [ব. বো. ২০১৫]

(ক) $a = A \sin \omega t$ ○ (খ) $a = A\omega \cos \omega t$ ○

(গ) $a = -A\omega^2 \sin \omega t$ ○ (ঘ) $a = -A\omega^2 \cos \omega t$ ○

৩৯। কোনো স্থানে দুটি সরলদোলকের দোলনকালের অনুপাত 1 ঃ 2 হলে, এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত ? [সি. বো. ২০১৫]

(ক) $1 : \sqrt{2}$ ○ (খ) 1 ঃ 2 ○

(গ) 1ঃ 4 ○ (ঘ) 2 ঃ 1 ○

৪০। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ সরণ কত হবে ? [য. বো. ২০১৬]

(ক) $x_{max} = A$ ○ (খ) $x_{max} = \omega^2 A$ ○

(গ) $x_{max} = \omega A$ ○ (ঘ) $x_{max} = \omega^2 x$ ○

৪১। সরল দোলকের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়— [দি. বো. ২০১৫]

(ক) মুক্তিবেগ ○ (খ) পাহাড়ের উচ্চতা ○

(গ) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ○ (ঘ) পৃথিবীর আবর্তন বেগ ○

৪২। একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক— [চ. বো. ২০১৫]

(ক) 0.5 Hz ○ (খ) 1 Hz ○

(গ) 2 Hz ○ (ঘ) 4 Hz ○

৪৩। মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক কত হবে ? [য. বো. ২০১৫]

(ক) 0 Hz ○ (খ) 1 Hz ○

(গ) 2 Hz ○ (ঘ) অসীম ○

৪৪। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি সম্পন্ন কোনো কণার ক্ষেত্রে— [চ. বো. ২০১৬]

(i) কণার বেগ সাম্যাবস্থানে সর্বোচ্চ হয় (ii) সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ হ্রাস পায়

(iii) বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও iii ○ (খ) i ও ii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৪৫। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার ক্ষেত্রে $\frac{1}{2}kA^2$ হচ্ছে—

(i) সর্বোচ্চ গতিশক্তি (ii) সর্বোচ্চ বিভব শক্তি (iii) মোট শক্তি

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও iii ○ (খ) i ও ii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৪৬। দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে যা ঘটে তা হলো, ঘড়িটি— [ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৬]

(i) সময় লাভ করবে (ii) সময় হারাবে (iii) ধীরে চলবে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) i ও iii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৪৭। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ— [সি. বো. ২০১৬]

(i) মধ্যবিন্দুতে সর্বোচ্চ (ii) সর্বোচ্চ সরণে শূন্য (iii) সাম্যাবস্থায় সর্বনিম্ন

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) i ○

(গ) i ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৪৮। সরল দোলনগতির উদাহরণ—

(i) সেকেন্ড দোলক (ii) উল্লম্ব স্প্রিং (iii) হাত পাখা

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) i ও iii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৪৯। সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির সম্পর্কের ক্ষেত্রে। নিম্নোক্ত ধারণা হলো—

(i) সরল দোলন গতির বিস্তার বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়

(ii) সুষম বৃত্তাকার গতি এবং সরল দোলন গতির পর্যায়কাল একই হয়

(iii) সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয় না

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) i ও iii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৫০। সরল দোলন গতির বিশেষ ও গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ হলো— [কু. বো. ২০১৫]

(i) উল্লম্ব স্প্রিং-এর গতি (ii) তাৎক্ষণিক গতি (iii) সরল দোলকের গতি

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) i ও iii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৫১। একটি সরল দোলককে ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহের ভেতরে নিলে— [সি. বো. ২০১৫]

(i) অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হবে (ii) দোলনকাল অসীম হবে (iii) দোলকটি স্থির থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) i ও iii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

৫২। কম্পাঙ্কের একক হলো— [কু. বো. ২০১৫]

(i) cycle s^{-1} (ii) cycle s (iii) hertz

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii ○ (খ) i ও iii ○

(গ) ii ও iii ○ (ঘ) i, ii ও iii ○

নিম্নের উদ্দীপকটির আলোকে ৫৩ নং ও ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [রা. বো. ২০১৬]

সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ, $x = \sqrt{3} \sin 2\pi t$

৫৩। কণাটির পর্যায়কাল কত ?

(ক) 1s ○ (খ) 0.5 s ○

(গ) 2 s ○ (ঘ) 2π s ○

৫৪। সাম্যাবস্থা থেকে 1m দূরে গতিশক্তি ও বিভব শক্তির অনুপাত—

(ক) 2 ঃ 1 ○ (খ) 1 ঃ 2 ○

(গ) 1 ঃ $\sqrt{3}$ ○ (ঘ) $\sqrt{3}$ ঃ 1 ○

একটি সরল দোলকের বিস্তার A এবং দোলনকাল T, দোলকটি $x = \frac{A}{2}$ সরণের সময়কাল t সেকেন্ড।

নিম্নোক্ত ৫৫ নং ও ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [চ. বো. ২০১৭]

৫৫। দোলকটির সর্বোচ্চ বেগ—

(ক) $\frac{2\pi}{T}$ ○ (খ) $\frac{2\pi A}{T}$ ○

(গ) $\frac{\pi A}{T}$ ○ (ঘ) $\frac{\pi A}{2T}$ ○

৫৬। উদ্দীপকের সময়কাল $t =$ কত?

(ক) $\frac{T}{2}$ ○ (খ) $\frac{T}{4}$ ○

(গ) $\frac{T}{8}$ ○ (ঘ) $\frac{T}{12}$ ○

সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ হলো $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল = 30 s এবং আদি সরণ = 5 cm। ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও। [কু. বো. ২০১৫]

৫৭। কোনো কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক হলো—

(ক) $\frac{\pi}{2}$ rad s^{-1} ○ (খ) $\frac{\pi}{4}$ rad s^{-1} ○

(গ) $\frac{\pi}{12}$ rad s^{-1} ○ (ঘ) $\frac{\pi}{15}$ rad s^{-1} ○

৫৮। কণার সর্বোচ্চ বেগ হলো—

(ক) 3.14 m s^{-1} ○ (খ) 2.09 m s^{-1} ○

(গ) 1.04 m s^{-1} ○ (ঘ) – 28 m s^{-1} ○

একটি সেকেন্ড দোলকের সিলিন্ডার আকৃতির বব পানিপূর্ণ অবস্থায় আছে। ববের দৈর্ঘ্য 8 cm। ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও। [ব. বো. ২০১৫]

৫৯। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত ?

(ক) 95 cm ○ (খ) 99 cm ○

(গ) 103 cm ○ (ঘ) 107 cm ○

৬০। ববটি অর্ধেক খালি করলে, এক্ষেত্রে দোলনকাল হবে—

(ক) 1.99 s ○ (খ) 2 s ○

(গ) 2.01 s ○ (ঘ) 2.03 s ○

৬১। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক কম্পাঙ্ক হবে— [বুয়েট ২০১৩–২০১৪]

(ক) 1.0 rev/s ○ (খ) 0.5 rev/s ○

(গ) 0.017 rev/s ○ (ঘ) 60.0 rev/s ○

৬২। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য কতগুণ বাড়াতে হবে ?

