

পরিবর্তিত শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যসূচির আলোকে প্রণীত এবং জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড
কর্তৃক অনুমোদিত একাদশ-দ্বাদশ শ্রেণির পাঠ্যপুস্তকের বর্ধিত সংস্করণ
[পুনঃঅনুমোদন স্মারক নং শি.স./১৩২/১৭/৭৩২ তারিখ : ১৩/০৫/২০১৮]

পদার্থবিজ্ঞান

প্রথম পত্র

একাদশ-দ্বাদশ শ্রেণি

রচনায়

ডক্টর শাহজাহান তপন

বি.এসসি.(অনার্স-প্রথম শ্রেণি); এম.এসসি. (প্রথম শ্রেণি);
এম.এড. (প্রথম শ্রেণিতে প্রথম); পিএইচ.ডি. (এম.এস.ইউ)
প্রফেসর (অব.), পদার্থবিজ্ঞান, শিক্ষা ও গবেষণা ইনস্টিটিউট, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়।

মুহম্মদ আজিজ হাসান

বি.এসসি.(অনার্স), এম.এসসি. (প্রথম শ্রেণি)
প্রফেসর (অব.), পদার্থবিজ্ঞান বিভাগ, ইডেন মহিলা
বিশ্ববিদ্যালয় কলেজ, ঢাকা। প্রাক্তন অধ্যক্ষ, সরকারি সফর
আলী কলেজ, আড়াইহাজার, নারায়ণগঞ্জ। প্রাক্তন প্রভাষক
ও প্রফেসর, পদার্থবিজ্ঞান বিভাগ, সরকারি রাজেন্দ্র
বিশ্ববিদ্যালয় কলেজ, ফরিদপুর। প্রাক্তন সহযোগী অধ্যাপক,
পদার্থবিজ্ঞান বিভাগ, ইডেন মহিলা বিশ্ববিদ্যালয় কলেজ,
ঢাকা। প্রাক্তন প্রভাষক, সহকারী অধ্যাপক ও সহযোগী
অধ্যাপক, পদার্থবিজ্ঞান বিভাগ, সরকারি বি.এল.
বিশ্ববিদ্যালয় কলেজ, দৌলতপুর, খুলনা। প্রাক্তন সহযোগী
অধ্যাপক, নবাবগঞ্জ সরকারি কলেজ, চাপাই নবাবগঞ্জ।

ডক্টর রানা চৌধুরী

বি.এসসি.(অনার্স-প্রথম শ্রেণি);
এম.এসসি. (প্রথম শ্রেণি);
পিএইচ.ডি. (এম.এস.ইউ)
প্রাক্তন সহযোগী ও সহকারী অধ্যাপক, পদার্থবিজ্ঞান
বিভাগ, ইডেন মহিলা বিশ্ববিদ্যালয় কলেজ, ঢাকা।
প্রাক্তন প্রভাষক, পদার্থবিজ্ঞান বিভাগ, সরকারি রাজেন্দ্র
বিশ্ববিদ্যালয় কলেজ, ফরিদপুর।

পরিমার্জিত ও বর্ধিত সংস্করণ, ২০১৯

হাসান বুক হাউস ঢাকা

প্রকাশক :

হাসান বুক হাউস-এর পক্ষে

ড. ভক্তিময় সরকার

বি.এসসি. (অনার্স), এম.এসসি. (ফাস্ট ক্লাস), পিএইচ.ডি.

১৫-১৬, প্যারী দাস রোড, বাংলাবাজার, ঢাকা-১১০০

ফোন : ৪৭১১৫০৬২ # ৪৭১১৬১৫১

গ্রন্থস্বত্ব : সেলিনা শাহজাহান

নাসরিন হাসান

আরেফা চৌধুরী

[এনসিটিবি কর্তৃক পুনঃঅনুমোদিত]

প্রথম প্রকাশ	: জুলাই, ২০১৩
দ্বিতীয় সংস্করণ	: জুন, ২০১৪
তৃতীয় সংস্করণ	: মে, ২০১৫
পরিমার্জিত ও বর্ধিত সংস্করণ	: জুন, ২০১৬
পরিমার্জিত ও বর্ধিত দ্বিতীয় সংস্করণ	: জুন, ২০১৭
পরিমার্জিত ও বর্ধিত তৃতীয় সংস্করণ	: মে, ২০১৮
পরিমার্জিত ও বর্ধিত চতুর্থ সংস্করণ	: জুন, ২০১৯
পুনর্মুদ্রণ	: জানুয়ারি, ২০২০

মূল্য : ৩৪৫.০০ টাকা মাত্র

মুদ্রণে :

মৈত্রী প্রেস এন্ড পাবলিকেশন্স

২৪/সি শ্রীশ দাস লেন, ঢাকা।

পরিমার্জিত ও বর্ধিত চতুর্থ সংস্করণের ভূমিকা

শ্রদ্ধেয় শিক্ষকমণ্ডলী এবং স্নেহের শিক্ষার্থীরা সবসময়ই আমাদের পদার্থবিজ্ঞানের বই পছন্দ করেছেন। আল্লাহ-এর অশেষ রহমতে এবারো তার ব্যতিক্রম হয়নি। শ্রদ্ধেয় শিক্ষকমণ্ডলী ও স্নেহের শিক্ষার্থীদের আগ্রহে পদার্থবিজ্ঞান-প্রথম পত্র বইটির পরিমার্জিত ও বর্ধিত চতুর্থ সংস্করণ প্রকাশিত হলো।

আশা করি, পরিমার্জিত ও বর্ধিত চতুর্থ সংস্করণটি শ্রদ্ধেয় শিক্ষকমণ্ডলী ও স্নেহের শিক্ষার্থীদের প্রত্যাশা পূরণে সক্ষম হবে। বইখানির উন্নতির ব্যাপারে যেকোনো পরামর্শ ও গঠনমূলক সমালোচনা সাদরে গৃহীত হবে।

জুন, ২০১৯

ধন্যবাদান্তে—
লেখকবৃন্দ

আমাদের কথা

আলহামদুলিল্লাহ। আল্লাহ-এর অশেষ রহমতে অবশেষে আমাদের পদার্থবিজ্ঞান-প্রথম পত্র বইটি বেরুলো। বইটি পাঠ্যপুস্তক বোর্ড কর্তৃক অনুমোদিত নয়। কেন বইটি অনুমোদন পেল না সেটা আমরা জানি না, আমাদের জানানো হয়নি। আমরা শুনেছি অনুমোদনের জন্য ১৩ খানা বই জমা পড়েছিল। ১০ খানা বই-এর অনুমোদন দেওয়া হয়েছে। আমাদের বইটি সম্ভবত ১৩তম স্থান অধিকার করেছে। এতদিন প্রথম দিক থেকে প্রথম ছিলাম, এবার শেষ দিক থেকে প্রথম! এরপরও অনেক শিক্ষক, শিক্ষার্থী ও অভিভাবক বিম্বিত হয়ে আমাদেরকে বইটি প্রকাশের অনুরোধ করেন।

পদার্থবিজ্ঞান তথা বিজ্ঞানের সূত্র, তত্ত্ব, ব্যাখ্যা, প্রতিপাদন অগ্রগতি কারো অনুমোদন-এর উপর নির্ভর করে না। পৃথিবীর শত শত দেশে শত শত বছর ধরে লক্ষ লক্ষ শিক্ষক-শিক্ষিকা কোটি কোটি ছাত্র-ছাত্রীকে কারো অনুমোদন ব্যতীতই বিজ্ঞান শিক্ষা দিয়ে বিজ্ঞানের অগ্রগতি তথা সভ্যতাকে আজকের এই পর্যায়ে নিয়ে এসেছেন।

তবে বিভিন্ন রাষ্ট্র তাদের প্রয়োজন, চাহিদা ও সংস্কৃতির নিরিখে বিশ্ববিদ্যালয়ের আগ পর্যন্ত কোন্ কোন্ বিষয় কতটুকু শিক্ষা দেওয়া হবে তা সেটা শিক্ষাক্রম (Curriculum) আকারে নির্ধারণ করে দেন। কিন্তু তা কীভাবে পড়ানো হবে, শ্রেণিকক্ষে কীভাবে উপস্থাপনা করা হবে তা ঐ পর্যায়ের শিক্ষকদের উপরই নির্ভর করে। আর অভিজ্ঞ শিক্ষক ও ব্যক্তিবর্গ তাদের জ্ঞান ও অভিজ্ঞতার আলোকে শিক্ষক ও শিক্ষার্থীর সুবিধা ও সাহায্যার্থে পুস্তক রচনা করেন। আমাদের দেশেও এতদিন তাই ছিল। বিভিন্ন জন বিভিন্ন পুস্তক রচনা করেছেন। বাংলাদেশে ১৯৯৮ সাল থেকে উচ্চ মাধ্যমিক পর্যায়ে বই-এর অনুমোদনের ব্যাপারটা শুরু হয়।

বাংলা মাধ্যম চালু হওয়ার আগে বিংশ শতাব্দীর বিশের দশকে লেখা বসু ও চ্যাটার্জীর পদার্থবিজ্ঞান, লাডলি মোহন মিত্রের রসায়ন, এ.সি. মিত্রের জীববিজ্ঞান আর দাশ ও মুখার্জীর গণিতের বইগুলো পড়েই এই উপমহাদেশে বিজ্ঞান শিক্ষার প্রসার ঘটেছে। আমরা পেয়েছি বিশ্ববিখ্যাত বিজ্ঞানী থেকে শুরু করে প্রকৌশলী, চিকিৎসক ও বিভিন্ন বিষয়ের প্রাতঃস্মরণীয় শিক্ষকদের।

বাংলা ভাষায় শিক্ষা দান শুরু হলে ড. মুসলিম উদ্দীন, কামিনী মোহন সাহা, তোফাজ্জল হোসেন, নাসির উদ্দিন প্রামাণিক, ড. আবুল কাসেম প্রমুখ পদার্থবিজ্ঞানের উচ্চ মাধ্যমিক স্তরে পাঠ্যপুস্তক রচনা শুরু করেন। পরবর্তীকালে পদার্থবিজ্ঞানের পাঠ্যপুস্তকে আধুনিকতার সূচনা করেন মোহাম্মদ ইসহাক এবং নুরুলবী তালুকদার। প্রায় একই সময়ে ১৯৮২ সাল থেকে আমরা তিন বন্ধু আমাদের শ্রেণিকক্ষে শিক্ষাদানের অভিজ্ঞতার আলোকে, ক্লাস রুমের পঠনের মতো করে এবং চলিত ভাষায় পদার্থবিজ্ঞান-এর পাঠ্যপুস্তক রচনা করি। আল্লাহ-এর অশেষ শুকর যে এরপর থেকে আমাদের বই-এর বিভিন্ন সংস্করণ শিক্ষক ও শিক্ষার্থীদের অকুণ্ঠ সমর্থন লাভ করে। তাদের পরামর্শমতো আমরা নিয়মিত বই-এর উন্নতি সাধনের চেষ্টা করে আসছি। এরপর থেকে পাঠ্যপুস্তক বোর্ডের নিজস্ব যে মাধ্যমিক স্তরের বই আছে, সেখানেও আমরাই অন্যতম প্রণেতা। ১৯৯৬ সালে প্রকাশিত বোর্ডের মাধ্যমিক পদার্থবিজ্ঞান যা ২০১৪ সালের এসএসসি পরীক্ষা পর্যন্ত বলবৎ থাকবে, তা আমাদের তিন বন্ধুরই রচিত। নতুন সিলেবাসে সদ্য প্রকাশিত (২০১৩) মাধ্যমিক পদার্থবিজ্ঞানের বই লেখার জন্য বোর্ড কর্তৃক অনুরুদ্ধ হয়ে আমাদের দুজন তাতে অংশ নেন।

এ বইটি বোর্ডে জমা দেওয়া বই-এরই বর্ধিত সংস্করণ। আমরা শতভাগ শিক্ষাক্রম তথা সিলেবাস অনুসরণ করেছি। আমাদের বইয়ে আমরা প্রতিটি অধ্যায়ে শিক্ষাক্রমের শিখন ফল তুলে দিয়েছি এবং কোন্ অনুচ্ছেদ পাঠ করলে তা অর্জিত হবে সেটা বিবৃত করেছি। বইটি অনুমোদন না হওয়ার পরও যখন আমাদের প্রকাশক সুশিক্ষক ড. ভক্তিময় সরকার বইটি প্রকাশে আগ্রহ প্রকাশ করলেন, তখন আমরা সিলেবাসের অন্তর্ভুক্ত বিষয়বস্তু উপস্থাপনায় ও সাজানোতে, অনুশীলনী তৈরিতে, শিক্ষার্থীর উপলব্ধি, অনুধাবন ও ভবিষ্যৎ উচ্চ শিক্ষার কথা বিবেচনা করে কিছুটা স্বাধীনতা গ্রহণ করেছি। এই রকম একটি সাহসী সিদ্ধান্ত গ্রহণ করে আমাদের কৃতজ্ঞতাপাশে আবদ্ধ করেছেন ড. ভক্তিময় সরকার। তাঁকে জানাচ্ছি আমাদের আন্তরিক ধন্যবাদ। এখন আমাদের দেশের জ্ঞানী ও নিবেদিতপ্রাণ শিক্ষকরা এবং আমাদের দেশ ও জাতির ভবিষ্যৎ আমাদের দেশের শ্রেষ্ঠ ও মেধাবী শিক্ষার্থীরাই বিবেচনা করবে বইটি বোর্ড কর্তৃক অনুমোদিত শিক্ষাক্রম অনুযায়ী লেখা হয়েছে কীনা? এ বই পড়ে পদার্থবিজ্ঞান উপলব্ধি ও অনুধাবনে, শিক্ষার্থীদের সুপ্ত সৃজনশীলতার বিকাশ ঘটবে কী না?

যদি আমাদের শিক্ষকরা বইটিকে সঠিক মনে করেন আর শিক্ষার্থীরা তাদের চাহিদা পূরণে সক্ষম বলে মনে করে, তাহলে আমরা মনে করবো আমাদের পরিশ্রম সার্থক হয়েছে। বইটির উন্নতির জন্য আপনাদের যেকোনো সমালোচনা, পরামর্শ, সাহায্য ও সহযোগিতা কামনা করছি।

ধন্যবাদান্তে—
ড. শাহজাহান তপন
মুহম্মদ আজিজ হাসান
ড. রানা চৌধুরী

পাঠ্যসূচি

প্রথম অধ্যায় : ভৌতজগৎ ও পরিমাপ (পিরিয়ড ১৬)

ভৌতজগতের প্রকৃতি, পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর ও বিশ্বায়ক অবদান
পদার্থবিজ্ঞান : ধারণা, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য, অনুকল্প, তত্ত্ব এর অর্থ।

পদার্থবিজ্ঞান ও অন্যান্য জ্ঞানের জগৎ
রসায়ন, গণিত ও জীববিজ্ঞান, জ্যোতির্বিজ্ঞান, প্রযুক্তির বিভিন্ন শাখা, চিকিৎসাবিজ্ঞান, কৃষি বিজ্ঞান, সাহিত্য ও সংস্কৃতি, সমাজবিজ্ঞান দর্শন, খেলাধুলা।
স্থান, সময় ও ভর, সনাতনী ধারণা, আধুনিক ধারণা

মৌলিক ও লব্ধ একক, পরিমাপের মূলনীতি, পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ এবং গুরুত্ব
আর্কিমিডিস, গ্যালিলিও, নিউটন, ইয়াং, ফ্যারাডে, রাদারফোর্ড, আইনস্টাইন, ম্যাক্স প্লাঙ্ক
পরিমাপে ত্রুটি, যান্ত্রিক, পর্যবেক্ষণমূলক, এলোমেলো, পুনরাবৃত্তিক

পরিমাপ্য রাশির শুদ্ধতরমান নির্ধারণ
ব্যবহারিক : স্কেরোমিটার এর ব্যবহার, নিজির সাহায্যে দোলন পদ্ধতিতে ভর নির্ণয়

দ্বিতীয় অধ্যায় : ভেক্টর (পিরিয়ড ১০)

ভেক্টর : ধর্ম, চিহ্ন, ভেক্টর প্রকাশ: বল, ঘূর্ণন বল, কৌণিক ভরবেগ, তল
বিশেষ ভেক্টর : একক ভেক্টর, নাল ভেক্টর, অবস্থান ভেক্টর, সরণ ভেক্টর

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন নিয়ম
লব্ধাংশের সাহায্যে ভেক্টর রাশির যোজন ও বিয়োজন : ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারের ভেক্টরের বিভাজন, স্কেলার গুণন ও ভেক্টর গুণন, পদার্থবিজ্ঞানে ক্যালকুলাস, ব্যবহার, গুরুত্ব
ভেক্টর ক্যালকুলাস : অন্তরীকরণ, যোগজীকরণ
ভেক্টর অপারেটরের ব্যবহার : গ্র্যাডিয়েন্ট, ডাইভারজেন্স, কার্ল

তৃতীয় অধ্যায় : গতিবিদ্যা (পিরিয়ড ১০)

জড় কাঠামো : পরম গতি, আপেক্ষিক গতি
গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা, অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় ও লেখচিত্র

প্রক্ষেপকের গতি, পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, সুমম বৃত্তীয় গতি

চতুর্থ অধ্যায় : নিউটনীয় বলবিদ্যা (পিরিয়ড ২২)

বলের স্বভাসমূলক ধারণা, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র, নিউটনের গতি সূত্রগুলোর মধ্যে সম্পর্ক, নিউটনের গতি সূত্রের ব্যবহার
ঘোড়ার গাড়ি, নৌকার গুনটানা, বন্দুকের গুলি ছোড়া, মহাশূন্যে অভিযান, নিউটনের গতি সূত্রের সীমাবদ্ধতা

বল, ক্ষেত্র ও প্রাবল্যের ধারণা, রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা

ধারণা, সংরক্ষণশীলতা যাচাই, নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র ও ভরবেগের নিত্যতা

জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগ, কৌণিক ভরবেগ সংক্রান্ত রাশিমালা

কৌণিক সরণ, কৌণিক বেগ, কৌণিক ত্বরণ

টর্ক : টর্ক, জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণ

ব্যবহারিক : একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয়

কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা, কেন্দ্রমুখী এবং কেন্দ্রবিমুখী বল

ধারণা, ব্যবহার, সংঘর্ষ : ধারণা, স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ, একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও সমস্যা

পঞ্চম অধ্যায় : কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা (পিরিয়ড ১২)

কাজ ও শক্তির সার্বজনীন ধারণা

বল, সরণ এবং কাজ

স্থির বল এবং পরিবর্তনশীল বল

স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষ বল এবং সম্পাদিত কাজ

গতিশক্তি : গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন, সমস্যা সমাধান

ব্যবহারিক : স্প্রিং-এর বিভব শক্তি নির্ণয়, শক্তির নিত্যতার নীতির ব্যবহার : উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা, সরল ছন্দিত গতির শক্তি

ক্ষমতা, বল ও বেগ : সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল, কর্মদক্ষতা

ষষ্ঠ অধ্যায় : মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ (পিরিয়ড ১৫)

পড়ন্ত বস্তুর গ্যালিলিওর সূত্র, ব্যবহারিক, পড়ন্ত বস্তুর গ্যালিলিওর সূত্র যাচাই, গ্রহের গতি সম্পর্কিত

কেপলারের সূত্র, নিউটনের সূত্র হতে কেপলারের সূত্র

মহাকর্ষীয় প্রবলক ও অভিকর্ষ ত্বরণের সম্পর্ক, মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার : গোলকের মধ্যে ও বাহিরে

বিভিন্ন স্থানে, মহাকর্ষ : বল, ক্ষেত্র প্রাবল্য, বিভব, অভিকর্ষীয় ত্বরণের পরিবর্তন, উচ্চতা, আকার, আয়তন

অভিকর্ষ কেন্দ্র, মুক্তিবেগ, মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার

প্রাকৃতিক*সম্পদের অনুসন্ধান, কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে যোগাযোগ, বস্তু গবেষণা

সপ্তম অধ্যায় : পদার্থের গাঠনিক ধর্ম (পিরিয়ড ১৬)

পদার্থের আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল, কঠিন, তরল, বায়বীয়

পদার্থের বন্ধন, আয়নিক বন্ধন, সমযোজী বন্ধন, ধাতব বন্ধন, ভ্যানডারওয়ালস বন্ধন

আন্তঃআণবিক বল ও পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা, স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত রাশিমালা

স্থিতিস্থাপকতা, নমনীয় বস্তু, পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু, পূর্ণ দৃঢ় বস্তু, স্থিতিস্থাপক সীমা, অসহ ভার, অসহ

পীড়ন, স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি, বিকৃতি (দৈর্ঘ্য, আকার ও আয়তন), পীড়ন (দৈর্ঘ্য, আকার ও আয়তন)

হকের সূত্র : পীড়ন-বিকৃতির সম্পর্ক

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক : ইয়ং-এ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

পয়সনের অনুপাত, ব্যবহারিক : ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

প্রবাহীর প্রবাহ, ধারণা, স্রোতরেখা প্রবাহ, বিক্ষিপ্ত প্রবাহ

প্রান্তিক বেগ : সান্দ্রতা ও সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, ঘর্ষণ ও সান্দ্রতা, স্টোকস-এর সূত্র, পৃষ্ঠ টান ও পৃষ্ঠ শক্তি, স্পর্শ কোণ

পৃষ্ঠটানের ব্যবহার, পানির তলে পোকামাকড়ের চলাচল, সাবানের ফেনা, গাছে পানির পরিবহন, তরলের পৃষ্ঠে সুইয়ের অবস্থান

অষ্টম অধ্যায় : পর্যাবৃত্তিক গতি (পিরিয়ড ১২)

পর্যাবৃত্ত, স্থানিক পর্যাক্রম, কালিক পর্যাক্রম, পর্যাবৃত্তি গতি, সরল ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্য, সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট রাশি, সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমীকরণ

সরল দোলন গতি, ধারণা, অন্তরক সমীকরণ, ব্যবহার

সরল দোলকের গতি, সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির মধ্যে সম্পর্ক

ব্যবহারিক : স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়, স্প্রিং এর সাহায্যে ভরের তুলনা

নবম অধ্যায় : তরঙ্গ (পিরিয়ড ১৪)

তরঙ্গের উৎপত্তি, তরঙ্গ ও শক্তি, তরঙ্গ, আড় তরঙ্গ, লম্বিক তরঙ্গ, অগ্রগামী তরঙ্গ

অগ্রগামী তরঙ্গ : ধারণা, গাণিতিক রাশিমালা, তরঙ্গের তীব্রতা, ধারণা, গাণিতিক রাশিমালা

উপরিপাতন নীতি, স্থির তরঙ্গ, ধারণা, স্থির শর্ত, গাণিতিক রাশিমালা

ব্যবহারিক : মেলডির পরীক্ষা, অনুবাদ

শব্দের তীব্রতা ও তীব্রতার লেভেল, বিট, ধারণা, গাণিতিক রাশিমালা

স্বরধ্বাম ও হারমোনিজ, সংগীতগুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান, সোরগোল ও সংগীতগুণ এবং এদের প্রভাব

দশম অধ্যায় : আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব (পিরিয়ড ১৩)

আদর্শ গ্যাস, সূত্র, সমীকরণ

ব্যবহারিক : বয়েলের সূত্র যাচাই, গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য, গ্যাসের অণুর আণবিক গতি তত্ত্ব, গ্যাসের গতি তত্ত্ব ও আদর্শ গ্যাসের সূত্র, শক্তির সমবিভাজন নীতি, জলীয় বাষ্প ও বায়ুর চাপ

ধারণা, জলীয় বাষ্প ও বায়ুর চাপের সম্পর্ক, শিশিরাক্ত ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা, ধারণা, শিশিরাক্ত ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার সম্পর্ক

ব্যবহারিক : নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রের সাহায্যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়।

মান বন্টন

পদার্থবিজ্ঞান-প্রথম পত্র

তত্ত্বীয় = ৭৫

১। ৮টি সৃজনশীল প্রশ্ন থাকবে; ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

২। ২৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থাকবে; সবগুলোর উত্তর দিতে হবে।

$$10 \times 5 = 50$$

$$25 \times 1 = 25$$

$$\text{মোট} = 75$$

ব্যবহারিক = ২৫

১। একটি পরীক্ষা

১২

(তত্ত্ব : ৩ নম্বর; যন্ত্রপাতি ব্যবহার ও উপাত্ত সংগ্রহ : ৫ নম্বর এবং উপাত্তের হিসাব ও বিশ্লেষণ : ৪)

২। ব্যাখ্যাসহ ফলাফল উপস্থাপনা

৫

৩। মৌখিক অভীক্ষা

৫

৪। নোট বুক

৩

$$\text{মোট} = 25$$

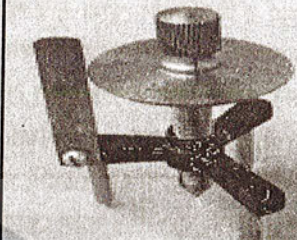
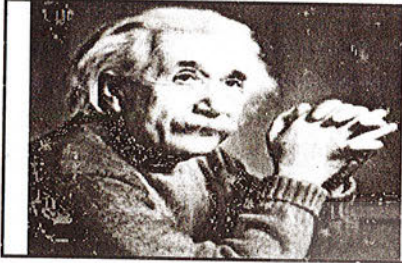
* প্রতিটি পরীক্ষা দৈবচয়ন (লটারি) এর মাধ্যমে নির্বাচন করতে হবে।

সূচিপত্র

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা	অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
প্রথম অধ্যায়: ভৌতজগৎ ও পরিমাপ ১-৪৫			তৃতীয় অধ্যায় : গতিবিদ্যা ১২৮-২১৮		
১.১	ভৌতজগতের প্রকৃতি	২	৩.১	প্রসঙ্গ কাঠামো	১২৯
১.২	পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর ও বিশ্বায়কর অবদান	২	৩.২	জড় এবং অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো	১২৯
১.৩	পদার্থবিজ্ঞানের কতিপয় বিষয়	৩	৩.৩	পরম স্থিতি ও পরম গতি	১৩০
১.৪	পদার্থবিজ্ঞান ও অন্যান্য জ্ঞানের জগৎ	৫	৩.৪	আপেক্ষিক গতি	১৩০
১.৫	স্থান, কাল ও ভর	৮	৩.৫	গতি বিষয়ক কতগুলো রাশি	১৩১
১.৬	পরিমাপের মূলনীতি	৯	৩.৬	অবস্থান-সময় লেখচিত্র	১৩৬
১.৭	মৌলিক ও লব্ধ রাশি এবং একক	১০	৩.৭	বেগ-সময় লেখচিত্র	১৩৮
১.৮	মাত্রা	১১	৩.৮	গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের ব্যবহার : গতির সমীকরণ প্রতিপাদন	১৩৯
১.৯	বিভিন্ন রাশির সংকেত, একক ও মান লেখার পদ্ধতি	১৫	৩.৯	পড়ন্ত বস্তু	১৪৪
১.১০	পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ ও গুরুত্ব	১৬	৩.১০	প্রক্ষেপক বা প্রাসের গতি	১৪৯
১.১১	পরিমাপের ত্রুটি	১৯	৩.১১	বৃত্তীয় বা বৃত্তাকার গতি	১৫৫
১.১২	পরিময়ে রাশির শুদ্ধতর মান নির্ধারণ	২২	৩.১২	সুষম বৃত্তাকার গতিতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ	১৬০
১.১৩	তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক	২৪		সার-সংক্ষেপ	১৬৩
১.১৪	পরিমাপের কয়েকটি যন্ত্র	২৫		গাণিতিক উদাহরণ	১৬৪
১.১৫	ব্যবহারিক	২৯		অনুশীলনী	১৮৫
	সার-সংক্ষেপ	৩৩	চতুর্থ অধ্যায় : নিউটনীয় বলবিদ্যা.. ২১৯-৩১৯		
	গাণিতিক উদাহরণ	৩৪	৪.১	বলের স্বজামূলক ধারণা	২২০
	অনুশীলনী	৩৫	৪.২	মৌলিক বল	২২২
দ্বিতীয় অধ্যায় : ভেক্টর..... ৪৬-১২৭			৪.৩	নিউটনের গতিসূত্র	২২৪
২.১	ভেক্টর রাশি ও স্কেলার রাশি	৪৭	৪.৪	নিউটনের প্রথম গতি সূত্র	২২৪
২.২	ভেক্টর রাশির কয়েকটি বিশেষ উদাহরণ	৪৭	৪.৫	নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্র : বলের পরিমাপ	২২৫
২.৩	ভেক্টর রাশির প্রকাশ	৪৮	৪.৬	নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্র ও রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা	২২৭
২.৪	কতিপয় ভেক্টর	৪৮	৪.৭	ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ	২২৮
২.৫	ভেক্টর বীজগণিত : ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ	৫১	৪.৮	নিউটনের গতিসূত্র ও ভরবেগের নিত্যতা সূত্রের কয়েকটি ব্যবহার	২২৯
২.৬	ভেক্টরের বিভাজন	৫৭	৪.৯	নিউটনের গতি সূত্রসমূহের পারস্পরিক সম্পর্ক	২৩২
২.৭	ভেক্টরের ত্রিমাত্রিক উপাংশ ও ভেক্টর বীজগণিত	৫৯	৪.১০	নিউটনের গতি সূত্রের সীমাবদ্ধতা	২৩৩
২.৮	ভেক্টরের গুণন	৬৩	৪.১১	বল, ক্ষেত্র ও প্রাবল্য	২৩৩
২.৯	স্কেলার গুণন : স্কেলার গুণফল বা ডট গুণফল	৬৪	৪.১২	ঘূর্ণন গতি	২৩৪
২.১০	ভেক্টর গুণন : ভেক্টর গুণফল বা ক্রস গুণফল	৬৬	৪.১৩	জড়তার ভ্রামক	২৩৫
২.১১	ক্যালকুলাস : গণিতের একটি শাখা	৭০	৪.১৪	জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য	২৩৬
২.১২	ভেক্টর ক্যালকুলাস	৭৫	৪.১৫	কৌণিক ভরবেগ	২৪৩
	সার-সংক্ষেপ	৮০	৪.১৬	টর্ক	২৪৫
	গাণিতিক উদাহরণ	৮১	৪.১৭	টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক : $\tau = I\alpha$	২৪৬
	অনুশীলনী	১০০	৪.১৮	ব্যবহারিক	২৪৭
			৪.১৯	ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্রের রূপ	২৫০

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা	অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
৪.২০	কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র	২৫০	৬.৩	মহাকর্ষ	৩৯১
৪.২১	কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল	২৫১	৬.৪	নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র	৩৯১
৪.২২	কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বলের ব্যবহার :		৬.৫	গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র	৩৯২
	যানবাহন ও রাস্তার বাঁক	২৫৩	৬.৬	নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলারের	
৪.২৩	সংঘর্ষ	২৫৬		সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন	৩৯৩
৪.২৪	ঘর্ষণ	২৫৯	৬.৭	অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ	৩৯৪
৪.২৫	স্থিতি ঘর্ষণ ও সীমান্তিক ঘর্ষণ	২৬০	৬.৮	অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর পরিবর্তন	৩৯৫
৪.২৬	গতিয় ঘর্ষণ	২৬২	৬.৯	আভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র	৩৯৯
৪.২৭	আবর্ত ঘর্ষণ	২৬২	৬.১০	মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র	৪০১
৪.২৮	প্রবাহী ঘর্ষণ	২৬৩	৬.১১	মহাকর্ষ সূত্রের প্রয়োগ	৪০৫
৪.২৯	ঘর্ষণের সুবিধা ও অসুবিধা	২৬৩	৬.১২	মুক্তি বেগ	৪০৮
	সার-সংক্ষেপ	২৬৪	৬.১৩	মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার	৪০৯
	গাণিতিক উদাহরণ	২৬৫		সার-সংক্ষেপ	৪১৪
	অনুশীলনী	২৮৯		গাণিতিক উদাহরণ	৪১৫
				অনুশীলনী	৪২৭
পঞ্চম অধ্যায় : কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা			সপ্তম অধ্যায় : পদার্থের গাঠনিক ধর্ম		
৫.১	কাজ ও শক্তির সার্বজনীন ধারণা	৩২১	৭.১	পদার্থের আন্তঃআণবিক বল	৪৫২
৫.২	কাজ	৩২২	৭.২	পদার্থের তিন অবস্থা : কঠিন, তরল ও	
৫.৩	ধ্রুব বল দ্বারা সম্পাদিত বা কৃতকাজ	৩২২		বায়বীয়	৪৫২
৫.৪	পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ	৩২৫	৭.৩	পদার্থের বন্ধন	৪৫৩
৫.৫	স্থিতিস্থাপক বলের ($F \propto x$) বিপরীত কৃত		৭.৪	স্থিতিস্থাপকতা	৪৫৫
	কাজ	৩২৮	৭.৫	পদার্থের স্থিতিস্থাপক ধর্ম ও আন্তঃআণবিক	
৫.৬	অভিকর্ষ বলের ($F \propto \frac{1}{r^2}$) বিপরীতে কাজ	৩৩০		বল	৪৫৭
৫.৭	স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষ বলের বিপরীতে		৭.৬	বিভিন্ন প্রকার বিকৃতি ও পীড়ন	৪৫৭
	সম্পাদিত কাজের তুলনা	৩৩৩	৭.৭	হকের সূত্র	৪৫৯
৫.৮	শক্তি	৩৩৩	৭.৮	পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্র	৪৬০
৫.৯	যান্ত্রিক শক্তি	৩৩৪	৭.৯	স্থিতিস্থাপকতার বিভিন্ন গুণাঙ্ক	৪৬১
৫.১০	গতিশক্তি	৩৩৪	৭.১০	পয়সনের অনুপাত	৪৬৩
৫.১১	বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি	৩৩৬	৭.১১	ইস্পাত রবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক	৪৬৪
৫.১২	ব্যবহারিক	৩৩৮	৭.১২	ব্যবহারিক	৪৬৬
৫.১৩	সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বল	৩৩৯	৭.১৩	প্রবাহীর প্রবাহ	৪৬৮
৫.১৪	শক্তির নিত্যতা সূত্র বা সংরক্ষণশীলতা নীতি	৩৪০	৭.১৪	সান্দ্রতা	৪৬৯
৫.১৫	শক্তির নিত্যতার নীতির ব্যবহার	৩৪১	৭.১৫	ঘর্ষণ ও সান্দ্রতা	৪৬৯
৫.১৬	ক্ষমতা	৩৪৩	৭.১৬	সান্দ্রতা সহগ বা সান্দ্রতাক্ষ বা সান্দ্রতা গুণাঙ্ক	৪৭০
৫.১৭	কর্মদক্ষতা	৩৪৪	৭.১৭	স্টোকসের সূত্র	৪৭২
	সার-সংক্ষেপ	৩৪৬	৭.১৮	অন্ত্যবেগ বা প্রান্তিক বেগ	৪৭৩
	গাণিতিক উদাহরণ	৩৪৬	৭.১৯	সান্দ্রতা সংক্রান্ত ঘটনাবলি	৪৭৪
	অনুশীলনী	৩৬৪	৭.২০	পৃষ্ঠটান	৪৭৪
ষষ্ঠ অধ্যায় : মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ			৭.২১	পৃষ্ঠটানের আণবিক তত্ত্ব	৪৭৫
৬.১	পড়ন্ত বস্তু	৩৮৮	৭.২২	পৃষ্ঠশক্তি	৪৭৬
৬.২	ব্যবহারিক	৩৮৯	৭.২৩	স্পর্শ কোণ	৪৭৮

অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা	অধ্যায়	বিষয়বস্তু	পৃষ্ঠা
৭.২৪	পৃষ্ঠটান সম্পর্কিত কয়েকটি ঘটনা	৪৮২	৯.১৮	স্বরগ্রাম	৬১৩
	সার-সংক্ষেপ	৪৮৩	৯.১৯	সঙ্গীত গুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান	৬১৫
	গাণিতিক উদাহরণ	৪৮৬	৯.২০	নয়েজ ও সঙ্গীত গুণ এবং এদের প্রভাব	৬১৫
	অনুশীলনী	৫০২	৯.২১	তারের কম্পন	৬১৫
অষ্টম অধ্যায় : পর্যাবৃত্তিক গতি ৫২৮-৫৯০			৯.২২	টানা তারে আড় কম্পনের সূত্রাবলি	৬১৬
৮.১	পর্যাবৃত্তি	৫২৯	৯.২৩	বায়ুস্তম্ভের কম্পন	৬১৮
৮.২	পর্যাবৃত্ত গতি	৫২৯	৯.২৪	বন্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন	৬১৮
৮.৩	সরল দোলন গতি বা সরল দোল গতি বা		৯.২৫	খোলা নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন	৬১৯
	সরল ছন্দিত গতি	৫৩০	৯.২৬	ব্যবহারিক	৬২০
৮.৪	সরল দোলন গতির অন্তরক বা ব্যবকলনীয়			সার-সংক্ষেপ	৬২৩
	সমীকরণ	৫৩৯		গাণিতিক উদাহরণ	৬২৫
৮.৫	সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের			অনুশীলনী	৬৪৪
	সমাধান	৫৩২	দশম অধ্যায় : আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব ৬৭৩-৭৪৪		
৮.৬	সরল দোলন গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি	৫৩০	১০.১	আদর্শ গ্যাস	৬৭৪
৮.৭	সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে শক্তি	৫৩৬	১০.২	গ্যাস সূত্রাবলি	৬৭৪
৮.৮	সরল দোলন গতির ব্যবহার	৫৪০	১০.৩	প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপ	৬৭৭
৮.৯	উল্লম্ব স্প্রিং-এর দোলন	৫৪০	১০.৪	আদর্শ গ্যাস সমীকরণ বা গ্যাস সূত্রাবলির	
৮.১০	সরল দোলক	৫৪২		সম্বন্ধ $pV = nRT$	৬৭৮
৮.১১	সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক	৫৪৮	১০.৫	গ্যাস ধ্রুবকের মান	৬৭৯
৮.১২	ব্যবহারিক	৫৪৯	১০.৬	তাপমাত্রা ও চাপের সাথে গ্যাসের ঘনত্বের	
	সার-সংক্ষেপ	৫৫৪		গাণিতিক উদাহরণ	৬৮০
	গাণিতিক উদাহরণ	৫৫৬		১০.৭ ব্যবহারিক-১	৬৮১
	অনুশীলনী	৫৭১		১০.৮ গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্যসমূহ	৬৮৩
নবম অধ্যায় : তরঙ্গ ৫৯১-৬৭২				১০.৯ গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব	৬৮৪
৯.১	তরঙ্গের উৎপত্তি	৫৯২		১০.১০ গড়বেগ, গড়বর্গ বেগ, মূল গড় বর্গবেগ এবং	
৯.২	তরঙ্গ ও শক্তি	৫৯২		সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ	৬৮৪
৯.৩	তরঙ্গ সংক্রান্ত কতিপয় রাশি	৫৯৩	১০.১১	আদর্শ গ্যাসের চাপের রাশিমালা	৬৮৫
৯.৪	তরঙ্গ বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে		১০.১২	গ্যাসের গতিতত্ত্ব ও আদর্শ গ্যাসের সূত্র	৬৮৮
	সম্পর্ক : $v = f\lambda$	৫৯৪	১০.১৩	গড় মুক্ত পথ বা গড় নির্বাধ দূরত্ব	৬৯০
৯.৫	তরঙ্গের প্রকারভেদ	৫৯৪	১০.১৪	স্বাধীনতার মাত্রা	৬৯২
৯.৬	অগ্রগামী তরঙ্গ বা চলমান তরঙ্গ	৫৯৬	১০.১৫	শক্তির সমবিভাজন নীতি	৬৯২
৯.৭	তরঙ্গের উপরিপাতন	৫৯৭	১০.১৬	বাষ্প ও গ্যাস	৬৯৩
৯.৮	স্থির তরঙ্গ	৫৯৯	১০.১৭	সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ	৬৯৪
৯.৯	মুক্ত কম্পন ও পরবশ কম্পন	৬০১	১০.১৮	জলীয় বাষ্পের চাপ ও বায়ুর চাপের সম্পর্ক	৬৯৫
৯.১০	অনুনাদ	৬০২	১০.১৯	অর্দ্রতা	৬৯৬
৯.১১	তরঙ্গের তীব্রতা	৬০৩	১০.২০	অর্দ্রতামাপক যন্ত্র ও অর্দ্রতা নির্ণয়	৬৯৮
৯.১২	প্রমাণ তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল	৬০৫	১০.২১	অর্দ্রতামিতি সংক্রান্ত কয়েকটি ঘটনা	৭০০
৯.১৩	বিট বা স্বরকম্প	৬০৮	১০.২২	ব্যবহারিক-২	৭০১
৯.১৪	বিট গঠনের কৌশল	৬০৮		সার-সংক্ষেপ	৭০৩
৯.১৫	বিটের গাণিতিক বিশ্লেষণ	৬০৯		গাণিতিক উদাহরণ	৭০৫
৯.১৬	সুশ্রাব্য শব্দ	৬১১		অনুশীলনী	৭২৩
৯.১৭	হারমোনিক এবং স্বরগ্রাম	৬১২			



পদার্থবিজ্ঞান প্রকৃতি ও প্রকৃতির নানা ঘটনা বা প্রতিভাসকে নিয়ে আলোচনা করে। অন্য কথায়, পদার্থবিজ্ঞানের আলোচ্য বিষয় পদার্থ ও শক্তি এবং এদের পরস্পরের রূপান্তর। পদার্থবিজ্ঞান পর্যবেক্ষণ, পরিমাপ ও পরীক্ষণের মাধ্যমে আবিষ্কার করেছে নানান ধারণা, সূত্র, নীতি ও তত্ত্ব। পদার্থবিজ্ঞান একটি মৌলিক বিজ্ঞান। বিজ্ঞানের এমন কোনো শাখা নেই যা এই বিজ্ঞানের সূত্র, নীতি বা তত্ত্ব দ্বারা উপকৃত হয়নি। পদার্থবিজ্ঞান প্রকৃতির সূত্রগুলো বর্ণনা করে। এ বর্ণনা সংখ্যাগত এবং এর জন্য পরিমাপ প্রয়োজন। এ অধ্যায়ে আমরা ভৌতজগতের প্রকৃতি, পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর ও বিস্তারক অবদান, অন্যান্য বিজ্ঞানের সাথে এর সম্পর্ক, পদার্থবিজ্ঞানে পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ ও গুরুত্ব, স্থান, কাল ও ভর সম্পর্কে চিরায়ত ও আধুনিক ধারণা, পরিমাপ, পরিমাপের একক, পরিমাপের ত্রুটি ইত্যাদি নিয়ে আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

ভৌতজগৎ, মনোজগৎ, বলবিজ্ঞান, তাপ ও তাপগতিবিজ্ঞান, শব্দবিজ্ঞান, আলোকবিজ্ঞান, তাড়িতচৌম্বক-বিজ্ঞান, আধুনিক পদার্থবিজ্ঞান, ইলেকট্রনিক্স, ধারণা বা প্রত্যয়, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য, তত্ত্ব, অনুকল্প, পরিমাপ, পরিমাপের একক, মৌলিক একক, লব্ধ একক, পরিমাপের ত্রুটি।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখনফল	অনুচ্ছেদ
১	ভৌতজগতের প্রকৃতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১.১
২	পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর এবং এর উদ্দীপক অবদান ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১.২
৩	পদার্থবিজ্ঞানের ব্যবহৃত বিভিন্ন ধারণা, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য, অনুকল্প এবং তত্ত্বের অর্থ উপলব্ধি ও ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১.৩
৪	পদার্থবিজ্ঞানের সাথে জ্ঞানের বিভিন্ন শাখার সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	১.৪
৫	স্থান, সময়, ভর এবং বিভিন্ন প্রতিভাসের কার্যকারণ সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১.৫
৬	পরিমাপের মূলনীতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১.৬
৭	মৌলিক ও লব্ধ এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবে।	১.৭
৮	পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ ও গুরুত্ব ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১.১০
৯	পরিমাপের ত্রুটি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১.১১
১০	পরিমাপযোগ্য রাশির শুদ্ধতর মান নির্ধারণের কৌশল প্রয়োগ করতে পারবে।	১.১২
১১	ব্যবহারিক : ○ ফেরোমিটার ব্যবহার করে গোলায় তেলের বক্রতার ব্যাসার্ধ পরিমাপ করতে পারবে। ○ নিক্তির সাহায্যে দোলন পদ্ধতিতে বস্তুর ভর নির্ণয় করতে পারবে।	১.১৪

১.১। ভৌতজগতের প্রকৃতি

Nature of Physical World

আমরা দুটি জগতের সাথে পরিচিত—একটি হলো ভৌতজগৎ অপরটি মনোজগৎ। আমাদের চারপাশের প্রকৃতি বৈচিত্র্যময়। এতে আছে বিভিন্ন রকমের বস্তু, ঘটছে নানান রকম ঘটনা। মাটি, বায়ু, বালি, পানি, চন্দ্র, সূর্য, গ্রহ, নক্ষত্র, পদার্থের অতিক্ষুদ্র অণু, পরমাণু, ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন ইত্যাদি ভৌত জগতের অংশ। এছাড়া কোনো বস্তুকে ঘষে উত্তপ্ত করা, সূর্য ও নিউক্লিয়াস থেকে প্রাপ্ত শক্তি, সূর্যগ্রহণ, চন্দ্রগ্রহণ, ঋতু পরিবর্তন ইত্যাদি অনেক ঘটনা ভৌতজগতের অন্তর্গত।

মনোজগতে রয়েছে আমাদের মন, আমাদের আবেগ, অনুভূতি, স্নেহ-মমতা, প্রেম-ভালোবাসা, আনন্দ-বেদনা ইত্যাদি।

ভর, স্থান, শক্তি প্রভৃতি হলো ভৌত জগতের উপাদান। ভৌতজগতের প্রধান বৈশিষ্ট্য হলো, এ জগতে পরিমাপ হলো পরম (absolute) এবং পরিমাণবাচক। এ পরিমাপ সংখ্যায় প্রকাশযোগ্য। এখানে যেমন অতিক্ষুদ্র কণার ভর, আয়তন, দ্রুতি, জীবনকাল মাপা যায় তেমনি পরিমাপ করা যায় অতিবৃহৎ বস্তুর ভর, আয়তন, দ্রুতি। এসবের মান অতিক্ষুদ্র যেমন 10^{-15} m দৈর্ঘ্য, 10^{-43} s সময় থেকে অতিবৃহৎ দৈর্ঘ্য যেমন 10^{26} m এবং সময় 10^{15} s হতে পারে। ভৌত জগতে ঘটনা কতগুলো সূত্র মেনে চলে। এ জগতে যত জটিল ঘটনাই থাক না কেন তা কোনো না কোনো সহজ সূত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। ভৌতজগতের বিভিন্ন ঘটনা পর্যবেক্ষণ করে এসব সূত্র দেওয়া হয়েছে। এসব সূত্রের মধ্যে উল্লেখযোগ্য হলো আর্কিমিডিসের কোনো বস্তুর ভাসনের সূত্র, গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, নিউটনের গতিসূত্র, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, বয়েলের সূত্র, চার্লসের সূত্র, ও'মের সূত্র, ফ্যারাডের সূত্র, প্র্যাক্সের সূত্র, আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব ইত্যাদি। ভৌতজগতকে অধ্যয়নের জন্য বিভিন্ন ভাগে ভাগ করে অধ্যয়ন করা হয়। এগুলো প্রধানত-পদার্থবিজ্ঞান, রসায়ন, গণিত, আবহাওয়া বিজ্ঞান, ভূতত্ত্ব ইত্যাদি।

১.২। পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর ও বিস্ময়কর অবদান

Scope and Astonishing Contribution of Physics

আমাদের বর্তমান জ্ঞানের আলোকে বলা যায়, যে বিজ্ঞান পদার্থ ও শক্তি এবং পদার্থকে শক্তিতে রূপান্তর ও শক্তিকে পদার্থে রূপান্তর নিয়ে আলোচনা করে তাকে পদার্থবিজ্ঞান বলে। সুতরাং বিজ্ঞানের যে শাখায় পদার্থ, শক্তি এবং পদার্থ ও শক্তির সমতুল্যতা নিয়ে আলোচনা করা হয় তাকে পদার্থবিজ্ঞান বলা হয়। পদার্থবিজ্ঞানের মূল লক্ষ্য হচ্ছে পর্যবেক্ষণ, পরীক্ষণ ও বিশ্লেষণের আলোকে পদার্থ ও শক্তির রূপান্তর ও তাদের সম্পর্ক উদ্ঘাটন এবং পরিমাণগতভাবে তা প্রকাশ করা।

বিজ্ঞানের যে শাখা পদার্থ ও শক্তি নিয়ে আলোচনা করে তাকে পদার্থবিজ্ঞান বলা হলেও আসলে প্রকৃতি, প্রাকৃতিক ঘটনা ও সূত্র নিয়ে যে বিজ্ঞান আলোচনা করে তাই পদার্থবিজ্ঞান। গ্রিক শব্দ *physis* (ফুসিস) থেকে পদার্থবিজ্ঞান কথাটি এসেছে। গ্রিক ভাষায় ফুসিস শব্দের অর্থ প্রকৃতি। আমাদের দৈনন্দিন জীবনে আমরা বিভিন্ন ভৌত ঘটনার সাথে পরিচিত। যেমন প্রতিদিন সূর্য ওঠা ও অস্ত যাওয়া, আকাশে মেঘ তৈরি ও বৃষ্টি হওয়া, বছরের বিভিন্ন সময়ে ঋতু পরিবর্তন, কাঠ-কয়লার দহন ও তাপ উৎপাদন, কোনো বস্তুর গতি, সূর্যগ্রহণ, চন্দ্রগ্রহণ ইত্যাদি। পর্যবেক্ষণের ভিত্তিতে এই সকল বিভিন্ন ভৌত ঘটনার ব্যাখ্যা দেয়া হয়েছে। প্রকৃতির বহু জটিল ঘটনাকে আমরা সরল নিয়ম দ্বারা প্রকাশ করতে পারি। যেমন একটি সহজ নিয়ম হলো : চন্দ্র ও পৃথিবীর গতির কারণে কোনো সময় যদি চন্দ্র পৃথিবী ও সূর্যের মাঝে এসে পড়ে তাহলে সূর্যগ্রহণ হয়।

পদার্থবিজ্ঞানে আমরা নানান রকম ভৌত ঘটনা ও অভিজ্ঞতা নিয়ে কাজ করি। এসব ঘটনা বিস্ময়কর, আবার শিক্ষামূলকও। গাছ থেকে আপেল পড়া আমাদের মহাকর্ষের দিকে চালিত করে। পানির ফোঁটা আমাদের পৃষ্ঠটান বুঝতে সহায়তা করে। বাষ্পের তাপশক্তি ইঞ্জিন চালায়। টোল বাজালে কম্পনের ফলে শব্দ উৎপন্ন হয়। নক্ষত্র থেকে আসা আলো নক্ষত্র সম্পর্কে আমাদের জানতে সহায়তা করে। তড়িৎের জ্ঞানতো আমাদের বর্তমান সভ্যতার তথা দৈনন্দিন জীবন যাপন প্রণালির মূল ভিত্তি। তড়িৎ ছাড়া আমরা কিছুই কল্পনা করতে পারি না। এ ছাড়াও আরও অনেক রকম বিস্ময় নিয়ে আমরা পদার্থবিজ্ঞানে কাজ করি। বিজ্ঞানের চাবিকাঠি হলো পদার্থবিজ্ঞান। বিজ্ঞানের একটি মৌলিক শাখা পদার্থবিজ্ঞান যা বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার ভিত্তি তৈরি করেছে।

বিজ্ঞানের এমন কোনো শাখা খুঁজে পাওয়া দুষ্কর যেখানে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান নেই। কৃষিবিজ্ঞান, চিকিৎসাবিজ্ঞান, প্রকৌশলবিজ্ঞান, আবহাওয়াবিজ্ঞান, জ্যোতির্বিজ্ঞান, সমুদ্রবিজ্ঞান, জীববিজ্ঞান ইত্যাদিতে পদার্থবিজ্ঞানের পদ্ধতি ও যন্ত্রপাতির ব্যবহার রয়েছে। পঠন পাঠনের সুবিধার জন্য পদার্থবিজ্ঞানকে আমরা প্রধানত নিম্নোক্ত শাখাগুলোতে ভাগ করতে পারি। (১) বলবিজ্ঞান, (২) তাপ ও তাপগতিবিজ্ঞান, (৩) শব্দ বিজ্ঞান, (৪) আলোকবিজ্ঞান, (৫) তাড়িতচৌম্বকবিজ্ঞান, (৬) কঠিন অবস্থার পদার্থবিজ্ঞান, (৭) আধুনিক পদার্থবিজ্ঞান, (৮) ইলেকট্রনিক্স ইত্যাদি।

বলবিজ্ঞান পদার্থের (যেমন কঠিন, তরল ও বায়বীয় পদার্থ) বিভিন্ন সূত্রের সাথে জড়িত। বলবিজ্ঞান জড়তা, গতি, বল ইত্যাদি সংক্রান্ত ধারণা আলোচনা করে।

তাপ ও তাপগতিবিজ্ঞানে আলোচ্য বিষয় তাপমাত্রার পার্থক্যের দরুন তাপের সঞ্চালন বা প্রবাহ, তাপকে কাজে রূপান্তরের মাধ্যমে তাপীয় ইঞ্জিনের সৃষ্টি ইত্যাদি।

শব্দবিজ্ঞান আলোচনা করে শব্দের উৎপত্তি, সঞ্চালন, বিভিন্ন মাধ্যমে শব্দের দ্রুতি, শব্দের ব্যবহার এবং শব্দ দূষণ।

আলোকবিজ্ঞান পাঠে জানা যায় আমরা কেন দেখতে পাই, হীরকের দ্রুতি কী করে হয়, আলো কীভাবে সঞ্চালিত হয়। বিভিন্ন আলোকীয় যন্ত্র আমাদের বিভিন্ন কাজে কীভাবে সহায়তা করে।

তাড়িতচৌম্বকবিজ্ঞানের আলোচ্য বিষয় স্থির ও গতিশীল আধান, তড়িৎ ও চৌম্বকক্ষেত্রের পারস্পরিক সম্পর্ক। তড়িৎ ও চুম্বকের মৌলিক সূত্রাবলি, তাদের ব্যবহার এবং নানাবিধ তড়িৎ যন্ত্রপাতি নিয়েও আলোচনা করা হয় এই শাখায়।

কঠিন অবস্থার পদার্থবিজ্ঞান কঠিন পদার্থের গঠন ও ভৌত ধর্ম নিয়ে আলোচনা করে।

আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের আলোচ্য বিষয় কোয়ান্টাম তত্ত্ব, পারমাণবিক ও নিউক্লিয় পদার্থবিজ্ঞান ও আপেক্ষিকতা তত্ত্ব। ভরকে শক্তিতে রূপান্তর এবং শক্তিকে ভরে রূপান্তর ইত্যাদি।

ইলেকট্রনিক্সের আলোচ্য বিষয় অর্ধপরিবাহী পদার্থ, অর্ধপরিবাহী ডায়োড, ট্রানজিস্টর, যোগাযোগের বিভিন্ন মাধ্যম—রেডিও, টেলিভিশন, ফোন, ফ্যাক্স, কম্পিউটার, ইন্টারনেট ইত্যাদি।

আমরা আগেই বলেছি যে, পদার্থবিজ্ঞান হলো মৌলিক ও এক বিশ্বয়কর বিজ্ঞান যা বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার ভিত্তি রচনা করেছে। পদার্থবিজ্ঞানে অতিক্ষুদ্র কণা (ইলেকট্রন, প্রোটন, ফোটন, পরমাণু, অণু ইত্যাদি অতিক্ষুদ্র আণুবীক্ষণিক কণা) নিয়ে যেমন কাজ করা হয় তেমনি অতিবৃহৎ বস্তু (সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ, নক্ষত্র, পৃথিবী, গ্যালাক্সি ইত্যাদি) নিয়েও কাজ করা হয়। পদার্থবিজ্ঞান বিষয়টি কিছু মৌলিক ধারণা প্রদান করে যা থেকে আণুবীক্ষণিক ও চাক্ষুষ জগতের প্রাকৃতিক ঘটনা বুঝতে পারা যায়।

পদার্থবিজ্ঞান আমাদের নিকট অনেক বিচিত্র বিশ্বয়কর চ্যালেঞ্জ উপস্থাপন করে। পদার্থবিজ্ঞানের সংজ্ঞা ও ধারণা থেকে বোঝা যায় এটি অত্যন্ত প্রসারণশীল এক বিজ্ঞান যার কোনো শেষ নেই। কেউ দাবি করতে পারবেন না যে, তার পদার্থবিজ্ঞানের পূর্ণ জ্ঞান আছে। বর্তমানকালে কেউ পদার্থবিজ্ঞান থেকে মুক্ত থাকতে পারেন না। পদার্থবিজ্ঞান একটি সহজ ও আনন্দদায়ক বিষয়। পদার্থবিজ্ঞান বুঝতে হলে পরীক্ষণ সম্পাদন করতে হয়। পরীক্ষণের অভিজ্ঞতা বিশ্বয়কর, আনন্দদায়ক, শিক্ষামূলক এবং পদার্থবিজ্ঞানের সূত্র বের করতে সহায়তা করে।

বিংশ শতাব্দীতে পদার্থবিজ্ঞানের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ অবদান হলো মহাশূন্য অভিযান। চাঁদে মানুষের পদার্পণ থেকে শুরু করে মঙ্গলগ্রহে অভিযানসহ মহাশূন্য স্টেশনে মাসের পর মাস মানুষের বসবাস জ্ঞানের ক্ষেত্রে অসামান্য অগ্রগতি। কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে সারা বিশ্বের সাথে আমাদের যোগাযোগ, আবহাওয়ার পূর্বাভাস প্রদান ইত্যাদি সহজ হয়েছে। ইলেকট্রনিক্স আমাদের দৈনন্দিন জীবনে নিয়ে এসেছে বিপ্লব, পাল্টে দিচ্ছে জীবনযাপন প্রণালি। ক্যালকুলেটর, রেডিও, টেলিভিশন, সিনেমা, মোবাইল ফোন, ইন্টারনেট, ডিজিটাল ক্যামেরা, আইপ্যাড, কম্পিউটার ইত্যাদি ইলেকট্রনিক্স সরঞ্জাম, সবই সম্ভব হয়েছে পদার্থবিজ্ঞানের জন্য। পদার্থবিজ্ঞান জীবজগতের কল্যাণের জন্য জড় জগতের বিভিন্ন ঘটনা নিয়ে কাজ করে।

১.৩। পদার্থবিজ্ঞানের কতিপয় বিষয়

Few Terms of Physics

পদার্থবিজ্ঞান পাঠের পূর্বে কিছু বিষয় সম্পর্কে আমাদের জানা প্রয়োজন। এগুলো পদার্থবিজ্ঞান সম্পর্কে জানতে ও বুঝতে আমাদের সহায়তা করে। এদেরকে বিভিন্ন নামে ও ভাগে আলোচনা করা হলেও এরা নিবিড়ভাবে সম্পর্কযুক্ত এবং এদের মধ্যে পার্থক্য টানা বেশ কঠিন।

১. ধারণা বা প্রত্যয় (Concept)

ধারণা হলো কোনো ভাব বা চিন্তাধারা বা কোনো অমূর্ত নীতি বা কোনো সাধারণ অভিমত। কোনো কিছু সম্পর্কে সঠিক উপলব্ধি বা বোধগম্যতা হলো ঐ বিষয় সম্পর্কে ধারণা।

যেমন বলের ধারণা হলো : বল বলতে আমরা বুঝি এমন কিছু যা কোনো স্থির বস্তুকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং গতিশীল বস্তুর গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায়। যেকোনো ধরনের বলের বেলায় বল সম্পর্কিত আমাদের ধারণা এটাই।

২. অনুকল্প (Hypothesis)

কোনো কিছু সম্পর্কে অনুসন্ধানের যে অনুমিত সিদ্ধান্ত নেওয়া হয় তাকে অনুকল্প বলে। কোনো ঘটনার ব্যাখ্যা প্রদান বা কোনো যুক্তি প্রমাণের সম্ভাব্য উপায় সম্পর্কে প্রদত্ত চিন্তাধারা বা ধারণা প্রমাণের জন্য অনুকল্প ধরা হয়। অনুকল্প পর্যবেক্ষিত ঘটনার প্রাথমিক ব্যাখ্যা প্রদান করে। এটি সঠিক নাও হতে পারে। অনুকল্পের সত্যতা যাচাইয়ের জন্য পরীক্ষা সম্পাদন করা হয়। পরীক্ষায় অনুকল্পের সত্যতা প্রমাণিত হলে তা তত্ত্বে পরিণত হয়। এমন কিছু অনুকল্প আছে যার সম্পর্কে কোনো সন্দেহ নেই তবু তা এখনো অনুকল্প হিসেবেই আছে যেমন-অ্যাভোগাড্রোর অনুকল্প (Avogadro's hypothesis)।

৩. তত্ত্ব (Theory)

কোনো কিছু ব্যাখ্যার জন্য যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা, ভাব বা ধারণা তাকে তত্ত্ব বলে। পরীক্ষা-নিরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত অনুকল্পকে তত্ত্ব বলে। তত্ত্ব একটি সার্বিক ধারণা। বৈজ্ঞানিক তত্ত্বের সাহায্যে প্রকৃতিকে সবচেয়ে সার্থকভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। কোনো অনুকল্প পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত না হলে তা পরিত্যক্ত হয় এবং নতুন অন্য এক অনুকল্প ধরে পুনরায় পরীক্ষা চালাতে হয়। সুতরাং সকল তত্ত্বই অনুকল্প, কিন্তু সকল অনুকল্পই তত্ত্ব নয়। এটি যে বিষয় নিয়ে পরীক্ষা-নিরীক্ষা করা হবে শুধু সে বিষয়ের মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে না। এটি প্রবর্তকের ও বিষয়ের নামের সাথে সংযুক্ত করে বলা হয় যেমন আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব, ডারউইনের বিবর্তন তত্ত্ব, প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্ব।

৪. সূত্র (Law)

সাধারণভাবে কোনো নির্দিষ্ট শর্ত বা অবস্থায় সব সময় কী ঘটবে তার বর্ণনা হলো সূত্র। যখন যুক্তি ও পর্যবেক্ষণে কোনো তত্ত্ব অনেক পরীক্ষা নিরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণিত হয় এবং এর মূল কথাগুলো এক বা একাধিক বাক্যের মাধ্যমে বা সমীকরণ আকারে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে সূত্র বলা হয়। সুতরাং সকল সূত্রই তত্ত্ব, কিন্তু সকল তত্ত্বই সূত্র নয়। পদার্থবিজ্ঞানে প্রকৃতির নীতির সেই বর্ণনা যা সূত্রের বর্ণিত আওতার মধ্যে পড়ে তা সকল ক্ষেত্রে খাটে। কোনো কোনো সূত্র রয়েছে এর আবিষ্কারক বা প্রতিষ্ঠাতার নামে যেমন বয়েলের সূত্র ও চার্লসের সূত্র। আবার কোনো কোনো সূত্রের নাম হয়েছে বিষয়ের নামে। যেমন ভরবেগের নিত্যতার সূত্র, শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র। আবার কোনো কোনো সূত্রের নামকরণ হয়েছে আবিষ্কারক ও বিষয় উভয়ের নামে। যেমন, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র ও গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর সূত্র।

৫. স্বীকার্য (Postulate)

যে সার্বিক বিবৃতি দিয়ে কোনো বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব শুরু হয় তাকে স্বীকার্য বলে। সাধারণত কোনো বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব একটি সার্বিক বিবৃতি দিয়ে শুরু হয়। স্বীকার্য হলো তা যা বিনা প্রমাণে সত্য বলে স্বীকার করে নিয়ে এর উপর ভিত্তি করে কোনো যুক্তি বা তত্ত্ব প্রদান করা হয়। স্বীকার্য তত্ত্বটির ভিত্তি প্রদান করে। স্বীকার্য হলো একটি প্রস্তাবনা যার প্রমাণের প্রয়োজন হয় না। একে নিজে থেকে প্রতিষ্ঠিত অথবা সত্য বলে স্বীকার করার কোনো সুনির্দিষ্ট উদ্দেশ্য থাকে এবং এটি অন্য কোনো প্রস্তাবনা প্রমাণের জন্য ব্যবহার করা হয়। যেমন গ্যাসের অণুসমূহের গতি সম্পর্কে কিছু ধারণাকে সত্যরূপে ধরে নিয়ে গ্যাসের গতিসূত্র ব্যবহার করে গ্যাসের আচরণ ব্যাখ্যা করা হয়। আইনস্টাইনের বিশেষ আপেক্ষিক তত্ত্ব দুটি মৌলিক স্বীকার্যের উপর প্রতিষ্ঠিত। ১৯০৫ সালে আইনস্টাইন এ স্বীকার্য দুটি প্রদান করেন। আবার পদার্থবিজ্ঞানী নীলস বোর তাঁর পরমাণু মডেলের ভিত্তি হিসাবে তিনটি স্বীকার্য প্রদান করেন।

৬. নীতি (Principle)

যেসব সাধারণ সূত্র বিজ্ঞান বা পদার্থবিজ্ঞানের ভিত্তি তাদের বলা হয় নীতি। কোনো যুক্তিতর্ক বা কাজের ভিত্তি হিসাবে যে মৌলিক সত্য বা তত্ত্বকে বিবেচনা করা হয় তাই নীতি। যে সকল প্রাকৃতিক সত্য সুস্পষ্টভাবে প্রমাণ করা যায় এবং যার সাহায্যে অনেক প্রাকৃতিক ঘটনা ব্যাখ্যা ও প্রমাণ করা যায় তাকেই নীতি বলা হয়। যেমন-হাইজেনবার্গের অনিশ্চয়তা নীতি ও তরঙ্গের উপরিপাতনের নীতি।

১.৪। পদার্থবিজ্ঞান ও অন্যান্য জ্ঞানের জগৎ

Physics and other World of Knowledge

পদার্থবিজ্ঞান ও গণিত

আমরা জানি যে, পদার্থবিজ্ঞান প্রকৃতি ও এর সূত্র নিয়ে আলোচনা করে। আমরা যদি গণিত ব্যবহার করি তাহলে প্রকৃতির বর্ণনা অনেক বেশি সহজ হয়। পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন তত্ত্ব ও সূত্র গণিত ব্যবহার করে ব্যাখ্যা করা হয়েছে; যেমন ধরা যাক, দুটি বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষ বল এদের ভরের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এ কথাটিকে গণিতের সাহায্যে সহজে লেখা যায় যে,

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

গণিতের বিভিন্ন শাখা যেমন বীজগণিত, ত্রিকোণমিতি ও ক্যালকুলাসকে মৌলিক সমীকরণ থেকে বিভিন্ন রাশি বের করার জন্য ব্যবহৃত হয়। দুই বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষ বল নির্ণয়ের উপরিউক্ত সমীকরণটি যদি আমরা জানি তাহলে আমরা ক্যালকুলাসের যোগজীকরণ ব্যবহার করে কোনো সুষম দণ্ডের লব্ধিবিন্দুর উপর স্থাপিত কোনো কণার উপর ঐ দণ্ডের জন্য মহাকর্ষ বল বের করতে পারি।

পদার্থবিজ্ঞানের ভাষা হলো গণিত। গণিতের জ্ঞান ব্যতীত প্রকৃতির নিয়ম ও সূত্রগুলো আবিষ্কার, উপলব্ধি ও ব্যাখ্যা করা কঠিন হয়ে পড়তো। প্রকৃতিকে জানা ও বোঝা হলো পদার্থবিজ্ঞান—আর যে ডিলাক্স কোচ আমাদের সেখানে নিয়ে যায় তা হলো গণিত। সুতরাং পদার্থবিজ্ঞান অধ্যয়ন করতে হলে পদার্থবিজ্ঞান ও গণিতের সম্পর্ক সুস্পষ্টভাবে উপলব্ধি করতে হবে।

পদার্থবিজ্ঞান ও রসায়ন

পরমাণুর গঠন, তেজস্ক্রিয়তা, এক্সরে অপবর্তন ইত্যাদি বর্তমান কালের রসায়নে বিপ্লব এনেছে। এসব ধারণা পর্যায় সারণিতে মৌলের পুনর্বিন্যাস, কোনো নমুনায় ঐ পদার্থের উপস্থিতি উদ্ঘাটন, যোজ্যতা, রাসায়নিক বন্ধনের প্রকৃতি জানা, জটিল রাসায়নিক গঠন বোঝা ইত্যাদিতে সহায়তা করেছে। রসায়নের শাখা ভৌত রসায়ন, কোয়ান্টাম রসায়ন ইত্যাদি পদার্থবিজ্ঞানের সাথে নিবিড়ভাবে সম্পর্কযুক্ত। পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন তত্ত্ব, সূত্র ও নীতি এগুলোর অধ্যয়নকে সহজ করে দিয়েছে।

পদার্থবিজ্ঞান ও জীববিজ্ঞান

পদার্থবিজ্ঞানের অগ্রগতির ফলে জীববিজ্ঞান বিভিন্নভাবে উপকৃত হয়েছে। জীববিজ্ঞানের বিভিন্ন কাজে অপটিক্যাল মাইক্রোস্কোপ ব্যবহৃত হচ্ছে। ইলেকট্রন মাইক্রোস্কোপ উদ্ভিদ ও প্রাণিকোষের গঠন দেখাকে সম্ভব করেছে। নিউক্লিক এসিডের গঠন বুঝতে সহায়তা করেছে এক্সরে ও নিউট্রন অপবর্তন যা জীবনের সক্রিয়তার জন্য প্রয়োজনীয় জীবনসম্পৃক্ত প্রক্রিয়া নিয়ন্ত্রণে সহায়তা করেছে। বিভিন্ন জীবদেহে সংঘটিত শারীরবৃত্তিক (physiological) প্রক্রিয়া যেমন ব্যাপন (diffusion) অসমোসিস (osmosis) ইত্যাদি পদার্থবিজ্ঞানের নীতি ব্যবহার করে ব্যাখ্যা করা যায়। বিভিন্ন ঘটনা যেমন প্রাণিসত্ত্বার সঞ্চালন পদার্থবিজ্ঞানের সূত্র দ্বারা পরিচালিত হয় বা ব্যাখ্যা করা যায়।

পদার্থবিজ্ঞান ও চিকিৎসাবিজ্ঞান

চিকিৎসাবিজ্ঞানে পদার্থবিজ্ঞানের উল্লেখযোগ্য অবদান রয়েছে। রোগ নির্ণয়ে পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন যন্ত্রপাতি যেমন এক্সরে মেশিন, মাইক্রোস্কোপ, আলট্রাসোনোগ্রাম, ইসিজি (ECG) মেশিন, এমআরআই (MRI) মেশিন, সিটিস্ক্যান, এন্ডোসকোপি,

এনজিওগ্রাম, ইটিটি, ইলেকট্রোকার্ডিওগ্রাম ইত্যাদি মেশিন ব্যবহার করা হয়। ক্যানসার ও চর্মরোগের চিকিৎসায় ব্যবহৃত রেডিওথেরাপিতে রেডিও আইসোটোপ ব্যবহার করা হয়। ছত্রাক ও ব্যাকটেরিয়াকে বিকিরিত করে নতুন উৎপাদ তৈরি হয় যা এনজাইম, ভিটামিন ও অ্যান্টিবায়োটিক তৈরিতে ব্যবহৃত হয়।

সুতরাং চিকিৎসাবিজ্ঞানে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান অপরিসীম। পদার্থবিজ্ঞানীদের আবিষ্কৃত বিভিন্ন যন্ত্রপাতির সাহায্যে হৃদরোগ, ক্যানসার ইত্যাদি জটিল রোগ নির্ণয় সহজ করে দিয়েছে। ফলে যথোপযুক্ত চিকিৎসা প্রদান সম্ভব হচ্ছে।

পদার্থবিজ্ঞান ও জ্যোতির্বিজ্ঞান

বিজ্ঞানী গ্যালিলিও নির্মিত দূরবীক্ষণ যন্ত্র নাক্ষত্রিক জগতের বিভিন্ন বস্তু সম্পর্কে জানতে সহায়তা করেছে। মার্কিন যুক্তরাষ্ট্র ও রাশিয়ায় মানমন্দিরে স্থাপিত অতিবৃহৎ টেলিস্কোপ সৌরজগতের গ্রহ ও উপগ্রহ সম্পর্কে জানতে আমাদের সমর্থ করেছে। রেডিও টেলিস্কোপ ব্যবহার করে কোয়াসার, পালসার ইত্যাদি আবিষ্কার করা সম্ভব হয়েছে। এটি আমাদের বিশ্বজগতের দূরতম সীমা পর্যন্ত জানতে সক্ষম করেছে। পদার্থবিজ্ঞানের অত্যাধুনিক ফটোগ্রাফিক টেকনিক জ্যোতির্বিজ্ঞানের বিভিন্ন ক্ষেত্রের অধ্যয়নে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করেছে।

পদার্থবিজ্ঞান ও প্রযুক্তির বিভিন্ন শাখা

সকল বিজ্ঞানের মধ্যে পদার্থবিজ্ঞান হলো সবচেয়ে বেশি মৌলিক। সমাজের উন্নয়নে প্রযুক্তি বিকাশে পদার্থবিজ্ঞান গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করেছে। পদার্থবিজ্ঞান ও প্রযুক্তি পরস্পরের সাথে অঙ্গাঙ্গীভাবে জড়িত। পদার্থবিজ্ঞান যেমন প্রযুক্তির বিকাশে সহায়তা করেছে তেমনি প্রযুক্তিও পদার্থবিজ্ঞানে নতুন ধারণার জন্ম দিয়েছে। বিজ্ঞানী জুলের তাপকে কাজে রূপান্তর এবং মাইকেল ফ্যারাডের তাড়িতচৌম্বক আবেশ আবিষ্কার শুধু সমাজকে উপকৃত করেনি বরং প্রযুক্তির ভিত্তি তৈরি করেছে। পদার্থবিজ্ঞানের উপর ভিত্তি করে প্রযুক্তিতে যেসব অগ্রগতি ঘটেছে তার কয়েকটি নিচে দেওয়া হলো:

১. লিভার সিস্টেমের সাহায্যে অনেক গুরুত্বপূর্ণ ও দরকারি মেশিনের নকশা করা সম্ভব হয়েছে।
২. প্রবাহীর প্রবাহের জ্ঞান উড়েজাহাজের নকশা তৈরিতে আমাদের সহায়তা করেছে।
৩. তাপকে কাজে রূপান্তর তাপ ইঞ্জিন তৈরির দিকে আমাদের চালিত করে।
৪. অর্ধপরিবাহী জাংশন ডায়োড ও ট্রানজিস্টরের আবিষ্কার রেডিও, টেলিভিশন, কম্পিউটার ও রোবট তৈরি করা সম্ভব করেছে।
৫. কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাস, যোগাযোগ, গবেষণা, গোয়েন্দাগিরি ইত্যাদি কাজ করা সম্ভব হচ্ছে।
৬. চিকিৎসাবিজ্ঞানে এক্সরে, আলট্রাসোনোগ্রাফি, ইসিজি, এমআরআই, ইকোকার্ডিওগ্রাফি, এনডোস্কপি ও এনজিওগ্রাম করা সম্ভব হচ্ছে পদার্থবিজ্ঞানের অবদানের কারণে। এগুলো চিকিৎসা জগতে বিপ্লব এনেছে।
৭. নিউক্লিয় ফিশানের আবিষ্কার আমাদের শক্তির বিপুল উৎসের সন্ধান দিয়েছে। নিউক্লিয়ার পাওয়ার স্টেশন ও নিউক্লিয় বোমার জন্য প্রয়োজনীয় বিপুল পরিমাণ শক্তি পাওয়া যাচ্ছে ভরকে শক্তিতে রূপান্তরের মাধ্যমে।
৮. লেজার রশ্মির আবিষ্কার মানবদেহের ক্যানসার, গলব্লাডার ও কিডনি থেকে পাথর অপসারণ, চোখের বিভিন্ন রোগের উন্নত চিকিৎসা সম্ভব করেছে।

সুতরাং পদার্থবিজ্ঞানের অগ্রগতি প্রযুক্তিকে উন্নত করেছে এবং ঘটিয়েছে শিল্প বিপ্লব। প্রযুক্তির ভিত্তি হলো পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রাবলি।

পদার্থবিজ্ঞান ও সমাজবিজ্ঞান

সমাজবিজ্ঞান হলো সমাজ সম্পর্কিত বিজ্ঞান। এ বিজ্ঞান সমাজের গঠন, বিবর্তন, সামাজিক গোষ্ঠী, অনুষ্ঠান, প্রতিষ্ঠান ইত্যাদি সম্পর্কে আলোচনা করে। পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন তত্ত্ব ও এদের সাহায্যে প্রযুক্তির বিকাশ সমাজে নানা প্রভাব ফেলেছে। পদার্থবিজ্ঞানে নতুন চিন্তার বিকাশ ও আবিষ্কার সমাজের উপর প্রভাব বিস্তার করে আসছে। প্রকৃতির বিভিন্ন সূত্রের আবিষ্কার মানুষের দর্শন ও সংস্কৃতিকে প্রভাবিত করেছে। পরিবহন ও যোগাযোগ ব্যবস্থায় অগ্রগতি পৃথিবীর মানুষকে অনেক কাছাকাছি নিয়ে এসেছে। ছোট হয়ে আসছে পৃথিবী। পৃথিবীর একপ্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে, দূর-দূরান্তে আমরা কয়েক ঘণ্টা বা দিনে দিনে পৌছাতে পারি। আমরা চাঁদে পর্যন্ত যেতে পেরেছি পরিবহন ব্যবস্থার অগ্রগতির ফলে।

পৃথিবীর বিভিন্ন সভ্যতা ও সংস্কৃতির মানুষের ঘন ঘন মেলামেশা তাদেরকে অনেক কাছাকাছি নিয়ে এসেছে। পরিবহন ব্যবস্থা পুরো মানব সভ্যতাকে যেন একে অপরের সাথে গেঁথে নিয়েছে। টেলিফোন, মোবাইল ফোন, টেলিপ্রিন্টার, ফ্যাক্স মেশিন, ইন্টারনেট দূর-দূরান্তে বিভিন্ন দেশের সাথে যোগাযোগকে সহজ করেছে। অতিসহজেই আমরা বার্তা বিনিময় করতে পারছি। রেডিও ও টেলিভিশন তাত্ক্ষণিক যোগাযোগ ও ঘরে বসে তথ্য আদান-প্রদান ও বিনোদনে সহায়তা করেছে। কৃত্রিম উপগ্রহ ব্যবহার করে আমরা সহজেই জানতে পারি পৃথিবীর কোন অংশে কী ঘটছে। এছাড়া আমরা ঘরে বসে কোনো দূর দেশে অনুষ্ঠিত ক্রিকেট, ফুটবল, হকি, টেনিস খেলা বা কোনো অনুষ্ঠান সরাসরি দেখতে পারছি এই কৃত্রিম উপগ্রহের কল্যাণে। ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে দোকানদারগণ খুব দ্রুত হিসাব করছেন—আমরা নানান হিসাব করছি। লেজার, স্মার্ট ফোন, কম্পিউটার ও রোবট সমাজের চিন্তাধারাকে বদলে দিয়েছে। ক্রেডিট বা ডেবিট কার্ড, এটিএম মেশিন-এর ব্যবহার ব্যাংকের লেনদেন সহজতর করেছে।

কাপড় কাচার যন্ত্র, ফ্রিজ, মাইক্রোওয়েভ ওভেন ইত্যাদি আমাদের জীবনযাত্রাকে সহজ ও উন্নত করেছে। বিভিন্ন প্রাকৃতিক ঘটনা যেমন বিদ্যুৎ চমকানো, বজ্রপাত, আবহাওয়া ও জলবায়ু পরিবর্তন, ঝড়, বৃষ্টি, ভূমিকম্প ও সুনামি ইত্যাদির বৈজ্ঞানিক ব্যাখ্যা দিতে পারছি। এতে মানব সমাজের অনেক কুসংস্কার দূরীভূত হয়েছে। পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন আবিষ্কার সমাজ ও সমাজের চিন্তাধারা শিক্ষা, সংস্কৃতি, জীবনমান, পরস্পরের প্রতি সৌহার্দ্য, নির্ভরশীলতা ইত্যাদিকে প্রভাবিত করেছে। তাই সমাজবিজ্ঞানীদেরও ভাবতে হচ্ছে সমাজবিজ্ঞানের বিভিন্ন নতুন বিষয় নিয়ে; আনতে হচ্ছে চিন্তাধারায় নতুনত্ব।

পদার্থবিজ্ঞান ও কৃষিবিজ্ঞান

কৃষিবিজ্ঞান ও পদার্থবিজ্ঞানের সম্পর্কও খুব ঘনিষ্ঠ। পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন সূত্রের উপর ভিত্তি করে উদ্ভাবিত প্রযুক্তি কৃষিতে বহুল ব্যবহৃত। কৃষিকাজের বিভিন্ন যন্ত্রপাতি ও মেশিন যেমন জমির চাষের যন্ত্র লাঙ্গল, ট্রাক্টর, ফসল বোনা, সেচ দেওয়া, কাটা ও মাড়াই যন্ত্র পদার্থবিজ্ঞানেরই অবদান। ফসল সংরক্ষণে গামা বিকিরণের ব্যবহার বহুল প্রচলিত। নতুন নতুন ফসলের জাত উদ্ভাবনে যে জেনেটিক প্রযুক্তি ব্যবহার করা হয় তা এবং অণুজীববিজ্ঞানের বিভিন্ন গবেষণা করা হয় পদার্থবিজ্ঞানের তত্ত্ব ও সূত্রের উপর ভিত্তি করে।

পদার্থবিজ্ঞান ও সাহিত্য সংস্কৃতি

সাহিত্য ও সংস্কৃতিতে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান কম নয়। বিজ্ঞান সাহিত্যের সিংহভাগ পদার্থবিজ্ঞান নিয়ে লেখা। পদার্থবিজ্ঞানের তত্ত্বের উপর ভিত্তি করে অনেক বৈজ্ঞানিক কল্পকাহিনী রচিত হয়েছে। ছাপা সংক্রান্ত বিভিন্ন যন্ত্রপাতি যেমন, লেখা কম্পোজ করার জন্য কম্পিউটার, ছাপার জন্য পজেটিভ তৈরি, প্লেট তৈরি এবং ছাপার যন্ত্রপাতি সবই তৈরি হয়েছে পদার্থবিজ্ঞানের অবদানের ফলে। সংস্কৃতি চর্চার বিভিন্ন কাজে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান অপরিসীম। নানান রকম বাদ্যযন্ত্র যেমন বাঁশি, হারমোনিয়াম, ঢাক, ঢোল, একতারা, দোতারা, গীটার, ভায়োলিন এবং আরো আধুনিক বাদ্যযন্ত্র তৈরি সম্ভব হয়েছে পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন তত্ত্ব, সূত্র ও নীতি ব্যবহার করে। যে স্টেজে সাংস্কৃতিক অনুষ্ঠান হয় তার আলোক নিয়ন্ত্রণ ও প্রক্ষেপণ যন্ত্র, স্পিকার ও মাইক্রোফোনের ব্যবহার ইত্যাদি সম্ভব হয়েছে পদার্থবিজ্ঞানের কল্যাণে।

পদার্থবিজ্ঞান ও দর্শন

পদার্থবিজ্ঞানের ভিত্তি হলো পরীক্ষালব্ধ যাচাই যোগ্য উপাত্ত কিন্তু দর্শন তা নয়। পদার্থবিজ্ঞান মহাবিশ্বের বস্তু বা পার্থিব জগৎ নিয়ে আলোচনা করে। কিন্তু দর্শন বিদ্যা আলোচনা করে মহাবিশ্বের পার্থিব ও অপার্থিব উভয় জগৎ নিয়ে—দেখতে চায় সমগ্র ঘটনার প্রকৃত বা বাস্তব প্রকৃতি। পদার্থবিজ্ঞানের ভিত্তি হলো পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণ কিন্তু দর্শনের ভিত্তি হলো অনুমান ও প্রতিফলন। দর্শন যুক্তিতর্ক নিয়ে কাজ করে। দর্শনবিদ্যা সাধারণভাবে অস্তিত্বের চরম (ultimate) প্রকৃতি নিয়ে আলোচনা করে; পদার্থবিজ্ঞান আলোচনা করে কোনো নির্দিষ্ট বিষয় বা কোনো নির্দিষ্ট বিষয়বস্তু নিয়ে। দর্শনবিদ্যায় অভিজ্ঞতা পরীক্ষালব্ধ নয়, কিন্তু পদার্থবিজ্ঞানের অভিজ্ঞতা পর্যবেক্ষণ বা পরীক্ষালব্ধ। পদার্থবিজ্ঞান দ্বারা অনুমিত কোনো বিষয় বা ধারণাকে দর্শনবিদ্যা চুলচেরা বিশ্লেষণ করে তাকে স্পষ্ট করে। পদার্থবিজ্ঞান পরিমাণবাচক আর দর্শন বিদ্যা হলো গুণবাচক। পদার্থবিজ্ঞান ঘটনার প্রাসঙ্গিকতার উপর খুব একটা জোর দেয় না। দর্শন ঘটনার প্রাসঙ্গিকতার উপর গুরুত্ব আরোপ করে। দর্শনবিদ্যা পদার্থবিজ্ঞানের প্রাপ্ত ফলকে সমন্বিত করে এদের প্রকৃত ব্যাখ্যা ও সরঞ্জাম প্রদান করে যার সাহায্যে পদার্থবিজ্ঞানী প্রকৃতির রহস্য উদ্ঘাটনের অনুসন্ধান চালাতে পারেন। সুতরাং পদার্থবিজ্ঞান ও দর্শনবিদ্যা নিবিড়ভাবে সম্পর্কযুক্ত।