[কুয়েট ২০১৭–২০১৮; রা. বি. ২০১৭–২০১৮]

(ক) 1.25 গুণ ○ (খ) 1.52 গুণ ○

(গ) 1.35 গুণ ○ (ঘ) 1.75 গুণ ○

৬৩। কোনো ব্যক্তি একটি স্থির লিফটের ভিতরে একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল পান T। যদি লিফটি g/3 ত্বরণে উপরে উঠতে থাকে তাহলে পর্যায়কাল হবে— [বুয়েট ২০০৬–২০০৭; চুয়েট ২০১২–২০১৩; রা.বি. ২০১২–২০১৩]

(ক) $\sqrt{3}\,T$ ○ (খ) $\frac{\sqrt{3}}{2}T$ ○

(গ) $\frac{T}{\sqrt{3}}$ ○ (ঘ) $\frac{T}{3}$ ○

৬৪। একটি দোলক ঘড়ি পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে কী ঘটবে ? [বুয়েট ২০০৬–২০০৭]

(ক) সময় লাভ করবে ○ (খ) সময় হারাবে ○

(গ) সময় একই থাকবে ○ (ঘ) ঘড়ি বন্ধ হয়ে যাবে ○

৬৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য তিনগুণ বৃদ্ধি করা হলে দোলনকাল কত হবে ? [কুয়েট ২০১২–২০১৩]

(ক) 4 s ○ (খ) 5 s ○

(গ) 6 s ○ (ঘ) 16 s ○

৬৬। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ। দ্বিতীয় সরল দোলকের দোলনকাল 3 s হলে প্রথমটির দোলনকাল কত ? [রুয়েট ২০১৩–২০১৪; কুয়েট ২০০৬–২০০৭]

(ক) 4.24 s ○ (খ) 4.54 s ○

(গ) 5.54 s ○ (ঘ) 5.24 s ○

৬৭। একটি দোলকের দোলনকাল 2 s এর বেশি। ফলে তা দৈনিক 20 s ধীরে চলে। এর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে ঠিক 2 s দোলনকালে দুলবে ? [চুয়েট ২০১৫–২০১৬, ২০১০–২০১১]

(ক) 20% ○ (খ) 199% ○

(গ) 0.046% ○ (ঘ) 200% ○

৬৮। একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল দ্বিগুণ করতে হলে এর দৈর্ঘ্য অবশ্যই— [কুয়েট ২০০৫–২০০৬]

(ক) $\frac{1}{3}$ কমাতে হবে ○ (খ) $\frac{1}{2}$ কমাতে হবে ○

(গ) 2 গুণ বাড়াতে হবে ○ (ঘ) 4 গুণ বাড়াতে হবে ○

৬৯। L দৈর্ঘ্য ও k স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে কেটে সমান চার টুকরা করা হলে, প্রতি টুকরা স্প্রিং-এর ধ্রুবক হবে— [বুয়েট ২০১০–২০১১]

(ক) $\frac{k}{4}$ ○ (খ) $\frac{k}{2}$ ○

(গ) $2k$ ○ (ঘ) $4k$ ○

৭০। 40 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক প্রতি মিনিটে 40 দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয়, তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে ? [[রা. বি. ২০১৫–২০১৬]

(ক) 3 min ○ (খ) 6 min ○

(গ) 9 min ○ (ঘ) 12 min ○

৭১। একটি সরল দোলককে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতায় নেওয়া হলে দোলনকাল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে ? [শা. বি. প্র. বি. ২০০৯–২০১০]

(ক) $\frac{1}{4}$ ○ (খ) $\frac{1}{2}$ ○

(গ) 2 ○ (ঘ) 4 ○

৭২। সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ কোনটি ? [শা. বি. প্র. বি. ২০১৪–২০১৫]

(ক) $y = A \sin(kx - \omega t)$ ○ (খ) $y = A \sin(vt - x)$ ○

(গ) $y = a \cos(\omega t + \delta)$ ○ (ঘ) $y = A \cos(kx + \delta)$ ○

৭৩। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো বস্তুর সরণ ও গতির মধ্যে দশা পার্থক্য হবে— [বুয়েট ২০০৭–২০০৮]

(ক) $\frac{\pi}{2}$ ○ (খ) π ○

(গ) 0 ○ (ঘ) $\frac{\pi}{3}$ ○

৭৪। একটি স্প্রিং (বল ধ্রুবক k) কে কেটে দুই অংশে এমনভাবে ভাগ করা হলো যে একটির দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ। অধিকতর লম্বা স্প্রিংটির ধ্রুবক বলের মান কত ? [বুয়েট ২০০৯–২০১০]

(ক) $\frac{2}{3}k$ ○ (খ) $\frac{3}{2}k$ ○

(গ) $3k$ ○ (ঘ) $2k$ ○

৭৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে এর দোলনকাল কত হবে ? [কুয়েট ২০০৮–২০০৯; ই. বি. ২০১৭–২০১৮]

(ক) 2 ○ (খ) $2\sqrt{2}$ ○

(গ) 4 ○ (ঘ) $\sqrt{2}$ ○

৭৬। কুমিল্লায় অবস্থিত একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে অবস্থিত দোলকের চেয়ে 10% বেশি হলে কোনো বস্তুকে রাজশাহী থেকে কুমিল্লা নেওয়া হলে তার ওজন কত হবে ? [রুয়েট ২০১০–২০১১]

(ক) 10% বেশি ○ (খ) 10% কম ○

(গ) সমান থাকবে ○ (ঘ) 101/2 বেশি ○

৭৭। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 0.1 m, পর্যায়কাল 4 s এবং আদিদশা 30°। উক্ত কণাটির দোলনগতির সমীকরণ কোনটি ? [খু. বি ২০১৪–২০১৫]

(ক) $x = 0.3 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ○ (খ) $x = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ○

(গ) $x = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ○ (ঘ) $x = 1.0 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ○

৭৮। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটি একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্ক হবে— [জা. বি. ২০১১–২০১২]

(ক) 1.11 Hz ○ (খ) 11.1 Hz ○

(গ) 2.11 Hz ○ (ঘ) 21.1 Hz ○

৭৯। একটি বস্তু 4 cm বিস্তারে সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন করছে। সাম্যাবস্থা থেকে কত দূরত্বে বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি সমান হবে ? [বুয়েট ২০১৩–২০১৪]

(ক) $\sqrt{2}$ cm ○ (খ) $2\sqrt{2}$ cm ○

(গ) 2 cm ○ (ঘ) 1 cm ○

৮০। কোনো কম্পাঙ্কের সরল দোলনগতির ত্বরণ a এবং সরণ x-এর সম্পর্কটি $a = -\omega^2 x$ সমীকরণের সাথে সম্পর্কিত ? [বুয়েট ২০১১–২০১২]

(ক) ω ○ (খ) $2\pi\omega$ ○

(গ) $\frac{\omega}{2\pi}$ ○ (ঘ) $\frac{2\pi}{\omega}$ ○

৮১। একটি বস্তু $x = 2\cos(50t)$ অনুসারে সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে, যেখানে x-এর পরিমাপ মিটারে এবং t-এর পরিমাপ সেকেন্ডে। এর সর্বোচ্চ বেগ $m\ s^{-1}$ এককে হবে— [বুয়েট ২০১২–২০১৩]