পদার্থবিজ্ঞান ও খেলাধুলা

খেলাধুলার সাথে পদার্থবিজ্ঞানের রয়েছে ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক। পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রগুলো ব্যবহার করে বিভিন্ন ক্রীড়ায় উৎকর্ষ ও পারদর্শিতা অর্জন করা সম্ভব। ক্রিকেটে ছক্কা হাঁকাতে হলে, ভলিবলে সার্ভ করতে হলে বা ফুটবলে ফ্রি কিকের সময় কত কোণে সেটাকে যথাক্রমে ব্যাট, হাত বা পা দিয়ে আঘাত করতে হবে তা আমরা প্রক্ষেপকের গতি থেকে জানতে পারি। তেমনিভাবে অ্যাথলেটিক্সে বর্শা নিক্ষেপ, গোলক নিক্ষেপ বা চাকতি নিক্ষেপের প্রতিযোগিতায় সর্বোচ্চ দূরত্বে ফেলতে হলে নির্দিষ্ট আদি বেগের পাশাপাশি তাকে 45° কোণে নিক্ষেপ করতে হবে। তেমনিভাবে উচ্চ লম্ব বা দীর্ঘ লম্বের কত উচ্চতা বা কত দূরত্ব অতিক্রম করবে তা নির্ভর করবে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে লাফ দিচ্ছে তার উপর। দৌড় প্রতিযোগিতা শুরু করার সময় আমরা দৌড়বিদদের কখনো সোজা হয়ে দাঁড়াতে দেখি না, অনেকটা উবু হয়ে ভূমির সাথে তির্যক অবস্থানে থেকে তারা দৌড় শুরু করেন, যাতে ভূমির প্রতিক্রিয়া তাদেরকে বেশি বেগ অর্জনে সহায়তা করে। ক্যারাম বা বিলিয়ার্ড খেলায় ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে পারলে ঈষ্পিত লক্ষ্য সহজেই অর্জন করা সম্ভব। কেন্দ্রমুখী বলের ধারণা মৃত্যুকূপে মটর সাইকেল চালাতে আরোহীকে সাহস জোগায়। সার্কাসের বিভিন্ন খেলায় “ভারসাম্য” গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে থাকে। এ ছাড়াও মোটর রেস, ড্রাইভিং, বেলুনে উড্ডয়ন প্রভৃতি খেলায় পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন সূত্রের ব্যাপক প্রয়োগ দেখা যায়।

১.৫। স্থান, কাল ও ভর

Space, Time and Mass

স্থান ও কাল পদার্থবিজ্ঞানে অতীব গুরুত্বপূর্ণ ধারণা। যেকোনো ঘটনা বর্ণনার জন্য স্থান ও কালের প্রয়োজন হয়। কোনো ঘটনা কোথায় ঘটেছে, কেন ঘটেছে তা জানা ব্যতীত ঘটনাটি সম্পর্কে স্বচ্ছ ধারণা পাওয়া কঠিন। স্থান ও কালের মতো ভরও পদার্থবিজ্ঞানের একটি অত্যাাবশ্যিক ধারণা।

স্থান ও কাল

স্থানের জ্যামিতিক ধারণা প্রথম উপস্থাপন করে গণিতবিদ ইউক্লিড। তার মতে আমাদের চারপাশে যা কিছু আছে সবই স্থান। চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানের মতে স্থান হলো ত্রিমাত্রিক ইউক্লিডীয় স্থান যেখানে যেকোনো অবস্থান তিনটি স্থানাঙ্ক দ্বারা বর্ণনা করা যেতে পারে। গ্যালিলিও গতি ও ত্বরণের সূত্রে স্থানকে ব্যবহার করেছেন। সাথে সাথে গুরুত্বপূর্ণ রাশি হিসেবে কালও এসেছে। নিউটনের মতে স্থান, কাল ও ভর আলাদা আলাদা সত্তা। তার মতে স্থান হলো ত্রিমাত্রিক বিস্তৃতি। অসীম এর বিস্তৃতি, এর কোনো শুরু বা শেষ নেই। স্থান নিরবচ্ছিন্ন, একে অতিক্ষুদ্র অংশে ভাগ করা যায়। স্থানের এক এলাকা অন্য এলাকার চেয়ে অভিন্ন। অর্থাৎ স্থান সমসত্ত্ব। স্থান নিরপেক্ষ এবং বস্তু বা ঘটনা দ্বারা স্থান প্রভাবিত হয় না। স্থান সময় বা কাল দ্বারাও প্রভাবিত হয় না। স্থান মহাবিশ্বের একটি ধর্ম যা কোনো ভৌত ঘটনাকে পরস্পর অভিলম্বিক ত্রিমাত্রিক স্থানে বিস্তৃত হতে সক্ষম করে।

নিউটন ও গ্যালিলিওসহ বিংশ শতাব্দীর অধিকাংশ মানুষ মনে করতেন যে সময় কাল সকল স্থানে সবার জন্য একই বা অভিন্ন।

নিউটনের ধারণা অনুসারে সময় বা কাল নিজস্ব ধারায় প্রবাহিত হয়। কোনো বস্তু বা ঘটনা দ্বারা এ কালিকপ্রবাহ প্রভাবিত হয় না। সময়ের কোনো শুরু ও শেষ নেই। সময়ের প্রবাহ নিরবচ্ছিন্ন এবং এর এক অংশ অন্য অংশের সমরূপ। সময় স্থান নিরপেক্ষ। নিউটনের স্থান কালের ধারণায় আমাদের এ মহাবিশ্ব ত্রিমাত্রিক স্থান ও একমাত্রিক সময় নিয়ে গঠিত, যেখানে সমস্ত সংঘটিত ঘটনা ও সমস্ত বস্তু ধারণ করা আছে।

আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানে স্থানকালের ধারণার পরিবর্তন এসেছে। সময়ের আধুনিক ধারণা আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব ও মিনকোভস্কির স্থানকালের ধারণার ভিত্তিতে করা যেখানে বিভিন্ন স্থানে সময় পৃথকভাবে চলে এবং স্থান ও কাল একত্রিত হয়ে স্থানকালের চাদর বা Space Time Fabric-এ পরিণত হয়েছে।

নিউটনীয় পদার্থবিজ্ঞানে স্থান ও কালকে পৃথক সত্তা হিসেবে বিবেচনা করা হলেও আইনস্টাইনের পদার্থবিজ্ঞানে স্থান ও কালকে একত্রিত করে একটি চতুর্মাত্রিক পর্দা হিসেবে বিবেচনা করা হয়। স্থান কালের চাদর বা Space-Time Fabric বা

Space-Time Continuum হলো একটি জ্যামিতি যাতে তিনটি স্থানিক মাত্রা ও চতুর্থমাত্রা হিসেবে সময় অন্তর্ভুক্ত হয়েছে।

মহাবিশ্ব সম্পর্কে আইনস্টাইনের ধারণা মিনকোওয়াস্কি প্রদত্ত একটি জ্যামিতিক ব্যবস্থার উপর ভিত্তি করে প্রতিষ্ঠিত। এখানে স্থানের তিনটি মাত্রা ও কালের একটি মাত্রা একে অপরের সাথে মিলে একটি চতুর্মাত্রিক পর্দা তৈরি হয় যা Space-Time Continuum বা Space-Time Fabric বা স্থান কালের চাদর নামে পরিচিত যা সমগ্র মহাশূন্যব্যাপী বিস্তৃত। যাতে আপেক্ষিক গতিতে থাকা দু'জন পর্যবেক্ষক দূরবর্তী কোনো ঘটনার যুগপত্তা সম্পর্কে একমত নাও হতে পারেন। আপেক্ষিকতার সার্বিক তত্ত্ব ও বিশেষ তত্ত্ব স্থান ও কালের পরিবর্তে স্থানকাল ব্যবহার করে। স্থানকালকে চতুর্মাত্রিক স্থানের মডেল হিসাবে দাঁড় করানো হয়েছে। বর্তমানে অনেক তত্ত্ব আছে যা চার মাত্রার চেয়ে অধিক মাত্রা ব্যবহার করছে।

মিনকোওয়াস্কির জ্যামিতিতে কোনো ঘটনাকে চতুর্মাত্রিক সত্ত্বিতে একটি বিশ্ববিন্দু (World point) হিসেবে শনাক্ত করা হয়। তাত্ত্বিকভাবে প্ল্যাঙ্কের ক্ষুদ্রতম সময়সহ সময় কোয়ান্টায়িত হতে পারে।

ভর (Mass)

ভর হলো জড়তার পরিমাপ। ভরকে দু'ভাবে নির্ণয় করা যায়। একটি হলো জড় ভর যা বল প্রয়োগে বস্তুর গতিকে বাধা দেয় বা দিতে চায়। সব সময়ই দেখা যায় বস্তুর উপর বল প্রযুক্ত হলে বস্তুর ত্বরণ হয়। ত্বরণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ

$$a \propto F \text{ যেখানে } F = \text{প্রযুক্ত বল, } a = \text{ত্বরণ}$$

∴ $F = m_i a$ বা $a = F/m_i$ যেখানে m_i সমানুপাতিক ধ্রুবক যাকে বস্তুর জড় ভর বা জড় ভর (Inertial Mass) বলা হয়। নির্দিষ্ট বলের জন্য বস্তুর ভর যত বেশি হবে ত্বরণ তত কম হবে।

বস্তু দ্বারা সৃষ্ট মহাকর্ষীয় বলের সাহায্যে ভর বর্ণনা করা যায়। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুসারে $F = \frac{GMm_g}{d^2}$ ।

যেখানে M হলো কোনো আদর্শ বা প্রমিত বস্তুর ভর। এ ভর থেকে m_g ভরের বস্তুটি d দূরত্বে রয়েছে। F তাদের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল এবং G হলো মহাকর্ষীয় ধ্রুবক। এভাবে বর্ণিত ভর m_g কে মহাকর্ষীয় ভর (Gravitational Mass) বলা হয়। পরে পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয় যে, মহাকর্ষীয় ভর m_g ও জড়ভর m_i একই অর্থাৎ $m_i = m_g$ ।

নিউটনীয় পদার্থবিজ্ঞানের ভর অপরিবর্তনীয়, যেকোনো স্থানে মাপা হোক না কেন ভর সর্বত্র সমান থাকে। কিন্তু আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানে এ মতের পার্থক্য রয়েছে।

আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে ভর ধ্রুব নয়। কোনো বস্তুর স্থিরাবস্থায় যে ভর থাকে গতিশীল হলে এর ভর বৃদ্ধি পায়। তবে বস্তুর বেগ আলোর বেগের কাছাকাছি না হলে এটা উপেক্ষা করা যায়। আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে কোনো বস্তুর গতিশীল ভর m , স্থিরাবস্থায় ভর m_0 এবং বস্তুটি v বেগে গতিশীল হলে

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \text{ এখানে } c = \text{আলোর বেগ}$$

সুতরাং চিরায়ত পদার্থবিজ্ঞানে স্থান, কাল ও ভর পরম ধ্রুব ও অপরিবর্তনীয় বলা হলেও আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের মতে স্থান, কাল ও ভর পরম বা ধ্রুব কিছু নয়, এগুলো আপেক্ষিক। সময় ও অবস্থানের কারণে বিভিন্ন ব্যক্তির কাছে এগুলো ভিন্ন হতে পারে।

১.৬। পরিমাপের মূলনীতি

Principle of Measurement

যেকোনো ভৌত রাশি পরিমাপের জন্য প্রয়োজন একটা স্ট্যান্ডার্ড বা আদর্শের যার সাথে তুলনা করে পরিমাপ করা হয়। এ নির্দিষ্ট পরিমাণের সাথে তুলনা করে সমগ্র ভৌত রাশিকে পরিমাপ করা হয়। পরিমাপের এ আদর্শ পরিমাণই হচ্ছে একক। ধরা যাক, কোনো দণ্ডের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার। এখানে দৈর্ঘ্যের একটা নির্দিষ্ট পরিমাণ হচ্ছে মিটার। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য হচ্ছে সেই নির্দিষ্ট পরিমাণের পাঁচগুণ। দৈর্ঘ্য, ক্ষেত্রফল, আয়তন, ভর, শক্তি, বল, সময় ইত্যাদি মাপার জন্য ভিন্ন ভিন্ন একক দরকার। পরিমাপের বিভিন্ন পদ্ধতিতে এসব এককের ভিন্ন ভিন্ন নাম রয়েছে। এ এককগুলো হয় সুবিধাজনক আকারের, যাতে সহজে সঠিকতার সাথে পুনরোৎপাদন করা যায়। এ এককগুলোর অনেকটি আবার পরস্পর সম্পর্কযুক্ত।

১.৭। মৌলিক ও লব্ধ রাশি এবং একক

Fundamental and Derived Quantities and Units

এ ভৌত জগতে যা কিছু পরিমাপ করা যায় তাকে আমরা রাশি বলি। যেমন, একটি টেবিলের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায়, দৈর্ঘ্য একটি রাশি। তোমার দেহের ভর পরিমাপ করা যায়, ভর একটি রাশি। তুমি কতক্ষণ ধরে বইটি পড়ছো সেই সময় মাপা যায়। সময় একটি রাশি। তুমি যদি একটি বস্তুকে তুলতে বল প্রয়োগ কর, সেই বল পরিমাপ করা যায়। সুতরাং বল একটি রাশি। ভৌত জগতে এরূপ বহু রাশি আছে। এখন দেখা যায়, এই সকল রাশির মধ্যে অল্প কয়েকটি রাশি আছে যেগুলো পরিমাপ করতে অন্য কোনো রাশির সাহায্যের প্রয়োজন হয় না। এ রাশিগুলো মৌলিক রাশি। যেমন, টেবিলের দৈর্ঘ্য মাপতে গেলে দৈর্ঘ্য মাপলেই চলে। দৈর্ঘ্য মাপার জন্য অন্য কোনো রাশি মাপতে হয় না বা অন্য কোনো রাশি মাপার দরকার হয় না। সুতরাং দৈর্ঘ্য একটি মৌলিক রাশি। অপরদিকে অনেক রাশি আছে যেগুলো মাপতে হলে অন্য রাশির সাহায্য দরকার হয়। সেগুলো লব্ধ রাশি। যেমন, লোহার ঘনত্ব পরিমাপ করতে হলে একখণ্ড লোহার ভর এবং আয়তন পরিমাপ করতে হবে এবং ভরকে আয়তন দিয়ে ভাগ করে ঘনত্ব বের করতে হবে। আবার আয়তন মাপতে হলে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মাপতে হবে অর্থাৎ তিনবার তিন দিকে দৈর্ঘ্য মাপতে হবে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে কিছু কিছু রাশি আছে, যেগুলো মূল রাশি; এগুলো অন্য রাশির উপর নির্ভর করে না। এ রাশিগুলোকে মৌলিক রাশি বলা হয়।

মৌলিক রাশি : যে সকল রাশি মূল অর্থাৎ স্বাধীন বা নিরপেক্ষ, যেগুলো অন্য রাশির উপর নির্ভর করে না বরং অন্যান্য রাশি এদের উপর নির্ভর করে তাদেরকে মৌলিক রাশি বলে।

লব্ধ রাশি : যে সকল রাশি মৌলিক রাশি থেকে লাভ করা যায় বা এক বা একাধিক মৌলিক রাশির গুণফল বা ভাগফল থেকে প্রতিপাদন করা যায় তাদেরকে বলা হয় লব্ধরাশি বা যৌগিক রাশি।

মৌলিক একক : মৌলিক রাশির একককে মৌলিক একক বলা হয়। যে সকল একক স্বাধীন বা নিরপেক্ষ, যেগুলো অন্য এককের উপর নির্ভর করে না বরং অন্যান্য একক এদের উপর নির্ভর করে তাদেরকে মৌলিক একক বলে। যেমন দৈর্ঘ্যের একক মিটার। মিটার একটি মৌলিক একক। মিটার অন্য কোনো এককের উপর নির্ভর করে না।

জ্ঞান-বিজ্ঞানের সকল শাখা প্রশাখায় মাপজোখের জন্য বিজ্ঞানীরা এরূপ সাতটি রাশিকে মৌলিক রাশিরূপে চিহ্নিত করেছেন। এ রাশিগুলোর নাম, সংকেত ও একক নিচের সারণিতে দেয়া হলো :

সারণি ১.১ : মৌলিক রাশি ও তাদের একক

রাশি	রাশির সংকেত	এসআই একক	এককের সংকেত
১. দৈর্ঘ্য (length)	l	মিটার (meter)	m
২. ভর (mass)	m	কিলোগ্রাম (kilogram)	kg
৩. সময় (time)	t	সেকেন্ড (second)	s
৪. তাপমাত্রা (temperature)	θ, T	কেলভিন (kelvin)	K
৫. তড়িৎ প্রবাহ (electric current)	I	অ্যাম্পিয়ার (ampere)	A
৬. দীপন তীব্রতা (luminous intensity)	I_v	ক্যান্ডেলা (candela)	cd
৭. পদার্থের পরিমাণ (amount of substance)	n	মোল (mole)	mol

এগুলো ছাড়া অন্যান্য সকল রাশিই হচ্ছে লব্ধ রাশি। মৌলিক রাশিসমূহ গুণ বা ভাগ করে লব্ধ রাশি পাওয়া যায়।

লব্ধ একক : যে সকল একক মৌলিক একক থেকে লাভ করা যায় তাদেরকে লব্ধ একক বলে। যেমন বলের একক নিউটন একটি লব্ধ একক। নিউটন নির্ভর করে মিটার, কিলোগ্রাম ও সেকেন্ডের উপর।

$$1 \text{ নিউটন} = \frac{1 \text{ কিলোগ্রাম} \times 1 \text{ মিটার}}{\text{সেকেন্ড}^2}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } 1 \text{ জুল} &= 1 \text{ নিউটন} \times 1 \text{ মিটার} = \frac{1 \text{ কিলোগ্রাম} \times 1 \text{ মিটার}}{\text{সেকেন্ড}^2} \times 1 \text{ মিটার} \\ &= \frac{1 \text{ কিলোগ্রাম} \times 1 \text{ মিটার}^2}{\text{সেকেন্ড}^2} \end{aligned}$$

১.৮। মাত্রা

Dimension

আমরা ইতোমধ্যে জেনেছি যে, কোনো ভৌত রাশি এক বা একাধিক মৌলিক রাশি নিয়ে গঠিত। সুতরাং যেকোনো ভৌত রাশিকে বিভিন্ন সূচকের (power) এক বা একাধিক মৌলিক রাশির গুণফল হিসেবে প্রকাশ করা যায়। কোনো ভৌত রাশিতে উপস্থিত মৌলিক রাশিগুলোর সূচককে রাশিটির মাত্রা বলে। যেমন, বল = ভর × ত্বরণ = ভর × বেগ $\frac{\text{দৈর্ঘ্য}}{\text{সময়}}$ । এখন দৈর্ঘ্যের মাত্রা L, ভরের মাত্রা M, সময়ের মাত্রা T বসালে বলের মাত্রা পাওয়া যাবে $\frac{ML}{T^2}$ বা MLT^{-2} অর্থাৎ বলের রয়েছে ভরের মাত্রা (1) দৈর্ঘ্যের মাত্রা (1) এবং সময়ের মাত্রা (-2)। তৃতীয় বন্ধনীর মধ্যে রাশিটির সংকেত লিখলে রাশির মাত্রা বোঝায়। যেমন বলের মাত্রা $[F] = MLT^{-2}$

সারণি ১.২ : বিভিন্ন ভৌত রাশির সংকেত, একক ও মাত্রা

রাশি			এসআই একক			মাত্রা
নাম	ইংরেজি পরিভাষা	সংকেত	নাম	সংকেত	প্রতিপাদন	
দৈর্ঘ্য	Length	l	মিটার	m	m	L
ভর	Mass	m	কিলোগ্রাম	kg	kg	M
সময়	Time	t	সেকেন্ড	s	s	T
সরণ	Displacement	s	মিটার	m	m	L
ক্ষেত্রফল	Area	A	মিটার ²	m ²	m.m	L ²
আয়তন	Volume	V	মিটার ³	m ³	m ² .m	L ³
বেগ, দ্রুতি	Velocity, speed	v	মিটার/সেকেন্ড	ms ⁻¹	m.s ⁻¹	LT ⁻¹
ত্বরণ	Acceleration	a	মিটার/সেকেন্ড ²	ms ⁻²	m.s ⁻¹ s ⁻¹	LT ⁻²
ভরবেগ	Momentum	p	কিলোগ্রাম-মিটার/সেকেন্ড	kgms ⁻¹	kg.ms ⁻¹	MLT ⁻¹
বল	Force	F	নিউটন	N	kg.ms ⁻²	MLT ⁻²
কাজ	Work	W	জুল	J	N.m	ML ² T ⁻²

রাশি			এস আই একক			মাত্রা
নাম	ইংরেজি পরিভাষা	সংকেত	নাম	সংকেত	প্রতিপাদন	
ক্ষমতা	Power	P	ওয়াট	W	$J.s^{-1}$	ML^2T^{-3}
শক্তি	Energy	E	জুল	J	$N.m$	ML^2T^{-2}
ঘনত্ব	Density	ρ	কিলোগ্রাম/মিটার ³	kgm^{-3}	$kg.m^{-3}$	ML^{-3}
চাপ	Pressure	p	প্যাসকেল	Pa	$N.m^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$
দোলনকাল	Time period	T	সেকেন্ড	s	s	T
তরঙ্গদৈর্ঘ্য	Wave length	λ	মিটার	m	m	L
কম্পাঙ্ক	Frequency	f	হার্জ	Hz	s^{-1}	T^{-1}
তাপমাত্রা	Temperature	θ, T	কেলভিন	K	K	Θ
প্রসারণ সহগ	Coefficient of expansion	α, β, γ	প্রতি কেলভিন	K^{-1}	K^{-1}	Θ^{-1}
তাপ	Quantity of heat	Q	জুল	J	$N.m$	ML^2T^{-2}
তাপ ধারণ ক্ষমতা	Heat capacity	C	জুল/কেলভিন	JK^{-1}	$J.K^{-1}$	$ML^2T^{-2}\Theta^{-1}$
আপেক্ষিক তাপ	Specific heat	s	জুল/কিলোগ্রাম- কেলভিন	$Jkg^{-1}K^{-1}$	$J.kg^{-1}.K^{-1}$	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$
আপেক্ষিক সুপ্ত তাপ	Specific latent heat	I	জুল/কিলোগ্রাম	$J.kg^{-1}$	$J.kg^{-1}$	L^2T^{-2}
তাপ পরিবাহকত্ব	Thermal conductivity	K	ওয়াট/মিটার- কেলভিন	$Wm^{-1}K^{-1}$	$J.s^{-1}m^{-1}K^{-1}$	$MLT^{-3}\Theta^{-1}$
কোণ	Plane angle	θ	রেডিয়ান	rad	—	—
ঘনকোণ	Solid angle	ω, Ω	স্টেরেডিয়ান	sr	—	—
দীপন তীব্রতা	Luminous intensity	I_v	ক্যান্ডেলা	cd	cd	J
দীপন ফ্লাক্স	Luminous flux	Q	লুমেন	lm	cd.sr	J
দীপন	Illuminance	E	লাক্স	lx	$lm.m^{-2}$	JL^{-2}
লেন্সের ক্ষমতা	Power of a lens	P	ডাইঅপ্টার	d	m^{-1}	L^{-1}
তড়িৎ প্রবাহ	Electric current	I	অম্পিয়ার	A	A	I
আধান	Charge	q, Q	কুলম্ব	C	A.s	IT

রাশি			এস আই একক			মাত্রা
নাম	ইংরেজি পরিভাষা	সংকেত	নাম	সংকেত	প্রতিপাদন	
তড়িৎ তীব্রতা	Electric field strength/ electric intensity	E	নিউটন/কুলম্ব	$N C^{-1}$	$N.C^{-1}$	$MLT^{-3}I^{-1}$
তড়িৎ বিভব	Electric potential	V	ভোল্ট	V	$J.C^{-1}$	$ML^2T^{-3}I^{-1}$
তড়িচ্চালক শক্তি	Electromotive force	E	ভোল্ট	V	$J.C^{-1}$	$ML^2T^{-3}I^{-1}$
রোধ	Resistance	R	ও'ম	Ω	$V.A^{-1}$	$ML^2T^{-3}I^{-2}$
আপেক্ষিক রোধ	Specific resistance, Resistivity	ρ	ও'ম-মিটার	Ωm	Ωm	$ML^3T^{-3}I^{-2}$
পরিবাহিতা	Conductance	G	সিমেন্স	S	$A.V^{-1}$	$M^{-1}L^{-2}T^3I^2$
পরিবাহকত্ব	Conductivity	σ	প্রতি ও'ম প্রতি মিটার	$\Omega^{-1}m^{-1}$	$\Omega^{-1}m^{-1}$	$M^{-1}L^{-3}T^3I^2$
সক্রিয়তা	Activity	A	becquerel	Bq	s^{-1}	T^{-1}

বিজ্ঞানীরা এমন অনেক রাশি ব্যবহার করে থাকেন যেগুলোর মান খুব বড় বা খুব ছোট হতে পারে। যেমন আলোর দ্রুতি $3000000000 \text{ m s}^{-1}$ এবং ইলেকট্রনের আধানের পরিমাণ $0.00000000000000000016 \text{ C}$ । স্বাভাবিকভাবেই এ জাতীয় সংখ্যা পড়া, লেখা, বোঝা এবং মনে রাখা খুবই অসুবিধাজনক। অনেক সময় কোনো রাশির সাথে এককের পরিবর্তে এককের ভগ্নাংশ বা গুণিতক ব্যবহার করা সুবিধাজনক হয়। আমরা 10 (দশ) সংখ্যাটির উৎপাদক ব্যবহার করে এ কাজটি সহজে করতে পারি। যখন একটি রাশির মান খুব বড় বা খুব ছোট হয়, তখন সারণি ১.৩ এ বর্ণিত দেশের সূচক বা উপসর্গগুলো খুবই প্রয়োজনীয় হয়।

সারণি ১.৩ : দেশের সূচক, তাদের নাম ও উদাহরণ

উপসর্গ	উৎপাদক	সংকেত	উদাহরণ
ইয়োটা (yotta)	10^{24}	Y	1 ইয়োটামিটার = $1 \text{ Ym} = 10^{24} \text{ m}$
জেটা (zetta)	10^{21}	Z	1 জেটামিটার = $1 \text{ Zm} = 10^{21} \text{ m}$
এক্সা (exa)	10^{18}	E	1 এক্সামিটার = $1 \text{ Em} = 10^{18} \text{ m}$
পেটা (peta)	10^{15}	P	1 পেটামিটার = $1 \text{ Pm} = 10^{15} \text{ m}$
টেরা (tera)	10^{12}	T	1 টেরাজুল 1 TJ = 10^{12} J
গিগা (giga)	10^9	G	1 গিগাবাইট 1 GB = 10^9 B
মেগা (mega)	10^6	M	1 মেগাওয়াট = $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$
মিরিয়া (myria)	10^4	Ma	1 মিরিয়ামিটার বা মিরিয়া মি = $1 \text{ Mam} = 10 \text{ km}$
কিলো (kilo)	10^3	k	1 কিলোভোল্ট = $1 \text{ kV} = 10^3 \text{ V}$
হেক্টো (hecto)	10^2	h	1 হেক্টোপ্যাসকেল = $1 \text{ hPa} = 10^2 \text{ Pa}$

ডেকা (deca)	10^1	da	1 ডেকানিউটন = 1 daN = 10 N
ডেসি (deci)	10^{-1}	d	1 ডেসিও'ম = 1 dΩ = 10^{-1} Ω
সেন্টি (centi)	10^{-2}	c	1 সেন্টিমিটার = 1 cm = 10^{-2} m
মিলি (milli)	10^{-3}	m	1 মিলিঅ্যাম্পিয়ার = 1 mA = 10^{-3} A
মাইক্রো (micro)	10^{-6}	μ	1 মাইক্রোভোল্ট = 1 μV = 10^{-6} V
ন্যানো (nano)	10^{-9}	n	1 ন্যানোসেকেন্ড = 1 ns = 10^{-9} s
পিকো (pico)	10^{-12}	p	1 পিকোফ্যারাড = 1 pF = 10^{-12} F
ফেমটো (femto)	10^{-15}	f	1 ফেমটোমিটার = 1 fm = 10^{-15} m
অটো (atto)	10^{-18}	a	1 অটোওয়াট = 1 aW = 10^{-18} W
জেপ্টো (zepto)	10^{-21}	z	1 জেপ্টোমিটার = 1 zm = 10^{-21} m
ইয়োক্টো (yocto)	10^{-24}	y	1 ইয়োক্টোমিটার = 1 ym = 10^{-24} m

বৈজ্ঞানিক ও দৈনন্দিন হিসাব নিকাশের জন্য এসআই এককের পাশাপাশি দৈর্ঘ্য ও ভরের জন্য অতি ক্ষুদ্র ও অতি বৃহৎ বিভিন্ন একক ব্যবহৃত হয়। দৈর্ঘ্য বা দূরত্ব ও ভরের এমন কয়েকটি ক্ষুদ্র ও বৃহৎ একক নিচে উল্লেখ করা হলো :

$$1 \text{ ফার্মি (fm)} = 10^{-15} \text{ m}$$

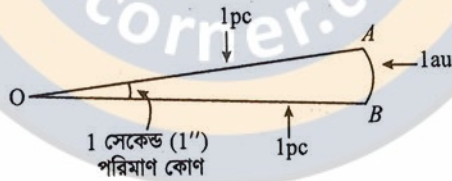
$$1 \text{ অ্যাংস্ট্রম (Å)} = 10^{-10} \text{ m}$$

1 অ্যাস্ট্রোনোমিক্যাল ইউনিট (au) : সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যকার গড় দূরত্বকে এক অ্যাস্ট্রোনোমিক্যাল ইউনিট বলে।

$$1 \text{ au} = 1.495 \times 10^8 \text{ km}$$

1 আলোক বর্ষ বা লাইট ইয়ার (ly) : আলো $3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ বেগে এক বছরে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এক আলোক বর্ষ বলে। $1 \text{ ly} = 9.46 \times 10^{15} \text{ km}$

1 পারসেক (pc) : এক অ্যাস্ট্রোনোমিক্যাল ইউনিট দৈর্ঘ্যের কোনো চাপ যে দূরত্বে ঠিক এক সেকেন্ড কোণ ($1''$) উৎপন্ন করে তাকে এক পারসেক (pc) বলে। $1 \text{ pc} = 206265 \text{ au} = 3.2616 \text{ ly} = 3.0857 \times 10^{16} \text{ m}$



চিত্র ১.১ : $AB = 1 \text{ au}$ এবং $\angle AOB = 1''$ হলে $OA = OB = 1 \text{ pc}$

$$1 \text{ হেক্টর (ha)} = 10^4 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ লিটার (L)} = 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ কুইন্টাল (qq)} = 100 \text{ kg}$$

$$1 \text{ টন (t)} = 1000 \text{ kg}$$

$$1 \text{ বছর (y)} = 3.156 \times 10^7 \text{ s}$$

1 একীভূত পারমাণবিক ভর একক বা ডেলটন বা unified atomic mass unit or dalton (u বা D_a) :

একটি $^{12}_6\text{C}$ এর ভর ঠিক 12 u এর সমান। অর্থাৎ $^{12}_6\text{C}$ এর ভরের $\frac{1}{12}$ ই হচ্ছে 1 u বা এক একীভূত পারমাণবিক ভর একক। ১৯৬১ খ্রিষ্টাব্দের পূর্ব পর্যন্ত অক্সিজেন- $^{16}_8\text{O}$ এর সাথে তুলনা করে আণবিক ও পারমাণবিক স্কেলে ভর প্রকাশ করা হতো, তখন তাকে পারমাণবিক ভর একক (atomic mass unit) বা amu বলা হতো। এখন যখন আণবিক ও

পারমাণবিক স্কেলে ভরকে $^{12}_6\text{C}$ এর সাথে তুলনা করে প্রকাশ করা হয়, তখন তাকে একীভূত পারমাণবিক ভর একক (unified atomic mass unit) বলা হয় এবং তা u দিয়ে প্রকাশ করা হয়। অবশ্য কেউ কেউ এখনো u-কে amu হিসেবে উল্লেখ করে থাকেন যদিও তা $^{12}_6\text{C}$ এর সাথে তুলনা করে নির্ণয় করা হয়। $1u$ বা $1\text{amu} = 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ।

জ্ঞান-বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখায় ভৌত রাশির সংকেত হিসেবে অনেক ক্ষেত্রে গ্রিক বর্ণমালার অক্ষর ব্যবহৃত হয়। নিচের ১.৪ সারণিতে গ্রিক বর্ণমালা দেওয়া হলো। এগুলো কম্পিউটারের Font এর মধ্যে Symbol-এ পাওয়া যাবে।

সারণি ১.৪ : গ্রিক বর্ণমালা

উচ্চারণ	বড় হাতের	ছোট হাতের	উচ্চারণ	বড় হাতের	ছোট হাতের
আলফা (alpha)	A	α	নিউ (nu)	N	ν
বিটা (beta)	B	β	যাই (xi)	Ξ	ξ
গামা (gamma)	Γ	γ	অমাইক্রোন (omicron)	O	o
ডেল্টা (delta)	Δ	δ	পাই (pi)	Π	π
এফসাইলন (epsilon)	E	ϵ	রো (rho)	P	ρ
জিটা (zeta)	Z	ζ	সিগমা (sigma)	Σ	σ
ইটা (eta)	H	η	টাও (tau)	T	τ
থিটা (theta)	Θ	θ	আপসাইলন (upsilon)	Υ	υ
আয়োটা (iota)	I	ι	ফাই (phi)	Φ	ϕ, ϕ
ক্যাপা (kappa)	K	κ	কাই (chi)	χ	χ
লম্বডা (lambda)	Λ	λ	সাই (psi)	Ψ	ψ
মিউ (mu)	M	μ	ওমেগা (omega)	Ω	ω

১.৯। বিভিন্ন রাশির সংকেত, একক ও মান লেখার পদ্ধতি

Procedure of Writing Symbol, Unit and Magnitude of Physical Quantities

বলা হয়ে থাকে পদার্থবিজ্ঞানের ভাষা হচ্ছে গণিত। পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রগুলোকে আমরা সাধারণত গাণিতিক সমীকরণ আকারে প্রকাশ করে থাকি। সেই সূত্র বা সমীকরণকে কাজে লাগিয়ে পদার্থবিজ্ঞানীরা বিভিন্ন সমস্যা সমাধান করে থাকেন। এর জন্য বিভিন্ন রাশির বা এককের জন্য বিভিন্ন সংকেত ও প্রতীক ব্যবহার করা হয় এবং তা করা হয় এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতি অনুসরণ করে। শুধু পদার্থবিজ্ঞানই নয় যেকোনো বিষয়ে তথা জ্ঞান-বিজ্ঞানের যেকোনো শাখা-প্রশাখায়ই পরিমাপ করতে গিয়ে আজকাল এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতি ব্যবহৃত হচ্ছে।

এককের সংকেত ও বিভিন্ন রাশির মান লেখার জন্য এ বইয়ে নিম্নোক্ত পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়েছে।

১। কোনো রাশির মান প্রকাশ করার জন্য একটি সংখ্যা লিখে তার পর একটি ফাঁক (ফাঁকা জায়গা বা space যা আসলে গুণ বোঝায়) রেখে এককের সংকেত লিখে প্রকাশ করতে হয়। যেমন- “2.21 kg”, “ $7.3 \times 10^2 \text{ m}^2$ ”, “22 K”। শতকরা চিহ্ন (%) এ নিয়ম মেনে চলে। কিন্তু ব্যতিক্রম হচ্ছে কোণের একক তথা ডিগ্রি, মিনিট বা সেকেন্ড ($^\circ$, ‘এবং’”) লেখার সময়। এ সকল ক্ষেত্রে সংখ্যার পরে কোনো ফাঁক (space) দিতে হয় না।

২। গুণনে প্রাপ্ত লব্ধ একক লেখার সময় দুই এককের মাঝখানে একটা ফাঁক (space) দিতে হয়; যেমন, N m.

৩। ভাগ দ্বারা গঠিত লব্ধ এককের ক্ষেত্রে ঋণাত্মক সূচক হিসেবে প্রকাশ করা হয়েছে। যেমন মিটার/সেকেন্ড (মিটার প্রতি সেকেন্ড metre per second) কে ms^{-1} দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে।

৪। প্রতীকগুলো যেহেতু গাণিতিক প্রকাশ, কোনো কিছুই সংক্ষিপ্ত রূপ (abbreviations) নয়, কাজেই তাদের সাথে কোনো যতি চিহ্ন বা ফুল স্টপ (full stop) (.) ব্যবহৃত হয় না।

৫। এককের সংকেত লেখা হয় সোজা অক্ষরে (Roman type) যেমন মিটারের (meter) জন্য m, সেকেন্ডের জন্য s ইত্যাদি। কোনো রাশির সংকেত লিখতে হয় বাঁকা হরফে (italic type) ভরের (mass) জন্য m, সরণের

(displacement) জন্য s ইত্যাদি। এ সকল রাশির সংকেত ও একক লেখার সময় আগে পরে কোন ভাষার কোন ফন্ট (font) ব্যবহার করা হয়েছে, তাতে কিছু যায় আসে না।

৬। এককের সংকেত ছোট হাতের হরফে (lower case) লেখা হয় (যেমন “m”, “s”, “mol”)। তবে যে সকল একক ব্যক্তির নাম থেকে নেওয়া হয়েছে সেগুলোর সংকেত লেখার সময় (এক অক্ষরের হলে) বড় হাতের হরফে বা প্রথম অক্ষর (একাধিক অক্ষরের ক্ষেত্রে) বড় হাতের হরফে হবে। যেমন নিউটনের নামানুসারে গৃহীত একক নিউটন হবে N এবং প্যাস্কালের নামানুসারে গৃহীত একক হবে Pa। তবে পুরো একক লিখলে অবশ্যই ছোট হাতের হরফে হবে যেমন newton বা pascal।

৭। এককের উপসর্গ এককেরই অংশ বিধায় এর সংকেত এককের সাথে কোনো ফাঁক ছাড়াই যুক্ত হয়। যেমন-km-এ k, MW এ M, GHz-এ G। একাধিক উপসর্গ অনুমোদিত নয় যেমন $\mu\mu F$ হবে না, হবে μF ।

৮। কিলো (10^3) এর চেয়ে বড় সকল উপসর্গ বড় হাতের হরফে হবে।

৯। এককের সংকেতগুলোর কখনো বহুবচন হয় না। যেমন “25 kg”, হবে কিন্তু “25 kgs হবে না।

১০। কোনো সংখ্যা বা কোনো যৌগিক একক বা সংখ্যা ও একক দুই লাইনে লেখা পরিহার করা উচিত। খুব প্রয়োজন হলে সংখ্যা ও একককে দুই ভাগ করা যেতে পারে (line-break)।

১.১০। পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ ও গুরুত্ব

Development and Importance of Experiment and Observation

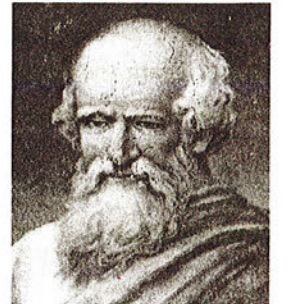
বিজ্ঞানের অগ্রগতিতে পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের গুরুত্ব অপরিসীম। বিজ্ঞানের নিয়ম, নীতি, তত্ত্ব, সূত্র ইত্যাদির বিকাশের মূলে রয়েছে এদের গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা। প্রাকৃতিক ঘটনাবলির ব্যাখ্যার জন্য যেকোনো বৈজ্ঞানিক পদ্ধতির প্রথম ও গুরুত্বপূর্ণ ধাপ হলো পর্যবেক্ষণ ও পরিমাপ। চৌবাচ্চার পানি উপচে পড়তে দেখে আর্কিমিডিস প্লাবতার সূত্র আবিষ্কার করেন। গাছের আপেল পড়তে দেখে নিউটনকে মহাকর্ষ সম্পর্ক ভাবায়, পাখির উড়া পর্যবেক্ষণ করে লিওনার্দো দা ভিঞ্চি উড়োজাহাজের মডেল তৈরি করেন, মাইক্রোওয়েভ উৎপন্নের যন্ত্র নিয়ে কাজ করার সময় পকেটের চকলেট গলে যেতে দেখে পার্সি স্পেনসার মাইক্রোওয়েভ ওভেন তৈরি করার কথা ভাবেন। এভাবেই বিভিন্ন পর্যবেক্ষণ আমাদেরকে চালিত করে নানা রকম আবিষ্কারের দিকে। পর্যবেক্ষণ দুই রকম হতে পারে-ব্যক্তি সাপেক্ষ (Subjective) ও ব্যক্তি নিরপেক্ষ (Objective)। ব্যক্তি সাপেক্ষ পর্যবেক্ষণ ব্যক্তিভেদে পৃথক হয় কিন্তু ব্যক্তি নিরপেক্ষ পর্যবেক্ষণ সকলের জন্য একই। পদার্থবিজ্ঞান ব্যক্তি নিরপেক্ষ পর্যবেক্ষণ নিয়ে কাজ করে।

কোনো জ্ঞাত পরীক্ষালব্ধ পর্যবেক্ষণকে ব্যাখ্যার জন্য তত্ত্ব দেওয়া হয় কিন্তু তত্ত্ব দ্বারা ভবিষ্যদ্বাণীকৃত ফলকে আবার পরীক্ষণ দ্বারা যাচাই করা হয়। এ নতুন পরীক্ষণ আবার নতুন পর্যবেক্ষণ দিতে পারে যার ফলে তত্ত্বকে পরিবর্তন, পরিবর্ধন বা এর উৎকর্ষ সাধন করা হয়।

আদিকাল থেকে বিভিন্ন বিজ্ঞানী তাদের কাজে পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণ ব্যবহার করেছেন। কেউ পর্যবেক্ষণ করে তত্ত্ব দিয়েছেন পরে পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয়েছে। কেউ আবার প্রথমে পরীক্ষণ সম্পাদনের সময় বিভিন্ন ঘটনা পর্যবেক্ষণ করেছেন এবং তা ব্যাখ্যার জন্য তত্ত্ব দেয়া হয়েছে। পরীক্ষালব্ধ ফলাফলকে প্রচলিত তত্ত্বের সাপেক্ষে ব্যাখ্যা করা হয়েছে। বিজ্ঞানীদের কাজের ধারায় অনেক ব্যতিক্রম থাকলেও তাদের সবার কাজের মধ্যে কিছু বিষয় একই রকম থাকে, যাকে পরবর্তীতে বৈজ্ঞানিক পদ্ধতি হিসেবে স্বীকৃতি দেওয়া হয়েছে।

যেসব বিজ্ঞানীর কাজের মাধ্যমে পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ হয়েছে তাদের মধ্যে অন্যতম হলেন আর্কিমিডিস, গ্যালিলিও, নিউটন, ইয়াং, ফ্যারাডে, রাদারফোর্ড, ম্যাঙ্কপ্লাঙ্ক, আইনস্টাইন প্রমুখ।

আর্কিমিডিস (খ্রিস্টপূর্ব ২৮৭-২১২) (Archimedes) : গ্রিক বিজ্ঞানী আর্কিমিডিসকে এক রাজা বলেছিলেন তার সোনার মুকুটটির সোনা খাঁটি কিনা মুকুট না গলিয়ে তা যাচাই করতে। বাথটাবে গোসল করতে গিয়ে পানি উপচে পড়া থেকে তিনি এ সমস্যা সমাধানের সূত্র পান। কথিত আছে যে, আর্কিমিডিস এতটাই উত্তেজিত হয়ে গিয়েছিলেন তিনি ‘ইউরেকা; ‘ইউরেকা’ (পেয়েছি, পেয়েছি) বলে চিৎকার করতে করতে বিনা বস্ত্রে রাজ দরবারে উপস্থিত হন। এ ঘটনা তাকে তরল পদার্থে নিমজ্জিত বস্তুর ভাসনের সূত্র আবিষ্কার করতে সহায়তা করে। এভাবে তিনি তরল পদার্থে নিমজ্জিত কোনো বস্তুর উপর ত্রিযাশীল উর্ধ্বমুখী বলের সূত্র



প্রদান করে ধাতুর ভেজাল নির্ণয় করতে সক্ষম হন। তিনি লিভারের নীতি আবিষ্কার করেন। এ ছাড়া তিনি গোলীয় দর্পণের সাহায্যে সূর্যরশ্মি কেন্দ্রীভূত করে আগুন জ্বালানোর কৌশল জানতেন।

গ্যালিলিও (১৫৬৪-১৬৪২) (Galileo) : ইতালির গণিতবিদ ও পদার্থবিজ্ঞানী। গ্যালিলিওর হাতে আধুনিক বৈজ্ঞানিক পদ্ধতির সূচনা হয়। তিনি প্রথম দেখান যে, পর্যবেক্ষণ, পরীক্ষণ এবং সুশৃঙ্খলভাবে ভৌতরাশির সংজ্ঞা প্রদান এবং এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ধারণই বৈজ্ঞানিক কর্মের মূল ভিত্তি। তিনি অ্যারিস্টটলের ‘কেন’ প্রশ্নের পরিবর্তে ‘কেমন করে’ প্রশ্নের অবতারণা করেন। ১৫৮৩ সালে তিনি লক্ষ করেন যে, দোলকের দোলনকাল এর বিস্তারের উপর নির্ভরশীল নয়। এর তিন বছর পর তিনি আপেক্ষিক গুরুত্ব মাপার জন্য হাইড্রোস্ট্যাটিক ব্যালেন্স বা উদস্থিতি নিক্তি আবিষ্কার করেন। ১৬১০ সালে তিনিই প্রথম জ্যোতির্বিদ্যা বিষয়ক টেলিস্কোপ আবিষ্কার করেন এবং এর সাহায্যে বৃহস্পতি গ্রহের চারটি উপগ্রহ ও চাঁদের পিঠে পাহাড় আবিষ্কার করেন। গ্যালিলিও সরণ, গতি, ত্বরণ, সময় ইত্যাদির সংজ্ঞা প্রদান ও এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ধারণ করেন। তিনি পড়ন্ত বস্তুর পতনের সূত্র প্রদান করেন এবং দেখান যে, পড়ন্ত বস্তুর দ্রুতি এর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়। তিনি সূতিবিদ্যার (kinematics) ভিত্তি স্থাপন করেন।



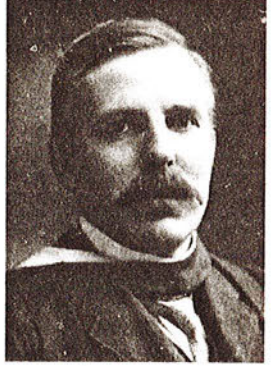
আইজ্যাক নিউটন (১৬৪২-১৭২৭) (Isaac Newton) : ইংরেজ গণিতবিদ ও পদার্থবিজ্ঞানী। আইজ্যাক নিউটন গ্যালিলিওর উদ্ভাবিত বৈজ্ঞানিক পদ্ধতির পূর্ণতর রূপ দান করেন। গাণিতিক তত্ত্ব নির্মাণ ও পরীক্ষার মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাইয়ের বৈজ্ঞানিক ধারা নিউটন তার বিশ্বায়ক প্রতিভার দ্বারা প্রতিষ্ঠা করেন। নিউটন গাছ থেকে আপেল পড়া দেখে অনেক চিন্তাভাবনা ও পর্যবেক্ষণের শেষে মহাকর্ষ সূত্র প্রণয়ন করেন। তিনি গণিতে ক্যালকুলাসের প্রবর্তন করেন এবং নিউটনের গতিসূত্রসমূহ সূত্রায়িত করেন। তিনি বলবিদ্যার জনক। তিনি লেন্সের সূত্র প্রবর্তন করেন এবং প্রতিফলক টেলিস্কোপ আবিষ্কার করেন।

থমাস ইয়াং (১৭৭৩-১৮২৯) (Thomas Young) : থমাস ইয়াং ব্রিটিশ চিকিৎসক ও পদার্থবিজ্ঞানী। তিনি জীবনের প্রথম দিকে চোখ ও এর দৃষ্টি সংক্রান্ত গবেষণা করেন। কিন্তু তিনি ‘আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব’ প্রতিষ্ঠার ও আলোর ব্যতিচারের ঘটনা ব্যাখ্যার জন্য সবচেয়ে বেশি পরিচিতি লাভ করেন। ইয়াং তাঁর বিখ্যাত দ্বি-চির পরীক্ষার সাহায্যে আলোর ব্যতিচার প্রদর্শন করেন যা আলোর তরঙ্গ তত্ত্বকে সুদৃঢ়ভাবে প্রতিষ্ঠা করে। স্থিতিস্থাপকতার দৈর্ঘ্য গুণাঙ্ককে তাঁর নাম অনুসারে ইয়াং গুণাঙ্ক (Young Modulus) নামে নামকরণ করা হয়।



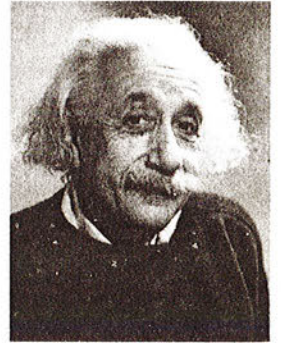
মাইকেল ফ্যারাডে (১৭৯১-১৮৬৭) (Michael Faraday) : ইংরেজ বিজ্ঞানী। মাইকেল ফ্যারাডে ছিলেন একাধারে রসায়নবিদ ও পদার্থবিজ্ঞানী। তাঁর সকল আবিষ্কার পরীক্ষালব্ধ পর্যবেক্ষণের উপর ভিত্তি করে। তিনি তাড়িতচৌম্বক আবেশের আবিষ্কারক। তিনি তাড়িতচৌম্বক আবেশ সম্পর্কে সূত্র প্রদান করেন। তার আবিষ্কৃত তাড়িতচৌম্বক আবেশ-এর উপর ভিত্তি করে তড়িৎ মোটর ও তড়িৎ জেনারেটর তৈরি হয়েছে। এছাড়া তিনি তড়িৎ বিশ্লেষণের সূত্রও প্রদান করেন।

আর্নেস্ট রাদারফোর্ড (১৮৭১-১৯৩৭) (Ernest Rutherford) : আর্নেস্ট রাদারফোর্ড নিউজিল্যান্ডে জন্মগ্রহণকারী ব্রিটিশ পদার্থবিজ্ঞানী। তেজস্ক্রিয়তা নিয়ে কাজ করতে গিয়ে তিনি ও ফ্রেড্রিক সোডি আলফা কণা, বিটা কণা ও গামা রশ্মি আবিষ্কার করেন। তারা ১৯০৫ সালে ঘোষণা করেন যে, তেজস্ক্রিয় ক্ষয়ের পরপর অনেকগুলো রূপান্তর ঘটে। পরমাণুর অভ্যন্তরীণ গঠন সম্পর্কে প্রথম নির্ভুল বর্ণনা দেন রাদারফোর্ড। ১৯১১ সালে তিনি আলফা কণা বিক্ষেপণ পরীক্ষার সাহায্যে পরমাণুর কেন্দ্রে ধনাত্মক নিউক্লিয়াসের উপস্থিতি নির্ণয় করেন এবং বলেন পরমাণুর সবটুকু ধনাত্মক আধান এবং প্রায় সবটুকু ভর পরমাণুর কেন্দ্রে নিউক্লিয়াস নামক অতি ক্ষুদ্র জায়গায় কেন্দ্রীভূত হয়ে আছে এবং নিউক্লিয়াসের ব্যাসার্ধ 10^{-15} m পর্যায়ের। ১৯১৯ সালে তিনি হালকা পরমাণুর বিভাজন করতে সক্ষম হন। তাঁর এসব পরীক্ষা-নিরীক্ষা আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের বিকাশে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে।



ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক (১৮৫৮-১৯৪৭) (Max Planck) : জার্মান পদার্থবিজ্ঞানী ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক বিকিরণ সংক্রান্ত কোয়ান্টাম তত্ত্ব আবিষ্কারের মাধ্যমে পদার্থবিজ্ঞান জগতে বিপ্লব আনেন। পরবর্তীতে তাঁর এই কোয়ান্টাম তত্ত্বের সাহায্যে আইনস্টাইন আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার (Photoelectric effect) সঠিক ব্যাখ্যা দেন। এছাড়া নীলস বোর এই তত্ত্বের আলোকে তাঁর পরমাণু মডেল উপস্থাপন করেন। কালো বস্তুর বিকিরণ ব্যাখ্যায় অন্যান্য বিজ্ঞানীরা যখন হিমসিম খাচ্ছিলেন তখন তিনি এগিয়ে আসেন। বিকিরণের প্রকৃতি ব্যাখ্যায় প্ল্যাঙ্কের প্রথম সাফল্য হলো তাঁর আবিষ্কৃত কিছু বীজগাণিতিক সূত্র যা বিকিরণকে সঠিকভাবে বর্ণনা করতে সক্ষম। এই সূত্র পরীক্ষণ উপাত্তকে সুস্পষ্টভাবে বর্ণনা করতে পারে। তবে সমস্যা হলো এই সূত্রটি পদার্থবিজ্ঞানের অন্যান্য স্বীকৃত সূত্রগুলো থেকে একেবারেই পৃথক একটি সূত্রের আভাস দিয়েছিলো। প্ল্যাঙ্ক এই সমস্যার উপর চিন্তা করে সবশেষে একটি নতুন তত্ত্বের প্রবর্তন করেন। এটিই পদার্থবিজ্ঞানে বিপ্লব আনয়নকারী প্রথম বৃহত্তম তত্ত্ব। এই তত্ত্বে তিনি বলেন যে, বিকীর্ণ শক্তি একটি মৌলিক এককের গুণিতক হিসাবে নির্গত হয়, যাকে তিনি নাম দিয়েছেন কোয়ান্টাম। তাঁর তত্ত্বটি কোয়ান্টাম তত্ত্ব নামে পরিচিত। কোয়ান্টাম তত্ত্ব পদার্থবিজ্ঞানে ঐ সময়ে প্রচলিত ধারণার সম্পূর্ণ বিরোধী হলেও কালো বস্তুর বিকিরণের জন্য একটি নির্ভুল ফর্মুলা বা সূত্রের সঠিক প্রতিপাদন বের করতে সক্ষম হয়।

আলবার্ট আইনস্টাইন (১৮৭৯-১৯৫৫) (Albert Einstein) : আইনস্টাইন জার্মানিতে জন্ম নেওয়া মার্কিন পদার্থবিজ্ঞানী যিনি ১৯০১ সালে সুইস নাগরিকত্ব গ্রহণ করেন। তিনি ১৯০৫ সালে চারটি বিখ্যাত প্রবন্ধ বিভিন্ন জার্নালে প্রকাশ করেন। একটি হলো ব্রাউনীয় গতি, অপরটি হলো আলোক তড়িৎ ক্রিয়া, তৃতীয়টি হলো আপেক্ষিকতার বিশেষতত্ত্ব এবং চতুর্থটি শক্তি ও জড়তা (যাতে তাঁর বিখ্যাত সমীকরণ $E = mc^2$ রয়েছে)। ১৯১৫ সালে তিনি আপেক্ষিকতার সার্বিক তত্ত্ব প্রদান করেন। তাঁর আপেক্ষিক তত্ত্ব পদার্থবিজ্ঞানের দ্বিতীয় বৃহত্তম তত্ত্ব হিসেবে বিবেচিত। এ তত্ত্ব বিংশ শতাব্দীর পদার্থবিজ্ঞান জগতে বিপ্লব এনেছে। তাঁর এ তত্ত্ব কেবলমাত্র আগেকার পরীক্ষালব্ধ ফলাফলই ব্যাখ্যা করেনি বরং এমন ভবিষ্যদ্বাণী করেছে যা পরে পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয়েছে। আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব পরম কালের ধারণাকে অস্বীকার করে বৈজ্ঞানিক চিন্তায় বিপ্লব এনেছে। তাঁর এ তত্ত্ব স্থান ও কাল সম্পর্কে আমাদের ধারণার আমূল পরিবর্তন করেছে। তিনি বলেছেন স্থান, কাল ও ভর পরম কিছু নয়, আপেক্ষিক। আইনস্টাইন তাঁর তত্ত্ব সম্বন্ধে পরীক্ষণের উপর ভিত্তি করে প্রতিপাদন করেননি, করেছেন প্রতীক্ষা ও গাণিতিক দক্ষতার উপর ভিত্তি করে অর্থাৎ যুক্তির ভিত্তিতে। আর এই তত্ত্ব এ পর্যন্ত সকল পরীক্ষায় উত্তরে গেছে। এই তত্ত্বে তিনি মহাকর্ষীয় তরঙ্গ সম্পর্কে ভবিষ্যদ্বাণী করেছিলেন। তাঁর ভবিষ্যদ্বাণীর ঠিক একশত বছর পরে ২০১৬ সালের ১১ ফেব্রুয়ারি আন্তর্জাতিক বিজ্ঞানীদের দল লাইগো সায়েন্টিফিক



কোলাবোরেশন (LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION, LSC) মহাকর্ষীয় তরঙ্গ সরাসরি শনাক্ত করতে সক্ষম হন। ১৯০৫ সালে কোয়ান্টাম তত্ত্বের সাহায্যে আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার ব্যাখ্যা প্রদানের জন্যে ১৯২১ সালে তাঁকে নোবেল পুরস্কারে ভূষিত করা হয়।

সূত্রাং পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ বিভিন্ন বিজ্ঞানী তাদের ভূমিকা দ্বারা বৈজ্ঞানিক পদ্ধতিকে সমৃদ্ধিশালী করেছেন। তাঁদের কেউ পর্যবেক্ষণলব্ধ বিষয়কে সূত্রায়িত করে তত্ত্ব দিয়েছেন পরে তা পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয়েছে। আবার কেউ পরীক্ষণলব্ধ পর্যবেক্ষণকে সূত্রায়িত করেছেন।

১.১১। পরিমাপের ত্রুটি

Errors in Measurement

পরীক্ষাগারে কোনো রাশির মান নির্ণয় করতে হলে পরিমাপ করতে হয়। পরিমাপ কখনোই নির্ভুল হয় না। সকল পরিমাপেরই সঠিকতার একটা সীমা আছে। যথেষ্ট সতর্কতা অবলম্বন করলেও একই রাশির পরিমাপের সময় একই পরীক্ষকের বিভিন্ন সময়ে পরিমাপ অথবা বিভিন্ন পরীক্ষকের একই সময়ে পরিমাপের বেলায় ভিন্ন ভিন্ন মান পাওয়া যেতে পারে। পরিমাপের সময় মূলত পাঁচ ধরনের ত্রুটি দেখা যায়। যথা—

১. যান্ত্রিক ত্রুটি,
৩. এলোমেলো ত্রুটি,
৫. লঘিষ্ঠ গণন ত্রুটি।
২. পর্যবেক্ষণজনিত ত্রুটি,
৪. পুনরাবৃত্তিক বা ব্যবস্থাগত ত্রুটি ও

১. যান্ত্রিক ত্রুটি (Instrumental Error) :

পরীক্ষার জন্য যে সমস্ত যন্ত্রপাতি ব্যবহার করা হয় তাতে কিছু ত্রুটি থাকতে পারে। এ সকল ত্রুটিকে যান্ত্রিক ত্রুটি বলে। যন্ত্রে প্রধানত যেসব ত্রুটি দেখা যায় তা নিচে আলোচনা করা হলো :

- (i) শূন্য ত্রুটি (Zero error),
- (ii) পিছট ত্রুটি (Backlash error) ও
- (iii) লেভেল ত্রুটি বা অনুভূমিক রেখা ত্রুটি (Level error or Horizontal line error)

(i) শূন্য ত্রুটি : ভার্নিয়ার স্কেল, মাইড ক্যালিপার্স, স্ক্রু গেজ ও ফেরোমিটারের প্রধান স্কেলের শূন্য দাগ যদি ভার্নিয়ার বা বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগের সাথে না মেলে তাহলে এ ধরনের ত্রুটি দেখা দেয়। এর ফলে পরীক্ষালব্ধ পাঠ প্রকৃত পাঠের চেয়ে কম বা বেশি হতে পারে। শূন্য ত্রুটির পরিমাণ নির্ণয় করে আপাত পাঠ থেকে তা বিয়োগ করে প্রকৃত পাঠ নির্ণয় করা হয়।

(ii) পিছট ত্রুটি : যে সকল যন্ত্র স্ক্রু, নাট ইত্যাদি নীতির উপর ভিত্তি করে তৈরি, সে সকল যন্ত্র যেমন স্ক্রু গেজ একটু পুরানো হলে সাধারণত এই ধরনের ত্রুটি দেখা দেয়। কারণ বহু ব্যবহারের ফলে নাটের গর্ত বড় হয়ে যেতে পারে বা স্ক্রু ক্ষয় হয়ে আলগা হয়ে যায়। ফলে স্ক্রু উভয় দিকে একই পরিমাণ ঘূর্ণনের ফলে একই পরিমাণ দূরত্ব অতিক্রম করে না। এ জাতীয় ত্রুটিকে পিছট ত্রুটি বলে। পাঠ নেওয়ার সময় স্ক্রুকে একই দিকে ঘুরিয়ে পাঠ নিলে এ ত্রুটির হাত থেকে রেহাই পাওয়া যায়।

(iii) লেভেল ত্রুটি : নিক্সি, ট্যানজেন্ট গ্যালভানোমিটার, বিস্ফেপী চৌম্বক মাপক ইত্যাদি যন্ত্রকে ঠিকমত অনুভূমিক করে না নিলে পাঠ নির্ণয়ে ভুল হয়। লেভেলিং স্ক্রু ও স্পিরিট লেভেলের সাহায্যে যন্ত্রগুলো যথাযথ লেভেল করে নিতে হয়।

২. পর্যবেক্ষণজনিত ত্রুটি (Observational Error) :

পর্যবেক্ষণজনিত ত্রুটি বিভিন্নভাবে হতে পারে। যেমন—

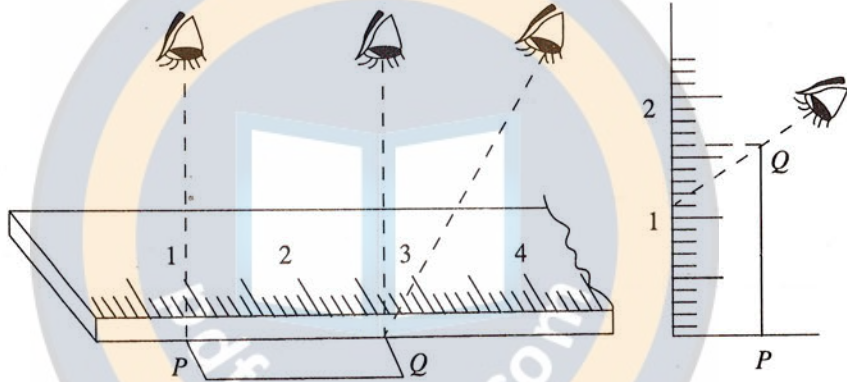
- (i) ব্যক্তিগত ত্রুটি (Personal error),
- (ii) প্রান্ত-দাগ ত্রুটি (End-division error),
- (iii) লম্বন ত্রুটি (Parallax error),
- (iv) সূচক ত্রুটি (Index error) ও
- (v) পরিবেশগত ত্রুটি (Environmental error)

(i) ব্যক্তিগত ত্রুটি (Personal error) : যেকোনো পর্যবেক্ষণের মান বিভিন্ন ব্যক্তির জন্যে বিভিন্ন রকম হতে পারে। আবার একই ব্যক্তি একই পর্যবেক্ষণ কয়েকবার করলে প্রতিবারই পৃথক মান পেতে পারেন। যেমন, কোনো এক সময় কয়েকজন পর্যবেক্ষক যদি একই সরল দোলকের দোলনকাল নির্ণয় করেন তাহলে দেখা যাবে যে, বিভিন্ন ব্যক্তির প্রাপ্ত মান ভিন্ন ভিন্ন হয়েছে। আবার একই ব্যক্তি যদি কয়েকবার দোলনকাল নির্ণয় করেন তাহলে প্রতিবারই পৃথক মান পাওয়া যেতে পারে।

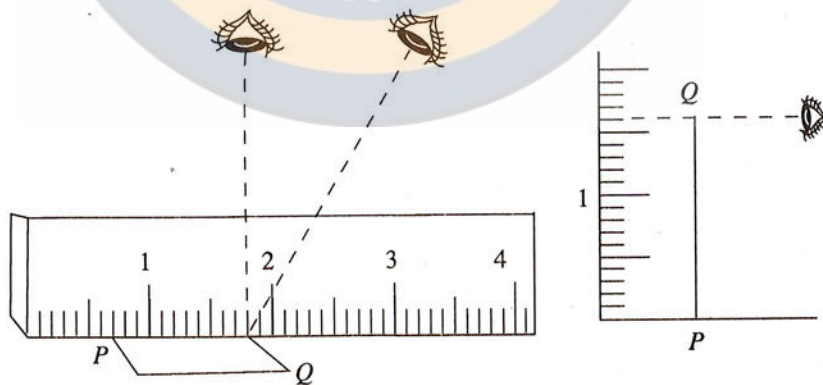
মাপের এ বিভিন্নতা ব্যক্তির চিন্তাধারা, মানসিকতা, শারীরিক অবস্থা সব কিছুর উপর নির্ভর করে। এ প্রকার ত্রুটিকে ব্যক্তিগত ত্রুটি বলে। একই রাশির অনেকগুলো পাঠ নিয়ে গড় পাঠ বের করলে এ ত্রুটি কিছুটা কমানো যায়। তবে এ ত্রুটি একেবারে দূর করা যায় না।

(ii) প্রান্ত-দাগ ত্রুটি (End-division error) : দীর্ঘদিন ব্যবহারের ফলে কোনো স্কেলের প্রান্তের দাগ ক্ষয়ে যেতে পারে বা অস্পষ্ট হয়ে পড়তে পারে। ফলে, প্রান্ত দাগ ব্যবহার করে পরিমাপ নিলে তাতে ভুল হয়ে যেতে পারে। তাই স্কেলের মাঝামাঝি অংশ ব্যবহার করে পাঠ নিলে এ ধরনের ত্রুটি এড়ানো যায়।

(iii) লম্বন ত্রুটি (Parallax error) : দৃষ্টির দিক পরিবর্তনের সাথে সাথে কোনো লক্ষ্যবস্তুর অবস্থানের আপাত পরিবর্তনকে লম্বন বলে। এ কারণে পরিমাপে যে ভুল হয় তাকে লম্বন ত্রুটি বলে। ১.২ চিত্রে পর্যবেক্ষকের চোখের অবস্থানের পরিবর্তনের সাথে Q বিন্দুর পাঠের কীরূপ পরিবর্তন হয় তা দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে PQ বস্তুটি স্কেলের দাগের সংস্পর্শে না থাকার জন্যে লম্বন ত্রুটির উদ্ভব হয়। ১.৩নং চিত্রে স্কেল ব্যবহারের সঠিক পদ্ধতি দেখানো হয়েছে। যখন বস্তুটি স্কেলের দাগের সংস্পর্শে থাকে তখন চোখের অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য পাঠের কোনো পরিবর্তন হয় না (১.৩নং চিত্রে বাম দিকের স্কেল)। কিন্তু বস্তুটি যদি স্কেলের দাগের সংস্পর্শে না থাকে তাহলে স্কেলটিকে দৃষ্টি রেখার সাথে সমকোণে রেখে পাঠ নিলে লম্বন ত্রুটি হবে না (১.৩ নং চিত্রে ডান দিকের স্কেল)।



চিত্র ১.২ : স্কেল ব্যবহারের ভুল পদ্ধতি



চিত্র ১.৩ : স্কেল ব্যবহারের সঠিক পদ্ধতি

(iv) সূচক ত্রুটি (Index error) : সাধারণত আলোক বেধে এ ধরনের ত্রুটি দেখা দেয়। আলোক বেধে স্ট্যান্ডের অবস্থানের পাঠ নেয়ার জন্য স্ট্যান্ডের পাদদেশে একটি দাগ থাকে। এ দাগকে সূচক দাগ বলে। দুটি স্ট্যান্ডের সূচক দাগের মধ্যবর্তী দূরত্ব এবং স্ট্যান্ডের উপর রাখা বস্তুদ্বয়ের (পিন ও দর্পণ বা লেন্স) মধ্যবর্তী প্রকৃত দূরত্ব সমান নাও হতে পারে।

সেক্ষেত্রে সূচক দাগ দেখে পাঠ নিলে যে ভুল হয় তাকে সূচক ত্রুটি বলে। সূচক দণ্ড ব্যবহার করে এ ত্রুটির পরিমাণ নির্ণয় করা যায় এবং আপাত পাঠ থেকে এ ত্রুটি বাদ দিয়ে প্রকৃত পাঠ নির্ণয় করা হয়।

(v) পরিবেশগত ত্রুটি (Environmental Error) : তাপমাত্রা, আর্দ্রতা, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা ইত্যাদি নৈসর্গিক কারণে পরীক্ষালব্ধ পাঠ প্রকৃত পাঠ থেকে পৃথক হতে পারে। যেমন আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয়ের সময় আমরা যে পানি ব্যবহার করি সে পানির তাপমাত্রা 4°C -এ থাকে না, পরীক্ষাগারের তাপমাত্রায় থাকে। এ পানি ব্যবহার করে যে আপেক্ষিক গুরুত্ব পাওয়া যাবে তা প্রকৃত আপেক্ষিক গুরুত্ব হবে না। প্রকৃত আপেক্ষিক গুরুত্ব পাওয়ার জন্যে পরীক্ষালব্ধ মানকে পরীক্ষাগারের তাপমাত্রার পানির আপেক্ষিক গুরুত্ব দিয়ে গুণ করতে হবে।

৩. এলোমেলো ত্রুটি (Random Error) : ঘরের দৈর্ঘ্য মাপার জন্য যতবারই মিটার স্কেলটি ঘরের মেঝেতে ফেলা হয় ততবারই এলোমেলো ত্রুটি পরিমাপের অন্তর্ভুক্ত হয়। প্রত্যেক বার মিটার স্কেল ফেলার পর এর সম্মুখ প্রান্তের অবস্থান চিহ্নিত করার জন্য মেঝেতে যে দাগ দেওয়া হয়, তা প্রকৃত দাগ থেকে কিছুটা সামনে বা পেছনে দেওয়া হয়। এ দাগের সাথে মিলিয়ে যখন আবার মিটার স্কেলটি ফেলা হয় তখন আরও একটি এলোমেলো ত্রুটি পরিমাপে এসে যায়। এ দাগের সাথে মিলানোর সময়ও স্কেলটির পেছনের প্রান্ত কখনো দাগের কিছুটা সম্মুখে বা পিছনে মিলানো হয়। এলোমেলো ত্রুটির ফলে চূড়ান্ত ফলাফল হয়তো অত্যন্ত বেশি বা খুব কম হয়ে যেতে পারে। এলোমেলো ত্রুটিকে এড়ানো সম্ভব নয়। কিন্তু সতর্কতা অবলম্বন করলে এ ত্রুটি কমিয়ে আনা যায়। এলোমেলো ত্রুটিকে কমিয়ে আনতে হলে পরিমাপটি বার বার নিয়ে এদের গড় নিতে হয়।

৪. পুনরাবৃত্তিক বা ব্যবস্থাগত ত্রুটি (Systematic Error) : পরীক্ষণের কার্যধারা ও যন্ত্রপাতির ত্রুটিজনিত যে ত্রুটি তাকে বলা হয় পুনরাবৃত্তিক বা ব্যবস্থাগত ত্রুটি। উপরিউক্ত ঘরের দৈর্ঘ্য পরিমাপে পুনরাবৃত্তিক বা ব্যবস্থাগত ত্রুটি তখনই থাকবে যদি মিটার স্কেলটি ১ মিটারের চেয়ে সামান্য বড় বা ছোট হয় অথবা মিটার স্কেল মাপার সময় যে দাগ দেওয়া হয় তা যদি সব সময় প্রকৃত স্থান থেকে খানিকটা এগিয়ে বা পিছিয়ে দেওয়া হয়। মিটার স্কেলটি যদি ১ মিটার থেকে সামান্য বড় হয় বা প্রত্যেক বার এর সম্মুখ প্রান্তের জন্য দাগ যদি কিছুটা এগিয়ে দেওয়া হয় তাহলে ঘরের দৈর্ঘ্য প্রকৃত দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোট হবে। আবার মিটার স্কেলটি যদি ১ মিটারের চেয়ে সামান্য ছোট হয় বা এর সম্মুখ প্রান্তের জন্য দাগটি যদি কিছুটা পিছিয়ে কাটা হয় তাহলে ঘরের দৈর্ঘ্য প্রকৃত দৈর্ঘ্যের চেয়ে বড় হবে। পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি নির্ণয় করতে হলে এবং তার পরিমাপ নিতে হলে যন্ত্রপাতি ও কার্যধারাকে বার বার যাচাই করতে হয়।

পরীক্ষা সম্পাদনকারী কেবল এলোমেলো ত্রুটির হিসাব দিয়ে থাকেন। পুনরাবৃত্তিক ত্রুটির হিসাব দেওয়ার কোনো যুক্তিযুক্ত উপায় নেই। এ ত্রুটি আছে কারও মনে এ সন্দেহ দেখা দিলেও হিসাব দিতে পারেন না। কারণ, ত্রুটি বের করতে হলে তাকে সম্পূর্ণ পরীক্ষাটি পুনরায় করতে হয়।

৫. লঘিষ্ঠ গণন ত্রুটি (Least Count Error) : কোনো যন্ত্রের সাহায্যে ন্যূনতম যে পরিমাপ নেওয়া সম্ভব তাকে ঐ যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন বলে। যেমন- মিটার স্কেলের লঘিষ্ঠ গণন 0.1 cm । আবার স্লাইড ক্যালিপার্সের ক্ষেত্রে তা 0.01 cm । স্ক্রু গেজ বা স্কেরোমিটারের ক্ষেত্রে 0.001 cm ইত্যাদি। লঘিষ্ঠ গণন ত্রুটি যন্ত্রের বিশ্লেষণ ক্ষমতার (Resolution or limit) সাথে সম্পর্কযুক্ত। যেমন মিটার স্কেলের বিশ্লেষণ ক্ষমতা 0.1 cm , স্লাইড ক্যালিপার্সের 0.01 cm , স্ক্রু গেজের 0.001 cm । অর্থাৎ এ সকল যন্ত্র এ সীমা পর্যন্ত ভালেভাবে বা সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারে। সূক্ষ্মতর যন্ত্র অর্থাৎ অধিক বিশ্লেষণ ক্ষমতার যন্ত্র এবং উন্নততর পরীক্ষা পদ্ধতি ব্যবহার করে লঘিষ্ঠ গণন ত্রুটি কমানো সম্ভব। কোনো রাশি পরিমাপের জন্য অধিক সংখ্যক পাঠ নিয়ে এবং ঐ পাঠসমূহের গাণিতিক গড় নির্ণয় করে পরিমেষ রাশিটির সঠিক পাঠের সর্বাধিক নিকটবর্তী হওয়া সম্ভব। পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন যত বেশি সে যন্ত্রে ত্রুটির পরিমাণও অধিক আর লঘিষ্ঠ গণন যত কম হবে ত্রুটির পরিমাণও তত কমে আসবে।

এলোমেলো ত্রুটি ও পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি উভয় ক্ষেত্রেই লঘিষ্ঠ গণন ত্রুটি পরিলক্ষিত হয়।

কর্মকাণ্ড : একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্য 3.532 cm । মিটার স্কেল, স্লাইড ক্যালিপার্স এবং স্ক্রু গেজের সাহায্যে কত সঠিকভাবে দণ্ডের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যাবে?

১.১২। পরিমেষ রাশির শুদ্ধতর মান নির্ধারণ

Determination of More Accurate Value of Measurable Quantity

পরিমাপ বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির ভিত্তিই হচ্ছে পরিমাপ। যেকোনো যন্ত্র দিয়ে পরিমেষ প্রত্যেক ফলাফলে একটা অনিশ্চয়তা বা সীমাবদ্ধতা থাকে। পরিমাপের এ সীমাবদ্ধতাই হচ্ছে পরিমাপের ত্রুটি। প্রত্যেক হিসাবকৃত রাশি যা পরিমাপের উপর নির্ভরশীল তাতে ত্রুটি থাকবেই। প্রকৃতপক্ষে কোনো পরিমাপই ত্রুটিহীন নয়। কোনো রাশির পরিমাপের ক্ষেত্রে দুটি বিষয় বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ—Accuracy বা শুদ্ধতা এবং Precision বা সূক্ষ্মতা। কোনো রাশির ত্রুটিমুক্ত পরিমাপ বা পরিমাপের শুদ্ধতা বলতে আমরা বুঝি রাশিটির পরিমাপ্য মান ঐ রাশির প্রকৃত মানের কত কাছাকাছি। পক্ষান্তরে সূক্ষ্মতা প্রকৃতপক্ষে যন্ত্রের সীমাবদ্ধতা নির্দেশ করে। লঘিষ্ঠ গণন ত্রুটির উপরই পরিমাপের সূক্ষ্মতা নির্ভরশীল।

পরম ত্রুটি, আপেক্ষিক ত্রুটি, শতকরা ত্রুটি ও আনুপাতিক ত্রুটি

পরম ত্রুটি : কোনো রাশির পরিমাপকৃত মান ও প্রকৃত মানের পার্থক্যকে পরম ত্রুটি বলে। x যদি একটি পরিমাপযোগ্য রাশির প্রকৃত মান হয় আর x_i যদি হয় তার পরিমাপকৃত মান, তাহলে পরম ত্রুটি হবে,

$$\Delta x = x_i - x \quad \dots \quad (1.1)$$

Δx ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে। কিন্তু এর পরম মান সর্বদাই ধনাত্মক।

ধরা যাক, কোনো এক পরিমাপে কোনো রাশি x এর n সংখ্যক পরিমাপের মান যথাক্রমে $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ । পরিমাপযোগ্য এ রাশিটির প্রকৃত মান জানার কোনো পদ্ধতির অনুপস্থিতিতে গাণিতিক গড়কেই প্রকৃত মান হিসেবে বিবেচনা করা হয়। উল্লেখিত পরিমাপকৃত মানগুলোর গাণিতিক গড়ই হবে ঐ রাশিটির সর্বাধিক গ্রহণযোগ্য মান।

এ মান \bar{x} হলে,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad \dots \quad (1.2)$$

প্রত্যেকটি স্বতন্ত্র পরিমাপের মান রাশিটির প্রকৃত মানের চেয়ে পৃথক অর্থাৎ কম বা বেশি হয়ে থাকে। কোনো রাশির প্রত্যেকটি স্বতন্ত্র পাঠের মান ও রাশিটির প্রকৃত মানের পার্থক্যই হচ্ছে ত্রুটি। তাহলে প্রত্যেকটি স্বতন্ত্র পরিমাপের জন্য ত্রুটি বা বিচ্যুতি হবে,

$$\Delta x_1 = x_1 - \bar{x}, \Delta x_2 = x_2 - \bar{x}, \dots, \Delta x_n = x_n - \bar{x}$$

সকল ত্রুটির অর্থাৎ Δx সমূহের গড় নিলে গড় ত্রুটি বা গড় বিচ্যুতি (mean deviation) পাওয়া যাবে। অর্থাৎ গড় ত্রুটি,

$$\overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n}{n} \quad \dots \quad (1.3)$$

এ গড় $\overline{\Delta x}$ অবশ্যই শূন্য হবে। যেহেতু কতগুলো রাশির গাণিতিক গড় ঐ রাশিগুলোর মধ্য মানকে নির্দেশ করে আর প্রত্যেক স্বতন্ত্র মান ও মধ্য মানের পার্থক্য তথা বিচ্যুতি ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হবে এবং নিঃসন্দেহে এ বিচ্যুতিগুলোর সমষ্টি শূন্য হবে। এ জন্য ত্রুটি হিসেবের সময় স্বতন্ত্র মান থেকে গড় মানের পার্থক্যের পরম মান $|\Delta x|$ নেওয়া হয়। একে পরম ত্রুটি বলা হয়। সকল পরম ত্রুটি অর্থাৎ $|\Delta x|$ এর গড় নিলে গড় পরম ত্রুটি পাওয়া যায়।

$$\text{গড় পরম ত্রুটি বা বিচ্যুতি, } |\overline{\Delta x}| = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots + |\Delta x_n|}{n} \quad \dots \quad (1.4)$$

অধিকাংশ সময়ে গড় পরম বিচ্যুতির পরিবর্তে বিচ্যুতিগুলোর বর্গের গড় নিয়ে তার বর্গমূল বের করা হয়। একে প্রমাণ বিচ্যুতি (standard deviation) বলে। প্রমাণ বিচ্যুতিকে σ দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \dots \quad (1.5)$$

পরিমেষ রাশির শুদ্ধতর মান

গড় পরম ত্রুটি $|\Delta\bar{x}|$ হলে পরিমাপকৃত রাশির পরম মান, $x = \bar{x} \pm |\Delta\bar{x}|$ । এ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, কোনো ভৌত রাশি x এর পরিমাপ $\bar{x} + \Delta\bar{x}$ এবং $\bar{x} - \Delta\bar{x}$ এর মধ্যে অবস্থিত হবে। প্রমাণ বিচ্যুতি বিবেচনা করলে, রাশিটির সঠিক মান হবে $x = \bar{x} \pm \sigma$ অর্থাৎ কোনো ভৌত রাশি এর পরিমাপ $\bar{x} + \sigma$ এবং $\bar{x} - \sigma$ এর মধ্যে অবস্থিত হবে।

পরম ত্রুটির পরিবর্তে আমরা কখনো কখনো আপেক্ষিক ত্রুটি অথবা শতকরা ত্রুটি ব্যবহার করে থাকি।

আপেক্ষিক ত্রুটি : গড় পরম ত্রুটি $|\Delta\bar{x}|$ ও ভৌত রাশিটির পরিমাপকৃত মান বা গড় মান \bar{x} এর অনুপাতকে আপেক্ষিক ত্রুটি বলে।

$$\text{অর্থাৎ, আপেক্ষিক ত্রুটি, } \delta x = \frac{\text{গড় পরম ত্রুটি}}{\text{গড় মান}} = \frac{|\Delta\bar{x}|}{\bar{x}} \quad \dots \quad (1.6)$$

শতকরা ত্রুটি : আপেক্ষিক ত্রুটিকে শতকরা হিসাবে প্রকাশ করলে তাকে শতকরা ত্রুটি বলে।

$$\text{শতকরা ত্রুটি, } \delta x = \frac{|\Delta\bar{x}|}{\bar{x}} \times 100\% \quad \dots \quad (1.7)$$

সুতরাং শতকরা ত্রুটি,

$$\delta x = \frac{\text{প্রকৃত মান—পরিমাপকৃত মান}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\% \quad \dots \quad (1.8)$$

আনুপাতিক ত্রুটি : কোনো পরিমাপযোগ্য রাশি যদি বিভিন্ন সূচকের এক বা একাধিক রাশির গুণফল হয় তাহলে সংশ্লিষ্ট রাশিগুলোর সূচকের পরম মান ও আপেক্ষিক ত্রুটির গুণফলের সমষ্টিতে ঐ পরিমাপ্য রাশিটির আনুপাতিক ত্রুটি বলে।

ধরা যাক, x একটি পরিমাপযোগ্য ভৌত রাশি যা u, v ও w এর সাথে নিম্নোক্ত উপায়ে সম্পর্কযুক্ত,

$$x = u^p v^q w^r$$

এখন u, v, w তে ত্রুটি হলে x এর পরিমাপেও ত্রুটি হবে। u, v ও w পরিমাপে ত্রুটি যথাক্রমে $\Delta u, \Delta v$ এবং Δw হলে x এর মানের আনুপাতিক ত্রুটি হবে

$$\frac{\Delta x}{x} = p \frac{\Delta u}{u} + q \frac{\Delta v}{v} + r \frac{\Delta w}{w} \quad \dots \quad (1.9)$$

অর্থাৎ ভৌত রাশির সাথে যে সকল রাশি সংশ্লিষ্ট থাকে (এ ক্ষেত্রে u, v, w) তাদের প্রত্যেকের আনুপাতিক ত্রুটি পৃথকভাবে নির্ণয় করে ঐ নির্ণীত ত্রুটিগুলোর পরিমাণকে তাদের সংশ্লিষ্ট রাশিগুলোর সূচক দ্বারা গুণ করলে ঐ গুণফলগুলোর সমষ্টিই হবে পরিমাপযোগ্য ভৌত রাশিটির আনুপাতিক ত্রুটির মান। কাজেই যে রাশির সূচক সংখ্যা বেশি সেই রাশিটি অধিক সতর্কতার সাথে পরিমাপ করতে হয়। উল্লেখযোগ্য যে, ত্রুটি হিসাবের সময় সূচকের পরিমাণ তথা পরম মান বিবেচনা করা হয় অর্থাৎ ঋণাত্মক চিহ্ন পরিহার করা হয়।

যেমন, আয়তন V নির্ণয়ের সমীকরণ,

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

সুতরাং V এর আনুপাতিক ত্রুটি হবে

$$\frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta r}{r}$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : পদার্থের গাঠনিক ধর্ম অধ্যায়ে ইয়ং গুণাঙ্কের জন্য আমরা রাশিমালা পাই (অনু :

$$৭.৯) Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}। ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয়ে আনুপাতিক ত্রুটির রাশিমালা নির্ণয় কর।$$

আমরা জানি, ইয়ং গুণাঙ্ক

$$Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l} = \frac{1}{\pi} MGLr^{-2}l^{-1}$$

$$\text{অতএব, আনুপাতিক ত্রুটি, } \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta l}{l} \quad \dots \quad (1.10)$$

উল্লেখ্য যে, সূত্রের ধ্রুব রাশির জন্যে কোনো ত্রুটি বিবেচিত হয় না।

সামগ্রিক ত্রুটি বা মোট ত্রুটি (Gross errors) : পর্যবেক্ষকের সতর্কতা বা মনোযোগিতার ঘাটতির কারণে এ ত্রুটির উদ্ভব হয়। পরীক্ষণ সম্পাদনের সময় সতর্কতার সাথে মনোযোগ করলে এ ত্রুটি দূরীভূত হয়।

১.১৩। তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক

Significant Figures

হিসাব নিকাশের ক্ষেত্রে কিংবা বিশেষ করে চূড়ান্ত ফলাফলের ক্ষেত্রে একটা সমস্যা প্রায়ই দেখা দেয় তাহলো দশমিকের পর কয়টা অঙ্ক রাখতে হবে। অনেককে বলতে শোনা যায় দশমিকের পর দুটো অঙ্কই যথেষ্ট। আসলে দশমিকের পর দুই অঙ্ক রাখার কোনো ধরাবাঁধা নিয়ম নেই। কোনো কোনো ক্ষেত্রে এক অঙ্ক রাখলেই যথেষ্ট আবার কোনো কোনো সময় তিন, চার বা পাঁচ অঙ্কও রাখতে হয়। এটা নির্ভর করে তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্কের উপর। এখন স্বভাবতই প্রশ্ন আসে তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক কী? যেকোনো পরিমাপের যে অঙ্কগুলো নির্ভরযোগ্যভাবে জ্ঞাত তাদের ঐ পরিমাপের তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক বলা হয়। এদের মধ্যে শেষ অঙ্কটি অনিশ্চিত, বাকিগুলো সুনিশ্চিত।

ধরা যাক, মিটার স্কেলের সাহায্যে কোনো দণ্ডের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা হলো 4.7 cm। এখানে তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক হলো দুটি। 4.7 cm কে 4.70 cm লেখা ভুল হবে। কেননা 4.70 cm এর অর্থ হলো তৃতীয় তাৎপর্যপূর্ণ সংখ্যা পর্যন্ত পরিমাপটি সঠিক। কিন্তু 4.7 cm বলতে 4.66 cm থেকে 4.74 cm এর মধ্যে যে কোনো পাঠ বোঝায়। অপর পক্ষে 4.70 cm বলতে বোঝায় দশমিকের পরের সংখ্যাটি সুনিশ্চিত।

আবার ধরা যাক, কোনো দণ্ডের দৈর্ঘ্য মিটার স্কেলের সাহায্যে পরিমাপ করা হলো 15.64 cm। আমরা মিটার স্কেল থেকে সরাসরি 15.6 cm পড়তে পারি বাকি 0.04 cm চোখে আন্দাজ করে নিই। এক্ষেত্রে আমাদের পরিমাপটি চারটি তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্কে প্রকাশ করা হয়েছে যার তিনটি নিশ্চিত এবং একটি অনিশ্চিত।

পরিমাপের বেলায় যে অঙ্ক (ঘর) পর্যন্ত আমরা নিশ্চিত এবং যে অঙ্কগুলো (শূন্যসহ) পরিমাপ প্রকাশকারী সংখ্যার নির্ভুলতায় অবদান রাখে তাদেরকে তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক (Significant figures) বলা যেতে পারে। যখন কোনো অঙ্কের স্থায়ী মান বোঝানোর জন্য শূন্য ব্যবহৃত হয় তখন শূন্য তাৎপর্যপূর্ণ সংখ্যা হয় না। উদাহরণস্বরূপ 12.5 kg-এর তিনটি তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক রয়েছে। একে আমরা 12500 gm বা 12500000 mg হিসেবে লিখতেও এর তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক তিনটিই থাকে। আবার মনে কর 71 mg-এর কথা, এখানে দুটো তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক। একে 0.071g এবং 0.000071 kg হিসেবে লিখলেও এর তাৎপর্য অঙ্ক দুটোই থাকবে। কিন্তু 12.50 cm-এর তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক চারটি, যদিও এর বেলায় তিনটি তাৎপর্যপূর্ণ সংখ্যা। এক্ষেত্রে শূন্য থাকার অর্থ হলো নিকটবর্তী শতাংশ পর্যন্ত দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা হয়েছে। দশমিকের পর কোনো অঙ্ক নেই এমন ক্ষেত্রে দশমিকের পূর্বের শূন্য বা শূন্যগুলো আমাদের উভয় সংকেটে ফেলে দেয়। উপরিউক্ত উদাহরণগুলোতে এগুলো তাৎপর্যপূর্ণ নয়। কিন্তু কখনো কখনো তাৎপর্যপূর্ণ হয়। কোনো বস্তু সতর্কতার সাথে গণনা করে মনে কর তুমি পেলে 200 কারণ এটি 199 বা 201 নয়, যথার্থভাবেই এখানে দুটো শূন্যই তাৎপর্যপূর্ণ।

একটা উদাহরণ নেওয়া যাক। ধরা যাক, কোনো তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে গিয়ে আমরা এর ব্যাস বের করলাম 0.042 cm। সুতরাং ব্যাসার্ধ $r = \frac{0.042 \text{ cm}}{2} = 0.021 \text{ cm}$ এবং $\pi = 3.1416$ । তারটির প্রস্থচ্ছেদের

ক্ষেত্রফল $A = \pi r^2$ । উপরিউক্ত উপাত্ত ধরে প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায় $0.0013854456 \text{ cm}^2$ । এটি অত্যন্ত সঠিক ও নির্ভুল মান, নয় কি ?

কিন্তু ব্যাসকে 0.0420 বলে আমরা সুনির্দিষ্ট করিনি। কারণ ক্ষুণ্ণ গজটি মাত্র এক সেন্টিমিটারের সহস্রাংশের পরিমাপ দিতে সক্ষম। 0.0416 cm থেকে 0.0424 cm -এর মধ্যে যেকোনো প্রকৃত ব্যাস 0.042 cm পড়া যেতে পারে। এদের নিয়ে প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল মাপলে যথাক্রমে দাঁড়ায় $0.0013591824 \text{ cm}^2$ এবং $0.001411960704 \text{ cm}^2$ । এদের একটির প্রথম তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক আমাদের কষিত প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের প্রথমটির সাথে মিলে যায়, অপরটির দুটো অঙ্কের সাথে আমাদের কষিত প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের দুটো অঙ্ক মিলে।

আমরা পুনর্বিবেচনা করে দেখতে পাই যে, π -এর মানে পাঁচটি তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক রয়েছে কিন্তু ব্যাসের বেলায় রয়েছে মাত্র দুটি এবং চূড়ান্ত ফলাফলে রয়েছে মাত্র দুটি। সুতরাং আমাদের সঠিক উত্তর হবে $A = 0.0014 \text{ cm}^2$ । গুণ বা ভাগের বেলায় তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক হবে ন্যূনতম তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্কবিশিষ্ট গুণকটির তাৎপর্যপূর্ণ অঙ্ক সংখ্যার সমান।

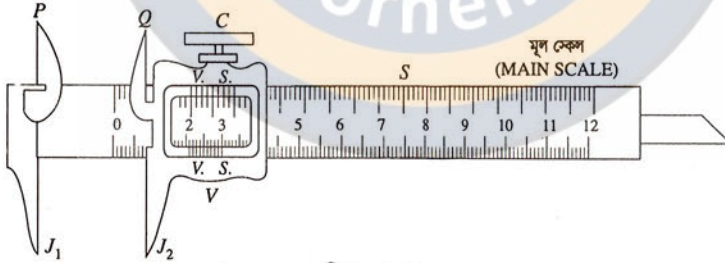
১.১৪। পরিমাপের কয়েকটি যন্ত্র

Few Measuring Instruments

পদার্থবিজ্ঞানে বিভিন্ন রাশির পরিমাণ অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। নিচে পরিমাপের কয়েকটি যন্ত্রের সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দেওয়া হলো :

স্লাইড ক্যালিপার্স SLIDE CALIPERS

স্লাইড ক্যালিপার্সের অপর নাম ভার্নিয়ার ক্যালিপার্স। কারণ এই যন্ত্র দ্বারা মাপজোখের বেলায় ভার্নিয়ার পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এই যন্ত্রের প্রধান অংশ একটি ইস্পাতের বা প্লাস্টিকের স্কেল S (চিত্র ১.৪)। স্কেলের নিচের দিকে সেন্টিমিটার ও উপরের দিকে ইঞ্চিতে দাগ কাটা থাকে। এটি যন্ত্রের প্রধান স্কেল। প্রধান স্কেলের যে প্রান্তে শূন্য দাগ কাটা থাকে অর্থাৎ যে প্রান্ত থেকে সূচনা হয় সে প্রান্তে একটি ধাতব চোয়াল J_1 লাগান থাকে। প্রধান স্কেলের গায়ে J_2 চোয়ালযুক্ত ভার্নিয়ার স্কেল V পরানো থাকে। এই চোয়ালযুক্ত ভার্নিয়ার প্রধান স্কেলের উপর সামনে বা পিছনে সরানো যায়। এই স্কেলের সাথে একটি ক্ষুণ্ণ C থাকে। এই ক্ষুণ্ণ সাহায্যে ভার্নিয়ার স্কেলকে প্রধান স্কেলের গায়ে যেকোনো স্থানে আটকে রাখা যায়। চোয়াল দুটি লেগে থাকলে সাধারণত ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের সাথে মিলে যায়। অনেক যন্ত্রে নাও মিলতে পারে। তখন বুঝতে হবে যান্ত্রিক ত্রুটি রয়েছে এবং এর জন্য পাঠ সংশোধন করে নিতে হবে।



চিত্র : ১.৪

এই যন্ত্র ব্যবহার করতে হলে প্রথমেই এর ভার্নিয়ার ধ্রুব নির্ণয় করতে হয়।

ভার্নিয়ার ধ্রুব :

একটি ভার্নিয়ার স্কেল দ্বারা ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য সঠিকভাবে পরিমাপ করা যায় সেটাই হচ্ছে ভার্নিয়ার ধ্রুব। অর্থাৎ ভার্নিয়ার ধ্রুবই হচ্ছে ভার্নিয়ার স্কেলের লঘিষ্ঠ গণন (Least count)। প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম একঘর ও ভার্নিয়ার স্কেলের এক ঘরের দৈর্ঘ্যের পার্থক্যই ভার্নিয়ার ধ্রুব।

প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম ঘরের মানকে ভার্নিয়ার স্কেলের মোট ঘরসংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভার্নিয়ার ধ্রুব পাওয়া যায়। প্রধান স্কেলের 1 ঘরের মান s এবং ভার্নিয়ার স্কেলের মোট ঘরসংখ্যা n হলে ভার্নিয়ার ধ্রুব (Vernier Constant),

$$VC = \frac{s}{n}$$

উদাহরণ :

প্রধান স্কেলের 1 ঘরের মান, $s = 1 \text{ mm} = 0.1 \text{ cm}$

ভার্নিয়ার স্কেলের মোট ঘরসংখ্যা, $n = 10$

$$\therefore \text{ভার্নিয়ার ফ্রব, } VC = \frac{s}{n} = \frac{0.1 \text{ cm}}{10} = 0.01 \text{ cm}$$

যান্ত্রিক ত্রুটি

স্লাইড ক্যালিপার্সের চোয়াল দুটি একত্রে মিলিয়ে যান্ত্রিক ত্রুটি নির্ণয় করা হয়। যন্ত্রের চোয়াল দুটি একত্রে মিলালে :

১. যদি ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের সাথে মিলে যায়, তাহলে যান্ত্রিক ত্রুটি শূন্য।
২. যদি ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের ডান দিকে থাকে, তাহলে যান্ত্রিক ত্রুটি ধনাত্মক।
৩. যদি ভার্নিয়ারের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের শূন্য দাগের বাম দিকে থাকে তাহলে যান্ত্রিক ত্রুটি ঋণাত্মক।

স্কেলের পাঠ

পরীক্ষাধীন বস্তুকে দুই চোয়ালের মধ্যে রেখে চোয়াল দুটি দ্বারা বস্তুটির দুই প্রান্ত স্পর্শ করতে হয়। এই অবস্থায় ভার্নিয়ারের শূন্য দাগ প্রধান স্কেলের যে দাগ পার হয়েছে তা দেখতে হয়। এই দাগের পাঠই হচ্ছে প্রধান স্কেল পাঠ, M । এবার ভার্নিয়ারের কত সংখ্যক দাগ প্রধান স্কেলের যে কোনো একটি দাগের সাথে মিলে গেছে তা লক্ষ্য করতে হয়। এটি ভার্নিয়ার সমপাতন V । ভার্নিয়ার সমপাতনকে ভার্নিয়ার ফ্রব (VC) দ্বারা গুণন করে ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ নির্ণয় করা হয়।

প্রধান স্কেল পাঠের সাথে ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ যোগ করে বস্তুটির আপাত দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়। আপাত দৈর্ঘ্য থেকে যান্ত্রিক ত্রুটি ($\pm e$) বিয়োগ করে প্রকৃত দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়।

স্লাইড ক্যালিপার্স তথা যেকোনো ভার্নিয়ার যন্ত্রের সাহায্যে যেকোনো প্রকার দৈর্ঘ্যের পাঠ :

$$\text{দৈর্ঘ্য} = M + V \times VC - (\pm e) \quad \dots \quad (1.11)$$

M = প্রধান স্কেল পাঠ, V = ভার্নিয়ার সমপাতন সংখ্যা

VC = ভার্নিয়ার ফ্রব, $\pm e$ = যান্ত্রিক ত্রুটি।

স্ক্রু গজ

SCREW GAUGE

এই যন্ত্রের অপর নাম মাইক্রোমিটার স্ক্রু গজ। এই যন্ত্রের সাহায্যে তারের ব্যাসার্ধ, সরু চোঙের (সিলিন্ডার) ব্যাসার্ধ ও ছোট দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায়। এতে রয়েছে দুই প্রান্তে দুটি সমান্তরাল বাহুবিশিষ্ট U-আকৃতির ফ্রেম বা কাঠামো F

(চিত্র-১.৫)। এর এক বাহুর সমতল পিঠ (face)

A এর সাথে একটি সমতল প্রান্তবিশিষ্ট দণ্ড বা

কীলক স্থায়ীভাবে আটকানো রয়েছে এবং অপর

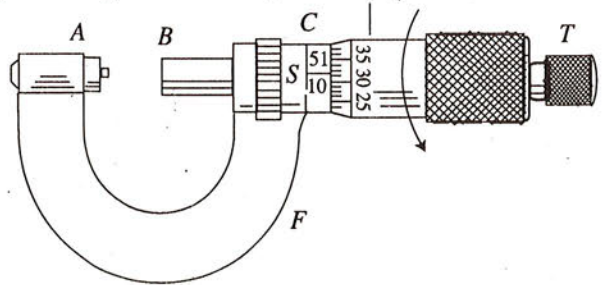
বাহুতে রয়েছে একটি ফাঁপা নল C । এই নলের

রয়েছে মিলিমিটারের দাগাঙ্কিত একটি সরল

স্কেল। একটি বেলনাকৃতি টুপি T পরিহিত একটি

স্ক্রু এই ফাঁপা নল C -এর ভিতরে চলাফেরা করতে

পারে।



চিত্র : ১.৫

বেলনাকৃতি টুপি T এর কিনারাকে সাধারণত সমান পঞ্চাশ বা একশ ভাগে ভাগ করা থাকে। জুর মাথা B যখন স্থায়ী কীলক বা সমতল প্রান্তবিশিষ্ট দণ্ড A স্পর্শ করে তখন বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের সাথে মিলে যায়। এ রকম অবস্থায় দুটি স্কেলের শূন্য দাগ যদি না মিলে তাহলে বুঝতে হবে যান্ত্রিক ত্রুটি রয়েছে।

জুপিচ বা পিচ (Pitch) : টুপি T একবার ঘুরালে অর্থাৎ বৃত্তাকার স্কেলটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে একটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দৈর্ঘ্য অতিক্রম করে তাকে জুপিচ বা পিচ বলে।

লঘিষ্ঠ গণন বা লঘিষ্ঠ মান বা লঘিষ্ঠ ধ্রুবক বা ন্যূনাক্ষ (Least count) : এই যন্ত্রের সাহায্যে ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায় তাই হচ্ছে ন্যূনাক্ষ বা লঘিষ্ঠ গণন। বৃত্তাকার স্কেলের মাত্র এক ভাগ ঘুরালে T -এর প্রান্ত বা জুটি যতটুকু সরে আসে তাকে বলা হয় যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন (LC)। যন্ত্রের পিচকে বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন পাওয়া যায়।

$$\text{লঘিষ্ঠ গণন (LC)} = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেল ভাগ সংখ্যা}}$$

বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা 100 এবং যন্ত্রের পিচ 1 mm হলে

$$\text{লঘিষ্ঠ গণন} = \frac{1}{100} \text{ mm বা } 0.01 \text{ mm}$$

জু গজের যান্ত্রিক ত্রুটি (Instrumental error) : জু গজে দুই ধরনের যান্ত্রিক ত্রুটি দেখা যায়; যথা : শূন্য ত্রুটি (Zero error) ও ব্যাকল্যাশ ত্রুটি বা পিছট ত্রুটি (Backlash error)।

শূন্য ত্রুটি (Zero error) : জুর মাথা যখন স্থায়ী কীলক বা সমতল প্রান্তবিশিষ্ট দণ্ড A স্পর্শ করে তখন বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের সাথে মিলে যাওয়া উচিত। যদি না মিলে তাহলে বোঝাতে হবে যান্ত্রিক ত্রুটি রয়েছে।

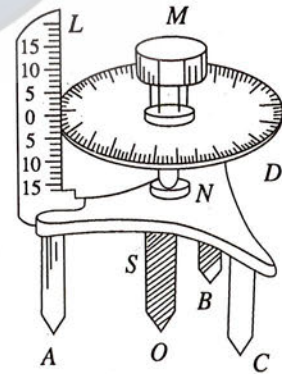
জুগজের সাহায্যে দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের পাঠ

$$d \text{ বা } l = \text{রৈখিক স্কেল পাঠ (L) + বৃত্তাকার স্কেল ভাগ সংখ্যা (C) \times \text{লঘিষ্ঠ গণন (LC)} - (\pm \text{যান্ত্রিক ত্রুটি } (\pm e))$$

বা, d বা, $l = L + C \times LC - (\pm e)$... (1.12)

স্ফেরোমিটার SPHEROMETER

স্ফেরোমিটার যন্ত্রের সাহায্যে কাচের বা অন্যান্য পাতলা পাতের পুরুত্ব এবং গোলায় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ মাপা হয়। এ যন্ত্রের সাহায্যে গোলায় তলের (spherical surface) বক্রতার ব্যাসার্ধ মাপা যায় বলে এর নাম হয়েছে স্ফেরোমিটার। হাতলসহ একটি মাইক্রোমিটার জু S (চিত্র ১.৬) এ যন্ত্রের প্রধান অংশ। জুটি একটি নাটের মধ্য দিয়ে চলাফেরা করতে পারে। নাটটি তিনটি পা A , B ও C এর উপর ভর করে আছে। A , B , C পরস্পর থেকে সমান দূরত্বে থেকে একটি সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করে। জুর মাথায় লাগানো রয়েছে একটি ইস্পাতের বৃত্তাকার চাকতি D । এ চাকতির কিনারা তথা পরিধিকে কতগুলো সমান ভাগে দাগ কাটা হয়, ফলে এটি একটি বৃত্তাকার স্কেলে পরিণত হয়। দাগকাটা বৃত্তাকার স্কেলটি সাধারণত 50, 100 বা 200 অংশে বিভক্ত থাকে। জু ঘুরালে এ চাকতি তিনটি পায়ের একটির সাথে আটকানো রৈখিক মিলিমিটার স্কেল L বরাবর ওঠানামা করতে পারে।



চিত্র : ১.৬

জু রাইডার S_1, S_2 : বিমের দুই প্রান্তে দুটি ছোট জু S_1 ও S_2 থাকে। এ জু দুটি ঘুরিয়ে ডান বামে সরিয়ে বিমের ভারকেন্দ্র K ত্রিশিরের উপর রাখা হয়।

সূচক ও স্কেল P, S : সূচক P হচ্ছে বিমের ঠিক মাঝখানে লম্বভাবে আটকানো একটি সরু কাঁটা। বিমটি দোল খাওয়ার সাথে সাথে সূচকটি দুলতে থাকে এবং এর প্রান্ত পিলারের নিচে অবস্থিত স্কেল S এর গা ঘেঁষে চলতে পারে। বিমটি অনুভূমিক থাকলে সূচকটি স্কেলের মধ্যস্থলের দাগের সাথে মিলে থাকে।

ওলন দড়ি M_1 : পিলারের একপাশে একটি সূচগ্র ছোট বস্তু M_1 সুতায় বেঁধে ঝুলানো থাকে। এটি ওলন দড়ি। আর একটি সূচগ্র M_2 পিলারের গায়ে দৃঢ়ভাবে আটকানো থাকে। বিমটি অনুভূমিক অবস্থায় থাকলে M_1 ও M_2 এর সূচগ্র প্রান্তদ্বয় মিলে থাকে।

রাইডার R : এটি দশ মিলিগ্রাম ভরের একটি বাঁকানো তার। বিমের সমান্তরালে অবস্থিত একটি চলনকাঠি M এর সাহায্যে রাইডারকে বিমের সম্মুখ পৃষ্ঠে অবস্থিত স্কেলের যে কোনো দাগে রাখা যায়। রাইডারটিকে বিমের ডান বাহুর উপর বড় এক দাগের উপর রাখলে ডান দিকের পাল্লায় এক মিলিগ্রাম ভর বাড়ানো হলো ধরতে হবে।

বাস্ক : নিক্টিট ভাসমান ধূলিকণা এবং বায়ুর ঝাপটা থেকে রক্ষা করার জন্য একটি কাচের বাস্কের মধ্যে রাখা হয়। বাস্কের সম্মুখের দরজা খুলে পরীক্ষণীয় বস্তুকে বাম পাল্লায় এবং বাটখারা ডান পাল্লায় চাপানো হয়।

নিক্টির সাহায্যে ভর নির্ণয়ের পদ্ধতি : ক্ষুরধার K এবং পাত S' মধ্যে ঘর্ষণের ফলে সূচক কাঁটা P দমিত দোলগতি প্রাপ্ত হয় এবং এতে করে সূচকের দোলনের বিস্তার ধীরে ধীরে কমতে থাকে ফলে সূচকটি স্থির অবস্থায় আসতে অনেক সময় নেয়। অযথা কালক্ষেপণ পরিহার করে দোলন অবস্থাতেই সূচকের স্থিতিবিন্দু নির্ণয় করা যায়। স্থিতিবিন্দু নির্ণয় করার জন্যে পিলারের নিচের দিকে অবস্থিত স্কেলের সর্ববামের দাগদিকে শূন্য ধরে সূচকটি দোল খাওয়ার সময় সূচকটির দিক পরিবর্তন বিন্দুর জন্য বামদিকে চারটি এবং ডানদিকে তিনটি (অর্থাৎ কয়েকটি বিজোড় সংখ্যক) দিক পরিবর্তন বিন্দুর পাঠ নেওয়া হয়। ডান দিকের তিনটি পাঠের গড় এবং বামদিকে চারটি পাঠের গড় পৃথকভাবে নির্ণয় করা হয়। এ দুটি প্রাপ্ত গড়ের গড়ই হচ্ছে সূচকের স্থিতিবিন্দু, P ।

নিক্টির পাল্লা দুটি খালি অবস্থায় যদি স্থিতিবিন্দু হয় P , বাম পাল্লায় কোনো বস্তু এবং ডান পাল্লায় বস্তুর ভর অপেক্ষা সামান্য কম ভরের বাটখারা W_1 গ্রাম চাপানো অবস্থায় স্থিতিবিন্দু Q এবং ডান পাল্লায় $W + 10$ mg ভরের জন্য স্থিতিবিন্দু R হলে দেখা যায় যে, স্থিতিবিন্দু $(Q - R)$ ঘর সরাতে 10 mg ভরের প্রয়োজন হয়।

$$\text{সুতরাং স্থিতিবিন্দু } (Q - P) \text{ ঘর সরাতে } \frac{10 \times (Q - P)}{(Q - R)} \text{ mg ভরের দরকার}$$

$$\text{অতএব বস্তুর প্রকৃত ভর, } W = W_1 + \frac{10 \times (Q - P)}{(Q - R) \times 1000} \text{ গ্রাম} \quad \dots \quad (1.13)$$

১.১৫। ব্যবহারিক Practical

পরীক্ষণের নাম	স্ফেরোমিটারের সাহায্যে গোলায় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয়
পরিয়য় : ২	

মূল তত্ত্ব : কোনো গোলায় তল যে গোলকের অংশ, সেই গোলকের ব্যাসার্ধকে ঐ গোলায় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ বলে। বক্রতার ব্যাসার্ধ R হলে,

$$R = \left(\frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} \right) \quad \dots \quad (1)$$

এখানে,

R = বক্রতার ব্যাসার্ধ

d = স্ফেরোমিটারের যেকোনো দুই পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব।

h = বক্রতলের পৃষ্ঠ স্পর্শ করানোর জন্য স্ফেরোমিটারের স্ক্রুকে যতটুকু ওপরে ওঠাতে বা নিচে নামাতে হয়।
স্ফেরোমিটারের সাহায্যে h নির্ণয়ের সূত্র,

$$h = M \times \text{পিচ} + N \times LC \quad \dots \quad (2)$$

এখানে,

M = বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণন সংখ্যা

N = বৃত্তাকার স্কেলের অতিরিক্ত ভাগ সংখ্যা

L = লঘিষ্ঠ গণন

পিচ : স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে পিচ বলে।

$$\text{লঘিষ্ঠ গণন, } LC = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা}}$$

যন্ত্রপাতি : স্ফেরোমিটার, সমতল কাচপাত; লেন্স/দর্পণ অর্থাৎ গোলায় তল যার বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

কাজের ধারা :

১. রৈখিক স্কেলের ক্ষুদ্রতম ভাগের মান এবং বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা দেখে নেয়া হয়।

২. বৃত্তাকার স্কেলটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরিয়ে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা নির্ণয় করা হয়। এটি স্ফেরোমিটারের পিচ।

৩. যন্ত্রের পিচকে বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে লঘিষ্ঠ গণন নির্ণয় করা হয়।

৪. এবার স্ফেরোমিটারের মধ্যের স্ক্রুটিকে যথেষ্ট ওপরে তুলে একে পরীক্ষাধীন বস্তুর ওপরের তলের উপর স্থাপন করে মধ্যের স্ক্রুটিকে নিচের দিকে নামিয়ে গোলায় তলের সাথে আলতোভাবে স্পর্শ করানো হয়। এ অবস্থায় বৃত্তাকার স্কেলের যে সংখ্যক ভাগ রৈখিক স্কেলের গায়ে লেগে থাকে তা দেখে নেওয়া হয়। এটি বৃত্তাকার স্কেলের আদি পাঠ।

৫. এরপর স্ফেরোমিটারটিকে একটি সমতল কাচ পাতের উপর রাখা হয় এবং বৃত্তাকার স্কেলটিকে ঘুরিয়ে স্ক্রুর প্রান্ত সমতল কাচপাতের গায়ে আলতোভাবে স্পর্শ করানো হয়।^১ বৃত্তাকার স্কেলটি ঘুরানোর সময় বৃত্তাকার স্কেলের আদি পাঠসূচক দাগটি যখন রৈখিক স্কেলকে অতিক্রম করে তখন বৃত্তাকার স্কেলের একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন হয়। স্ক্রুর প্রান্ত সমতল কাচপাত স্পর্শ করার পূর্বে বৃত্তাকার স্কেল কয়টি পূর্ণ ঘূর্ণন M সম্পন্ন করে তা দেখে নেয়া হয়। স্ক্রুর প্রান্ত সমতল কাচপাত স্পর্শ করানোর জন্য বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণনের পর অতিরিক্ত আরো কত ঘর বা দাগ অতিক্রম করতে হয় তা দেখে নেয়া হয়। এই পাঠ হচ্ছে অতিরিক্ত ভাগ সংখ্যা, N ।

৬. স্ফেরোমিটারটিকে বস্তুর উপর পাঁচবার রেখে কাজের ধারা ৪ ও ৫-এর পুনরাবৃত্তি করা হয়।

^১আলতোভাবে স্পর্শ করানো হয়েছে কিনা বোঝার জন্য এই অবস্থায় স্ক্রুটিকে সামান্য একটু ঘুরিয়ে দেওয়া হয়। এতে স্ফেরোমিটারটি কাচপাতের ওপর দুলতে থাকে। এবার স্ক্রুটিকে সাবধানে বিপরীত দিকে ঘুরিয়ে কেবলমাত্র দোলা বন্ধ করলেই স্ক্রুটি কাচপাতের সাথে আলতোভাবে লেগে থাকবে। এ অবস্থায় স্ক্রু ও কাচপাতের মধ্যে এক টুকরো পাতলা কাগজ প্রবেশ করিয়ে দেখা যেতে পারে স্ক্রু ও কাচপাতের মধ্যে কোনো ফাঁক আছে কিনা।

৭. স্ফেরোমিটারটিকে এবার এক টুকরো সাদা কাগজের উপর বসিয়ে একটু চাপ দিয়ে কাগজের উপর স্ফেরোমিটারের তিনটি পায়ের তিনটি ছাপ ফেলা হয় এবং সমান দূরের যেকোনো দুই পায়ের ব্যবধানই d । এরূপ তিনটি দূরত্ব মেপে গড় d নির্ণয় করা হয়।

৮. প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ ছকে বসিয়ে প্রয়োজনীয় হিসাবের সাহায্যে বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন

১. রৈখিক স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান =m

২. বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা =

৩. লঘিষ্ঠ গণন নির্ণয় :

বৃত্তাকার স্কেল সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে রৈখিক স্কেলে ...mm দৈর্ঘ্য অতিক্রম করে। সুতরাং যন্ত্রের পিচ ...mm

∴ লঘিষ্ঠ গণন = $\frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা}} = \dots\dots m$

৪. স্ফেরোমিটারের যেকোনো দুই পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব (i) $d_1 = \dots\dots m$

(ii) $d_2 = \dots\dots m$

(iii) $d_3 = \dots\dots m$

গড় দূরত্ব, $d = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3} = \dots\dots m$

h নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	গোলীয় তলের উপর বৃত্তাকার স্কেলের আদি পাঠ	বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণন সংখ্যা M	লঘিষ্ঠ গণন LC m	বৃত্তাকার স্কেলের অতিরিক্ত ভাগ সংখ্যা N	$h = M \times \text{পিচ} + N \times LC$ m	গড় h m	বক্রতার ব্যাসার্ধ R m
1							
2							
3							
4							
5							

হিসাব : বক্রতার ব্যাসার্ধ $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$

ফলাফল : প্রদত্ত গোলীয়তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \dots\dots m$

সতর্কতা :

- যন্ত্রের পিচ ও লঘিষ্ঠ গণন সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।
- জুর শীর্ষ সর্বদা একই দিক বরাবর ঘুরিয়ে পিছট ক্রটি পরিহার করা হয়।
- জুর প্রান্ত গোলীয়তল ও কাচপাতের গায়ে আলতোভাবে স্পর্শ করেছে কিনা তা সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

পরীক্ষণের নাম	দোলন পদ্ধতিতে কোনো বস্তুর ভর নির্ণয়
পিরিয়ড : ২	

মূলতত্ত্ব : যদি উভয় পাল্লা খালি অবস্থায় নিজের স্থিতিবিন্দু P , বাম পাল্লায় পরীক্ষাধীন বস্তু এবং ডান পাল্লায় W ও $W_1 + 10$ মিলিগ্রাম ভরের জন্য নিজের স্থিতিবিন্দু যথাক্রমে Q এবং R হলে পরীক্ষাধীন বস্তুর প্রকৃত ওজন

$$W = W_1 + \frac{Q - P}{100 \times (Q - R)} \text{ গ্রাম} \quad \dots \quad (1)$$

যন্ত্রপাতি : সাধারণ নিক্তি, পরীক্ষাধীন বস্তু, ওয়েট বক্স।

কাজের ধারা :

১। লেভেলিং জুর সাহায্যে নিক্তির পাটাতনকে অনুভূমিক করা হয়।

২। নিক্তির বাস্কের সামনের কাচের দরজা সামান্য উঠিয়ে পাল্লা দুটি বাইরে এনে তুলা বা পরিষ্কার কাপড় দিয়ে পাল্লা দুটি পরিষ্কার করে পুনরায় যথাস্থানে স্থাপন করা হয়।

৩। পাল্লা দুটি খালি অবস্থায় রেখে হাতল H -এর সাহায্যে নিক্তিকে মুক্ত করা হয়। মুক্ত অবস্থায় যদি নিক্তির সূচক স্কেল S এর মধ্য দাগের দুই দিকে সমান সংখ্যক ঘর পর্যন্ত না দোলে তাহলে হাতল H বিপরীত দিকে ঘুরিয়ে নিক্তিকে স্থির অবস্থায় আনা হয়। এবার S_1 ও S_2 জু ঘুরিয়ে এমন অবস্থানে আনা হয় যেন নিক্তি মুক্ত করলে সূচক স্কেলের মধ্যদাগের উভয় দিকে সমান সংখ্যক ঘর অতিক্রম করে।

৪। নিক্তির পাল্লা দুটি খালি অবস্থায় নিক্তির সূচকের স্থিতিবিন্দু নির্ণয় করতে হবে। এজন্যে স্কেল S এর সর্ববামের দাগকে শূন্য ধরে বাম দিকে সূচকের তিনটি এবং ডান দিকে দুটি দিক পরিবর্তন বিন্দু নির্ণয় করে সূচকের স্থিতিবিন্দু P নির্ণয় করা হয়। পুরো প্রক্রিয়া তিনবার পুনরাবৃত্তি করে গড় P নির্ণয় করা হয়।

৫। এখন বাম পাল্লায় পরীক্ষাধীন বস্তু রেখে ডান পাল্লায় একটি উপযুক্ত ভর W_1 রেখে উপরের পদ্ধতিতে তিনবার সূচকের স্থিতিবিন্দু বের করে গড় Q নির্ণয় করা হয়।

৬। ডান পাল্লায় অতিরিক্ত 10 মিলিগ্রাম ভর চাপিয়ে পুনরায় তিনবার স্থিতিবিন্দু নির্ণয় করা হয়। এই তিন স্থিতিবিন্দুর গড় হচ্ছে R ।

৭। P , Q এবং R এর প্রাপ্ত মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পরীক্ষাধীন বস্তুর প্রকৃত ভর W নির্ণয় হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন :

স্কেলে সর্ববামের দাগকে শূন্য ধরা হয়।

বাম পাল্লায় চাপানো ভর	ডান পাল্লায় চাপানো ভর	বাম দিকের দিক পরিবর্তন বিন্দুর পাঠ	ডানদিকের দিক পরিবর্তন বিন্দুর পাঠ	বামদিকের পাঠের গড় l	ডান দিকের পাঠের গড় r	স্থিতিবিন্দুর অবস্থান $\frac{l+r}{2}$	স্থিতিবিন্দুর গড় অবস্থান
শূন্য	শূন্য	(i)	(i)				$P = \dots\dots$
		(ii)	(ii)				
		(iii)					
		(i)	(i)				
		(ii)	(ii)				
		(iii)					
		(i)	(i)				
		(ii)	(ii)				
		(iii)					
বস্তু	$W_1 \text{ g}$						$Q = \dots\dots$
বস্তু	$W_1 \text{ g} + 10 \text{ mg}$						$R = \dots\dots$

হিসাব :

$$W = W_1 + \frac{Q - P}{100 \times (Q - R)} \text{ g} = \dots\dots\dots\text{g}$$

ফলাফল :

প্রদত্ত বস্তুর ভর, $W = \dots\dots\dots\text{g}$

সতর্কতা :

- ১। লেভেলিং স্কুর সাহায্যে যন্ত্রটিকে অনুভূমিক করে লেভেল ক্রটি পরিহার করতে হবে।
- ২। সূচকের দোলনের দিক পরিবর্তনের পাঠ নেওয়ার সময় নিজের বাস্ক বন্ধ রাখতে হবে।
- ৩। নিজের বিম মুক্ত অবস্থায় থাকার সময় পাল্লায় কোনো ভর চাপাবে না।
- ৪। সূচকের পাঠ নেওয়ার সময় দৃষ্টিরেখা স্কেলের সাথে লম্বভাবে রাখতে হবে।

সার-সংক্ষেপ

ভৌত জগৎ : আমাদের চারপাশের যা কিছু নিয়ে বস্তু জগৎ গঠিত তাকে বলা হয় ভৌত জগৎ।

মনোজগৎ : আমাদের মন, আমাদের আবেগ-অনুভূতি, স্নেহ-মমতা, প্রেম-ভালোবাসা, আনন্দ-বেদনা ইত্যাদি নিয়ে যে জগৎ গঠিত তাকে বলা হয় মনোজগৎ।

বলবিজ্ঞান : পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখা পদার্থের ভর, জড়তা, গতি, বল ইত্যাদি নিয়ে আলোচনা করে তাকে বলবিজ্ঞান বলে।

তাপ ও তাপগতিবিজ্ঞান : পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখা তাপমাত্রার পার্থক্যের দরুন তাপের সঞ্চালন, তাপকে কাজে রূপান্তরের মাধ্যমে তাপীয় ইঞ্জিনের কর্মপদ্ধতি আলোচনা করে তাকে তাপ ও তাপগতিবিজ্ঞান বলা হয়।

শব্দবিজ্ঞান : পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখায় শব্দের উৎপত্তি, সঞ্চালন, বিভিন্ন মাধ্যমে শব্দের গতি, শব্দের ব্যবহার ও শব্দদূষণ নিয়ে আলোচনা করা হয় তাকে শব্দবিজ্ঞান বলে।

আলোকবিজ্ঞান : আলোকবিজ্ঞান পাঠে জানা যায় আমরা কীভাবে দেখতে পাই, হীরকের দ্যুতি কী করে হয়। আলো কীভাবে সঞ্চালিত হয়, বিভিন্ন আলোকযন্ত্র আমাদের বিভিন্ন কাজে কীভাবে সহায়তা করে।

তাড়িতচৌম্বক বিজ্ঞান : তাড়িতচৌম্বক বিজ্ঞানের আলোচ্য বিষয় স্থির ও গতিশীল আধান, তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্রের পারস্পরিক সম্পর্ক। তড়িৎ ও চুম্বকের মৌলিক সূত্রাবলি, তাদের ব্যবহার এবং নানাবিধ তড়িৎ যন্ত্রপাতি নিয়েও আলোচনা করা হয় এ শাখায়।

আধুনিক পদার্থবিজ্ঞান : আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের আলোচ্য বিষয় কোয়ান্টাম, পারমাণবিক ও নিউক্লীয় পদার্থবিজ্ঞান ও আপেক্ষিকতা তত্ত্ব। ভরকে শক্তিতে রূপান্তর, বিভিন্ন ধরনের তেজস্ক্রিয়া এর অন্তর্ভুক্ত।

ইলেকট্রনিক্স : ইলেকট্রনিক্সের আলোচ্য বিষয় অর্ধপরিবাহী পদার্থ, অর্ধপরিবাহী ডায়োড, ট্রানজিস্টর, যোগাযোগের বিভিন্ন মাধ্যম, রেডিও, টেলিভিশন, ফোন, ফ্যাক্স, কম্পিউটার, ইন্টারনেট ইত্যাদি।

ধারণা বা প্রত্যয় : ধারণা হলো কোনো ভাব বা চিন্তাধারা বা কোনো অমূর্ত নীতি বা কোনো সাধারণ অভিমত। কোনো কিছু সম্পর্কে সঠিক উপলব্ধি বা বোধগম্যতা হলো ঐ বিষয় সম্পর্কে ধারণা।

অনুকল্প : অনুকল্প হলো এমন ব্যাখ্যা বা সূত্র যা তত্ত্ব বা এখনো সঠিকভাবে প্রমাণিত হয়নি।

তত্ত্ব : কোনো কিছু ব্যাখ্যার জন্য যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা, ভাব বা ধারণা তাকে তত্ত্ব বলে।

সূত্র : সাধারণভাবে কোনো নির্দিষ্ট শর্তে বা অবস্থায় সবসময় কী ঘটবে তার বর্ণনা হলো সূত্র।

স্বীকার্য : সাধারণত কোনো বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব একটি সার্বিক বিবৃতি দিয়ে শুরু হয়। একে বলা হয় স্বীকার্য। স্বীকার্য হলো তা যা সত্য বলে স্বীকার করে নিয়ে এর উপর ভিত্তি করে কোনো যুক্তি বা তত্ত্ব প্রদান করা হয়। স্বীকার্য তত্ত্বটির ভিত্তি প্রদান করে।

নীতি : যেসব সাধারণ সূত্র বিজ্ঞান বা পদার্থবিজ্ঞানের ভিত্তি এদের বলা হয় নীতি। কোনো যুক্তিতর্ক বা কাজের ভিত্তি হিসাবে যে মৌলিক সত্য বা তত্ত্বকে বিবেচনা করা হয় তাই হচ্ছে নীতি।

পরিমাপ : কোনো কিছুর পরিমাণ নির্ণয় করাকে পরিমাপ বলে।

পরিমাপের একক : যে আদর্শ পরিমাপের সাথে তুলনা করে ভৌত রাশিকে পরিমাপ করা হয় তাকে বলা হয় পরিমাপের একক।

মৌলিক একক ও লব্ধ একক : যে সকল একক স্বাধীন বা নিরপেক্ষ, যেগুলো অন্য এককের উপর নির্ভর করে না বরং অন্যান্য একক এদের উপর নির্ভর করে তাদেরকে মৌলিক একক বলে। যেসব একক মৌলিক একক থেকে লাভ করা যায় তাদের বলা হয় লব্ধ একক।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	1.9	$\frac{\Delta x}{x} = p \frac{\Delta u}{u} + q \frac{\Delta r}{r} + r \frac{\Delta w}{w}$	১.১২
২	1.11	দৈর্ঘ্য = $M + V \times VC - (\pm e)$	১.১৪
৩	1.12	d বা $l = L + C \times LC - (\pm e)$	১.১৪
৪	1.13	$W = W_1 + \frac{10 \times (Q - P)}{(Q - R) \times 100}$ গ্রাম	১.১৪
৫	1	$R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$	১.১৫

গাণিতিক উদাহরণ

গাণিতিক উদাহরণ ১.১। একটি গোলকের পরিমাপ্য ব্যাসার্ধ (2.5 ± 0.2) cm হলে এর আয়তন পরিমাপে শতকরা ত্রুটি কত? [চ. বো. ২০১৫]

আমরা জানি, গোলকের আয়তন,

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

∴ আয়তনের আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta R}{R}$

$$\text{বা, } \frac{\Delta V}{V} = \frac{3 \times 0.2 \text{ cm}}{2.5 \text{ cm}} = 0.24$$

∴ আয়তন পরিমাপের শতকরা ত্রুটি, $\delta V = \frac{\Delta V}{V} \times 100\% = 0.24 \times 100\% = 24\%$
উ: 24%

এখানে,

পরিমাপ্য ব্যাসার্ধ, $R = (2.5 \pm 0.2)$ cm

পরম ত্রুটি, $|\Delta R| = 0.2$ cm

শতকরা ত্রুটি, $\delta V = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১.২। সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয়ের জন্য $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ সূত্রটি ব্যবহার করা যায়। কোনো পরীক্ষণে $L = (100 \pm 0.1)$ cm এবং দোলনকাল 2.1 s পাওয়া গেল। 20 দোলনের সময় নির্ণয় করা হলো, যেখানে সূক্ষ্মতা 1 s। g এর মান নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

শতকরা ত্রুটি, $\delta g = \text{আনুপাতিক ত্রুটি} \times 100\%$

আমরা জানি, $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } g \text{ নির্ণয়ে আনুপাতিক ত্রুটি, } \frac{\Delta g}{g} &= \frac{\Delta L}{L} + \frac{2\Delta T}{T} \\ &= \frac{0.1 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} + \frac{2 \times 0.05 \text{ s}}{2.1 \text{ s}} \\ &= 0.05 \end{aligned}$$

∴ g পরিমাপের শতকরা ত্রুটি,

$$\delta g = \frac{\Delta g}{g} \times 100\% = 0.05 \times 100\% = 5\%$$

উ: 5%

এখানে,

দোলকের দৈর্ঘ্য, $L = 100$ cm

দোলনকাল, $T = 2.1$ s

দৈর্ঘ্য নির্ণয় পরম ত্রুটি, $\Delta L = 0.1$ cm

দোলনকাল নির্ণয়ে পরম ত্রুটি, $\Delta T = \frac{1}{20} \text{ s}$
 $= 0.05 \text{ s}$

শতকরা ত্রুটি, $\delta g = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১.৩। একজন শিক্ষার্থী তার ব্যবহারিক ক্লাসে g এর মান নির্ণয় করে পেল 9.79 m s^{-2} । আবার সে যখন 0.01 kg ভরের একটি বাটখাড়া কোনো স্থিৎ নিক্তিতে ঝুলিয়ে ওজন নিল তখন সে সেটির ওজন পেল 0.0981 N । তার নির্ণীত g এর মানের শতকরা ত্রুটি কত?

আমরা জানি,

$$W = mg \therefore g = \frac{W}{m} = \frac{0.0981 \text{ N}}{0.01 \text{ kg}} = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

$\therefore g$ এর প্রকৃত মান $= 9.81 \text{ m s}^{-2}$

এখানে,

পরিমাপ্য মান $= 9.79 \text{ m s}^{-2}$

বাটখাড়ার ভর, $m = 0.01 \text{ kg}$

বাটখাড়ার ওজন, $W = 0.0981 \text{ N}$

g নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি, $\delta g = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, শতকরা ত্রুটি, } \delta g &= \frac{\text{প্রকৃত মান} - \text{পরিমাপ্য মান}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\% \\ &= \frac{9.81 \text{ m s}^{-2} - 9.79 \text{ m s}^{-2}}{9.81 \text{ m s}^{-2}} \times 100\% = 0.204\% \end{aligned}$$

উ: 0.204%

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

- কোনো কিছু সম্পর্কে সঠিক উপলব্ধি বা বোধগম্যতাকে কী বলে ?
(ক) ধারণা ☐ (খ) সূত্র ☐
(গ) নীতি ☐ (ঘ) তত্ত্ব ☐
- সাধারণভাবে কোনো নির্দিষ্ট শর্তে সব সময় কী ঘটবে তার বর্ণনাকে কী বলে ?
(ক) নীতি ☐ (খ) সূত্র ☐
(গ) ধারণা ☐ (ঘ) অনুকল্প ☐
- বিনা প্রমাণে কোনো কিছু মেনে নেওয়াকে বলে— [রা. বি. ২০১৬–২০১৭; সি. বো. ২০১৫]
(ক) তত্ত্ব ☐ (খ) স্বীকার্য ☐
(গ) নীতি ☐ (ঘ) ধারণা ☐
- নিচের কোনটি মৌলিক একক ? [চ. বি. ২০১৬–২০১৭]
(ক) coulomb ☐ (খ) ampere ☐
(গ) volt ☐ (ঘ) ohm ☐
- কোনটি মৌলিক রাশি নয় ?
(ক) তড়িৎ বিভব ☐ (খ) তাপমাত্রা ☐
(গ) দীপন তীব্রতা ☐ (ঘ) পদার্থের পরিমাণ ☐
- পিকো (p) কোনটি ? [চ. বি. ২০১৫–২০১৬; দি. বো. ২০১৫]
(ক) 10^{12} ☐ (খ) 10^9 ☐
(গ) 10^{-9} ☐ (ঘ) 10^{-12} ☐
- কোয়ান্টাম তত্ত্ব আবিষ্কার করেন কোন বিজ্ঞানী ? [চ. বো. ২০১৯]
(ক) টমাস ইয়ং ☐ (খ) আর্নেস্ট রাদারফোর্ড ☐
(গ) ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক ☐ (ঘ) আলবার্ট আইনস্টাইন ☐

- ৮। আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটির মধ্যে সম্পর্ক— [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি $\times ১০০$ ☐
- (খ) শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি $\times ১০০\%$ ☐
- (গ) আপেক্ষিক ত্রুটি = শতকরা ত্রুটি $\times ১০০$ ☐
- (ঘ) আপেক্ষিক ত্রুটি = শতকরা ত্রুটি $\times ১০০\%$ ☐
- ৯। পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি কোনটি? [ডা. বো. ২০১৫]
- (ক) স্ক্রু গেজের শূন্য ত্রুটি ☐ (খ) দৃষ্টিভ্রম ত্রুটি ☐
- (গ) অনিয়মিত ত্রুটি ☐ (ঘ) সামগ্রিক ত্রুটি ☐
- ১০। কোনো একটি রাশির প্রকৃত মান ও পরিমাপকৃত মানের পার্থক্যকে কোন ধরনের ত্রুটি বলে? [ডা. বো. ২০১৯]
- (ক) আপেক্ষিক ত্রুটি ☐ (খ) পরম ত্রুটি ☐
- (গ) সামগ্রিক ত্রুটি ☐ (ঘ) পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি ☐
- ১১। একজন শিক্ষার্থী একটি সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের জন্য 0.001cm লঘিষ্ঠ গণনের একটি স্ক্রু গেজ ব্যবহার করল। তার প্রাপ্ত ফলাফলের সর্বাধিক সঠিক মান কোনটি?
- (ক) 1.4 cm ☐ (খ) 1.41 cm ☐
- (গ) 1.402 cm ☐ (ঘ) 1.4021 cm ☐
- ১২। একটি স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা 50। বৃত্তাকার স্কেলটি একবার ঘুরালে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর 1mm দূরত্ব অতিক্রম করে। স্ফেরোমিটারটির লঘিষ্ঠ গণন হবে—
- (ক) 0.2 cm ☐ (খ) 0.02 cm ☐
- (গ) 0.002 cm ☐ (ঘ) 0.0002 cm ☐
- ১৩। কোনো গোলায় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করার জন্য কোন সমীকরণটি ব্যবহৃত হয়? [ই. বি. ২০১৭-২০১৮; রা. বো. ২০১৭; য. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৭]
- (ক) $R = \frac{d}{h} + \frac{h}{2}$ ☐ (খ) $R = \frac{d^2}{2} + \frac{h}{2}$ ☐
- (গ) $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$ ☐ (ঘ) $R = \frac{d^2}{12} + \frac{h^2}{d}$ ☐
- ১৪। নিচের কোনটি লব্ধ রাশি? [ডা. বো. ২০১৫]
- (ক) তাপমাত্রা ☐ (খ) ভর ☐
- (গ) সময় ☐ (ঘ) কম্পাঙ্ক ☐
- ১৫। পদার্থের পরিমাণের এস আই একক হলো— [কু. বো. ২০১৫; ব. বো. ২০১৬]
- (ক) অ্যাম্পিয়ার ☐ (খ) ক্যান্ডেলা ☐
- (গ) মোল ☐ (ঘ) কিলোগ্রাম ☐
- ১৬। এক আলোকবর্ষ হলো— [কু. বো. ২০১৫]
- (ক) 9.4×10^{12} km ☐ (খ) 9.4×10^{15} km ☐
- (গ) 9.4×10^{18} km ☐ (ঘ) 9.4×10^{21} km ☐
- ১৭। নিচের কোনটি 1GHz ও 1 MHz এর অনুপাতের সমান? [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) 10^9 ☐ (খ) 10^6 ☐
- (গ) 10^3 ☐ (ঘ) 10 ☐

১৮। এক পারসেক কত আলোক বর্ষের সমান ?

(ক) 3.26

☐

(খ) 3.36

☐

(গ) 3.46

☐

(ঘ) 3.56

☐

১৯। এককের সঠিক ক্রম কোনটি?

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) পারসেক > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম > আলোক বছর

☐

(খ) আলোক বছর > পারসেক > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম

☐

(গ) পারসেক > আলোক বছর > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম

☐

(ঘ) অ্যাংস্ট্রম > পারসেক > মেগামিটার > আলোক বছর

☐

২০। একীভূত পারমাণবিক ভর একক (u) হচ্ছে—

(i) $^{12}_6\text{C}$ এর ভরের $\frac{1}{12}$

(ii) $^{16}_8\text{O}$ এর ভরের সমান

(iii) $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

২১। তিনটি বিবৃতি দেওয়া হলো—

(i) পদার্থবিজ্ঞান প্রকৃতির ঘটনা ও সূত্র নিয়ে আলোচনা করে।

(ii) পদার্থবিজ্ঞানের আলোচ্য বিষয় পদার্থ, শক্তি ও এদের পরস্পরের রূপান্তর।

(iii) পদার্থবিজ্ঞান একটি মৌলিক বিজ্ঞান।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

২২। মৌলিক রাশি হলো—

[দি. বো. ২০১৭]

(i) তড়িৎ প্রবাহমাত্রা (ii) পদার্থের পরিমাণ

(iii) দীপন তীব্রতা

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) ii ও iii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

২৩। স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবকের মান 0.02 mm হলে নিচের কোন বেধটি নির্ভুলভাবে মাপা যাবে ?

(ক) 0.005 mm

☐

(খ) 0.001 mm

☐

(গ) 0.01 mm

☐

(ঘ) 0.03 mm

☐

২৪। একটি সূক্ষ্ম তারের ব্যাস কোন যন্ত্রটি দিয়ে পরিমাপ করবে ?

[রা. বি. ২০১৫–২০১৬]

(ক) স্নাইড ক্যালিপার্স

☐

(খ) জুগজ

☐

(গ) স্ফেরোমিটার

☐

(ঘ) সব কয়টি দ্বারা

☐

২৫। স্নাইড ক্যালিপার্স দ্বারা ন্যূনতম কত দূরত্ব মাপা যায় ?

[রা. বি. ২০১৪–২০১৫]

(ক) 1 mm

☐

(খ) 0.01 mm

☐

(গ) 0.1 mm

☐

(ঘ) ভার্নিয়ার ধ্রুবক

☐

- ২৬। পাখির উড়া পর্যবেক্ষণ করে উড়োজাহাজের মডেল তৈরি করেন কে? [ই. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) জেমস ওয়াট ☐ (খ) ক্রিশ্চিয়ান ☐
 (গ) লিওনার্দো দা ভিঞ্চি ☐ (ঘ) আল হাজেন ☐
- ২৭। মাইক্রোওয়েভ উৎপন্নের যন্ত্র নিয়ে কাজ করার সময় পকেটের চকলেট গলে যেতে দেখে মাইক্রোওয়েভ ওভেন তৈরির কথা ভাবেন কে?
- (ক) ম্যাক্সওয়েল ☐ (খ) মাইকেল ফ্যারাডে ☐
 (গ) পার্সি স্পেনসার ☐ (ঘ) ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক ☐
- ২৮। নিউটনীয় বা চিরায়ত বলবিদ্যার অপরিবর্তনীয় রাশি নয় কোনটি? [কু. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) স্থান ☐ (খ) কাল বা সময় ☐
 (গ) বেগ বা দ্রুতি ☐ (ঘ) ভর ☐
- ২৯। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের মূল স্কেলের ৯৯ ভাগ ভার্নিয়ার স্কেলের ১০০ ভাগের সমান। ভার্নিয়ার ধ্রুবকের মান কত? [ঢা. বি. ২০১১-২০১২]
- (ক) ০.০১ ☐ (খ) ০.১ ☐
 (গ) ০.০০১ ☐ (ঘ) ০.০০০১ ☐
- ৩০। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম ঘরের মান ১mm এবং ভার্নিয়ার স্কেলের ৪০ ঘর প্রধান স্কেলের ৩৯ ঘরের সমান। এই স্কেলের ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত? [কুয়েট ২০০৬-২০০৭; বুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- (ক) ০.০০২৫ cm ☐ (খ) ০.০০২৫ mm ☐
 (গ) ০.০০২৫ m ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৩১। পাতলা পাতের পুরুত্ব এবং বক্রতলের ব্যাসার্ধ পরিমাপের যন্ত্রের নাম কী? [রা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- (ক) স্ফেরোমিটার ☐ (খ) স্লাইড ক্যালিপার্স ☐
 (গ) স্কুগজ ☐ (ঘ) ভার্নিয়ার স্কেল ☐
- ৩২। সূর্যের রশ্মি কেন্দ্রীভূত করে আগুন জ্বালানোর কৌশল জানতেন কোন বিজ্ঞানী? [রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) থমাস ইয়ং ☐ (খ) আকিমিডিস ☐
 (গ) গ্যালিলিও ☐ (ঘ) ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক ☐
- ৩৩। স্কুগজ দ্বারা ন্যূনতম কত দূরত্ব মাপা যাবে? [রা. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) ১mm ☐ (খ) ০.০১mm ☐
 (গ) ০.১mm ☐ (ঘ) যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন ☐
- ৩৪। এক্সা (যার সংকেত E) এককের কত গুণ? [ই. বি. ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 10^9 ☐ (খ) 10^{12} ☐
 (গ) 10^{15} ☐ (ঘ) 10^{18} ☐
- ৩৫। এক টেরামিটার সমান কত?
- (ক) 10^9 m ☐ (খ) 10^{12} m ☐
 (গ) 10^{15} m ☐ (ঘ) 10^{18} m ☐
- ৩৬। সনাতনী বলবিদ্যায় কোন দুটিকে ধ্রুব ধরা হয়? [খু. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) স্থান ও কাল ☐ (খ) স্থান ও দ্রুতি ☐
 (গ) দ্রুতি ও কাল ☐ (ঘ) স্থান ও ত্বরণ ☐

- ৩৭। নিচের কোন ক্রটি শুধু ক্ষু জাতীয় যন্ত্রে থাকে ? [চ. বি. ২০১৫]
- (ক) ব্যক্তিগত ক্রটি ☐ (খ) নিয়মিত ক্রটি ☐
- (গ) পিছট ক্রটি ☐ (ঘ) লেভেল ক্রটি ☐
- ৩৮। লেভেল ক্রটি কোন যন্ত্রের পরিমাপের জন্য প্রযোজ্য ? [য. বো. ২০১৭]
- (ক) ক্ষুগজ ☐ (খ) মিটার স্কেল ☐
- (গ) উদস্থিতি নিক্তি ☐ (ঘ) স্ফেরোমিটার ☐
- ৩৯। ১ মাইল ও ১ কিলোমিটার দূরত্বের মধ্যে পার্থক্য মিটারে কত ? [মেডিকেল ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 0.629 m ☐ (খ) 0.906 m ☐
- (গ) 0.960 m ☐ (ঘ) 0.609 m ☐
- ৪০। নিক্তি অনুভূমিক না থাকলে যে ক্রটি হয় তাকে—বলে।
- (ক) শূন্য ক্রটি ☐ (খ) লম্বন ক্রটি ☐
- (গ) লেভেল ক্রটি ☐ (ঘ) পিছট ক্রটি ☐
- ৪১। পর্যবেক্ষণজনিত ক্রটি কোনটি ? [দি. বো. ২০১৯; য. বো. ২০১৯]
- (ক) পিছট ক্রটি ☐ (খ) লেভেল ক্রটি ☐
- (গ) এলোমেলো ক্রটি ☐ (ঘ) লম্বন ক্রটি ☐
- ৪২। পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিকের পরিবর্তনের কারণে লক্ষ্যবস্তুর অবস্থানের আপাত পরিবর্তন হওয়ার কারণে পরিমাপে যে ক্রটি হয় তাকে কী বলে ?
- (ক) ব্যক্তিগত ক্রটি ☐ (খ) লম্বন ক্রটি ☐
- (গ) সূচক ক্রটি ☐ (ঘ) এলোমেলো ক্রটি ☐
- ৪৩। এক ইঞ্চি সমান নিচের কোনটি ? [রা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 2.54×10^4 মাইক্রোন ☐ (খ) 2.54×10^5 মাইক্রোন ☐
- (গ) 2.54×10^{-4} cm ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৪৪। ক্ষু ক্ষয় হওয়ার ফলে যন্ত্রে যে ক্রটির উদ্ভব হয় তাকে কী বলে ?
- (ক) লম্বন ক্রটি ☐ (খ) সূচক ক্রটি ☐
- (গ) পিছট ক্রটি ☐ (ঘ) লেভেল ক্রটি ☐
- ৪৫। একটি ভার্নিয়ার স্কেলের প্রধান স্কেলে ক্ষুদ্রতম এক ঘর এবং ভার্নিয়ার স্কেলের এক ঘরের দৈর্ঘ্যের পার্থক্যকে কী বলে ?
- (ক) লঘিষ্ঠ গণন ☐ (খ) পিচ ☐
- (গ) ভার্নিয়ায় ধ্রুবক ☐ (ঘ) খণ্ডাংশ ☐
- ৪৬। একটি ক্ষুগজের বৃত্তাকার স্কেলকে সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কী বলে ?
- (ক) পিচ ☐ (খ) ভার্নিয়ার ধ্রুবক ☐
- (গ) লঘিষ্ঠ গণন ☐ (ঘ) খণ্ডাংশ ☐
- ৪৭। একটি স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কী বলে ?
- (ক) লঘিষ্ঠ গণন ☐ (খ) ভার্নিয়ার ধ্রুবক ☐
- (গ) পিচ ☐ (ঘ) খণ্ডাংশ ☐
- ৪৮। ক্ষুগজ বা স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ গণন হচ্ছে—
- (ক) $\frac{\text{বৃত্তাকার স্কেল ভাগসংখ্যা}}{\text{পিচ}}$ ☐ (খ) $\text{বৃত্তাকার স্কেল ভাগসংখ্যা} \times \text{পিচ}$ ☐
- (গ) $\frac{\text{বৃত্তাকার স্কেল ভাগসংখ্যা}}{\text{পিচ}}$ ☐ (ঘ) $\text{পিচ} + \text{বৃত্তাকার স্কেল ভাগসংখ্যা}$ ☐

৪৯। মৌলিক একক হলো—

[সি. বো. ২০১৬]

i. মিটার ও কেলভিন ii. সেকেন্ড ও অ্যাম্পিয়ার iii. ক্যাভেন্ডিশ ও মোল
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৫০। পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত অনুকল্পকে বলে—

[চ. বো. ২০১৬]

(ক) নীতি

☐

(খ) স্বীকার্য

☐

(গ) সূত্র

☐

(ঘ) তত্ত্ব

☐

৫১। পরিমাপে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয় প্রকার ত্রুটি হয় কোন কারণে?

[ব. বো. ২০১৬]

(ক) যন্ত্রের

☐

(খ) পরিবেশগত

☐

(গ) তত্ত্বীয়

☐

(ঘ) ব্যক্তিগত

☐

৫২। পদার্থ পরিমাপের এসআই একক কোনটি?

[ব. বো. ২০১৬]

(ক) কিলোগ্রাম

☐

(খ) পাউন্ড

☐

(গ) লিটার

☐

(ঘ) মোল

☐

৫৩। কোন দুটি ভৌত জগতের উপাদান?

[ব. বো. ২০১৬]

(ক) সময় ও ত্বরণ

☐

(খ) ভর ও স্থান

☐

(গ) স্থান ও বেগ

☐

(ঘ) ভর ও তাপমাত্রা

☐

৫৪। নিচের কোনটি SI একক?

[সি. বো. ২০১৭]

(ক) সেন্টিমিটার

☐

(খ) মাইল

☐

(গ) মিটার

☐

(ঘ) ফুট

☐

৫৫। একটি আদর্শ বা যুক্তিপূর্ণ আচরণ ভিত্তি যার সাপেক্ষে অন্যান্য বিষয় তুলনা, বিচার বিশ্লেষণ ও পরিমাপ করা হয় তাকে কী বলে?

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) সূত্র

☐

(খ) নীতি

☐

(গ) অনুকল্প

☐

(ঘ) স্বীকার্য

☐

৫৬। কোনো কিছু ব্যাখ্যার জন্য যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা তাকে বলে—

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) স্বীকার্য

☐

(খ) তত্ত্ব

☐

(গ) অনুকল্প

☐

(ঘ) সূত্র

☐

৫৭। আলোক বর্ষ কিসের একক?

[য. বো. ২০১৬]

(ক) সময়

☐

(খ) দূরত্ব

☐

(গ) ত্বরণ

☐

(ঘ) বেগ

☐

৫৮। প্রধান স্কেল পাঠ M , ভার্নিয়ার পাঠ V এবং ভার্নিয়ার ধ্রুবক V_c হলে দৈর্ঘ্য, L নির্ণয়ের সূত্র হবে —

[সি. বো. ২০১৬]

(ক) $L = M + V_c$

☐

(খ) $L = MV + V_c$

☐

(গ) $L = MV_c + V$

☐

(ঘ) $L = M + V \times V_c$

☐

৫৯। কোয়ান্টাম তত্ত্বের ধারণা কোন বিজ্ঞানী সম্প্রসারিত করেন?

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) আইজাক নিউটন

☐

(খ) রাদারফোর্ড

☐

(গ) আলবার্ট আইনস্টাইন

☐

(ঘ) ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক

☐

৬০। $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ সমীকরণে r এর মান পরিমাপে যদি 2% ত্রুটি হয় তবে V নির্ণয়ে ত্রুটি হবে—

[সি. বো. ২০১৬]

(ক) 1%

☐

(খ) 2%

☐

(গ) 4%

☐

(ঘ) 6%

☐

৬১। কোনো গোলকের ব্যাসার্ধের প্রকৃত মান 3 cm এবং পরিমাপ্য মান 2.98 cm। গোলকটির আয়তন পরিমাপে শতকরা ত্রুটি কত? [ব. বো. ২০১৭]

(ক) 0.02%

○

(খ) 0.066%

○

(গ) 0.66%

○

(ঘ) 2%

○

৬২। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ $R = (10 \pm 0.1)$ cm হলে এর আয়তনের শতকরা ত্রুটি কত? [দি. বো. ২০১৭]

(ক) 1%

○

(খ) 2%

○

(গ) 3%

○

(ঘ) 4%

○

৬৩। নিজের সাহায্যে ভর পরিমাপে কোন ত্রুটি পরিহার করা হয়? [ব. বো. ২০১৫]

(ক) পিছট ত্রুটি

○

(খ) লেভেল ত্রুটি

○

(গ) শূন্য ত্রুটি

○

(ঘ) পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি

○

৬৪। একটি দণ্ডের পরিমাপকৃত দৈর্ঘ্য 100 cm এবং প্রকৃত মান 100.4 cm হলে, এর পরিমাপের শতকরা ত্রুটি কত? [খু. বি. ২০১৭-২০১৮]

(ক) 0.0398

○

(খ) 0.398

○

(গ) 0.4%

○

(ঘ) 0.4016

○

৬৫। পরিমাপের যথার্থতা কার সাথে সম্পর্কিত?

[য. বো. ২০১৭]

i. ত্রুটি ii. যন্ত্রের iii. ভুলের
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○

(খ) ii ও iii

○

(গ) i ও iii

○

(ঘ) i, ii ও iii

○

কোনো বস্তুর ভর $(100 \text{ kg} \pm 2\%)$ এবং আয়তন $(10 \text{ m}^3 \pm 3\%)$ নির্দেশনার আলোকে (৬৫) ও (৬৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

[য. বো. ২০১৭]

৬৬। ঐ বস্তুর ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি কত?

(ক) 10

○

(খ) 5

○

(গ) 0.5

○

(ঘ) 0.1

○

৬৭। ঐ বস্তুর ঘনত্বের পরম ত্রুটির সঠিক মান কোনটি?

(ক) 5 kg m^{-3}

○

(খ) 5 gm m^{-3}

○

(গ) 0.5 kg m^{-3}

○

(ঘ) 0.5 kg ft^{-3}

○

৬৮। $x = 3u^3$ হলে x নির্ণয়ের আনুপাতিক ত্রুটি কত?

(ক) $\frac{\Delta u}{u}$

○

(খ) $\frac{3\Delta u}{u}$

○

(গ) $\frac{(\Delta u)^3}{u}$

○

(ঘ) $3\left(\frac{\Delta u}{u}\right)^3$

○

৬৯। অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয়ের জন্য আমরা রাশিমালা পাই $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ । g নির্ণয়ের আনুপাতিক ত্রুটি নির্ণয়ের রাশিমালা হবে—

(ক) $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l}$

○

(খ) $\frac{\Delta g}{g} = \frac{4\pi\Delta l}{l} - \frac{8\pi\Delta T}{T}$

○

(গ) $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2$

○

(ঘ) $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} - \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2$

○

- ৭০। নিচের কোনটির একক অন্য তিনটির একক হতে ভিন্ন? [কু. বো. ২০১৭]
- (ক) ঘনত্ব \times আয়তন \times বেগ ☐ (খ) ভরবেগের পরিবর্তনের হার ☐
- (গ) ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক \times ক্ষেত্রফল ☐ (ঘ) ভর \times অভিকর্ষজ ত্বরণ ☐
- ৭১। এক ন্যানোমিটার সমান কত মিটার? [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- (ক) 10^{-8} m ☐ (খ) 10^{-7} m ☐
- (গ) 10^{-14} m ☐ (ঘ) 10^{-9} m ☐
- ৭২। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1.5% ভুল হলে ঐ গোলকের আয়তন পরিমাপে শতকরা কত ভুল হবে? [ঢা. বি. (৭ কলেজ) ২০১৬-২০১৭]
- (ক) 1.5% ☐ (খ) 4.5% ☐
- (গ) 3.375% ☐ (ঘ) 3.0% ☐
- ৭৩। 1 Mpc = ? [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) 3.084×10^{19} km ☐ (খ) 3.84×10^9 km ☐
- (গ) 3.84×10^{19} km ☐ (ঘ) 3.084×10^9 km ☐
- ৭৪। চাপ একটি যৌগিক রাশি। এর এসআই একক হচ্ছে— [রা. বো. ২০১৭]
- i. প্যাসকেল ii. নিউটন / মিটার^২ iii. ডাইন / সেমি^২
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৭৫। বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণন সংখ্যা M , বৃত্তাকার স্কেলের অতিরিক্ত ভাগ সংখ্যা N এবং লগিষ্ট গণন L_c হলে ফেরোমিটারের সাহায্যে h নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?
- (ক) $h = M + L_c$ ☐ (খ) $h = M \times N + L_c$ ☐
- (গ) $h = M \times \text{পিচ} + L_c$ ☐ (ঘ) $h = M \times \text{পিচ} + N \times L_c$ ☐
- ৭৬। সর্বাপেক্ষা ছোট একক কোনটি? [কু. বো. ২০১৯]
- (ক) মিলিমাইক্রোন ☐ (খ) অ্যাংস্ট্রম ☐
- (গ) এক্স-রে ইউনিট ☐ (ঘ) অটোমিটার ☐
- ৭৭। সরলদোলকের সাহায্যে কোনো স্থানের g -এর মান পাওয়া গেলে 10 m s^{-2} । ঐ স্থানের g -এর প্রকৃত মান 9.81 m s^{-2} হলে পরিমাপের শতকরা ত্রুটি কত? [রা. বো. ২০১৯]
- (ক) 19.63% ☐ (খ) 19% ☐
- (গ) 1.93% ☐ (ঘ) 0.193% ☐
- ৭৮। একটি স্কুগজের লম্বিত প্রবকের মান 0.01 mm । এটি দ্বারা ন্যূনতম কত বেধ মাপা যাবে? [রা. বো. ২০১৯]
- (ক) 1 mm ☐ (খ) 0.10 mm ☐
- (গ) 0.01 mm ☐ (ঘ) 0.001 mm ☐
- ৭৯। নিচের কোনটি লব্ধ রাশি? [চ. বো. ২০১৯]
- (ক) কম্পাঙ্ক ☐ (খ) ভর ☐
- (গ) সময় ☐ (ঘ) তাপমাত্রা ☐

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা

১।(ক)	২।(খ)	৩।(খ)	৪।(খ)	৫।(ক)	৬।(ঘ)	৭।(গ)	৮।(খ)	৯।(ক)	১০।(খ)
১১।(গ)	১২।(গ)	১৩।(গ)	১৪।(ঘ)	১৫।(গ)	১৬।(ক)	১৭।(গ)	১৮।(ক)	১৯।(গ)	২০।(খ)
২১।(ঘ)	২২।(ঘ)	২৩।(ঘ)	২৪।(খ)	২৫।(ঘ)	২৬।(গ)	২৭।(গ)	২৮।(গ)	২৯।(ক)	৩০।(ক)
৩১।(ক)	৩২।(খ)	৩৩।(ঘ)	৩৪।(ঘ)	৩৫।(খ)	৩৬।(ক)	৩৭।(গ)	৩৮।(গ)	৩৯।(ঘ)	৪০।(ঘ)
৪১।(ঘ)	৪২।(খ)	৪৩।(ক)	৪৪।(গ)	৪৫।(গ)	৪৬।(ক)	৪৭।(গ)	৪৮।(গ)	৪৯।(ঘ)	৫০।(গ)
৫১।(ক)	৫২।(ক)	৫৩।(খ)	৫৪।(গ)	৫৫।(খ)	৫৬।(খ)	৫৭।(খ)	৫৮।(ঘ)	৫৯।(গ)	৬০।(ঘ)
৬১।(ঘ)	৬২।(গ)	৬৩।(খ)	৬৪।(গ)	৬৫।(ক)	৬৬।(খ)	৬৭।(গ)	৬৮।(খ)	৬৯।(ক)	৭০।(ক)
৭১।(ঘ)	৭২।(খ)	৭৩।(ক)	৭৪।(ঘ)	৭৫।(ঘ)	৭৬।(ঘ)	৭৭।(গ)	৭৮।(গ)	৭৯।(ক)	

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

- পদার্থবিজ্ঞান হলো একটি বিশ্বয়কর বিষয়। বিজ্ঞানের এমন কোনো শাখা নেই যা পদার্থবিজ্ঞানের দ্বারা সমৃদ্ধ হয়নি। কৃষি, শিল্প, চিকিৎসাবিজ্ঞান, জীববিজ্ঞান, জ্যোতির্বিজ্ঞান, আবহাওয়া বিজ্ঞান, সমুদ্র বিজ্ঞান, ভূতত্ত্ব ইত্যাদিতে রয়েছে পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন নীতি, অনুকল্প, সূত্র ও তত্ত্বের প্রয়োগ।
(ক) পদার্থবিজ্ঞান কী?
(খ) সূত্র ও তত্ত্বের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।
(গ) পদার্থবিজ্ঞানের অবদানে প্রযুক্তি কীভাবে সমৃদ্ধ হয়েছে তা উদ্দীপকের আলোকে ব্যাখ্যা কর।
(ঘ) পদার্থবিজ্ঞান একটি বিশ্বয়কর বিষয়—তোমার যুক্তি দাও।
- বিভিন্ন পদার্থবিজ্ঞানীদের পর্যবেক্ষণ পরীক্ষা নিরীক্ষা ইত্যাদির ফলে প্রকৃতির বিভিন্ন ঘটনা সম্পর্কে অনুকল্প, সূত্র, নীতি, তত্ত্ব আবিষ্কৃত হয়েছে। এদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য কয়েকজন হলেন—আর্কিমিডিস, ফ্যারাডে, নিউটন, গ্যালিলিও, আইনস্টাইন ও প্ল্যাঙ্ক।
(ক) পর্যবেক্ষণ কী?
(খ) উদাহরণসহ অনুকল্প কী ব্যাখ্যা কর।
(গ) বিজ্ঞানীদের কেউ কেউ অনেক ঘটনা পরীক্ষালব্ধ ফলাফল দ্বারা প্রমাণ করেছেন। এ রকম দুটি ঘটনা বর্ণনা কর।
(ঘ) পদার্থবিজ্ঞান, সূত্র, তত্ত্ব ও নীতি বিকাশে গ্যালিলিও, নিউটন ও আইনস্টাইনের অবদানের তুলনা কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

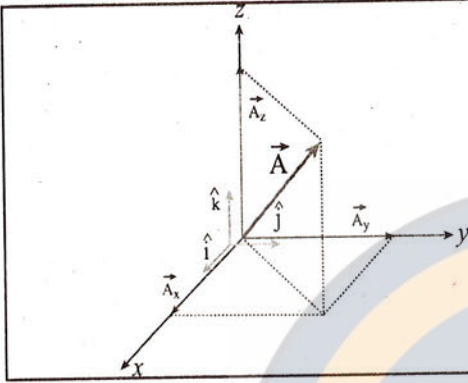
- ভৌত বিজ্ঞানের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।
- পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর এবং এর বিশ্বয়কর অবদান ব্যাখ্যা কর।
- পদার্থবিজ্ঞানে ধারণা বলতে কী বোঝায়?
- পদার্থবিজ্ঞানে সূত্র কাকে বলে?
- পদার্থবিজ্ঞানে নীতি বলতে কী বোঝায়?
- পদার্থবিজ্ঞানে স্বীকার্য কী বা কাকে বলে? [ঢা. বো. ২০১৯]
- পদার্থবিজ্ঞানে অনুকল্প কাকে বলে? [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- পদার্থবিজ্ঞানে তত্ত্ব এর অর্থ কী?
- সূত্রের সাথে তত্ত্বের তফাৎ কী? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৬]
- পদার্থবিজ্ঞানের সাথে গণিতের সম্পর্ক আলোচনা কর।

- ১১। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে রসায়নের সম্পর্ক আলোচনা কর।
- ১২। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে জীববিজ্ঞানের সম্পর্ক আলোচনা কর।
- ১৩। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে জ্যোতির্বিজ্ঞানের সম্পর্ক আলোচনা কর।
- ১৪। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে প্রযুক্তিবিদ্যার সম্পর্ক আলোচনা কর।
- ১৫। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে চিকিৎসাবিজ্ঞানের সম্পর্ক আলোচনা কর।
- ১৬। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে কৃষিবিজ্ঞানের সম্পর্ক আলোচনা কর।
- ১৭। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে সাহিত্য ও সংস্কৃতির সম্পর্ক বিশ্লেষণ কর।
- ১৮। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে সমাজবিজ্ঞানের সম্পর্ক আলোচনা কর।
- ১৯। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে দর্শনের সম্পর্ক বিশ্লেষণ কর।
- ২০। খেলাধুলায় পদার্থবিজ্ঞানের অবদান বিশ্লেষণ কর।
- ২১। স্থান, সময় ও ভরের চিরায়ত ধারণা ও আধুনিক ধারণা ব্যাখ্যা কর।
- ২২। মৌলিক রাশি ও লব্ধ রাশি বলতে কী বুঝ?
- ২৩। কোনো রাশি পরিমাপ করতে এককের প্রয়োজন হয় কেন? [রা. বো. ২০১৭]
- ২৪। পরিমাপের এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতির প্রয়োজন হয়েছিল কেন? [সি. বো. ২০১৯]
- ২৫। মৌলিক একক কাকে বলে?
- ২৬। লব্ধ একক কাকে বলে? [চ. বো. ২০১৬; সি. বো. ২০১৬]
- ২৭। মাত্রা কী?
- ২৮। পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ ও গুরুত্ব ব্যাখ্যা কর।
- ২৯। পরিমাপের ত্রুটি ব্যাখ্যা কর।
- ৩০। পরিমাপের লব্ধ ত্রুটি কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৭]
- ৩১। পরিমাপের সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকবে কিনা ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৩২। পরিমাপের শুদ্ধতা ও সূক্ষ্মতার মধ্যে পার্থক্য কী?
- ৩৩। পরম ত্রুটি কী?
- ৩৪। গড় বিচ্যুতি কাকে বলে?
- ৩৫। প্রমাণ বিচ্যুতি কাকে বলে?
- ৩৬। আপেক্ষিক ত্রুটি কী?
- ৩৭। শতকরা ত্রুটি কী?
- ৩৮। আনুপাতিক ত্রুটি কাকে বলে?
- ৩৯। কোনো ফর্মুলায় যে রাশিটির সূচক সর্বাধিক সেই রাশিটি সর্বাধিক শুদ্ধতার সাথে পরিমাপ করতে হয়—ব্যাখ্যা কর।
- ৪০। সূত্রে কোনো ধ্রুব রাশি থাকলে ত্রুটিতে তার অবদান কতটুকু?
- ৪১। সাধারণ নিক্তির সূচকের স্থিতিবিন্দু কীভাবে নির্ণয় করা হয়?
- ৪২। স্ফোরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক 0.01 mm বলতে কী বুঝ? [য. বো. ২০১৯]

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

- ১। একজন শিক্ষার্থী একটি লোহার সিলিভারের দৈর্ঘ্য সাত বার পরিমাপ করে পাঠ পেলো যথাক্রমে 7.62 cm, 7.66 cm, 7.63 cm, 7.59 cm, 7.60 cm, 7.64 cm এবং 7.61 cm।
নির্ণয় কর : (i) দণ্ডটির দৈর্ঘ্যের গাণিতিক গড়, (ii) গড় মান হতে বিচ্যুতি, (iii) গড় বিচ্যুতি, (iv) আপেক্ষিক ত্রুটি, (v) শতকরা ত্রুটি (vi) প্রমাণ বিচ্যুতি।

- [উ: (i) $\bar{a} = 7.62 \text{ cm}$, (ii) $\Delta a_1 = 0 \text{ cm}$, $\Delta a_2 = 0.04 \text{ cm}$, $\Delta a_3 = 0.01 \text{ cm}$, $\Delta a_4 = -0.03 \text{ cm}$, $\Delta a_5 = -0.02 \text{ cm}$, $\Delta a_6 = 0.02 \text{ cm}$, $\Delta a_7 = -0.01 \text{ cm}$, (iii) $\Delta \bar{a} = 0.0186 \text{ cm}$, (iv) 0.00244 cm (v) $\delta = 0.244\%$ (vi) 0.00845 cm]
- ২। $m = (1.5 \pm 0.2) \text{ kg}$ ভরের একটি গোলকে $r = (2.5 \pm 0.1) \text{ m}$ দৈর্ঘ্য একটি সুতা দ্বারা অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে $v = (15 \pm 0.5) \text{ m s}^{-1}$ দ্রুতিতে ঘুরানো হচ্ছে। গোলকটির উপর ক্রিয়াশীল বলের মান $F = \frac{mv^2}{r}$ হলে বল নির্ণয়ে (i) আনুপাতিক ক্রটি এবং (ii) শতকরা ক্রটি নির্ণয় কর। [উ: (i) 0.24 (ii) 24 %]
- ৩। একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পেল 9.78 m s^{-2} । আবার সে যখন 0.02 kg ভরের একটি বাটখাড়াকে স্প্রিং নিক্ষেপিত করে তখন দেখল 0.196 N বল দেখাচ্ছে। তার নির্ণীত অভিকর্ষজ ত্বরণের শতকরা ক্রটি নির্ণয় কর। [উ: 0.204 %]
- ৪। $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ সমীকরণে r -এর মান পরিমাপে যদি 2% ক্রটি হয় তবে V এর ক্রটি কত হবে? [উ: 6%]
- ৫। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ, R পরিমাপ করা হলো। $R = (10 \pm 0.1)$ হলে এর আয়তনের শতকরা ক্রটি কত? [উ: 3%] [রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৬। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ $(2.5 \pm 0.2) \text{ cm}$ হলে এর ক্ষেত্রফল পরিমাপের শতকরা ক্রটি কত? [উ: 16%] [রা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- ৭। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান 1 mm এর ভার্নিয়ার স্কেলের 10 ঘর 9 ঘরের সমান। এই স্কেলের ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত? [উ: 1mm] [বুয়েট, ২০০৯-২০১০]
- ৮। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান 1 mm এর ভার্নিয়ার স্কেলের 40 ঘর প্রধান স্কেলের 39 ঘরের সমান। ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত হবে? [উ: 0.025 mm] [কুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৯। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান 1 mm ভার্নিয়ার স্কেলের 20 ঘর প্রধান স্কেলের 19 ঘরের সমান। এই স্কেলের ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত? [উ: 0.05 mm] [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ১০। পরীক্ষাগারে ফাইব্রুজ একটি মাইক্রোমিটার স্ক্রু গেজের সাহায্যে সরু তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য তারটির ব্যাস পরিমাপ করেছে। সে রৈখিক স্কেল পাঠ পেল 4 mm এবং বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা পেল 10। বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা 100 এবং রৈখিক স্কেলের এক ভাগের মান 1 mm । তারটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল কত? [উ: 13.2 mm^2]
- ১১। একটি স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা 100 এবং বৃত্তাকার স্কেলকে সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে রৈখিক স্কেল বরাবর 1 mm দূরত্ব অতিক্রম করে। স্ফেরোমিটারের যেকোনো দুই পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 52 mm । স্ফেরোমিটারের সাহায্যে একটি উত্তল লেন্সের বক্রতলের উচ্চতা পাওয়া গেল 3.82 mm । স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ গণন এবং উত্তল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [উ: 0.01 mm; 11.99 cm]
- ১২। পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে মুনতাসির ও ইকরা সাধারণ নিক্ষেপ সাহায্যে একটি মার্বেলের ওজন নির্ণয়ের সময় বাম পাল্লায় শূন্য ভর চাপিয়ে সূচকের বাম দিকের দিক পরিবর্তন বিন্দুর গড় পাঠ পেল 9 এবং ডান দিকের দিক পরিবর্তন বিন্দুর গড় পাঠ পেল 7। এবার বাম পাল্লায় মার্বেলটি চাপিয়ে এবং ডান পাল্লায় 55 g ভর চাপিয়ে সূচকের বাম দিকের দিক পরিবর্তন বিন্দুর গড় পাঠ পেল 5 এবং ডান দিকে দিক পরিবর্তন বিন্দুর গড় পাঠ পেল 3। পরে বাম পাল্লায় অতিরিক্ত 10 g ভর চাপিয়ে সূচকের বাম দিকের দিক পরিবর্তন বিন্দুর গড় পাঠ পেল 3 এবং ডান দিকে দিক পরিবর্তন বিন্দুর পাঠ পেল 1। মার্বেলটির ভর কত? [উ: 55.02 g]
- ১৩। যদি $A = B^n C^m$ এবং A, B ও C এর মাত্রা যথাক্রমে LT, LT^{-1} এবং LT^2 হয় তবে m ও n এর মান কত? [উ: $\frac{3}{5}$ এবং $\frac{1}{5}$] [জা. বি. ২০১৭-২০১৮]



বস্তুজগতের যত পরিমেয় রাশি আছে তাদেরকে আমরা দু ভাগে ভাগ করতে পারি—স্কেলার রাশি ও ভেক্টর রাশি। দুটি বল কোনো বস্তুর উপর আনতভাবে ক্রিয়া করলে বস্তুটি দুটি বলের কোনোটির দিকে না গিয়ে তৃতীয় একটা দিকে যাবে। এ রকমটা কেন হয় তা জানার জন্য আমাদের পড়তে হয় ভেক্টর বীজগণিত। পদার্থবিজ্ঞানের ভাষা হচ্ছে গণিত। গণিতের একটি গুরুত্বপূর্ণ শাখা হচ্ছে ক্যালকুলাস। ভেক্টর ও ক্যালকুলাসের ব্যবহার আমাদের হিসাব-নিকাশকে সহজ করে দিয়েছে। আমাদের শিক্ষাক্রমের এ পর্যায়ে ভেক্টর ও ক্যালকুলাসের ব্যাপক প্রয়োগ রয়েছে। এ অধ্যায়ে আমরা তাই ভেক্টর ও ক্যালকুলাস নিয়ে আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

ভেক্টর রাশি, স্কেলার রাশি, সমান ভেক্টর, ঋণাত্মক ভেক্টর, নাল ভেক্টর, একক ভেক্টর, আয়ত একক ভেক্টর, অবস্থান ভেক্টর, ভেক্টরের বিভাজন, উপাংশ, ভেক্টরের স্কেলার গুণফল, ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল, অপারেটর, গ্রেডিয়েন্ট, ডাইভারজেন্স ও কার্ল।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	ভেক্টরের ধর্ম ব্যাখ্যা করতে পারবে।	২.১
২	পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন ভৌত রাশি ভেক্টররূপে প্রকাশ করতে পারবে।	২.২
৩	কতিপয় বিশেষ ভেক্টর ব্যাখ্যা করতে পারবে।	২.৪
৪	ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন নিয়ম ব্যাখ্যা করতে পারবে।	২.৫, ২.৬
৫	লম্বাংশের সাহায্যে ভেক্টর রাশির যোজন ও বিয়োজন বিশ্লেষণ করতে পারবে।	২.৭
৬	একটি ভেক্টরকে ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারের ক্ষেত্রে লম্বাংশে বিভাজন করতে পারবে।	২.৭
৭	দু'টি ভেক্টর রাশির স্কেলার ও ভেক্টর গুণের সংজ্ঞা ও এদের ব্যবহার করতে পারবে।	২.৯, ২.১০
৮	পদার্থবিজ্ঞানে ক্যালকুলাসের ব্যবহার ও গুরুত্ব ব্যাখ্যা করতে পারবে।	২.১১
৯	ভেক্টর ক্যালকুলাসের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	২.১২
১০	ভেক্টর অপারেটর ব্যবহার করতে পারবে।	২.১২