(ক) $100 \sin(50t)$ ○ (খ) $100 \cos(50t)$ ○

(গ) 100 ○ (ঘ) 200 ○

৮২। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ $0.02\ m\ s^{-1}$ এবং কণাটির বিস্তার 5 mm হলে কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০১৬–২০১৭]

(ক) 1.26 s ○ (খ) 1.36 s ○

(গ) 1.52 s ○ (ঘ) 1.57 s ○

৮৩। দুটি স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে $9.8\ m\ s^{-2}$ ও $9.78\ m\ s^{-2}$ হলে, ঐ দুই স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত হবে ? [রুয়েট ২০১৪–২০১৫]

(ক) 0.005 m ○ (খ) 0.003 m ○
(গ) 0.002 m ○ (ঘ) 0.004 m ○

৮৪। যদি কোনো পাহাড়ের শীর্ষে এবং খনির গভীরে সরল দোলকের দোলনকাল সমান হয়, তাহলে পাহাড়ের উচ্চতা ও খনির গভীরতার অনুপাত হবে— [খু. বি. ২০১২–২০১৩]

(ক) 3 ঃ 4 ○ (খ) 4 ঃ 3 ○
(গ) 1 ঃ 2 ○ (ঘ) 2 ঃ 1 ○

৮৫। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz। বস্তুটির সরণ 5×10^{-3} m হলে, এর গতিবেগ কত ? [কুয়েট ২০১৭–২০১৮]

(ক) $0.755\ m\ s^{-1}$ ○ (খ) $0.653\ m\ s^{-1}$ ○
(গ) $6.52\ m\ s^{-1}$ ○ (ঘ) $0.564\ m\ s^{-1}$ ○

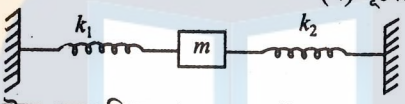
৮৬। সরল দোলকের সাম্যাবস্থায় সর্বোচ্চ হয়— [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

(ক) ত্বরণ ○ (খ) সরণ ○
(গ) প্রত্যায়নী বল ○ (ঘ) বেগ ○

৮৭। নিচের কোনটি দোলনগতির উদাহরণ ? [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

(ক) ঘড়ির কাঁটার গতি ○ (খ) সুরশলাকার গতি ○
(গ) বৈদ্যুতিক পাখার গতি ○ (ঘ) সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি ○

৮৮।



চিত্রে m ভরের বস্তুটিকে টেনে ছেড়ে দিলে স্পন্দনের কম্পাঙ্ক হবে— [ঢা. বো. ২০১৭, ২০১৯; চ. বো. ২০১৭]

(ক) $f = \frac{1}{\alpha\pi}\sqrt{\frac{k_1 - k_2}{m}}$ ○ (খ) $f = \frac{1}{\alpha\pi}\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$ ○
(গ) $f = \frac{1}{\alpha\pi}\sqrt{\frac{m}{k_1 - k_2}}$ ○ (ঘ) $f = \frac{1}{\alpha\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ ○

৮৯। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দনরত বস্তুকণার বিস্তার A ও সরণ x হলে ত্বরণ সর্বনিম্ন হবে— [য. বো. ২০১৯]

(ক) $x = A$ অবস্থানে ○ (খ) $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে ○
(গ) $x = \frac{A}{4}$ অবস্থানে ○ (ঘ) $x = 0$ অবস্থানে ○

৯০। একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক— [সি. বো. ২০১৯]

(ক) 0.25 Hz ○ (খ) 0.5 Hz ○
(গ) 1 Hz ○ (ঘ) 1 Hz ○

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১। (গ)	২। (গ)	৩। (খ)	৪। (ঘ)	৫। (ঘ)	৬। (খ)	৭। (গ)	৮। (খ)	৯। (খ)	১০। (খ)
১১। (গ)	১২। (গ)	১৩। (খ)	১৪। (খ)	১৫। (খ)	১৬। (গ)	১৭। (খ)	১৮। (খ)	১৯। (ঘ)	২০। (ক)
২১। (খ)	২২। (ঘ)	২৩। (খ)	২৪। (গ)	২৫। (ক)	২৬। (খ)	২৭। (ক)	২৮। (গ)	২৯। (ক)	৩০। (খ)
৩১। (ক)	৩২। (গ)	৩৩। (খ)	৩৪। (ঘ)	৩৫। (ঘ)	৩৬। (ঘ)	৩৭। (খ)	৩৮। (গ)	৩৯। (গ)	৪০। (ক)
৪১। (খ)	৪২। (ক)	৪৩। (ঘ)	৪৪। (ঘ)	৪৫। (ঘ)	৪৬। (গ)	৪৭। (ক)	৪৮। (ক)	৪৯। (ক)	৫০। (খ)
৫১। (ঘ)	৫২। (খ)	৫৩। (ক)	৫৪। (ক)	৫৫। (খ)	৫৬। (গ)	৫৭। (ঘ)	৫৮। (খ)	৫৯। (খ)	৬০। (গ)
৬১।(গ)	৬২।(ক)	৬৩।(খ)	৬৪।(খ)	৬৫।(ক)	৬৬।(ক)	৬৭।(গ)	৬৮।(ঘ)	৬৯।(ঘ)	৭০।(ক)
৭১। (গ)	৭২।(গ)	৭৩।(ক)	৭৪।(খ)	৭৫।(খ)	৭৬।(ক)	৭৭।(গ)	৭৮।(ক)	৭৯।(খ)	৮০।(গ)
৮১।(গ)	৮২।(ঘ)	৮৩।(গ)	৮৪।(গ)	৮৫।(খ)	৮৬।(ঘ)	৮৭।(খ)	৮৮।(ঘ)	৮৯।(ঘ)	৯০।(খ)

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ মানে ও দিকে ধ্রুব থাকে। বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ মানে ধ্রুব থাকলেও এর দিক পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ পর্যায়বৃত্তভাবে মানে ও দিকে পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ সরণের উপর নির্ভর করে। ত্বরণ ও সরণের মানের মধ্যে সবচেয়ে সহজ সম্পর্ক হতে পারে, কোনো কণার ত্বরণ a, তার সরণ x এর সমানুপাতিক।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলন গতি কী ?

খ. সরল দোলক বলতে কী বোঝ ?

গ. কোনো সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ 6.24 cm s^{-1} হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ?

ঘ. সরল দোলন গতির জন্য একটি অন্তরক সমীকরণ নির্ণয় করে যথাযথ যুক্তির সাহায্যে দেখাও যে, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ এই সমীকরণের একটি সমাধান।

২। সরল দোলন গতিসম্পন্ন 0.2 kg ভরের একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 5 \sin(\omega t + \delta)$। কণাটির পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 0.05 m।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী ?