২.১। ভেক্টর রাশি ও স্কেলার রাশি

Vector and Scalar Quantities

বস্তু জগতে যা কিছু পরিমাপ করা যায় তাকেই রাশি বলে। যেমন—কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য, ভর, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি সবই রাশি। বস্তু জগতের এ সকল ভৌত রাশিকে বর্ণনার জন্য কোনো কোনোটির দিক নির্দেশের প্রয়োজন হয়, আর কোনো কোনো রাশির দিক নির্দেশের প্রয়োজন হয় না। তাই দিক বিবেচনা করে যাবতীয় রাশিকে দুভাগে ভাগ করা যায়; যথা :

১. সদিক রাশি বা ভেক্টর রাশি,
২. নির্দিক রাশি বা স্কেলার রাশি।

ভেক্টর রাশি : যে সকল ভৌত রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয় তাদেরকে ভেক্টর রাশি বলে। যেমন- সরণ, ওজন, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি।

স্কেলার রাশি : যে সকল ভৌত রাশিকে শুধু মান দ্বারা সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা যায়, দিক নির্দেশের প্রয়োজন হয় না তাদেরকে স্কেলার রাশি বলে। দৈর্ঘ্য, ভর, দ্রুতি, কাজ ইত্যাদি স্কেলার রাশির উদাহরণ।

ভেক্টর রাশির ধর্ম

১. ভেক্টর রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয়।
২. শুধু মান অথবা শুধু দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তন হলে ভেক্টর রাশির পরিবর্তন হয়।
৩. ভেক্টর রাশির যোগ, বিয়োগ, গুণ ইত্যাদি সাধারণ গাণিতিক নিয়মে হয় না, ভেক্টর বীজগণিতের নিয়মানুসারে হয়।
৪. দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে কোনোটির মান শূন্য না হলেও তাদের গুণফল শূন্য হতে পারে।
৫. দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল গুণের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে একটি স্কেলার রাশি হতে পারে অথবা একটি ভেক্টর রাশি হতে পারে।

২.২। ভেক্টর রাশির কয়েকটি বিশেষ উদাহরণ

Few Special Examples of Vectors

তল : কোনো বস্তুর তল বা পৃষ্ঠ অবশ্যই একটি স্কেলার রাশি। এর কোনো দিক নেই। কিন্তু অনেক সময় উচ্চতর হিসাব নিকাশের জন্য যেমন কোনো মহাকর্ষীয়, তড়িৎ বা চৌম্বক ক্ষেত্রে কোনো পৃষ্ঠ বা তলের ক্ষুদ্র অংশকে ভেক্টর হিসেবে গণ্য করা হয়। এর দিক ধরা হয় ঐ তলের কোনো বিন্দুতে তলের সাথে অভিলম্ব বরাবর।

বল : দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকে আমরা দেখি যে ঠেলা বা টানাই হচ্ছে বল। আমরা যখন কোনো বস্তুকে ঠেলি, তখন আসলে আমরা বস্তুটির উপর নির্দিষ্ট দিকে একটি বল প্রয়োগ করি। পৃথিবী কোনো বস্তুকে তার কেন্দ্রের দিকে টানে অর্থাৎ মহাকর্ষ বল প্রয়োগ করে। যেহেতু ঠেলা বা টানার মান ও দিক উভয়ই আছে, তাই বল একটি ভেক্টর রাশি। বলের দিক হচ্ছে যে দিকে বস্তুটিকে ঠেলা বা টানা হচ্ছে সে দিকে।

কেন্দ্রমুখী বল : কোনো বস্তু যখন কোনো বিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘুরে তখন একটি বল বস্তুর উপর বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরায়। এ বলের নাম কেন্দ্রমুখী বল। নিঃসন্দেহে এটি একটি ভেক্টর রাশি। এর দিক বস্তু থেকে ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে। আমরা চতুর্থ অধ্যায়ে এ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করবো।

টর্ক : কোনো বস্তুর উপর নিট বল ক্রিয়া করলে তার ত্বরণ ঘটে। আসলে বস্তুর ত্বরণ তার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। যখন কোনো একটি বল বা একজোড়া সমান সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল কোনো বস্তুকে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘুরায়, তখন বস্তুর কৌণিক ত্বরণ হয়। যে রাশিটি কৌণিক ত্বরণের জন্য দায়ী সেটি হচ্ছে বলের ভ্রামক বা

টর্ক। বলের মতো টর্কও একটি ভেক্টর রাশি। এর দিক হয় বল এবং বস্তু ও ঘূর্ণন কেন্দ্র বা অক্ষের সংযোজক সরল রেখা মিলে যে সমতল তৈরি হয় তার অভিলম্ব বরাবর। আমরা চতুর্থ অধ্যায়ে এ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করবো।

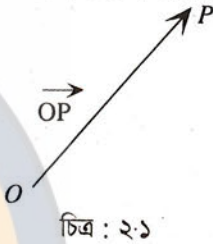
কৌণিক ভরবেগ : কোনো বস্তুর ভর ও বেগ অর্থাৎ রৈখিক বেগের গুণফলকে ভরবেগ তথা রৈখিক ভরবেগ বলে। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে অনুরূপ রাশি হচ্ছে কৌণিক ভরবেগ। এটিও একটি ভেক্টর রাশি। এর দিক হয় ভরবেগ এবং বস্তু ও ঘূর্ণন কেন্দ্র বা অক্ষের সংযোজক সরল রেখা মিলে যে সমতল হয় তার অভিলম্ব বরাবর। আমরা চতুর্থ অধ্যায়ে এ সম্পর্কেও বিস্তারিত আলোচনা করবো।

২.৩। ভেক্টর রাশির প্রকাশ

Representation of Vectors

জ্যামিতিক উপায়ে কোনো ভেক্টরকে একটি তীর চিহ্নিত সরলরেখা দ্বারা নির্দেশ করা হয়। সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য রাশিটির মান ও তীর চিহ্ন এর দিক নির্দেশ করে। চিত্র ২.১-এ তীর চিহ্নিত OP সরলরেখা একটি ভেক্টর রাশি নির্দেশ করছে।

OP রেখার দৈর্ঘ্য ও তীর চিহ্ন যথাক্রমে রাশিটির মান ও দিক নির্দেশ করে। এ ভেক্টরটির দিক O বিন্দু থেকে P বিন্দুর দিকে। যে তীর চিহ্নিত সরল রেখা দিয়ে ভেক্টর নির্দেশ করা হয়, সেটি যে বিন্দু থেকে আঁকা হয় তাকে ঐ ভেক্টরের পাদবিন্দু আর যে বিন্দুতে গিয়ে সরল রেখাটি শেষ হয় তাকে ঐ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু বলা হয়।



২.১ চিত্রে OP ভেক্টরকে \vec{OP} দিয়ে এবং ভেক্টরের মান OP বা, $|\vec{OP}|$ দিয়ে নির্দেশ করা হয়। \vec{OP} ভেক্টরের O বিন্দুকে পাদবিন্দু বা সূচনা বিন্দু বা প্রারম্ভিক বিন্দু বা আদি বিন্দু এবং P বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু বা প্রান্তিক বিন্দু বলে।

হাতে লেখার সময় একটি ভেক্টর রাশির সংকেতকে নিচের তিনটি উপায়ের যেকোনো একটি দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

ক. রাশিটির সংকেতের উপর তীর চিহ্ন দিয়ে যেমন, \vec{A}

খ. রাশিটির সংকেতের উপর রেখা চিহ্ন দিয়ে যেমন, \underline{A}

গ. রাশিটির সংকেতের নিচে রেখা চিহ্ন দিয়ে যেমন, \underline{A}

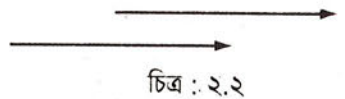
ছাপার ক্ষেত্রে সাধারণত মোটা হরফের A দিয়ে ভেক্টর রাশি এবং সরু হরফের A বা, $|A|$ দিয়ে ভেক্টর রাশিটির মান প্রকাশ করা হয়। অনেক বই-এ ছাপার ক্ষেত্রেও অক্ষরের উপরে তীর চিহ্ন দিয়ে ভেক্টর রাশি প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

এই বই-এ ভেক্টর রাশিকে অক্ষরের উপর তীর চিহ্ন দিয়ে এবং ভেক্টর রাশির মানকে সরু হরফ বা অক্ষর দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে। যেমন, \vec{A} একটি ভেক্টর যার মান A বা $|\vec{A}|$ ।

২.৪। কতিপয় ভেক্টর

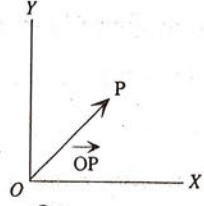
Few Vectors

১। স্বাধীন ভেক্টর (Free Vector) : কোনো ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু কোথায় হবে তা যদি ইচ্ছেমতো পছন্দ করা যায়, তবে সেই ভেক্টরকে স্বাধীন ভেক্টর বলে। যেমন ৫ N মানের পূর্বমুখী একটি বল একটি ভেক্টর রাশি। একে প্রকাশ করলে এটি একটি স্বাধীন ভেক্টর হবে। কেননা নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের পূর্ব-পশ্চিম বরাবর একটি সরল রেখা অঙ্কন করে পূর্বদিকে তীর চিহ্ন দিলেই এই ভেক্টর বোঝাবে। ২.২ চিত্রে অঙ্কিত ভেক্টর দুটির মান সমান ও দিক একই, কিন্তু তাদের পাদবিন্দু ভিন্ন জায়গায়। সুতরাং উল্লিখিত ভেক্টরটি একটি স্বাধীন ভেক্টর। যেহেতু স্বাধীন ভেক্টর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে বা কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে ক্রিয়া করে না, সুতরাং তার পাদবিন্দু ইচ্ছেমতো পছন্দ করা যায়।



২। সীমাবদ্ধ ভেক্টর (**Localized Vector**) : কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি ইচ্ছামতো পছন্দ করতে দেওয়া না হয় অর্থাৎ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে যদি পাদবিন্দু হিসেবে ঠিক করে রাখা হয় তাহলে সেই ভেক্টরকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে।

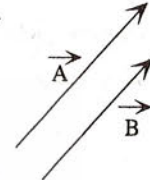
কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে বা নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে ক্রিয়াশীল ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর। যেমন অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর, কেননা এটি সব সময় প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দু থেকে আঁকতে হয় (চিত্র : ২.৩)। কোনো লন রোলারকে টানা হচ্ছে। এ টানা বলকে ভেক্টররূপে চিত্রে নির্দেশ করতে হলে এটিকে হাতলের নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে আঁকতে হবে। এ অঙ্কিত ভেক্টরটি একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর।



চিত্র : ২.৩

৩। সদৃশ ভেক্টর (**Like Vectors**) : সমজাতীয় দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সদৃশ বা সমান্তরাল ভেক্টর বলে।

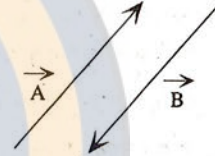
২.৪ চিত্রে \vec{A} ও \vec{B} সদৃশ ভেক্টর।



চিত্র : ২.৪

৪। বিসদৃশ ভেক্টর (**Unlike Vectors**) : সমজাতীয় দুটি ভেক্টর যদি বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে বিসদৃশ ভেক্টর বলে। ২.৫ চিত্রে

\vec{A} ও \vec{B} বিসদৃশ ভেক্টর।



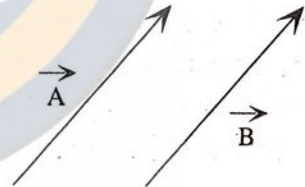
চিত্র : ২.৫

৫। সমান ভেক্টর (**Equal Vectors**) : সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের মান যদি সমান হয় আর তাদের দিক যদি একই দিকে হয় তবে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।

চিত্র ২.৬-এ \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টর দুটি সমান অর্থাৎ $\vec{A} = \vec{B}$

দুটি ভেক্টরের সমতা ভেক্টরদ্বয়ের পাদবিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে না।

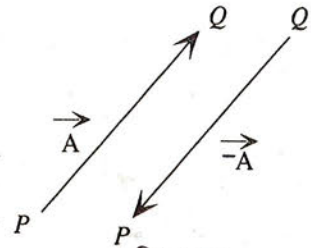
পাদবিন্দু যেখানেই থাকুক না কেন যদি ভেক্টরদ্বয়ের মান সমান এবং দিক একই দিকে হয়, তাহলেই তারা সমান ভেক্টর হবে। একই দিকে নির্দেশিত সমান দৈর্ঘ্যের দুটি সমান্তরাল রেখা দিয়ে দুটি সমান ভেক্টর বোঝানো হয়।



চিত্র : ২.৬

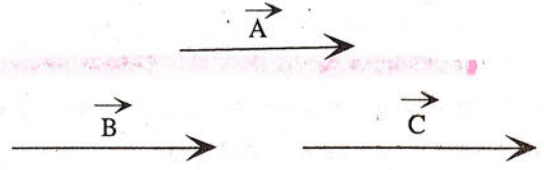
৬. ঋণাত্মক বা বিপরীত ভেক্টর (**Negative Vector**) : নির্দিষ্ট দিক বরাবর কোনো ভেক্টরকে ধনাত্মক ধরলে তার বিপরীত দিকে সমমানের সমজাতীয় ভেক্টরকে ঋণাত্মক ভেক্টর বা বিপরীত ভেক্টর বলে।

চিত্র ২.৭-এ $\vec{PQ} = \vec{A}$ এবং $\vec{QP} = -\vec{A}$



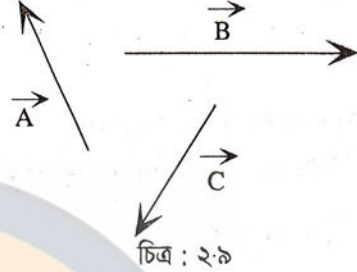
চিত্র : ২.৭

৭. সমরেখ ভেক্টর (Collinear Vectors) : দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই সরলরেখা বরাবর বা পরস্পর সমান্তরালে ত্রিয্য করে তবে তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বলে। চিত্র : ২.৮-এ \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} প্রভৃতি সমরেখ ভেক্টর।



চিত্র : ২.৮

৮. সমতলীয় ভেক্টর (Coplaner Vectors) : দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই সমতলে অবস্থিত হয় তবে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে। চিত্র ২.৯-এ \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} প্রভৃতি সমতলীয় ভেক্টর।



চিত্র : ২.৯

৯. সঠিক ভেক্টর (Proper Vectors) : যে সকল ভেক্টরের মান শূন্য নয় তাদেরকে সঠিক ভেক্টর বলে।

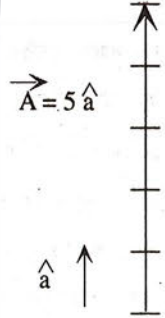
১০. নাল ভেক্টর বা শূন্য ভেক্টর (Null Vector) : যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বা শূন্য ভেক্টর বলে। একটি ভেক্টরের সাথে তার বিপরীত ভেক্টর যোগ করে বা দুটি সমান ভেক্টর বিয়োগ করে নাল ভেক্টর পাওয়া যায়। নাল ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই বিন্দুতে হয়।

নাল ভেক্টরের কোনো সুনির্দিষ্ট দিক নেই। নাল ভেক্টরকে সাধারণত $\vec{0}$ দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

১১. একক ভেক্টর (Unit Vector) : কোনো ভেক্টরের মান যদি একক হয় তাহলে তাকে একক ভেক্টর বলে।

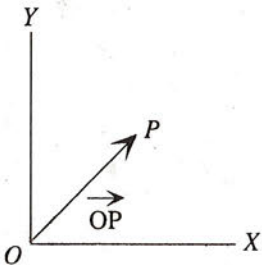
কোনো ভেক্টরের মান যদি শূন্য না হয় তাহলে সেই ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ করলে ভেক্টরটির দিকে একটি একক ভেক্টর পাওয়া যায়।

ধরা যাক, \vec{A} একটি ভেক্টর যার সংখ্যাগত মান $A \neq 0$, তাহলে $\frac{\vec{A}}{A} = \hat{a}$ একটি একক ভেক্টর। \hat{a} ভেক্টরের মান একক এবং দিক \vec{A} এর দিকে। ভেক্টরের আলোচনায় একক ভেক্টরের গুরুত্ব অপরিসীম বিধায় অনেক সময় একক ভেক্টরের আলাদা সংকেত ব্যবহার করা হয় এবং তা হচ্ছে অক্ষরের উপরে তীর চিহ্নের পরিবর্তে টুপি (cap) বা হ্যাট (hat) চিহ্ন (^), যেমন \hat{a} বা \hat{i} । চিত্র ২.১০-এ $\vec{A} = 5 \hat{a}$



চিত্র : ২.১০

১২. অবস্থান ভেক্টর (Position Vector) : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দিয়ে নির্দেশ করা হয় তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বলে।



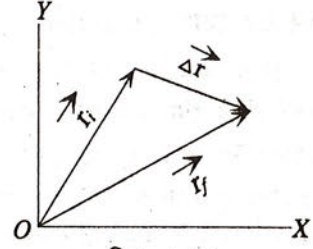
চিত্র : ২.১১

চিত্র ২.১১-এ O হচ্ছে প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দু এবং P যে কোনো একটি বিন্দু। \vec{OP} ভেক্টরটি O বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করছে। এখানে \vec{OP} একটি অবস্থান ভেক্টর।

অবস্থান ভেক্টরকে অনেক সময় ব্যাসার্ধ ভেক্টর (radius vector) বলা হয় এবং \vec{r} দিয়ে প্রকাশ করা হয়। সুতরাং $\vec{OP} = \vec{r}$

১৩. সরণ ভেক্টর : কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ ভেক্টর বলে। কোনো বস্তুর শেষ অবস্থান ভেক্টর \vec{r}_f এবং আদি অবস্থান ভেক্টর \vec{r}_i এর পার্থক্যই হচ্ছে সরণ ভেক্টর $\Delta \vec{r}$ (চিত্র ২.১২)।

$$\therefore \Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$



চিত্র : ২.১২

১৪. বিপ্রতীপ বা ব্যতিহার ভেক্টর (Reciprocal Vector) : সমজাতীয় দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান যদি অপরটির বিপরীত সংখ্যা হয়, তবে তাদেরকে বিপ্রতীপ বা ব্যতিহার ভেক্টর বলে। যেমন—

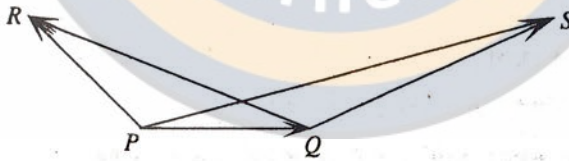
$$\vec{A} = 7\hat{i} \text{ এবং } \vec{B} = \frac{1}{7}\hat{i} \text{ হলে, } \vec{A} \text{ ও } \vec{B} \text{ পরস্পর বিপ্রতীপ ভেক্টর।}$$

২.৫। ভেক্টর বীজগণিত : ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ

Vector Algebra : Addition and Subtraction of Vectors

দুই বা ততোধিক এক জাতীয় ভেক্টর রাশি যোগ করলে একটি নতুন ভেক্টর রাশি পাওয়া যায়। যোগের জন্য ভেক্টর রাশি দুটি অবশ্যই একই জাতীয় হতে হবে। বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি ভেক্টর রাশি। বেগের সাথে বেগ কিংবা ত্বরণের সাথে ত্বরণের যোগ সম্ভব। কিন্তু বেগের সাথে ত্বরণের যোগ সম্ভব নয়। এ কথাটি অবশ্য স্কেলার রাশির ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। যেমন তাপমাত্রার সাথে তাপের যোগ সম্ভব নয়।

দুটি স্কেলার রাশির যোগ সাধারণ বীজগণিতের সূত্রানুসারে করা যায়, যেমন $3 + 4 = 7$ । কিন্তু দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল এভাবে বের করা যায় না, কেননা দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল শুধু রাশিগুলোর মানের উপর নির্ভর করে না, তাদের প্রত্যেকের দিক তথা মধ্যবর্তী কোণের উপরও নির্ভর করে। ধরা যাক, একটি কণা P থেকে 3 m সরে Q -তে গেল (চিত্র : ২.১৩)। এরপর QR বরাবর সেটি 4 m দূরত্ব অতিক্রম করে। তাহলে কণাটির সরণ হলো PR । আর কণাটি যদি PQ -এর পর QR বরাবর না গিয়ে QS বরাবর 4 m দূরত্ব অতিক্রম করে, তাহলে এর সরণ হবে PS ।



চিত্র : ২.১৩

উপরের চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে PR এবং PS সমান নয়, অর্থাৎ এখানে রাশি দুটির মানের সাথে দিক জড়িত থাকায় তাদের যোগ সাধারণ গাণিতিক নিয়মে $3 \text{ m} + 4 \text{ m} = 7 \text{ m}$ হলো না। দুটি ভেক্টর রাশির মান যদি 3 m এবং 4 m হয় তবে তাদের মধ্যবর্তী কোণের উপর নির্ভর করে যোগফলের মান 1m থেকে 7m পর্যন্ত যে কোনো সংখ্যা হতে পারে। কাজেই ভেক্টর রাশির যোগ সাধারণ বীজগাণিতিক নিয়মে করা যায় না, তা জ্যামিতিক উপায়ে করতে হয়। ভেক্টরের যোগ, বিয়োগ, গুণ ইত্যাদি সংবলিত গণিতের শাখাকে ভেক্টর বীজগণিত বলা হয়। গণিতের এ শাখায় ভেক্টর রাশিসমূহের যোগ, বিয়োগ, গুণ প্রভৃতির বিভিন্ন সূত্র ও নিয়ম-কানুন আলোচনা করা হয়।

ভেক্টরের যোগ (Addition of Vectors)

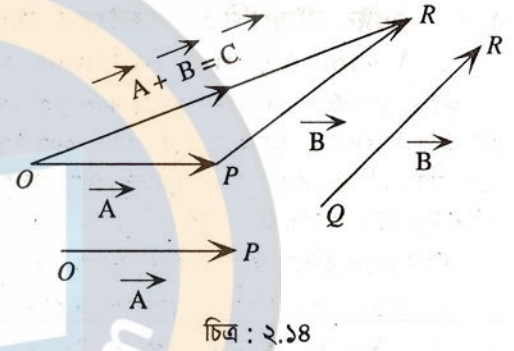
দুই বা ততোধিক একজাতীয় ভেক্টর যোগ করলে একটি নতুন ভেক্টর পাওয়া যায়। এ নতুন ভেক্টরটিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশির লব্ধি (resultant) বলে। আর যে ভেক্টরগুলো যোগ করে লব্ধি ভেক্টর পাওয়া যায় তাদের প্রত্যেকটি হলো লব্ধি ভেক্টরের উপাংশ (component)। যোগের জন্য ভেক্টর রাশিগুলো অবশ্যই একই জাতীয় হতে হবে এবং কোনো বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়া করতে হবে। বেগ, বল ইত্যাদি ভেক্টর রাশি। বেগের সাথে বেগ কিংবা বলের সাথে বলের যোগ সম্ভব। কিন্তু বেগের সাথে বলের যোগ সম্ভব নয়।

দুটি ভেক্টরের যোগ

নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে দুটি ভেক্টরের যোগফল বা লব্ধি পাওয়া যায়।

দুটি ভেক্টরের যোগের ক্ষেত্রে একটি ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুতে অপর ভেক্টরের পাদবিন্দু স্থাপন করে প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু সরলরেখা দিয়ে যোগ করলে সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান নির্দেশ করে। লব্ধির দিক হয় প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর দিকে।

ধরা যাক, দুটি ভেক্টর \vec{A} এবং \vec{B} এর লব্ধি $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ বের করতে হবে। লব্ধি বের করার জন্য \vec{A} ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু অর্থাৎ P -তে দিক পরিবর্তন না করে \vec{B} ভেক্টরের পাদবিন্দু অর্থাৎ Q স্থাপন করে PR অঙ্কন করা হয় (চিত্র : ২.১৪)। তারপর \vec{A} ভেক্টরের পাদবিন্দু O এবং \vec{B} ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু R যোগ করে যে সরলরেখা OR পাওয়া যায় তার দৈর্ঘ্যই হচ্ছে \vec{A} এবং \vec{B} এর লব্ধি তথা যোগফলের মান, আর দিক হবে O -থেকে R -এর দিকে। অর্থাৎ



চিত্র : ২.১৪

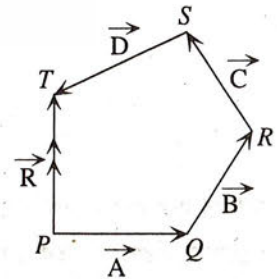
$$\vec{OP} + \vec{PR} = \vec{OR}$$

$$\text{বা, } \vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$$

দুই-এর অধিক ভেক্টরের যোগ

নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে দুই-এর অধিক সংখ্যক ভেক্টরের যোগ করা হয়।

অনেকগুলো ভেক্টর যোগ করতে হলে প্রথমে যেকোনো একটি ভেক্টর আঁকতে হবে। তারপর ক্রমান্বয়ে অন্য ভেক্টরগুলো এমনভাবে স্থাপন করতে হবে যাতে করে একটি ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর উপর অন্য ভেক্টরের পাদবিন্দু থাকে। এরপর প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু এবং শেষ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করে যে সরলরেখা পাওয়া যায় তার দৈর্ঘ্য ভেক্টরগুলোর লব্ধির মান নির্দেশ করে। লব্ধির দিক হবে প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে শেষ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর দিকে।



চিত্র : ২.১৫

২.১৫ চিত্রে \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} এবং \vec{D} চারটি ভেক্টরের যোগফল হবে \vec{PT} ($=\vec{R}$) ভেক্টর।

ভেক্টরের বিয়োগ (Subtraction of Vectors)

ভেক্টর বিয়োগের ক্ষেত্রে যে ভেক্টরকে বিয়োগ করতে হবে তার ঋণাত্মক ভেক্টরকে অপর ভেক্টরের সাথে যোগ করলেই বিয়োগফল পাওয়া যায়।

\vec{A} ভেক্টর থেকে \vec{B} ভেক্টর বিয়োগ করলে যদি বিয়োগফল \vec{C} ভেক্টর হয়, তাহলে

$$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে \vec{A} ভেক্টরের সাথে $-\vec{B}$ ভেক্টর যোগ করলেই $\vec{A} - \vec{B}$ অর্থাৎ \vec{A} এবং \vec{B} এর বিয়োগফল পাওয়া যায়।

নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে একটি ভেক্টর থেকে অপর ভেক্টরকে বিয়োগ করা হয়।

দুটি ভেক্টরের বিয়োগের ক্ষেত্রে প্রথম ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুতে যে ভেক্টরটি বিয়োগ করতে হবে তার ঋণাত্মক ভেক্টরের পাদবিন্দু স্থাপন করে প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে ঋণাত্মক ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করলে যে সরলরেখা পাওয়া যায় তার দৈর্ঘ্য ভেক্টরদ্বয়ের বিয়োগ ফলের মান নির্দেশ করে। বিয়োগফলের দিক হয় প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু থেকে ঋণাত্মক ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর দিকে।

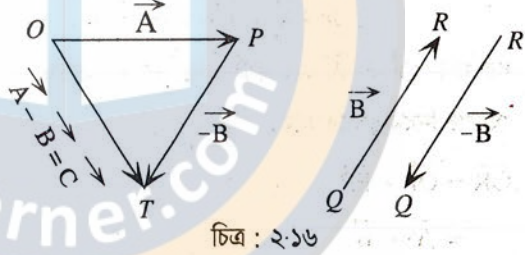
২.১৬ চিত্রে $\vec{A} = \vec{OP}$ এবং $\vec{B} = \vec{QR}$ । আমাদেরকে $\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$ নির্ণয় করতে হবে। যেহেতু নির্দিষ্ট দিক বরাবর কোনো ভেক্টরকে ধনাত্মক ধরলে ঠিক তার বিপরীত দিকে সমমানের ভেক্টরকে ঋণাত্মক ভেক্টর বলা হয়; সুতরাং চিত্র ২.১৬-এ $\vec{QR} = \vec{B}$ এবং $\vec{RQ} = -\vec{B}$ । \vec{C} ভেক্টর নির্ণয়ের জন্য \vec{A} ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু অর্থাৎ P -তে দিক পরিবর্তন না করে $-\vec{B}$ ভেক্টরের পাদবিন্দু অর্থাৎ R স্থাপন করে PT অঙ্কন করা হয় (চিত্র : ২.১৬)। এখন OT যোগ করা হলে,

$$\vec{OP} + \vec{PT} = \vec{OT}$$

$$\text{বা, } \vec{A} + (-\vec{B}) = \vec{C}$$

$$\text{বা, } \vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$$

যেহেতু ভেক্টরের বিয়োগ এক প্রকার যোগ ছাড়া আলাদা কিছুই নয়, কাজেই যে সকল ভেক্টরকে বিয়োগ করতে হবে তাদের ঋণাত্মক ভেক্টর নিয়ে যোগ করলেই বিয়োগফল পাওয়া যায়।



চিত্র : ২.১৬

ভেক্টর বীজগণিতের কতিপয় সূত্র (Some Laws of Vector Algebra)

১. বিনিময় সূত্র (Commutative Law) : $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

ধরা যাক, $\vec{OP} = \vec{A}$ এবং $\vec{OR} = \vec{B}$ দুটি ভেক্টর O বিন্দুতে ক্রিয়া করে (চিত্র : ২.১৭)। $OPQR$ সামান্তরিক পূর্ণ করে আমরা পাই,

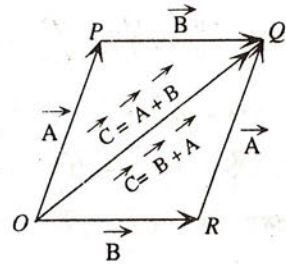
$$\vec{OP} + \vec{PQ} = \vec{OQ}$$

$$\text{এবং } \vec{OR} + \vec{RQ} = \vec{OQ}$$

$$\therefore \vec{OP} + \vec{PQ} = \vec{OR} + \vec{RQ}$$

$$\text{বা, } \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

সুতরাং ভেক্টর যোগ বিনিময় সূত্র মেনে চলে।



চিত্র : ২.১৭

২. সংযোগ সূত্র (Associative Law)

$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

ধরা যাক, $\vec{OP} = \vec{A}$, $\vec{PQ} = \vec{B}$ এবং $\vec{QR} = \vec{C}$ (চিত্র : ২.১৮)।

এখন \vec{OP} এবং \vec{PQ} যোগ করে আমরা পাই,

$$\vec{OP} + \vec{PQ} = \vec{OQ} = (\vec{A} + \vec{B})$$

$$\text{এবং } \vec{PQ} + \vec{QR} = \vec{PR} = (\vec{B} + \vec{C})$$

$$\text{এখন, } \vec{OQ} + \vec{QR} = \vec{OR}$$

$$\text{অর্থাৎ } (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{D}$$

$$\text{আবার, } \vec{OP} + \vec{PR} = \vec{OR}$$

$$\text{অর্থাৎ } \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{D}$$

$$\therefore (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

সুতরাং ভেক্টর যোগ সংযোগ সূত্র মেনে চলে।

অতএব, দেখা যায় যে বহুসংখ্যক ভেক্টরের যোগফল অর্থাৎ লব্ধি তাদের যোগের ক্রমের উপর নির্ভর করে না।

৩. বণ্টনসূত্র (Distributive Law)

$$m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$$

ধরা যাক, $\vec{OP} = \vec{A}$ এবং $\vec{PR} = \vec{B}$ (চিত্র : ২.১৯)

যোগের নিয়মানুসারে আমরা পাই,

$$\vec{OR} = \vec{OP} + \vec{PR}$$

$$= \vec{A} + \vec{B}$$

এখন ধরা যাক, OP এবং OR এর বর্ধিতাংশের উপর Q এবং S

দুটি বিন্দু নেয়া হয় যাতে

$$\vec{OQ} = m \cdot \vec{OP} = m\vec{A}$$

$$\text{এবং } \vec{QS} = m \cdot \vec{PR} = m\vec{B} \text{ হয়।}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{OQ}{OP} = \frac{QS}{PR} = \frac{OS}{OR} = m$$

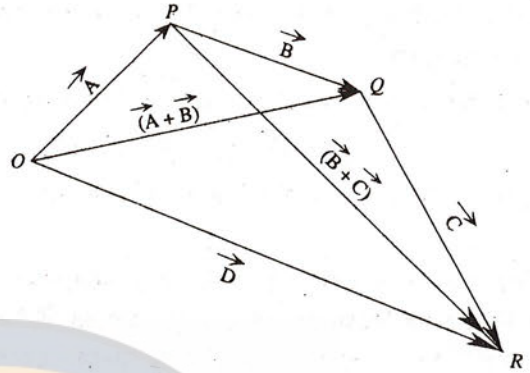
$$\therefore \vec{OS} = m \cdot \vec{OR}$$

$$\text{বা, } \vec{OS} = m(\vec{A} + \vec{B}) \quad [\because \vec{OR} = \vec{A} + \vec{B}]$$

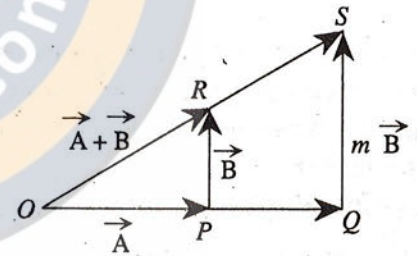
$$\text{আবার, } \vec{OS} = \vec{OQ} + \vec{QS}$$

$$= m\vec{A} + m\vec{B}$$

$$\therefore m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$$



চিত্র : ২.১৮



চিত্র : ২.১৯

সামান্তরিকের সূত্র (Law of Parallelogram)

নিজে কর : টেবিলের উপর একটি বই বা কোনো বস্তু রেখে ডান হাত দিয়ে সেটিকে যেকোনো দিকে ঠেলো। যে দিকে ঠেলা হচ্ছে বস্তুটি সে দিকে যাচ্ছে। এবার বাম হাত দিয়ে অন্য দিকে ঠেলো। বস্তুটি ঠেলার দিকেই যাচ্ছে। এখন একই সাথে বস্তুটিকে ডান হাত ও বাম হাত দিয়ে দুটি ভিন্ন দিকে ঠেলো। কী দেখতে পেলো?

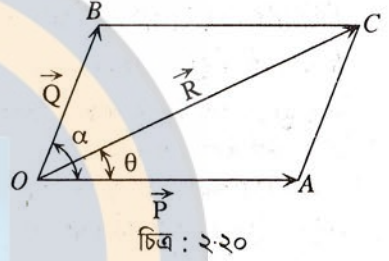
বস্তুটি ডান হাতের বা বাম হাতের ঠেলার দিকে না গিয়ে মাঝামাঝি কোনো একদিকে যাচ্ছে। এর কারণ দুই হাতের প্রযুক্ত বল বস্তুটির উপর ক্রিয়া করে একটি লব্ধি বল সৃষ্টি করেছে এবং বস্তুটি লব্ধি বলের ক্রিয়ায় লব্ধি বরাবর যাচ্ছে। একই জাতীয় দুটি ভেক্টর কোনো বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান ও দিক সামান্তরিকের সূত্র থেকে পাওয়া যায়।

সামান্তরিকের সূত্র : যদি একটি সামান্তরিকের কোনো কৌণিক বিন্দু থেকে অঙ্কিত দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা কোনো কণার উপর এককালীন ক্রিয়াশীল একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান ও দিক নির্দেশ করা যায়, তাহলে ঐ বিন্দু থেকে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি ভেক্টর দুটির মিলিত ফলের বা লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।

২.২০ চিত্রে O বিন্দুতে $\vec{OA} = \vec{P}$ এবং $\vec{OB} = \vec{Q}$ দুটি ভেক্টর α কোণে ক্রিয়া করছে। OA এবং OB -কে সন্নিহিত বাহু ধরে $OACB$ সামান্তরিকটি অঙ্কন করা হয়েছে। এ সূত্রানুসারে উভয় ভেক্টরের ক্রিয়া বিন্দু অর্থাৎ O থেকে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণ OC ই OA এবং OB এর লব্ধি নির্দেশ করে।

$$\text{অর্থাৎ } \vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$$

$$\text{বা, } \vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$$



লব্ধির মান নির্ণয়

ধরা যাক, কোনো কণার উপর একই সময়ে \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেক্টর α কোণে ক্রিয়া করে (চিত্র : ২.২১)। \vec{OA} ও \vec{OB} যথাক্রমে \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টর দুটির মান ও দিক নির্দেশ করছে এবং $\angle BOA = \alpha$ । এখন $OACB$ সামান্তরিকটি সম্পূর্ণ করলে OC কর্ণ \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে।

C বিন্দু থেকে OA -এর বর্ধিত অংশের উপর CD লম্ব টানা হলো। ধরা যাক, সেটি OA বাহুর বর্ধিতাংশকে D বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব $\angle CAD = \alpha$ । এখন ODC সমকোণী ত্রিভুজে

$$OC^2 = OD^2 + CD^2$$

$$\text{বা, } OC^2 = (OA + AD)^2 + CD^2;$$

কিন্তু ADC সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচনা করে ত্রিকোণমিতি থেকে আমরা পাই,

$$\sin \alpha = \frac{CD}{AC} \quad \text{বা, } CD = AC \sin \alpha$$

$$\therefore CD = Q \sin \alpha \quad (\because AC = OB = Q)$$

$$\text{এবং } \cos \alpha = \frac{AD}{AC} \quad \text{বা, } AD = AC \cos \alpha$$

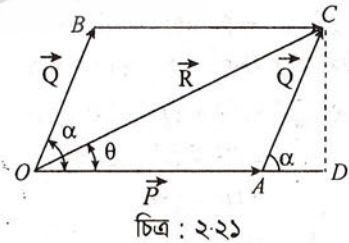
$$\therefore AD = Q \cos \alpha \quad \text{এবং } OA = P$$

$$\text{সুতরাং } OC^2 = (P + Q \cos \alpha)^2 + (Q \sin \alpha)^2$$

$$= P^2 + 2PQ \cos \alpha + Q^2 \cos^2 \alpha + Q^2 \sin^2 \alpha$$

$$= P^2 + 2PQ \cos \alpha + Q^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$

$$= P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha \quad (\because \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1)$$



OC -কে R দ্বারা সূচিত করলে,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$$

$$\therefore R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} \quad \dots \quad (2.1)$$

লব্ধির দিক নির্ণয়

লব্ধি R যদি P -এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে, তবে ODC সমকোণী ত্রিভুজ থেকে

$$\tan \theta = \frac{CD}{OD} = \frac{CD}{OA + AD}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \quad \dots \quad (2.2)$$

(2.1) ও (2.2) সমীকরণ থেকে যথাক্রমে R ও θ -এর মান পাওয়া যায়।^১

লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান

দুটি ভেক্টর P ও Q কোনো বিন্দুতে α কোণে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} \quad \dots \quad (2.1)$$

P ও Q -এর মান নির্দিষ্ট থাকলে তাদের লব্ধির মান $\cos \alpha$ তথা ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ α -এর উপর নির্ভর করে।

(2.1) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, $\cos \alpha$ -এর মান সর্বোচ্চ হলে R -এর মান সর্বোচ্চ হয়। আমরা জানি, $\cos \alpha$ এর সর্বোচ্চ মান হতে পারে $+1$ । সুতরাং লব্ধির মান সর্বোচ্চ হয় যখন $\cos \alpha = 1$ হয় বা, $\alpha = 0^\circ$ হয়।

অতএব, ভেক্টর দুটির লব্ধির মান সর্বোচ্চ হয় যখন ভেক্টর দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ 0° হয় অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয় একই দিকে ক্রিয়া করে। লব্ধির সর্বোচ্চ মান R_{\max} হলে,

$$\begin{aligned} R_{\max}^2 &= P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 0^\circ \\ &= P^2 + Q^2 + 2PQ \\ &= (P + Q)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore R_{\max} = P + Q$$

অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির সর্বোচ্চ মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফলের সমান।

আবার, (2.1) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, $\cos \alpha$ এর মান সর্বনিম্ন হলে R -এর মান সর্বনিম্ন হয়। আমরা জানি, $\cos \alpha$ এর সর্বনিম্ন মান হতে পারে -1 । সুতরাং লব্ধির সর্বনিম্ন মান হয় যখন $\cos \alpha = -1$ হয় বা, $\alpha = 180^\circ$ হয়।

অতএব, ভেক্টর দুটির লব্ধির মান সর্বনিম্ন হয় যখন ভেক্টর দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ 180° হয় অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। লব্ধির সর্বনিম্ন মান R_{\min} হলে,

$$\begin{aligned} R_{\min}^2 &= P^2 + Q^2 + 2PQ \cos 180^\circ \\ &= P^2 + Q^2 - 2PQ \\ &= (P - Q)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore R_{\min} = P - Q$$

অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির সর্বনিম্ন মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের বিয়োগফলের সমান।

^১অনুরূপভাবে দেখানো যায় R যদি Q -এর সাথে β কোণ উৎপন্ন করে তবে

$$\tan \beta = \frac{P \sin \alpha}{Q + P \cos \alpha}$$

সুতরাং দুটি ভেক্টর একই দিকে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হয় এবং এ মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফলের সমান ; আর দুটি ভেক্টর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান সর্বনিম্ন হয় এবং এ মান ভেক্টরদ্বয়ের মানের বিয়োগফলের সমান ।

২.৬। ভেক্টরের বিভাজন

Resolution of Vectors

আমরা পূর্বের অনুচ্ছেদে দেখেছি একাধিক ভেক্টর যোগ করে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। কাজেই একটি ভেক্টর রাশিকেও দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করা সম্ভব। একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে ভেক্টরের বিভাজন বলে এবং বিভক্ত অংশগুলোকে মূল ভেক্টরের উপাংশ বলে।

লম্ব উপাংশ :

একটি ভেক্টরকে যেকোনো দুই দিকে বিভক্ত করা যায়। এখন একটি ভেক্টরকে যদি এমনভাবে দুটি উপাংশে বিভক্ত করা হয় যে, উপাংশ দুটি পরস্পর সমকোণে থাকে, অর্থাৎ পরস্পর লম্ব হয়, তবে তাদেরকে লম্ব উপাংশ বা লম্বাংশ বলে। চিত্র ২.২২ক-তে একটি ভেক্টর \vec{R} কে দুটি লম্ব উপাংশ \vec{X} ও \vec{Y} তে বিভক্ত করা হয়েছে। ভেক্টর \vec{R} কে α কোণে একটি উপাংশ $\vec{OA} = \vec{X}$ -এ বিভক্ত করা হয়েছে। অপর উপাংশ $\vec{OB} = \vec{Y}$ হচ্ছে \vec{X} এর সাথে সমকোণে অর্থাৎ লম্ব বরাবর।

এখন OAC ত্রিভুজে,

$$OC = R,$$

$$OA = X$$

$$\text{এবং } AC = OB = Y$$

এ ত্রিভুজ থেকে আমরা পাই,

$$\cos \alpha = \frac{OA}{OC}$$

$$\therefore OA = OC \cos \alpha$$

$$\text{বা, } X = R \cos \alpha$$

$$\text{আবার, } \sin \alpha = \frac{AC}{OC}$$

$$\therefore AC = OC \sin \alpha$$

$$\text{বা, } Y = R \sin \alpha$$

সুতরাং কোনো ভেক্টর R কে যদি দুটি পরস্পর লম্ব উপাংশে বিভাজিত করা হয় তাহলে R এর সাথে α কোণে উপাংশ X এবং X এর সাথে সমকোণে উপাংশ Y হবে;

$$X = R \cos \alpha$$

...

...

$$(2.3)$$

$$Y = R \sin \alpha$$

...

...

$$(2.4)$$

যে কোনো দুই দিকে উপাংশ :

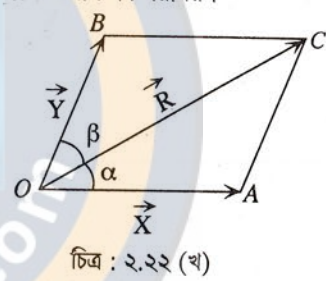
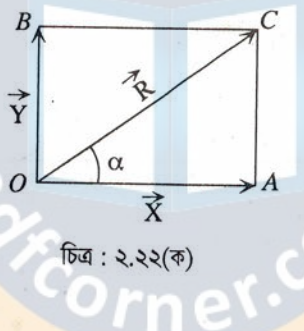
ধরা যাক, উপাংশ দুটি পরস্পর লম্ব নয়। \vec{R} এর সাথে α কোণে উপাংশ \vec{X} এবং \vec{R} এর সাথে β কোণে উপাংশ \vec{Y} । তাহলে (চিত্র : ২.২২খ) থেকে দেখা যায়,

$$X = \frac{R \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

...

...

$$(2.5a)$$



$$Y = \frac{R \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} \quad \dots \quad \dots \quad (2.5b)$$

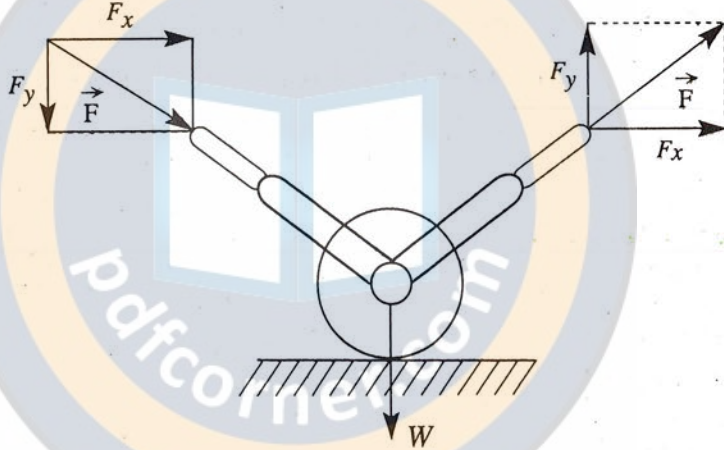
নিজের কর :

একটি ট্রলি ব্যাগ বা স্যুটকেস (চাকায়ুক্ত এবং হাতল বের করে লম্বা করা যায় এমন ব্যাগ বা স্যুটকেস) নাও। হাতল বের করে লম্বা কর। এখন কোনো মেঝের উপর দিয়ে এটাকে একবার ঠেলে আরেকবার টেনে একস্থান থেকে অন্যস্থানে নাও। কী বুঝলে?

দেখা গেল ব্যাগ বা স্যুটকেসটিকে ঠেলার চেয়ে টানা সহজ। একই ব্যাপারে ঘটে লন রোলারের ক্ষেত্রে।

লন রোলারকে ঠেলার চেয়ে টানা সহজ :

কোনো বস্তুকে যখন কোনো তলের উপর দিয়ে ঠেলা বা টানা হয় তখন তার গতির বিপরীত দিকে সব সময় একটি ঘর্ষণ বল কাজ করে- যা গতিকে বাধা দেয়। বস্তুর ওজন যত বেশি হয় একটি নির্দিষ্ট তলের উপর এ ঘর্ষণ বলও তত বেশি হয়। সুতরাং বস্তু যত হালকা হবে তাকে টানা বা ঠেলা তত সহজ হবে। নির্দিষ্ট ওজনের বস্তুকে টানা বা ঠেলা সহজ হবে যখন এর উপর ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বলের মান কম হবে।



চিত্র : ২.২৩

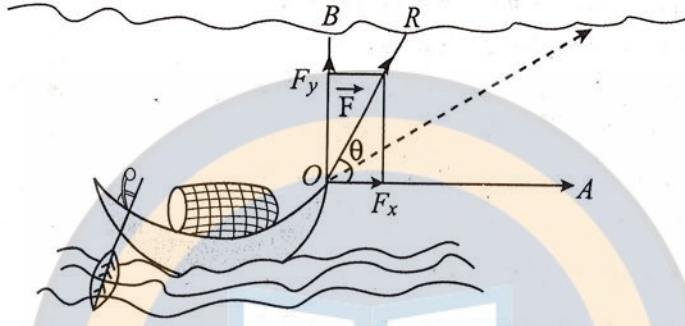
একটি লন রোলারকে ঠেলার চেয়ে টানা সহজ। বল বা ভেক্টর রাশির বিভাজন দ্বারা এর ব্যাখ্যা দেওয়া যায়। W ওজনের একটি লন রোলারকে ঠেলার সময় হাতের সাহায্যে হাতলে \vec{F} বল প্রয়োগ করা হয়। \vec{F} বল, F_x ও F_y এ দুটি লম্ব উপাংশে যথাক্রমে অনুভূমিক ও খাড়া নিচের দিকে বিভাজিত হবে (চিত্র: ২.২৩)। F_x বলটি ভূমির সমান্তরালে সামনের দিকে ক্রিয়া করে রোলারটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নেবে। কিন্তু F_y বলটি খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করায় রোলারটির আপাত ওজন হবে $(W + F_y)$ । এতে ওজন কিছুটা বেড়ে যায় ফলে রোলারটির উপর ঘর্ষণ বলও বৃদ্ধি পায়। কাজেই এটি চলার পথে বেশি বাধা প্রাপ্ত হয়। কিন্তু টানার সময় F_y বলটি খাড়া উপরের দিকে ক্রিয়া করে। ফলে রোলারটির আপাত ওজন হয় $(W - F_y)$ । এতে রোলারটি কিছুটা হালকা হয় ফলে ঘর্ষণ বলও কম হয়। ফলে সামনের দিকে ক্রিয়ায়ত F_x বলটি সহজে রোলারটিকে সামনে এগিয়ে নিতে পারে। সুতরাং বলা চলে লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।

দড়ি দিয়ে নৌকা টানা :

একখানা দড়ি দিয়ে তীর থেকে টেনে নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে নেবার ঘটনাকেও ভেক্টর বিভাজনের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। ধরা যাক, OR পথে দড়ির টানের বল \vec{F} ক্রিয়া করছে (চিত্র : ২.২৪)। ধরা যাক, বলটি নৌকার দৈর্ঘ্য তথা

নদীর দৈর্ঘ্যের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করছে। এ বলকে দুটি লম্ব উপাংশে বিভাজিত করলে নৌকার দৈর্ঘ্য OA বরাবর উপাংশ হবে $F_x = F \cos \theta$ । অন্য উপাংশ OB এর লম্ব বরাবর OB এর দিকে $F_y = F \sin \theta$ । F_x উপাংশটি নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নেয় আর F_y উপাংশ নৌকাকে তীরের দিকে নিতে চায়। পানির বিপরীত প্রতিক্রিয়া ও হালের সাহায্যে F_y কে প্রশমিত করা হয়। ফলে F_x এর ক্রিয়ায় নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে চলে।

চিত্র থেকে দেখা যায় দড়ি যত লম্বা হবে θ কোণ তত ছোট হবে, ফলে নৌকার দৈর্ঘ্য বরাবর বলের উপাংশ F_x তত বড় হবে। ফলে কম টানা বলেও নৌকা চালনা সহজ হবে। এজন্য গুণ টানার জন্য অনেক লম্বা লম্বা দড়ি ব্যবহার করা হয়।



চিত্র : ২.২৪

ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় :

ট্রলি ব্যাগকেও লন রোলার বা নৌকার মতো ঠেলার চেয়ে টানা সহজ। নৌকা টানার সময় গুণ বা দড়ি যত লম্বা হবে তার টানের অনুভূমিক উপাংশ তত বেশি হবে এবং নৌকাকে সামনে এগিয়ে নিয়ে যাওয়া তত সহজ হবে। একই ভাবে ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা হলে টানার সময় সেটি অনুভূমিকের সাথে কম কোণ উৎপন্ন করবে, ফলে টানের অনুভূমিক উপাংশ বেশি হবে এবং ট্রলি ব্যাগকে স্থানান্তর সহজ হবে।

২.৭। ভেক্টরের ত্রিমাত্রিক উপাংশ ও ভেক্টর বীজগণিত

Three Dimensional Components of a Vector and Vector Algebra

আয়ত একক ভেক্টর (Rectangular Unit Vector)

কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করতে আমরা স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার সাহায্য নিই। কোনো সরলরেখার উপর কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দিষ্ট করতে আমরা একমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবহার করি। যে সরল রেখার উপর বিন্দুটি অবস্থিত সেই সরলরেখা বরাবর একটি অক্ষ বিবেচনা করি। সেটি X , Y বা Z -অক্ষ হতে পারে। ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরাল বরাবর কোনো সরলরেখাকে আমরা সাধারণত X -অক্ষ ধরি; ভূ-পৃষ্ঠের উপর খাড়া উপর নিচ বরাবর কোনো সরলরেখাকে আমরা Y -অক্ষ ধরি। সমতলে অবস্থিত কোনো বিন্দুর অবস্থান দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার সাহায্যে নির্দেশ করা হয়। দুটি অক্ষ X এবং Y যদি পরস্পরের সাথে লম্বভাবে অবস্থান করে তবে তাকে দ্বিমাত্রিক কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বা দ্বিমাত্রিক আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বলে। কোনো স্থানে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করতে ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার প্রয়োজন হয়। তিনটি অক্ষ X , Y এবং Z যদি পরস্পরের সাথে লম্বভাবে অবস্থান করে তাহলে তাকে ত্রিমাত্রিক কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বা ত্রিমাত্রিক আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বলা হয়। একটি ডানহাতি স্ক্রুকে X -অক্ষ থেকে Y -অক্ষের দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যদি স্ক্রুটি Z -অক্ষ বরাবর অগ্রসর হয় তাহলে সেই স্থানাঙ্ক

ব্যবস্থাকে ডানহাতি আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা (Right Handed Rectangular Coordinate System) বলে। ত্রিমাত্রিক কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা একটি ডানহাতি আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা।

ডানহাতি আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার তিনটি অক্ষ বরাবর বিবেচিত একক ভেক্টরগুলোকে আয়ত একক ভেক্টর বলা হয়। ভেক্টরের আলোচনায় এ একক ভেক্টরত্রয়ের গুরুত্ব অপরিসীম।

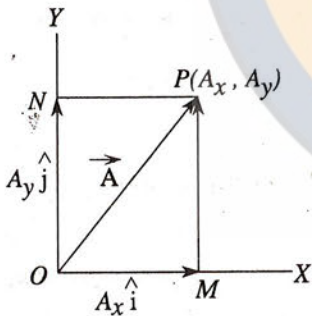
সংজ্ঞা : ত্রিমাত্রিক কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয় তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার ধনাত্মক X -অক্ষ বরাবর একক ভেক্টরকে \hat{i} , ধনাত্মক Y -অক্ষ বরাবর একক ভেক্টরকে \hat{j} এবং ধনাত্মক Z -অক্ষ বরাবর একক ভেক্টরকে \hat{k} দ্বারা সূচিত করা হয় (চিত্র : ২-২৫)।

উদাহরণ : ধনাত্মক X -অক্ষ বরাবর ৪ এককের একটি ভেক্টর থাকলে সেটি $4\hat{i}$ হবে, ঋণাত্মক Y -অক্ষ বরাবর ১০ এককের একটি ভেক্টর হবে $-10\hat{j}$ এবং $6\hat{k}$ হবে ধনাত্মক Z -অক্ষ বরাবর ৬ এককের ভেক্টর।

দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোনো ভেক্টর

চিত্র ২-২৬-এ একটি দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে যেখানে পরস্পর লম্ব দুটি অক্ষ X ও Y পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ধরা যাক, \vec{OP} ভেক্টরের পাদবিন্দু O এবং শীর্ষবিন্দু P -এর স্থানাঙ্ক (A_x, A_y) । এখন \vec{OP} ভেক্টরকে X -অক্ষ ও Y -অক্ষ বরাবর যথাক্রমে \vec{OM} ও \vec{ON} এ দুটি লম্ব উপাংশে বিভাজিত করা হলো। সুতরাং ভেক্টর যোগের নিয়মানুসারে,



চিত্র : ২-২৬

$$\vec{OP} = \vec{OM} + \vec{MP}$$

$$= \vec{OM} + \vec{ON} \quad (\because \vec{MP} = \vec{ON})$$

এখন \vec{OP} কে ভেক্টর \vec{A} , \vec{OM} কে ভেক্টর \vec{A}_x এবং \vec{ON} কে ভেক্টর \vec{A}_y দ্বারা সূচিত করলে,

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

এখন \vec{A}_x ও \vec{A}_y ভেক্টর দুটিকে যদি X ও Y অক্ষ বরাবর যথাক্রমে আয়ত একক ভেক্টর \hat{i} ও \hat{j} এর সাহায্যে প্রকাশ করা হয় তাহলে

$$\vec{A}_x = A_x \hat{i} \quad \text{এবং} \quad \vec{A}_y = A_y \hat{j}$$

$$\therefore \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

এখানে A_x ও A_y হলো যথাক্রমে X ও Y অক্ষের দিকে \vec{A} ভেক্টরের উপাংশের মান।

ভেক্টরের মান

২-২৬ চিত্র থেকে

$$OP^2 = OM^2 + MP^2$$

$$\text{বা, } OP^2 = OM^2 + ON^2$$

$$\text{বা, } A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

$$\therefore A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর

আমরা জানি, কোনো ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ করা হলে ঐ ভেক্টরের দিকে বা বরাবর বা সমান্তরালে একক ভেক্টর পাওয়া যায়।

সুতরাং \vec{OP} বরাবর অর্থাৎ \vec{A} বরাবর বা \vec{A} এর সমান্তরালে একক ভেক্টর

$$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{A_x \hat{i} + A_y \hat{j}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$$

ত্রিমাত্রিক আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোনো ভেক্টর

ধরা যাক, কোনো স্থানে P একটি বিন্দু এবং ত্রিমাত্রিক আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় এর স্থানাঙ্ক (A_x, A_y, A_z) (চিত্র : ২-২৭)। সুতরাং \vec{OP} ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু P এর স্থানাঙ্ক (A_x, A_y, A_z) । ২.২৭ চিত্র থেকে ভেক্টর যোগের নিয়মানুসারে আমরা পাই,

$$\vec{OP} = \vec{OR} + \vec{RP}$$

$$\text{আবার, } \vec{OR} = \vec{OL} + \vec{LR}$$

$$\therefore \vec{OP} = \vec{OL} + \vec{LR} + \vec{RP}$$

$$\text{কিন্তু } \vec{LR} = \vec{OQ} \text{ এবং } \vec{RP} = \vec{OS}$$

$$\therefore \vec{OP} = \vec{OL} + \vec{OQ} + \vec{OS}$$

এখন \vec{OL} ভেক্টরকে $\vec{A_x}$, \vec{OQ} ভেক্টরকে $\vec{A_y}$ এবং \vec{OS} ভেক্টরকে $\vec{A_z}$ দ্বারা সূচিত করলে আমরা পাই,

$$\vec{A} = \vec{A_x} + \vec{A_y} + \vec{A_z}$$

এখন $\vec{A_x}$, $\vec{A_y}$ এবং $\vec{A_z}$ ভেক্টর তিনটিকে যদি X , Y এবং Z -অক্ষ বরাবর যথাক্রমে আয়ত একক ভেক্টর \hat{i} , \hat{j} ও \hat{k} এর

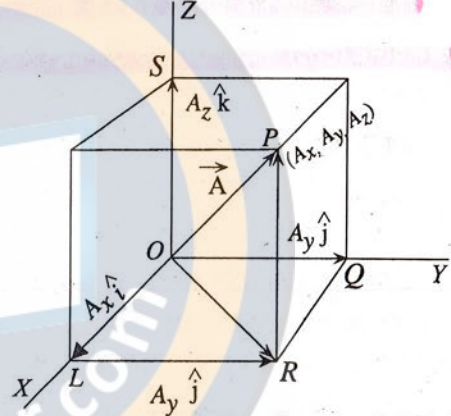
সাহায্যে প্রকাশ করা হয়, তাহলে $\vec{A_x} = A_x \hat{i}$, $\vec{A_y} = A_y \hat{j}$ এবং

$$\vec{A_z} = A_z \hat{k}$$

$$\text{সুতরাং } \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

(2.6)

এখানে A_x , A_y ও A_z হলো যথাক্রমে X , Y এবং Z -অক্ষ বরাবর \vec{A} ভেক্টরের উপাংশের মান।



চিত্র : ২-২৭

ভেক্টরের মান

চিত্র ২-২৭ এর ORP সমকোণী ত্রিভুজ থেকে

$$OP^2 = OR^2 + RP^2$$

এবং OLR সমকোণী ত্রিভুজ থেকে

$$OR^2 = OL^2 + LR^2$$

$$\therefore OP^2 = OL^2 + LR^2 + RP^2$$

কিন্তু $LR = OQ$ এবং $RP = OS$

$$\therefore OP^2 = OL^2 + OQ^2 + OS^2$$

$$\therefore A = |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad \dots \quad (2.7)$$

ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর

\vec{OP} বরাবর অর্থাৎ \vec{A} বরাবর বা \vec{A} এর সমান্তরালে একক ভেক্টর

$$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}} \quad \dots \quad (2.8)$$

ব্যাসার্ধ ভেক্টর

যে ভেক্টরের সাহায্যে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করা যায়, তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে। অবস্থান ভেক্টরকে ব্যাসার্ধ ভেক্টর \vec{r} বলা হয়। কোনো বিন্দু P এর স্থানাঙ্ক (x, y, z) হলে, ব্যাসার্ধ ভেক্টর,

$$\vec{r} = \vec{OP} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ এবং এর মান } r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad ।$$

দিক কোসাইন

ত্রিমাত্রিক কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি ভেক্টর তিনটি ধনাত্মক অক্ষের সাথে যে তিনটি কোণ উৎপন্ন করে তাদের কোসাইনের (cos) এর মানকে দিক কোসাইন বলে। একটি ভেক্টর \vec{A} যদি ধনাত্মক X, Y ও Z অক্ষের সাথে যথাক্রমে α, β এবং γ কোণ উৎপন্ন করে তাহলে $\cos \alpha, \cos \beta$ এবং $\cos \gamma$ কে দিক কোসাইন বলা হয়।

একটি ভেক্টর $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ হলে ঐ ভেক্টরের দিক কোসাইনগুলো হলো,

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}, \quad \cos \beta = \frac{A_y}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

এ দিক কোসাইনগুলো থেকে আমরা α, β এবং γ কোণ নির্ণয় করে \vec{A} ভেক্টরের দিক বের করতে পারি।

দিক কোসাইনগুলোকে অনেক সময় l, m, n দিয়ে প্রকাশ করা হয়, যেমন $l = \cos \alpha, m = \cos \beta, n = \cos \gamma$ । দেখা যায়, $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ । সুতরাং, যেকোনো ভেক্টরে দিক কোসাইনগুলোর বর্গের সমষ্টি সর্বদা 1 হয়।

উপাংশে বিভাজিত ভেক্টরের যোগ

দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি উপাংশে বিভাজিত করা থাকে তাহলে তাদের লব্ধি বা যোগফলকেও উপাংশের সাহায্যে সহজেই প্রকাশ করা যায়।

লব্ধি : ধরা যাক, \vec{A} এবং \vec{B} দুটি ভেক্টর এবং X, Y ও Z -অক্ষ বরাবর এদের উপাংশের মান যথাক্রমে A, A_y ও A_z এবং B_x, B_y ও B_z । তাহলে

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\text{এবং } \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\therefore \vec{A} + \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\text{বা, } \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k} \quad \dots \quad (2.9)$$

এখন $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$ হলে এবং X, Y ও Z অক্ষ বরাবর R এর উপাংশের মান যথাক্রমে R_x, R_y এবং R_z হলে

$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k} \quad \dots \quad (2.10)$$

লব্ধির মান : (2.9) এবং (2.10) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$R_x = A_x + B_x, R_y = A_y + B_y \text{ এবং } R_z = A_z + B_z$$

$$\begin{aligned} \therefore |\vec{R}| &= |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ &= \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2} \end{aligned}$$

লব্ধির সমান্তরাল একক ভেক্টর : লব্ধি ভেক্টর \vec{R} কে তার মান দিয়ে ভাগ করলেই লব্ধির সমান্তরালে অর্থাৎ \vec{R} এর দিকে একক ভেক্টর পাওয়া যায়,

$$\hat{r} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k}}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} = \frac{(A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k}}{\sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}} \quad \dots \quad (2.11)$$

উপাংশে বিভাজিত ভেক্টরের বিয়োগ

দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি উপাংশে বিভাজিত করা থাকে তাহলে তাদের যোগফল বা লব্ধির ন্যায় তাদের বিয়োগফলও উপাংশের সাহায্যে সহজে প্রকাশ করা যায়।

ধরা যাক, \vec{A} এবং \vec{B} দুটি ভেক্টর এবং X, Y ও Z অক্ষ বরাবর এদের উপাংশের মান যথাক্রমে A_x, A_y ও A_z এবং B_x, B_y ও B_z ।

$$\text{তাহলে } \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\text{এবং } \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\text{সুতরাং } \vec{A} - \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) - (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\text{বা, } \vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j} + (A_z - B_z) \hat{k} \quad \dots \quad (2.12)$$

এখন বিয়োগফল $\vec{A} - \vec{B} = \vec{R}$ হলে এবং X, Y ও Z অক্ষ বরাবর \vec{R} এর উপাংশের মান যথাক্রমে R_x, R_y এবং R_z হলে

$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k} \quad \dots \quad (2.13)$$

বিয়োগফলের মান :

(2.12) এবং (2.13) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$R_x = A_x - B_x, R_y = A_y - B_y \text{ এবং } R_z = A_z - B_z$$

$$\begin{aligned} \therefore |\vec{R}| &= |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ &= \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2} \end{aligned}$$

২.৮। ভেক্টরের গুণন

Multiplication of Vectors

ভেক্টর রাশির গুণন দু'ভাবে হতে পারে।

১. ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশি দ্বারা গুণ এবং

২. ভেক্টর রাশিকে ভেক্টর রাশি দ্বারা গুণ।

১. ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশি দ্বারা গুণ : কোনো ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশি দ্বারা গুণ করলে গুণফল একটি ভেক্টর রাশি হয়। \vec{A} ভেক্টর রাশিকে যদি m স্কেলার রাশি দ্বারা গুণ করা হয় তবে নতুন ভেক্টর $m\vec{A}$ পাওয়া যাবে যার মান হবে $|m\vec{A}|$ এবং দিক হবে \vec{A} ভেক্টরের দিকে। যদি m এর মান ঋণাত্মক হয় তবে $m\vec{A}$ ভেক্টরের দিক হবে \vec{A} ভেক্টরের বিপরীত দিকে।

বস্তুর ভর m এবং ত্বরণ \vec{a} এর গুণফল বল হলো,

$\vec{F} = m\vec{a}$ একটি ভেক্টর রাশি। বলের দিক ত্বরণের দিকে।

২. ভেক্টর রাশিকে ভেক্টর রাশি দ্বারা গুণ : দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে গুণের প্রকৃতি অনুযায়ী গুণফল একটি স্কেলার রাশি অথবা একটি ভেক্টর রাশি হতে পারে। দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে যখন স্কেলার গুণন বা ডট গুণন করা হয় তখন গুণফল একটি স্কেলার রাশি পাওয়া যায়। আবার দুটি ভেক্টরের মধ্যে যখন ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন করা হয় তখন গুণফল একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায়।

২.৯। স্কেলার গুণন : স্কেলার গুণফল বা ডট গুণফল

Scalar Multiplication : Scalar Product or Dot Product

দুটি ভেক্টরের গুণনে যদি একটি স্কেলার রাশি পাওয়া যায় তখন রাশি দুটির স্কেলার গুণন বা ডট গুণন হয় এবং এ গুণফলকে বলা হয় স্কেলার গুণফল বা ডট গুণফল। স্কেলার গুণফলের মান হয় রাশি দুটির মানের এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতর কোণের cosine-এর গুণফলের সমান।

\vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে যখন স্কেলার গুণ করা হয় তখন আমরা \vec{A} ও \vec{B} এর মাঝখানে একটি বিন্দু বা ডট (.) বসাই অর্থাৎ $\vec{A} \cdot \vec{B}$ এবং পড়ি \vec{A} ডট \vec{B} ।

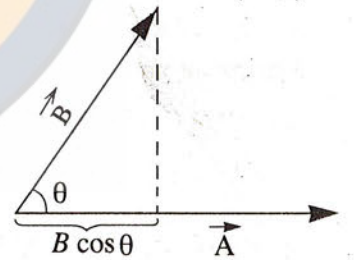
\vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ θ হলে স্কেলার গুণফল

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta = AB \cos \theta \quad (\text{যখন } 0 \leq \theta \leq \pi) \quad \dots \quad (2.14)$$

কিন্তু $B \cos \theta$ হচ্ছে \vec{A} এর দিকে \vec{B} এর উপাংশ বা \vec{A} এর উপর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ (চিত্র ২-২৮)।

আবার, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = B (A \cos \theta)$

কিন্তু $A \cos \theta$ হচ্ছে \vec{B} এর দিকে \vec{A} -এর উপাংশ বা \vec{B} -এর উপর \vec{A} -এর লম্ব অভিক্ষেপ।



সুতরাং যেকোনো দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল বলতে আমরা যেকোনো একটি ভেক্টরের মান এবং সেই ভেক্টরের দিকে অপর ভেক্টরের উপাংশের বা সেই

চিত্র : ২-২৮

ভেক্টরের উপর অপর ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপের গুণফলকে বুঝি। দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল তাই যেকোনো একটি ভেক্টর ও সেই ভেক্টরের উপর অপর ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপকে সম্বিহিত বাহু ধরে কল্পিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে।

উদাহরণ : বল \vec{F} এবং সরণ \vec{S} -এর স্কেলার গুণফল কাজ $W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta$ একটি স্কেলার রাশি।

ভেক্টরের স্কেলার গুণফল বিনিময় সূত্র ও বণ্টন সূত্র মেনে চলে :

$$\text{বিনিময় সূত্র : } \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\text{বক্টন সূত্র : } \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

আয়ত একক ভেক্টরগুলোর স্কেলার গুণফল :

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

প্রমাণ : ত্রিমাত্রিক কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X -অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর হচ্ছে \hat{i} :

সুতরাং \hat{i} এর মান 1 এবং X -অক্ষ বরাবর দুটি একক ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ 0°

$$\therefore \hat{i} \cdot \hat{i} = (1)(1) \cos 0^\circ = 1$$

অনুরূপভাবে, $\hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$

সুতরাং $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$

আবার, $\hat{i} \cdot \hat{j} = |\hat{i}| |\hat{j}| \cos(\hat{i}, \hat{j})$

$$= (1)(1) \cos 90^\circ$$

$$= 0$$

[$\because \hat{i}$ ও \hat{j} যথাক্রমে X এবং Y -অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর,

সুতরাং এদের মধ্যবর্তী কোণ 90° এবং প্রত্যেকের মান 1 একক]

অনুরূপভাবে, $\hat{j} \cdot \hat{i} = 0, \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{j} = 0, \hat{k} \cdot \hat{i} = \hat{i} \cdot \hat{k} = 0$

সুতরাং $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$

উপাংশে বিভাজিত দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

প্রমাণ : ধরা যাক, $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$

$$\text{এবং } \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= A_x \hat{i} \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) + A_y \hat{j} \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) + A_z \hat{k} \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \cdot \hat{k} + A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \cdot \hat{k} +$$

$$A_z B_x \hat{k} \cdot \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \cdot \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k}$$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + 0 + 0 + 0 + A_y B_y + 0 + 0 + 0 + A_z B_z$$

$$[\because \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \text{ এবং } \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0]$$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

...

...

(2.15)

অর্থাৎ দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল = রাশি দুটির X উপাংশের মানের গুণফল + রাশি দুটির Y উপাংশের মানের গুণফল + রাশি দুটির Z উপাংশের মানের গুণফল।

লম্ব ভেক্টর ও স্কেলার গুণফল :

ধরা যাক, \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টর দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ θ এবং কোনোটি নাল ভেক্টর নয়।

এখন যদি $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হয় তাহলে

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = 0$$

∴ $\cos \theta = 0$ (যদি A এবং B শূন্য না হয়)

বা, $\theta = 90^\circ$

অর্থাৎ, দুটি ভেক্টরের ডট গুণফল যদি শূন্য হয় এবং তাদের কোনোটি যদি নাল ভেক্টর না হয়, তাহলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হয়।

বিপরীতক্রমে, যেহেতু $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$

এখন যদি $\theta = 90^\circ$ হয়

তাহলে $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos 90^\circ = 0$

অর্থাৎ, দুটি ভেক্টরের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90° হলে তাদের ডট গুণফল শূন্য হবে।

এখন যদি ভেক্টর দুটি উপাংশে বিভাজিত থাকে অর্থাৎ, যদি

$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ হয়

তাহলে $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

সুতরাং $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 0$ হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে বা বিপরীতক্রমে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 0$ হবে।

২.১০। ভেক্টর গুণন : ভেক্টর গুণফল বা ক্রস গুণফল

Vector Multiplication : Vector Product or Cross Product

দুটি ভেক্টরের গুণনে যদি একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায় তখন রাশি দুটির ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন হয় এবং এ গুণফলকে বলা হয় ভেক্টর গুণফল।

\vec{A} এবং \vec{B} ভেক্টরের মধ্যে যখন ভেক্টর গুণ করা হয়, তখন আমরা \vec{A} ও \vec{B} এর মাঝখানে একটা ক্রস (\times) বসিয়ে লিখি $\vec{A} \times \vec{B}$ এবং পড়ি \vec{A} ক্রস \vec{B} । ভেক্টর গুণফলের মান হয় রাশি দুটির মানের এবং এদের অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতর কোণের sine এর গুণফলের সমান। ভেক্টর গুণফলের দিক ডানহাতি ক্রু নিয়ম থেকে পাওয়া যায়।

ডানহাতি ক্রু নিয়ম : দুটি ভেক্টরের সমতলে একটি ডানহাতি ক্রুকে লম্বভাবে স্থাপন করে প্রথম ভেক্টর থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে ক্রুটি যে দিকে অগ্রসর হবে সে দিকে হবে ভেক্টর গুণফলের দিক।

নিজে কর : বাম হাত দিয়ে পরস্পর সমকোণে দুটি কলম ধর। একটির মুখ খাড়া উপরের দিকে, অপরটির মুখ উত্তর দিকে। মনে কর, উপরের দিকে মুখ করা কলমটি \vec{A} ভেক্টরের দিক এবং উত্তর দিক মুখ করা কলমটি \vec{B} ভেক্টরের দিক নির্দেশ করে। সুতরাং \vec{A} ভেক্টরের দিক উপরের দিকে আর \vec{B} ভেক্টরের দিক উত্তর দিকে। এখন ডান হাত দিয়ে কলম দুটির সমতলে লম্বভাবে আরেকটি কলম ধর। নিঃসন্দেহে এটি পূর্ব-পশ্চিম বরাবর হবে। ডান হাতের কলমটিকে \vec{A} থেকে \vec{B} এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে অর্থাৎ 90° কোণে ঘুরাতে থাকো। কলমটি কোন দিকে অগ্রসর হচ্ছে? কলমটি যে দিকে যাচ্ছে সে দিক হচ্ছে $\vec{A} \times \vec{B}$ এর দিক। এখন বাম হাতের কলম জোড়াকে বিভিন্ন দিকে যেমন পূর্ব-দক্ষিণ, নিচ-পূর্ব, উত্তর-পশ্চিম, দক্ষিণ-উপর ইত্যাদি দিকে স্থাপন করে একটিকে \vec{A} এবং অপরটিকে \vec{B} ধরে $\vec{A} \times \vec{B}$ এবং $\vec{B} \times \vec{A}$ এর দিক নির্ণয় কর।

সংজ্ঞা : দুটি ভেক্টরের যে গুণনে একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায় তাকে ভেক্টরদ্বয়ের ভেক্টর গুণন বলে। ভেক্টরদ্বয়ের মান এবং তাদের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতর কোণের sine এর গুণফলকে ভেক্টর গুণফলের মান বলে। ভেক্টর

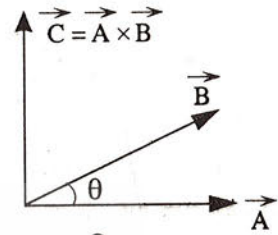
গুণফলের দিক হয় উভয় ভেক্টরের সমতলে লম্বভাবে স্থাপিত একটি ডানহাতি ক্রুকে প্রথম ভেক্টর থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যে দিকে অগ্রসর হয় সে দিকে।

\vec{A} ও \vec{B} এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে আমরা \vec{A} ও \vec{B} এর ভেক্টর গুণনের ফলে যে নতুন ভেক্টর \vec{C} পাই, তা হলো

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \hat{n} |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta \quad (\text{যখন } 0 \leq \theta \leq \pi) \quad \dots \quad (2.16)$$

এখানে, \hat{n} একটি একক ভেক্টর যা $\vec{A} \times \vec{B}$ অর্থাৎ \vec{C} এর দিক নির্দেশ করে।

এই \hat{n} এর মান 1 এবং এর দিক ডানহাতি ক্রু নিয়ম থেকে পাওয়া যায়। একটি ডানহাতি ক্রুকে উভয় ভেক্টরের সমতলে লম্বভাবে স্থাপন করে \vec{A} থেকে \vec{B} এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে ক্রুটি যে দিকে অগ্রসর হবে \hat{n} তথা \vec{C} এর দিক হবে সে দিকে (চিত্র ২-২৯)।

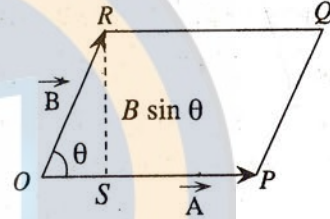


চিত্র : ২-২৯

$$\therefore C = |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta \quad \dots \quad (2.17)$$

কিন্তু $B \sin \theta$ হচ্ছে \vec{A} এবং \vec{B} কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত $OPQR$ সামান্তরিকের উচ্চতা (চিত্র : ২-৩০)

$$\begin{aligned} \therefore C &= AB \sin \theta \\ &= OP \times OR \sin \theta \\ &= OP \times RS \\ &= A \times h \\ &= \text{সামান্তরিকের ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \text{সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল} \end{aligned}$$



চিত্র : ২-৩০

সুতরাং দুটি ভেক্টর রাশির ভেক্টর গুণফলের মান ভেক্টর দুটিকে সন্নিহিত বাহু ধরে কল্পিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান।

কোনো ঘূর্ণায়মান কণার ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে অবস্থান ভেক্টর \vec{r} এবং কণার উপর প্রযুক্ত বল \vec{F} -এর ভেক্টর গুণফল টর্ক (Torque) $\vec{\tau}$, একটি ভেক্টর রাশি,

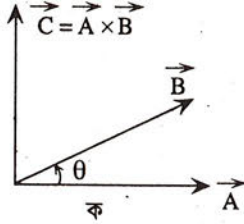
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \hat{n} rF \sin \theta$$

$$\text{বা, } \tau = rF \sin \theta$$

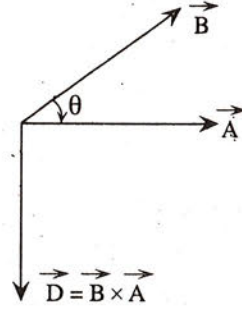
ভেক্টর গুণফল বিনিময় সূত্র মানে না : $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$ এর মান হলো $AB \sin \theta$ এবং এর দিক হলো এমন যে \vec{A} ও \vec{B} এবং \vec{C} একটি ডানহাতি ব্যবস্থা তৈরি করে (চিত্র : ২-৩১ ক)। \vec{C} এর দিক হচ্ছে \vec{A} এবং \vec{B} উভয় ভেক্টরের উপর লম্ব বরাবর ডানহাতি ক্রুকে \vec{A} থেকে \vec{B} এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যে দিকে অগ্রসর হবে সে দিকে। আবার, $\vec{B} \times \vec{A} = \vec{D}$ এর মান হলো $BA \sin \theta$ এবং দিক হলো এমন যে \vec{B} ও \vec{A} এবং \vec{D} একটি ডানহাতি ব্যবস্থা তৈরি করে (চিত্র: ২-৩১ খ)। \vec{D} -এর দিক হচ্ছে \vec{A} ও \vec{B} উভয় ভেক্টরের উপর লম্ব বরাবর ডানহাতি ক্রুকে \vec{B} থেকে \vec{A} এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যে দিক অগ্রসর হবে সে দিকে।

^১ \hat{n} একক ভেক্টরটি \vec{A} ও \vec{B} এর সাথে লম্ব অর্থাৎ \vec{A} ও \vec{B} এর সমতলের সাথে একটি অভিলম্ব (normal) ভেক্টর। $\vec{A} \times \vec{B}$ এর দিক যে \vec{A} এবং \vec{B} এর সমতলের সাথে অভিলম্ব (normal) সেটা বোঝানোর জন্য এ ভেক্টরকে \hat{n} দিয়ে নির্দেশ করা হয়।



চিত্র : ২.৩১ (ক)



চিত্র : ২.৩১ (খ)

সুতরাং দেখা যায়, \vec{D} ও \vec{C} এর মান সমান কিন্তু দিক বিপরীত অর্থাৎ, $\vec{C} = -\vec{D}$

বা, $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

সুতরাং বলা চলে ভেক্টর রাশির ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে না।

আয়ত একক ভেক্টরগুলোর ভেক্টর গুণফল

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0};$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

প্রমাণ : ভেক্টর গুণফলের সংজ্ঞানুসারে, $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{n} |\hat{i}| |\hat{i}| \sin 0^\circ$
 $[\because \text{দুটি সমান ভেক্টরের অন্তর্ভুক্ত কোণ } 0^\circ]$

$$= \vec{0} \quad [\because \sin 0^\circ = 0]$$

অনুরূপভাবে, $\hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$

$$\therefore \hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$$

$$\text{আবার, } \hat{i} \times \hat{j} = \hat{n} |\hat{i}| |\hat{j}| \sin(\hat{i}, \hat{j})$$

$$= \hat{n} (1) (1) \sin 90^\circ = \hat{n}$$

সংজ্ঞানুসারে \hat{n} একক ভেক্টরটি \hat{i} ও \hat{j} এর উপর লম্ব এবং ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম অনুসারে এর দিক হচ্ছে ধনাত্মক Z- অক্ষের দিকে। সুতরাং \hat{n} হচ্ছে ধনাত্মক Z- অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর, অর্থাৎ \hat{k}

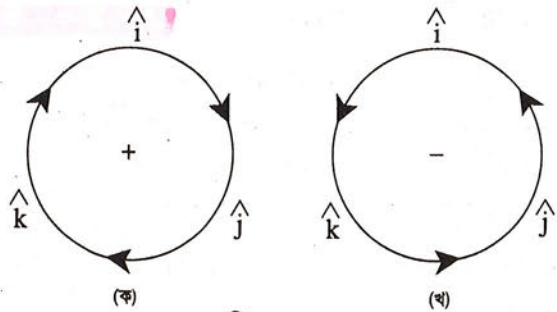
$$\therefore \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

অনুরূপভাবে, $\hat{i} \times \hat{j} = -(\hat{j} \times \hat{i}) = \hat{k}$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -(\hat{k} \times \hat{j}) = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = -(\hat{i} \times \hat{k}) = \hat{j}$$

সুতরাং \hat{i} , \hat{j} এবং \hat{k} আয়ত একক ভেক্টর তিনটির যেকোনো দুটির ভেক্টর গুণফল সহজে পাওয়া যায়। একই ক্রমের দুটি আয়ত একক ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল তৃতীয় আয়ত একক ভেক্টর হয় (চিত্র : ২.৩২ ক)। আর বিপরীত



চিত্র : ২.৩২

ক্রমের দুটি আয়ত একক ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল তৃতীয় আয়ত একক ভেক্টরের ঋণাত্মক ভেক্টর হয় (চিত্র : ২.৩২ খ)।

উপাংশে বিভাজিত দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল :

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

প্রমাণ : ধরা যাক, $\vec{A} = \hat{i} A_x + \hat{j} A_y + \hat{k} A_z$

এবং $\vec{B} = \hat{i} B_x + \hat{j} B_y + \hat{k} B_z$

সুতরাং $\vec{A} \times \vec{B} = (\hat{i} A_x + \hat{j} A_y + \hat{k} A_z) \times (\hat{i} B_x + \hat{j} B_y + \hat{k} B_z)$

$$\begin{aligned} &= (\hat{i} \times \hat{i}) A_x B_x + (\hat{i} \times \hat{j}) A_x B_y + (\hat{i} \times \hat{k}) A_x B_z \\ &\quad + (\hat{j} \times \hat{i}) A_y B_x + (\hat{j} \times \hat{j}) A_y B_y + (\hat{j} \times \hat{k}) A_y B_z \\ &\quad + (\hat{k} \times \hat{i}) A_z B_x + (\hat{k} \times \hat{j}) A_z B_y + (\hat{k} \times \hat{k}) A_z B_z \\ &= \vec{0} + \hat{k} A_x B_y - \hat{j} A_x B_z - \hat{k} A_y B_x + \vec{0} + \hat{i} A_y B_z \\ &\quad + \hat{j} A_z B_x - \hat{i} A_z B_y + \vec{0} \end{aligned}$$

$$= \hat{i} (A_y B_z - A_z B_y) + \hat{j} (A_z B_x - A_x B_z) + \hat{k} (A_x B_y - A_y B_x)$$

$$\therefore \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

(2.18)

সমান্তরাল ভেক্টর ও ভেক্টর গুণফল :

ধরা যাক, \vec{A} ও \vec{B} এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ এবং কোনোটি নাল ভেক্টর নয়।

এখন যদি $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$ হয়

তাহলে $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta = 0$

কিন্তু যেহেতু \vec{A} ও \vec{B} কোনোটির মান শূন্য নয়,

$$\therefore \sin \theta = 0$$

$$\text{বা, } \theta = 0^\circ$$

অর্থাৎ, দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল যদি নাল ভেক্টর হয় এবং তাদের কোনোটি যদি নাল ভেক্টর না হয়, তাহলে

ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে।

বিপরীতক্রমে যেহেতু $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta$

এখন যদি $\theta = 0^\circ$ হয়, তাহলে $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin 0^\circ = 0$

অর্থাৎ দুটি ভেক্টরের অন্তর্ভুক্ত কোণ 0° হলে তাদের ক্রস গুণফল নাল ভেক্টর হবে।

এখন যদি ভেক্টর দুটি উপাংশে বিভাজিত থাকে

অর্থাৎ যদি $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং

$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ হয়

$$\text{তাহলে, } \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{0} \text{ হলে}$$

ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে।

ত্রিগুণফল (Triple Product) :

তিনটি ভেক্টর রাশির গুণফলকে ত্রিগুণফল বা triple product বলে। তিনটি ভেক্টর রাশির গুণফল স্কেলার রাশি হলে তাকে স্কেলার ত্রিগুণফল বা scalar triple product বলে। আর তিনটি ভেক্টর রাশির গুণফল ভেক্টর রাশি হলে তাকে ভেক্টর ত্রিগুণফল বা vector triple product বলে। আমরা এখানে স্কেলার ত্রিগুণফল নিয়ে আলোচনা করবো।

দুটি ভেক্টর রাশির ক্রস গুণফলের সাথে তৃতীয় ভেক্টরটির ডট গুণন করা হলে গুণফল হবে একটি স্কেলার রাশি আর এ ধরনের গুণনকে বলা হয় স্কেলার ত্রিগুণ এবং গুণফলকে বলে স্কেলার ত্রিগুণফল। \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} তিনটি ভেক্টর রাশির স্কেলার ত্রিগুণন হতে পারে নিম্নোক্তভাবে—

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) \text{ বা, } \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) \text{ বা, } \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\text{এখানে } \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

তিনটি ভেক্টর \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} যদি একটি ঘন সামান্তরিক বা সামান্তরিক বা প্যারালেলেপাইপড (parallelepiped)-এর তিনটি বাহু নির্দেশ করে (চিত্র-২.৩৩) তাহলে ঐ ঘন সামান্তরিক বা সামান্তরিকের আয়তন হবে

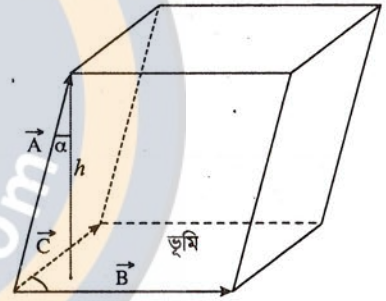
$$\text{আয়তন, } V = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) \quad \dots \quad (2.20)$$

$$\text{এখন, ভেক্টর, } \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\text{এবং } \vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k} \text{ হলে,}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} \quad \dots \quad (2.21)$$



চিত্র : ২.৩৩

\vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} ভেক্টর তিনটি একই সমতলে অবস্থিত হওয়ার অর্থ ঘন সামান্তরিক বা সামান্তরিকটির উচ্চতা শূন্য অর্থাৎ সামান্তরিকটির আয়তনও শূন্য। সুতরাং তিনটি ভেক্টরের স্কেলার ত্রিগুণফল শূন্য হলে ভেক্টর তিনটি সমতলীয় বা একই সমতলে অবস্থিত হবে। অর্থাৎ $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$ হলে \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} ভেক্টর তিনটি একই সমতলে অবস্থিত হবে।

২.১১। ক্যালকুলাস : গণিতের একটি শাখা

Calculus : A Branch of Mathematics

গণিতের একটি গুরুত্বপূর্ণ শাখা হচ্ছে ক্যালকুলাস। জ্যামিতি যেমন আকৃতির এবং বীজগণিত যেমন বিভিন্ন ক্রিয়া (Operators) সমূহ এবং সমীকরণ সমাধানে তাদের ব্যবহার নিয়ে অধ্যয়ন করে, তেমনি ক্যালকুলাস হচ্ছে পরিবর্তনের

গাণিতিক অধ্যয়ন। ক্যালকুলাসের দুটি প্রধান শাখা হচ্ছে অন্তরকলন বা ব্যবকলনী ক্যালকুলাস (Differential Calculus) ও যোগজ ক্যালকুলাস (Integral Calculus)। অন্তরকলন ক্যালকুলাসে প্রধানত ক্রমবর্ধমান বা ক্রমহাসমান রাশি এবং তাদের পরিবর্তনের হার এবং বক্র রেখার ঢাল নিয়ে আলোচনা করা হয়। দুটি রাশির একটির ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য অন্যটির পরিবর্তন অর্থাৎ রাশি দুটির একটির সাপেক্ষে অপরটির পরিবর্তনের হারই অন্তরকলনের বিষয়বস্তু। অপরপক্ষে যোগজ ক্যালকুলাস বা সমাকলন আলোচনা করে রাশিসমূহের সংকলন (accumulation) এবং বক্ররেখা বেষ্টিত কোনো ক্ষেত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল, ঘন বস্তুর আয়তন নিয়ে।

ঐতিহাসিকভাবে ক্যালকুলাস পরিচিত ছিল “the calculus of infinitesimals”, বা ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্রের ক্যালকুলাস হিসেবে। এর উৎপত্তি ল্যাটিন calculus শব্দ থেকে যার অর্থ গণনার জন্য ক্ষুদ্র পাথর। ক্যালকুলাস গণিতের শাখা যা সীমা, অপেক্ষক, অন্তরক, যোগজ এবং অসীম ধারা প্রভৃতিতে কেন্দ্রীভূত। অষ্টাদশ শতাব্দী পর্যন্ত বিভিন্ন ধারণাসমূহ অপেক্ষক, অন্তরক এবং যোগজ এ রূপ লাভ করে, কিন্তু চূড়ান্ত ধাপ সম্পন্ন হয় নিউটন ও লাইবনিজের হাতে।

ক্যালকুলাস ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হয় বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখায়, অর্থনীতি ও প্রকৌশল শাস্ত্রে যেখানে বীজগণিতের পক্ষে একা সমস্যার সমাধান সম্ভব নয়। পদার্থবিজ্ঞানের ভাষা হচ্ছে গণিত। উচ্চতর পদার্থবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে ক্যালকুলাসের ব্যবহার অপরিহার্য। ক্যালকুলাসের সাহায্যে আমরা পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রগুলোকে সহজে গাণিতিকরূপে প্রকাশ করতে পারি। বিভিন্ন রাশি ও সমীকরণগুলো অতি সহজে ক্যালকুলাসের সাহায্যে প্রতিপাদন করতে পারি। উদাহরণ হিসেবে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র “বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও

সে দিকে ঘটে” কে আমরা ক্যালকুলাসের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারি $\frac{d\vec{p}}{dt} \propto \vec{F}$ । এ বইয়ে আমরা প্রয়োজনমতো ক্যালকুলাস ব্যবহার করবো।

ধ্রুবক (Constant) : গাণিতিক ক্রিয়ার ক্ষেত্রে যে সকল রাশি অপরিবর্তনশীল তাদেরকে ধ্রুবক বলে। যেমন-সকল স্বাভাবিক সংখ্যা, ভগ্নাংশ, π , e ইত্যাদি।

চল রাশি বা চলক (Variable) : গাণিতিক ক্রিয়ার ক্ষেত্রে যে সকল রাশি পরিবর্তনশীল অর্থাৎ বিভিন্ন মান ধারণ করতে পারে তাদেরকে চলরাশি বা চলক বলে। সাধারণত x, y, z, u, v, w ইত্যাদি চলরাশি বিবেচনা করা হয়।

ফাংশন বা অপেক্ষক (Function) : দুটি পরস্পর নির্ভরশীল চলক যার একটি পরিবর্তিত হলে অপরটিও পরিবর্তিত হয়, এদের মধ্যে যে চলকটি ইচ্ছানুযায়ী পরিবর্তন করা যায় তাকে স্বাধীন চলক (independent variable) এবং যে চলকটিকে ইচ্ছানুযায়ী পরিবর্তন করা যায় না, অপর চলকের পরিবর্তনের উপর নির্ভরশীল তাকে অধীন বা নির্ভরশীল চলক (dependent variable) বলে। অধীন চলককে স্বাধীন চলকের অপেক্ষক বা ফাংশন বলে। যেমন সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করলে এর দোলনকালের পরিবর্তন হয়। দোলকের দৈর্ঘ্য আমরা ইচ্ছামতো পরিবর্তন করতে পারি। কিন্তু দোলনকাল আমাদের ইচ্ছানুযায়ী পরিবর্তিত হবে না। কার্যকর দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করলেই দোলনকাল পরিবর্তিত হবে। তাই দোলকের দোলনকাল হচ্ছে এর কার্যকর দৈর্ঘ্যের অপেক্ষক।

অপারেটর (Operator) : বর্গ (2), ঘন (3), বর্গমূল ($\sqrt{\quad}$), \log , \sin ইত্যাদির কোনো নির্দিষ্ট মান নেই, এগুলো কোনো অর্থ প্রকাশ করে না। কিন্তু এগুলো যখন ভিন্ন ভিন্ন রাশির উপর ক্রিয়া করে তখন এক একটা মান প্রদান করে, যেমন $4^2 = 16$, $5^2 = 25$; $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$; $\log 100 = 2$, $\log 25 = 1.39794$; $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ইত্যাদি। এগুলোকে বলা হয় সংঘটক বা অপারেটর (operator)। আসলে যে গাণিতিক ক্রিয়া একটি রাশিকে অন্য রাশিতে রূপান্তরিত করে তাকে অপারেটর বলা হয়।

অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন : অন্তরক বা ব্যবকলনী অপারেটর $\frac{d}{dx}$

Differentiation : Differential Operator $\frac{d}{dx}$

ক্যালকুলাসে ব্যবহৃত অন্তরক অপারেটর হচ্ছে $\frac{d}{dx}$ । এ $\frac{d}{dx}$ এর নিজস্ব কোনো অর্থ নেই, কিন্তু এটি যদি y এর উপর ক্রিয়া করে, তাহলে আমরা $\frac{dy}{dx}$ পাই, যার একটি অর্থ আছে। ধরা যাক, y একটি রাশি যার মান x এর উপর নির্ভর করে অর্থাৎ y হলো x এর অপেক্ষক $y(x)$ । তাহলে x এর সাপেক্ষে y কে অন্তরীকরণ করা যাবে এবং পাওয়া যাবে $\frac{dy}{dx}$ । এখানে $\frac{dy}{dx}$ হচ্ছে x এর ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য x এর সাপেক্ষে y এর পরিবর্তনের হার বা x এর সাপেক্ষে y এর বৃদ্ধিহার (derivative)। একে x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরকও বলে। x এর পরিবর্তন যখন শূন্যের কাছাকাছি অর্থাৎ x এর ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য x এর সাপেক্ষে y এর পরিবর্তনের হারকে x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরক $\frac{dy}{dx}$ বলে।

ক্যালকুলাস থেকে আমরা জানি,

একটি স্বাধীন রাশি x এর একটি মানের জন্য নির্ভরশীল রাশি y এর মান যদি হয় $y(x)$ এবং x এর মান Δx পরিমাণ পরিবর্তিত হয়ে $x + \Delta x$ হলে যদি y এর মান Δy পরিমাণ পরিবর্তিত হয়,

তাহলে $\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x)$ এবং

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

অন্তরীকরণ বা ব্যবকলনের কয়েকটি সূত্র

ক্যালকুলাসে ব্যবহৃত কয়েকটি সাধারণ অন্তরীকরণ সূত্র নিচে দেওয়া হলো। এখানে u এবং v হচ্ছে x এর অপেক্ষক এবং a ও m হচ্ছে ধ্রুব সংখ্যা।

$$1. \frac{dx}{dx} = 1$$

$$2. \frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx}(u + v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx}(x^m) = mx^{m-1}$$

$$5. \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$6. \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$7. \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$8. \frac{d}{dx}(\sin ax) = a \cos ax$$

$$9. \frac{d}{dx}(\cos ax) = -a \sin ax$$

$$10. \frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$$

$$11. \frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x}$$

$$12. \frac{d}{dx}(e^{mx}) = me^{mx}$$

১. $\frac{dy}{dx}$ কে পড়া হয় y এর ডি ডি x বা ইংরেজিতে $d dx$ of y অর্থাৎ $\frac{d}{dx}$ of y ।

অনেকে এটাকে $dy dx$ ও পড়ে থাকেন। তবে কখনোই একে dy বাই (ভাগ) dx পড়া যাবে না, কেননা, এটা dy এবং dx এর ভাগফল বা অনুপাত নয়।

আংশিক অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন (Partial Differentiation)

যখন একটি রাশি f এর মান x এর উপর নির্ভর করে অর্থাৎ f হয় x এর অপেক্ষক $f(x)$, তখন x এর সাপেক্ষে f কে অন্তরীকরণ করা যায় এবং পাওয়া যায় $\frac{df}{dx}$ । এখানে $\frac{df}{dx}$ হচ্ছে x এর ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য x এর সাপেক্ষে f এর পরিবর্তনের হার বা x এর সাপেক্ষে f এর অন্তরক বা বৃদ্ধিহার (derivative)। কিন্তু যদি f কেবল x এর অপেক্ষক না হয়ে দুই বা ততোধিক রাশির অপেক্ষক হয় যেমন x, y ও z এর অপেক্ষক। তখন যদি আলাদা আলাদাভাবে অন্যগুলোকে ধ্রুবক ধরে একটির সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করা হয় তখন সেই অন্তরীকরণকে বলা হয় আংশিক অন্তরীকরণ। সেই ক্ষেত্রে আমরা $\frac{\partial}{\partial x}$ অপারেটর ব্যবহার করি। যেমন $\frac{\partial f}{\partial x}$ হচ্ছে x এর ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য x এর সাপেক্ষে f এর পরিবর্তনের হার বা x এর সাপেক্ষে f এর আংশিক অন্তরক বা আংশিক বৃদ্ধিহার। তেমনিভাবে $\frac{\partial f}{\partial y}$ হচ্ছে y এর ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য y এর সাপেক্ষে f এর আংশিক পরিবর্তনের হার বা y এর সাপেক্ষে f এর আংশিক অন্তরক বা আংশিক বৃদ্ধিহার এবং $\frac{\partial f}{\partial z}$ হচ্ছে z -এর ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য z এর সাপেক্ষে f এর আংশিক পরিবর্তনের হার বা z এর সাপেক্ষে f এর আংশিক অন্তরক বা আংশিক বৃদ্ধিহার। উল্লেখ্য যে, পূর্ণ অন্তরীকরণে অপারেটরে সোজা d এবং আংশিক অন্তরীকরণে অপারেটরে বাঁকা ∂ ব্যবহার করা হয়।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : $A = 3x^2yz + 4xyz^3 + 2xy$ হলে x, y এবং z এর সাপেক্ষে A এর অন্তরক বের কর।

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} [3x^2yz + 4xyz^3 + 2xy] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (3x^2yz) + \frac{\partial}{\partial x} (4xyz^3) + \frac{\partial}{\partial x} (2xy) \\ &= 6xyz + 4yz^3 + 2y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} [3x^2yz + 4xyz^3 + 2xy] \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (3x^2yz) + \frac{\partial}{\partial y} (4xyz^3) + \frac{\partial}{\partial y} (2xy) \\ &= 3x^2z + 4xz^3 + 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} [3x^2yz + 4xyz^3 + 2xy] \\ &= \frac{\partial}{\partial z} (3x^2yz) + \frac{\partial}{\partial z} (4xyz^3) + \frac{\partial}{\partial z} (2xy) \\ &= 3x^2y + 12xyz^2 + 0\end{aligned}$$

$$\text{উ: } 6xyz + 4yz^3 + 2y, 3x^2z + 4xz^3 + 2x, 3x^2y + 12xyz^2$$

যোগজীকরণ বা সমাকলন (Integration)

ধরা যাক, কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট দিকে অর্থাৎ একটি সরলরেখা বরাবর গতিশীল। বস্তুর বেগের দিক নির্দিষ্ট থাকলেও বেগের মান সর্বত্র সমান নয়। ধরা যাক, বেগের মান v অতিবাহিত সময় t এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং এ বেগ v সময় t এর একটি অপেক্ষক এবং একে আমরা $v(t)$ রূপে প্রকাশ করি। ২-৩৪ চিত্রে t এর বিভিন্ন মানের জন্য $v(t)$ এর আনুষঙ্গিক মান নিয়ে অঙ্কিত লেখ দেখানো হয়েছে।

এখন আমরা আদি সময় t_i থেকে শেষ সময় t_f এ সময় ব্যবধানে এ পরিবর্তনশীল বেগের জন্য অতিক্রান্ত দূরত্ব হিসাব করব। এজন্য আমরা মোট সময়কে Δt ব্যবধানের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র N সংখ্যক সমান অংশে বিভক্ত করি। এ অংশগুলোর প্রথমটি বিবেচনা করা যাক, যেখানে t_i থেকে $t_i + \Delta t$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সময় ব্যবধান হচ্ছে Δt । এ ক্ষুদ্র সময় ব্যবধানকালে বেগ $v(t)$ এর মান পরিবর্তিত হলেও, সময় ব্যবধান যেহেতু খুবই ক্ষুদ্র, তাই আমরা বেগের মানের এ পরিবর্তন নগণ্য বিবেচনা করে বলতে পারি এ ক্ষুদ্র সময় ব্যবধানকালে $v(t)$ এর মান প্রায় ধ্রুব থাকে। ধরা যাক, $v(t)$ এর এ ধ্রুব মান v_1 । সুতরাং এই সময় ব্যবধানে বস্তুর অতিক্রান্ত ক্ষুদ্র দূরত্ব ΔS_1 হচ্ছে প্রায়,

$$\Delta S_1 = v_1 \Delta t \quad \dots \quad (2.22)$$

অনুরূপভাবে দ্বিতীয় অংশে $t_i + \Delta t$ থেকে $t_i + 2\Delta t$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সময় ব্যবধান Δt ।

ধরা যাক, $v(t)$ এর এ অংশে প্রায় ধ্রুব মান v_2 । সুতরাং দ্বিতীয় অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে প্রায় $\Delta S_2 = v_2 \Delta t$ । সুতরাং t_i থেকে t_f সময় ব্যবধানে বস্তুটির অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব S হবে (2.22) সমীকরণের অনুরূপ N সংখ্যক পদের সমষ্টির প্রায় সমান।

সুতরাং

$$\begin{aligned} S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \dots + \Delta S_N \\ &= v_1 \Delta t + v_2 \Delta t + v_3 \Delta t + \dots + v_N \Delta t \\ \text{বা, } S &= \sum_{k=1}^N v_k \Delta t \quad \dots \quad (2.23) \end{aligned}$$

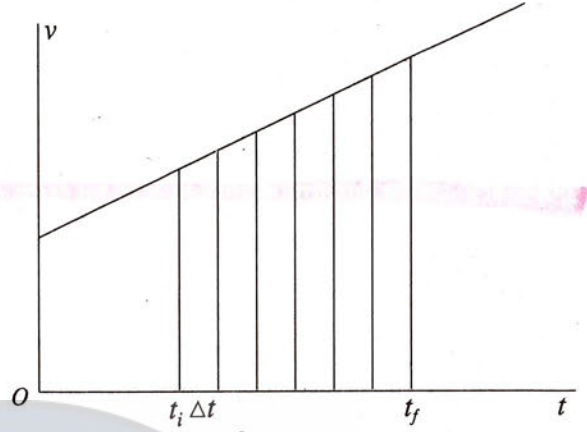
আমরা “প্রায়” শব্দটি ব্যবহার করেছি এ জন্য যে, যেকোনো ক্ষুদ্র সময় ব্যবধান Δt কালে বেগের মান পুরোপুরি ধ্রুব থাকে না, প্রায় ধ্রুব বিবেচনা করা হয় বলে। যদি Δt সময় কালে বেগের মান সঠিকভাবে ধ্রুব থাকত, তাহলে অবশ্যই (2.23) সমীকরণ থেকে সঠিক দূরত্ব পাওয়া যেত। সুতরাং আমরা যদি t_i থেকে t_f পর্যন্ত মোট সময়কে অধিক সংখ্যক অংশে বিভক্ত করি অর্থাৎ Δt কে যত ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর তথা বিভক্ত অংশের সংখ্যা বৃহৎ থেকে বৃহত্তর করি তাহলে হিসাবকৃত দূরত্বের মান তত সঠিক দূরত্বের মানের কাছাকাছি পৌঁছাবে। আমরা অতিক্রান্ত দূরত্বের সঠিক মান পেতে পারি যদি আমরা পরিমাপের সীমার মধ্যে Δt কে শূন্য এবং বিভক্ত অংশের সংখ্যা N কে অসীম করি। তাহলে সঠিক ফল হবে,

$$S = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=1}^N v_k \Delta t \quad \dots \quad (2.24)$$

কিন্তু $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=1}^N v_k \Delta t$ রাশিটি হচ্ছে ক্যালকুলাসের ভাষায় $\int_{t_i}^{t_f} v(t) dt$ যা t_i থেকে t_f পর্যন্ত t এর সাপেক্ষে $v(t)$

এর যোগজীকরণ বা সমাকলন নির্দেশ করে।

সুতরাং (2.24) সমীকরণ দাঁড়ায়,



চিত্র : ২.৩৪

$$S = \int_{t_i}^{t_f} v(t) dt \quad \dots \quad \dots \quad (2.25)$$

$f(x)$ -এর অনির্দিষ্ট যোগজ প্রকাশ করার জন্য $\int f(x) dx$ সংকেতটি ব্যবহার করা হয়। $\int f(x) dx$ রাশিমালায় $f(x)$ কে যোজ্য রাশি (integrand) বলে। \int প্রতীকটি লম্বা S যা Summation শব্দটির প্রথম অক্ষরের দীর্ঘায়িত রূপ। dx এর অর্থ হচ্ছে $f(x)$ কে x এর সাপেক্ষে যোগজীকরণ করা হয়েছে।

যোগজীকরণ বা সমাকলনের কয়েকটি সূত্র

$$1. \int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$2. \int \frac{dx}{x} = \log x$$

$$3. \int \sin x dx = -\cos x$$

$$4. \int \cos x dx = \sin x$$

$$5. \int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax$$

$$6. \int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax$$

$$7. \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$8. \int \log x dx = x \log x - x$$

বি. দ্র. অন্তরীকরণ বা যোগজীকরণের বিভিন্ন সূত্রে যে $\log x$ ব্যবহার করা হয়েছে তা আসলে e এর ভিত্তিতে \log অর্থাৎ $\log_e x$ । e ভিত্তিক এ \log কে অনেক সময় \ln দিয়েও প্রকাশ করা হয় এবং একে natural log বা স্বাভাবিক log বলা হয়।

২.১২। ভেক্টর ক্যালকুলাস Vector Calculus

ভেক্টরের অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন (Differentiation of Vector)

একটি ভেক্টর রাশি যে ধ্রুবক হবে এমন কোনো কথা নেই। একটি ভেক্টর রাশি অন্য স্কেলার রাশির উপর নির্ভর করতে পারে।

যেমন গতিশীল বস্তুর অবস্থান ভেক্টর \vec{r} সময় t এর উপর নির্ভর করে, অর্থাৎ অবস্থান ভেক্টর \vec{r}

হচ্ছে সময় t এর অপেক্ষক। তেমনিভাবে সুস্থম ত্বরণে গতিশীল

বস্তুর বেগ \vec{v} হচ্ছে সময় t এর অপেক্ষক। কোনো তড়িৎ আধান

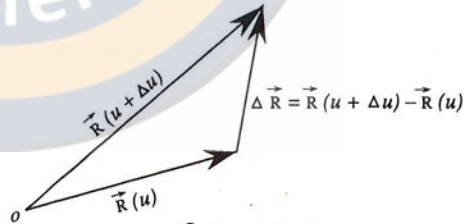
কর্তৃক সৃষ্ট তড়িৎক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর তড়িৎ প্রাবল্য আধান

থেকে বিন্দুটির দূরত্বের উপর নির্ভর করে। সাধারণ স্কেলার রাশির

ন্যায় ভেক্টর রাশিরও অন্তরীকরণ করা যায়। ধরা যাক, \vec{R} একটি

ভেক্টর যা স্কেলার রাশি u এর উপর নির্ভর করে অর্থাৎ ভেক্টর

রাশি \vec{R} স্কেলার রাশি u এর অপেক্ষক বা $\vec{R}(u)$ । তাহলে



চিত্র : ২.৩৫

$$\frac{\Delta \vec{R}}{\Delta u} = \frac{\vec{R}(u + \Delta u) - \vec{R}(u)}{\Delta u}; \text{ এখানে } \Delta u \text{ হলো } u \text{ এর বৃদ্ধি এবং } \Delta \vec{R} \text{ হলো } \vec{R} \text{ এর বৃদ্ধি (চিত্র : ২.৩৫)।}$$

তাহলে u এর সাপেক্ষে \vec{R} এর অন্তরক হবে,

$$\frac{d\vec{R}}{du} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta u} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\vec{R}(u + \Delta u) - \vec{R}(u)}{\Delta u} \quad \dots \quad (2.26)$$

ভেক্টর অন্তরীকরণের কয়েকটি সূত্র

অন্তরীকরণের সাধারণ সূত্রগুলো ভেক্টর রাশির অন্তরীকরণের জন্যও প্রযোজ্য। তবে লক্ষ্য রাখতে হবে ভেক্টর রাশির অবস্থানের ক্রম (বিশেষ করে গুণের ক্ষেত্রে) যাতে বজায় থাকে অর্থাৎ দুটি ভেক্টরের ক্ষেত্রে যে ভেক্টরটি আগে থাকবে, সেটিকে আগে লিখতে হবে।

যদি কোনো স্কেলার রাশি u এর সাপেক্ষে \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টর রাশি দুটি অন্তরীকরণযোগ্য অপেক্ষক হয় এবং যদি u এর সাপেক্ষে Q একটি অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষক হয়, তাহলে

1. $\frac{d}{du}(\vec{A} + \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{du} + \frac{d\vec{B}}{du}$
2. $\frac{d}{du}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{du} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \frac{d\vec{B}}{du}$
3. $\frac{d}{du}(\vec{A} \times \vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{du} \times \vec{B} + \vec{A} \times \frac{d\vec{B}}{du}$
4. $\frac{d}{du}(Q\vec{A}) = \frac{dQ}{du}\vec{A} + Q\frac{d\vec{A}}{du}$

ভেক্টরের যোগজীকরণ বা সমাকলন

Integration of Vector

ধরা যাক, $\vec{R}(u) = R_x(u)\hat{i} + R_y(u)\hat{j} + R_z(u)\hat{k}$ একটি ভেক্টর যা একটি মাত্র স্কেলার চলক u এর উপর নির্ভর করে। এখানে $R_x(u)$, $R_y(u)$ এবং $R_z(u)$ হচ্ছে একটি নির্দিষ্ট ব্যবধানের মধ্যে নিরবচ্ছিন্ন। তাহলে

$\int \vec{R}(u)du = \hat{i} \int R_x(u)dx + \hat{j} \int R_y(u)dy + \hat{k} \int R_z(u)dz$ হচ্ছে $\vec{R}(u)$ এর একটি অনির্দিষ্ট যোগজ। যদি এমন একটি ভেক্টর $\vec{S}(u)$ থাকে যে,

$$\vec{R}(u) = \frac{d}{du} \{ \vec{S}(u) \} \text{ হয়, তাহলে } \int \vec{R}(u)du = \int \frac{d}{du} \{ \vec{S}(u) \} du = \vec{S}(u) + \vec{C} \text{ হবে।}$$

এখানে \vec{C} হচ্ছে স্বেচ্ছিক ধ্রুবক, যা অবশ্যই u এর উপর নির্ভরশীল নয়। $u = a$ থেকে $u = b$ এর মধ্যে এর নির্দিষ্ট যোগজ হবে

$$\int_a^b \vec{R}(u)du = \int_a^b \frac{d}{du} \{ \vec{S}(u) \} du = [\vec{S}(u)]_a^b = \vec{S}(b) - \vec{S}(a)$$

ভেক্টর যোগজকেও সাধারণ যোগজীকরণের ন্যায় সমষ্টি হিসেবে গণ্য করা যায়।

ভেক্টর যোগজ তিন রকমের হয়ে থাকে :

১। রেখা যোগজ বা রেখা সমাকল (Line integrals) : ধরা যাক, কোনো বক্ররেখা C এর একটি দৈর্ঘ্য উপাদান হচ্ছে $d\vec{l}$ । বক্ররেখাটি a বিন্দু থেকে b বিন্দু পর্যন্ত বিস্তৃত। এখন যদি $d\vec{l}$ এর উপাংশগুলো হয় dx, dy, dz ,

অর্থাৎ যদি $d\vec{l} = \hat{i}dx + \hat{j}dy + \hat{k}dz$ হয়, তাহলে

$$\int_a^b \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_a^b (A_x dx + A_y dy + A_z dz) \quad \dots \quad \dots \quad (2.27)$$

কে বলে a এবং b বিন্দুর মধ্যে \vec{A} ভেক্টরের রেখা যোগজ।

২। তল যোগজ বা তল সমাকল (Surface integrals) : ধরা যাক, $d\vec{a}$ হচ্ছে কোনো তল S এর একটি তল উপাদান। তাহলে,

$$\int_S \vec{A} \cdot d\vec{a} = \int_S (A_x da_x + A_y da_y + A_z da_z) \quad \dots \quad \dots \quad (2.28)$$

হচ্ছে S তল ব্যাপী \vec{A} এর তল যোগজ। তল যোগজকে \int_S প্রতীক দিয়ে প্রকাশ করা হয়। এখানে da_x, da_y এবং da_z হচ্ছে $d\vec{a}$ এর উপাংশসমূহ।

৩। আয়তন যোগজ বা আয়তন সমাকল (Volume integrals) : ধরা যাক, dV হচ্ছে কোনো আয়তন V এর একটি আয়তন উপাদান। তাহলে,

$$\int_V \vec{A} dV = \hat{i} \int_V A_x dV + \hat{j} \int_V A_y dV + \hat{k} \int_V A_z dV \quad \dots \quad \dots \quad (2.29)$$

হচ্ছে আয়তন V ব্যাপী \vec{A} এর আয়তন যোগজ। আয়তন যোগজকে \int_V প্রতীক দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

স্কেলার ক্ষেত্র (Scalar field)

কোনো স্থানের কোনো এলাকা বা অঞ্চলের প্রতিটি বিন্দুতে যদি একটি স্কেলার রাশি $[\phi(x, y, z)]$ বিদ্যমান থাকে, তবে ঐ অঞ্চলকে ঐ রাশির স্কেলার ক্ষেত্র বলে।

এখানে $\phi(x, y, z)$ কে বলা হয় একটি স্কেলার ফাংশন এবং ϕ ঐ অঞ্চলে একটি স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করে।

যেমন, ঢাকা শহরের প্রতিটি বিন্দুতে একটি তাপমাত্রা আছে। যেকোনো সময়ে এ শহরের যেকোনো বিন্দুতে তাপমাত্রা জানা যাবে। তাপমাত্রা একটি স্কেলার রাশি। তাপমাত্রাকে আমরা একটা স্কেলার ফাংশন এবং ঢাকা শহরকে তাপমাত্রার স্কেলার ক্ষেত্র বিবেচনা করতে পারি। তেমনি কোনো আহিত বস্তুর চারপাশে তড়িৎ বিভব থাকে। যেহেতু তড়িৎ বিভব স্কেলার রাশি, আমরা বলতে পারি আহিত বস্তুর চারপাশে একটি স্কেলার ক্ষেত্র বিদ্যমান।

উদাহরণ : $\phi(x, y, z) = 5x^2y - 3yz$ একটি স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করে।

ভেক্টর ক্ষেত্র (Vector field)

কোনো স্থানের কোনো এলাকা বা অঞ্চলের প্রতিটি বিন্দুতে যদি একটি ভেক্টর রাশি $[\vec{V}(x, y, z)]$ বিদ্যমান থাকে, তবে ঐ অঞ্চলকে ঐ রাশির ভেক্টর ক্ষেত্র বলে।

এখানে $\vec{V}(x, y, z)$ কে বলা হয় একটি ভেক্টর ফাংশন এবং \vec{V} ঐ অঞ্চলে একটি ভেক্টর ক্ষেত্র নির্দেশ করে। যেমন কোনো প্রবাহমান তরল পদার্থের ভিতরে প্রতিটি বিন্দুতে তরলের একটি বেগ আছে। যেকোনো সময়ে তরলের যেকোনো বিন্দুতে এর বেগ জানা যায়। বেগ একটি ভেক্টর রাশি। বেগকে আমরা একটি ভেক্টর ফাংশন এবং প্রবাহমান তরলকে বেগের ভেক্টর ক্ষেত্র বিবেচনা করতে পারি। তেমনি একটি আহিত বস্তুর চারপাশে তড়িৎ প্রাবল্য থাকে। যেহেতু তড়িৎ প্রাবল্য ভেক্টর রাশি, আমরা বলতে পারি আহিত বস্তুর চারপাশে একটি ভেক্টর ক্ষেত্র বিদ্যমান।

উদাহরণ : $\vec{V}(x, y, z) = 3xyz^2\hat{i} + 4xy^3\hat{j} - 2xz^4\hat{k}$ একটি ভেক্টর ক্ষেত্র নির্দেশ করে।

ভেক্টর অপারেটর, $\vec{\nabla}$ (Vector operator, $\vec{\nabla}$)

ভেক্টর ক্যালকুলাসে বহুল ব্যবহৃত অপারেটরটি হচ্ছে $\vec{\nabla}$ (ডেল)। স্যার হ্যামিলটন এটি আবিষ্কার করেন। আগে এটি নাবলা নামে পরিচিত ছিল। এটি একটি ভেক্টর অপারেটর। $\vec{\nabla}$ হচ্ছে,

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad \dots \quad \dots \quad (2.30)$$

ভেক্টর অপারেটরের সাহায্যে তিনটি রাশি তৈরি করা হয় যেগুলো পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন সূত্র ও তত্ত্ব ব্যাখ্যা করতে খুবই প্রয়োজন হয়। এগুলো হচ্ছে গ্রেডিয়েন্ট, ডাইভারজেন্স ও কার্ল।

গ্রেডিয়েন্ট (Gradient)

যদি কোনো স্থানের একটি এলাকায় প্রতিটি বিন্দুতে $\phi(x, y, z)$ কে একটি অন্তরীকরণযোগ্য রাশি হিসেবে সংজ্ঞায়িত করা যায় অর্থাৎ ϕ যদি একটি অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষক হয়, তাহলে এর গ্রেডিয়েন্ট বা $\text{grad } \phi$ বা $\vec{\nabla} \phi$ এর সংজ্ঞা হলো :

$$\vec{\nabla} \phi = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi$$

$$\therefore \vec{\nabla} \phi = \hat{i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \dots \quad \dots \quad (2.31)$$

এটি একটি ভেক্টর রাশি। এর মান অবস্থানের সাপেক্ষে ঐ স্কেলার রাশির সর্বোচ্চ বৃদ্ধিহার নির্দেশ করে। তাছাড়া এ বৃদ্ধিহারের দিকই হবে স্কেলার রাশিটির গ্রেডিয়েন্টের দিক। স্কেলার ক্ষেত্র থেকে ভেক্টর ক্ষেত্রে উত্তরণের কৌশলই হচ্ছে স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট নির্ণয় করা। গ্রেডিয়েন্ট হলো বিভিন্ন অক্ষের সাপেক্ষে কোনো স্কেলার ফাংশনের ঢাল।

ডাইভারজেন্স (Divergence)

যদি কোনো স্থানের একটি এলাকায় প্রতিটি বিন্দুতে $\vec{V}(x, y, z) = \hat{i} V_x + \hat{j} V_y + \hat{k} V_z$ কে একটি অন্তরীকরণযোগ্য রাশি হিসেবে সংজ্ঞায়িত করা যায় অর্থাৎ \vec{V} যদি একটি অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষক হয়, তাহলে \vec{V} এর ডাইভারজেন্স ($\text{div } \vec{V}$) বা $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ এর সংজ্ঞা হলো :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (\hat{i} V_x + \hat{j} V_y + \hat{k} V_z)$$

$$\text{বা, } \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad \dots \quad \dots \quad (2.32)$$

লক্ষ্যণীয় যে, ডাইভারজেন্স $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ হচ্ছে $\vec{\nabla}$ এবং \vec{V} এর ডট বা স্কেলার গুণফল এবং এটি একটি স্কেলার রাশি। ডাইভারজেন্সের মাধ্যমে একটি ভেক্টর ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়। উল্লেখ্য যে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ হলেও কোনোভাবেই $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \vec{V} \cdot \vec{\nabla}$ হবে না। কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে কোনো প্রবাহীর ডাইভারজেন্স ধনাত্মক হলে বুঝতে হবে, হয় প্রবাহীটি প্রসারিত হচ্ছে অর্থাৎ এর ঘনত্ব হ্রাস পাচ্ছে অথবা বিন্দুটি প্রবাহীটির একটি উৎস।

আবার ডাইভারজেন্স ঋণাত্মক হলে, হয় প্রবাহীটি সঙ্কুচিত হচ্ছে অর্থাৎ ঐ বিন্দুতে এর ঘনত্ব বৃদ্ধি প্রাপ্ত হচ্ছে বা বিন্দুটি একটি ঋণাত্মক উৎস বা সিন্ক।

আবার কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রকে সলিনয়ডাল বলে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে ঐ বিন্দুতে যে পরিমাণ প্রবাহী প্রবেশ করে ঠিক সেই পরিমাণ প্রবাহী বেরিয়েও যাবে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে $\text{div } \vec{V} = 0$

কার্ল (Curl)

যদি কোনো স্থানের একটি এলাকায় প্রতিটি বিন্দুতে $\vec{V}(x, y, z) = \hat{i} V_x + \hat{j} V_y + \hat{k} V_z$ কে একটি অন্তরীকরণযোগ্য রাশি হিসেবে সংজ্ঞায়িত করা যায় অর্থাৎ \vec{V} যদি একটি অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষক হয়, তাহলে \vec{V} এর কার্ল

(curl \vec{V}) বা $\vec{V} \times \vec{V}$ এর সংজ্ঞা হলো :

$$\vec{V} \times \vec{V} = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (\hat{i} V_x + \hat{j} V_y + \hat{k} V_z)$$

$$\therefore \vec{V} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \hat{k} \dots (2.33)$$

কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল একটি ভেক্টর রাশি। এ ভেক্টরটির দিক ঐ ক্ষেত্রের উপর অঙ্কিত লম্ব বরাবর। এটি ঐ ক্ষেত্রের ঘূর্ণন ব্যাখ্যা করে। কোনো বিন্দুর চারদিকে ভেক্টরটি কতবার ঘোরে কার্ল তা নির্দেশ করে। যদি কোনো ভেক্টরের কার্ল শূন্য হয় তবে এটি অঘূর্ণনশীল (irrotational) হবে। অর্থাৎ $\vec{V} \times \vec{V} = \vec{0}$ হলে \vec{V} ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল এবং সংরক্ষণশীল আর $\vec{V} \times \vec{V} \neq \vec{0}$ হলে \vec{V} ক্ষেত্রটি ঘূর্ণনশীল এবং অসংরক্ষণশীল। রৈখিক বেগ \vec{V} এর কার্ল কৌণিক বেগ ω এর দ্বিগুণ, অর্থাৎ $\vec{V} \times \vec{V} = 2\omega$ । কোনো ভেক্টরের কার্লের মান ঐ ভেক্টরের ক্ষেত্রে একক ক্ষেত্রফলের উপর সর্বোচ্চ রেখা যোগজের সমান। কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্লের ডাইভারজেন্স শূন্য অর্থাৎ $\vec{V} \cdot (\vec{V} \times \vec{V}) = 0$ ।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	2.1	$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$	২.৫
২	2.2	$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$	২.৫
৩	2.3	$X = R \cos \alpha$	২.৬
৪	2.4	$Y = R \sin \alpha$	২.৬
৫	2.7	$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$	২.৭
৬	2.8	$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$	২.৭
৭	2.9	$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k}$	২.৭
৮	2.14	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$	২.৯
৯	2.15	$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$	২.৯
১০	2.17	$C = \vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta$	২.১০
১১	2.18	$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$	২.১০

১২	2.21	$\vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$	২.১০
১৩	2.31	$\vec{\nabla} \varphi = \hat{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$	২.১২
১৪	2.32	$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$	২.১২
১৫	2.33	$\vec{\nabla} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$	২.১২

সার-সংক্ষেপ

ভেক্টর রাশি : যে সকল ভৌত রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয় তাদেরকে ভেক্টর রাশি বলে।

স্কেলার রাশি : যে সকল ভৌত রাশিকে শুধু মান দ্বারা সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা যায়, দিক নির্দেশের প্রয়োজন হয় না তাদেরকে স্কেলার রাশি বলে।

সমান ভেক্টর : সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের মান যদি সমান হয় আর তাদের দিক যদি একই দিকে হয় তবে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।

ঋণাত্মক বা বিপরীত ভেক্টর : নির্দিষ্ট দিক বরাবর কোনো ভেক্টরকে ধনাত্মক ধরলে তার বিপরীত দিকে সমমানের সমজাতীয় ভেক্টরকে ঋণাত্মক ভেক্টর বা বিপরীত ভেক্টর বলে।

নাল ভেক্টর : যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বলে।

একক ভেক্টর : কোনো ভেক্টরের মান যদি একক হয় তবে তাকে একক ভেক্টর বলে।

আয়ত একক ভেক্টর : ত্রিমাত্রিক কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয় তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

অবস্থান ভেক্টর : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দিয়ে নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

সরণ ভেক্টর : কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ ভেক্টর বলে।

ভেক্টর যোগের সামান্তরিকের সূত্র : যদি একটি সামান্তরিকের কোনো কৌণিক বিন্দু থেকে অঙ্কিত দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা কোনো কণার উপর এককালীন ক্রিয়াশীল একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান ও দিক নির্দেশ করা যায়, তাহলে ঐ বিন্দু থেকে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি ভেক্টর দুটির মিলিত ফলের বা লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।

ভেক্টরের বিভাজন : একটি ভেক্টরকে দুই বা ততোধিক রাশিতে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে ভেক্টরের বিভাজন বলে।

উপাংশ : একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করলে বিভক্ত অংশগুলোকে মূল ভেক্টরের উপাংশ বলে।

স্কেলার গুণফল বা ডট গুণফল : দুটি ভেক্টরের গুণনে যদি একটি স্কেলার রাশি পাওয়া যায় তবে ভেক্টরদ্বয়ের মান ও এদের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতর কোণের cosine-এর গুণফলকে স্কেলার গুণফল বলে।

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

ভেক্টর গুণফল বা ক্রস গুণফল : দুটি ভেক্টরের গুণনে যদি একটি ভেক্টর রাশি পাওয়া যায় তবে ভেক্টর গুণফলের মান হবে ভেক্টর দুটির মান ও এদের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতর কোণের sine-এর গুণফলের সমান এবং দিক হবে উভয় ভেক্টরের সমতলে লম্বভাবে স্থাপিত একটি ডানহাতি স্ক্রুকে প্রথম ভেক্টর থেকে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যে দিকে অগ্রসর হবে সে দিকে।

$$\vec{A} \times \vec{B} = \hat{n} AB \sin \theta = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

অপারেটর : যে গাণিতিক ক্রিয়া একটি রাশিকে অন্য রাশিতে রূপান্তরিত করে তাকে অপারেটর বলে।

$$\text{ভেক্টর অপারেটর, } \vec{\nabla} : \vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\text{গ্রেডিয়েন্ট : } \phi \text{ এর গ্রেডিয়েন্ট} = \text{grad } \phi = \vec{\nabla} \phi = \hat{i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$\text{ডাইভারজেন্স : } \vec{V} \text{ এর ডাইভারজেন্স} = \text{div } \vec{V} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

$$\text{কার্ল : } \vec{V} \text{ এর কার্ল} = \text{Curl } \vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ২.১। 20 N এবং 60 N মানের দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যকার কোণ 30°। রাশি দুটির লব্ধির মান বের কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} R^2 &= P^2 + Q^2 + 2 PQ \cos \alpha \\ &= (20 \text{ N})^2 + (60 \text{ N})^2 + 2 \times 20 \text{ N} \times 60 \text{ N} \times \cos 30^\circ \\ &= [400 + 3600 + 2 \times 20 \times 60 \times 0.866] \text{ N}^2 \\ \therefore R &= \sqrt{6078.4} \text{ N} \\ &= 77.96 \text{ N} \end{aligned}$$

উ: 77.96 N

এখানে,

প্রথম রাশির মান, $P = 20 \text{ N}$

দ্বিতীয় রাশির মান, $Q = 60 \text{ N}$

মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 30^\circ$

লব্ধির মান, $R = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ২.২। একটি বস্তুকে 50 N বল দ্বারা পূর্বদিকে এবং 20 N বল দ্বারা পূর্বদিকের সাথে 60° কোণ করে উত্তরে টানা হলো। লব্ধি বলের মান ও দিক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} R^2 &= P^2 + Q^2 + 2 PQ \cos \alpha \\ &= (50 \text{ N})^2 + (20 \text{ N})^2 + 2 \times 50 \text{ N} \times 20 \text{ N} \times \cos 60^\circ \\ &= [2500 + 400 + 2 \times 50 \times 20 \times 0.5] \text{ N}^2 \\ &= 3900 \text{ N}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 62.45 \text{ N}$$

লব্ধি R যদি P এর সাথে অর্থাৎ পূর্বদিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে, তাহলে আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{20 \text{ N} \times \sin 60^\circ}{50 \text{ N} + 20 \text{ N} \times \cos 60^\circ} = 0.2886$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(0.2886) = 16.1^\circ$$

উ: 62.45 N পূর্বদিকের সাথে 16.1° কোণে উত্তর দিকে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৩। স্রোত না থাকলে একজন সাঁতারু 4 km h⁻¹ বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। 2 km h⁻¹ বেগে সরলরেখা বরাবর প্রবাহিত একটি নদীর এপার থেকে ওপারের ঠিক বিপরীত বিন্দুতে যেতে হলে সাঁতারুকে কোন্ দিকে সাঁতার কাটতে হবে?

ধরা যাক, স্রোতের বেগ u এবং সাঁতারুর বেগ v এবং বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α । নদীটিকে সোজাসুজি অতিক্রম করতে সাঁতারুর লব্ধি বেগ R স্রোতের বেগ u এর সাথে $\theta = 90^\circ$ কোণ তৈরি করতে হবে।

এখানে,

$$u = 2 \text{ km h}^{-1}$$

$$v = 4 \text{ km h}^{-1}$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\alpha = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } \tan \theta = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$$

এ সমীকরণে মান বসিয়ে,

$$\tan 90^\circ = \frac{(4 \text{ km h}^{-1}) \sin \alpha}{2 \text{ km h}^{-1} + (4 \text{ km h}^{-1}) \cos \alpha}$$

$$\text{কিন্তু } \tan 90^\circ = \infty \quad \therefore \infty = \frac{4 \sin \alpha}{2 + 4 \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } 2 + 4 \cos \alpha = 0 \quad \left[\because \frac{\text{যে কোনো সংখ্যা}}{0} = \infty \right]$$

$$\text{বা, } 4 \cos \alpha = -2$$

$$\text{বা, } \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = 120^\circ$$

উ: সাঁতারুকে স্রোতের সাথে 120° কোণে সাঁতার কাটতে হবে।

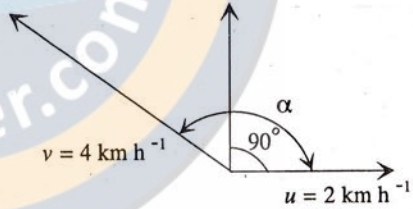
এখানে,

প্রথম বলের মান, $P = 50 \text{ N}$

দ্বিতীয় বলের মান, $Q = 20 \text{ N}$

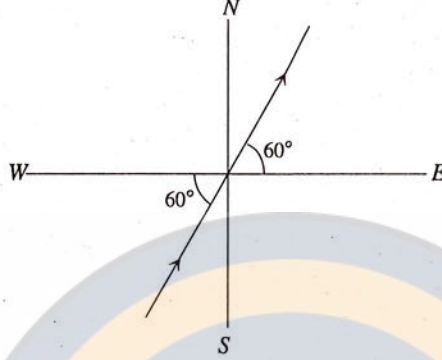
বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 60^\circ$

লব্ধির মান, $R = ?$



গাণিতিক উদাহরণ ২.৪। কোনো স্থানে বাতাস 20 km h^{-1} বেগে পশ্চিম দিকের সাথে 60° কোণে দক্ষিণ দিক থেকে বইছে। বাতাসের বেগের উত্তরমুখী ও পূর্বমুখী উপাংশের মান কত?

বাতাস পশ্চিম দিকের সাথে 60° কোণে দক্ষিণ দিক থেকে বইছে, অর্থাৎ পূর্বদিকের সাথে 60° কোণ করে উত্তর দিকে বইছে।



আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v_E &= v \cos \theta \\ &= (20 \text{ km h}^{-1}) \cos 60^\circ \\ &= 10 \text{ km h}^{-1} \\ v_N &= v \sin \theta \\ &= (20 \text{ km h}^{-1}) \sin 60^\circ \\ &= 17.32 \text{ km h}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

বাতাসের বেগ, $v = 20 \text{ km h}^{-1}$
পূর্বদিকের সাথে বেগের কোণ, $\theta = 60^\circ$
বেগের পূর্বমুখী উপাংশ, $v_E = ?$
বেগের উত্তরমুখী উপাংশ, $v_N = ?$

উ: উত্তরমুখী উপাংশ 17.32 km h^{-1} এবং পূর্বমুখী উপাংশ 10 km h^{-1} ।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৫। $\vec{r}_1 = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ ও $\vec{r}_2 = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

লব্ধি ভেক্টর,

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{r}_1 + \vec{r}_2 \\ &= 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k} + \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \\ &= 3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k} \end{aligned}$$

\vec{R} এর সমান্তরাল একক ভেক্টর

$$\hat{r} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k} \\ \vec{r}_2 &= \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \end{aligned}$$

একক ভেক্টর, $\hat{r} = ?$

$$\text{কিন্তু } |\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } |\vec{R}| &= \sqrt{(3)^2 + (6)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{9 + 36 + 4} \\ &= \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

$$\therefore \hat{r} = \frac{3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}}{7} = \frac{3}{7}\hat{i} + \frac{6}{7}\hat{j} - \frac{2}{7}\hat{k}$$

$$\text{উ: } \frac{3}{7}\hat{i} + \frac{6}{7}\hat{j} - \frac{2}{7}\hat{k}$$

গাণিতিক উদাহরণ ২.৬। যদি $\vec{A} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ হয় তবে $\vec{A} \cdot \vec{B}$ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \\ &= 6 \times 2 + (-3) \times 2 + 2 \times 1 \\ &= 12 - 6 + 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

উ: ৮.

গাণিতিক উদাহরণ ২.৭। $\vec{P} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ হলে \vec{P} ও \vec{Q} এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [বুয়েট ২০১৭-২০১৮ ; ঢা. বি. ২০০৯-২০১০]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \vec{P} \cdot \vec{Q} &= PQ \cos \theta \\ \therefore \cos \theta &= \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{PQ} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \vec{A} &= 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \\ \vec{B} &= 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} \\ \vec{A} \cdot \vec{B} &= ? \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \vec{P} &= 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k} \\ \vec{Q} &= \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \\ \text{মধ্যবর্তী কোণ, } \theta &= ? \end{aligned}$$

$$\text{কিন্তু } P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} = \sqrt{(2)^2 + (4)^2 + (-5)^2} = \sqrt{45}$$

$$\text{এবং } Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2} = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2} = \sqrt{14}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } \vec{P} \cdot \vec{Q} &= P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z \\ &= (2)(1) + (4)(2) + (-5)(3) \\ &= 2 + 8 - 15 = -5 \end{aligned}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{-5}{\sqrt{45} \times \sqrt{14}} = -0.1992$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}(-0.1992) = 101.49^\circ$$

উ: 101.49°

গাণিতিক উদাহরণ ২.৮। $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$ । m এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব হবে? [ঢা. বি. ২০০৮-২০০৯]

\vec{A} ও \vec{B} পরস্পরের উপর লম্ব হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 90^\circ$ হবে।

অর্থাৎ $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos 90^\circ = 0$ হবে।

এখানে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

কিন্তু, $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

$$= 2 \times m + 3 \times 2 + (-5) \times 10$$

$$= 2m + 6 - 50$$

$$\text{সুতরাং } 2m + 6 - 50 = 0 \therefore m = 22$$

উ: ২২

গাণিতিক উদাহরণ ২.৯। দেখাও যে, $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 5\hat{i} + 5\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল। [ঢা. বো. ২০০৯; রা. বো. ২০১০]

\vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল হলে, এদের মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 0^\circ$ হবে।

অর্থাৎ $\vec{A} \times \vec{B} = \hat{n} AB \sin 0^\circ = \vec{0}$ হবে।

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(5-5) - \hat{j}(5-5) + \hat{k}(5-5) = \vec{0}$$

$\therefore \vec{A} \times \vec{B} = \vec{0} \therefore \vec{A}$ ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১০। যদি $\vec{P} = 2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 10\hat{i} - 5\hat{j} - 15\hat{k}$ পরস্পর সমান্তরাল হয় তবে m -এর মান নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০১০; কু. বো. ২০১১]

\vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর সমান্তরাল হলে,

এদের মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 0^\circ$ হবে।

অর্থাৎ $\vec{P} \times \vec{Q} = \hat{n} PQ \sin \theta = \vec{0}$ হবে।

এখানে,

$$\vec{P} = 2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{Q} = 10\hat{i} - 5\hat{j} - 15\hat{k}$$

$$m = ?$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \vec{P} \times \vec{Q} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & m & -3 \\ 10 & -5 & -15 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(-15m - 15) + \hat{j}(-30 + 30) + \hat{k}(-10 - 10m) \\ &= \hat{i}(-15m - 15) + \hat{k}(-10 - 10m) \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং, } \hat{i}(-15m - 15) + \hat{k}(-10 - 10m) = \vec{0}$$

এখন \hat{i} এবং \hat{k} এর সহগ সমীকৃত করে অর্থাৎ সমীকরণের দুই পাশের সহগ সমান বিবেচনা করে।

$$-15m - 15 = 0 \text{ বা, } m = -1$$

$$-10 - 10m = 0 \text{ বা, } m = -1$$

$$\text{উ: } m = -1$$

গাণিতিক উদাহরণ ২.১১। $\vec{P} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$, $\vec{Q} = -2\hat{i} + 5\hat{k}$, \vec{P} এবং \vec{Q} দ্বারা একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশিত হলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০১২]

আমরা জানি, দুটি ভেক্টর কোনো একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে ঐ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে ভেক্টর দুটির ক্রস গুণফলের মানের সমান।

অর্থাৎ $|\vec{P} \times \vec{Q}| = \text{সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল}$

এখানে,

$$\vec{P} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{Q} = -2\hat{j} + 5\hat{k}$$

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল, $|\vec{P} \times \vec{Q}| = ?$

$$\text{এখন, } \vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(15 - 0) - \hat{j}(20 - 0) + \hat{k}(-8 - 0) = 15\hat{i} - 20\hat{j} - 8\hat{k}$$

$$\therefore |\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{(15)^2 + (-20)^2 + (-8)^2} = 26.25$$

উ: 26.25 একক।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১২। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর যার কর্ণ দুটি যথাক্রমে

$$\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k} \text{ এবং } \vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

[কু. বো. ২০১২]

আমরা জানি, দুটি ভেক্টর কোনো একটি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ নির্দেশ করলে ঐ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে ভেক্টর দুটির ক্রস গুণফলের মানের অর্ধেক।

এখানে,

$$\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

অর্থাৎ $\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = \text{সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল}$

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল, $\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = ?$

$$\text{এখন, } \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(4 - 6) - \hat{j}(12 + 2) + \hat{k}(-9 - 1) = -2\hat{i} - 14\hat{j} - 10\hat{k}$$

$$\therefore \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + (-14)^2 + (-10)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{300} = 8.66$$

উ: 8.66 একক।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৩। $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}$; \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয় একটি ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

আমরা জানি, দুটি ভেক্টর কোনো একটি ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে ঐ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হবে, ভেক্টর দুটির ক্রস গুণফলের মানের অর্ধেক।

এখানে,

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, } \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = ?$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}$$

$$\text{এখন, } \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(15 - 1) - \hat{j}(20 - 2) + \hat{k}(4 - 6) = 14\hat{i} - 18\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\therefore \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}| = \frac{1}{2} \times \sqrt{(14)^2 + (-18)^2 + (-2)^2} = 11.45$$

উ: 11.45 একক।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৪। যদি $\phi(x, y, z) = 3xy^2z^3 - 4xy$ হয় তবে $\vec{\nabla}\phi$ (grad ϕ) বের কর।
(2, -1, 1) বিন্দুতে $\vec{\nabla}\phi$ কত হবে?

$$\text{এখানে } \phi(x, y, z) = 3xy^2z^3 - 4xy$$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}\phi &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) (3xy^2z^3 - 4xy) \\ &= \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} (3xy^2z^3 - 4xy) + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} (3xy^2z^3 - 4xy) + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} (3xy^2z^3 - 4xy) \end{aligned}$$

$$\therefore \vec{\nabla}\phi = (3y^2z^3 - 4y) \hat{i} + (6xyz^3 - 4x) \hat{j} + (9xy^2z^2) \hat{k}$$

এখন (2, -1, 1) বিন্দুতে

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}\phi &= \{3 \times (-1)^2 \times 1^3 - 4 \times (-1)\} \hat{i} + \{6 \times 2 \times (-1) \times 1^3 - 4 \times 2\} \hat{j} + \{9 \times 2 \times (-1)^2 \times 1^2\} \hat{k} \\ &= 7\hat{i} - 20\hat{j} + 18\hat{k} \end{aligned}$$

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৫। যদি $\vec{A} = (3x^2z) \hat{i} + (xyz^2) \hat{j} - (x^3y^2z) \hat{k}$ হয় তবে

(ক) $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ এবং $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ নির্ণয় কর।

(খ) (1, -1, 1) বিন্দুতে $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ এবং $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ কত?

$$\text{এখানে } \vec{A} = (3x^2z) \hat{i} + (xyz^2) \hat{j} - (x^3y^2z) \hat{k}$$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{(ক) } \vec{\nabla} \cdot \vec{A} &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \\ &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (3x^2z \hat{i} + xyz^2 \hat{j} - x^3y^2z \hat{k}) \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} (3x^2z) + \frac{\partial}{\partial y} (xyz^2) + \frac{\partial}{\partial z} (-x^3y^2z)$$

$$= 6xz + xz^2 - x^3y^2$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 3x^2z & xyz^2 & -x^3y^2z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (-x^3y^2z) - \frac{\partial}{\partial z} (xyz^2) \right\} + \hat{j} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (3x^2z) - \frac{\partial}{\partial x} (-x^3y^2z) \right\} + \hat{k} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (xyz^2) - \frac{\partial}{\partial y} (3x^2z) \right\}$$

$$= \hat{i}(-2x^3yz - 2xyz) + \hat{j}(3x^2 + 3x^2y^2z) + \hat{k}(yz^2)$$

$$= 2(-x^3yz - xyz)\hat{i} + 3(x^2 + x^2y^2z)\hat{j} + (yz^2)\hat{k}$$

এখন (1, -1, 1) বিন্দুতে

$$(খ) \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 6 \times 1 \times 1 + 1 \times 1^2 - 1^3 \times (-1)^2 = 6$$

$$\text{এবং } \vec{\nabla} \times \vec{A} = 2 \times \{-1^3 \times (-1) \times 1 - 1 \times (-1) \times 1\} \hat{i} + 3 \times \{1^2 + 1^2 \times (-1)^2 \times 1\} \hat{j}$$

$$+ \{(-1) \times 1^2\} \hat{k}$$

$$= 4\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৬। দেওয়া আছে, $\vec{r} = \hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t$ । দেখাও যে, \vec{r} ভেক্টরের ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল। [ঢা. বো. ২০১৫]

আমরা জানি, কোনো ভেক্টর ক্ষেত্র সলিনয়ডাল হবে যদি এর

ডাইভারজেন্স শূন্য হয় অর্থাৎ $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 0$ হলে।

এখন,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k})$$

$$= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (\hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \cos 5t + \frac{\partial}{\partial y} \sin 5t + \frac{\partial}{\partial z} \times 0$$

$$= 0 + 0 + 0 = 0$$

$$\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 0$$

$\therefore \vec{r}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল।

$$\text{এখানে, } \vec{\nabla} = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\text{দেখাতে হবে, } \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 0$$

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৭। অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় কর।

[কু. বো. ২০১৫]

আমরা জানি, অবস্থান ভেক্টর এর ডাইভারজেন্স হচ্ছে

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (x\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}) \\ &= \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial(2)}{\partial z} = 1 + 1 + 0 = 2 \end{aligned}$$

$$\text{এখানে, } \vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}$$

উ: ২

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৮। অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলে দেখাও যে, $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 3$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} &= \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \\ &= \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = 1 + 1 + 1 = 3 \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{অবস্থান ভেক্টর, } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = ?$$

$$\therefore \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = 3$$

সূত্রাং প্রমাণিত।

গাণিতিক উদাহরণ ২.১৯। অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে দেখাও যে, ভেক্টর \vec{r} সলিনয়ডাল।

আমরা জানি, কোনো ভেক্টরের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ভেক্টরটি সলিনয়ডাল।

$$\begin{aligned} \therefore \text{div } \vec{r} &= \vec{\nabla} \cdot \vec{r} = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \\ &= \frac{\partial(2)}{\partial x} + \frac{\partial(3)}{\partial y} + \frac{\partial(2)}{\partial z} = 0 + 0 + 0 \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{অবস্থান ভেক্টর, } \vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\text{দেখাতে হবে যে, } \text{div } \vec{r} = 0$$

$$\therefore \text{div } \vec{r} = 0$$

$\therefore \vec{r}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল।

গাণিতিক উদাহরণ ২.২০। দেখাও যে, $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = \vec{0}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} & \frac{\partial \phi}{\partial y} & \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{vmatrix}$$

এখানে,

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \phi = \hat{i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = ?$$

$$= \hat{i} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] + \hat{j} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] + \hat{k} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right]$$

$$= \hat{i} \times 0 + \hat{j} \times 0 + \hat{k} \times 0 = \vec{0}$$

সুতরাং প্রমাণিত

গাণিতিক উদাহরণ ২.২১। দেওয়া আছে $\vec{r} = \hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t$ । দেখাও যে, \vec{r} ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল। [ঢা. বো. ২০১৫]

আমরা জানি, কোনো ভেক্টর ক্ষেত্র অঘূর্ণনশীল হয় যদি এর কার্ল

$$\vec{\nabla} \times \vec{r} = \vec{0}$$

$$\text{এখানে, } \vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{r} = \hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t$$

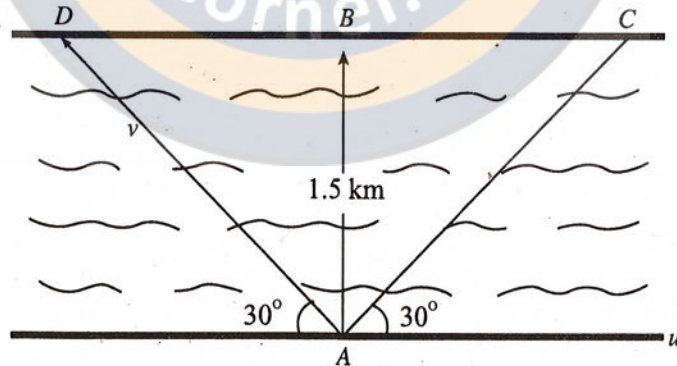
$$\vec{\nabla} \times \vec{r} = ?$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{r} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \cos 5t & \sin 5t & 0 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i} \left[\frac{\partial}{\partial y} \times 0 - \frac{\partial}{\partial z} (\sin 5t) \right] + \hat{j} \left[\frac{\partial}{\partial z} (\cos 5t) - \frac{\partial}{\partial x} \times 0 \right] + \hat{k} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sin 5t) - \frac{\partial}{\partial y} (\cos 5t) \right] \\ &= \vec{0} + \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{r} = \vec{0}$$

$\therefore \vec{r}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল।

গাণিতিক উদাহরণ ২.২২। চিত্রে প্রবাহমান নদীর প্রস্থ 1.5 km এবং স্রোতের বেগ 4 km h⁻¹। রহমত মাঝি AB বরাবর নৌকা চালনা করে AC বরাবর ওপারে পৌঁছালেন। নৌকার বেগ 3 km h⁻¹



(ক) AC বরাবর নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) AD বরাবর নৌকা চালিয়ে রহমত মাঝি কী B বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবেন? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\cos \angle BAC = \frac{AB}{AC}$$

এখানে

$$AB = 1.5 \text{ km}$$

$$AC = ?$$

$$\therefore AC = \frac{AB}{\cos \angle BAC}$$

কিন্তু, চিত্রানুসারে $\angle BAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$$\therefore AC = \frac{1.5 \text{ km}}{\cos 60^\circ} = 3 \text{ km}$$

(খ) মাঝি AB বরাবর ওপারে পৌঁছাতে হলে নৌকা ও স্রোতের লব্ধি বেগ R স্রোতবেগ u এর সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করতে হবে।

লব্ধি বেগ R যদি স্রোতের বেগ u এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে তাহলে,

এখানে,

স্রোতের বেগ, $u = 4 \text{ km h}^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 3 \text{ km h}^{-1}$

স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগের

অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

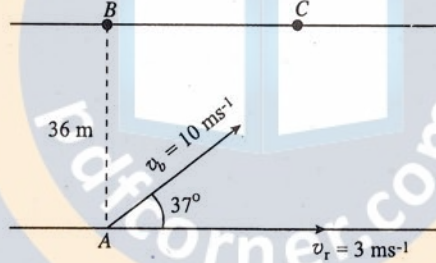
$$\tan \theta = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha} = \frac{(3 \text{ km h}^{-1}) \times \sin 150^\circ}{(4 \text{ km h}^{-1}) + (3 \text{ km h}^{-1}) \times \cos 150^\circ}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} (1.07) = 46.94^\circ$$

যেহেতু লব্ধি 90° এর চেয়ে কম কোণ উৎপন্ন করে, সুতরাং মাঝি AD বরাবর নৌকা চালিয়ে B বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবেন না।

উ: (ক) 3 km; (খ) পারবেন না।

গাণিতিক উদাহরণ ২.২৩। 36 m চওড়া একটি নদীতে 10 m s^{-1} বেগে একটি নৌকা চলছে (চিত্র)। নৌকাটি নদী পার হয়ে বিপরীত তীরের C বিন্দুতে পৌঁছাল। নদীতে স্রোতের বেগ 3 m s^{-1} ।



(ক) নদীর বিপরীত পাড়ের BC দূরত্ব কত?

(খ) নদীর বিপরীত পাড়ের B বিন্দুতে নৌকাটিকে পৌঁছাতে হলে কী ব্যবস্থা নিতে হবে? [কু. বো. ২০১৫]

(ক) নদীর বিস্তার বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ

$$= v_b \sin 37^\circ$$

$$= 10 \text{ m s}^{-1} \times \sin 37^\circ = 6.02 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore \text{নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, } t = \frac{d}{0.602 \text{ m s}^{-1}}$$

$$= \frac{36 \text{ m}}{6.02 \text{ m s}^{-1}} = 5.982 \text{ s}$$

নদীর তীর বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ $= v_b \cos 37^\circ$

$$= 10 \text{ m s}^{-1} \times \cos 37^\circ$$

$$= 7.986 \text{ m s}^{-1}$$

\therefore নদীর তীর বরাবর নৌকার লব্ধি বেগ, $v = v_b \cos 37^\circ + v_r$

$$= 7.986 \text{ m s}^{-1} + 3 \text{ m s}^{-1} = 10.986 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore \text{দূরত্ব, } BC = vt = 10.986 \text{ m s}^{-1} \times 5.982 \text{ s} = 65.72 \text{ m}$$

এখানে,

নৌকার বেগ, $v_b = 10 \text{ m s}^{-1}$

স্রোতের বেগ, $v_r = 3 \text{ m s}^{-1}$

নৌকা ও স্রোতের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 37^\circ$

নদীর বিস্তার বা প্রস্থ, $d = 36 \text{ m}$

নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = ?$

দূরত্ব, $BC = ?$

(খ) নদীর বিপরীত পাশে সোজাসুজি পৌছাতে হলে নৌকার লব্ধি বেগ R স্রোত বেগ v_r এর সাথে $\theta = 90^\circ$ কোণ তৈরি করতে হবে। ধরা যাক, এই অবস্থায় স্রোতের বেগ v_r এবং নৌকার বেগ v_b এর মধ্যবর্তী কোণ α ।

এখানে,

স্রোতের বেগ, $v_r = 3 \text{ m s}^{-1}$

নৌকার বেগ, $v_b = 10 \text{ m s}^{-1}$

$\theta = 90^\circ$

$\alpha = ?$

$$\text{সুতরাং } \tan \theta = \frac{v_b \sin \alpha}{v_r + v_b \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } \tan 90^\circ = \frac{(10 \text{ m s}^{-1}) \sin \alpha}{3 \text{ m s}^{-1} + (10 \text{ m s}^{-1}) \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } \infty = \frac{10 \sin \alpha}{3 + 10 \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } 3 + 10 \cos \alpha = 0$$

$$\text{বা, } 10 \cos \alpha = -3$$

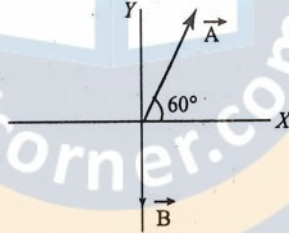
$$\text{বা, } \cos \alpha = -\frac{3}{10}$$

$$\therefore \alpha = 107.46^\circ$$

সুতরাং সোজা ওপারে B বিন্দুতে পৌছাতে হলে নৌকে স্রোত তথা তীরের সাথে 107.46° কোণ করে চালাতে হবে।

উঃ (ক) 65.72 m ; (খ) স্রোতের সাথে 107.46° কোণে নৌকা চালাতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.২৪ : চিত্রে $|\vec{A}| = 5$ এবং $|\vec{B}| = 6$



(ক) $(\vec{A} - \vec{B})$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) $(\vec{A} \times \vec{B})$ ভেক্টরটি $(\vec{A} + \vec{B})$ এর উপর লম্বভাবে অবস্থিত-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাই কর।

(ক) আমরা জানি, $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

এখানে \vec{A} এবং $-\vec{B}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$|\vec{A}| = 5$$

$$|\vec{B}| = 6$$

এখন সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,

$$\begin{aligned} |\vec{A} - \vec{B}| &= \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}|\cos \alpha} \\ &= \sqrt{5^2 + 6^2 + 2 \times 5 \times 6 \times \cos 30^\circ} \\ &= 10.63 \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি, দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল শূন্য হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হয়। সুতরাং যদি $(\vec{A} \times \vec{B})$ এবং $(\vec{A} + \vec{B})$ এর স্কেলার গুণফল অর্থাৎ $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B})$ শূন্য হয় তবে $(\vec{A} \times \vec{B})$ ভেক্টরটি $(\vec{A} + \vec{B})$ এর উপর লম্ব হবে।

এখানে,

$$\begin{aligned}\vec{A} + \vec{B} &= A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \\ &+ B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \\ &= (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k}\end{aligned}$$

$$\text{এবং } \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} (A_y B_z - A_z B_y) + \hat{j} (A_z B_x - A_x B_z) + \hat{k} (A_x B_y - A_y B_x)$$

$$\text{এখন } (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = (A_y B_z - A_z B_y) (A_x + B_x)$$

$$+ (A_z B_x - A_x B_z) (A_y + B_y)$$

$$+ (A_x B_y - A_y B_x) (A_z + B_z)$$

$$= A_x A_y B_z - A_x A_z B_y + A_y B_x B_z - A_z B_x B_y$$

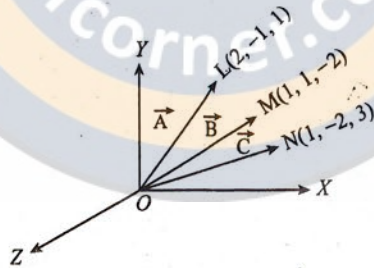
$$+ A_y A_z B_x - A_x A_y B_z + A_z B_x B_y - A_x B_y B_z$$

$$+ A_x A_z B_y - A_y A_z B_x + A_x B_y B_z - A_y B_x B_z$$

$$= 0 \therefore \text{প্রমাণিত}$$

$$\text{উ: (ক) 10.63 (খ) প্রমাণিত}$$

গাণিতিক উদাহরণ ২.২৫।



(ক) \vec{C} , X অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণের মান কত?

(খ) \vec{B} এবং \vec{C} ভেক্টরদ্বয়ের লম্ব দিকের ভেক্টরটি \vec{A} এর সাথে একই সমতলে অবস্থান করে কিনা গাণিতিক ভাবে যাচাই কর।

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, \vec{C} ভেক্টর X -অক্ষের সাথে α কোণ উৎপন্ন করলে,

এখানে,

$$\vec{C} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\cos \alpha = \frac{C_x}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4 + 9}} = \frac{1}{\sqrt{14}} = 0.26726$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1} (0.26726) = 74.5^\circ$$

(খ) আমরা জানি, দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল একটি ভেক্টর রাশি যার দিক ভেক্টরদ্বয়ের লম্ব দিকে।

$$\text{ধরি, } \vec{D} = \vec{B} \times \vec{C}$$

এখানে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{C} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\vec{D} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \hat{i}(3-4) + \hat{j}(-2-3) + \hat{k}(-2-1) \\ = -\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k}$$

এখন \vec{D} এবং \vec{A} ভেক্টরটি একই সমতলে থাকবে না যদি ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হয় অর্থাৎ তাদের স্কেলার গুণফল শূন্য হয়।

$$\begin{aligned} \text{এখন } \vec{A} \cdot \vec{D} &= A_x D_x + A_y D_y + A_z D_z \\ &= (-2) \times 1 + (-1) \times (-5) + (1) \times (-3) \\ &= -2 + 5 - 3 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{অর্থাৎ } \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$$

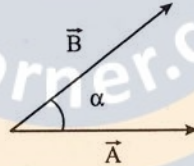
$$\text{যেহেতু } \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = 0$$

সেহেতু \vec{A} , \vec{B} এবং \vec{C} একই সমতলে অবস্থান করে।

সুতরাং, $\vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C}$ এর লম্ব দিকের সাথে একই সমতলে অবস্থান করে না।

উ: (ক) 74.5° (খ) একই সমতলে অবস্থিত।

গাণিতিক উদাহরণ ২.২৬।



$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

(ক) α এর মান নির্ণয় কর।

(খ) α এর মানের পরিবর্তন কত হলে \vec{A} এর উপর \vec{B} এর অভিক্ষেপ এক-চতুর্থাংশ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [চ. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}$$

এখন,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 2 \times 6 + 2 \times (-3) + (-1) \times 2$$

এখানে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\alpha = ?$$

$$= 12 - 6 - 2 = 4$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{36 + 9 + 4} = 7$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{4}{3 \times 7} = 0.19048$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}(0.19048) = 79.02^\circ$$

(খ) প্রথম ক্ষেত্রে \vec{A} এর উপর \vec{B} এর অভিক্ষেপ,

$$B_1 = B \cos \alpha = 7 \cos 79.02^\circ \\ = 1.33$$

এখানে, (ক) থেকে

$$A = 3$$

$$B = 7$$

$$\alpha = 79.02^\circ$$

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অভিক্ষেপ } B_2 = \frac{1}{4} B_1 = \frac{1}{4} \times 1.33 \\ = 0.3325$$

এর জন্য \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ β হলে

$$B_2 = B \cos \beta$$

$$\text{বা, } \cos \beta = \frac{B_2}{B} = \frac{0.3325}{7} = 0.0475$$

$$\therefore \beta = \cos^{-1}(0.0475) = 87.28^\circ$$

$$\text{কোণ বাড়তে হবে } 87.28^\circ - 79.02^\circ = 8.26^\circ$$

উ: (ক) 79.02° (খ) 8.26° বাড়তে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.২৭। যদি $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ হয়, তবে ভেক্টর \vec{B} এর উপর \vec{A} এর লম্ব অভিক্ষেপ এবং \vec{A} এর উপর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০০৯]

সমাধান :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\therefore A \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{B}$$

$$\text{এবং } B \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A}$$

এখানে,

$$\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$$

$$\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$$

\vec{A} এবং \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$$\vec{B} \text{ এর উপর } \vec{A} \text{ এর লম্ব অভিক্ষেপ } A \cos \theta = ?$$

$$\vec{A} \text{ এর উপর } \vec{B} \text{ এর লম্ব অভিক্ষেপ } B \cos \theta = ?$$

$$\text{এখন, } A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{(9)^2 + (1)^2 + (-6)^2} = 10.86$$

$$\text{আবার, } B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{(4)^2 + (-6)^2 + (5)^2} = 8.77$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 9 \times 4 + 1 \times (-6) + (-6) \times 5 = 0$$

$$\therefore \text{অভিক্ষেপ, } A \cos \theta = \frac{0}{10.80} = 0 \quad \text{অভিক্ষেপ, } B \cos \theta = \frac{0}{8.77} = 0$$

উ: 0

গাণিতিক উদাহরণ ২.২৮। স্রোত না থাকলে একজন সাঁতার 3600 m h⁻¹ বেগে সাঁতার কাটতে পারেন। 1800 m h⁻¹ বেগে 240 m প্রশস্ত একটি নদী সরলরেখা বরাবর প্রবাহিত হচ্ছে।

(ক) নদীর এপার থেকে ওপারের ঠিক বিপরীত বিন্দুতে যেতে হলে সাঁতারকে কোন দিকে সাঁতার কাটতে হবে? (খ) নদীটির অপর পাড়ে পৌঁছতে সাঁতারুর কত সময় লাগে? [বুয়েট ২০০৩-২০০৪]

(ক) ধরা যাক, স্রোতের বেগ u এবং সাঁতারুর বেগ v এবং বেগদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ α । নদীটিকে সোজাসুজি অতিক্রম করতে সাঁতারুর লব্ধি বেগ R স্রোতের বেগ u এর সাথে $\theta = 90^\circ$ কোণ তৈরি করতে হবে।

এখানে,

স্রোতের বেগ, $u = 1800 \text{ m h}^{-1}$

সাঁতারুর বেগ, $v = 3600 \text{ m h}^{-1}$

$\theta = 90^\circ$

$\alpha = ?$

আমরা জানি, $\tan \theta = \frac{v \sin \alpha}{u + v \cos \alpha}$

সমীকরণে মান বসিয়ে,

$$\tan 90^\circ = \frac{(3600 \text{ m h}^{-1}) \sin \alpha}{1800 \text{ m h}^{-1} + (3600 \text{ m h}^{-1}) \cos \alpha}$$

কিন্তু $\tan 90^\circ = \infty$

$$\therefore \infty = \frac{3600 \sin \alpha}{1800 + 3600 \cos \alpha}$$

বা, $1800 + 3600 \cos \alpha = 0 \left[\because \frac{\text{যেকোনো সংখ্যা}}{0} = \infty \right]$

বা, $3600 \cos \alpha = -2$

বা, $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = 120^\circ$

(খ) সাঁতারুর বেগ, $v = 3600 \text{ m h}^{-1}$, স্রোতের সাথে 120° কোণে। আমরা জানি নদীর প্রস্থ বরাবর সাঁতারুর বেগের উপাংশ সাঁতারকে নদীর অপর পাড়ে পৌঁছে দেয়।

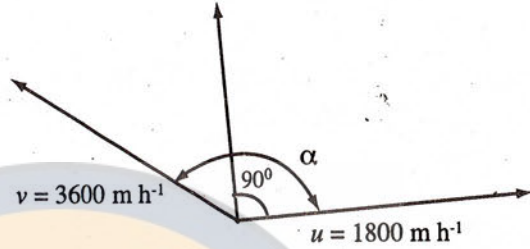
এখানে

নদীর প্রস্থ, $d = 240 \text{ m}$

প্রয়োজনীয় সময়, $t = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } t &= \frac{\text{নদীর প্রস্থ}}{\text{প্রস্থ বরাবর সাঁতারুর বেগের উপাংশ}} = \frac{d}{v \sin \alpha} \\ &= \frac{240 \text{ m}}{3600 \times \sin 120^\circ} = 277.128 \text{ s} \end{aligned}$$

উ: (ক) 120° (খ) 277.128 s



গাণিতিক উদাহরণ ২.২৯। দেখাও যে, একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টর রাশির মান সমান হলে এদের লব্ধি ভেক্টর রাশিদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। [সি. বো. ২০০৭; চ. বো. ২০০৫]

ধরা যাক, \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেক্টর রাশি। এরা একই বিন্দুতে পরস্পরের সাথে α কোণে আনত। এখন লব্ধি \vec{R} ও \vec{P} -এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে ভেক্টর রাশির সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$$

ভেক্টর দুটির মান সমান হলে, অর্থাৎ $Q = P$ হলে,

$$\tan \theta = \frac{P \sin \alpha}{P + P \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$= \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan \frac{\alpha}{2}$$

$\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$ অর্থাৎ লব্ধি ভেক্টর; ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৩০। কোনো একদিন উল্লম্বভাবে 30 m s^{-1} বেগে বৃষ্টি পড়ছিল। বায়ু উত্তর হতে দক্ষিণ দিকে 10 m s^{-1} বেগে প্রবাহিত হলে বৃষ্টি হতে রক্ষা পেতে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে? [বুয়েট ২০০৬-২০০৭]

ধরা যাক, বায়ু v_a বেগে OA বরাবর প্রবাহিত হচ্ছে এবং বৃষ্টি v_r বেগে খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর পড়ছে।

এখানে, বায়ুর বেগ, $v_a = 10 \text{ m s}^{-1}$

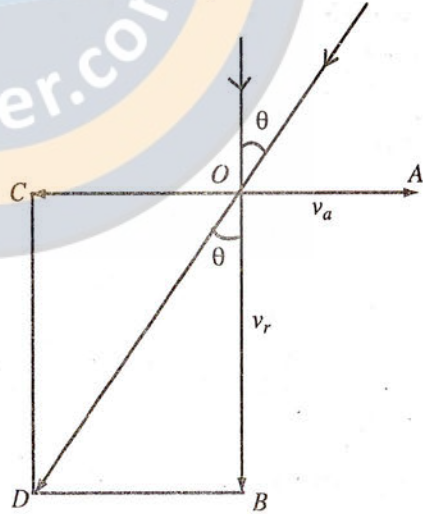
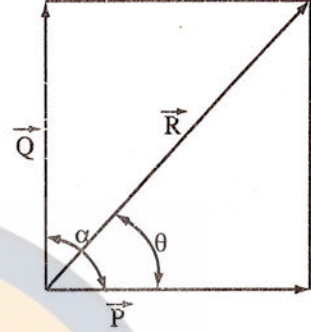
বৃষ্টির বেগ, $v_r = 30 \text{ m s}^{-1}$

ধরা যাক, ছাতা উল্লম্বের সাথে অর্থাৎ বৃষ্টির সাথে θ কোণে ধরতে হবে।

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } \tan \theta &= \frac{DB}{OB} = \frac{OC}{OB} = \frac{v_a}{v_r} = \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{30 \text{ m s}^{-1}} \\ &= 0.3333 \end{aligned}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} (0.3333) = 18.43^\circ$$

উ: উল্লম্বের সাথে 18.43° কোণে ছাতা ধরতে হবে।



গাণিতিক উদাহরণ ২.৩১। ১০ কিলোমিটার/ঘণ্টায় বৃষ্টি পড়ছে এবং ৬০ কিলোমিটার/ঘণ্টায় পূর্ব হতে পশ্চিমে বাতাস বইছে। পূর্ব হতে পশ্চিম অভিমুখী চলন্ত গাড়ির গতিবেগ নির্ণয় কর যাতে (ক) গাড়ির সামনের ও পিছনের কাচ ভিজে (খ) শুধুমাত্র পিছনের কাচ ভিজে। [রুয়েট ২০০৪-২০০৫]

ধরা যাক, বায়ু OA বরাবর v_a বেগে প্রবাহিত হচ্ছে এবং বৃষ্টি v_r বেগে খাড়া নিচের দিক বরাবর পড়ছে। এখানে বৃষ্টির বেগ $v_r = OB = 10 \text{ km h}^{-1}$ এবং বাতাসের বেগ $v_a = OX = 60 \text{ km h}^{-1}$ । বাতাসের বেগের প্রভাবে বৃষ্টির লব্ধি বেগ v হলে,

$$v = OC = \sqrt{OB^2 + OA^2 + 2OA \times OB \times \cos 90^\circ}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{v_r^2 + v_a^2} = \sqrt{(10 \text{ km h}^{-1})^2 + (60 \text{ km h}^{-1})^2} \\ = 60.83 \text{ km h}^{-1}$$

বৃষ্টির লব্ধি বেগ উল্লম্বের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\tan \theta = \frac{BC}{OB} = 60.83$$

$$\theta = \tan^{-1}(60.83) = 80.66^\circ$$

বৃষ্টির লব্ধিবেগের অনুভূমিক উপাংশ $= v \sin \theta = 60.83 \text{ km h}^{-1} \times \sin 60^\circ$

(ক) এখন গাড়িটি যদি বাতাসের লব্ধিবেগের অনুভূমিক উপাংশ $60.02 \text{ km h}^{-1} \approx 60 \text{ km h}^{-1}$ বেগে গতিশীল হয় তাহলে গাড়ির উপর বৃষ্টি উল্লম্বভাবে পতিত হয় অর্থাৎ বৃষ্টি তখন সামনের ও পিছনের কাচকে ভিজাবে।

(খ) আর গাড়ির বেগ বাতাসের লব্ধিবেগের অনুভূমিক উপাংশ 60 km h^{-1} এর চেয়ে কম হলে বৃষ্টি শুধু পিছনের কাচকে ভিজাবে।

উ: (ক) গাড়ি বৃষ্টির লব্ধিবেগের অনুভূমিক উপাংশের সমান বেগে চললে সামনের ও পিছনের কাচ ভিজাবে।

(খ) গাড়ি বৃষ্টির লব্ধিবেগের অনুভূমিক উপাংশের চেয়ে কম বেগে চললে বৃষ্টি শুধুমাত্র পিছনের কাচকে ভিজাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৩২। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$$

[কু. বো. ২০০১]

সমাধান :

$$\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{এখানে,}$$

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$$

$$= \hat{i}(4+3) + \hat{j}(-3-2) + \hat{k}(1-2)$$

$$\therefore \vec{B} \times \vec{C} = 7\hat{i} - 5\hat{j} - \hat{k}$$

$$\text{সুতরাং বামপক্ষ} = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$$

$$= (3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \cdot (7\hat{i} - 5\hat{j} - \hat{k})$$

$$= 3 \times 7 + 2 \times (-5) + 1 \times (-1)$$

$$= 21 - 10 - 1 = 10$$

$$\begin{aligned}\text{আবার } \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(-6-2) + \hat{j}(1+9) + \hat{k}(6-2)\end{aligned}$$

$$\therefore \vec{A} \times \vec{B} = -8\hat{i} + 10\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\begin{aligned}\text{সুতরাং ডানপক্ষ} &= (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} \\ &= (-8\hat{i} + 10\hat{j} + 4\hat{k}) \cdot (\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \\ &= (-8) \times 1 + 10 \times 1 + 4 \times 2 \\ &= -8 + 10 + 8 \\ &= 10\end{aligned}$$

সুতরাং বামপক্ষ = ডানপক্ষ

\therefore প্রমাণিত।

গাণিতিক উদাহরণ ২.৩৩। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি। এদের লব্ধ অভিমুখে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর। [জ. বো. ২০১১]

আমরা জানি, দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল ভেক্টর দুটি দ্বারা গঠিত সমতলের ওপর লম্ব। সুতরাং ভেক্টরদ্বয়ের ভেক্টর গুণফল বরাবর বা তার বিপরীত দিক বরাবর একক ভেক্টর ভেক্টরদ্বয়ের সমতলের ওপর লম্ব হবে।

এখানে,

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

একক ভেক্টর, $\hat{n} = ?$

$$\text{ধরা যাক, } \vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \text{ অতএব, } \hat{n} = \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|}$$

$$\begin{aligned}\text{কিন্তু } \vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 6 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}(4-3) - \hat{j}(4+6) + \hat{k}(-6-12) \\ &= \hat{i} - 10\hat{j} - 18\hat{k}\end{aligned}$$

$$\therefore |\vec{C}| = \sqrt{(1)^2 + (-10)^2 + (-18)^2} = \sqrt{425}$$

$$\therefore \hat{n} = \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|} = \pm \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 18\hat{k}}{\sqrt{425}} = \pm \left(\frac{1}{\sqrt{425}}\hat{i} - \frac{10}{\sqrt{425}}\hat{j} - \frac{18}{\sqrt{425}}\hat{k} \right)$$

$$\text{উ : } \pm \left(\frac{1}{\sqrt{425}}\hat{i} - \frac{10}{\sqrt{425}}\hat{j} - \frac{18}{\sqrt{425}}\hat{k} \right)$$

গাণিতিক উদাহরণ ২.৩৪। $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ হলে, \vec{P} ভেক্টরটির X, Y ও Z -অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ নির্ণয় কর।

\vec{P} ভেক্টরটি X, Y ও Z -অক্ষের সাথে যথাক্রমে α, β ও γ কোণ উৎপন্ন করলে আমরা জানি,

$$\cos \alpha = \frac{P_x}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}}, \cos \beta = \frac{P_y}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}} \text{ এবং } \cos \gamma = \frac{P_z}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} \text{ বা, } \alpha = \cos^{-1} \frac{2}{7} = 73.40^\circ$$

$$\text{এবং } \cos \beta = \frac{3}{7} \therefore \beta = \cos^{-1} \frac{3}{7} = 64.62^\circ$$

$$\text{এবং } \cos \gamma = \frac{6}{7} \therefore \gamma = \cos^{-1} \frac{6}{7} = 31^\circ$$

$$\text{উ: } \alpha = 73.40^\circ, \beta = 64.62^\circ \text{ এবং } \gamma = 31^\circ$$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১। নিচের কোনটি একক ভেক্টর নির্দেশ করে ?