খ. সকল সরল দোলন গতি পর্যাবৃত্ত গতি কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত গতি সরল দোলন গতি নয়—ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক ও আদি দশা নির্ণয় কর ।

ঘ. এই সমীকরণ সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সমীকরণ—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৩। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ $x = A \sin(\omega t + \delta)$। এখানে কণাটির ভর $m = 1$ kg, বিস্তার $A = 10$ m, কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega = 1$ rad s^{-1} এবং আদি দশা $\delta = 0.573°$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পর্যায়কাল কী ?

খ. বিস্তার বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকের কণাটির বেগ ও ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ গতিশক্তি ও বিভব শক্তি সমান। উদ্দীপকের কণার ক্ষেত্রে এই মান কত ?

৪। $x = 10 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ মিটার একটি কণার গতির সমীকরণ। কণাটি 5 সেকেন্ডে একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. দশা কী ?

খ. সরল দোলন গতির উদাহরণ দাও।

গ. দেখাও যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত সমীকরণটি সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।

ঘ. প্রদত্ত সময় শেষে কণাটির ত্বরণের মান গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

৫। নুসরাত একটি হালকা সুতার সাহায্যে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি ভারী বস্তু ঝুলিয়ে দিল। দেখা গেল এটি সোজা হয়ে ঝুলে রইল। তার ছোট ভাই এসে জিজ্ঞেস করল আপু তুমি কী করছ ? সে বললো আমি একটি সরল দোলক দিয়ে পরীক্ষা করব যে, $\frac{L}{T^2}$ ধ্রুব কি-না ?

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলক কী ?

খ. বৈশিষ্ট্যসহ সরল ছন্দিত স্পন্দন কী তা ব্যাখ্যা কর।

গ. চন্দ্রপৃষ্ঠে ও পৃথিবীপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 16 ঃ 81 পৃথিবীর পৃষ্ঠে 'g' এর মান $9.81\ m\ s^{-2}$ হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে 'g' এর মান কত ?

ঘ. আসলেই কী নুসরাতের সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি ? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে যথাযথ যুক্তি সহকারে তোমার মতামত দাও।

৬। মিতু 40 cm দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করলো। এটি প্রতি মিনিটে 40 বার দোলন দেয়। এর দৈর্ঘ্য 160 cm করায় দেখা গেল প্রতি মিনিটে এর দোলন সংখ্যা কমে গেছে ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কী ?

খ. সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হতে পারে কি ? কেন ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সরল দোলকের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পর দোলকটির দোলন কাল কত হবে ?

ঘ. মিতু যদি তার দোলকের দৈর্ঘ্য না বাড়িয়ে দোলন কাল 50% বাড়াতে চাইতো তাহলে দোলকটির দৈর্ঘ্যের কীরূপ পরিবর্তন করতে হতো—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে নির্ণয় কর।

৭। মামুন একটি সরল দোলক তৈরি করলো যার কার্যকরী দৈর্ঘ্য 75 cm এবং ভর 10 g। মামুনের অবস্থানে g এর মান $9.8\ m\ s^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি লেখ।

খ. সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন কোথায় হবে ? সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বেগের মান কত ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দোলকটির দোলন কালের জন্য একটি রাশিমালা প্রতিপাদন করে এর দোলনকাল নির্ণয় কর।

ঘ. মামুন দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করে এটিকে একটি সেকেন্ড দোলকে রূপান্তর করলো। সেকেন্ড দোলকটিকে প্রথমে 5 km উঁচু একটি পাহাড়ে চূড়ায় এবং পড়ে 5 km গভীর কোনো খনিতে নিয়ে গেলে কোথায় দোলকটি ধীরে চলবে—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

৮। একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে আটকে অপর প্রান্তে $\frac{1}{2}$ kg এর একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে এটি 10 cm প্রসারিত হলো। বস্তুটিকে একটুখানি টেনে ছেড়ে দিলে এটি দুলতে থাকে। স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক k।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক $1800\ N\ m^{-1}$ বলতে কী বোঝায় ?

খ. সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধানটি লিখ এবং বিভিন্ন রাশির ব্যাখ্যা দাও।

গ. প্রমাণ কর যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর গতি সরল দোলন গতি।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর কম্পাঙ্কের একটি রাশিমালা নির্ণয় করে তার কম্পাঙ্ক বের কর।

৯। $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ। এর সমাধান লিখতে বলায় শামীম লিখলো $x = B\cos(\omega t + \alpha)$ এবং রিমঝিম লিখলো $x = C\tan(\omega t + \varphi)$।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী ?

খ. কালিক পর্যাবৃত্তি বলতে কী বুঝ ?

গ. দেখাও যে, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে শামীম ও রিমঝিমের সমাধান যথার্থ কি না যাচাই কর।

১০। মাসুম উপেক্ষণীয় ব্যাসার্ধের বব নিয়ে 90 cm এবং 80 cm দীর্ঘ সুতা দিয়ে যথাক্রমে A ও B দুটি সরল দোলক তৈরি করলো। B দোলকটির দোলন কাল নির্ণয় করে সে পেল 1.795 s ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

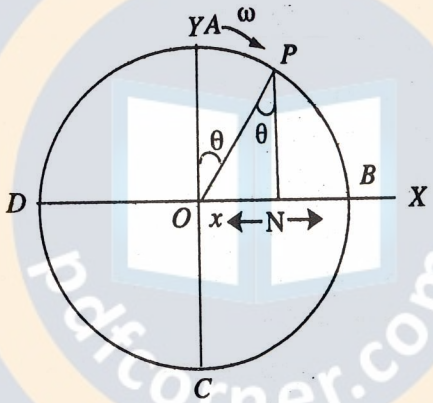
ক. সরল দোলক কী ?

খ. সরল দোলকের দশা বলতে কী বুঝ ?

গ. মাসুমের অবস্থানে g এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. উক্ত অবস্থানে A এর সুতা ব্যবহার করে মাসুম কি একটি সেকেন্ড দোলক তৈরি করতে পারবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।

১১। একটি কণা O বিন্দুকে কেন্দ্র করে 0.02 m ব্যাসার্ধের $ABCD$ বৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাঁটার গতির দিকে 1 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরছে এবং 10 সেকেন্ড সময়ে A বিন্দু থেকে P বিন্দুতে আসে।



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলন গতি কী ?

খ. সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার সরণের সাথে বেগের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত কণাটির X-অক্ষ বরাবর গতির অন্তরক সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. যদি কণাটির আদি দশা 0 হয় তবে P বিন্দুতে কণাটির X বরাবর সরণ কত হবে ?

১২। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার t এর অপেক্ষক হিসেবে সরণের সমীকরণ হচ্ছে $x = A \sin(\omega t + \delta)$।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সেকেন্ড দোলক কী ?

খ. একটি স্প্রিং এর ক্ষেত্রে পর্যায়কালের সাথে বল ধ্রুবক ও ভরের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

গ. সরণের অপেক্ষক হিসেবে উদ্দীপকে উল্লেখিত কণার বেগের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. কণাটির গতিশক্তি ও বিভব শক্তি হিসাব করে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, এর মোট শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

১। পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৭]

২। স্থানিক পর্যাবৃত্তি কাকে বলে ?