[রা. বো. ২০১৫]

(ক) $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A}$

(খ) $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A}$

(গ) $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A}$

(ঘ) $a = \frac{\vec{A}}{A}$

২। দুটি সমান মানের বলের লব্ধির মান যেকোনো একটি বলের মানের সমান হলে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ হবে—

[ঢা. বি. ২০১৮-২০১৯]

(ক) 60°

(খ) 90°

(গ) 120°

(ঘ) 0°

৩। P ও Q এর স্থানাঙ্ক $(3, -2, 1)$ এবং $(3, -4, 5)$, PQ এর মান কত ?

[রা. বো. ২০১৭]

(ক) $\sqrt{20}$

(খ) $\sqrt{29}$

(গ) $\sqrt{56}$

(ঘ) $6\sqrt{3}$

৪। \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব হবে যদি—

[চ. বো. ২০১৭]

(ক) $\vec{A} \cdot \vec{B} = 1$

(খ) $\vec{A} \times \vec{B} = 1^\circ$

(গ) $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

(ঘ) $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$

৫। \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের সমান্তরাল হবে যদি—

- (ক) $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ ☐ (খ) $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$ ☐
 (গ) $\vec{A} \cdot \vec{B} = 1$ ☐ (ঘ) $\vec{A} \times \vec{B} = 1$ ☐

৬। কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু যদি দুটি ভেক্টরের মান ও দিক নির্দেশ করে তাহলে ঐ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে—

- (ক) ভেক্টর দুটির যোগফলের সমান ☐ (গ) ভেক্টর দুটির বিয়োগফলের সমান ☐
 (খ) ভেক্টর দুটির ডট গুণফলের সমান ☐ (ঘ) ভেক্টর দুটির ক্রস গুণফলের মানের সমান ☐

৭। নিচের কোন ক্রিয়াটি বিনিময় সূত্র মেনে চলে না?

- (ক) ভেক্টর রাশির ডট গুণন ☐ (খ) ভেক্টর রাশির ক্রস গুণন ☐
 (গ) ভেক্টর রাশির যোগ ☐ (ঘ) উপরের কোনোটিই নয় ☐

৮। m এর মান কত হলে $\vec{P} = 4\hat{i} + m\hat{j}$ এবং $\vec{Q} = 8\hat{i} - 4\hat{j} + 9\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে? [ঢা. বো. ২০১৬]

- (ক) ৪ ☐ (খ) ৬ ☐
 (গ) ৪ ☐ (ঘ) -৪ ☐

৯। $\vec{A} = -\vec{B}$ হলে $\vec{A} \times \vec{B}$ এর মান হবে—

- (ক) $-A^2$ ☐ (খ) ০ ☐
 (গ) $-B^2$ ☐ (ঘ) ১ ☐

১০। ভেক্টর \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} এর মান যথাক্রমে ১২, ৫ এবং ১৩ এবং $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ । ভেক্টর \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [ঢা. বি. ২০১৭-২০১৮]

- (ক) π ☐ (খ) $\frac{\pi}{2}$ ☐
 (গ) শূন্য ☐ (ঘ) $\frac{\pi}{4}$ ☐

১১। ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর—

- (ক) $\frac{2}{9}\hat{i} - \frac{1}{9}\hat{j} - \frac{2}{9}\hat{k}$ ☐ (খ) $\frac{2}{3}\hat{i} - \frac{1}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$ ☐
 (গ) $\frac{2}{5}\hat{i} - \frac{1}{5}\hat{j} + \frac{2}{5}\hat{k}$ ☐ (ঘ) $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ☐

১২। দুটি বলের লব্ধির সর্বোচ্চ মান ২৮ N এবং সর্বনিম্ন মান ৪N। বল দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে কোনো একটি কণার উপর ক্রিয়া করলে লব্ধি বল হবে— [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]

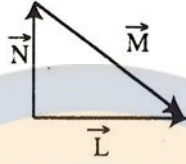
- (ক) ৪০০ N ☐ (খ) ৩২ N ☐
 (গ) ২৮.৮ N ☐ (ঘ) ২০ N ☐

১৩। দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল ২০ এবং ভেক্টর গুণফলের মান $6\sqrt{2}$ । ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হবে—

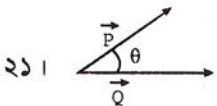
[কুয়েট ২০১৭-২০১৮]

- (ক) 60° ☐ (খ) 90° ☐
 (গ) 30° ☐ (ঘ) 120° ☐

- ১৪। $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ ও $\vec{B} = 4\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফল কত? [সি. বো. ২০১৫]
- (ক) 3 ☐ (খ) 7 ☐
 (গ) 9 ☐ (ঘ) 11 ☐
- ১৫। নিচের কোন ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই?
- (ক) সমরেখ ভেক্টর ☐ (খ) নাল ভেক্টর ☐
 (গ) একক ভেক্টর ☐ (ঘ) সমতলীয় ভেক্টর ☐
- ১৬। নিচের চিত্রে \vec{M} , \vec{N} এবং \vec{L} এই তিনটি ভেক্টর রাশিকে দেখান হয়েছে। চিত্র থেকে নির্ণয় করা যায় যে—
 [ঢা. বি. ২০০৪-২০০৫; ঢা. বো. ২০১৭]

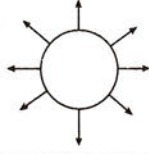


- (ক) $\vec{L} + \vec{N} - \vec{M} = 0$ ☐ (খ) $\vec{L} + \vec{M} + \vec{N} = 0$ ☐
 (গ) $\vec{L} + \vec{M} - \vec{N} = 0$ ☐ (ঘ) $\vec{M} + \vec{N} - \vec{L} = 0$ ☐
- ১৭। 5 N এবং 10 N মানের দুটি বল একটি কণার উপর প্রযুক্ত হলে নিম্নের কোন বলটি কণাটির উপর লব্ধি হতে পারে না?
- (ক) 5 N ☐ (খ) 10 N ☐
 (গ) 15 N ☐ (ঘ) 20 N ☐
- ১৮। কোন ভেক্টরটি $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ এর উপর লম্ব?
- (ক) $4\hat{i} + 3\hat{j}$ ☐ (খ) $6\hat{i}$ ☐
 (গ) $7\hat{k}$ ☐ (ঘ) $3\hat{j}$ ☐
- ১৯। কোনো বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{S}$ । কোনো এক ক্ষেত্রে \vec{F} এবং \vec{S} শূন্য না হলেও কৃতকাজ শূন্য। এ থেকে আমরা বলতে পারি—
- (ক) \vec{F} এবং \vec{S} এর দিক একই ☐ (খ) \vec{F} এবং \vec{S} বিপরীতমুখী ☐
 (গ) \vec{F} এবং \vec{S} পরস্পরের উপর লম্ব ☐ (ঘ) \vec{F} এবং \vec{S} পরস্পর সমান্তরাল ☐
- ২০। ভেক্টর \vec{A} ধনাত্মক X-অক্ষ বরাবর অবস্থিত। অন্য একটি ভেক্টর \vec{B} এমনভাবে অবস্থিত যেন $\vec{A} \times \vec{B}$ এর মান শূন্য হয়। তাহলে \vec{B} হতে পারে—
- (ক) $4\hat{j}$ ☐ (খ) $-4\hat{i}$ ☐
 (গ) $-(\hat{i} + \hat{j})$ ☐ (ঘ) $(\hat{j} + \hat{k})$ ☐



- ২১। চিত্রানুসারে চিত্র Q এর উপরে P এর লম্ব অভিক্ষেপ— [ঢা. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৯]
- (ক) $Q \cos \theta$ ☐ (খ) $P \cos \theta$ ☐
 (গ) $P \sin \theta$ ☐ (ঘ) $Q \sin \theta$ ☐

২২।



চিত্রটি একটি ভেক্টর ক্ষেত্রে ডাইভারজেন্স হলে কোনটি সঠিক?

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) $\vec{v} \times \vec{v} = 0$

(খ) $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0$

○

(গ) $\vec{v} \cdot \vec{v} = '+'$ ve

(ঘ) $\vec{v} \cdot \vec{v} = '-'$ ve

○

২৩। কোনো অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষকের গ্রেডিয়েন্ট হচ্ছে—

(ক) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

(খ) $\vec{v} \phi$

○

(গ) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

(ঘ) $\vec{v} \phi$

○

২৪। কোনো অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের ডাইভারজেন্স হচ্ছে—

(ক) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

(খ) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

○

(গ) $\vec{v} \times \vec{v}$

(ঘ) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

○

২৫। কোনো অন্তরীকরণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের কার্ল হচ্ছে—

(ক) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

(খ) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

○

(গ) $\vec{v} \cdot \vec{v}$

(ঘ) $\vec{v} \times \vec{v}$

○

২৬। $\vec{P} \cdot \vec{Q} = 0$ হলে, নিচের কোন চিত্রটি সঠিক?

(ক)

(খ)

○

(গ)

(ঘ)

○

২৭। $(\hat{j} \times \hat{k}) \times \hat{i} = ?$

(ক) \hat{i}

(খ) i^2

○

(গ) $\vec{0}$

(ঘ) 1

○

২৮। মান শূন্য নয় এ রকম একটি ভেক্টরকে তার মান দিয়ে ভাগ করলে কী পাওয়া যায়?

(ক) একক ভেক্টর

(খ) সমতলীয় ভেক্টর

○

(গ) অবস্থান ভেক্টর

(ঘ) নাল ভেক্টর

○

২৯। \hat{i} এবং \hat{j} যে তলে অবস্থিত সেই তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর হলো—

[ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) $(\hat{j} \times \hat{k})$

(খ) $(\hat{i} \times \hat{j})$

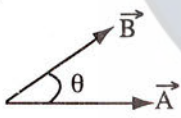
○

(গ) $(\hat{k} \times \hat{j})$

(ঘ) $(\hat{i} \times \hat{k})$

○

- ৩০। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{B} = 6\hat{i} - m\hat{j} + 4\hat{k}$, m এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব হবে ?
[ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) ৯ ☐ (খ) ১১ ☐
(গ) ১২ ☐ (ঘ) ১৩ ☐
- ৩১। সলিনয়ডাল হলো— [কু. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৭; য. বো. ২০১৫]
- (ক) $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$ ☐ (খ) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ ☐
(গ) $\vec{\nabla} \phi = 0$ ☐ (ঘ) $\vec{\nabla} = 0$ ☐
- ৩২। $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ কত ? [কু. বো. ২০১৫]
- (ক) ১ ☐ (খ) ২ ☐
(গ) ৩ ☐ (ঘ) ৪ ☐
- ৩৩। $\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, হলে $\vec{A} \times \vec{B}$ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক ?
[কু. বো. ২০১৫]
- (ক) $18\hat{i} + 21\hat{j} + 30\hat{k}$ ☐ (খ) $8\hat{i} + 21\hat{j} + 18\hat{k}$ ☐
(গ) $8\hat{i} + 3\hat{j} + 30\hat{k}$ ☐ (ঘ) $8\hat{i} + 21\hat{j} + 30\hat{k}$ ☐
- ৩৪। $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হলে বোঝায়— [কু. বো. ২০১৫]
- (ক) $\vec{A} = 0$ ☐ (খ) $\vec{B} = 0$ ☐
(গ) \vec{A} ও \vec{B} একে অপরের উপর লম্ব ☐ (ঘ) \vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল ☐
- ৩৫। ভেক্টর \vec{P} ও \vec{Q} এর মধ্যবর্তী কোণ θ এবং $|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}|$ হলে, θ -এর মান কত ?
[রা. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৭]
- (ক) 0° ☐ (খ) 45° ☐
(গ) 90° ☐ (ঘ) 180° ☐
- ৩৬। $\hat{j} \times (\hat{j} \times \hat{k}) =$ কত ? [য. বো. ২০১৫]
- (ক) $-\hat{k}$ ☐ (খ) 0 ☐
(গ) \hat{k} ☐ (ঘ) \hat{i} ☐
- ৩৭। ভেক্টর ক্ষেত্র \vec{V} অঘূর্ণনশীল হলে নিচের কোনটি সঠিক ? [য. বো. ২০১৯]
- (ক) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ ☐ (খ) $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$ ☐
(গ) $\vec{\nabla} \times \vec{V} \neq 0$ ☐ (ঘ) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} \neq 0$ ☐
- ৩৮। \vec{A} ও এর একক ভেক্টর \hat{a} এর মধ্যবর্তী কোণ— [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) 0° ☐ (খ) 45° ☐
(গ) 90° ☐ (ঘ) 180° ☐
- ৩৯। $\vec{A} = \hat{i}$ এবং $\vec{B} = \hat{j} + \hat{k}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ কত ? [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) 0° ☐ (খ) 45° ☐
(গ) 90° ☐ (ঘ) 180° ☐

- ৪০। দুটি সমান ভেক্টর থেকে শূন্য ভেক্টর পেতে হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ হবে—
 (ক) 0° ☐ (খ) 45° ☐
 (গ) 90° ☐ (ঘ) 180° ☐ [ব. বো. ২০১৫]
- ৪১। স্কেলার গুণনের উদাহরণ—
 (ক) কাজ ☐ (খ) বল ☐
 (গ) টর্ক ☐ (ঘ) কৌণিক ভরবেগ ☐ [ব. বো. ২০১৫]
- ৪২। $\vec{A} \times \vec{B} = ?$
 (ক) $n AB \cos \theta$ ☐ (খ) $AB \sin \theta$ ☐
 (গ) $-\vec{B} \times \vec{A}$ ☐ (ঘ) $\vec{B} \times \vec{A}$ ☐ [ব. বো. ২০১৫]
- ৪৩। $(\hat{j} + \hat{k}) \times \hat{k} =$ কত?
 (ক) 1 ☐ (খ) \hat{i} ☐
 (গ) \hat{j} ☐ (ঘ) \hat{k} ☐ [ব. বো. ২০১৫]
- ৪৪। নিচের কোনটি X -অক্ষের সমান্তরাল?
 (ক) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{i}$ ☐ (খ) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{k}$ ☐
 (গ) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{j}$ ☐ (ঘ) $(\hat{k} \times \hat{j}) \times \hat{k}$ ☐ [সি. বো. ২০১৫]
- ৪৫। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$ ভেক্টর রাশিটির মান কত?
 (ক) 9 ☐ (খ) 7 ☐
 (গ) 49 ☐ (ঘ) $\sqrt{7}$ ☐ [দি. বো. ২০১৫]
- ৪৬। যদি $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ এবং $\vec{D} = \vec{B} \times \vec{A}$ হয় তাহলে \vec{C} এবং \vec{D} এর মধ্যবর্তী কোণ কত?
 (ক) 90° ☐ (খ) 0° ☐
 (গ) 180° ☐ (ঘ) 45° ☐ [দি. বো. ২০১৫]
- ৪৭।

 চিত্রের ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণন—
 (ক) $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$ ☐ (খ) $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta$ ☐
 (গ) $\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta \hat{n}$ ☐ (ঘ) $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \sin \theta$ ☐ [চ. বো. ২০১৫]
- ৪৮। XZ সমতলে $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের দৈর্ঘ্য কত একক?
 (ক) 5 ☐ (খ) $\sqrt{34}$ ☐
 (গ) $\sqrt{41}$ ☐ (ঘ) 12 ☐ [ঢা. বো. ২০১৭]
- ৪৯। দুটি ভেক্টর \vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরালে ক্রিয়া করছে। ভেক্টরদ্বয় হবে—
 (i) সমরেখ ভেক্টর (ii) সমতলীয় ভেক্টর (iii) পরস্পর বিপরীত ভেক্টর
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ☐ (খ) i ও ii ☐
 (গ) i ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৫০। $\vec{A} = -2\vec{B}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয়—

[কু. বো. ২০১৭]

(i) সদৃশ (ii) বিসদৃশ (iii) সমরেখ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○ (খ) i ও iii

○

(গ) ii ও iii

○ (ঘ) i, ii ও iii

○

৫১। ভেক্টর যোগ—

(i) বিনিময় সূত্র মেনে চলে (ii) সংযোগ সূত্র মেনে চলে (iii) বন্টন সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○ (খ) i ও iii

○

(গ) ii ও iii

○ (ঘ) i, ii ও iii

○

৫২। \vec{P} এবং \vec{Q} দুটি ভেক্টর কোনো বিন্দুতে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান হবে—

(i) $\sqrt{P^2 + Q^2}$ (ii) $\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ}$ (iii) $\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

○ (খ) i ও ii

○

(গ) ii ও iii

○ (ঘ) i, ii ও iii

○

৫৩। কোনো ভেক্টর R কে যদি দুটি পরস্পর লম্ব উপাংশে বিভাজিত করা হয় তাহলে R এর সাথে—

(i) α কোণে উপাংশের মান $X = R \cos \alpha$

(ii) $(90^\circ - \alpha)$ কোণে উপাংশের মান $Y = R \sin \alpha$

(iii) β কোণে উপাংশের মান $Y = R \sin \beta$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○ (খ) i ও iii

○

(গ) ii ও iii

○ (ঘ) i, ii ও iii

○

৫৪। তিনটি ভেক্টর—

(i) $\frac{1}{4}\hat{i} - \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{2}{7}\hat{k}$ (ii) $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ (iii) $\frac{A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

একক ভেক্টরের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) ii ও iii

○ (খ) i ও ii

○

(গ) i ও iii

○ (ঘ) i, ii ও iii

○

৫৫। \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টর দুটি থেকে পাই—

(i) $\vec{P} \times \vec{Q} \neq \vec{Q} \times \vec{P}$ (ii) $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$ (iii) $\vec{P} \cdot \vec{Q} = \vec{Q} \cdot \vec{P}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

○ (খ) i ও ii

○

(গ) ii ও iii

○ (ঘ) i, ii ও iii

○

৫৬। \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পরের বিপরীত ভেক্টর হলে—

(i) $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{0}$ (ii) $\vec{P} \cdot \vec{Q} = 0$ (iii) $\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{0}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৫৭। আয়ত একক ভেক্টরের ক্ষেত্রে—

[দি. বো. ২০১৫]

(i) $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$ (ii) $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$ (iii) $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

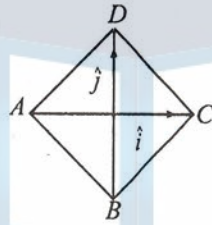
(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

নিচের চিত্রের আলোকে ৫৮ ও ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে কর্ণদ্বয় হচ্ছে $\vec{AC} = \hat{i}$ ও $\vec{BD} = \hat{j}$ [য. বো. ২০১৭]

৫৮। \vec{AB} ভেক্টরের সঠিক রূপ কোনটি?

(ক) $(\hat{i} + \hat{j})/4$

☐

(খ) $(\hat{i} + \hat{j})/2$

☐

(গ) $(\hat{i} - \hat{j})/2$

☐

(ঘ) $(\hat{j} + \hat{i})/2$

☐

৫৯। ABCD সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 0.5 একক

☐

(খ) 1.0 একক

☐

(গ) 1.5 একক

☐

(ঘ) 2.0 একক

☐

$\vec{P} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় একই সমতলে অবস্থিত।

৬০ নং ও ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬০। \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টরদ্বয় যে সমতলে অবস্থিত তার অভিলম্ব দিকের ভেক্টরটি হবে—

(ক) $4\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$

☐

(খ) $4\hat{i} + 8\hat{j} - 4\hat{k}$

☐

(গ) $8\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$

☐

(ঘ) $4\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}$

☐

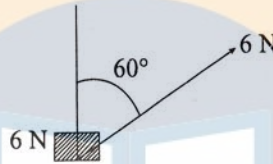
৬১। \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফলের মান হবে—

- (ক) $\sqrt{96}$ ☐ (খ) 16 ☐
 (গ) $\sqrt{80}$ ☐ (ঘ) 10 ☐

৬২। \vec{M} ও \vec{N} ভেক্টর দ্বারা গঠিত তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর—

[জ. বি ২০১০-২০১১; অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

- (ক) $\frac{\vec{M} \times \vec{N}}{|\vec{M} \times \vec{N}|}$ ☐ (খ) $\frac{\vec{M} \cdot \vec{N}}{|\vec{M} \times \vec{N}|}$ ☐
 (গ) $\frac{\vec{M} \times \vec{N}}{|\vec{M} \cdot \vec{N}|}$ ☐ (ঘ) $\frac{|\vec{M} \times \vec{N}|}{\vec{M} \times \vec{N}}$ ☐



৬৩। 6 N ওজনের একটি বস্তুকে 6 N বল দ্বারা চিত্রানুযায়ী টানা হচ্ছে। বস্তুর আপাত ওজন—

[অভিন্ন প্রশ্ন-২০১৮]

- (ক) 0.8 N ☐ (খ) 3 N ☐
 (গ) 9 N ☐ (ঘ) 11.2 N ☐

৬৪। একটি লন রোলার ঠেলা বা টানার সময় তুমি এর হাতলে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 19.6 N বল প্রয়োগ করছো। এটা টানা অপেক্ষাকৃত সহজ কারণ এর ওজন তখন কমে—

[বুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) $\sqrt{3}$ kg ☐ (খ) 19.6 kg ☐
 (গ) 1 kg ☐ (ঘ) 9.8 kg ☐

৬৫। দুটি বলের লব্ধির মান 40 N। বল দুইটির মধ্যে ছোট বলটির মান 30 N এবং এটি লব্ধি বলের লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে। বড় বলটির মান কত?

[ঢা. বি. ২০১০-২০১১]

- (ক) 40 N ☐ (খ) 45 N ☐
 (গ) 50 N ☐ (ঘ) 60 N ☐

৬৬। যদি $\vec{A} = -\vec{B}$ হয়, তবে $\vec{A} \times \vec{B}$ এর মান কত?

[ঢা. বি. ২০১২-২০১৩; রা. বি. ২০১৩-২০১৪;

শা. বি. প্র. বি. ২০১৪-২০১৫; সি. বো. ২০১৬]

- (ক) A^2 ☐ (খ) 1 ☐
 (গ) 0 ☐ (ঘ) $-A^2$ ☐

৬৭। যদি $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ হয়, তাহলে $\vec{A} + \vec{B}$ এবং $\vec{A} - \vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত?

[বুয়েট ২০০৭-২০০৮]

- (ক) 60° ☐ (খ) 30° ☐
 (গ) 90° ☐ (ঘ) 120° ☐

- ৬৮। একটি লন রোলার টানা ও ঠেলার জন্য অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 20 N বল প্রয়োগ করা হলো। টানার সময় ঠেলা অপেক্ষা কম হবে— [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) 20 N ☐ (খ) 10 N ☐
 (গ) 15 N ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৬৯। $\hat{j} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k})$ এর মান কত? [কু. বি. ২০১৩-২০১৪]
- (ক) -2 ☐ (খ) 3 ☐
 (গ) 1 ☐ (ঘ) -3 ☐
- ৭০। দুটি দিক রাশির প্রত্যেকটির মান 10 একক। এদের লব্ধির মান $10\sqrt{2}$ একক হলে তাদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [জা. বি. ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 0° ☐ (খ) 60° ☐
 (গ) 90° ☐ (ঘ) 120° ☐
- ৭১। স্রোতের বেগের মানের $\sqrt{2}$ গুণ মানের বেগে সাঁতার কেটে একজন সাঁতারু নদীর অপর পাড়ে সোজাসুজি গিয়ে পৌঁছল। নদীর তীরের সাথে সাঁতারুর বেগের কোণ নির্ণয় কর। [শা.বি.প্র.বি ২০০৭-২০০৮]
- (ক) 120° ☐ (খ) 130° ☐
 (গ) 135° ☐ (ঘ) 65° ☐
- ৭২। বায়ুর উত্তর দিক ও পূর্ব দিকের মধ্যে প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুর বেগের উত্তর দিকের অংশক 5 km/hr এবং পূর্ব দিকের অংশক 12 km/hr। লব্ধিবেগ কত? [বুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- (ক) 17 km/hr ☐ (খ) 13 km/hr ☐
 (গ) 60 km/hr ☐ (ঘ) 7 km/hr ☐
- ৭৩। দুটি সমমানের ভেক্টর একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল। এদের লব্ধির মান যেকোনো একটি ভেক্টরের মানের সমান। ভেক্টর দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত? [ঢা. বি. ২০১১-২০১২, ২০১৮-২০১৯; জা. বি. ২০১০-২০১১; চ. বি. ২০১২-২০১৩; রা. বি. ২০১০-২০১১]
- (ক) 180° ☐ (খ) 120° ☐
 (গ) 90° ☐ (ঘ) 0° ☐
- ৭৪। $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A} \cdot \vec{B}|$ হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [দি. বো. ২০১৬; চ. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $\frac{\pi}{2}$ ☐ (খ) $\frac{\pi}{4}$ ☐
 (গ) π ☐ (ঘ) 2π ☐
- ৭৫। যদি \vec{A} , \vec{B} ও \vec{C} তিনটি ভেক্টর রাশি এবং $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ হয়, তাহলে \vec{C} এর দিক হবে— [রা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- (ক) \vec{A} বরাবর ☐ (খ) \vec{B} বরাবর ☐
 (গ) \vec{A} ও \vec{B} উভয়ের লম্ব বরাবর ☐ (ঘ) \vec{A} ও \vec{B} উভয়ের সমান্তরাল বরাবর ☐
- ৭৬। ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি ভেক্টরের আদি বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 4, 3) এবং শেষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (8, 6, 5)। ভেক্টরটির মান কত? [বা. কু. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $\sqrt{14}$ ☐ (খ) $\sqrt{17}$ ☐
 (গ) $\sqrt{19}$ ☐ (ঘ) $\sqrt{23}$ ☐

৭৭। যদি $\vec{P} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ হয় তবে এদের মধ্যবর্তী কোণ—

[ঢা. বি. ২০০৯-২০১০; রা. বি. ২০০৮-২০০৯; কু. বি. ২০০৮-২০০৯, ২০০৬-২০০৭]

(ক) 78.51°

○

(খ) 105.25°

○

(গ) 11.49°

○

(ঘ) 101.59°

○

৭৮। দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল 18 একক এবং ভেক্টর গুণফল $6\sqrt{3}$ একক হলে ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

[শা.বি.প্র.বি. ২০১৪-২০১৫]

(ক) 20°

○

(খ) 25°

○

(গ) 30°

○

(ঘ) 35°

○

৭৯। দুটি ভেক্টর রাশির মান যথাক্রমে ৪ এবং ৬ একক। তারা পরস্পরের সাথে 30° কোণে ক্রিয়া করে। এদের ভেক্টর গুণফল কত?

[কু. বি. ২০০৮-২০০৯]

(ক) 16

○

(খ) 20

○

(গ) 24

○

(ঘ) 48

○

৮০। যদি $\vec{AB} = 2\hat{i} + \hat{j}$ এবং $\vec{AC} = 3\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}$ হয় তবে AB ও AC কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে—

[বুয়েট ২০০৭-২০০৮]

(ক) $8\sqrt{5}$

○

(খ) $5\sqrt{6}$

○

(গ) $3\sqrt{14}$

○

(ঘ) $6\sqrt{5}$

○

৮১। যদি \vec{A} ও \vec{B} কে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলা হয় যখন—

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) $\vec{A} = 4\hat{i}$ ও $\vec{B} = \frac{1}{4}\hat{i}$

○

(খ) $\vec{A} = 4\hat{i}$ ও $\vec{B} = 8\hat{i}$

○

(গ) $\vec{A} = 8\hat{i}$ ও $\vec{B} = 4\hat{i}$

○

(ঘ) $\vec{A} = 4\hat{i}$ ও $\vec{B} = 4\hat{i}$

○

৮২। \vec{A} ও \vec{B} কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল—

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

○

(খ) $|\vec{A} \times \vec{B}|$

○

(গ) $\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$

○

(ঘ) $\frac{1}{2} \vec{A} \cdot \vec{B}$

○

৮৩। \vec{A} , X-অক্ষের সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল। Y-অক্ষ বরাবর উপাংশের মান 3 একক হলে X-অক্ষ বরাবর উপাংশের মান—

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) $\frac{3}{2}$ একক

○

(খ) 3 একক

○

(গ) $3\sqrt{3}$ একক

○

(ঘ) 6 একক

○

৮৪। \vec{A} ও \vec{B} -এর লব্ধির সর্বোচ্চ মান কোনটি?

[য. বো. ২০১৬]

(ক) $A \times B$

○

(খ) $A - B$

○

(গ) $A + B$

○

(ঘ) $A + B$

○

৮৫। যদি $Q(x, y) = 3x^2y$ হয়, তবে $(1, -2)$ বিন্দুতে ∇Q নির্ণয় কর।

[সি. বো. ২০১৬]

(ক) $-6\hat{i} - 3\hat{j}$

○

(খ) $-12\hat{i} + 3\hat{j}$

○

(গ) $3\hat{i} + 6\hat{j}$

○

(ঘ) $6\hat{i} - 12\hat{j}$

○

৮৬। $2\hat{i} + 3\hat{j}$ ভেক্টর—

i. এর মান $\sqrt{13}$ ii. XY- তলে অবস্থান করে

iii. Z-অক্ষের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে

[সি. বো. ২০১৬]

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৮৭। \vec{P} , \vec{Q} ও \vec{R} মানের তিনটি ভেক্টর একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একই ক্রমে নির্দেশিত হলে নিচের কোনটি সঠিক?

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) $\vec{P} + \vec{Q} - \vec{R} = \vec{0}$

☐

(খ) $\vec{P} - \vec{Q} - \vec{R} = \vec{0}$

☐

(গ) $\vec{P} - \vec{Q} + \vec{R} = \vec{0}$

☐

(ঘ) $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = \vec{0}$

☐

৮৮। স্কেলার ফাংশনকে ভেক্টর রাশিতে রূপান্তরিত করে—

[ব. বো. ২০১৬]

(ক) ক্রস গুণন

☐

(খ) ডট গুণন

☐

(গ) গ্রাডিয়েন্ট

☐

(ঘ) ডাইভারজেন্স

☐

৮৯। স্কেলার রাশি হচ্ছে—

[ঘ. বো. ২০১৬]

i. শক্তি ii. সরণ iii. বিভব

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৯০। $\vec{V} \cdot \vec{V} = 0$ হলে—

[কু. বো. ২০১৬]

i. কোনো পদার্থে আগত ও নির্গত ফ্ল্যাক্স সমান হয়

ii. তরল অসংকোচনীয় হয়

iii. ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

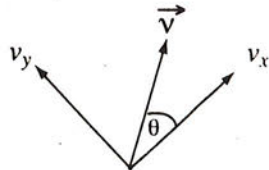
☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৯১ ও ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ভেক্টর রাশি \vec{V} কে v_x ও v_y -তে চিত্রানুযায়ী বিভাজন করা হলো।



৯১। θ -এর মান কত হলে v_x ও v_y উপাংশগুলো সমান হবে?

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) 45°

☐

(খ) 90°

☐

(গ) 120°

☐

(ঘ) 150°

☐

- ৯২। θ -এর মান 0° থেকে 90° পর্যন্ত বৃদ্ধি করা হলে v_x এবং v_y এর মানের কিরূপ পরিবর্তন হবে? [কু. বো. ২০১৬]
- | | | |
|-------------------|---------------------------------------|-----------------------|
| v_x v_y | v_x v_y | |
| (ক) কমবে বাড়বে | <input type="radio"/> (খ) বাড়বে কমবে | <input type="radio"/> |
| (গ) বাড়বে বাড়বে | <input type="radio"/> (ঘ) কমবে কমবে | <input type="radio"/> |
- ৯৩। \vec{A} ও \vec{A}' -এর বিপরীত ভেক্টরের লব্ধির মান— [রা. বো. ২০১৬]
- | | | |
|-------|------------------------------|-----------------------|
| (ক) 0 | <input type="radio"/> (খ) 1 | <input type="radio"/> |
| (গ) A | <input type="radio"/> (ঘ) 2A | <input type="radio"/> |
- ৯৪। YZ-সমতলে $5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের দৈর্ঘ্য কত একক? [চ. বো. ২০১৬]
- | | | |
|-----------------|---------------------------------------|-----------------------|
| (ক) $\sqrt{25}$ | <input type="radio"/> (খ) $\sqrt{34}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $\sqrt{41}$ | <input type="radio"/> (ঘ) $\sqrt{50}$ | <input type="radio"/> |
- ৯৫। কোন ভেক্টরটি $\vec{P} = 4\hat{i} + 2\hat{j}$ -এর উপর লম্ব? [চ. বো. ২০১৬]
- | | | |
|---------------------------|--------------------------------------|-----------------------|
| (ক) $3\hat{i} + 4\hat{j}$ | <input type="radio"/> (খ) $6\hat{i}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $5\hat{k}$ | <input type="radio"/> (ঘ) $4\hat{j}$ | <input type="radio"/> |
- ৯৬। কোনটি স্কেলার রাশি? [দি. বো. ২০১৬]
- | | | |
|------------------|---------------------------------------|-----------------------|
| (ক) গ্রাভিয়েন্ট | <input type="radio"/> (খ) ডাইভারজেন্স | <input type="radio"/> |
| (গ) কার্ল | <input type="radio"/> (ঘ) সরণ | <input type="radio"/> |
- ৯৭। $\vec{A} = \hat{i}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{k}$, \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ— [দি. বো. ২০১৬]
- | | | |
|-------------------|--|-----------------------|
| (ক) 25.12° | <input type="radio"/> (খ) 26.57° | <input type="radio"/> |
| (গ) 90.67° | <input type="radio"/> (ঘ) 180.25° | <input type="radio"/> |
- ৯৮। তিনটি ভেক্টর, \vec{a} , \vec{b} ও \vec{c} যাদের মান যথাক্রমে 4, 3 এবং 5, যোগ করলে শূন্য হয় অর্থাৎ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ তাহলে $|\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})|$ এর মান হলো— [ঢা. বি. ২০১৮—২০১৯]
- | | | |
|--------|------------------------------|-----------------------|
| (ক) 12 | <input type="radio"/> (খ) 60 | <input type="radio"/> |
| (গ) 25 | <input type="radio"/> (ঘ) 15 | <input type="radio"/> |
- ৯৯। $\hat{n} = \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|}$ হলে $-\hat{n}$ সমান কত হবে? [য. বো. ২০১৯]
- | | | |
|---|---|-----------------------|
| (ক) $\frac{\vec{B} \times \vec{A}}{ \vec{A} \times \vec{B} }$ | <input type="radio"/> (খ) $\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{ \vec{B} \times \vec{A} }$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $\frac{ \vec{B} \times \vec{A} }{\vec{A} \times \vec{B}}$ | <input type="radio"/> (ঘ) $\frac{ \vec{A} \times \vec{B} }{\vec{B} \times \vec{A}}$ | <input type="radio"/> |
- ১০০। দুইটি সদৃশ্য ভেক্টর \vec{A} ও \vec{B} যদি একই সময় একই বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাহলে— [রা. বো. ২০১৯]
- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| i. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ | ii. $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ | iii. $ \vec{A} + \vec{B} = A + B$ |
| নিচের কোনটি সঠিক? | | |
| (ক) i | <input type="radio"/> (খ) i ও ii | <input type="radio"/> |
| (গ) ii ও iii | <input type="radio"/> (ঘ) i ও iii | <input type="radio"/> |

১০১। $\vec{P} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ হলে, \vec{P} এর মান কত?

(ক) 3

○

(খ) $\sqrt{3}$

○

(গ) 1

○

(ঘ) -1

○

(সি. বো. ২০১৯)

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(গ)	২।(গ)	৩।(ক)	৪।(গ)	৫।(খ)	৬।(ঘ)	৭।(খ)	৮।(ক)	৯।(খ)	১০।(খ)	১১।(খ)
১২।(ঘ)	১৩।(গ)	১৪।(খ)	১৫।(খ)	১৬।(ঘ)	১৭।(ঘ)	১৮।(গ)	১৯।(গ)	২০।(খ)	২১।(খ)	২২।(গ)
২৩।(খ)	২৪।(ক)	২৫।(ঘ)	২৬।(ঘ)	২৭।(গ)	২৮।(ক)	২৯।(খ)	৩০।(খ)	৩১।(খ)	৩২।(খ)	৩৩।(ঘ)
৩৪।(গ)	৩৫।(গ)	৩৬।(ক)	৩৭।(খ)	৩৮।(ক)	৩৯।(গ)	৪০।(ঘ)	৪১।(ক)	৪২।(গ)	৪৩।(খ)	৪৪।(গ)
৪৫।(খ)	৪৬।(গ)	৪৭।(ক)	৪৮।(ক)	৪৯।(খ)	৫০।(গ)	৫১।(ঘ)	৫২।(ঘ)	৫৩।(ক)	৫৪।(গ)	৫৫।(ঘ)
৫৬।(গ)	৫৭।(ঘ)	৫৮।(গ)	৫৯।(ক)	৬০।(গ)	৬১।(ঘ)	৬২।(ক)	৬৩।(খ)	৬৪।(ঘ)	৬৫।(গ)	৬৬।(গ)
৬৭।(গ)	৬৮।(খ)	৬৯।(ঘ)	৭০।(ক)	৭১।(গ)	৭২।(খ)	৭৩।(খ)	৭৪।(খ)	৭৫।(গ)	৭৬।(খ)	৭৭।(ঘ)
৭৮।(গ)	৭৯।(গ)	৮০।(গ)	৮১।(ক)	৮২।(গ)	৮৩।(গ)	৮৪।(ঘ)	৮৫।(খ)	৮৬।(ঘ)	৮৭।(ক)	৮৮।(গ)
৮৯।(খ)	৯০।(ঘ)	৯১।(ক)	৯২।(ক)	৯৩।(ক)	৯৪।(ক)	৯৫।(গ)	৯৬।(খ)	৯৭।(খ)	৯৮।(খ)	৯৯।(ক)
১০০।(গ)	১০১।(খ)									

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। একজন মাঝি 6 km h^{-1} বেগে নৌকা চালাতে পারেন। 3 km h^{-1} বেগে সরলরেখা বরাবর প্রবাহিত একটি নদীর এপার থেকে ওপারে ঠিক বিপরীত বিন্দুতে তার যাওয়ার প্রয়োজন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ভেক্টর রাশি কী?

খ. দুটি ভেক্টর রাশির যোগের নিয়ম ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত মাঝিকে কোন দিকে নৌকা চালাতে হবে বের কর।

ঘ. উদ্দীপকের মাঝি যদি সোজা নৌকা চালান তাহলে তিনি কেন বিপরীত বিন্দুতে যেতে পারবেন না—যুক্তি দিয়ে বোঝাও। তিনি সোজা নৌকা চালালে কোন দিকে কত বেগে যাবেন?

২। রেহান কলেজে ভেক্টরের ক্লাস শেষ করে বাসায় ফিরে দেখে তাদের লনে ঘাস কাটা হচ্ছে আর তার বাবা সেটা তদারকি করছেন। একজন শ্রমিক একটি লন রোলারকে ঠেলে ঠেলে ঘাস কাটছেন আর তার বাবা আরো ভালো করে তাকে ঠেলেতে বলছেন। রেহান তার বাবাকে বলল “আব্বু, উনি লন রোলারকে ঠেলেছেন কেন? লন রোলারকে ঠেলার চেয়ে টানাতো সহজ এবং সেটা বেশি কার্যকরী হবে।”

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আয়ত একক ভেক্টর কী?

খ. ভেক্টরের বিভাজন বলতে কী বুঝ?

গ. একটি ভেক্টরকে পরস্পর দুটি লম্ব উপাংশে বিভক্ত কর।

ঘ. রেহান কেন তার বাবাকে লন রোলারকে ঠেলার চেয়ে টানা সহজ বলল—ব্যাখ্যা কর।

- ৩। রনি ও সানির তর্ক হচ্ছিল যে, দুটি অসমান মানের ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে কিনা? রনি বলছিল অবশ্যই পারে, সানি বলছিল কখনোই না, এদের লব্ধির সর্বনিম্ন মান কখনোই শূন্য হবে না বড় জোড় দুটি ভেক্টরের মানের বিয়োগ ফল হতে পারে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অবস্থান ভেক্টর কী?

খ. একক ভেক্টর ও অবস্থান ভেক্টরের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. দেখাও যে, একই বিন্দুতে ক্রিয়ায়ত দুটি ভেক্টর রাশির মান সমান হলে এদের লব্ধি ভেক্টর রাশিদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ঘ. রনি ও সানির মধ্যে কে সঠিক? গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর।

- ৪। নওরিন বলছিল যে, দুটি ভেক্টরকে গুণ করে গুণফল স্কেলার রাশি বা ভেক্টর রাশি উভয়ই পাওয়া যেতে পারে। দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল স্কেলার হয় এ কথাটা কিছুতেই নওশিন মানতে পারছিল না। সে কেবলই বলছে দুটি ভেক্টরের গুণফল ভেক্টরই হবে। নওরিন ও নওশিন দুজনেই যুক্তিতর্কে মেতে ওঠল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আয়ত একক ভেক্টর কী?

খ. চিত্রসহকারে দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণন ও ভেক্টর গুণন ব্যাখ্যা কর।

গ. ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি অবস্থান ভেক্টরের রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ এই ভেক্টর দুটির স্কেলার ও ভেক্টর গুণফল নির্ণয় কর এবং নওরিন ও নওশিনের যুক্তিতর্কের সমাধান দাও।

- ৫। $\vec{A} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 6\hat{k}$

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্কেলার গুণন কী?

খ. দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফলের দিক কীভাবে পাওয়া যায়?

গ. \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

ঘ. যেকোনো দুটি ভেক্টরের গুণফল দিয়ে চারটি বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়—এই উক্তির যথার্থতা প্রমাণ কর।

- ৬। \vec{P} ও \vec{Q} দুটি ভেক্টর।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ভেক্টর গুণন কী?

খ. দেখাও যে, দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে।

গ. \vec{P} ও \vec{Q} এর লম্ব বরাবর একক ভেক্টর কীভাবে নির্ণয় করবে ব্যাখ্যা কর।

ঘ. কোন্ শর্তে দুটি ভেক্টর লম্ব হবে আর কোন্ শর্তে দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হবে তা ভেক্টরদ্বয়ের গুণন থেকে কীভাবে জানা যায় বিশ্লেষণ করে বুঝিয়ে দাও।

- ৭। $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ ও $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ দুটি ভেক্টর।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্কেলার গুণফল কী?

খ. ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম ব্যাখ্যা কর।

গ. \vec{A} ও \vec{B} এর জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, ভেক্টরদ্বয় লম্ব হলে $A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 0$ হবে এবং ভেক্টরদ্বয়

সমান্তরাল হলে $\frac{A_x}{B_x} = \frac{A_y}{B_y} = \frac{A_z}{B_z}$ হবে।

৮। একটি বস্তুকে দুটি রশি দিয়ে সমমানের দুটি বল \vec{P} ও \vec{Q} দ্বারা দুটি ভিন্ন দিকে টানা হচ্ছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. একক ভেক্টর কী ?

খ. ভেক্টর বিয়োগের নিয়ম ব্যাখ্যা কর।

গ. দেখাও যে, উদ্দীপকে বর্ণিত বস্তুটি \vec{P} ও \vec{Q} এর দিকের ঠিক মাঝখান দিয়ে যাবে।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, সমমানের দুটি ভেক্টরের লব্ধির সর্বোচ্চ মান তাদের যে কোনোটির মানের দ্বিগুণ হবে।

৯। কোনো স্থানে বায়ু পূর্বদিকের সাথে 60° কোণে উত্তর দিকে বইছে। বায়ুর বেগের পূর্বমুখী উপাংশ 30 km h^{-1}

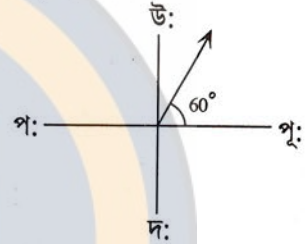
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ভেক্টরের বিভাজন কী ?

খ. উপাংশ বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত ঝড়ের বেগের মান কত ?

ঘ. একটি ভেক্টরকে পরস্পর লম্ব দুটি উপাংশে বিভাজিত করলে কোন দিকে কোন উপাংশ হবে তা ব্যাখ্যা কর।



১০। $\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 8\hat{i} + m\hat{j} + 10\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আয়ত একক ভেক্টর কী ?

খ. $\hat{i} \times \hat{i}$ কেন নাল ভেক্টর ব্যাখ্যা কর।

গ. m এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. শুধু m এর মান পরিবর্তন করে \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টর দুটিকে পরস্পর লম্ব করা সম্ভব— গাণিতিক যুক্তিসহ এ কথার যথার্থতা নিরূপণ কর।

১১। \vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল 25 একক এবং ভেক্টর গুণফলের মান $25\sqrt{3}$ একক।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সমতলীয় ভেক্টর কী ?

খ. ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে কি ? ব্যাখ্যা কর।

গ. \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে ভেক্টর দুটির মান বের করা সম্ভব কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। সম্ভব হলে মানদ্বয় কত ?

১২। $\vec{P} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} + m\hat{j} + 8\hat{k}$ দুটি ভেক্টর।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. নাল ভেক্টর কী ?

খ. একটি একক ভেক্টর কীভাবে পাওয়া যায়—ব্যাখ্যা কর।

গ. m -এর মান কত হলে উদ্দীপকে বর্ণিত ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে ?

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত ভেক্টরদ্বয় কি কোনোভাবে সমান্তরাল হওয়া সম্ভব ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

১৩। একই জাতীয় দুটি ভেক্টর \vec{A} ও \vec{B} কোনো কণার উপর একই সময়ে ক্রিয়া করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ভেক্টর কী ?

খ. ভেক্টরের বিভাজন বলতে কী বুঝ ?

গ. ভেক্টর দুটির লব্ধির মান সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন হওয়ার শর্ত কী নির্ণয় কর।

ঘ. ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের পার্থক্য যে কোনো একটি ভেক্টরের মানের দ্বিগুণ—এর সত্যতা বিশ্লেষণ কর।

১৪। $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ দুটি ভেক্টর α কোণে ক্রিয়াশীল।

এদের লব্ধি \vec{R} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রসঙ্গ কাঠামো কী ?

খ. ডট গুণন বলতে কী বুঝ ?

গ. দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

ঘ. দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফলের সূত্র কাজে লাগিয়ে দেখাও যে, \vec{A} ও \vec{B} এর লব্ধি \vec{R} এর মান হবে

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha}$$

১৫। y হলো x এর একটি অপেক্ষক এবং $y = 5x^2 + 6x$

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অপেক্ষক কী ?

খ. $\frac{dy}{dx}$ এর অর্থ বুঝিয়ে দাও।

গ. $x = 5$ এর জন্য x এর সাপেক্ষে y এর অন্তরক নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণ বিপরীত প্রক্রিয়া।

১৬। ϕ একটি স্কেলার অপেক্ষক যেখানে $\phi = 3x^2yz + 4xyz + 2yz^3$ এবং \vec{V} একটি ভেক্টর অপেক্ষক যেখানে

$$\vec{V} = 4xy^3z \hat{i} - 3x^3yz \hat{j} + 5xyz^2 \hat{k}$$

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অপারেটর কী ?

খ. গ্রেডিয়েন্ট বলতে কী বুঝ ?

গ. \vec{V} এর কার্ল নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ করে দেখাও কীভাবে একটি স্কেলার ক্ষেত্রকে ভেক্টর ক্ষেত্রে উত্তরণ করা যায় এবং একটি ভেক্টর ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। উদাহরণসহ স্কেলার রাশি ও ভেক্টর রাশির সংজ্ঞা দাও।
- ২। বল কী করে ভেক্টর রাশি হলো—বুঝিয়ে দাও।
- ৩। সংজ্ঞা দাও বা কাকে বলে : স্বাধীন ভেক্টর [য. বো. ২০১৭], সীমাবদ্ধ ভেক্টর [দি. বো. ২০১৭; য. বো. ২০১৯], সদৃশ ভেক্টর, বিসদৃশ ভেক্টর, সঠিক ভেক্টর, সমান ভেক্টর, ঋণাত্মক ভেক্টর, বিপরীত ভেক্টর, সমরেখ ভেক্টর, সমতলীয় ভেক্টর, নাল ভেক্টর, একক ভেক্টর [রা. বো. ২০১৭], অবস্থান ভেক্টর [ব. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৭], সরণ ভেক্টর [ব. বো. ২০১৫], ব্যাসার্ধ ভেক্টর [চা. বো. ২০১৬], বিপ্রতীপ ভেক্টর [রা. বো. ২০১৯]।
- ৪। ভেক্টরের মান কখন ঋণাত্মক হয় এবং কেন? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৫]
- ৫। স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৫]
- ৬। নাল ভেক্টরের সুনির্দিষ্ট দিক নেই কেন? [রা. বো. ২০১৫]
- ৭। একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যেতে পারে—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৭]
- ৮। সকল সমরেখ ভেক্টর সমান ভেক্টর নয়—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]
- ৯। ভেক্টর রাশির যোগ বা বিয়োগ সাধারণ গাণিতিক নিয়মে করা যায় না—ব্যাখ্যা কর।
- ১০। লব্ধি ভেক্টর কী? [য. বো. ২০১৫]
- ১১। ভেক্টর রাশির যোগের নিয়ম ব্যাখ্যা কর।
- ১২। ভেক্টর রাশির বিয়োগের নিয়ম ব্যাখ্যা কর।
- ১৩। দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল ও বিয়োগ ফলের মান সমান—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]
- ১৪। একই ক্রমে ত্রিযাশীল তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ১৫। ভেক্টর রাশির সামান্তরিকের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।
- ১৬। দেখাও যে, কোনো বিন্দুতে একই সময়ে ত্রিযাশীল একই জাতীয় দুটি ভেক্টর রাশির লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে রাশি দুটির মানের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান।
- ১৭। দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে কিনা ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৬; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ১৮। ভেক্টর রাশির বিভাজন বা বিশ্লেষণ কাকে বলে? [সি. বো. ২০১৬, ২০১৫; রা. বো. ২০১৫]
- ১৯। একটি ভেক্টর রাশিকে পরস্পর দুটি লম্ব উপাংশে বিভাজন কর।
- ২০। গুণটানার ফলে নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে যায় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৫]
- ২১। লন রোলারকে ঠেলার চেয়ে টানা সহজ কেন? ব্যাখ্যা কর।
- ২২। ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৬]
- ২৩। আমাদের পায়ে হাঁটা কীভাবে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়? [সি. বো. ২০১৭]
- ২৪। আয়ত একক ভেক্টর বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর।
- ২৫। একটি ভেক্টরকে ত্রিমাত্রিক আয়ত স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় বিভাজন কর।
- ২৬। ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় একটি অবস্থান ভেক্টরের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ২৭। চিত্রসহকারে দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণন ও ভেক্টর গুণন ব্যাখ্যা কর।
- ২৮। ভেক্টর গুণফলের দিকসংক্রান্ত ডানহাতি স্ক্রু নিয়মটি কী? [কু. বো. ২০১৭]

- ২৯। ডানহাতি স্ক্রু নিয়মের সাহায্যে বোতলের মুখ খোলা বা বন্ধ করা যায়—ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
 ৩০। দেখাও যে, ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে কিন্তু ভেক্টর গুণন তা মেনে চলে না।
 ৩১। আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? [য. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৯; ব. বো. ২০১৯; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]

৩২। দেখাও যে—

$$(ক) \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \text{ এবং } \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

$$(খ) \hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0} \text{ এবং } \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}, \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}, \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

৩৩। $\hat{i} \cdot \hat{i} = 1$ কিন্তু $\hat{i} \times \hat{i} = \vec{0}$ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

৩৪। $\hat{k} \cdot \hat{i} = 0$ কেন ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৩৫। যদি $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ হয় তবে দেখাও যে,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

৩৬। যদি $\vec{A} = \hat{i} A_x + \hat{j} A_y + \hat{k} A_z$ এবং $\vec{B} = \hat{i} B_x + \hat{j} B_y + \hat{k} B_z$ হয় তবে দেখাও যে,

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

৩৭। \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$

[চ. বো. ২০১৫; ব. বো. ২০১৬; সি. বো. ২০১৬]

৩৮। স্কেলার গুণফল ও ভেক্টর গুণফলের পার্থক্য নির্দেশ কর।

৩৯। ভেক্টর রাশির অন্তরীকরণ ব্যাখ্যা কর।

৪০। ভেক্টর রাশির আংশিক অন্তরীকরণ ব্যাখ্যা কর।

৪১। স্কেলার ক্ষেত্র কাকে বলে?

৪২। ভেক্টর ক্ষেত্র কাকে বলে?

৪৩। ভেক্টর রাশির যোগজীকরণ ব্যাখ্যা কর।

৪৪। ভেক্টর অপারেটর কাকে বলে? [চ. বো. ২০১৫]

৪৫। একটি স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট ব্যাখ্যা কর। [চা. বো. ২০১৭]

৪৬। একটি ভেক্টর রাশির ডাইভারজেন্স ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]

৪৭। একটি ভেক্টর রাশির কার্ল ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১; সি. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৯]

৪৮। ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে কোনো প্রবাহীর ডাইভারজেন্স ধনাত্মক হলে কী বোঝায়?

৪৯। ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে কোনো প্রবাহীর ডাইভারজেন্স ঋণাত্মক হলে কী বোঝায়?

৫০। কোনো ভেক্টর ক্ষেত্র সলিনয়ডাল হওয়ার শর্ত কী?

৫১। রৈখিক বেগের কার্ল ও কৌণিক বেগের মধ্যকার সম্পর্ক কী?

৫২। কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রে সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল হওয়ার শর্ত কী?

৫৩। কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রে অসংরক্ষণশীল ও ঘূর্ণনশীল হওয়ার শর্ত কী?

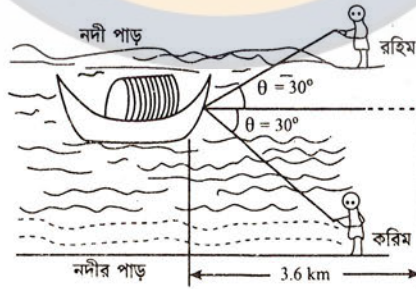
ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

- ১। কোনো এক বিন্দুতে একই সময় 10 N এবং 6 N মানের দুটি ভেক্টর 60° কোণে ক্রিয়া করলে ভেক্টর দুটির লব্ধির মান নির্ণয় কর। [উ: 14 N]
- ২। একটি নদীর স্রোতের বেগ 5 km h^{-1} । স্রোতের সাথে 60° কোণে 4 km h^{-1} বেগে একটি নৌকা চালনা করলে নৌকা প্রকৃতপক্ষে কত বেগে কোন্ দিকে চলবে? [উ: 7.81 km h^{-1} বেগে স্রোতের সাথে 26.33° কোণে]
- ৩। একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি সমান মানের ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে এদের লব্ধির মান যেকোনো একটি ভেক্টরের মানের সমান হবে? [উ: 120°] [বুটেক্স ২০০৩-২০০৪]
- ৪। একটি নদীতে স্রোতের বেগ 5 km h^{-1} । একটি নৌকাকে 10 km h^{-1} বেগে চালনা করা যায়। কোন দিকে নৌকা চালালে অপর পারে ঠিক সোজাসুজি পৌছা যায়? [উ: স্রোতের সাথে 120° কোণ করে।]
- ৫। কোনো বস্তুকে 10 N বলে দক্ষিণ দিকের সাথে 30° কোণে পশ্চিম দিকে টানা হলে বলের দক্ষিণমুখী ও পশ্চিমমুখী উপাংশের মান কত? [উ: 8.66 N এবং 5 N]
- ৬। $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$, $\vec{C} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$
(i) $|\vec{C}| = ?$ (ii) $|\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}| = ?$ (iii) $|2\vec{A} - 3\vec{B} - 5\vec{C}| = ?$ [উ: (i) 3 (ii) $4\sqrt{2}$ (iii) $\sqrt{30}$]
- ৭। $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ । \vec{A} ও \vec{B} এর লব্ধি ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টরটি নির্ণয় কর। [উ: $\frac{3}{7}\hat{i} + \frac{6}{7}\hat{j} - \frac{2}{7}\hat{k}$]
- ৮। দেখাও যে, $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 7\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর সমকোণে অবস্থিত।
- ৯। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে, \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [উ: 79.02°]
- ১০। $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$ । m এর মান কত হলে \vec{A} ও \vec{B} পরস্পরের উপর লম্ব হবে? [উ: 27]
- ১১। দুটি ভেক্টর $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ এর ভেক্টর গুণফল এবং মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [উ: $-3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$; 24.87°]
- ১২। $\vec{A} = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$; $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{C} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর,
 $(\vec{B} + \vec{C}) \times \vec{A} = \vec{B} \times \vec{A} + \vec{C} \times \vec{A}$
- ১৩। $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ হলে দেখাও যে, \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর সমান্তরাল।
- ১৪। $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 6\hat{j} - 10\hat{k}$ । m -এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে? [উ: -2]
- ১৫। $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [উ: 52.9 একক] [চুয়েট ২০১৪-২০১৫]

- ১৬। $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{Q} = -2\hat{j} + \hat{i} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে সমতলে অবস্থিত তার লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।
[উ: $\pm \left(\frac{1}{\sqrt{150}}\hat{i} - \frac{10}{\sqrt{150}}\hat{j} - \frac{7}{\sqrt{150}}\hat{k} \right)$ [য. বো. ২০০৪; দি. বো. ২০১২]
- ১৭। $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ হলে দেখাও যে, \vec{a} ও \vec{b} পরস্পরের উপর লম্ব।
- ১৮। প্রমাণ কর যে, $(\vec{A} \cdot \vec{B})^2 + |\vec{A} \times \vec{B}|^2 = A^2 B^2$ [রা. বো. ২০১১; চ. বো. ২০১২]
- ১৯। দুটি ভেক্টর $\vec{P} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + \hat{k}(2t+1)$ এবং $\vec{Q} = \hat{i}5t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$ হলে $\frac{d}{dt}(\vec{P} \cdot \vec{Q})$ এবং $\frac{d}{dt}(\vec{P} \times \vec{Q})$ নির্ণয় কর। [উ: $-8t^3 + 12t^2 - 2t$; $\hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(5t^4 + 20t + 5) + \hat{k}(3t^2 + 10t)$ [কু. বো. ২০০৪; য. বো. ২০০৫]
- ২০। একটি কণার উপর $\vec{F} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})N$ বল কাজ করার ফলে কণাটির $\vec{d} = (2\hat{i} + d_y\hat{j} - \hat{k})m$ সরণ হয়। d_y -এর মান কত হলে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে? [উ: 0]
- ২১। যদি $\phi = 2xz^4 - x^2y$ হয় তবে $(2, -2, -1)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}\phi$ এবং এর মান বের কর।
[উ: $10\hat{i} - 4\hat{j} - 16\hat{k}; \sqrt{372}$]
- ২২। যদি $\vec{A} = 3xyz\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ হয়, তবে
(ক) $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ ও $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ নির্ণয় কর।
[উ: $3yz + 4xy - x^2y$; $-x^2z\hat{i} + (3xy + 2xyz)\hat{j} + (2y^2 - 3xz)\hat{k}$]
(খ) $(1, 1, -1)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$, $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ এবং $|\vec{\nabla} \times \vec{A}|$ কত? [উ: 0; $\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}; \sqrt{27}$]
- ২৩। যদি $\vec{r} = x\hat{j} + y\hat{i} + 2z\hat{k}$ তাহলে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r} = ?$ [উ: 4]
- ২৪। যদি $\vec{r} = (3y^2z)\hat{i} + (2x^3z)\hat{j} - (x^3y^2)\hat{k}$ হলে দেখাও যে \vec{r} ভেক্টরটি সলিনয়ডাল।
- ২৫। নিচের চিত্রে করিম ও রহিম দু'জন মাঝি স্থির পানিতে 500 kg ভরের একটি স্থির নৌকাকে নদীর দু'তীর থেকে দড়ি দিয়ে 30° কোণে \vec{F} বলে টানছে। নৌকাটি 5 মিনিটে তীরের সমান্তরালে 3.6 km পথ অতিক্রম করে। করিম রহিমকে বলে “সমান টানে এ দূরত্ব 5 মিনিটের কম সময়ে পৌছা সম্ভব।” [নৌকার ভর ও পানির ঘর্ষণ বল উপেক্ষণীয়।]



(ক) উদ্দীপকে \vec{F} এর মান বের কর।

(খ) উদ্দীপকে করিমের বক্তব্য সঠিক কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

উ: (ক) 23.09 N ;

(খ) করিম ও রহিমের মধ্যবর্তী কোণ 60° -এর চেয়ে কম করলে লক্কি বলের মান বৃদ্ধি পাবে ফলে উদ্দীপকে বর্ণিত দূরত্ব 5 মিনিটের চেয়ে কম সময়ে অতিক্রম করা সম্ভব হবে অর্থাৎ করিমের বক্তব্য সঠিক। [রা. বো. ২০১৭]

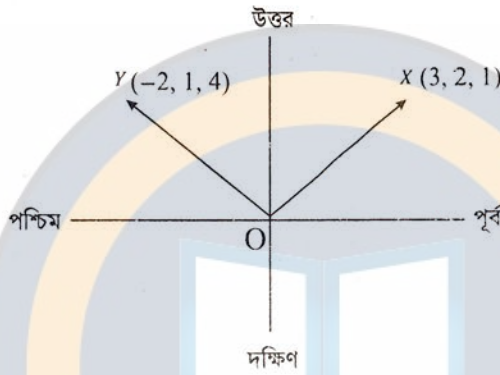
২৬। সাবিহা একদিন শপিং মতে বাজার করার সময় ট্রলি গাড়ি ব্যবহার করল। সে ট্রলি গাড়ির হেভেলটিতে উল্লম্বের সাথে 30° কোণে 10 N বল প্রয়োগ করে গাড়টিকে ঠেলতে থাকে। এই দেখে দোকানদার বলল, আপনি গাড়ির হেভেল ধরে টানেন, তাহলে কম বল লাগবে।

(ক) ট্রলির গতি সৃষ্টিকারী বল কত?

(খ) দোকানদার সাবিহাকে ট্রলির হেভেল ধরে সামনে টানতে বলল কেন—যুক্তিসহ গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।

উ: (ক) 5 N ; (খ) ভেক্টর রাশির বিভাজনের সাহায্যে ব্যাখ্যা করতে হবে ঠেলার চেয়ে টানা সহজ। [য. বো. ২০১৫]

২৭।



উদ্দীপকে X ও Y বিন্দু দুইটি কলেজের অবস্থান নির্দেশ করে। O , উভয় কলেজের যাত্রা অবস্থানের সাধারণ বিন্দু।

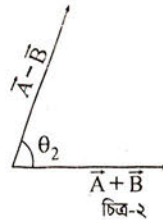
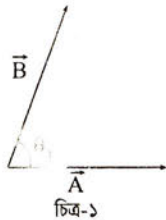
(ক) \vec{OX} ও \vec{OY} ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

(খ) \vec{OX} ও \vec{OY} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর, এবং \vec{OY} ও \vec{OX} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর একই।

উ: (ক) 90° ; (খ) \vec{OX} , \vec{OY} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর $\frac{\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$ এবং \vec{OY} , \vec{OX} এর

তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর $= -\frac{\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$ অর্থাৎ তল দুটির উপর লম্ব একক ভেক্টরদ্বয়ের মান এক হলেও দিক বিপরীতমুখী। [দি. বো. ২০১৫]

২৮।



উপরের চিত্রে :

$$\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k} \text{ এবং } \vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$$

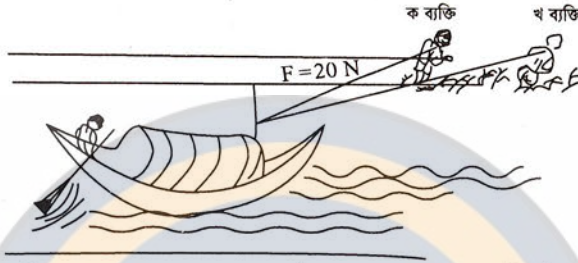
(ক) উদ্দীপকের আলোকে θ_1 এর মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও।

উ: (ক) $\theta_1 = 24.87^\circ$; (খ) $\theta_2 = 167.5^\circ \therefore \theta_1 \neq \theta_2$ সুতরাং উদ্দীপকে $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব নয়।

[ব. বো. ২০১৬]

২৯।



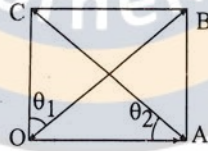
(ক) যদি ক ব্যক্তি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে গুণ টানে তবে বলের অনুভূমিক উপাংশ নির্ণয় কর।

(খ) যদি ক ব্যক্তি ও খ ব্যক্তি একই বলে নৌকা দুটি টানে তবে কে সহজেই নৌকাটি চালাতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও।

উ: (ক) 14.14 N; (খ) খ ব্যক্তি সহজে নৌকা চালাতে পারবেন কারণ দড়ি লম্বা হওয়ায় অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ ক ব্যক্তির চেয়ে কম হবে আর θ যত কম হবে বলের অনুভূমিক উপাংশ তত বেশি হবে। ফলে একই বল প্রয়োগ করলেও ক ব্যক্তির চেয়ে খ ব্যক্তির বলের অনুভূমিক উপাংশ বেশি হবে। সুতরাং খ ব্যক্তি সহজে নৌকা চালাতে পারবে।

[সি. বো. ২০১৬]

৩০।



উপরের চিত্র অনুসারে OACB একটি আয়তক্ষেত্র। এর OA এবং OB বাহু দ্বারা দুটি ভেক্টর যথাক্রমে

$$\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k} \text{ এবং } \vec{Q} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \text{ নির্দেশিত হয়েছে।}$$

(ক) উদ্দীপক অনুসারে ΔOAB এক ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক অনুসারে θ_1 ও θ_2 এর মধ্যে কোনটি বড় তা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বের কর।

উ: (ক) 4.06 বর্গ একক; (খ) $\theta_1 = 36.45^\circ$ এবং $\theta_2 = 53.55^\circ$ অর্থাৎ θ_1 এর চেয়ে θ_2 বৃহত্তর।

[ঢা. বো. ২০১৭]

৩১। দুটি বিন্দুর ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় স্থানাঙ্কদ্বয় যথাক্রমে A (1, 0, -1) এবং B (1, 1, 0)।

(ক) \overline{AB} ভেক্টরের সমান্তরাল একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

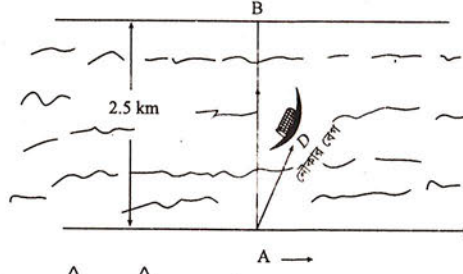
(খ) দুটি বিন্দুর A ও B এর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের X-অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপ এর তুলনামূলক বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) $\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{j} + \hat{k})$; (খ) X-অক্ষের উপর A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের লম্ব অভিক্ষেপের মান 1

অর্থাৎ উভয়ের লম্ব অভিক্ষেপের মান সমান।

[কু. বো. ২০১৭]

৩২। একটি নৌকা চিত্রানুযায়ী 2.5 km প্রস্থের একটি নদীতে A অবস্থান হতে অন্য প্রান্তে AD বরাবর যাচ্ছে।



স্থির পানিতে নৌকার বেগ $= (3\hat{i} + 3\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$ এবং স্রোতের বেগ $= 2\hat{i} \text{ m s}^{-1}$ । অন্য একটি ক্ষেত্রে নৌকাটিকে AB বরাবর একই দ্রুতিতে চালানো হয়।

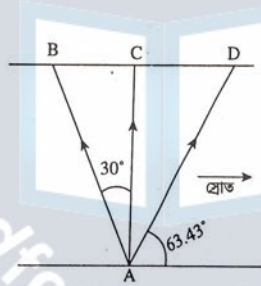
(ক) নদীর সমতলের লম্ব বরাবর একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক অনুসারে কোন ক্ষেত্রে নৌকাটি আগে অপর তীরে পৌঁছবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক উত্তর দাও।

[উ: (ক) নদীর সমতলের লম্ব বরাবর একক ভেক্টর হচ্ছে \hat{k} ;

(খ) প্রথম ক্ষেত্রে তীরে পৌঁছানোর সময় 833.33 s এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তীরে পৌঁছানোর সময় 589.26 s।
সুতরাং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে নৌকাটি আগে অপর তীরে পৌঁছাবে।] [য. বো. ২০১৭]

৩৩।



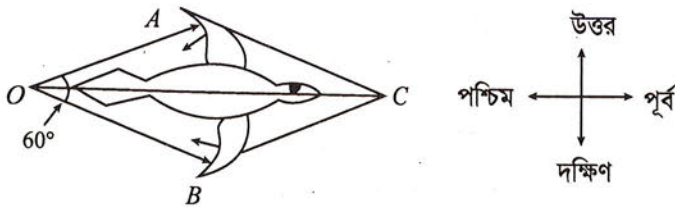
চিত্রানুযায়ী একটি নদী 31 km প্রশস্ত। দুটি ইঞ্জিন বোট আড়াআড়ি পার হওয়ার জন্য A হতে অভিন্ন বেগে যাত্রা শুরু করল যাদের একটি AB বরাবর অপরটি AC বরাবর। প্রথমটি আড়াআড়ি পার হয়ে C বিন্দুতে পৌঁছালেও দ্বিতীয়টি D বিন্দুতে পৌঁছায়। স্রোতের বেগ 9 km h^{-1} ।

(ক) উদ্দীপক হতে নৌকার অভিন্ন বেগ হিসাব কর।

(খ) নৌকা দুটি একই সময়ে নদীর অপর পারে পৌঁছায় কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[উ: (ক) 18 km h^{-1} ; (খ) প্রথম নৌকার নদী পার হতে সময় $= 1.988 \text{ h}$ এবং দ্বিতীয় নৌকার নদী পার হতে সময় 1.722 h অর্থাৎ নৌকা দুটি একই সময়ে নদীর অপর পারে পৌঁছাবে না।
দ্বিতীয় নৌকাটি প্রথম নৌকার আগে অপর পারে পৌঁছাবে।] [চ. বো. ২০১৭]

৩৪।



চিত্রানুযায়ী একটি পাখি সমতল ভূমির সমান্তরালে আকাশে উড়ছে। পাখিটির উভয় পাখা কর্তৃক ধাক্কার পরিমাণ 5 N ।

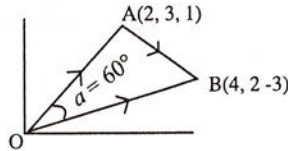
(ক) চিত্রের OC বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের মান কত?

(খ) AO বরাবর পাখার ধাক্কার পরিমাণ দ্বিগুণ হলে পাখিটি কোনদিকে উড়বে? গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 8.66 N ; (খ) পাখিটির OB পাখা OC -এর সাথে 19.1° কোণ উৎপন্ন করে পূর্ব-দক্ষিণ দিকে উড়বে।]

[সি. বো. ২০১৭]

৩৫। নিম্নের চিত্রে দুটি বিন্দু A ও B স্থানাঙ্ক দেয়া আছে।



(ক) AB সংযোগকারী ভেক্টরের মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ত্রিভুজ সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করবে কি? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[উ: (ক) 4.58 একক; (খ) গাণিতিকভাবে $|\vec{OB}|^2 \neq |\vec{OA}|^2 + |\vec{AB}|^2$ অতএব উদ্দীপকের ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করবে না।]

[ব. বো. ২০১৭]

৩৬। $\vec{A} = (2x + y - z)\hat{i} + (x - 2y + 3z)\hat{j} + (x - y - z)\hat{k}$

(ক) \vec{A} ভেক্টরটির ডাইভারজেন্স নির্ণয় কর।

(খ) উল্লিখিত \vec{A} ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

[উ: (ক) -1 ; (খ) এখানে যেহেতু $\vec{\nabla} \times \vec{A} \neq 0$ অতএব ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল।] [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]

৩৭। তিনটি বিন্দু A, B ও C এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(2, 1, -1)$, $(3, -2, 4)$ ও $(1, -3, 5)$ । কোনো সুক্ষম বেগে গতিশীল বস্তুর B বিন্দু হতে C বিন্দুতে পৌছতে 2 sec সময় লাগলো। [সব কটি রাশি এসআই এককে প্রদত্ত]

(ক) BC পথে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত অবস্থান ভেক্টরগুলো একই সমতলে অবস্থান করবে কী? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

[উ: (ক) 1.22 m s^{-1} ; (খ) $\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C} = 0 \therefore$ বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত অবস্থান ভেক্টরগুলো একই সমতলে অবস্থান করবে।]

[অভিনু প্রশ্ন (খ) সেট ২০১৮]

৩৮। (ক) কোনো বিন্দু P এর স্থানাঙ্ক $P(2, -3, 4)$ হলে বিন্দুটির অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর।

(খ) $A(2, -3, 4)$ এবং $B(-1, 2, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী দিক রাশিটি নির্ণয় কর।

[উ: (ক) $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$; (খ) $-3\hat{i} + 3\hat{j}$] [চুয়েট ২০০৫-২০০৬]

৩৯। একটি নদীর স্রোতের বেগ 5 m s^{-1} । 10 m s^{-1} বেগের একটি নৌকায় সোজাসুজিভাবে নদী পাড়ি দিতে 1 min 40 s সময় লাগে। নদীর প্রস্থ কত? [উ: 866.03 m] [চুয়েট ২০০৩-২০০৪]

৪০। একটি ইঞ্জিনচালিত নৌকার বেগ ঘণ্টায় 14 কিলোমিটার। একটি নদী আড়াআড়ি পার হতে হলে নৌকাটিকে কোন দিকে চালাতে হবে? নদীর প্রস্থ 12.125 km হলে তা পাড়ি দিতে কত সময় লাগবে? স্রোতের বেগ ঘণ্টায় 7 km ।

[উ: স্রোতের সাথে সাথে 120° কোণে; 1 ঘণ্টা] [চুয়েট ২০০৪-২০০৫]

- ৪১। কোনো নদীতে একটি নৌকার বেগ স্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে যথাক্রমে 18 km h^{-1} এবং 6 km h^{-1} নৌকাটি কত বেগে কোন দিকে চালনা করলে সোজা অপর পারে পৌঁছাবে?
[উ: স্রোতের সাথে 120° কোণে 12 km h^{-1}] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৪২। ভেক্টর \vec{A} , \vec{B} এবং \vec{C} এর মান যথাক্রমে 12, 5 এবং 13 একক এবং $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ ভেক্টর। \vec{A} এবং \vec{B} মধ্যবর্তী কোণ কত হবে?
[উ: 90°] [বুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৪৩। একটি লন রোলার ঠেলা বা টানার জন্য অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 19.6 N বল প্রয়োগ করা হলো। টানার সময় এর ওজন ঠেলা অপেক্ষা কত কম হবে?
[উ: 19.6 N বা 1 kg-wt] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৪৪। একটি লন রোলার টানা ও ঠেলার জন্য অনুভূমিকের 30° কোণে 20 N বল প্রয়োগ করা হলো। টানার সময় ওজন ঠেলা অপেক্ষা কত কম হবে?
[উ: 20 N] [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৪৫। একজন সাইকেল আরোহী সমতল রাস্তার উপর দিয়ে কত বেগে চললে 6 m s^{-1} বেগের বৃষ্টির ফোঁটা তার গায়ে 45° কোণে পড়বে?
[উ: 6 m s^{-1}] [কুয়েট ২০০৫-২০০৬; য.বি.প্র.বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৪৬। দুটি ভেক্টর রাশির লব্ধির বৃহত্তর ও ক্ষুদ্রতর মান যথাক্রমে 28 একক ও 4 একক। রাশি দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে কোনো একটি কণার উপর ক্রিয়া করল। লব্ধির মান কত?
[উ: 20 একক] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৪৭। একটি নৌকা নদীর প্রস্থ বরাবর 20 m s^{-1} বেগে চলা শুরু করল। নদীর স্রোতের বেগ 15 m s^{-1} হলে এবং নদীটি 2 km প্রশস্ত হলে অপর পাড়ে পৌঁছাতে নৌকাটির কত সময় লাগবে? নৌকাটির লব্ধি বেগ কত হবে?
[উ: 100 s ; 25 m s^{-1}] [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৪৮। যদি $\vec{P} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ হলে \vec{P} ও \vec{Q} এর মধ্যবর্তী কোণ কত?
[উ: 111.01°] [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৪৯। $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k}$, a এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?
[উ: 6] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৫০। $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।
[উ: 37.17°] [বুয়েট ২০১২-২০১৩]
- ৫১। $\vec{A} = 5\hat{i} + 6\hat{j} + 9\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 10\hat{i} + 8\hat{j} - 8\hat{k}$ । \vec{B} এর দিকে \vec{A} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।
[উ: 2.18] [বুয়েট ২০০০-২০০১]
- ৫২। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে \vec{B} এর দিকে \vec{A} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।
[উ: $\frac{4}{7}$] [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৫৩। a -এর মান কত হলে $\vec{A} = 2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টর পরস্পর লম্ব হবে?
[উ: 3] [জা. বি ২০০০-২০০১]
- ৫৪। $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে B বরাবর A এর অভিক্ষেপ বা অংশক নির্ণয় কর।
[উ: 4] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৫৫। $|\vec{A} \cdot \vec{B}| = |\vec{A} \times \vec{B}|$ হলে \vec{A} ও \vec{B} মধ্যবর্তী কোণ কত?
[উ: $\frac{\pi}{4}$] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭; কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৫৬। $\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ দ্বারা গঠিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
[উ: 14.14 একক] [বুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৫৭। $\vec{A} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে তার ক্ষেত্রফল কত?
[উ: 3.74 একক] [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]

- ৫৮। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে,
 $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$ [কু. বো. ২০০১]
- ৫৯। যদি $\vec{F} = 8\hat{i} - 2\hat{j}$ এবং $\vec{r} = 6\hat{i} - 8\hat{k}$ হয় তাহলে, $\vec{F} \times \vec{r} = ?$ [উ: $16\hat{i} + 64\hat{j} + 12\hat{k}$]
 [শা.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬০। $\vec{P} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\sqrt{3}\hat{k}$ ভেক্টর দুটি একটি বিন্দুতে লম্বভাবে ক্রিয়াশীল।
 এদের লব্ধি ভেক্টরের দিক (\vec{P} এর সাপেক্ষে) কত? [উ: 59°] [ঢা. বি. ২০০৭-২০০৮]
- ৬১। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর যার কর্ণদ্বয় যথাক্রমে $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$.
 [উ: 17.66 একক] [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৬২। যদি $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ হয়, তবে ভেক্টর \vec{B} এর উপর \vec{A} এর লম্ব
 অভিক্ষেপ এবং \vec{A} এর উপর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর। [উ: 0] [ব. বো. ২০০৯]
- ৬৩। $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$, \vec{A} ও \vec{B} যে সমতলে অবস্থিত তার লম্বদিকে একক ভেক্টর নির্ণয়
 কর। [উ: $-\frac{2}{\sqrt{150}}\hat{i} + \frac{11}{\sqrt{150}}\hat{j} + \frac{5}{\sqrt{150}}\hat{k}$ অথবা, $\frac{2}{\sqrt{150}}\hat{i} - \frac{11}{\sqrt{150}}\hat{j} - \frac{5}{\sqrt{150}}\hat{k}$]
 [য. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০১০]
- ৬৪। $\vec{P} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে তলে অবস্থিত তার অভিলম্ব দিকে একটি ভেক্টর
 নির্ণয় কর। [উ: $8\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}$] [কু. বো. ২০০৮]
- ৬৫। দুটি ভেক্টর $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ দ্বারা গঠিত \vec{A} এবং \vec{B} সমতলের ওপর লম্ব
 একক ভেক্টর নির্ণয় কর। [উ: $\pm \left(\frac{7}{\sqrt{185}}\hat{i} - \frac{6}{\sqrt{185}}\hat{j} - \frac{10}{\sqrt{185}}\hat{k} \right)$] [চ. বো. ২০০৮]
- ৬৬। যদি $\vec{A} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{B} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ হয় তবে ভেক্টরদ্বয় যে তলে অবস্থিত তার লম্ব বরাবর
 একক ভেক্টর নির্ণয় কর। [উ: $\pm \left(-\frac{1}{3}\hat{i} + \frac{2}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k} \right)$] [য. বো. ২০০৯]
- ৬৭। একটি কণার ওপর $\vec{F} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ N বল কাজ করার ফলে কণাটির $\vec{d} = (2\hat{i} + d_y\hat{j} - \hat{k})$ m সরণ
 হয়। d_y -এর মান কত হলে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে? [উ: 0] [চ. বো. ২০০২]
- ৬৮। একটি কণার উপর $\vec{F} = (5\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করার ফলে কণাটির $\vec{d} = (3\hat{i} + d_y\hat{j} + 5\hat{k})$ m
 সরণ হলে, সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে? [উ: 5] [কুয়েট ২০১২-২০১৩]
- ৬৯। 7 kg ভরের কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত একটি বল $\vec{F} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$ N হলে, যেখানে \hat{i} , \hat{j} এবং \hat{k} একক
 ভেক্টর, বস্তুটি কত ত্বরণ প্রাপ্ত হবে? [উ: 1 m s^{-2}] [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৭০। একটি কণার উপর $\vec{F} = (-5\hat{i} - 3\hat{j} - 6\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করার ফলে কণাটির $\vec{S} = (3\hat{i} - m\hat{j} + 5\hat{k})$ m
 সরণ হয়। m -এর মান কত হলে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হবে? [উ: -15] [রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৭১। একটি কণার উপর $\vec{F} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ নিউটন বল প্রয়োগের ফলে কণাটি $(3, -4, -2)$ বিন্দু থেকে
 $(-2, 3, 5)$ বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উ: -59 J]
 [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৭২। p -এর মান কত হলে ভেক্টর $\vec{V} = (5x + 2y)\hat{i} + (2py - z)\hat{j} + (x - 2z)\hat{k}$ সলিনয়ডাল হবে?
 [উ: -1.5] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৭৩। $\vec{R} = 5\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$ হলে \vec{R} ভেক্টরটির X , Y ও Z অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ নির্ণয় কর।
 [উ: $\alpha = 85.60^\circ$, $\beta = 91.76^\circ$, $\gamma = 95.30^\circ$]

৭৪। $\vec{A} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$, এবং $\vec{C} = \hat{i} + m\hat{k} + 3\hat{j}$ । m -এর মান কত হলে সামান্তরিকের আয়তন 50 একক হবে? [উ: -11]

৭৫। দেখাও যে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$ যখন, $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$,
 $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ এবং $\vec{C} = C_x\hat{i} + C_y\hat{j} + C_z\hat{k}$ ।

৭৬। তিনটি ভেক্টর রাশি যথাক্রমে $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ এবং
 $\vec{C} = x^2y\hat{i} + y^2z\hat{j} + z^2x\hat{k}$,

(ক) উদ্দীপকের \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয়ের লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের \vec{C} ভেক্টরের কার্লে'র ডাইভারজেন্স শূন্য হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) $\frac{1}{3}\hat{i} + \frac{2}{3}\hat{j} - \frac{2}{3}\hat{k}$; (খ) \vec{C} ভেক্টরের কার্লে'র ডাইভারজেন্স $= -2(z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k})$ অর্থাৎ শূন্য নয়।] [চ. বো. ২০১৯]

৭৭। অনিক $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ দুটি ভেক্টর নিয়ে তাদের ডট ও ক্রস গুণন নির্ণয় করেছিল। সে দেখল যে, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ পরিবর্তন করলে তাদের ডট গুণন ও ক্রস গুণনের মান সমান হয়।

(ক) \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয় কোনো সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে উক্ত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) অনিকের পর্যবেক্ষণের গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[উ: (ক) 8.66 একক; (খ) \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ 70.89° । কোণের মান পরিবর্তন করে 45° করলে অর্থাৎ কোণের মান 89° কমালে এদের ডট গুণন ও ক্রস গুণনের মান সমান হবে।] [ব. বো. ২০১৯]

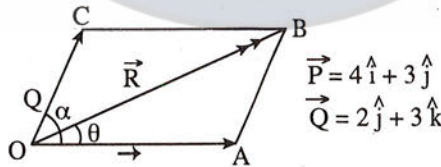
৭৮। ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $P(1, 2, -1)$, $Q(-2, 1, 1)$ এবং $R(3, 1, -2)$, যেখানে \vec{P} , \vec{Q} এবং \vec{R} প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দু তিনটির অবস্থান ভেক্টর নির্দেশ করে।

(ক) \vec{P} এর উপর \vec{Q} এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর।