৩। কালিক পর্যাবৃত্তি বলতে কী বোঝায় ? [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৪। সরল দোলন গতির সংজ্ঞা দাও বা বলতে কী বুঝ বা কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৫; ২০১৬]

৫। সকল সরল দোলন গতি পর্যাবৃত্ত গতি কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত গতি সরল দোলন গতি নয়—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৬]

৬। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে সংজ্ঞা দাও :

(ক) দোলনকাল বা পর্যায়কাল [ঢা. বো. ২০১৬] (খ) কম্পাঙ্ক (গ) বিস্তার (ঘ) দশা [দি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৯]

৭। পর্যাবৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধ্রুব থাকে ? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]

৮। সরল দোলন গতির উদাহরণ দাও।

৯। ঘড়ির কাঁটার গতি কি সরল দোলন গতির ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]

১০। প্রত্যায়নী বল কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৫]

১১। বল ধ্রুবক বা স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে ? [রা. বো. ২০১৯; দি. বো. ২০১৯, ২০১৭]

১২। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি লেখ।

১৩। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৫]

১৪। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটির সমাধানটি লেখ।

১৫। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ প্রতিপাদন কর এবং সমাধান উল্লেখ কর।

১৬। দেখাও যে, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।

১৭। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ নির্ণয় কর ।

১৮। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে কণার বেগ ও ত্বরণের জন্য সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৯। সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর বেগ সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন কোথায় হবে ? সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বেগের মান কত ?

২০। সরল দোলন গতিসম্পন্ন ত্বরণ কোন অবস্থানে সবচেয়ে বেশি হয় ?

২১। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার দোলনকাল এর সরণ ও ত্বরণের সাথে কী রূপে সম্পর্কিত ?

২২। সরল দোল গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ কি না ? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]

২৩। সরল স্পন্দন গতিসম্পন্ন বস্তুর গতি শক্তি ও বিভব শক্তির সাথে সরণের সম্পর্ক কী ?

২৪। সরল দোলন গতিতে গতিশীল কোন কণার ক্ষেত্রে দেখাও যে, এর সর্বাধিক বিভব শক্তির মান $\frac{1}{2}kA^2$।

২৫। সরল দোলন গতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে দেখাও যে, এর সর্বাধিক গতি শক্তির মান $\frac{1}{2}kA^2$।

২৬। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে কণার বিভব শক্তি ও গতি শক্তির রাশিমালা নির্ণয় কর।

২৭। দেখাও যে, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার মোট শক্তি $E = \frac{1}{2}kA^2$ বা, তার দোলনের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

২৮। লেখচিত্রের সাহায্যে সরল দোলন গতিতে পর্যায়কালের বিভিন্ন বিন্দুতে বিভব শক্তি ও গতি শক্তির তারতম্য বর্ণনা কর এবং দেখাও যে, তাদের সমষ্টি সর্বদা ধ্রুব থাকে।

২৯। দেখাও যে, যেকোনো মুহূর্তে সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতিশক্তি ও বিভব শক্তির যোগফল ধ্রুব থাকে।

৩০। একটি স্প্রিং-এর ক্ষেত্রে পর্যায়কালের সাথে বল ধ্রুবক ও ভরের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

৩১। স্প্রিংজনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$।

৩২। সরল দোলক কাকে বলে ?

৩৩। সরল দোলকের ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত রাশিগুলোর সংজ্ঞা দাও :
(ক) বব (খ) ঝুলন বিন্দু (গ) কার্যকরী দৈর্ঘ্য (ঘ) পূর্ণ দোলন (ঙ) বিস্তার (চ) দোলনকাল (ছ) কম্পাঙ্ক (জ) দশা।

৩৪। সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৬]

৩৫। দোলনরত একটি সরল দোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না কেন ? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]

৩৬। দেখাও যে, স্বল্প বিস্তারে স্পন্দিত সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি।

৩৭। সরল দোলকের দোলনকালের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

৩৮। সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয় কেন ? [সি. বো. ২০১৯]

৩৯। সেকেন্ড দোলক কী বা কাকে বলে ?

৪০। সেকেন্ড দোলক অবশ্যই সরল দোলক কিন্তু সরল দোলক সেকেন্ড দোলক হতেও পারে নাও হতে পারে—ব্যাখ্যা কর।

৪১। একটি দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে এটি সঠিক সময় দিবে কী ? [রা. বো. ২০১৯]

৪২। পৃথিবীর কেন্দ্রে সরল দোলকের দোলনকাল কীরূপ হবে?—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৭]

৪৩। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৪৪। দেখাও যে, "কোনো বৃত্তের ব্যাসের উপর ঐ বৃত্ত বরাবর সমকৌণিক গতির অভিক্ষেপকে সরল ছন্দিত স্পন্দন"—বিবেচনা করা যেতে পারে।

৪৫। গ্রীষ্মকালে দোলনঘড়ি ধীরে চলে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৭ ; অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৪৬। সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কিনা ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

১। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ $0.2\ m\ s^{-1}$। কণাটির বিস্তার 0.004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ? [উ: 0.1256 s]

২। একটি 2.5 kg ভরের বস্তু প্রতি সেকেন্ডে 3 বার সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। যখন সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণ হয় 5 cm তখন এর ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল পুনরানয়ন বল হিসাব কর। [উ: $-17.75\ m\ s^{-2}$; 44.37 N]

৩। 0.05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 2 s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি নির্ণয় কর। [উ: $0.628\ m\ s^{-1}$]

৪। যখন 1.000 kg এর একটি প্রমাণ ভর উপেক্ষণীয় ভরের একটি উল্লম্ব স্প্রিং-এর সাথে সংযুক্ত করা হয়, তখন তার পর্যায়কাল হয় 1.43 s। যখন অন্য একটি অজ্ঞাত ভর প্রমাণ ভরের বস্তুকে প্রতিস্থাপিত করে তখন পর্যায়কাল হয় 1.85 s। নির্ণয় কর (ক) অজ্ঞাত ভর (খ) স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক। [উ: (ক) 1.67 kg (খ) $19.3\ N\ m^{-1}$]

৫। 20.0 kg ভরের এক শিশু 3.0 m দৈর্ঘ্যের দোলনায় 0.2 m বিস্তারে দুলতে থাকে। নির্ণয় কর :
(ক) পর্যায়কাল এবং কম্পাঙ্ক f (খ) শিশুটির সর্বোচ্চ বেগ। [উ: (ক) 3.46 s; 0.29 Hz (খ) $0.36\ m\ s^{-1}$]

৬। 99 cm লম্বা সুতার সাহায্যে 1.8 cm ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক বেঁধে তৈরি একটি সরল দোলক দুলতে দিলে এর দোলনকাল কত হবে ? ($g = 9.81\ m\ s^{-2}$) [উ: 2.004 s]

৭। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 s । যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ m\ s^{-2}$ হয় তবে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য বের কর। [উ: 80.43 cm]

৮। একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 99 cm এবং দোলনকাল 2 s। যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হয় তবে দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ বের কর। [উ: 0.29 cm]

৯। 40 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক এক মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয় তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে বের কর। [উ: 3 min] [ঢা. বো. ২০০৮; রা. বি. ২০১৫–২০১৬]