(খ) P, Q এবং R বিন্দুত্রয়ের ক্রম সংযোজন দ্বারা গঠিত ক্ষেত্র একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$; (খ) দুটি ভেক্টরের ডট গুণনের মান শূন্য হলে মধ্যবর্তী কোণ সমকোণ হয়। সমকোণী ত্রিভুজ হতে হলে দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ সমকোণ হওয়া প্রয়োজন। এ শর্ত পূরণ না করায় এদের দ্বারা গঠিত ক্ষেত্র সমকোণী ত্রিভুজ হবে না।] [য. বো. ২০১৯]

৭৯। চিত্রটি লক্ষ্য কর:



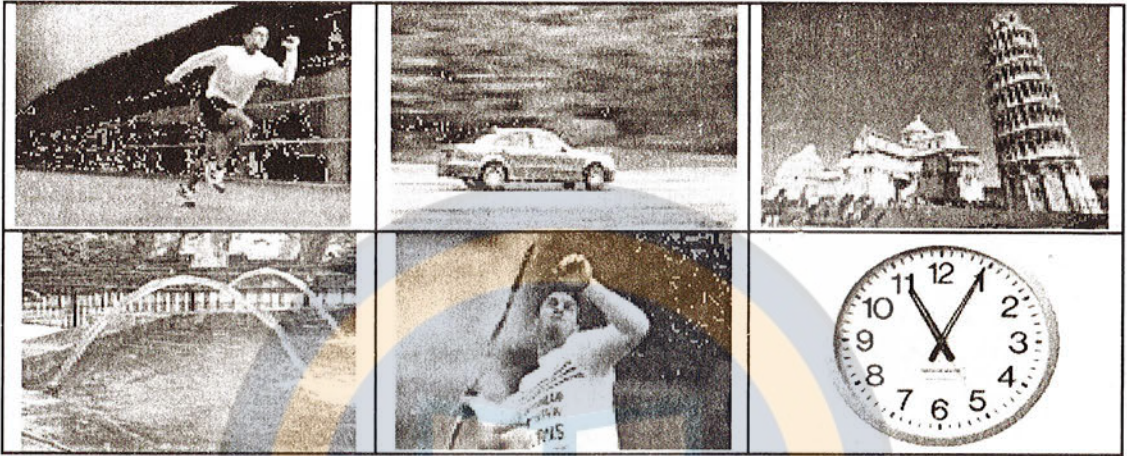
(ক) উদ্দীপকের আলোকে θ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) ΔOAB ও ΔOBC এর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি সামান্তরিক $OACB$ এর ক্ষেত্রফলের সমান কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 57.2° ; (খ) ΔOAB এবং ΔOBC উভয়ের ক্ষেত্রফল 13.125 একক এবং সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 26.25 একক অর্থাৎ ΔOAB এবং ΔOBC এর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি $OACB$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান।]



গতিবিদ্যা DYNAMICS



বিজ্ঞানের প্রাচীনতম শাখাগুলোর একটি হলো বলবিজ্ঞান বা বলবিদ্যা যেখানে বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার কথা আলোচনা করা হয়। বলবিদ্যার যে অংশে বলের ক্রিয়াশীল বস্তুর গতি আলোচনা করা হয় তাকে গতিবিদ্যা বলে।

কোনো বস্তু যখন একটা নির্দিষ্ট সরলরেখা বরাবর চলে তখন তার গতিকে রৈখিক গতি বলে আর বস্তু যখন কোনো সমতলে চলে তখন সেটি হয় দ্বিমাত্রিক বা সমতলীয় গতি। কোনো স্থানে যদি কোনো বস্তু যেকোনো দিকে গতিশীল হতে পারে তাহলে তার গতিকে স্থানিক গতি বা ত্রিমাত্রিক বলে। কোনো স্থানে একটি পাখির গতি স্থানিক গতি বা ত্রিমাত্রিক গতি।

প্রকৃতিতে যে গতিগুলো বিদ্যমান তার অনেকগুলোই সমতলীয় গতি। এরূপ দুটি হচ্ছে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতি এবং বৃত্তীয় বা বৃত্তাকার গতি। এ অধ্যায়ে আমরা নির্দিষ্ট সরলরেখায় গতিশীল বস্তুর অবস্থান, সরণ, বেগ, দ্রুতি, ত্বরণ এবং তাদের সম্পর্কসূচক গতির সমীকরণ, পড়ন্ত বস্তুর গতিসহ প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতি এবং বৃত্তাকার গতি নিয়ে আলোচনা করবো।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

প্রধান শব্দসমূহ :

প্রসঙ্গ কাঠামো, জড় প্রসঙ্গ কাঠামো, অবস্থান ভেক্টর, সরণ, বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ, সমবেগ বা সুষম বেগ, অসম বেগ, ত্বরণ বা তৎক্ষণিক ত্বরণ, সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ, অসমত্বরণ, গতির সমীকরণ, পড়ন্ত বস্তু, প্রক্ষেপক বা প্রাস, অনুভূমিক পাল্লা, কৌণিক বেগ, কৌণিক ত্বরণ।

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	জড় কাঠামোর ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.১ ও ৩.২
২	গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.৫ ও ৩.৮
৩	অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৩.৬, ৩.৭
৪	পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.৯
৫	প্রক্ষেপকের গতি বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৩.১০
৬	সুষম বৃত্তীয়গতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৩.১১, ৩.১২

৩.১। প্রসঙ্গ কাঠামো

Reference Frame

কোনো বস্তুর গতি বর্ণনার জন্য প্রথমেই আমাদের একটি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বা প্রসঙ্গ কাঠামো পছন্দ করে নিতে হয়। যে দৃঢ় বস্তুর সাপেক্ষে কোনো স্থানে কোনো বিন্দু বা বস্তুকে সুনির্দিষ্ট করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

কোনো টেবিল, ঘরের মেঝে, রাস্তা, পার্ক, পৃথিবীপৃষ্ঠ, সূর্য, ছায়াপথ যে কোনো কিছুকে প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করা যেতে পারে। তবে এদের সব সময়ই সুনির্দিষ্ট করতে হবে।

একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো : একমাত্রিক বা রৈখিক গতির ক্ষেত্রে যে সরলরেখা বরাবর বস্তুটি গতিশীল প্রথমেই তার একটি বিন্দুকে মূলবিন্দু এবং একটি দিককে ধনাত্মক ধরে নিতে হয়। সেই সরলরেখাটিকে X , Y বা Z যেকোনো একটি অক্ষ হিসেবে নামকরণ করা হয়। সাধারণত আমরা ভূ-পৃষ্ঠ বরাবর সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোতে অক্ষটিকে X -অক্ষ ধরে থাকি। আর খাড়া উপর নিচ বরাবর একমাত্রিক কাঠামোতে Y -অক্ষ ধরে থাকি। কিন্তু এমন কোনো ধরাবাঁধা নিয়ম নেই। এ প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে যাবতীয় পরিমাপ করতে হয়।

দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো : কোনো বস্তু যদি একটি সমতলে গতিশীল থাকে তাহলে তার গতিকে দ্বিমাত্রিক গতি বা সমতলীয় গতি বলা হয়। দ্বিমাত্রিক গতি বর্ণনার জন্য আমাদের দুটি অক্ষের তথা দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হয়। দ্বিমাত্রিক স্থানে সুবিধাজনক যেকোনো একটি বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরে, ঐ বিন্দুকে ছেদকারী পরস্পর লম্ব দুটি সরলরেখা আঁকা হয়। সাধারণত যেকোনো একটি সরলরেখাকে X -অক্ষ এবং অপরটিকে Y -অক্ষ ধরা হয়। টেবিলের বা ঘরের কোনো দেয়াল বা মেঝেতে পিঁপড়ার গতি দ্বিমাত্রিক গতির উদাহরণ।

ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো : কোনো বস্তু যদি কোনো স্থানে (space) গতিশীল থাকে তাহলে তার গতিকে ত্রিমাত্রিক গতি বা স্থানিক গতি বলা হয়। ত্রিমাত্রিক গতি বর্ণনার জন্য আমাদের তিনটি অক্ষের তথা ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হয়। ত্রিমাত্রিক স্থানে সুবিধাজনক যেকোনো একটি বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরে ঐ বিন্দুকে ছেদকারী পরস্পর লম্ব তিনটি সরলরেখা বিবেচনা করা হয়। এ সরলরেখা তিনটিকে X , Y ও Z -অক্ষ ধরা হয়। কোনো কক্ষে একটি উড়ন্ত মাছির গতি ত্রিমাত্রিক গতির উদাহরণ।

বিভিন্ন প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থান ও গতি বিষয়ক বিভিন্ন রাশির মান বিভিন্ন হতে পারে।

করে দেখো : তোমার পড়ার টেবিলের উপর একটি বই রাখো। মনে কর, তুমি এর একটি কোণার অবস্থান নির্দেশ করতে চাও। এখন তুমি তোমার টেবিলকে একটি প্রসঙ্গ কাঠামো এবং এর একটি কোণাকে মূল বিন্দু ধরে একটি দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে পারো। আবার, তোমার ঘরের একটি কোণাকে মূল বিন্দু গণ্য করে আরেকটি প্রসঙ্গ কাঠামো ধরতে পারো। এখন এ দুই প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে বই-এর কোণার স্থানাঙ্ক বের কর।

স্থানাঙ্কগুলোর মান ভিন্ন হওয়ার কারণ প্রসঙ্গ কাঠামো ভিন্ন। তুমি যদি অন্য কোনো প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে তাহলে অন্য মান পেতে।

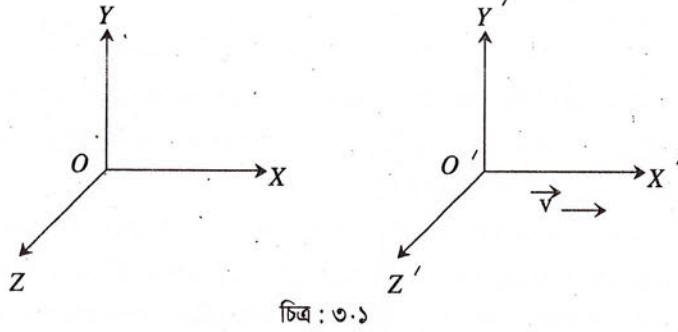
৩.২। জড় এবং অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো

Inertial and noninertial Reference Frame

জড় প্রসঙ্গ কাঠামোকে গ্যালিলীয় প্রসঙ্গ কাঠামো বা নিউটনীয় প্রসঙ্গ কাঠামোও বলা হয়। এ প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের দ্বিতীয় ও তৃতীয় গতিসূত্র খুব ভালো খাটে। একে অন্য কথায় এভাবে বলা যায়, জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হলো সে প্রসঙ্গ কাঠামো যার মধ্যে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায়। এরা পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল।

সংজ্ঞা : পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যে সব প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায় তাদেরকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। চিত্র ৩.১-এ জড় প্রসঙ্গ কাঠামো দেখানো হয়েছে।

পদার্থ-১ম (হাসান) -৯(ক)



চিত্র : ৩.১

অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো : যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামো পরস্পরের সাপেক্ষে অসম বেগে গতিশীল অর্থাৎ যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামোর ত্বরণ থাকে তাদেরকে অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

লিফট, রকেট, কৃত্রিম উপগ্রহ, ইত্যাদিকে আমরা প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে পারি। কিন্তু এগুলো হবে অজড় কাঠামো, কেননা এগুলো সমীবেগে চলে না। এদের ত্বরণ হয়।

৩.৩। পরম স্থিতি ও পরম গতি

Absolute Rest & Absolute Motion

কোনো বস্তু স্থিতিশীল না গতিশীল তা বোঝার জন্য বস্তুর আশপাশ থেকে আর একটা বস্তুকে নিতে হয় যাকে বলা হয় প্রসঙ্গ বস্তু। এ প্রসঙ্গ বস্তু ও আমাদের আলোচ্য বস্তুর অবস্থান যদি সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাহলে আলোচ্য বস্তুটি প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে স্থির বলে ধরা হয়। আলোচ্য বস্তু ও প্রসঙ্গ বস্তু যদি একই দিকে একই বেগে চলতে থাকে তাহলেও কিন্তু সময়ের সাথে বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের কোনো পরিবর্তন হবে না, যদিও প্রকৃতপক্ষে বস্তুটি গতিশীল। চলন্ত ট্রেনের কামরার দুই বস্তু যদি মুখোমুখি বসে থাকে, তবে একজনের সাপেক্ষে অন্যের অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হয় না। সুতরাং বলা যেতে পারে, একজনের সাপেক্ষে অন্যজন স্থির। কিন্তু যদি ট্রেন লাইনের পাশে দাঁড়ানো কোনো ব্যক্তি তাদেরকে দেখেন তবে ঐ ব্যক্তির সাপেক্ষে তাদের অবস্থানের পরিবর্তন হচ্ছে। অর্থাৎ লাইনের পাশে দাঁড়ানো ব্যক্তির সাপেক্ষে তারা উভয়ই গতিশীল।

তাহলে আমরা দেখতে পাচ্ছি যে, কোনো বস্তু প্রকৃতপক্ষে স্থির কিনা তা নির্ভর করছে প্রসঙ্গ বস্তুর উপর। প্রসঙ্গ বস্তু যদি প্রকৃতপক্ষে স্থির হয় তাহলে তার সাপেক্ষে যে বস্তু স্থিতিশীল রয়েছে সেও প্রকৃতপক্ষে স্থির। এ ধরনের স্থিতিকে আমরা পরম স্থিতি বলতে পারি। অর্থাৎ প্রসঙ্গ বস্তুটি যদি পরম স্থিতিতে থাকে তাহলেই শুধু কোনো বস্তু তার সাপেক্ষে স্থির থাকলে সে বস্তুকে পরম স্থিতিশীল বলা যেতে পারে। সেরূপ পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে আমরা পরম গতি বলি। কিন্তু এ মহাবিশ্বে এমন কোনো প্রসঙ্গ বস্তু পাওয়া সম্ভব নয়, যা প্রকৃতপক্ষে স্থির রয়েছে। কারণ পৃথিবী প্রতিনিয়ত সূর্যের চারদিকে ঘুরছে, সূর্যও তার গ্রহ, উপগ্রহ নিয়ে ছায়াপথে গতিশীল। কাজেই আমরা যখন কোনো বস্তুকে স্থিতিশীল বা গতিশীল বলি তা আমরা কোনো আপাত স্থিতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে বলে থাকি। কাজেই আমরা বলতে পারি, এ মহাবিশ্বে সকল স্থিতিই আপেক্ষিক—সকল গতিই আপেক্ষিক। কোনো গতিই পরম নয়, পরম নয় কোনো স্থিতিই।

৩.৪। আপেক্ষিক গতি

Relative Motion

কোনো বস্তু স্থির না সচল তা বোঝার জন্য আমরা কোনো স্থির বস্তুর সাথে তুলনা করে থাকি। যেহেতু এ মহাবিশ্বে পরম স্থিতিশীল কোনো বস্তু পাওয়া যায় না তাই আমাদেরকে কোনো বস্তুর গতি অপর গতিশীল বস্তুর গতির সাথে তুলনা করে বুঝতে

হয়। তাই বলা যায়, এ মহাবিশ্বে সকল গতিই আপেক্ষিক। পাশাপাশি থেমে থাকা দুটি ট্রেনের একটি চলতে শুরু করলে গতিশীল ট্রেনের যাত্রীর কাছে মনে হবে যেন পাশের ট্রেনটি বিপরীত দিকে চলতে শুরু করেছে। আসলে ট্রেন দুটির মধ্যবর্তী পারস্পরিক গতির জন্য এরূপ মনে হয়। চলমান যাত্রীর সাপেক্ষে থেমে থাকা গাড়ির এই মনে হওয়া গতিই হচ্ছে আপেক্ষিক গতি। সুতরাং আমরা বলতে পারি, দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির গতিকে আপেক্ষিক গতি বলে।

এমনকি প্রসঙ্গ কাঠামোর উপর ভিত্তি করে কোনো বস্তুর এ আপেক্ষিক গতির প্রকৃতি বা গতিপথও ভিন্ন হতে পারে। উদাহরণ হিসেবে সুখম বেগে গতিশীল কোনো ট্রেনের কথা বিবেচনা করা যাক। ট্রেনে বসে থাকা একজন যাত্রী ট্রেনের জানালা দিয়ে একটি পাথর ফেলে দিলেন। এ যাত্রীর নিকট মনে হবে যে পাথরটি খাড়া নিচের দিকে পড়ছে। কিন্তু রেল লাইনের পাশে দাঁড়িয়ে থাকা একজন পর্যবেক্ষকের নিকট মনে হবে যে পাথরটি পরাবৃত্তাকার (parabolic) পথে পড়ছে।

৩.৫। গতি বিষয়ক কতগুলো রাশি

Few Quantities relating Motion

অবস্থান ভেক্টর (Position Vector)

সংজ্ঞা : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে যে ভেক্টর দিয়ে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

ব্যাখ্যা : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দু থেকে ধনাত্মক X -অক্ষ বরাবর x দূরত্বে কোনো বিন্দু অবস্থিত হলে তার অবস্থান ভেক্টর হবে,

$$\vec{r} = x\hat{i}$$

$$\text{ত্রিমাত্রিক বা সাধারণ ক্ষেত্রে অবস্থান ভেক্টর হলো } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad \dots \quad (3.1)$$

মাত্রা ও একক : অবস্থান ভেক্টরের মাত্রা হচ্ছে দৈর্ঘ্যের মাত্রা L এবং এর একক হচ্ছে মিটার (m)।

সরণ (Displacement)

কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন হলে সরণ ঘটে।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুর শেষ অবস্থান ভেক্টর \vec{r}_f এবং আদি অবস্থান ভেক্টর \vec{r}_i এর পার্থক্যই হচ্ছে সরণ $\Delta\vec{r}$ ।

$$\therefore \Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i \quad \dots \quad (3.2)$$

X -অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে সরণের মান হবে $\Delta x = x_f - x_i$

সরণ একটি ভেক্টর রাশি।

কোনো বস্তুর আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব অর্থাৎ সরলরৈখিক দূরত্বই হচ্ছে সরণের মান এবং সরণের দিক হচ্ছে বস্তুর আদি অবস্থান থেকে শেষ অবস্থানের দিকে।

মাত্রার একক : এর মাত্রা L এবং একক m ।

বেগ ও দ্রুতি (Velocity and Speed)

কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টর থেকে আমরা জানতে পারি বস্তুটি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন দিকে কত দূরে অবস্থিত, সরণ থেকে জানতে পারি বস্তু কোন দিকে কত দূরত্ব অতিক্রম করেছে। আর বেগ থেকে আমরা জানতে পারবো বস্তুটি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন দিকে কত দ্রুত যাচ্ছে। বেগের সংজ্ঞার আগে গড় বেগের সংজ্ঞা আলোচনা করা যাক।

গড় বেগের সংজ্ঞা : যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে বস্তুর সরণ $\Delta \vec{r}$ হলে গড় বেগ

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \dots \quad (3.3)$$

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে গড় বেগ হবে

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

গড় বেগ একটি নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে কোনো বস্তু কত দ্রুত এবং কোন দিকে চলছে তা নির্দেশ করে। এখন আমরা বেগের সংজ্ঞা দেব—যা নির্দেশ করবে কোনো একটি বিশেষ মুহূর্তে বস্তুটি কত দ্রুত এবং কোন দিকে চলছে। যেহেতু এ বেগ কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো একটি বিশেষ ক্ষণের বেগ নির্দেশ করে এজন্য এ বেগকে তাৎক্ষণিক বেগও বলা হয়।

বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর সরণ $\Delta \vec{r}$ হলে

$$\text{বেগ } \vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

কিন্তু $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ হচ্ছে t এর সাপেক্ষে \vec{r} এর অন্তরক অর্থাৎ $\frac{d\vec{r}}{dt}$

$$\therefore \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \dots \quad (3.4)$$

অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের অন্তরককে (derivative) বেগ বলা হয়।

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে বেগ হবে $v = \frac{dx}{dt}$

বেগের মাত্রা ও একক : বেগের মাত্রা হলো LT^{-1} এবং একক $m s^{-1}$ ।

দ্রুতির সংজ্ঞা : বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে দ্রুতি বলে। কোনো বস্তুর বেগের মানই হচ্ছে তার দ্রুতির পরিমাপ।

দ্রুতির মাত্রা ও একক যথাক্রমে বেগের মাত্রা ও এককের অনুরূপ।

বেগ ও সময় : কোনো বস্তুর বেগ সময়ের উপর নির্ভর করতে পারে আবার নাও করতে পারে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর বেগ সমবেগ হতে পারে আবার অসমবেগও হতে পারে। সময়ের উপর বেগ নির্ভর না করলে তা হবে সমবেগ আর নির্ভর করলে তা হবে অসমবেগ।

সমবেগ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তু যদি নির্দিষ্ট দিকে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে তাহলে বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে।

উদাহরণ : শব্দের বেগ, আলোর বেগ প্রভৃতি সমবেগের প্রকৃষ্ট প্রাকৃতিক উদাহরণ। শব্দ নির্দিষ্ট দিকে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে আর তা হচ্ছে $0^\circ C$ তাপমাত্রায় বায়ুতে প্রতি সেকেন্ডে 332 m। শব্দ কোনো নির্দিষ্ট দিকে প্রথম সেকেন্ডে 332 m, দ্বিতীয় সেকেন্ডে 332 m এবং এরূপে প্রতি সেকেন্ডে 332 m করে চলতে থাকে। এখানে শব্দের বেগের মান ও দিক একই থাকায় শব্দের বেগ $332 m s^{-1}$ হলো সমবেগ।

সমবেগ সম্পন্ন কোনো বস্তুর গতি সমবেগ গতি বা সুষম গতি। সুতরাং শব্দের গতি, আলোর গতি প্রভৃতি সুষম গতি।

অসম বেগ : কোনো বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই বেগকে অসম বেগ বলে।

উদাহরণ : আমরা সচরাচর যে সব যানবাহনের বা বস্তুর গতি দেখে থাকি সেগুলোর গতি অসম বেগ গতি।

আপেক্ষিক বেগ

দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির বেগকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় পদ্ধতি : দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী আপেক্ষিক বেগ নিচের পদ্ধতিতে বের করা যায়। যদি দুটি বস্তু A এবং B উভয়ের স্থান পরিবর্তিত হয়, তাহলে B -এর সাপেক্ষে A -এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে গেলে A -এর বেগের সাথে B -এর সমান ও বিপরীতমুখী বেগ যোগ করতে হবে। এ দুটি বেগের লব্ধিই হবে B -এর সাপেক্ষে A -এর আপেক্ষিক বেগ।

(ক) যখন বস্তু দুটি একই দিকে যায় : ধরা যাক, A ও B বস্তু দুটি যথাক্রমে v_1 ও v_2 বেগে পশ্চিম দিক থেকে পূর্ব দিকে যাচ্ছে। তাহলে B -এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ হবে $(v_1 - v_2)$

একই রকমভাবে A -এর সাপেক্ষে B -এর আপেক্ষিক বেগ হবে $(v_2 - v_1)$ বা $-(v_1 - v_2)$ । যদি A এর বেগ B এর চেয়ে বেশি হয় তবে A দেখবে, B পূর্ব দিক থেকে পশ্চিম দিকে $(v_1 - v_2)$ বেগে যাচ্ছে যদিও এর প্রকৃত বেগ পশ্চিম দিক থেকে পূর্ব দিকে।

(খ) যখন বস্তু দুটি বিপরীত দিকে যায় : ধরা যাক, A ও B বস্তু দুটি যথাক্রমে v_1 এবং v_2 বেগে বিপরীত দিকে চলছে। এ অবস্থায় B -এর সাপেক্ষে A -এর আপেক্ষিক বেগ হবে $v_1 - (-v_2) = (v_1 + v_2)$ । একইভাবে A -এর সাপেক্ষে B -এর আপেক্ষিক বেগ হবে $v_2 - (-v_1) = (v_2 + v_1)$ । অর্থাৎ প্রত্যেকে দেখবে যেন অপর বস্তুটি বস্তুর মিলিত বেগ নিয়ে চলছে।

(গ) যখন বস্তু দুটি যেকোনো দুই দিকে যায় : ধরা যাক, দুটি বস্তু A ও B যথাক্রমে v_1 ও v_2 বেগ সহকারে α কোণে আনত অবস্থায় OP ও OQ অভিমুখে চলছে (চিত্র: ৩.২)। OA ও OB যথাক্রমে ঐ বেগ দুটির মান ও দিক প্রকাশ করছে। এখন B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হলে BO রেখাকে B' পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $OB = OB'$ হয়। এখন OB' তাহলে $-v_2$ এর মান ও দিক নির্দেশ করছে।

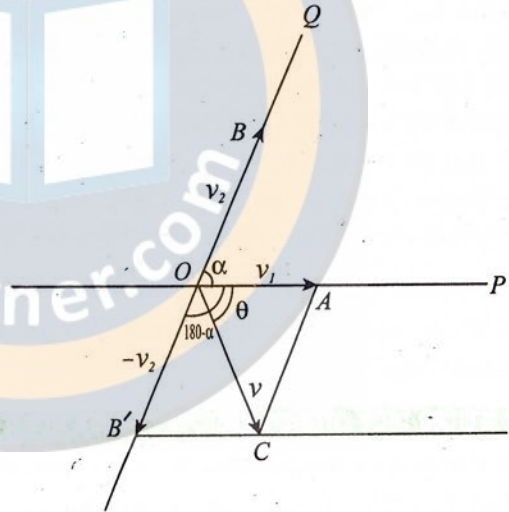
এবার $OACB'$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করে ভেক্টরের সামান্তরিক সূত্র প্রয়োগ করলে OC কর্ণই হবে v_1 ও $-v_2$ এর লব্ধি ভেক্টরের মান ও দিক। অর্থাৎ OC কর্ণই B এর সাপেক্ষে A এর আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্দেশ করবে। আপেক্ষিক বেগ v হলে

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos(180^\circ - \alpha)} \quad \dots \quad (3.5)$$

এবং আপেক্ষিক বেগ v যদি v_1 এর সাথে তথা A এর বেগের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে তাহলে

$$\tan \theta = \frac{v_2 \sin(180^\circ - \alpha)}{v_1 + v_2 \cos(180^\circ - \alpha)} \quad \dots \quad (3.6)$$

একই রকমভাবে A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করতে হলে AO কে A' পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করতে হবে যেন $OA = OA'$ হয় (চিত্রে দেখানো হয়নি)। তাহলে OA' হবে v_1 এর ঋণাত্মক ভেক্টর। এবার $OBC'A'$ সামান্তরিকটি সম্পূর্ণ করে OC' কর্ণ আঁকলে ঐ কর্ণের মান ও দিক A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ নির্দেশ করবে।



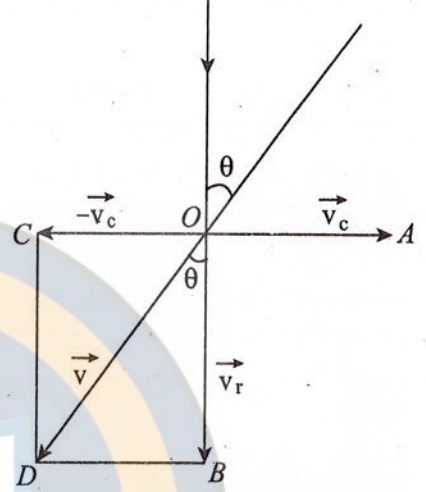
চিত্র : ৩.২

বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির সামনের কাচকে ভিজিয়ে দেয়, কিন্তু পেছনের কাচকে ভিজায় না।

ধরা যাক, O বিন্দুতে একটি গাড়ি OA বরাবর \vec{v}_c বেগে গতিশীল (চিত্র : ৩.৩)। ঐ স্থানে বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর \vec{v}_r বেগে পড়ছে। এখন আপেক্ষিক বেগের সংজ্ঞানুসারে গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ $\vec{v} = \vec{v}_r - \vec{v}_c$ । সামান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে \vec{v} নির্ণয় করতে হলে OA রেখাকে পেছন দিকে OC পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $OA = OC$ হয়। তাহলে OC নির্দেশ করবে $-\vec{v}_c$ এর মান ও দিক।

এবার $OCDB$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করে ভেক্টরের সামান্তরিকের সূত্র প্রয়োগ করলে OD কর্ণই হবে \vec{v}_r ও $-\vec{v}_c$ এর লব্ধি \vec{v} এর মান ও দিক। অর্থাৎ OD কর্ণ গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগের মান ও দিক নির্দেশ করবে।

সুতরাং আপেক্ষিক বেগের কারণে গতিশীল গাড়ি তথা গাড়ির আরোহীরা দেখবেন বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে না পড়ে উল্লম্বের সাথে অনুভূমিকের দিকে θ কোণ করে তির্যকভাবে আসছে। ফলে গাড়ির সামনের কাচে বৃষ্টি তির্যকভাবে পড়বে এবং কাচকে ভিজাবে। কিন্তু পেছনের কাচের সামনে গাড়ির ছাদ থাকায় বৃষ্টি তির্যকভাবে ছাদে পড়বে, কাচে পড়তে পারবে না। ফলে পেছনের কাচকে ভিজাবে না।



চিত্র : ৩.৩

বৃষ্টির মধ্যে ছাতা মাথায় হাঁটলে ছাতা হেলিয়ে ধরতে হয়

বৃষ্টির মধ্যে পথিক দাঁড়িয়ে থাকলে বৃষ্টি খাড়াভাবে তার গায়ে পড়বে, ফলে বৃষ্টি থেকে রেহাই পাওয়ার জন্য তাকে ছাতা মাথার ওপরে খাড়া সোজা করে ধরে রাখতে হবে। কিন্তু যদি পথিক হাঁটা শুরু করেন তখন তার সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ আর খাড়া নিচের দিকে থাকবে না। তিনি দেখবেন বৃষ্টি উল্লম্বের সাথে কোণ করে তির্যকভাবে সামনের দিক থেকে আসছে। ফলে বৃষ্টি থেকে রেহাই পাওয়ার জন্য তাকে উল্লম্বের সাথে কোণ করে সামনের দিকে ছাতা ধরতে হবে। তিনি যত দ্রুত হাঁটবেন, বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে তত বেশি কোণ উৎপন্ন করবে। ফলে ছাতাকে বেশি কোণে হেলিয়ে ধরতে হবে।

আমরা দেখি বৃষ্টির মধ্যে দ্রুতগামী মোটর সাইকেল আরোহীর কাছে বৃষ্টি প্রায় সামনের দিক থেকে আসছে এবং তাকে সামনের দিকে বেশি ভিজিয়ে দেয়। কারণ আরোহীর বেগ বেশি থাকায় তার সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে বেশি কোণ উৎপন্ন করে।

বায়ু প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয়

মনে করি কোনো একদিকে বাতাস \vec{v}_a বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। কোনো ব্যক্তি বায়ু প্রবাহের দিকে \vec{v}_p বেগে দৌড়াচ্ছেন। সুতরাং উক্ত ব্যক্তির সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ \vec{v} হবে $\vec{v} = \vec{v}_a - \vec{v}_p$ যেহেতু দুটি বেগের দিক একই, সুতরাং ভেক্টরের যোগ বিয়োগের নিয়ম অনুসারে তাদের বিয়োগ ফলের মান হবে বেগ দুটির মানের বিয়োগ ফলের সমান, $v = v_a - v_p$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে দৌড়বিদের সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ বাতাসের বেগের চেয়ে কম। তাই বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয়।

ত্বরণ (Acceleration)

কোনো বস্তুর ত্বরণ দ্বারা বস্তুটির বেগের মান বা দিক বা উভয়ই কত দ্রুত পরিবর্তিত হচ্ছে তা জানা যায়। ত্বরণ সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার নির্দেশ করে। বেগের মতো আমরা ত্বরণের সংজ্ঞার আগে গড় ত্বরণের সংজ্ঞা আলোচনা করবো।

গড় ত্বরণের সংজ্ঞা : যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে বস্তুটির গড় ত্বরণ বলে। Δt -সময় ব্যবধানে বস্তুর বেগের পরিবর্তন $\Delta \vec{v}$ হলে গড় ত্বরণ

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \dots \quad (3.7)$$

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে গড় ত্বরণ হবে

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

গড় ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর বেগ কোন দিকে কত পরিবর্তিত হয়েছে তা নির্দেশ করে। এখন আমরা ত্বরণের সংজ্ঞা দেব—যা নির্দেশ করবে কোনো একটি বিশেষ মুহূর্তে বস্তুটির বেগ কোন দিকে কত পরিবর্তিত হচ্ছে। যেহেতু এ ত্বরণ গতিশীল বস্তুর কোনো একটি বিশেষ ক্ষণের ত্বরণ নির্দেশ করে এজন্য এ ত্বরণকে তাৎক্ষণিক ত্বরণও বলা হয়।

ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর বেগের পরিবর্তন $\Delta \vec{v}$ হলে, ত্বরণ

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

কিন্তু $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ হচ্ছে t এর সাপেক্ষে \vec{v} এর অন্তরক অর্থাৎ $\frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\therefore \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \dots \quad (3.8)$$

অর্থাৎ সময়ের সাথে বস্তুর বেগের অন্তরককে (derivative) ত্বরণ বলা হয়।

X-অক্ষ বরাবর একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ $a = \frac{dv}{dt}$

আবার, যেহেতু $v = \frac{dx}{dt}$

$$\text{সুতরাং ত্বরণ } a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \dots \quad (3.9)$$

সুতরাং দেখা যায়, অবস্থানকে সময়ের সাপেক্ষে একবার অন্তরীকরণ করলে বেগ পাওয়া যায় আর বেগকে সময়ের সাপেক্ষে একবার অন্তরীকরণ করলে অর্থাৎ অবস্থানকে সময়ের সাপেক্ষে দুই বার অন্তরীকরণ করলে ত্বরণ পাওয়া যায়।

মাত্রা ও একক : ত্বরণের মাত্রা হবে LT^{-2} এবং একক হবে $m s^{-2}$ ।

একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে বেগ-হ্রাস পেলে ত্বরণ ঋণাত্মক হয়। ঋণাত্মক ত্বরণকে মন্দনও বলা হয়ে থাকে।

ত্বরণ ও সময় : কোনো বস্তুর ত্বরণ সময়ের উপর নির্ভর করতেও পারে আবার নাও করতে পারে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর ত্বরণ সমত্বরণ হতে পারে আবার অসমত্বরণও হতে পারে। সময়ের উপর ত্বরণ নির্ভর না করলে তা হবে সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ আর নির্ভর করলে তা হবে অসমত্বরণ।

সুষম ত্বরণের সংজ্ঞা : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে, তাহলে সেই বস্তুর ত্বরণকে সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ বলে। অর্থাৎ কোনো বস্তুর বেগ যদি নির্দিষ্ট দিকে একই হারে পরিবর্তিত হতে থাকে তাহলে সেই ত্বরণকে সমত্বরণ বলে।

সুষম ত্বরণের উদাহরণ : অভিকর্ষজ ত্বরণ সমত্বরণের একটি উদাহরণ। অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি একটি সমত্বরণ গতি। যখন একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি মুক্তভাবে পড়তে থাকে তখন তার ত্বরণ হয় 9.8 m s^{-2} । বস্তুটি যখন ভূ-পৃষ্ঠের দিকে আসতে থাকে তখন তার বেগ প্রতি সেকেন্ডে 9.8 m s^{-1} করে বাড়তে থাকে। উঁচু থেকে বস্তু ছেড়ে দিলে প্রথম সেকেন্ডে এর বেগ বাড়ে 9.8 m s^{-1} , দ্বিতীয় সেকেন্ডেও এর বেগ বাড়ে 9.8 m s^{-1} । এক্ষেপে প্রতি সেকেন্ডে এর বেগ 9.8 m s^{-1} করে বাড়তে থাকে। এখানে ভূ-কেন্দ্রের দিকে একই হারে বেগ বাড়তে থাকার দরুন সব সময়ই বস্তুর একই ত্বরণ হচ্ছে, তাই বস্তুটির ত্বরণ সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ।

অসম ত্বরণের সংজ্ঞা : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই ত্বরণকে অসম ত্বরণ বলে। অর্থাৎ যদি কোনো বস্তুর বেগ পরিবর্তনের হার সমান না থাকে তাহলে সেই ত্বরণকে অসম ত্বরণ বলা হয়।

আমরা ভূ-পৃষ্ঠে সচরাচর যে সব গতিশীল বস্তু দেখি তাদের ত্বরণ অসম ত্বরণ।

৩.৬। অবস্থান-সময় লেখচিত্র Position-Time Graph

অবস্থান ও সময়

কোনো গতিশীল বস্তুর অবস্থান বা স্থানাঙ্ক x সময় t এর উপর নির্ভর করে। এ নির্ভরশীলতা জানা থাকলে আমরা যে কোনো মুহূর্তে বস্তুটির অবস্থান বের করতে পারি। ধরা যাক, কোনো বস্তুর অবস্থান x কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে নিম্নোক্ত সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$$x = 18 \text{ m} + (12 \text{ m s}^{-1}) t - (1.2 \text{ m s}^{-2}) t^2 \quad \dots \quad (3.10)$$

সময় ও অবস্থান সারণি

(3.10) সমীকরণে t এর যে কোনো মান বসালে ঐ সময়ে বস্তুটির অবস্থান x পাওয়া যায়। $t = 0.0 \text{ s}$ থেকে $t = 8.0 \text{ s}$ পর্যন্ত 1 s অন্তর অন্তর বস্তুর অবস্থান ৩.১ সারণিতে প্রদত্ত হলো।

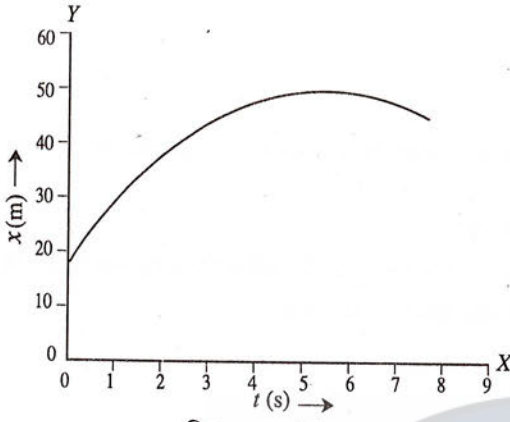
একটি সোজা, মসৃণ ও ঢালু রাস্তা বরাবর উপরের দিকে গতিশীল কোনো গাড়ির ইঞ্জিন হঠাৎ বন্ধ হয়ে গেলে গাড়িটি ক্রমাগত ধীরে ধীরে উপরে উঠতে থাকে, এক সময় মুহূর্তের জন্য থামে এবং পুনরায় ঢাল বরাবর নিচে নামতে থাকে। এ রকম একটি গাড়ির গতি বিশ্লেষণ করে তার অবস্থান x কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে (3.10) সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে এবং বিভিন্ন সময়ে এর অবস্থান ৩.১ সারণিতে দেখানো হয়েছে। এখানে গাড়িটির গতিপথ বরাবর x পরিমাপ করা হয়েছে এবং ঢাল বরাবর উপরের দিককে ধনাত্মক ধরা হয়েছে।

অবস্থান-সময় লেখচিত্র

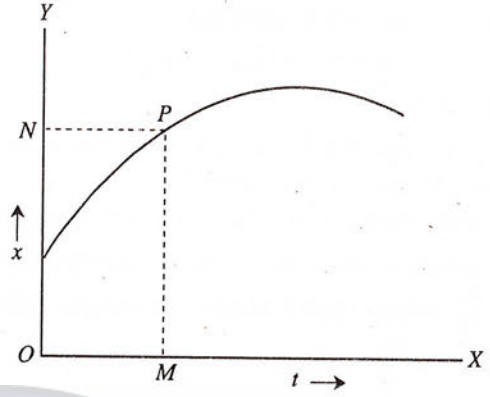
একটি ছক কাগজের X -অক্ষের দিকে সময় t এবং Y -অক্ষের দিকে অবস্থান x নিয়ে অবস্থান-সময় লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। ৩.১ সারণির উপাত্তের জন্য x বনাম t লেখচিত্র ৩.৪ক চিত্রে দেখানো হলো। এ লেখচিত্র থেকে যেকোনো সময় t -তে বস্তুর অবস্থান x নির্ণয় করা যায়। যেমন ৩.৪খ চিত্রে $OM = t$ এর জন্য অবস্থান $ON = x$ পাওয়া যায়।

সারণি ৩.১ : সময় ও অবস্থান

সময়, t s	অবস্থান, x m
0	18
1	28.8
2	37.2
3	43.2
4	46.8
5	48
6	46.8
7	43.2
8	37.2



চিত্র : ৩.৪ (ক)



চিত্র : ৩.৪ (খ)

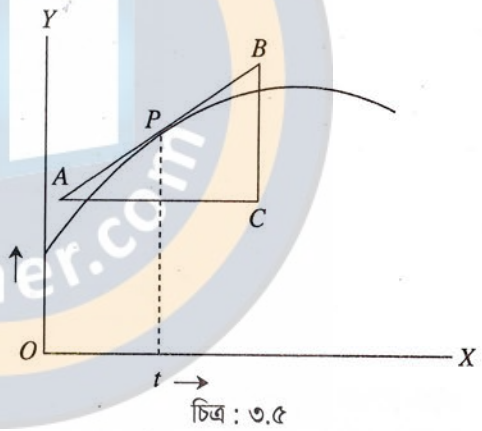
নিজে কর : একটি ছক কাগজ নাও। এ ছক কাগজে তোমার পছন্দমতো ও সুবিধাজনক একক নিয়ে ৩.১ সারণিতে বর্ণিত গতির জন্য অবস্থান সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর। এ লেখচিত্র থেকে ৩.৫ s সময়ে বস্তুটির অবস্থান নির্ণয় কর।

অবস্থান-সময় লেখচিত্র থেকে বেগ নির্ণয়

x বনাম t লেখচিত্র থেকে বস্তুর যেকোনো মুহূর্তের বেগ নির্ণয় করা যায়। কোনো বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢালকেই ঐ বিন্দুতে বক্ররেখার ঢাল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। x বনাম t লেখচিত্রে t এর সাপেক্ষে x এর অন্তরক $\frac{dx}{dt}$ দ্বারা এই ঢাল প্রকাশ করা হয়।

যেহেতু $v = \frac{dx}{dt}$, তাই কোনো বিশেষ মুহূর্তে x বনাম t লেখচিত্রের ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের বেগ v পাওয়া যায়। ৩.৫ চিত্রে t সময়ে লেখচিত্রের P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক APB এর ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের বেগ v পাওয়া যায়,

$$v = \frac{BC}{AC}$$



চিত্র : ৩.৫

নিজে কর : আগের নিজে কর-তে যে লেখচিত্র এঁকেছিলে অন্য একক পছন্দ করে পুনরায় ৩.১ সারণিতে বর্ণিত গতির জন্য অবস্থান-সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর। এ লেখচিত্রে $t = 3$ s এর বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁক এবং এই স্পর্শককে অতিভুজ ধরে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক। এর থেকে ঐ বিন্দুতে লেখচিত্রের ঢাল তথা স্পর্শকের ঢাল নির্ণয় কর।

তোমার নির্ণীত লেখচিত্রের ঢালই হলো ৩ s এর সময় বস্তুটির বেগ। যদি কোনো মুহূর্তে ঢাল ঋণাত্মক পাওয়া যায়, তাহলে বোঝা যাবে বস্তুটির বেগ X -অক্ষের ঋণাত্মক দিকে।

৩.৭। বেগ-সময় লেখচিত্র Velocity-Time Graph

বেগ ও সময়

কোনো বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয়, অর্থাৎ বেগ যদি সময়ের অপেক্ষক হয় তাহলে সেই বেগকে বলা হয় অসমবেগ।

আমরা সচরাচর যে সব গতিশীল বস্তু দেখি তাদের বেগ অসমবেগ।

একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে সময়ের অপেক্ষক হিসেবে বেগ v এর জন্য একটি সমীকরণ নির্ণয় করা যাক। যেহেতু $v = \frac{dx}{dt}$, তাই (3.10) সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে আমরা বেগ v পাই,

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [18 \text{ m} + (12 \text{ m s}^{-1}) t - (1.2 \text{ m s}^{-2}) t^2]$$

$$= 0 + 12 \text{ m s}^{-1} - 2 \times (1.2 \text{ m s}^{-2}) t$$

$$\therefore v = 12 \text{ m s}^{-1} - (2.4 \text{ m s}^{-2}) t \quad \dots \quad (3.11)$$

সময় ও বেগ সারণি

(3.11) সমীকরণে $t = 0 \text{ s}$ থেকে শুরু করে প্রতি 1 s অন্তর অন্তর t এর মান বসিয়ে $t = 8 \text{ s}$ পর্যন্ত বস্তুর বেগ হিসাব করে ৩.২ সারণিতে স্থাপন করা হলো।

সারণি ৩.২ : সময় ও বেগ

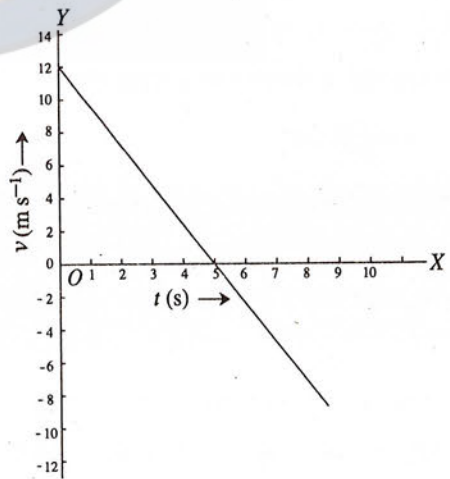
সময়, t s	বেগ, v m s^{-1}
0	12
1	9.6
2	7.2
3	4.8
4	2.4
5	0
6	-2.4
7	-4.8
8	-7.2

বেগ-সময় লেখচিত্র

একটি ছক কাগজের X -অক্ষের দিকে সময় t এবং Y -অক্ষের দিকে বেগ v নিয়ে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়।

এ লেখচিত্র থেকে যেকোনো সময় t তে বস্তুর বেগ v নির্ণয় করা যায়।

(৩.২) সারণির উপাত্তের জন্য v বনাম t লেখচিত্রটি ৩.৬ চিত্রে দেখানো হলো। চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে সময়ের সাথে সাথে বেগ v কমে যাচ্ছে। চিত্র থেকে আরো দেখা যায় এক সময় v শূন্য অতিক্রম করেছে। এর থেকে বোঝা যায় এ সময় বস্তুটি তার বিপরীত যাত্রা শুরুর পূর্বে মুহূর্তের জন্য স্থির ছিল।

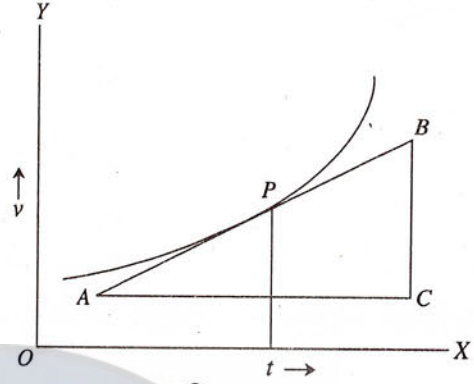


চিত্র : ৩.৬

বেগ-সময় লেখচিত্র থেকে ত্বরণ নির্ণয়

v বনাম t লেখচিত্র থেকে বস্তুর যেকোনো মুহূর্তের ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। কোনো বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢালকেই ঐ বিন্দুতে বক্ররেখার ঢাল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। v বনাম t লেখচিত্রে t এর সাপেক্ষে v এর অন্তরক $\frac{dv}{dt}$ দ্বারা এই ঢাল প্রকাশ করা হয়। যেহেতু $a = \frac{dv}{dt}$, তাই কোনো বিশেষ মুহূর্তে v বনাম t লেখচিত্রের ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের ত্বরণ a পাওয়া যায়। ৩.৭ চিত্রে আরেকটি v বনাম t লেখচিত্র দেখানো হলো। এটি কিন্তু ইতোপূর্বে আলোচিত বস্তুর সাথে সম্পর্কিত নয়। ৩.৭ চিত্রে t সময়ে লেখচিত্রের P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক APB এর ঢাল দ্বারা ঐ মুহূর্তের ত্বরণ a পাওয়া যায়,

$$a = \frac{BC}{AC}$$



চিত্র : ৩.৭

৩.৮। গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের ব্যবহার : গতির সমীকরণ প্রতিপাদন

Uses of Differentiation and Integration in describing Motion : Deduction of Equations of Motion

দ্বিতীয় অধ্যায়ে অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণ নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে। এ অধ্যায়ে আমরা অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের ধারণা রৈখিক গতি বর্ণনায় ব্যবহার করবো।

গতির সমীকরণ

Equations of Motion

সমত্বরণ গতি একটি সরল গতি। ধরা যাক, কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট দিকে সমত্বরণে গতিশীল। বস্তুটি যে সরলরৈখিক পথে গতিশীল সে দিকে X -অক্ষ বিবেচনা করা যাক। কণাটি সমত্বরণে চলে বলে তার ত্বরণ $a = \text{ধ্রুবক}$ ।

গতিশীল কোনো বস্তুর গতির ক্ষেত্রে গতির আদি শর্তাদি অর্থাৎ আদি অবস্থান x_0 ও আদি বেগ v_0 ছাড়াও গতির চারটি চলক আছে। এগুলো হলো অবস্থান x , বেগ v , ত্বরণ a এবং গতিকাল বা সময় t । এগুলো পরস্পর সম্পর্কিত। এ চারটি চলকের যে কোনো দুটি জানা থাকলে বাকি দুটি নির্ণয় করা যায়। এ জন্য চারটি সমীকরণ আছে, প্রত্যেকটি সমীকরণে আদি শর্তাদি ব্যতীত তিনটি চলক থাকে, যার দুটি জানা থাকলে তৃতীয়টি বের করা যায়। এ সমীকরণগুলোই গতির সমীকরণ নামে পরিচিত। নিম্নে এ সমীকরণগুলো প্রতিপাদন করা হলো।

(ক) প্রথম সমীকরণ : শেষ বেগ, ত্বরণ ও গতিকালের সম্পর্ক

$$v = v_0 + at$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X -অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি বেগ v_0 । অন্য যেকোনো সময় t তে এর বেগ v ।

যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে,

$$\therefore a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{বা, } dv = a dt$$

যখন $t = 0$ তখন $v = v_0$ এবং যখন $t = t$ তখন $v = v$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\begin{aligned} \int_{v_0}^v dv &= a \int_0^t dt \quad [\because a = \text{ধ্রুবক}] \\ \text{বা, } [v]_{v_0}^v &= a [t]_0^t \\ \text{বা, } v - v_0 &= a(t - 0) \\ \text{বা, } v &= v_0 + at \end{aligned} \quad \dots \quad (3.12)$$

(খ) দ্বিতীয় সমীকরণ : অবস্থান বা সরণ, শেষবেগ ও গতিকালের সম্পর্ক

$$x = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \quad \text{বা, } s = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X -অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি অবস্থান x_0 এবং আদি বেগ v_0 । অন্য যেকোনো সময় $t = t$ তে এর অবস্থান x এবং এর বেগ v ।

গড় বেগের সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি, ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানের বেগ ও সময় ব্যবধানের গুণফলের সমষ্টি নিয়ে তাকে মোট সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ করে ঐ সময় ব্যবধানের গড় বেগ পাওয়া যায়। সুতরাং বস্তুটির t সময় ব্যবধানের গড় বেগ \bar{v} হলে,

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{t} \int_0^t v dt \\ &= \frac{1}{t} \int_0^t \frac{dx}{dt} dt \quad [\because v = \frac{dx}{dt}] \\ &= \frac{1}{t} \int_{x_0}^x dx \quad [\because \text{যখন } t = 0, \text{ তখন } x = x_0 \text{ এবং যখন } t = t, \text{ তখন } x = x] \\ &= \frac{1}{t} [x]_{x_0}^x \\ \therefore \bar{v} &= \frac{1}{t} [x - x_0] \end{aligned}$$

$$\text{বা, } x - x_0 = \bar{v} t$$

সমত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ v সময়ের সাথে সুসমভাবে পরিবর্তিত হয় বলে যেকোনো সময় ব্যবধানে বেগের গড় মান ঐ সময় ব্যবধানের শুরু ও শেষ বেগের মানদ্বয়ের সমষ্টির অর্ধেক হয়,

$$\text{অর্থাৎ } \bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

\bar{v} এর এ মান উপরের সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$\begin{aligned} x - x_0 &= \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \\ \text{বা, } x &= x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \end{aligned} \quad \dots \quad (3.13)$$

আবার, $x - x_0$ হচ্ছে বস্তুর সরণ Δx । এ সরণকে s দিয়ে প্রকাশ করলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$s = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \quad \dots \quad (3.14)$$

(গ) তৃতীয় সমীকরণ : অবস্থান বা সরণ, ত্বরণ ও গতিকালের সম্পর্ক

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ বা, } s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি অবস্থান x_0 এবং আদি বেগ v_0 । অন্য যেকোনো সময় $t = t$ তে এর অবস্থান x এবং এর বেগ v । যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে,

$$\therefore a = \frac{dv}{dt} \text{ বা, } dv = a dt$$

যখন $t = 0$ তখন $v = v_0$ এবং যখন $t = t$ তখন $v = v$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt \quad [\because a = \text{ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } [v]_{v_0}^v = a [t]_0^t$$

$$\text{বা, } v - v_0 = a (t - 0)$$

$$\text{বা, } v = v_0 + at$$

যেহেতু যেকোনো মুহূর্তে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের অন্তরককে বেগ বলে।

তাই উপরিউক্ত সমীকরণে $v = \frac{dx}{dt}$ বসিয়ে আমরা পাই,

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

$$\text{বা, } dx = v_0 dt + at dt$$

যখন $t = 0$, তখন $x = x_0$ এবং যখন $t = t$ তখন $x = x$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v_0 dt + \int_0^t at dt$$

$$\text{বা, } [x]_{x_0}^x = v_0 [t]_0^t$$

$$+ a \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^t \quad [\because v_0 \text{ এবং } a \text{ ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } x - x_0 = v_0 (t - 0) + \frac{1}{2} a (t^2 - 0)$$

$$\text{বা, } x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \dots \quad (3.15)$$

কিন্তু $x - x_0$ হচ্ছে বস্তুর সরণ Δx । এ সরণকে s দিয়ে প্রকাশ করলে উক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \dots \quad (3.16)$$

(ঘ) চতুর্থ সমীকরণ : অবস্থান বা সরণ, ত্বরণ ও শেষ বেগের সম্পর্ক

$$v^2 = v_0^2 + 2a (x - x_0) \text{ বা, } v^2 = v_0^2 + 2as$$

ধরা যাক, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল। আরো ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন এর আদি অবস্থান x_0 এবং আদি বেগ v_0 । অন্য যেকোনো সময় $t = t$ তে এর অবস্থান x এবং এর বেগ v । যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে বেগের অন্তরককে ত্বরণ বলে,

$$\therefore a = \frac{dv}{dt} \quad \text{বা, } a = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

আবার যেহেতু, যেকোনো মুহূর্তে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের অন্তরককে বেগ বলে

$$\text{অর্থাৎ } v = \frac{dx}{dt}$$

সুতরাং উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$a = v \frac{dv}{dx}$$

$$\text{বা, } v dv = a dx$$

যখন $x = x_0$ তখন $v = v_0$ এবং যখন $x = x$ তখন $v = v$ এ সীমার মধ্যে উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করে আমরা পাই,

$$\int_{v_0}^v v dv = a \int_{x_0}^x dx \quad [\because a = \text{ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } \left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_0}^v = a [x]_{x_0}^x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = a (x - x_0)$$

$$\text{বা, } v^2 - v_0^2 = 2a (x - x_0)$$

$$\text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2a (x - x_0) \quad \dots \quad (3.17)$$

কিন্তু $x - x_0$ হচ্ছে বস্তুর সরণ Δx । এ সরণকে s দিয়ে প্রকাশ করলে এ সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad \dots \quad (3.18)$$

(ঙ) বিশেষ সমীকরণ : নির্দিষ্ট সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

কোনো বস্তু v_0 আদি বেগ এবং a সমত্বরণে গতিশীল হলে t -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_{t \text{ th}} = v_0 t + \frac{2t-1}{2} a \quad \dots \quad (3.18a)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

লেখচিত্র থেকে গতির সমীকরণ প্রতিপাদন

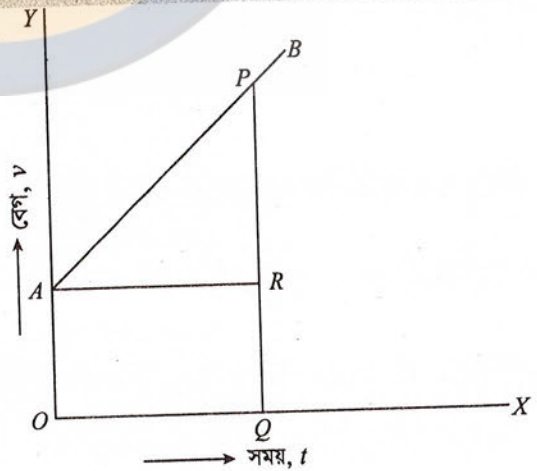
$$(ক) s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

আমরা জানি সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে এর বেগ v এর সমীকরণ হলো

$v = v_0 + at$ । এখন X -অক্ষের দিকে সময় t এবং Y -অক্ষের দিকে বেগ v নিয়ে v বনাম t লেখচিত্র অঙ্কন করা হলো। (চিত্র : ৩.৮)।

এটি Y -অক্ষকে ছেদকারী একটি সরলরেখা হয় যা $y = mx + c$ সমীকরণ মেনে চলে। আমরা জানি, v বনাম t লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দু থেকে X -অক্ষের উপর লম্ব টানলে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে v এবং t এর গুণফল তথা অতিক্রান্ত দূরত্ব s ।

AB রেখার উপর যেকোনো বিন্দু P নেয়া হয়। P থেকে X -অক্ষের উপর PQ লম্ব টানা হয়। তাহলে $OQ = t$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব s হবে $AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



চিত্র : ৩.৮

ধরা যাক, কণাটির সমত্বরণ a এবং আদিবেগ, $v_0 = OA$
অতিক্রান্ত সময়, $t = OQ$

এবং t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

$$= AOQR \text{ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} + ARP \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।}$$

$$= AO \times OQ + \frac{1}{2} \times AR \times PR$$

$$\text{বা, } s = AO \times OQ + \frac{1}{2} OQ \times PR \quad [\because AR = OQ]$$

কিন্তু AB রেখার ঢাল হচ্ছে কণাটির ত্বরণ a ,

$$\therefore a = \frac{PR}{AR}$$

$$\therefore PR = a \times AR$$

$$= a \times OQ$$

$$\therefore s = AO \times OQ + \frac{1}{2} a \times OQ^2$$

$$\text{বা, } s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$(\text{খ}) v^2 = v_0^2 + 2as$$

আমরা জানি, সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ v -এর সমীকরণ হলো $v = v_0 + at$ । এখন X -অক্ষের দিকে সময় t এবং Y -অক্ষের দিকে বেগ v নিয়ে v বনাম t লেখচিত্র অঙ্কন করা হয় (চিত্র: ৩.৮)। এটি Y -অক্ষকে ছেদকারী একটি সরলরেখা হয় যা $y = mx + c$ সমীকরণ মেনে চলে। আমরা জানি, v বনাম t লেখচিত্রের যে কোনো বিন্দু থেকে X -অক্ষের উপর লম্ব টানলে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল v এবং t এর গুণফল তথা অতিক্রান্ত দূরত্ব s নির্দেশ করে।

AB রেখার উপর যেকোনো বিন্দু P নেয়া হয়। P থেকে X -অক্ষের উপর PQ লম্ব টানা হয়। তাহলে $OQ = t$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব s হবে $AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

ধরা যাক, কণাটির সমত্বরণ a

এবং আদিবেগ, $v_0 = OA$

অতিক্রান্ত সময়, $t = OQ$

$$\therefore 2s = OQ (2OA + RP)$$

$$= OQ (OA + OA + RP)$$

এবং t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = AOQP$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

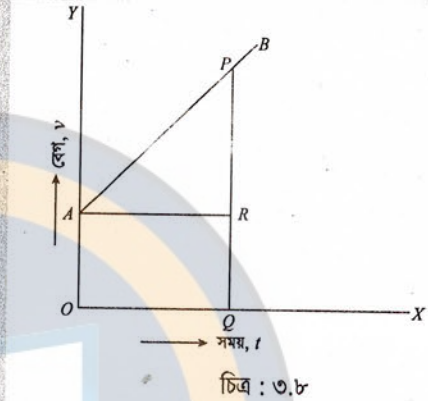
$$= AOQR \text{ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} + ARP \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।}$$

$$\therefore s = OQ \times OA + \frac{1}{2} \times AR \times RP$$

$$= OQ \times OA + \frac{OQ \times RP}{2}$$

$$= OQ \left(OA + \frac{RP}{2} \right)$$

$$= OQ \left(\frac{2OA + RP}{2} \right)$$



চিত্র: ৩.৮

$$= AR (OA + QR + RP)$$

$$= AR (OA + QP)$$

কিন্তু AB রেখার ঢাল হচ্ছে কণাটির ত্বরণ a .

$$\therefore a = \frac{RP}{AR} \quad \therefore AR = \frac{RP}{a}$$

$$\therefore 2s = \frac{RP}{a} (v_o + v) \quad [\because OA = v_o \text{ এবং } QP = v]$$

$$= \frac{(QP - QR)}{a} (v_o + v)$$

$$= \frac{(v - v_o) (v_o + v)}{a}$$

$$\text{বা, } 2s = \frac{v^2 - v_o^2}{a}$$

$$\therefore v^2 - v_o^2 = 2as$$

$$\text{বা } v^2 = v_o^2 + 2as$$

৩.৯। পড়ন্ত বস্তু

Falling Bodies

কোনো বস্তুকে উপর থেকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষের প্রভাবে ভূমিতে পৌঁছায়। একই উচ্চতা থেকে একই সময় একটি ভারী ও একটি হালকা বস্তু ছেড়ে দিলে এগুলো একই সময়ে ভূ-পৃষ্ঠে পৌঁছাবে কি? সপ্তদশ শতাব্দীর পূর্ব পর্যন্ত সকলের ধারণা ছিল ভারী বস্তু হালকা বস্তুর চেয়ে আগেই মাটিতে পৌঁছাবে। কথিত আছে সপ্তদশ শতাব্দীর প্রথম দিকে বিজ্ঞানী গ্যালিলিও পিসার হেলানো মিনারের ছাদ থেকে বিভিন্ন ওজনের বস্তুকে একই সময়ে পড়তে দিয়ে দেখান যে এগুলো প্রায় একই সময় ভূ-পৃষ্ঠে পৌঁছায়।

নিজে কর : এক হাতে একটি কলম এবং অপর হাতে এক টুকরা কাগজ নাও। হাত দুটি উঁচু করে একই উচ্চতা থেকে একই সময়ে কলম ও কাগজ ছেড়ে দাও।

কী দেখলে? কলম ও কাগজ দুটিই ঘরের মেঝেতে পৌঁছেছে-কিন্তু এক সাথে নয়। কলমটি কাগজের আগেই মাটিতে পৌঁছায়। বাতাসের বাধার জন্যই এরূপ হয়। বাতাসের মধ্যে বস্তুদ্বয় থাকার জন্য এদের ওজনের বিপরীত দিকে বাতাসের প্রবর্তা কাজ করে। কলমের চেয়ে কাগজের উপর প্রবর্তা বা উর্ধ্বমুখী বল বেশি হওয়ায় কাগজ দেরীতে মাটিতে পৌঁছায়। বাতাসের বাধা না থাকলে এগুলো অবশ্যই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাতো। যেহেতু বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, তাই কাগজ ও কলমের উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও তিনটি সূত্র বের করেন। এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র বলে। এ সূত্রগুলো একমাত্র স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

পড়ন্ত বস্তুর সূত্রাবলি

পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অর্থাৎ বস্তু পড়ার সময় স্থির অবস্থান থেকে পড়বে—এর কোনো আদি বেগ থাকবে না। বস্তু বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়বে অর্থাৎ এর উপর অভিকর্ষজ বল ছাড়া অন্য কোনো বল ক্রিয়া করবে না। যেমন- বাতাসের বাধা এর উপর কাজ করবে না। সূত্রগুলো এরূপ :

প্রথম সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে।

এ সূত্রানুসারে স্থির অবস্থান থেকে কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে তা যদি বিনা বাধায় মাটিতে পড়ে তাহলে মাটিতে পড়তে যে সময় লাগে তা বস্তুর ভর, আকৃতি বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভরের, আকারের ও আয়তনের বস্তুকে যদি একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হয় এবং এগুলো যদি বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়তে থাকে তাহলে সবগুলোই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাবে।

দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ অর্জিত বেগ \propto পতনকাল। বা, $v \propto t$

কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে প্রথম সেকেন্ড পরে যদি এটি v বেগ অর্জন করে তবে দ্বিতীয় সেকেন্ড পরে এটি $2v$ বেগ অর্জন করবে। সুতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে $v_1, v_2, v_3 \dots$ ইত্যাদি হয় তবে এ সূত্রানুসারে:

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব \propto (পতনকাল) 2 । বা, $h \propto t^2$

কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে এক সেকেন্ডে যদি এটি h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দুই সেকেন্ডে এটি $h \times 2^2$ বা $4h$ দূরত্ব, তিন সেকেন্ডে এটি $h \times 3^2$ বা $9h$ দূরত্ব অতিক্রম করবে।

সুতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ডে যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে $h_1, h_2, h_3 \dots$ ইত্যাদি হয় তবে

$$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতির সমীকরণ

পড়ন্ত বস্তুর সাথে আমরা সবাই পরিচিত। উদাহরণস্বরূপ, টেবিল থেকে হঠাৎ কোনো কলম নিচে পড়ে গেল। এ কলমের গতি বর্ণনায় আমরা বাতাসের বাধা উপেক্ষা করি। যদি বস্তুর উপর বাতাসের বাধা নগণ্য হয় তাহলে বস্তুর যে ত্বরণ হয়, তা পুরোপুরি পৃথিবীর আকর্ষণের অর্থাৎ অভিকর্ষের ফলেই হয়ে থাকে। এক্ষেত্রে আমরা বস্তুটিকে বলি মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু। অভিকর্ষের ফলে বস্তুর যে ত্বরণ হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে। পদার্থবিজ্ঞানে এ অভিকর্ষজ ত্বরণ এত গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে থাকে যে, এর মানের জন্য আলাদা প্রতীক g ব্যবহার করা হয়। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর জন্য নির্দিষ্ট স্থানে ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি অঞ্চলে এ ত্বরণের মান মোটামুটি ধ্রুব থাকে। যদিও ভূপৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে এর মানের সামান্য পরিবর্তন হয়, তবুও আমাদের হিসাব নিকাশের সময় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ মান যথেষ্ট সঠিক। g সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা মহাকর্ষ অধ্যায়ে করা হয়েছে।

কোনো বস্তু উপর থেকে নিচে পড়ুক বা কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হোক, বস্তুর উপর কেবল অভিকর্ষের ফলে ত্বরণ নিচের দিকে ক্রিয়া করলেই আমরা তাকে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু বলি। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি হচ্ছে একমাত্রিক সুসম গতির একটি প্রকৃষ্ট উদাহরণ। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি বর্ণনায় উল্লম্ব বরাবর Y -অক্ষ ধরা হয়।

সাধারণত খাড়া উপরের দিকে Y -অক্ষ ধনাত্মক ধরা হয়। সুতরাং ঊর্ধ্বমুখী সরণ, ঊর্ধ্বমুখী বেগ এবং ঊর্ধ্বমুখী ত্বরণ ধনাত্মক এবং নিম্নমুখী সরণ, নিম্নমুখী বেগ এবং নিম্নমুখী ত্বরণ ঋণাত্মক ধরা হয়।

তাহলে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর ত্বরণ হয়,

$$a = -g$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে, কারণ এক্ষেত্রে ত্বরণের অভিমুখ নিচের দিকে এবং g একটি ধনাত্মক সংখ্যা।

পদার্থ-১ম (স্নান) -১০(ক)

যেহেতু মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি একটি সুসম গতি, তাই আমরা এর গতি বর্ণনায় (3.12), (3.14), (3.16) এবং (3.18) সমীকরণগুলো ব্যবহার করতে পারি। এ ক্ষেত্রে আমরা ত্বরণ $a = -g$ এবং সরণ $s =$ উচ্চতা h বসাই। তাহলে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গতির সমীকরণগুলোর রূপ হয়।

$$v = v_o - gt \quad \dots \quad (3.19)$$

$$h = \left(\frac{v_o + v}{2} \right) t \quad \dots \quad (3.20)$$

$$h = v_o t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \dots \quad (3.21)$$

$$v^2 = v_o^2 - 2gh \quad \dots \quad (3.22)$$

Y - অক্ষ বরাবর গতি বোঝার সুবিধার্থে যদি আমরা রাশিগুলোর সংকেতে y পাদাঙ্ক ব্যবহার করি, অর্থাৎ অবস্থান বা সরণ h এর পরিবর্তে y , আদি বেগ v_o এর পরিবর্তে v_{y_o} , শেষ বেগ v এর পরিবর্তে v_y লিখি, তাহলে উপরিউক্ত সমীকরণগুলোর রূপ হবে,

$$v_y = v_{y_o} - gt \quad \dots \quad (3.19 \text{ a})$$

$$y = \left(\frac{v_{y_o} + v_y}{2} \right) t \quad \dots \quad (3.20a)$$

$$y = v_{y_o} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \dots \quad (3.21a)$$

$$v_y^2 = v_{y_o}^2 - 2gy \quad \dots \quad (3.22a)$$

কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে অভিকর্ষের প্রভাবে এক সময় সেটি নিচে নামতে শুরু করে। উপরে ওঠার সময় এর বেগ হ্রাস পেতে থাকে, এক সময় বেগ শূন্য হয়, তারপর নিচে নামার সময় আবার বেগ বাড়তে থাকে। সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগ তথা শেষ বেগ $v = 0$ হয়। উপরিউক্ত সমীকরণগুলোতে $v = 0$ বসিয়ে আমরা সর্বাধিক উচ্চতা, সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছাতে অতিবাহিত সময়, বস্তুর উড্ডয়নকাল ইত্যাদি নির্ণয় করতে পারি।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড :

(3.22) সমীকরণে $v = 0$ বসালে যে h পাওয়া যাবে, সেটি হবে সর্বাধিক উচ্চতা h_{max} । (3.19) সমীকরণে $v = 0$ বসালে যে t পাওয়া যাবে, সেটি হবে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় t_{max} । (3.21) সমীকরণে $h = 0$ বসালে যে t পাওয়া যাবে, সেটি হবে বস্তুর উড্ডয়নকাল T ।

সর্বাধিক উচ্চতা, h_{max}

সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগ (শেষ বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ) v শূন্য। সুতরাং (3.22) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$0 = v_o^2 - 2gh_{max}$$

$$\text{বা, } h_{max} = \frac{v_o^2}{2g}$$

...

$$(3.23)$$

যেহেতু $2g$ একটি ধ্রুব সংখ্যা, এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $h_{max} \propto v_o^2$ অর্থাৎ সর্বাধিক উচ্চতা বস্তুর আদি বেগের বর্গের সমানুপাতিক।

সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছাতে অতিবাহিত সময়, t_{max}

সর্বাধিক উচ্চতার বিন্দুতে বেগ (শেষ বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ) v শূন্য। সুতরাং (3.19) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$0 = v_0 - gt_{max}$$

$$\text{বা, } t_{max} = \frac{v_0}{g} \quad \dots \quad \dots \quad (3.24)$$

যেহেতু g একটি ধ্রুব সংখ্যা, এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $t_{max} \propto v_0$ অর্থাৎ সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় আদি বেগের সমানুপাতিক।

উড্ডয়নকাল বা উত্থান ও পতনে অতিবাহিত মোট সময়, T

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে ওঠে আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে কোনো বস্তুর সময় লাগে T । বস্তু উপরে ওঠে আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে উচ্চতা $h=0$ হয়।

সুতরাং (3.21) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$0 = v_0 T - \frac{1}{2} g T^2$$

$$\therefore T=0 \text{ বা, } T = \frac{2v_0}{g} \quad \dots \quad \dots \quad (3.25)$$

যেহেতু $T=0$ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যে মুহূর্তে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হচ্ছে তাই নির্দেশ করে, সুতরাং $T = \frac{2v_0}{g}$ বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে উঠে আবার ফিরে আসার সময় অর্থাৎ উড্ডয়নকাল নির্দেশ করে। যেহেতু $\frac{2}{g}$ একটি ধ্রুব সংখ্যা, এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $T \propto v_0$ অর্থাৎ উড্ডয়নকাল আদি বেগের সমানুপাতিক।

সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে পৌঁছাতে অতিবাহিত সময়, t'

ধরা যাক, সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে একটি বস্তুর সময় লাগে t' । কোনো বস্তুর যদি সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে t_{max} সময় লাগে এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠে আবার ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসতে সময় লাগে T , তাহলে সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে পড়ার সময় t' হবে,

$$t' = T - t_{max} = \frac{2v_0}{g} - \frac{v_0}{g} = \frac{v_0}{g} \quad \dots \quad \dots \quad (3.25a)$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠতে যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূ-পৃষ্ঠে পড়তে সেই একই সময় লাগে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

গতির সমীকরণের ভেক্টর রূপ

সমতলে গতির ক্ষেত্রে তথা দ্বিমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে গতির সমীকরণসমূহ ভেক্টররূপে প্রকাশ করা হয়ে থাকে। এ সমীকরণগুলোও সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হবে অর্থাৎ এক্ষেত্রে ত্বরণ $a = \text{ধ্রুবক}$ ।

ধরা যাক, যেকোনো সময় t তে কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টর, বেগ এবং ত্বরণ ও তাদের উপাংশগুলো হলো

$$\text{অবস্থান ভেক্টর, } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\text{বেগ, } \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

$$\text{ত্বরণ, } \vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

ত্বরণ \vec{a} ধ্রুব থাকায় এর উপাংশগুলোও অর্থাৎ a_x ও a_y ধ্রুব থাকে। ধরা যাক, সময় গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t_i = 0$ তখন বস্তুটির অবস্থান ভেক্টর অর্থাৎ আদি অবস্থান ভেক্টর \vec{r}_0 এবং বেগ অর্থাৎ আদি বেগ \vec{v}_0 । এগুলোকে উপাংশের সাহায্যে প্রকাশ করলে

$$\text{আদি অবস্থান ভেক্টর, } \vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j}$$

$$\text{আদি বেগ, } \vec{v}_0 = v_{x_0}\hat{i} + v_{y_0}\hat{j}$$

(ক) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি

$$v_x = v_{x_0} + a_x t$$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$$v_x \hat{i} = v_{x_0} \hat{i} + a_x t \hat{i}$$

অনুরূপভাবে Y-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ,

$$v_y \hat{j} = v_{y_0} \hat{j} + a_y t \hat{j}$$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$$v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = v_{x_0} \hat{i} + a_x t \hat{i} + v_{y_0} \hat{j} + a_y t \hat{j}$$

$$\text{বা, } \vec{v} = (v_{x_0} \hat{i} + v_{y_0} \hat{j}) + (a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) t$$

$$\text{বা, } \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

(খ) $\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})t$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি।

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_{x_0} + v_x)t$$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$$x \hat{i} = x_0 \hat{i} + \frac{1}{2}(v_{x_0} + v_x) t \hat{i}$$

অনুরূপভাবে Y-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ হলো

$$y \hat{j} = y_0 \hat{j} + \frac{1}{2}(v_{y_0} + v_y) t \hat{j}$$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$$x \hat{i} + y \hat{j} = x_0 \hat{i} + \frac{1}{2}(v_{x_0} + v_x) t \hat{i} + y_0 \hat{j} + \frac{1}{2}(v_{y_0} + v_y) t \hat{j}$$

$$\text{বা, } \vec{r} = (x_0 \hat{i} + y_0 \hat{j}) + \frac{1}{2}[(v_{x_0} \hat{i} + v_{y_0} \hat{j}) + (v_x \hat{i} + v_y \hat{j})]t$$

$$\text{বা, } \vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})t$$

(গ) $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি।

$$x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$$x \hat{i} = x_0 \hat{i} + v_{x_0} t \hat{i} + \frac{1}{2} a_x t^2 \hat{i}$$

অনুরূপভাবে Y-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ হলো

$$y \hat{j} = y_0 \hat{j} + v_{y_0} t \hat{j} + \frac{1}{2} a_y t^2 \hat{j}$$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$$x \hat{i} + y \hat{j} = x_0 \hat{i} + v_{x_0} t \hat{i} + \frac{1}{2} a_x t^2 \hat{i} + y_0 \hat{j} + v_{y_0} t \hat{j} + \frac{1}{2} a_y t^2 \hat{j}$$

$$\text{বা, } \vec{r} = (x_0 \hat{i} + y_0 \hat{j}) + (v_{x_0} \hat{i} + v_{y_0} \hat{j}) t + \frac{1}{2} (a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) t^2$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$(\text{ঘ}) \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v} + 2 \vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

প্রতিপাদন : একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে আমরা X-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ পেয়েছি।

$$v_x^2 = v_{x_0}^2 + 2a_x (x - x_0)$$

এ সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে দাঁড়ায়,

$$v_x \hat{i} \cdot v_x \hat{i} = v_{x_0} \hat{i} \cdot v_{x_0} \hat{i} + 2a_x \hat{i} \cdot (x - x_0) \hat{i}$$

অনুরূপভাবে Y-অক্ষ বরাবর গতির সমীকরণ হলো

$$v_y \hat{j} \cdot v_y \hat{j} = v_{y_0} \hat{j} \cdot v_{y_0} \hat{j} + 2a_y \hat{j} \cdot (y - y_0) \hat{j}$$

এ সমীকরণ দুটি যোগ করে আমরা পাই,

$$v_x \hat{i} \cdot v_x \hat{i} + v_y \hat{j} \cdot v_y \hat{j} = v_{x_0} \hat{i} \cdot v_{x_0} \hat{i} + 2a_x \hat{i} \cdot (x - x_0) \hat{i} + v_{y_0} \hat{j} \cdot v_{y_0} \hat{j} + 2a_y \hat{j} \cdot (y - y_0) \hat{j}$$

$$\text{বা, } (v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) \cdot (v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) = (v_{x_0} \hat{i} + v_{y_0} \hat{j}) \cdot (v_{x_0} \hat{i} + v_{y_0} \hat{j}) + 2(a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) \cdot \{(x - x_0) \hat{i} + (y - y_0) \hat{j}\}$$

$$\text{বা, } \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 + 2 \vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{বা, } v^2 = v_0^2 + 2 \vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

৩.১০। প্রক্ষেপক বা প্রাসের গতি

Motion of a Projectile

কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে কোনো স্থানে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রক্ষেপক বা প্রাস বলে।

সমত্বরণে বক্রগতির একটি চমৎকার উদাহরণ হলো নিষ্ফিণ্ড বস্তুর গতি তথা প্রক্ষেপক বা প্রাসের গতি। এ গতি হলো বাতাসে তির্যকভাবে নিষ্ফিণ্ড বস্তুর দ্বিমাত্রিক গতি। তির্যকভাবে নিষ্ফিণ্ড ডিল, বুলেটের গতি ইত্যাদি প্রাস গতির উদাহরণ। এ সকল ক্ষেত্রে আমরা বাতাসের বাধা উপেক্ষা করি।

অবস্থান ও বেগ

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হয় সেটি প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দু। প্রসঙ্গ কাঠামোর ধনাত্মক X-অক্ষ ধরা হয় বস্তুটি যে দিক দিয়ে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে সেদিকে এবং ধনাত্মক Y- অক্ষ উল্লম্ব বরাবর খাড়া উপরের দিকে।

সুতরাং বস্তুটির আদি অবস্থানে $x_0 = 0$ এবং $y_0 = 0$ ।

বস্তুটিকে নিক্ষেপ করা হলে এর উপর কেবল অভিকর্ষজ

ত্বরণ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং এ ক্ষেত্রে

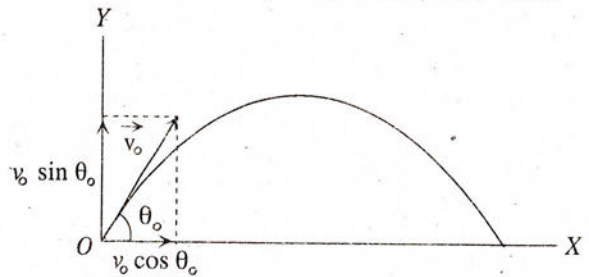
বস্তুটির ত্বরণ হয় Y-অক্ষ বরাবর এবং $= -g$, যেখানে

$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । ধরা যাক, $t = 0$ সময়ে প্রাসটিকে O

বিন্দু থেকে v_0 বেগে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে

নিষ্ফেপ করা হলো। (চিত্র : ৩.৯)। সুতরাং X ও Y-অক্ষ

বরাবর আদি বেগের উপাংশগুলো হলো যথাক্রমে,



চিত্র : ৩.৯

$$\left. \begin{aligned} v_{x_0} &= v_0 \cos \theta_0 \\ v_{y_0} &= v_0 \sin \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (3.26)$$

ধরা যাক, বস্তুটি t সেকেন্ডে P অবস্থানে পৌঁছাল (চিত্র : ৩.১০) যেখানে তার বেগ \vec{v} এবং এটি অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। \vec{v} বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

$$v_x = v_{x_0} = v_0 \cos \theta_0 \quad \dots \quad (3.27a)$$

[যেহেতু X -অক্ষ বরাবর ত্বরণ শূন্য]

$$\text{এবং } v_y = v_{y_0} - gt$$

$$= v_0 \sin \theta_0 - gt \quad \dots \quad (3.27b)$$

সুতরাং t সময়ে বা P অবস্থানে প্রাসের বেগ \vec{v} এর

$$\text{মান হলো } |\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \dots \quad (3.28a)$$

এবং বেগ \vec{v} যেহেতু X -অক্ষ তথা অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে, সুতরাং

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \quad \dots \quad (3.28b)$$

আবার, অবস্থান ভেক্টর \vec{r} এর অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ

$$OQ = x = v_{x_0} t = (v_0 \cos \theta_0) t \quad [\text{যেহেতু } X\text{-অক্ষ বরাবর ত্বরণ শূন্য}] \quad (3.29a)$$

$$\text{এবং } QP = y = v_{y_0} t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \dots \quad (3.29b)$$

সুতরাং যে কোনো মুহূর্ত t তে অবস্থান ভেক্টর \vec{r} এর মান হলো,

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \dots \quad (3.30a)$$

এবং অবস্থান ভেক্টর \vec{r} যদি অনুভূমিক তথা X -অক্ষের সাথে θ' কোণ উৎপন্ন করে, তাহলে

$$\tan \theta' = \frac{y}{x} \quad \dots \quad (3.30b)$$

গতিপথ বা চলরেখ (Trajectory)

ধরা যাক, একটি বস্তু v_0 আদিবেগে এবং অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে নিক্ষেপ করা হলো। আদি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে,

$$v_{x_0} = v_0 \cos \theta_0$$

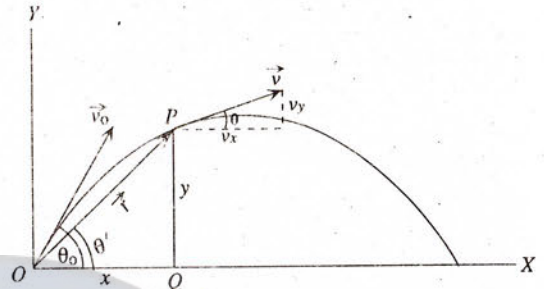
$$v_{y_0} = v_0 \sin \theta_0$$

ধরা যাক, নিক্ষেপের t সময় পরে প্রাসটির অবস্থান P বিন্দুতে (চিত্র : ৩.১১)।

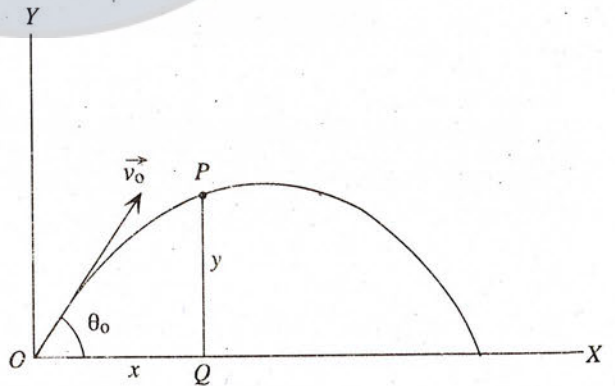
ধরা যাক, $OQ = x$ এবং $QP = y$

তাহলে, $OQ = t$ সময়ে অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব।

$$\therefore x = (v_0 \cos \theta_0) t \quad \dots \quad (3.31)$$



চিত্র : ৩.১০



চিত্র : ৩.১১

আবার, $QP = t$ সময়ে অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব।

$$\therefore y = (v_o \sin \theta_o) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \dots \quad (3.32)$$

কোনো বস্তুর গতিপথ বা সঞ্চারপথ বা চলরেখ-এর সমীকরণ হচ্ছে যে কোনো মুহূর্তে তার স্থানাঙ্কগুলোর সম্পর্ক নির্দেশক সমীকরণ। (3.31) ও (3.32) সমীকরণ থেকে t এর অপেক্ষক হিসেবে স্থানাঙ্ক x ও y পাওয়া যায়। এখন এ সমীকরণ দুটি থেকে t অপসারণ করলে x ও y এর সম্পর্ক পাওয়া যাবে। (3.31) সমীকরণ থেকে আমরা t -এর জন্য রাশিমালা পাই,

$$t = \frac{x}{v_o \cos \theta_o}$$

t -এর এ মান (3.32) সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$y = (v_o \sin \theta_o) \left(\frac{x}{v_o \cos \theta_o} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_o \cos \theta_o} \right)^2$$

$$\text{বা, } y = (\tan \theta_o) x - \frac{g}{2 (v_o \cos \theta_o)^2} x^2 \quad \dots \quad (3.33)$$

এ সমীকরণ যেকোনো মুহূর্তে x ও y অর্থাৎ অবস্থান ভেক্টরের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে। এ সমীকরণই হচ্ছে প্রাসের গতি পথ বা চল রেখের সমীকরণ। এ সমীকরণে v_o , θ_o এবং g ধ্রুবক বলে $\tan \theta_o$ এবং $\frac{g}{2(v_o \cos \theta_o)^2}$ ধ্রুবক।

সুতরাং $\tan \theta_o = b$ এবং $\frac{g}{2(v_o \cos \theta_o)^2} = c$ লিখলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায় $y = bx - cx^2$