১০। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 3 ঃ 2 হলে এদের দৈর্ঘ্যের তুলনা কর। [উ: 9 ঃ 4]

১১। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 16 ঃ 25 হলে এদের দোলনকালের অনুপাত বের কর। [উ: 4 ঃ 5]

১২। একটি সরল দোলক A এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B এর দৈর্ঘ্যের 4 গুণ। দোলক B এর দোলনকাল 2 s হলে এর দোলনকাল কত হবে? [উ: 4 s]

১৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 ঃ 16। পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g'-এর মান 9.81 m s^{-2} হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে 'g'-এর মান কত? [উ: 1.94 m s^{-2}] [ঢা. বি. ২০১৭–২০১৮]

১৪। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য যদি 2.5 গুণ বৃদ্ধি করা হয়, তবে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। [উ: 3.74 s]

১৫। একটি সেকেন্ড দোলককে মঙ্গলপৃষ্ঠে নেয়া হলো। মঙ্গলপৃষ্ঠে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। মঙ্গলের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের 0.107 এবং 0.53 গুণ। [উ: 3.24 s]

১৬। কোনো সুউচ্চ পাহাড়ে নিয়ে যাওয়ায় একটি সরলদোলক 10 ঘণ্টায় 11990 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করলো। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠে দোলকটি 3 s-এ একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km এবং সর্বোচ্চ শৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8.854 km। [ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2}]

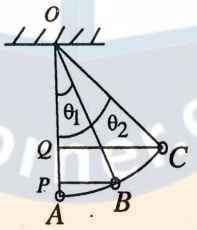
(ক) সরলদোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় কত উচ্চ বা নিচু ছিল তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 2.23 m; (খ) পাহাড়টির উচ্চতা 5.333 km অর্থাৎ এভারেস্টের চেয়ে 4.854 km – 5.333 km = 3.521 km নিচু ছিল।]

[ঢা. বো. ২০১৭]

১৭।



চিত্রে একটি সরল দোলক যার সুতার দৈর্ঘ্য 1.1 m এবং ববের ব্যাসার্ধ 1.5 cm ভর 60 gm এবং OA সাম্যাবস্থান। চিত্রে $QC = 3$ cm এবং $PB = 2$ cm [$g = 9.8$ m s^{-2}]

(ক) সরল দোলকটির দোলনকাল হিসাব কর।

(খ) সরল দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[উ: 2.12 s; (খ) A, B ও C বন্দুতে কার্যকর বলের মান যথাক্রমে, 0, 1.05×10^{-2} N এবং 1.58×10^{-2} N]

[কু. বো. ২০১৭]

১৮। একদল শিক্ষার্থী পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে 500 gm ভরের একটি বস্তুকে তারের প্রান্তে আংটায় ঝুলিয়ে দোল দিল। তারা দেখল যে, এটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার স্পন্দিত হচ্ছে। বস্তুটির সর্বাধিক সরণ 5 cm এবং বিস্তার 10 cm।

(ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত হবে?

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের 10 গুণ হবে—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[উ: (ক) 2.72 m s^{-7}; (খ) বস্তুর ওজন 4.9 N এবং সরণের জন্য ক্রিয়ারত বল 49 N অর্থাৎ ক্রিয়ারত বল ওজনের 10 গুণ হবে।] [রা. বো. ২০১৭]

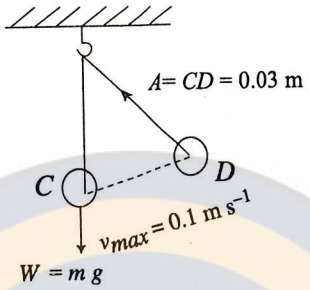
১৯। সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল একটি কণার ভর 100 gm কণাটির সর্বাধিক বিস্তার 10 cm। সাম্যাবস্থান হতে সর্বাধিক বিস্তারের অবস্থানে পৌঁছাতে সময় লাগে 0.5 সে.।

(ক) উদ্দীপকের কণাটির 8 cm সরণে বেগ নির্ণয় কর।

(খ) সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[উ: (ক) $0.188\ ms^{-1}$; (খ) সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি এবং বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তির মান 3.158×10^{-3} J অর্থাৎ গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির মান সমান।] [চ. বো. ২০১৭]

২০।



আদিবা পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সরল দোলক (চিত্রানুযায়ী) নিয়ে কাজ করছিল। সে একটি নির্দিষ্ট সরণে সাম্যাবস্থা থেকে সরল দোলকটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সমান পেল।

(ক) উদ্দীপকের সরল দোলকটির পর্যায়কাল কত ?

(খ) আদিবার পরীক্ষায় লব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য কিনা—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[উ : (ক) 1.885 s ; (খ) সাম্যাবস্থা থেকে $\frac{A}{\sqrt{2}}$ বা, 0.2 m সরণে দোলকটির বিভব শক্তি ও গতি শক্তি সমান। অর্থাৎ আদিবার পরীক্ষালব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য।] [সি. বো. ২০১৭]

২১। A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m এবং B স্থানে 0.9 m। দোলকে ব্যবহৃত ববের ব্যাসার্ধ 0.75 cm।

(ক) A দোলকটির ববের কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

(খ) A-হতে B-তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন বাড়বে না, কমবে ? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

[উ: (ক) $3.1416\ rad\ s^{-1}$; (খ) B স্থানে ওজন A স্থানের ওজনের 0.9 গুণ। অর্থাৎ A হতে B-তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে ওজন কমবে।] [দি. বো. ২০১৭]

২২। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন একটি বস্তুর বেগ $3\ m\ s^{-1}$ যখন সরণ 4 m এবং বেগ $4\ m\ s^{-1}$ যখন সরণ 3 m।

(ক) দোলনের বিস্তার ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

(খ) বস্তুটির ভর 50 kg হলে, দোলনের মোটশক্তি নির্ণয় কর। [উ: (ক) 5 m, 6.28 s; (খ) 625.66 J] [বুয়েট ২০০৫–২০০৬]

২৩। একটি বস্তুকণা সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলছে যার গতির সমীকরণ $x = 6\cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ m ; $t = 2$ s পরে বস্তুটির সরণ, বেগ ও ত্বরণ কত ? [উ: 3 m, $-48.97\ m\ s^{-1}$, $-266.48\ m\ s^{-2}$] [কুয়েট ২০০৬–২০০৭]

২৪। $3\frac{d^2x}{dt^2} + 27x = 0$ সমীকরণটি একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন বর্ণনা করে। এই স্পন্দনের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ? [উ: 3 rad] [ঢা. বি. ২০১৫–২০১৬, ২০১৩–২০১৪]

২৫। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 20 \sin(\omega t + \delta)$। এই গতির পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 5 cm হলে কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক, আদি দশা ও 10 s পরে দশা নির্ণয় কর।
[উ: 0.209 rad s^{-1}; 14.47°; 134.47°] [রুয়েট ২০০৭–২০০৮]

২৬। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে 40 g ভরের একটি বস্তু সরল স্পন্দনে স্পন্দিত হওয়ার সময় বস্তুটি তার সাম্যাবস্থান থেকে সর্বাধিক 12 cm দূরে সরে যাচ্ছে এবং বস্তুটির পর্যায়কাল 1.5 s। স্প্রিং -এর সাম্যাবস্থান থেকে 6 cm দূরের অবস্থানে বস্তুটির দ্রুতি কত?
[উ : 0.435 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০৭–২০০৮]

২৭। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.02 m s^{-1}। কণাটির বিস্তার 5 mm হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?
[উ: 1.57 s] [কুয়েট ২০১৫–২০১৬]

২৮। একটি বস্তু $x = 3 \cos(40\,t)$ অনুসারে সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে, যেখানে x-এর পরিমাপ মিটারে এবং t এর পরিমাপ সেকেন্ডে। এর সর্বোচ্চ বেগের মান কত?
[উ: 120 m s^{-1}] [বুটেক্স ২০১৬–২০১৭]

২৯। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.03 m s^{-1} ও বিস্তার 0.00 6 m হলে পর্যায়কাল কত?
[উ: 1·26 s] [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৫–২০১৬]

৩০। একটি ওজন মাপার স্প্রিং নিক্তির উপর দাঁড়ানোর পর তুমি লক্ষ্য করলে যে সাম্যাবস্থায় আসার পূর্বে নিক্তির কাঁটাটি সাম্যাবস্থার দুপাশে কয়েকবার দোল খায়। দোলনকাল 0.8 s হলে এবং তোমার ভর 64 kg হলে নিক্তির স্প্রিং ধ্রুবক কত?
[উ: 3947.84 N m^{-1}] [বুয়েট ২০০১–২০০২]

৩১। 1 m কার্যকরী দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের ববের ভর 300 g, দোলকটিকে সাম্যাবস্থা থেকে 60° কোণে নিয়ে গিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। ববটির গতিশক্তি বের কর যখন এটি সাম্যাবস্থা দিয়ে অতিক্রম করে এবং যখন সুতা সাম্যাবস্থার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।
[উ: 1.47 J; 1.07 J] [রুয়েট ২০০১৫–২০১৬]

৩২। একটি লিফটের ছাদ থেকে একটি সরল দোলক ঝুলানো আছে। লিফ্‌ট চলার সময় এই দোলকের দোলনকাল লিফটের স্থির অবস্থানের তুলনায় যদি অর্ধেক হয় তাহলে লিফটের ত্বরণের মান ও দিক নির্ণয় কর।
[উ: 29.4 m s^{-1} উর্ধ্বমুখী] [কুয়েট ১৯৯৫–১৯৯৬, ২০০৫–২০০৬]

৩৩। একটি হালকা স্প্রিংয়ে 50×10^{-3} kg ঝুলানো হলে, 10×10^{-2} m দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে। দোলনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর।
[উ: 0.634 s] [জা. বি. ২০১৭–২০১৮]

৩৪। $I_1 = I_{o1} \sin 300\,t$ এবং $I_2 = I_{o2} \sin[300\,(t + T/6)]$ সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত (ক) প্রবাহের মধ্যে দশা পার্থক্য কত? (খ) দ্বিতীয় প্রবাহের দশা কত? (গ) প্রথম প্রবাহের কম্পাঙ্ক কত?
[উ: (ক) 50 T; (খ) 50 T; (গ) $\frac{150}{\pi}$ Hz বা 47.75 Hz] [কুয়েট ২০০৩–২০০৪]

৩৫। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin\left(12\,t - \frac{\pi}{3}\right)$, যেখানে y-এর একক মিটার, t এর একক সেকেন্ড এবং দশার একক রেডিয়ান। 6.28 s সময়ে বস্তুটির ত্বরণ কত?
[উ: 1.25 km s^{-2}]
[কুয়েট ২০১৫–২০১৬]

৩৬। সরল দোলনগতি সম্পন্ন কোনো বস্তু কণার গতির সমীকরণ $x = 20 \sin\left(31\,t - \frac{\pi}{6}\right)$ হলে সর্বাধিক বেগ কত m s^{-1}?
[উ: 620 m s^{-1}] [শা.বি.প্র. বি. ২০১৬–২০১৭]

৩৭। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে উক্ত দোলক দিনে কত সময় হারাবে?
[উ: 428.79 s]
[বুয়েট ২০০৭–২০০৮]

৩৮। একটি পাহাড়ের পাদদেশে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয়। এটিকে পাহাড়ের সর্বোচ্চ শৃঙ্গে নিয়ে গেলে প্রতিদিন 2 মিনিট ধীরে চলে। পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km)। [উ: 8.9 km]
[কুয়েট ২০০৪–২০০৫]

৩৯। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য ঢাকায় 100 cm এবং কাঠমুন্ডুতে 95 cm। কোনো বস্তুকে কাঠমুন্ডু হতে ঢাকায় আনলে এর ওজনের কী পরিবর্তন হবে?
[উ: 0.05% বৃদ্ধি পাবে] [চুয়েট ২০১৩–২০১৪]

৪০। যদি কোনো স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1 m হয়, তবে যে দোলক সেই স্থানে প্রতি মিনিটে 2000 দোল দেয় এর দৈর্ঘ্য বের কর। [উ: 2.25 m] [রুয়েট ২০১০–২০১১]

৪১। পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 s। একে চন্দ্রপৃষ্ঠে নিলে এর দোলনকাল হয় 4.5 s। পৃথিবীর ভর ও চন্দ্রের ভরের অনুপাত 81 হলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ: 4 ঃ 1]
[রুয়েট ২০০৩–২০০৪, ২০১১–২০১২]

৪২। কোনো সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 200% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে? [উ: $2\sqrt{3}$ s]
[বুয়েট ২০০৫–২০০৬; রুয়েট ২০০৬–২০০৭]

৪৩। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে 95 cm এবং চট্টগ্রামে 100 cm। কোনো বস্তুর ওজন রাজশাহীতে 95 gm–wt হলে চট্টগ্রামে এর ওজন কত? [উ: 100 gm–wt)
[রুয়েট ২০০৯–২০১০, ২০০৬–২০০৭; চুয়েট ২০০৪–২০০৫]

৪৪। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 20 \sin(\omega t + \delta)$। এই গতির পর্যায়কাল 20 s এবং আদি সরণ 5 cm হলে কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক, আদি দশা ও 10 s পরে দশা নির্ণয় কর।
[উ: 0.209 rad s^{-1}; 14.477° বা, 0.2527 rad; 134.43° বা 2.346 rad] [রুয়েট ২০০৭–২০০৮]

৪৫। একটি বস্তুর সরল ছন্দিত গতি $x = 10 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ m সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। $t = 2$ s সময়ে উক্ত বস্তুর (ক) সরণ, (খ) বেগ ও (গ) ত্বরণ নির্ণয় কর।
[উ: (ক) 67.07 m; (খ) 111.07 m s^{-1}; (গ) 1744.71 m s^{-2}] [বুয়েট ২০০৩–২০০৪]

৪৬। প্রমাণ কর যে, একটি প্লাটফর্ম 4.9 m বিস্তারে কাঁপতে শুরু করলে এর উপর একজন মানুষ দাঁড়িয়ে থাকলে, তার পা প্লাটফর্ম হতে আলাদা হবার জন্য প্লাটফর্মের কৌণিক কম্পাঙ্ক $\sqrt{2}$ হতে হবে। [রুয়েট ২০১৫–২০১৬]

৪৭। 2 m s^{-1} বেগে চলন্ত 4 kg ভরের একটি বস্তু, স্প্রিংযুক্ত ভারশূন্য ও 100 N m^{-1} স্প্রিং ধ্রুবক সম্পন্ন বাম্পারের সঙ্গে সংঘর্ষ হয়। স্প্রিংটির সর্বোচ্চ সংকোচন কত হবে? [উ: 0.4 m] [বুটেক্স ২০১৬–২০১৭]

৪৮। 2 N m^{-1} স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য সাম্যাবস্থান থেকে 0.1 m বৃদ্ধি করলে এর বিভবশক্তি কত হবে?
[উ: 0.001 J] [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৬–২০১৭]

৪৯। একটি 10 m দৈর্ঘ্যের স্কেল ভারকেন্দ্র বরাবর ঝুলিয়ে স্কেলটির একটি দোলন সম্পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে?
[উ: 6.34 s] [য. বি. প্র. বি. ২০১৫–২০১৬]

৫০। একটি দোলকের দোলনকাল 2 s এর বেশি। ফলে দৈনিক 20 s ধীরে চলে। এর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে ঠিক 2 s দোলনকালে দুলবে? [উ: দৈর্ঘ্য 0.046% হ্রাস করতে হবে।] [চুয়েট ২০১৫–২০১৬; কুয়েট ২০১০–২০১১]

৫১। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে হলে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কতটুকু পরিবর্তন করতে হবে?
[উ: 125% বাড়াতে হবে।] [চুয়েট ২০০৩–২০০৪; সি. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৩; য. বো. ২০০৮; ব. বো. ২০০৮, ২০১২; কু. বো. ২০০৯]

৫২। তাপের ফলে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.041 s হলো। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় কত ধীরে চলবে? [উ: 72.24 s] [রুয়েট ২০০৪–২০০৫]

৫৩। যদি 60 kg ওজনের একটি লোক 4 m দৈর্ঘ্যের একটি দোলনায় বসে 3 m বিস্তারে দুলতে থাকে, তাহলে লোকটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি কত? [উ: 661·5 J] [ঢা. বি. ২০১৬–২০১৭]

৫৪। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ পরিবর্তন করলে এর দোলনকাল দ্বিগুণ হবে?
[উ: দৈর্ঘ্য 4 গুণ করতে হবে।] [বুয়েট ২০১৩–২০১৪]

৫৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 2.5 গুণ বৃদ্ধি করলে এর দোলনকাল কত হবে? [উ: 3.74 s]
[য. বি. প্র. বি. ২০১৬–২০১৭]

৫৬। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 ঃ 16। পৃথিবীপৃষ্ঠে g-এর মান 9.81 m s^{-2} হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে g-এর মান কত? [উ: 1.94 m s^{-2}] [কু. বো. ২০০৭; রা. বো. ২০০৮, ২০১১]

৫৭। কোনো স্প্রিং-এর একপ্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্ক কত হবে? [উ: 1.11 Hz] [য. বো. ২০০১; সি. বো. ২০১০]

৫৮। A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 98 cm এবং B স্থানে 96 cm। কোনো বস্তুকে A স্থান থেকে B স্থানে নিয়ে গেলে এর ওজন কতগুণ বাড়বে বা কমবে? [উ: $\frac{1}{49}$ গুণ কমবে।]

৫৯। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য ঢাকায় 100 cm এবং রাজশাহীতে 96 cm। কোনো বস্তুকে রাজশাহী থেকে ঢাকায় নিলে এর ওজন কতগুণ বাড়বে? [উ: $\frac{1}{24}$ গুণ বাড়বে] [রুয়েট ২০০৬–২০০৭]

৬০। একটি সেকেন্ড পেন্ডুলাম বিশিষ্ট ঘড়ি প্রতিদিন আধা মিনিট (30 s) লাভ করে। পেন্ডুলামটি সঠিক সময় দিতে হলে এর সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটাতে হবে? ($g = 980$ cm s^{-2}) [উ: দৈর্ঘ্য 10006945 গুণ বা, 0.6945% বাড়াতে হবে।] [রুয়েট ২০০৭–২০০৮]

৬১। ভূ-পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81m s^{-2}। 8.85 km উঁচু A পাহাড়ের নিকটবর্তী অপর একটি পাহাড় B তে নিয়ে সরল দোলককে দোলালে তা এক ঘণ্টায় 1780 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে।

(ক) সরল দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত?

(খ) B পাহাড়টির উচ্চতা A পাহাড়ের তুলনায় বেশি উঁচু কি-না—গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।

[উ: (ক) 0.994 m; (খ) B পাহাড়ের উচ্চতা 71.9 km অর্থাৎ B পাহাড়টি A পাহাড়ের তুলনায় বেশি উঁচু।]

[রা. বো. ২০১৯]

৬২। রতন কলেজের গ্রীষ্মের ছুটি কাটাতে দাদার বাড়িতে বেড়াতে গিয়ে ধাতব পেন্ডুলামযুক্ত একটি দেয়াল ঘড়ি দেখতে পেল যার পেন্ডুলামটি 1 s সময়ে বাম দিক হতে ডান দিকে যায়। ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে 120 s সময় হারাল।। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6450$ km, $g = 9.8$ m/s^2]

(ক) উদ্দীপকের আলোকে পাহাড়ের উচ্চতা কত?

(খ) ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে যাওয়ার পরও দোলনকাল অপরিবর্তিত রাখতে কী ব্যবস্থা নিতে হবে—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[উ: (ক) 8.97 km; (খ) দৈর্ঘ্য 0.276 cm কমাতে হবে।] [ঢা. বো. ২০১৯]

৬৩। 9.81 m s^{-2} অভিকর্ষজ ত্বরণ বিশিষ্ট কোনো স্থান হতে আবির একটি খনির গভীরে ও একটি পাহাড়ের চূড়ায় একটি সেকেন্ড দোলককে নিয়ে দেখলো, উভয় স্থানে দোলকটি ঘণ্টায় 30 s ধীরে চলে। আবিরের বন্ধু জিসান বলল, এই তথ্যাবলি হতে পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m]

(ক) খনির গভীরে দোলকটির দোলনকাল নির্ণয় কর।

(খ) জিসানের উক্তির সঠিকতা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

[উ: (ক) 2.0168 s ; (খ) 53.78 km অর্থাৎ জিসানের উক্তি সঠিক] [কু. বো. ২০১৯]

৬৪। কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 sec। উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। এরপর দোলকটিকে 712 km উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়ায় নেয়া হলো।

(ক) উদ্দীপকের দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 40% বৃদ্ধি করলে দোলনকাল কত হবে? নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি সেকেন্ড দোলক হবে কি? গাণিতিক মতামত দাও।

[উ: (ক) 2.13 s ; (খ) পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল 2.00025 s ≈ 2 s অর্থাৎ পাহাড়ের চূড়ায় দোলনটি সেকেন্ড দোলক হবে।] [চ. বো. ২০১৯]