যা একটি পরাবৃত্তের (parabola) সমীকরণ। অতএব, প্রাসের গতিপথ বা চলরেখ হচ্ছে একটি পরাবৃত্ত বা প্যারাবোলা।

সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়

প্রাসের ক্ষেত্রে তথা নিষ্কিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যেকোনো মুহূর্তে তার বেগের উল্লম্ব উপাংশের জন্য (3.19a) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$v_y = v_{y_o} - g t$$

সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হয়, অর্থাৎ $v_y = 0$ । এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে ব্যবহার করে t এর যে মান t_m পাওয়া যায়, তাই হবে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়। সুতরাং এ সমীকরণ থেকে

$$0 = v_o \sin \theta_o - g t_m \quad [\because v_{y_o} = v_o \sin \theta_o]$$

$$\text{বা, } t_m = \frac{v_o \sin \theta_o}{g} \quad \dots \quad (3.34)$$

যেহেতু কোনো স্থানে g একটি ধ্রুব রাশি, অতএব $t_m \propto v_o \sin \theta_o$

সুতরাং দেখা যায় যে, সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় t_m বস্তুর আদি বেগের উল্লম্ব উপাংশের অর্থাৎ $v_o \sin \theta_o$ এর সমানুপাতিক।

সর্বাধিক উচ্চতা

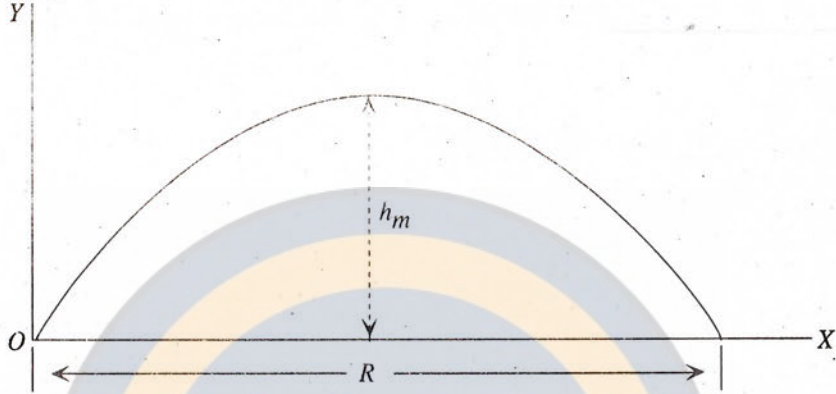
(3.22a) সমীকরণ থেকে আমরা জানি, প্রাসের ক্ষেত্রে তথা নিষ্কিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যেকোনো মুহূর্তে তার বেগের উল্লম্ব উপাংশ এবং সরণের উল্লম্ব উপাংশের মধ্যে সম্পর্ক হলো,

$$v_y^2 = v_{y_o}^2 - 2gy$$

সর্বাধিক উচ্চতায় বস্তুর বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য হয়, অর্থাৎ $v_y = 0$ । এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে ব্যবহার করে y এর যে মান পাওয়া যাবে তাই হবে সর্বাধিক উচ্চতা y_m বা h_m (চিত্র : ৩.১২)। সুতরাং উক্ত সমীকরণ থেকে

$$0 = (v_o \sin \theta_o)^2 - 2gh_m \quad [\because v_{y_o} = v_o \sin \theta_o]$$

$$\text{বা, } h_m = \frac{(v_o \sin \theta_o)^2}{2g} \quad \dots \quad (3.35)$$



চিত্র : ৩.১২

যেহেতু কোনো স্থানে g একটি ধ্রুব রাশি, অতএব $h_m \propto (v_o \sin \theta_o)^2$

সুতরাং দেখা যায়, একটি প্রাস সর্বাধিক যে উচ্চতায় উঠবে তা বস্তুর আদি বেগের উল্লম্ব উপাংশের অর্থাৎ $v_o \sin \theta_o$ এর বর্গের সমানুপাতিক।

উড্ডয়ন কাল বা বিচরণকাল (Time of Flight)

(3.21a) সমীকরণ থেকে আমরা জানি, প্রাস বা নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে তার অবস্থান ভেক্টরের উল্লম্ব উপাংশ এবং সময়ের মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে

$$y = v_{y_o}t - \frac{1}{2}gt^2$$

নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের নিক্ষেপের পর আবার ভূপৃষ্ঠে ফিরে আসতে যে সময় লাগে তাকে উড্ডয়নকাল বলে। বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে $y = 0$ হয়। এ শর্ত উপরিউক্ত সমীকরণে বসালে t এর যে মান পাওয়া যায় তাই হবে উড্ডয়ন কাল। উড্ডয়ন কাল T হলে এ সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$0 = (v_o \sin \theta_o) T - \frac{1}{2}gT^2 \quad [\because v_{y_o} = v_o \sin \theta_o]$$

$$\therefore T = 0 \text{ বা, } T = \frac{2v_o \sin \theta_o}{g}$$

যেহেতু $T = 0$ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যে মুহূর্তে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হচ্ছে তাই নির্দেশ করে, সুতরাং

$$T = \frac{2v_o \sin \theta_o}{g} \quad \dots \quad (3.36)$$

বস্তুর উড্ডয়ন কাল নির্দেশ করে।

যেহেতু কোনো স্থানে $\frac{2}{g}$ একটি ধ্রুব রাশি, অতএব $T \propto v_o \sin \theta_o$

সুতরাং দেখা যায় যে, উড্ডয়ন কাল বস্তুর আদি বেগের উল্লম্ব উপাংশের অর্থাৎ $v_o \sin \theta_o$ এর সমানুপাতিক।

তুলনা কর : কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করার অর্থ হলো অনুভূমিক তথা ভূ-পৃষ্ঠের সাথে 90° কোণে নিক্ষেপ করা। (3.34) থেকে (3.36) পর্যন্ত সমীকরণে $\theta_0 = 90^\circ$ বসালে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়, সর্বাধিক উচ্চতা ও উড্ডয়ন কালের রাশিমালা পাওয়া যাবে। ইতোপূর্বে পড়ন্ত বস্তুর গতির সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত রাশিমালার সাথে এসব রাশিমালার তুলনা কর।

কী দেখা গেল ? রাশিমালাগুলো একই। অর্থাৎ প্রাসের বা প্রক্ষেপকের সমীকরণগুলো হলো সাধারণ সমীকরণ, যা যেকোনো নিক্ষেপ কোণের জন্য প্রযোজ্য।

অনুভূমিক পাল্লা (Horizontal Range)

নিক্ষিপ্ত বস্তুটি বা প্রাসটি আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে। নিক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাসের নিক্ষেপের স্থান থেকে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসার সময় যে অনুভূমিক দূরত্বে $y = 0$ বিন্দু অতিক্রম করে তাই হচ্ছে অনুভূমিক পাল্লা R ।

এ শর্ত প্রাসের চলরেখের সমীকরণ $y = (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}x^2$ -এ বসালে x এর যে মান পাওয়া যাবে তাই হবে অনুভূমিক পাল্লা R । সুতরাং উক্ত সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$0 = (\tan \theta_0)R - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}R^2$$

$$\therefore R = 0 \text{ বা, } R = (\tan \theta_0) \times \frac{2(v_0 \cos \theta_0)^2}{g}$$

কিন্তু $R = 0$ যে মুহূর্তে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হয়, সেই মুহূর্তের দূরত্ব নির্দেশ করে।

$$\therefore R = \frac{2 \sin \theta_0}{\cos \theta_0} \times \frac{v_0^2 \cos^2 \theta_0}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g}$$

$$\therefore R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$\text{সুতরাং } R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \quad \dots \quad (3.37)$$

প্রক্ষেপকের বা প্রাসের পাল্লা বস্তুর আদি বেগ ও নিক্ষেপ কোণের উপর নির্ভর করে। আদিবেগ যত বেশি হবে অতিক্রান্ত দূরত্ব তথা অনুভূমিক পাল্লাও তত বেশি হবে। এজন্য আমরা দেখি এ্যথলেট লংজাম্প দেয়ার আগে কিছু দূর দৌড়ে আসেন যাতে তার আদিবেগ বেশি হয়।

সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা (Maximum Horizontal Range)

নিক্ষিপ্ত বস্তু সর্বাধিক যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে আদি উচ্চতায় ফিরে আসে তাকে সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা বলে। (3.37) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, g ধ্রুবক হওয়ায় এবং আদি বেগের মান v_0 স্থির থাকলে অনুভূমিক পাল্লা বস্তুটি যে কোণে (θ_0) নিক্ষেপ করা হয়, তার উপর নির্ভর করে। সুতরাং R সর্বাধিক হবে, যখন $\sin 2\theta_0$ এর মান সর্বাধিক হবে। আমরা জানি, $\sin 2\theta_0$ এর সর্বাধিক মান হতে পারে $+1$ সুতরাং R সর্বাধিক হবে

যখন $\sin 2\theta_0 = 1$ হবে।

বা, $2\theta_o = 90^\circ$ হবে

বা, $\theta_o = 45^\circ$ হবে।

অতএব, নির্দিষ্ট বেগে নিষ্ক্ষিপ্ত একটি বস্তু বা প্রাস সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে যখন বস্তুটি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিষ্ক্ষিপ্ত হয়। সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা R_m হলে,

$$R_m = \frac{v_o^2 \sin 90^\circ}{g}$$

$$\text{বা, } R_m = \frac{v_o^2}{g} \quad \dots \quad \dots \quad (3.38)$$

অনুভূমিকভাবে নিষ্ক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি নিষ্ক্ষিপ্ত করা হয় সেটি প্রসঙ্গ কাঠামো XY এর মূলবিন্দু O (চিত্র : ৩.১৩)। প্রসঙ্গ কাঠামোর ধনাত্মক Y -অক্ষ উল্লম্ব বরাবর খাড়া উপরের দিকে এবং ধনাত্মক X -অক্ষ ধরা হয় বস্তুটি যে দিক দিয়ে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে সে দিকে। সুতরাং বস্তুটির আদি অবস্থানে $x_o = 0$ এবং $y_o = 0$ । বস্তুটিকে নিষ্ক্ষিপ্ত করা হলে এর উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ g খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং এ ক্ষেত্রে বস্তুর ত্বরণ a হয় Y -অক্ষ বরাবর এবং $a = -g$ ।

ধরা যাক, $t = 0$ সময়ে বস্তুটিকে O বিন্দু থেকে v_o বেগে অনুভূমিক বরাবর অর্থাৎ X -অক্ষের সাথে 0° কোণে নিষ্ক্ষিপ্ত করা হলো (চিত্র : ৩.১৩)।

সুতরাং X ও Y -অক্ষ বরাবর বস্তুটির আদি বেগের উপাংশগুলো হলো যথাক্রমে,

$$\left. \begin{aligned} v_{x_o} &= v_o \cos 0^\circ = v_o \\ v_{y_o} &= v_o \sin 0^\circ = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad \dots \quad (3.39)$$

ধরা যাক, t সময়ে নিষ্ক্ষিপ্ত বস্তুটি P বিন্দুতে পৌঁছায়। সুতরাং t সময়ে P বিন্দুতে বস্তুটির অনুভূমিক সরণ $OQ = x$ এবং উল্লম্ব সরণ $QP = y$ ।

$$\therefore x = v_{x_o} t = v_o t \quad \dots \quad \dots \quad (3.40)$$

$$\text{এবং } y = v_{y_o} t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 - \frac{1}{2} g t^2$$

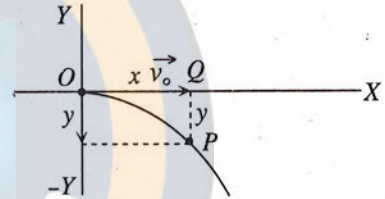
$$\therefore y = -\frac{1}{2} g t^2 \quad \dots \quad \dots \quad (3.41)$$

এ সমীকরণের y এর ঋণাত্মক মান নির্দেশ করে বস্তুটি তার আদি অবস্থান থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দিকে নিচে নেমে এসেছে।

কোনো বস্তুর গতিপথের সমীকরণ হচ্ছে যেকোনো মুহূর্তে তার স্থানাঙ্কগুলোর সম্পর্ক নির্দেশক সমীকরণ। (3.40) ও (3.41) সমীকরণ t এর সাথে x ও y এর সম্পর্ক নির্দেশ করে। এ সমীকরণগুলো থেকে t অপসারণ করলে x ও y এর সম্পর্ক পাওয়া যাবে। (3.40) সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত t এর মান (3.41) সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_o} \right)^2$$

$$\text{বা, } y = \left(-\frac{g}{2v_o^2} \right) x^2 \quad \dots \quad \dots \quad (3.42)$$



(3.42) সমীকরণ যেকোনো মুহূর্তে x ও v এর সম্পর্ক তথা অনুভূমিক ও উল্লম্ব স্থানান্তরের সম্পর্ক নির্দেশ করে। এ সমীকরণই হচ্ছে অনুভূমিকভাবে নিষ্ফিষ্ট বস্তুর গতিপথের সমীকরণ। এ সমীকরণে g এবং v_0 ধ্রুবক। সুতরাং $-\frac{g}{2v_0^2} = c$ লিখলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$y = cx^2$$

যা প্যারাবোলা বা পরাবৃত্তের সমীকরণ। অতএব অনুভূমিকভাবে নিষ্ফিষ্ট বস্তুর গতিপথ হচ্ছে একটি প্যারাবোলা বা পরাবৃত্ত।

৩.১১। বৃত্তীয় বা বৃত্তাকার গতি

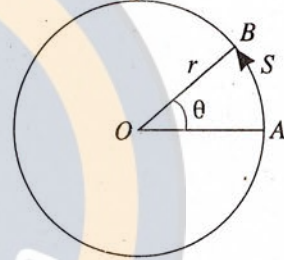
Circular Motion

কোনো বস্তু যদি কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে গতিশীল হয়, তখন তার গতিকে বৃত্তাকার গতি বলে।

কৌণিক সরণ (Angular Displacement)

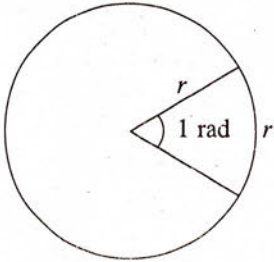
ধরা যাক, একটি বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরতে ঘুরতে কোনো এক সময়ে A অবস্থান থেকে B অবস্থানে পৌঁছালো (চিত্র : ৩.১৪)। বস্তুটির এ অবস্থানের পরিবর্তনকে আমরা দু'ভাবে বর্ণনা করতে পারি।

১. বস্তুটির বৃত্তের পরিধি বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব $AB = S$ দ্বারা চিহ্নিত করে। বৃত্তচাপ S -কে আমরা রৈখিক দূরত্ব বলতে পারি। যদিও বৃত্তচাপ S একটি বক্রপথ কিন্তু বৃত্তচাপ মাপার জন্য আমরা রৈখিক একক অর্থাৎ মিটার ব্যবহার করে থাকি বলে এটি রৈখিক দূরত্ব।



চিত্র : ৩.১৪

২. বস্তুটি বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তার সাহায্যে আমরা বস্তুটির অবস্থান বর্ণনা করতে পারি। এখানে θ কৌণিক সরণ বা কৌণিক দূরত্ব। θ পরিমাপের জন্য রেডিয়ান ব্যবহার করা হয়। একে ডিগ্রিতেও মাপা যেতে পারে। কোণকে রেডিয়ানে প্রকাশ করলে আমরা পাই,



চিত্র : ৩.১৫

$$\text{কোণ} = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$$

$$\therefore \theta = \frac{S}{r} \quad \dots \quad (3.43)$$

$$\text{বা, } S = \theta r \quad \dots \quad (3.44)$$

$$\text{যেহেতু কোণ হচ্ছে } \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}, \text{ কাজেই কোণের মাত্রা হবে } [\theta] = \frac{L}{L} = 1,$$

অর্থাৎ কোণের কোনো মাত্রা নেই।

(3.43) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $S = r$ হলে (চিত্র : ৩.১৫), $\theta = 1$ একক হয়। এ একককে রেডিয়ান (rad) বলা হয়। কোণ পরিমাপের এসআই একক হচ্ছে রেডিয়ান।

রেডিয়ানের সংজ্ঞা : কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান বৃত্তচাপ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে

1 রেডিয়ান বলে।

এখন কোনো বস্তু যদি সম্পূর্ণ বৃত্তাকার পথে একবার ঘুরে আসে তাহলে কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ

$$\theta = \frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ radian}$$

সুতরাং বৃত্তাকার পথে 1 বার ঘুরে আসা আর বৃত্তের কেন্দ্রে $2\pi \text{ rad}$ কোণ অতিক্রম করা একই কথা।

অতএব, 1 ঘূর্ণন = 1 revolution (rev) = $2\pi \text{ radian (rad)} = 360 \text{ degree}$

$$\therefore 1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57.3^\circ \text{ প্রায়}$$

কৌণিক বেগ (Angular Velocity)

কৌণিক বেগের সংজ্ঞার আগে গড় কৌণিক বেগের সংজ্ঞা আলোচনা করা যাক।

গড় কৌণিক বেগের সংজ্ঞা : কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর যেকোনো সময় ব্যবধানে গড়ে প্রতি একক সময়ে যে কৌণিক সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় কৌণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক সরণ হলো $\Delta\theta$ । (চিত্র : ৩.১৬) তাহলে

$$\text{গড় কৌণিক বেগ, } \bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \dots \quad (3.45)$$

কৌণিক বেগ বা তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ হলে, কৌণিক বেগ

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\text{কিন্তু } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \text{ হচ্ছে } t\text{-এর সাপেক্ষে } \theta\text{-এর অন্তরক অর্থাৎ } \frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{বা, } \omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \dots \quad (3.46)$$

অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক সরণের অন্তরককে কৌণিক বেগ বলে।

বস্তু একক সময়ে বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাই কৌণিক বেগের মান বা কৌণিক দ্রুতি।

বৃত্তাকার পথটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরে আসতে বস্তুটির যে সময় লাগে তাকে পর্যায় কাল বলে। কোনো বস্তুর পর্যায় কাল T হলে,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \dots \quad (3.47)$$

বস্তু প্রতি সেকেন্ডে যতগুলো পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে তাকে কম্পাঙ্ক বলে।

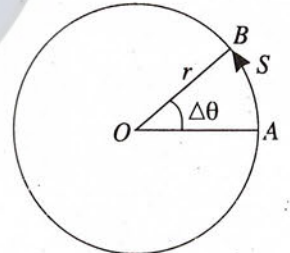
$$\text{কম্পাঙ্ক } f \text{ হলে, } f = \frac{1}{T}$$

$$\therefore \omega = 2\pi f \quad \dots \quad (3.48)$$

আবার বস্তুটি t সময়ে N সংখ্যক ঘূর্ণন সম্পন্ন করলে $f = \frac{N}{t}$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi N}{t} \quad \dots \quad (3.49)$$

কৌণিক বেগের মাত্রা : কৌণিক বেগের মাত্রা হচ্ছে $\frac{\text{কোণ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা।



চিত্র : ৩.১৬

$$\therefore [\omega] = \frac{L}{L \times T} = T^{-1}$$

কৌণিক বেগের একক : কৌণিক বেগের একক হবে $\frac{\text{কৌণ}}{\text{সময়}}$ এর একক অর্থাৎ রেডিয়ান / সেকেন্ড (rad s^{-1})

কৌণিক বেগকে অনেক সময় revolution per second বা rps অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে ঘূর্ণন সংখ্যা দ্বারাও প্রকাশ করা হয়। যেহেতু $1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$

$$\therefore 1 \text{ rps} = \frac{1 \text{ rev}}{\text{s}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{s}} = 2\pi \text{ rad s}^{-1}$$

কৌণিক বেগকে revolution per minute বা rpm অর্থাৎ প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা দ্বারাও প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

$$\therefore 1 \text{ rpm} = \frac{1 \text{ rev}}{\text{min}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi}{30} \text{ rad s}^{-1}$$

কৌণিক বেগের দিক : রৈখিক বেগের ন্যায় কৌণিক বেগও একটি ভেক্টর রাশি। একটি ডানহাতি স্ক্রুর সাহায্যে কৌণিক বেগের দিক নির্দেশ করা যায়। বৃত্তের কেন্দ্রে অভিলম্বভাবে একটি ডানহাতি স্ক্রু স্থাপন করে বৃত্তাকার পথে বস্তুটি যে ক্রমে (order) ঘুরছে সে ক্রমে স্ক্রুটি ঘুরালে স্ক্রু যে দিকে অগ্রসর হবে সেটিই হবে কৌণিক বেগের দিক (চিত্র : ৩.১৭ক)।

বই-এর সমতলে বৃত্তাকার পথে চলার সময় বস্তুটি যদি ঘড়ির কাঁটার গতির বিপরীত দিকে যায় তাহলে কৌণিক বেগের দিক হবে বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের মাঝ দিয়ে আঁকা অভিলম্ব বরাবর বাইরের দিকে তথা উপরের দিকে OP বরাবর (চিত্র : ৩.১৭খ)। আর যদি বস্তুটি ঘড়ির কাঁটার গতির দিকে ঘুরে তাহলে কৌণিক বেগের দিক হবে অভিলম্ব বরাবর ভেতরের দিকে তথা নিচের দিকে।

রৈখিক দ্রুতি ও কৌণিক দ্রুতির সম্পর্ক $v = r\omega$

আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব s এবং কৌণিক দূরত্ব θ হলে

$$s = r\theta$$

উভয় পক্ষকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} (r\theta) = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{কিন্তু } \frac{ds}{dt} = \text{রৈখিক দ্রুতি} = v$$

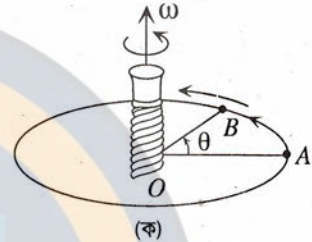
$$\text{এবং } \frac{d\theta}{dt} = \text{কৌণিক দ্রুতি} = \omega$$

$$\therefore v = r\omega$$

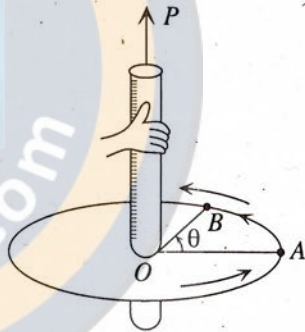
...

...

$$(3.50)$$



(ক)



(খ)

চিত্র : ৩.১৭

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের সম্পর্ক : $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

ধরা যাক, একটি বস্তু প্রসঙ্গ কাঠামোর Z -অক্ষের উপর অবস্থিত O' বিন্দুকে কেন্দ্র করে XY সমতলে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে (চিত্র : ৩.১৮)। যেকোনো মুহূর্তে তার রৈখিক বেগ \vec{v} বৃত্তাকার পথের ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর গতির অভিমুখে। আরো ধরা যাক, বস্তুর কৌণিক বেগ $\vec{\omega}$ । ডানহাতি জু নিয়ম থেকে যার দিক পাওয়া যায় বৃত্তাকার পথের অভিলম্ব বরাবর অর্থাৎ ধনাত্মক Z -অক্ষ বরাবর। ধরা যাক, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে যেকোনো মুহূর্তে বস্তুর অবস্থান ভেক্টর \vec{r} যা ধনাত্মক Z -অক্ষের সাথে তথা $\vec{\omega}$ এর দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে (চিত্র : ৩.১৮)।

সুতরাং বস্তুটি যে বৃত্তাকার পথে ঘুরে তার ব্যাসার্ধ $r \sin \theta$ । বস্তুর পর্যায়কাল T হলে তার রৈখিক বেগের মান

$$v = \frac{2\pi r \sin \theta}{T} = \omega r \sin \theta$$

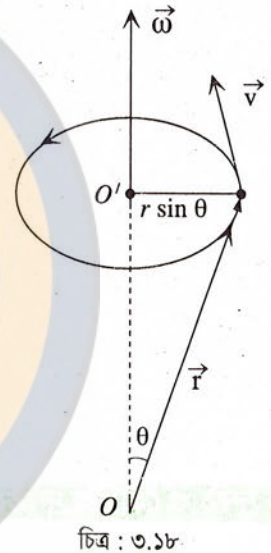
কিন্তু ω এবং r হচ্ছে যথাক্রমে দুটি ভেক্টর কৌণিক বেগ $\vec{\omega}$ এবং অবস্থান ভেক্টর \vec{r} এর মান এবং θ হচ্ছে তাদের অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতর কোণ। কাজেই দুটি ভেক্টর রাশির ভেক্টর গুণফলের মানের সংজ্ঞা থেকে আমরা পাই $\omega r \sin \theta$ হচ্ছে $\vec{\omega}$ এবং \vec{r} এর কিংবা \vec{r} এবং $\vec{\omega}$ এর ভেক্টর গুণফলের মান।

$$\therefore v = \omega r \sin \theta = |\vec{\omega} \times \vec{r}| = |\vec{r} \times \vec{\omega}|$$

$$\text{বা, } |\vec{v}| = |\vec{\omega} \times \vec{r}| = |\vec{r} \times \vec{\omega}|$$

সুতরাং \vec{v} হয় $\vec{\omega} \times \vec{r}$ না হয় $\vec{r} \times \vec{\omega}$ এর সমান হবে। কিন্তু বর্ণনা ও চিত্র থেকে দেখা যায় যে, $\vec{\omega}$ এবং \vec{r} এর সমতলে একটি ডানহাতি জুকে লম্বভাবে স্থাপন করে $\vec{\omega}$ থেকে \vec{r} এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে \vec{v} এর দিকেই অগ্রসর হয়; \vec{r} থেকে $\vec{\omega}$ এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে জুটি ঘুরালে সেটি \vec{v} এর দিকে অগ্রসর হয় না। সুতরাং $\vec{\omega} \times \vec{r}$ এর দিকই \vec{v} এর দিক।

$$\therefore \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



চিত্র : ৩.১৮

(3.51)

কৌণিক ত্বরণ (Angular Acceleration)

কৌণিক বেগের পরিবর্তন হলে কৌণিক ত্বরণ হয়। কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞার আগে গড় কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা আলোচনা করা যাক।

গড় কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা : যেকোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে কৌণিক বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে গড় কৌণিক ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন যদি $\Delta\omega$ হয়, তাহলে গড় কৌণিক ত্বরণ,

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

(3.52)

কৌণিক ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণের সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন $\Delta\omega$ হলে, কৌণিক ত্বরণ

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

কিন্তু $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ হচ্ছে t এর সাপেক্ষে ω এর অন্তরক অর্থাৎ $\frac{d\omega}{dt}$

$$\therefore \alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad \dots \quad (3.53)$$

অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক বেগের অন্তরককে কৌণিক ত্বরণ বলে।

কৌণিক ত্বরণের মাত্রা : কৌণিক ত্বরণের মাত্রা হচ্ছে $\frac{\text{কৌণিক বেগ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা।

$$\therefore [\alpha] = \frac{T^{-1}}{T} = T^{-2}$$

কৌণিক ত্বরণের একক : কৌণিক ত্বরণের একক হলো $\frac{\text{কৌণিক বেগ}}{\text{সময়}}$ এর একক অর্থাৎ $\frac{\text{রেডিয়ান}}{\text{সেকেন্ড}^2}$ বা, rad s^{-2} ।

তাৎপর্য : কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-2} বলতে বোঝায় যে, প্রতি সেকেন্ডে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন 3 rad s^{-1} ।

রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক : $a = r\alpha$

আমরা জানি, r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো একটি কণার যেকোনো মুহূর্তে রৈখিক বেগের মান v এবং কৌণিক বেগের মান ω হলে,

$$v = r\omega$$

উভয় পক্ষকে সময়ের সাথে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (r\omega) = r \frac{d\omega}{dt}$$

কিন্তু $\frac{dv}{dt}$ = রৈখিক ত্বরণ = a

এবং $\frac{d\omega}{dt}$ = কৌণিক ত্বরণ = α

$$\therefore a = r\alpha \quad \dots \quad (3.54)$$

বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে গতির সমীকরণের রূপ

বৃত্তাকার গতি বা কৌণিক গতি বা ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে গতির সমীকরণগুলো নিম্নরূপের হয় :

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

$$\theta = \theta_0 + \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2} \right) t$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

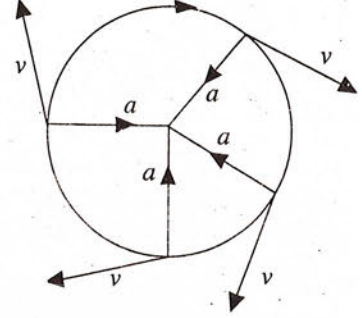
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha (\theta - \theta_0)$$

এখানে θ_0 = আদি কৌণিক সরণ, ω_0 = আদি কৌণিক বেগ, ω = শেষ কৌণিক বেগ এবং α = কৌণিক ত্বরণ।

৩.১২। সুযম বৃত্তাকার গতিতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

Centripetal Acceleration in Uniform Circular Motion

কোনো বস্তু যখন সমদ্রুতিতে সরলপথে চলে তখন তার গতিকে সুযম গতি বলে। এ সুযম গতিতে বস্তুর কোনো ত্বরণ থাকে না। কেননা বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। যেহেতু বেগ একটি ভেক্টর রাশি, তাই এর মান কিংবা দিক যেকোনো একটির অথবা উভয়টির পরিবর্তন হলেই বেগের পরিবর্তন হয় তথা ত্বরণ হয়। আবার বেগের মানই হচ্ছে দ্রুতি। সুযম গতির ক্ষেত্রে বস্তু সমদ্রুতিতে চলে বলে বেগের মানের পরিবর্তন হয় না, আর সরল পথে চলে বলে বেগের দিকের পরিবর্তন হয় না, তাই সুযম গতিতে সরল পথে চলন্ত বস্তুর কোনো ত্বরণ থাকে না।



চিত্র : ৩.১৯

যখন কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরতে থাকে তখন ঐ বস্তুর গতিকে সুযম বৃত্তাকার গতি বলে। ঐ রূপ গতিতে বস্তু সমদ্রুতিতে চলে বলে বস্তুর বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না, কিন্তু বেগের দিকের পরিবর্তন হয়। কেননা বৃত্তাকার পথের কোনো বিন্দুতে বেগের দিক বৃত্তের পরিধির উপর ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর (চিত্র : ৩.১৯)। পরিধির বিভিন্ন বিন্দুতে স্পর্শকের অভিমুখ বিভিন্ন বলে বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হচ্ছে অর্থাৎ বেগেরও পরিবর্তন হচ্ছে অবিরত। সুতরাং বস্তুর ত্বরণ হচ্ছে। তাই বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে চললেও বস্তুর ত্বরণ থাকে।

এ ত্বরণ বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে বলে একে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলা হয়।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

যেহেতু এ ত্বরণ ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে এজন্য এ ত্বরণকে ব্যাসার্ধমুখী ত্বরণও বলে। আবার, এ ত্বরণ বেগের দিকের সাথে লম্ব বরাবর অর্থাৎ স্পর্শকের সাথে লম্বভাবে ব্যাসার্ধের দিকে ক্রিয়া করে বলে একে লম্ব ত্বরণও বলে।

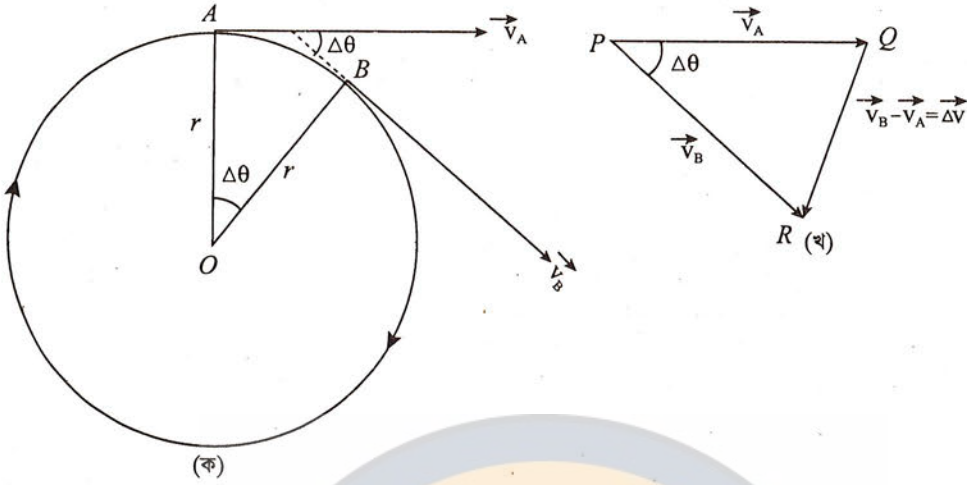
কেন্দ্রমুখী ত্বরণের মান

৩.২০ ক চিত্রে সুযম বৃত্তাকার গতিতে ঘড়ির কাঁটার গতির দিকে গতিশীল একটি বস্তু দেখানো হলো। A বিন্দুতে এর বেগ \vec{v}_A বৃত্তটির ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। ক্ষুদ্র সময় Δt পরে বস্তুটি B বিন্দুতে এলো। এ সময় এর বেগ \vec{v}_B বৃত্তের B বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। ধরা যাক, কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ খুবই ক্ষুদ্র।

৩.২০ খ চিত্র হচ্ছে একটি ভেক্টর রেখচিত্র যেখানে বেগ \vec{v}_A এবং \vec{v}_B দেখানো হয়েছে। \vec{v}_A এবং \vec{v}_B এর মধ্যবর্তী কোণও হচ্ছে $\Delta\theta$ । বেগের পরিবর্তন $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ কে \vec{QR} দ্বারা প্রকাশ করা হয়েছে। যেহেতু $\Delta\theta$ কোণটি খুবই ছোট, কাজেই $\Delta\vec{v}$ এর অভিমুখ \vec{v}_A এবং \vec{v}_B উভয়ের সাথেই প্রায় লম্ব। অর্থাৎ A বিন্দুতে AO বরাবর তথা বৃত্তের কেন্দ্র O বরাবর বস্তুটির বেগের পরিবর্তন বা ত্বরণ হয়। এ ত্বরণকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলা হয়।

$$৩.২০খ চিত্রে, যেহেতু $\Delta\theta$ কোণটি খুব ক্ষুদ্র, তাই $\Delta\theta = \frac{\text{চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}} = \frac{|\vec{QR}|}{|\vec{v}_A|} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{v}$$$

$$\text{বা, } |\vec{QR}| = |\Delta\vec{v}| = v(\Delta\theta)।$$



চিত্র : ৩.২০

এখানে v হচ্ছে \vec{v}_A এবং \vec{v}_B এর মান। বস্তুটি সুসম দ্রুতিতে ঘুরছে বলে উভয় মানই সমান।
এখন কেন্দ্রমুখী ত্বরণ a হলে,

$$\begin{aligned} a &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(\Delta \theta)}{\Delta t} \\ &= v \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \\ &= v \frac{d\theta}{dt} = v\omega \end{aligned}$$

$$\text{কিন্তু } v = r\omega \quad \text{বা, } \omega = \frac{v}{r}$$

$$\therefore a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

(3.55)

এ কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক বৃত্তের কেন্দ্রের অভিমুখে।

(3.55) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যেকোনো দৃঢ় বস্তুর কোনো কণার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ তার কৌণিক বেগ ও কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর নির্ভর করে। কোনো কণার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ তার কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক এবং ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। যেহেতু কোনো দৃঢ় বস্তুর সকল কণার কৌণিক বেগ সমান, সুতরাং যে কণা কেন্দ্র থেকে যত বেশি দূরত্বে থাকবে তার কেন্দ্রমুখী ত্বরণও তত বেশি হবে।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ

(3.55) সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে আমরা পাই,

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r} = -\frac{v^2}{r^2} \vec{r}$$

এখানে – চিহ্ন থেকে দেখা যায় কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক ব্যাসার্ধ ভেক্টর তথা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	3.4	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	৩.৫
২	3.8	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	৩.৫
৩	3.9	$a = \frac{d^2x}{dt^2}$	৩.৫
৪	3.12	$v = v_0 + at$	৩.৮
৫	3.14	$s = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$	৩.৮
৬	3.16	$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$	৩.৮
৭	3.18	$v^2 = v_0^2 + 2as$	৩.৮
৮	3.18(a)	$s_{nth} = v_0 + \frac{2t-1}{2}a$	৩.৯
৯	3.19	$v = v_0 - gt$	৩.৯
১০	3.20	$h = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$	৩.৯
১১	3.21	$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$	৩.৯
১২	3.22	$v^2 = v_0^2 - 2gh$	৩.৯
১৩	3.23	$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$	৩.৯
১৪	3.24	$t_{max} = \frac{v_0}{g}$	৩.৯
১৫	3.25	$T = \frac{v_0}{g}$	৩.৯
১৬	3.33	$y = (\tan \theta_0) x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} x^2$	৩.১০
১৭	3.34	$t_m = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$	৩.১০
১৮	3.35	$h_m = \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g}$	৩.১০
১৯	3.36	$T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$	৩.১০

২০	3.37	$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$	৩.১০
২১	3.38	$R_m = \frac{v_o^2}{g}$	৩.১০
২২	3.42	$y = \left(-\frac{g}{2v_o^2}\right)x^2$	৩.১০
২৩	3.44	$s = r\theta$	৩.১১
২৪	3.47	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	৩.১১
২৫	3.49	$\omega = \frac{2\pi N}{t}$	৩.১১
২৬	3.50	$v = \omega r$	৩.১১
২৭	3.54	$a = r\alpha$	৩.১১
২৮	3.55	$a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$	৩.১২

সার-সংক্ষেপ

প্রসঙ্গ কাঠামো : যে দৃঢ় বস্তুর সাপেক্ষে কোনো স্থানে কোনো বিন্দু বা বস্তুকে সুনির্দিষ্ট করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

জড় প্রসঙ্গ কাঠামো : পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যেসব প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায় তাদেরকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

অবস্থান ভেক্টর : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে যে ভেক্টর দিয়ে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করা যায় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

সরণ : কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে সরণ বলে।

কোনো বস্তুর আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব অর্থাৎ সরলরৈখিক দূরত্বই হচ্ছে সরণের মান এবং সরণের দিক হচ্ছে বস্তুর আদি অবস্থান থেকে শেষ অবস্থানের দিকে।

বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হারকে বেগ বা তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

সমবেগ বা সুসম বেগ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে। শব্দের বেগ, আলোর বেগ সমবেগের উদাহরণ।

অসম বেগ : বস্তুর গতিকালে যদি তার বেগের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই বেগকে অসম বেগ বলে।

ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বা তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

সমত্বরণ বা সুসম ত্বরণ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তাহলে সেই বস্তুর ত্বরণকে সমত্বরণ বা সুসম ত্বরণ বলে।

অসমত্বরণ : যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার ত্বরণের মান বা দিক বা উভয়ই পরিবর্তিত হয় তাহলে সেই ত্বরণকে অসমত্বরণ বলে।

গতির সমীকরণ :

$$v = v_0 + at$$

$$s = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a s$$

পড়ন্ত বস্তু : কোনো বস্তু উপর থেকে নিচে পড়ুক বা কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হোক, বস্তুর উপর কেবল অভিকর্ষের ফলে ত্বরণ নিচের দিকে ক্রিয়া করলেই তাকে পড়ন্ত বস্তু বলা হয়।

প্রক্ষেপক বা প্রাস : কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রক্ষেপক বা প্রাস বলে।

প্রক্ষেপকের বা প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা : প্রক্ষেপকটি আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে।

কৌণিক বেগ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

কৌণিক ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১। স্থির অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে 2 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে ? [ঢা. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} at_1^2$$

$$\text{বা, } 2 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} a \times (1\text{s})^2$$

$$\therefore a = 4 \text{ m s}^{-2}$$

ধরা যাক, প্রথম থেকে মোট $s = 3 \text{ m}$ দূরত্ব অতিক্রম করতে t সময় লাগে।

$$\therefore s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{বা, } 3 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times 4 \text{ m s}^{-2} \times t^2$$

$$\text{বা, } t^2 = \frac{3}{2} \text{ s}^2 \quad \text{বা, } t = \sqrt{\frac{3}{2} \text{ s}^2} = 1.23 \text{ s}$$

অতএব, শেষের 1m দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগে

$$t_2 = t - t_1 = 1.23 \text{ s} - 1 \text{ s} = 0.23 \text{ s}$$

উ: 0.23 s

এখানে,

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{সময়, } t_1 = 1 \text{ s}$$

$$\text{দূরত্ব, } s_1 = 2 \text{ m}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২। একটি ট্রেন 10 m s^{-1} নিয়ে আদি বেগ 3 m s^{-2} সমত্বরণে চলছে। ট্রেনটি যখন 60 m পথ অতিক্রম করবে তখন এর বেগ কত হবে? [ঢা. বো. ২০০২; রা. বো. ২০০৪; য. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2as \\ &= (10 \text{ m s}^{-1})^2 + 2 \times 3 \text{ m s}^{-2} \times 60 \text{ m} \\ &= 460 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \end{aligned}$$

$$\therefore v = 21.45 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 21.45 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{ত্বরণ, } a = 3 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{আদি বেগ, } v_o = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{সরণ, } s = 60 \text{ m}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩। একটি বস্তু প্রথম দুই সেকেন্ডে 30 m ও পরবর্তী চার সেকেন্ডে 150 m গেল। ত্বরণ অপরিবর্তিত থাকলে বস্তুটি এরপর এক সেকেন্ডে কতটা পথ অতিক্রম করবে? [ঢা. বো. ২০১১]

ধরা যাক, বস্তুটির আদিবেগ, v_o

এবং ত্বরণ, a

$$\text{আমরা জানি, } s_1 = v_o t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$\text{এবং } s_2 = v_o t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$$

সমীকরণদ্বয়ে মান বসিয়ে,

$$30 \text{ m} = v_o \times 2 \text{ s} + \frac{1}{2} a (2 \text{ s})^2$$

$$\text{বা, } 15 \text{ m} = v_o (1 \text{ s}) + a (1 \text{ s})^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{এবং } 180 \text{ m} = v_o \times 6 \text{ s} + \frac{1}{2} a (6 \text{ s})^2$$

$$\text{বা, } 30 \text{ m} = v_o (1 \text{ s}) + 3a (1 \text{ s})^2 \dots\dots\dots (2)$$

(2) সমীকরণ থেকে (1) সমীকরণ বিয়োগ করে,

$$15 \text{ m} = 2a (1 \text{ s}^2) \quad \therefore a = \frac{15}{2} \text{ m s}^{-2}$$

(1) সমীকরণে মান বসিয়ে,

$$15 \text{ m} = v_o (1 \text{ s}) + \frac{15}{2} \text{ m s}^{-2} (1 \text{ s})^2$$

$$\text{বা, } v_o = \frac{15 \text{ m} - \frac{15}{2} \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{15}{2} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{এখন } s_3 = v_o t_3 + \frac{1}{2} a t_3^2 = \frac{15}{2} \text{ m s}^{-1} \times 7 \text{ s} + \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \text{ m s}^{-2} \times (7 \text{ s})^2$$

$$= 236.25 \text{ m}$$

$$\therefore s = s_3 - s_2 = 236.25 \text{ m} - 180 \text{ m} = 56.25 \text{ m}$$

$$\text{উ: } 56.25 \text{ m}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৪। একটি ট্রেন স্থির অবস্থান হতে 10 m s^{-2} ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময় একটি গাড়ি 100 m s^{-1} সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করল। ট্রেন গাড়িটিকে কখন পিছনে ফেলবে ?

ধরি, ট্রেনটি t সময় পরে s দূরত্ব অতিক্রম করে গাড়িটিকে পেছনে ফেলবে। [রুয়েট ২০১১-২০১২; ঢা. বো. ২০০৫;

কু. বো. ২০১০; রা. বো. ২০০৮]

ট্রেনের ক্ষেত্রে,

$$s = v_{o1}t + \frac{1}{2}a_1t^2$$

$$\text{বা, } s = 0 + \frac{1}{2} \times (10 \text{ m s}^{-2}) t^2$$

$$\text{বা, } s = (5 \text{ m s}^{-2}) t^2 \quad \dots (1)$$

গাড়ির ক্ষেত্রে,

$$s = v_{o2}t + \frac{1}{2}a_2t^2$$

$$\text{বা, } s = (100 \text{ m s}^{-1}) t + 0 \quad \dots (2)$$

(1) এবং (2) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$(5 \text{ m s}^{-2}) t^2 = (100 \text{ m s}^{-1}) t \quad \text{বা, } t = 20 \text{ s}$$

উ: ২০ s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৫। একটি লক্ষ্যস্থলে গুলি ছোঁড়া হলো। 0.06 m ভেদ করার পর গুলিটির বেগ অর্ধেক হয়ে গেল। গুলিটি আর কতদূর ভেদ করে যাবে ? [রা. বো. ২০০৯; ব. বো. ২০০৫; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৫]

আমরা জানি,

$$v_1^2 = v_o^2 + 2a s_1$$

$$\text{বা, } a = \frac{v_1^2 - v_o^2}{2s_1} = \frac{\frac{v_o^2}{4} - v_o^2}{2s_1}$$

$$= -\frac{3v_o^2}{8s_1}$$

এখন দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

আমরা জানি,

$$v^2 = v_1^2 + 2as$$

$$0 = \frac{v_o^2}{4} + 2 \times \left(-\frac{3v_o^2}{8s_1}\right) s$$

$$\text{বা, } \left(\frac{3v_o^2}{4s_1}\right) s = \frac{v_o^2}{4}$$

$$\therefore s = \frac{s_1}{3}$$

$$= \frac{0.06 \text{ m}}{3} = 0.02 \text{ m}$$

উ: ০.০২ m

এখানে,

$$\text{ট্রেনের আদিবেগ, } v_{o1} = 0$$

$$\text{ট্রেনের ত্বরণ, } a_1 = 10 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{গাড়ির আদিবেগ, } v_{o2} = 100 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{গাড়ির ত্বরণ, } a_2 = 0$$

ধরা যাক, ১ম ক্ষেত্রে

$$\text{গুলির আদি বেগ, } v_o = v_o$$

$$\text{প্রথম অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s_1 = 0.06 \text{ m}$$

$$0.06 \text{ m যাওয়ার পর শেষ বেগ, } v_1 = \frac{v_o}{2}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

২য় ক্ষেত্রে,

$$\text{আদি বেগ, } v_1 = \frac{v_o}{2}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = -\frac{3v_o^2}{8s_1}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 0$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৬। 9.8 m s^{-1} বেগে একটি পাথরকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কত সময় পরে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে? ($g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)

ধরা যাক, খাড়া উপরের দিক ধনাত্মক।

ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসলে একটি

পাথরের অতিক্রান্ত দূরত্ব শূন্য হবে।

ধরা যাক, t সময় পরে পাথরটি ভূপৃষ্ঠে আসে।

আমরা জানি,

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } 0 = (9.8 \text{ m s}^{-1}) t - \left(\frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}\right) t^2$$

$$\text{বা, } (9.8 \text{ m s}^{-1} - 4.9 \text{ m s}^{-2} t) t = 0$$

$$\therefore t \neq 0$$

$$\text{সুতরাং } (4.9 \text{ m s}^{-2}) t = 9.8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore t = 2 \text{ s}$$

$$\text{উ: } 2 \text{ s.}$$

এখানে,

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } h = 0$$

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 9.8 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৭। একজন লোক 48.0 m s^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করেন। বলটি কত সময় শূন্য থাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে ওঠবে?

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= \frac{2v_0}{g} \\ &= \frac{2 \times 48.0 \text{ m s}^{-1}}{9.8 \text{ m s}^{-2}} \\ &= 9.8 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{\max} &= \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(48.0 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} \\ &= 117.55 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{উ: } 9.8 \text{ s ; } 117.55 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 48.0 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উড্ডয়নকাল, } T = ?$$

$$\text{সর্বোচ্চ উচ্চতা, } h_{\max} = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৮। অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ -কে অন্তরীকরণ করে কীভাবে বেগ ও ত্বরণ পাওয়া যায়?

[ঢা. বো. ২০০১; কু. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{বেগ, } \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt}(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{অবস্থান ভেক্টর, } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\text{বেগ, } \vec{v} = ?$$

$$\text{ত্বরণ, } \vec{a} = ?$$

$$\text{আবার, ত্বরণ, } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

$$\text{উ: } \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k}; \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \hat{k}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৯। কোনো গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t$ হলে কণাটির তাৎক্ষণিক বেগ কত? ত্বরণ কত? [ঢা.বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$\text{তাৎক্ষণিক বেগ, } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \vec{v} &= \frac{d}{dt} (\hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t) \\ &= -5 \hat{i} \sin 5t + 5 \hat{j} \cos 5t \\ &= 5 (\hat{j} \cos 5t - \hat{i} \sin 5t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, ত্বরণ, } \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} [5 (\hat{j} \cos 5t - \hat{i} \sin 5t)] \\ &= -25 \hat{j} \sin 5t - 25 \hat{i} \cos 5t \end{aligned}$$

$$\text{উ: } \vec{v} = -5 (\hat{i} \sin 5t - \hat{j} \cos 5t);$$

$$\vec{a} = -25 (\hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t)$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১০। একটি গতিশীল বস্তুর সরণের সমীকরণ $x = (4t^2 + 3t) \text{ m}$ । ২ s পরে বস্তুটির বেগ কত? [রা. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{বেগ, } v &= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \{(4t^2 + 3t)\} \\ &= (8t + 3) \end{aligned}$$

$$t = 2 \text{ s হলে}$$

$$v = (8 \times 2 + 3) = 19 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 19 \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১১। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 30 m s^{-1} বেগে কিক করা হলো। ১ s পরে ফুটবলের বেগের মান কত? [য. বো. ২০০৬; চ. বো. ২০১২; রুয়েট ২০০৩-২০০৪]

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে ফুটবলটি কিক করা হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y-অক্ষ ধনাত্মক।

শেষ বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

$$v_x \text{ এবং } v_y \text{ হলে,}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

আদি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

$$v_{x_0} \text{ এবং } v_{y_0} \text{ হলে,}$$

$$v_x = v_{x_0} + a_x t$$

$$= v_0 \cos \theta_0 + a_x t$$

এখানে,

$$\text{অবস্থান ভেক্টর, } \vec{r} = \hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t$$

$$\text{বেগ, } \vec{v} = ?$$

$$\text{ত্বরণ, } \vec{a} = ?$$

এখানে,

$$x = (4t^2 + 3t) \text{ m}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$v = ?$$

এখানে,

$$\text{নিষ্ক্ষেপ কোণ, } \theta_0 = 30^\circ$$

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 30 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t = 1 \text{ s}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = ?$$

$$\text{অনুভূমিক ত্বরণ, } a_x = 0$$

$$\text{উল্লম্ব ত্বরণ, } a_y = -9.8 \text{ m s}^{-2} \quad [\because \text{নিম্নমুখী}]$$

$$= (30 \text{ m s}^{-1}) \cos 30^\circ + 0$$

$$= 25.98 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{এবং } v_y = v_{y_0} + a_y t$$

$$= v_0 \sin \theta_0 + a_y t$$

$$= (30 \text{ m s}^{-1}) \sin 30^\circ - 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 1 \text{ s}$$

$$= 15 \text{ m s}^{-1} - 9.8 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 5.2 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore v = \sqrt{(25.98 \text{ m s}^{-1})^2 + (5.2 \text{ m s}^{-1})^2}$$

$$= 26.5 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 26.5 \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১২। একটি বস্তুকে 40 m s^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো।

নির্ণয় কর :

(ক) সর্বাধিক উচ্চতা।

[চ. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০১]

(খ) সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়।

(গ) অনুভূমিক পাল্লা।

[চ. বো. ২০০৬; য. বো. ২০০২; সি. বো. ২০০১]

(ঘ) ভূমিতে আঘাত করার সময়।

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি নিক্ষেপ করা হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y -অক্ষ ধনাত্মক।

আমরা জানি,

এখানে,

$$(ক) h_m = \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g}$$

$$x_0 = y_0 = 0$$

$$= \frac{(40 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60^\circ)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 40 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 61.22 \text{ m}$$

$$\text{নিক্ষেপ কোণ, } \theta_0 = 60^\circ$$

$$(খ) t_m = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= \frac{40 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 3.53 \text{ s}$$

$$(ক) \text{ সর্বাধিক উচ্চতা, } h_m = ?$$

$$(খ) \text{ সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময়, } t_m = ?$$

$$(গ) R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$(গ) \text{ অনুভূমিক পাল্লা, } R = ?$$

$$= \frac{(40 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 120^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$(ঘ) \text{ ভূমিতে আঘাত করার সময় তথা উড্ডয়ন কাল, } T = ?$$

$$= 141.39 \text{ m}$$

$$(ঘ) T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{2 \times 40 \text{ m s}^{-1} \times \sin 60^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 7.07 \text{ s}$$

$$\text{উ: (ক) } 61.22 \text{ m (খ) } 3.53 \text{ s (গ) } 141.39 \text{ m (ঘ) } 7.07 \text{ s}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৩। কোনো নিষ্কিপ্ত বস্তুর বেগ ও অনুভূমিকের সাথে কোণ কত হলে ঐ বস্তুটির অনুভূমিক পাল্লা 79.5 m এবং বিচরণ কাল 5.3 s হবে? [ঢা. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{এবং } T = \frac{2v_o \sin \theta_o}{g} \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{বা, } v_o = \frac{Tg}{2 \sin \theta_o} \dots\dots\dots(3)$$

(1) নং সমীকরণে v_o এর মান বসিয়ে,

$$R = \left(\frac{Tg}{2 \sin \theta_o} \right)^2 \times \frac{2 \sin \theta_o \cos \theta_o}{g}$$

$$\text{বা, } R = \frac{T^2 g \cos \theta_o}{2 \sin \theta_o}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{R} = \frac{2 \sin \theta_o}{T^2 g \cos \theta_o} = \frac{2 \tan \theta_o}{T^2 g}$$

$$\text{বা, } \tan \theta_o = \frac{T^2 g}{2R}$$

$$= \frac{(5.3 \text{ s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{2 \times 79.5 \text{ m}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta_o = 1.73$$

$$\therefore \theta_o = 60^\circ \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{আবার, } v_o = \frac{Tg}{2 \sin \theta_o} = \frac{5.3 \text{ s} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{2 \sin 60^\circ} = 30 \text{ m s}^{-1} \text{ (প্রায়)}$$

$$\text{উ: } 30 \text{ m s}^{-1}; 60^\circ$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৪। 30 m উচ্চতার কোনো স্তম্ভ হতে একটি প্রক্ষিপ্ত বস্তুকে 20 m s^{-1} দ্রুতিতে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুর বিচরণ কাল নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$h = (v_o \sin \theta_o) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } -30 \text{ m} = (20 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ) t - \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times t^2$$

$$\text{বা, } -30 \text{ m} = (20 \text{ m s}^{-1} \times 0.5) t - 4.9 \text{ m s}^{-2} t^2$$

$$\text{বা, } -30 \text{ m} = 10 \text{ m s}^{-1} t - 4.9 \text{ m s}^{-2} t^2$$

$$\text{বা, } 4.9 \text{ m s}^{-1} t^2 - 10 \text{ m s}^{-1} t - 30 \text{ m} = 0$$

$$\therefore t = \frac{-(-10 \text{ m s}^{-1}) \pm \sqrt{(-10 \text{ m s}^{-1})^2 - 4 \times 4.9 \text{ m s}^{-2} \times (-30 \text{ m})}}{2 \times 4.9 \text{ m s}^{-2}}$$

এখানে,

অনুভূমিক পাল্লা, $R = 79.5 \text{ m}$

বিচরণকাল, $T = 5.3 \text{ s}$

নিষ্কিপ্ত বস্তুর বেগ, $v_o = ?$

নিষ্কেপ কোণ, $\theta_o = ?$

এখানে,

আদি বেগ, $v_o = 20 \text{ m s}^{-1}$

নিষ্কেপ কোণ, $\theta_o = 30^\circ$

উচ্চতা, $h = -30 \text{ m}$ [\because নিম্নমুখী]

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

বিচরণ কাল, $t = ?$

$$= \frac{10 \text{ m s}^{-1} \pm \sqrt{100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} + 588 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$\therefore t = 3.7 \text{ s} \text{ বা, } -1.7 \text{ s}$$

\therefore সময়ের ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়। \therefore বিচরণ কাল, $t = 3.7 \text{ s}$

উ: 3.7 s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৫। ভূমি থেকে 490 m ওপর দিয়ে সরলরেখা বরাবর 120 m s^{-1} বেগে গতিশীল একটি বিমান থেকে একটি বস্তু ছেড়ে দেয়া হলো। বস্তুটি ভূমি স্পর্শ করতে t সময় লাগল এবং এতে বস্তুটি অনুভূমিক বরাবর d দূরত্ব অতিক্রম করে। $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ধরে এবং বাতাসের বাধা উপেক্ষা করে t ও d এর মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২০১৫]

ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে বস্তুটি ছেড়ে দেয়া হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া ওপরের দিক Y -অক্ষ ধনাত্মক।

আমরা জানি,

উল্লম্ব গতির ক্ষেত্রে,

$$y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$\text{বা, } (y - y_0) = v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$\text{বা, } -490 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times (-9.8 \text{ m s}^{-2}) t^2$$

$$\text{বা, } 490 \text{ m} = (4.9 \text{ m s}^{-2}) t^2$$

$$t = 10 \text{ s}$$

অনুভূমিক গতির ক্ষেত্রে,

$$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$(x - x_0) = v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$\text{বা, } d = (120 \text{ m s}^{-1}) \times 10 \text{ s} + 0 = 1200 \text{ m}$$

উ: $t = 10 \text{ s}$ এবং $d = 1200 \text{ m}$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৬। একটি কণা 1.5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 120 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত?

আমরা জানি,

$$v = r\omega$$

$$\text{আবার, } \omega = \frac{2\pi N}{t}$$

$$= \frac{2\pi \text{ rad} \times 120}{60 \text{ s}}$$

$$= 12.56 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore v = (1.5 \text{ m}) \times (12.56 \text{ rad s}^{-1})$$

$$= 18.84 \text{ m s}^{-1}$$

উ: 18.84 m s^{-1}

এখানে,

$$x_0 = y_0 = 0$$

$$\text{উল্লম্ব সরণ, } y - y_0 = -490 \text{ m} \text{ [}\therefore \text{ নিম্নমুখী]}$$

$$\text{উল্লম্ব আদি বেগ, } v_{y0} = 0$$

$$\text{উল্লম্ব ত্বরণ, } a_y = -g = -9.8 \text{ m s}^{-2} \text{ [}\therefore \text{ নিম্নমুখী]}$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

$$\text{অনুভূমিক আদি বেগ, } v_{x0} = 120 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অনুভূমিক ত্বরণ, } a_x = 0$$

$$\text{অনুভূমিক দূরত্ব, } (x - x_0) = d = ?$$

এখানে,

$$\text{বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, } r = 1.5 \text{ m}$$

$$\text{ঘূর্ণন সংখ্যা, } N = 120 \text{ বার}$$

$$\text{সময়, } t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{রৈখিক বেগ, } v = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৭। সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ এবং আবর্তনকাল $3.14 \times 10^7 \text{ s}$ হলে পৃথিবীর দ্রুতি কত? [ব. বো. ২০১৫]

আমরা জানি, কৌণিক বেগ ω , রৈখিক দ্রুতি v হলে

$$v = \omega r$$

$$\text{আবার, } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\begin{aligned} \therefore v &= \frac{2\pi r}{T} \\ &= \frac{2 \times \pi \times 1.5 \times 10^{11} \text{ m}}{3.14 \times 10^7 \text{ s}} \\ &= 3 \times 10^4 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{উ: } 3 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, } r = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{আবর্তনকাল, } T = 3.14 \times 10^7 \text{ s}$$

$$\text{দ্রুতি, } v = ?$$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৮। একটি দেয়াল ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 18 cm হলে এর কৌণিক বেগ এবং এর প্রান্তের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [বুটেল ২০১৬-২০১৭]

আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$$

আবার, $v = \omega r$

$$= 1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1} \times 0.18 \text{ m} = 3.13 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 1.74 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1} ; 3.13 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.১৯। বৃত্তাকার পথে 72 km h^{-1} সমদ্রুতিতে চলমান কোনো গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 4 m s^{-2} হলে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত? [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]

আমরা জানি,

$$a = \frac{v^2}{r} \therefore r = \frac{v^2}{a}$$

$$= \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2}{4 \text{ m s}^{-2}} = 100 \text{ m}$$

$$\text{উ: } 400 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{দ্রুতি, } v = 72 \text{ km h}^{-1}$$

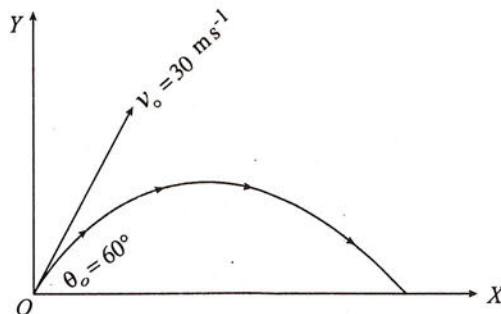
$$= 72 \times 10^3 \text{ m} \times (3600 \text{ s})^{-1}$$

$$= 20 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a = 4 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২০।



(ক) প্রাসটির পাল্লা নির্ণয় কর।

(খ) প্রাসটির নিক্ষেপণ বিন্দু থেকে X -অক্ষ বরাবর 20 m দূরে 25 m উঁচু দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও।

[য. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, প্রাসের পাল্লা,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$$

$$= \frac{(30 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 120^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 79.53 \text{ m}$$

এখানে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_o = 30 \text{ m s}^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 60^\circ$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

প্রাসের পাল্লা, $R = ?$

(খ) 20 m দূরে প্রাসটির উল্লম্ব দূরত্ব যদি দেয়ালের উচ্চতা 25 m-এর বেশি হয় তাহলে দেয়ালটি অতিক্রম করতে পারবে, কম হলে পারবে না।

আমরা জানি, প্রাসের উল্লম্ব দূরত্ব

$$y = (\tan \theta_o) x - \frac{gx^2}{2(v_o \cos \theta_o)^2}$$

$$y = \tan 60^\circ \times 20 \text{ m} - \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (20 \text{ m})^2}{2(30 \text{ m s}^{-1} \times \cos 60^\circ)^2}$$

$$= 25.93 \text{ m}$$

এখানে,

অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 20 \text{ m}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 60^\circ$

আদি বেগ, $v_o = 30 \text{ m s}^{-1}$

উল্লম্ব দূরত্ব, $y = ?$

∴ উল্লম্ব দূরত্ব দেয়ালের উচ্চতার চেয়ে বেশি, সুতরাং অতিক্রম করতে পারবে।

উ: (ক) 79.53 m; (খ) পারবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২১। গোল রক্ষকের 80 m সামনে থেকে একজন ফুটবল খেলোয়াড় অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 25 m s^{-1} বেগে বল কিক করেন। একই সময়ে গোলকিপার বলটি ধরার জন্য বলের দিকে 10 m s^{-1} সমবেগে দৌড়ে যান। [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

(ক) কিক করার 0.5 s পরে বলের বেগ কত?

(খ) বলটি ভূমিতে পড়ার আগে গোলকিপার বলটি ধরতে পারবেন কীনা—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[রা. বো. ২০১৫]

(ক) ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে ফুটবলটি কিক করা হয় সেটি মূলবিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y -অক্ষ ধনাত্মক।

শেষ বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে,

v_x ও v_y হলে,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

আদিবেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

v_{x_o} ও v_{y_o} হলে,

$$v_x = v_{x_o} + a_x t$$

$$= v_o \cos \theta_o + a_x t = 25 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30^\circ + 0$$

$$= 21.65 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে,

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 30^\circ$

আদিবেগ, $v_o = 25 \text{ m s}^{-1}$

সময়, $t = 0.5 \text{ s}$

অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$

উল্লম্ব ত্বরণ, $a_y = -9.8 \text{ m s}^{-2}$ [∴ নিম্নমুখী]

শেষ বেগ, $v = ?$

$$\text{এবং } v_y = v_{y_o} + a_y t$$

$$= v_o \sin \theta_o + a_y t = 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ - 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.5 \text{ s} \\ = 7.6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore v = \sqrt{(21.65 \text{ m s}^{-1})^2 + (7.6 \text{ m s}^{-1})^2} = 22.95 \text{ m s}^{-1}$$

(খ) বলটি যে সময় শূন্য থাকবে অর্থাৎ বলের উড্ডয়নকাল,

$$T = \frac{2v_o \sin \theta_o}{g} = \frac{2 \times 25 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 2.55 \text{ s}$$

এ সময়ে গোলরক্ষক কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = vt = 10 \text{ m s}^{-1} \times 2.55 \text{ s} = 25.5 \text{ m}$

বলটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} = \frac{(25 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 60^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 55.23 \text{ m}$$

অর্থাৎ মাটি স্পর্শ করার পূর্বে গোলকিপার যদি বলের দিকে কমপক্ষে $(80 \text{ m} - 55.23 \text{ m}) = 24.77 \text{ m}$ দূরত্ব অতিক্রম করতে পারেন তাহলে তিনি বলটি ধরতে পারবেন। গোলকিপার বল মাটি স্পর্শ করার পূর্বে 25.5 m দূরত্ব অতিক্রম করতে সক্ষম, কাজেই তিনি বলটি ধরতে পারবেন।

উ: (ক) 22.95 m s^{-1} ; (খ) পারবেন।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২২। বাংলাদেশ-জিম্বাবুয়ের মধ্যকার মিরপুর টেস্টে সাকিব একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 m s^{-1} বেগে বোলারের উপর দিয়ে মাঠের বাইরে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে একজন ফিল্ডার দৌঁড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌঁছানোর আগেই সেটি ছক্কাতে পরিণত হয়। মাঠের ভেতর বলটি অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m , ঢাকায় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

(ক) উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে?

(খ) উদ্দীপকের ফিল্ডার উর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময় মতো বলের লাইনে পৌঁছাতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ক্যাচ নিতে সমর্থ হতেন কী? উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

[ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, সর্বাধিক উচ্চতা,

$$h_m = \frac{(v_o \sin \theta_o)^2}{2g} \\ = \frac{(20 \text{ m s}^{-1} \times \sin 45^\circ)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} \\ = 200 \text{ m}$$

এখানে,

নিষ্ক্ষেপণ বেগ, $v_o = 20 \text{ m s}^{-1}$

নিষ্ক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 45^\circ$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

সর্বাধিক উচ্চতা, $h_m = ?$

(খ) ফিল্ডার ক্যাচ নিতে পারবেন কী পারবেন না তা নির্ভর করবে বাউন্সারি লাইনের কত উপর দিয়ে বলটি মাঠের বাইরে যাবে। যদি তা 3 m এর কম হয় তাহলে ক্যাচ নেওয়া সম্ভব আর 3 m এর বেশি হলে সম্ভব হবে না।

আমরা জানি,

$$y = \tan \theta_o x - \frac{gx^2}{2(v_o \cos \theta_o)^2}$$

$$\text{বা, } y = \tan 45^\circ \times 35 \text{ m} - \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (35 \text{ m})^2}{2(20 \text{ m s}^{-1} \times \cos 45^\circ)^2} \\ = 4.99 \text{ m}$$

\therefore ক্যাচ নেওয়া সম্ভব হবে না।

উ: (ক) 200 m ; (খ) সম্ভব হবে না।

এখানে,

অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 35 \text{ m}$

যে উচ্চতা দিয়ে বলটি

বাউন্সারি লাইন পার হবে, $y = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৩। ভারত বনাম বাংলাদেশের ক্রিকেট ম্যাচে ব্যাটসম্যান বিরাট কোহলীর দিকে সাকিব-আল হাসান বল করলেন। 20 m s^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ব্যাটসম্যান বলটিকে আঘাত করলেন। ব্যাটসম্যান হতে 60 m দূরে থাকা রুবেল 8 m s^{-1} বেগে দৌড়ে বলটি ক্যাচ ধরার জন্য অগ্রসর হলেন।

(ক) বলটি কত সময় শূন্য অবস্থান করবে?

(খ) রুবেলের পক্ষে ক্যাচ ধরা সম্ভব কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও।

[ব. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, বলটির শূন্য থাকার সময় অর্থাৎ

$$\begin{aligned} \text{উড্ডয়নকাল, } T &= \frac{2v_o \sin \theta_o}{g} \\ &= \frac{2 \times 30 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} \\ &= 2.04 \text{ s} \end{aligned}$$

এখানে,

বলটির নিষ্ক্ষেপণ বেগ, $v_o = 20 \text{ m s}^{-1}$

বলটির নিষ্ক্ষেপণ কোণ, $\theta_o = 30^\circ$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

উড্ডয়নকাল, $T = ?$

(খ) ব্যাটসম্যান থেকে রুবেলের দূরত্ব, $s = 60 \text{ m}$

রুবেল 2.04 সেকেন্ডে ব্যাটসম্যানের দিকে দৌড়ে আসবেন,

$$s_1 = \text{রুবেলের বেগ} \times \text{বলটির উড্ডয়নকাল} = 8 \text{ m s}^{-1} \times 2.04 \text{ s} = 16.32 \text{ m.}$$

বলটির অনুভূমিক পাল্লা,

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g} = \frac{(20 \text{ m s}^{-1})^2 \times \sin 60^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 35.35 \text{ m}$$

সুতরাং বলটি রুবেলের অবস্থান থেকে যে দূরত্বে মাটি স্পর্শ করবে,

$$s_2 = s - R = 60 \text{ m} - 35.35 \text{ m} = 24.65 \text{ m}$$

অর্থাৎ ক্যাচ ধরতে হলে রুবেলকে 24.65 m দূরত্ব 2.04 s -এ অতিক্রম করতে হবে। কিন্তু রুবেল বল মাটি স্পর্শ করার আগে 16.32 m দূরত্ব অতিক্রম করতে সক্ষম হন। কাজেই ক্যাচ ধরা সম্ভব হবে না।

উ: (ক) 2.04 s ; (খ) সম্ভব হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৪। কোনো এক বৃষ্টির দিনে নাফিসা জানালার পাশে দাঁড়িয়ে দেখছিল বৃষ্টি উল্লম্বভাবে 6 km h^{-1} বেগে পতিত হচ্ছে। নাফিসা লক্ষ্য করল একজন লোক 4 km h^{-1} বেগে হাঁটছে এবং অপরজন 8 km h^{-1} বেগে সাইকেলে যাচ্ছে। তাদের উভয়ের ছাতা ভিন্ন ভিন্ন কোণে বাঁকাভাবে ধরা।

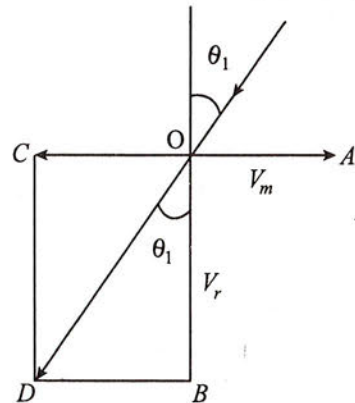
(ক) উদ্দীপকে হেঁটে চলা লোকটির সাপেক্ষে পড়ন্ত বস্তুর লব্ধ বেগ কত?

(খ) হেঁটে চলন্ত লোকটির এবং সাইকেলে চলন্ত লোকটির ছাতা একই রকমভাবে বাঁকানো নয়—নাফিসার পর্যবেক্ষণটি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[রা. বো. ২০১৭]

(ক) ধরা যাক, লোকটি OA বরাবর হাঁটছেন এবং বৃষ্টি V_r বেগে খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর পড়ছে। এখানে লোকটির বেগ $V_m = OA = 4 \text{ km h}^{-1}$ এবং বৃষ্টির বেগ $V_r = OB = 6 \text{ km h}^{-1}$ । এখন V_m এর সমান ও বিপরীতমুখী OC রেখা অঙ্কন করে $OCDB$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করলে কর্ণ OD লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্দেশ করবে। এখানে, $OA = OC = V_m = 4 \text{ km h}^{-1}$ এবং $OB = V_r = 6 \text{ km h}^{-1}$ ।

সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,



$$OD^2 = OB^2 + OC^2 + 2 OB \times OC \times \cos 90^\circ$$

$$\text{বা, } OD = \sqrt{V_r^2 + V_m^2} = \sqrt{(4 \text{ km h}^{-1})^2 + (6 \text{ km h}^{-1})^2} = 7.2 \text{ km h}^{-1}$$

(খ) হেঁটে চলা লোকটির নিকট বৃষ্টি OD বরাবর আসছে বলে মনে হবে। ধরা যাক, বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে θ_1 কোণ উৎপন্ন করে।

$$\theta_1 = \angle BOD$$

$$\therefore \tan \theta_1 = \frac{BD}{OB} = \frac{OC}{OB} = \frac{4 \text{ km h}^{-1}}{6 \text{ km h}^{-1}}$$

$$\therefore \theta_1 = 33.69^\circ$$

আবার ধরা যাক, সাইকেল আরোহী OA বরাবর চলছেন এবং বৃষ্টি খাড়া নিচের দিকে OB বরাবর পড়ছে। এখানে সাইকেল আরোহীর বেগ $V_c = OA = 8 \text{ km h}^{-1}$ এবং বৃষ্টিবেগ $V_r = OB = 6 \text{ km h}^{-1}$ ।

এখন V_c এর সমান ও বিপরীতমুখী OC রেখা অঙ্কন করে $OCDB$ সামান্তরিকটি পূর্ণ করলে কর্ণ OD , সাইকেল আরোহীর সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগের দিক নির্দেশ করবে।

ধরা যাক, বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উল্লম্বের সাথে θ_2 কোণ উৎপন্ন করে।

$$\text{এখানে, } OA = OC = V_c = 8 \text{ km h}^{-1} \text{ এবং}$$

$$OB = V_r = 6 \text{ km h}^{-1}$$

$$\therefore \theta_2 = \angle BOD$$

$$\therefore \tan \theta_2 = \frac{BD}{OB} = \frac{OC}{OB} = \frac{8 \text{ km h}^{-1}}{6 \text{ km h}^{-1}}$$

$$\therefore \theta_2 = 53.13^\circ$$

$\therefore \theta_2 > \theta_1$ সুতরাং বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য হেঁটে চলা লোকটির চেয়ে সাইকেলে লোকটিকে ছাতা বেশি বাঁকাতে হবে।

উ: (ক) 7.2 km h^{-1} ; (খ) যেহেতু দুজনের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ ভিন্ন। সুতরাং দুজনের ছাতা একই রকমভাবে বাঁকানো নয়।

গাণিতিক উদাহরণ-৩.২৫। 142 cm এবং 22 cm ব্যাসের দুটি বৈদ্যুতিক পাখা বানানো হলো। প্রথমটি মিনিটে 150 বার ও দ্বিতীয়টি মিনিটে 180 বার ঘুরে সুইচ বন্ধ করার 2 s পর উভয় পাখা থেমে যায়।

(ক) প্রথম পাখাটির প্রান্তবিন্দুতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ হিসাব কর।

(খ) সুইচ বন্ধ করার পর থেমে যাবার আগ পর্যন্ত উভয় পাখাই কী সমান সংখ্যক বার ঘুরে থেমেছে-যাচাই কর।

[কু. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি, পাখিটির কৌণিক বেগ ω_1 হলে,

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{2\pi N_1}{t_1} \\ &= \frac{2\pi \text{ rad} \times 150}{60 \text{ s}} \\ &= 5\pi \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

আবার, কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \omega^2 r = (5\pi)^2 \times 0.71 \text{ m} = 175.185 \text{ m s}^{-2}$

এখানে,

$$\text{প্রথম পাখার ব্যাসার্ধ, } r_1 = \frac{142}{2} = 71 \text{ cm} = 0.71 \text{ m}$$

$$\text{ঘূর্ণন সংখ্যা, } N_1 = 150$$

$$\text{সময়, } t_1 = 60 \text{ s}$$

$$\text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a = ?$$

(খ) আবার জানি,

$$\theta = \theta_{o1} + \left(\frac{\omega_{o1} + \omega_f}{2} \right) t$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \theta - \theta_{o1} &= \left(\frac{\omega_{o1} + \omega_f}{2} \right) t \\ &= \left(\frac{5 \pi \text{ rad s}^{-1} + 0}{2} \right) \times 2 \text{ s} \end{aligned}$$

$$= 5 \pi \text{ rad} = \frac{5 \pi}{2 \pi} \text{ rev}$$

$$\therefore \theta - \theta_{o1} = 2.5 \text{ rev}$$

$$\begin{aligned} \theta - \theta_{o2} &= \left(\frac{\omega_{o2} + \omega_f}{2} \right) t \\ &= \left(\frac{6 \pi \text{ rad s}^{-1} + 0}{2} \right) \times 2 \text{ s} \\ &= 6 \pi \text{ rad} \\ &= \frac{6 \pi}{2 \pi} \text{ rev} = 3 \text{ rev} \end{aligned}$$

এখানে,

প্রথম পাখার ক্ষেত্রে

আদি কৌণিক বেগ, $\omega_{o1} = 5 \pi \text{ rad s}^{-1}$

পাখার জন্য ঘূর্ণন কাল, $t = 2 \text{ s}$

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$

কৌণিক সরণ, $\theta - \theta_{o1} = ?$

দ্বিতীয় পাখার ক্ষেত্রে

আদি কৌণিক বেগ, $\omega_{o2} = 180 \text{ rev min}^{-1}$

$$\begin{aligned} &= \frac{180 \times 2 \pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \\ &= 6 \pi \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$

কৌণিক সরণ, $\theta - \theta_{o2} = ?$

পাখার ঘূর্ণনকাল, $t = 2 \text{ s}$

গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, থেমে যাওয়ার আগ পর্যন্ত উভয় পাখা সমান সংখ্যক বার ঘুরবে না।

উ: (ক) 175.185 m s^{-2} ; (খ) পাখা দুটি সমান সংখ্যকবার ঘুরবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৬। 75 m s^{-1} বেগে একটি বুলেট রাইফেল থেকে নির্গত হলো। রাইফেলের নলের দৈর্ঘ্য 0.6 m ।

(ক) বুলেটের গড় ত্বরণ কত?

(খ) যদি বুলেটটি একটি প্রাস হয় তবে দেখাও যে, ভিন্ন ভিন্ন কোণে একই বেগে নিষ্কিষ্ট বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব একই থাকবে।

[য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2as \\ \text{বা, } a &= \frac{v^2 - v_o^2}{2s} \\ &= \frac{(75 \text{ m s}^{-1})^2 - (0 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 0.6 \text{ m}} \\ &= 468750 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\text{আনুভূমিক পাল্লা, } R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$$

আদি বেগ স্থির থাকলে অনুভূমিক পাল্লা θ_o এর উপর নির্ভর করে। আমরা জানি $\sin 2\theta_o$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং R সর্বাধিক হবে যখন $\sin 2\theta_o = 1$

$$\text{বা, } 2\theta_o = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \theta_o = 45^\circ$$

এখানে,

বুলেটের আদিবেগ, $v_o = 0 \text{ m s}^{-1}$

বুলেটের শেষ বেগ, $v = 75 \text{ m s}^{-1}$

বুলেটের সরণ তথা নলের দৈর্ঘ্য, $s = 0.6 \text{ m}$

বুলেটের ত্বরণ, $a = ?$

অর্থাৎ নির্দিষ্ট বেগে একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিক্ষেপ করলে সেটি সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করবে। 45° অপেক্ষা কম বা বেশি কোণে নিক্ষেপ হলে উভয় ক্ষেত্রে অনুভূমিক পাল্লা কমতে থাকবে। সুতরাং 45° এর চেয়ে কম ও বেশি জোড়া জোড়া কোণ থাকবে যাতে অনুভূমিক পাল্লা একই হবে।

আমরা জানি, $\sin 2\theta_0 = \sin(180^\circ - 2\theta_0) = \sin 2(90^\circ - \theta_0)$ অর্থাৎ একই বেগে θ_0 এবং $90^\circ - \theta_0$ এর জন্য যেমন, 30° ও $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ বা 40° ও $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ ইত্যাদি কোণে নিক্ষেপ বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব একই হবে।

উ: (ক) 468570 m s^{-2}

(খ) 45° এর কম ও বেশি জোড়া জোড়া কোণ থাকবে যাতে অনুভূমিকভাবে অতিক্রান্ত দূরত্ব একই থাকবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৭। 66 m গড় ব্যাসার্ধের একটি ক্রিকেট মাঠে ক্রিকেট দল A ফিল্ডিং এবং B ব্যাট করছে। একজন বোলার 100 km h^{-1} বেগে ব্যাটসম্যানের দিকে বল নিক্ষেপ করলে ব্যাটসম্যান অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে বলটিতে আঘাত করে। ফলে বোলারের নিক্ষেপ বেগের সমান বেগ লাভ করে। সংশ্লিষ্ট ব্যাটসম্যান হতে 20 m দূরে অবস্থানরত একজন ফিল্ডার ব্যাটসম্যান কর্তৃক বলে আঘাত করার সাথে সাথে বল অভিমুখে 10 m s^{-1} বেগে দৌড় শুরু করল।

(ক) উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে?

[অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]

(খ) উদ্দীপকের ঘটনার ব্যাটসম্যানকে ‘ক্যাচ আউট’ করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

(ক) আমরা জানি,

$$h_m = \frac{(v_0 \sin \theta)^2}{2g}$$

$$= \frac{(27.8 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ)^2}{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 9.86 \text{ m}$$

এখানে,

নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30^\circ$

আদিবেগ, $v_0 = 100 \text{ km h}^{-1}$

$$= \frac{100 \times 100}{3600} \text{ m s}^{-1} = 27.8 \text{ m s}^{-1}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

সর্বাধিক উচ্চতা, $h_m = ?$

(খ) বলটির উড্ডয়নকালে যে দূরত্ব অতিক্রম করবে ফিল্ডার যদি সেই সময়ে বলের অবস্থানে পৌঁছতে পারে তাহলে ব্যাটসম্যানকে ‘ক্যাচ আউট’ করা সম্ভব।

$$\text{আমরা জানি, } T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$$

$$= \frac{2 \times 27.8 \text{ m s}^{-1} \times \sin 30^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 2.84 \text{ s}$$

$$\text{আবার আমরা জানি, } x = (v_0 \cos \theta_0) T$$

$$= 27.8 \text{ m s}^{-1} \times \cos 30^\circ \times 2.84 \text{ s}$$

$$= 68.3 \text{ m}$$

$$\text{ফিল্ডার কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s_2 = v \times T$$

$$= 10 \text{ m s}^{-1} \times 2.84 \text{ s}$$

$$= 28.4 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ব্যাটসম্যান থেকে ফিল্ডারের চূড়ান্ত দূরত্ব, } s = s_1 + s_2 = 20 \text{ m} + 28.4 \text{ m} = 48.8 \text{ m}$$

কিন্তু একই সময়ে ব্যাটসম্যান থেকে বলের দূরত্ব 68.3 m । অতএব ফিল্ডারের পক্ষে ব্যাটসম্যানকে ক্যাচ আউট করা সম্ভব নয়।

উ: (ক) 9.86 m ; (খ) ব্যাটসম্যানকে ক্যাচ আউট করা সম্ভব নয়।

এখানে,

নিক্ষেপ কোণ, $\theta_0 = 30^\circ$

আদিবেগ, $v_0 = 27.8 \text{ m s}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

উড্ডয়ন কাল, $T = ?$

উড্ডয়নকালে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = ?$

ফিল্ডারের বেগ, $v = 10 \text{ m s}^{-1}$

ব্যাটসম্যান থেকে ফিল্ডারের দূরত্ব, $s_1 = 20 \text{ m}$

ফিল্ডার কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৮। একটি কণা সমত্বরণে চলে 5th সেকেন্ডে 7 m অতিক্রম করে এবং আরও কিছু দূর গিয়ে থেমে যায়। কণাটি শেষতম সেকেন্ডে মোট অতিক্রান্ত দূরত্বের $\frac{1}{64}$ অংশ অতিক্রম করে। কণাটির আদিবেগ, ত্বরণ ও মোট সময় নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০০৬-২০০৭]

আমরা জানি,

t -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব

$$S_t = v_0 + \left(\frac{2t-1}{2}\right)a$$

$$\text{এখন, } s_5 = v_0 + \left(\frac{2 \times 5-1}{2}\right)a$$

$$\text{বা, } 7 = v_0 + \frac{9}{2}a \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{আবার, } v = v_0 + at$$

$$\text{বা, } 0 = v_0 + at \dots\dots\dots(2)$$

t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

t -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$$s_t = v_0 + \left(\frac{2t-1}{2}\right)a$$

এখন প্রশ্ন মতে,

$$s_t = \frac{s}{64}$$

$$\text{বা, } v_0 + \left(\frac{2t-1}{2}\right)a = \frac{1}{64} \left(v_0 t + \frac{1}{2} at^2\right)$$

$$\text{বা, } v_0 + at - \frac{1}{2}a = \frac{1}{64} v_0 t + \frac{1}{128} at^2$$

$$\text{বা, } v_0 + at - \frac{1}{2}a = \frac{1}{64} t \left(v_0 + \frac{1}{2} at\right)$$

$$\text{বা, } v_0 + at - \frac{1}{2}a = \frac{t}{64} \left(v_0 + at - \frac{1}{2} at\right)$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}a = -\frac{1}{128} at^2$$

$$\text{বা, } 64 = t^2$$

$$\therefore t = 8 \text{ s}$$

সমীকরণ (2) থেকে

$$0 = v_0 + at$$

$$\text{বা, } v_0 = -8a$$

(1) সমীকরণে v_0 এর মান বসিয়ে,

$$7 = -8a + \frac{9}{2}a$$

$$\therefore a = -2 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore v_0 = -8 \text{ s} \times (-2 \text{ m s}^{-1}) = 16 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 16 \text{ m s}^{-1}; -2 \text{ m s}^{-1}; 8 \text{ s}$$

এখানে,

পঞ্চম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_5 = 7 \text{ m}$

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $= s$

t -তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_t = \frac{1}{64} s$

শেষ বেগ, $v = 0$

আদিবেগ, $v_0 = ?$

মোট সময়, $t = ?$

ত্বরণ, $a = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.২৯। 60 km h^{-1} বেগে ধাবিত একটি গাড়ির ড্রাইভার হঠাৎ গাড়ির সামনে 50 m দূরত্বে দণ্ডায়মান এক ব্যক্তিকে দেখতে পায়। দুর্ঘটনা এড়ানোর জন্য দণ্ডায়মান ব্যক্তির 1 m আগে গাড়ি থামাতে চাইলে ড্রাইভারকে কত মন্দনে ব্রেক প্রয়োগ করতে হবে? [বুয়েট ২০০৪-২০০৫]

আমরা জানি,

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$\text{বা, } 0 = (16.67 \text{ m s}^{-1})^2 + 2a \times 49 \text{ m}$$

$$\text{বা, } a = -\frac{(16.67 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 49 \text{ m}} = -2.84 \text{ m s}^{-2}$$

ঋণাত্মক ত্বরণের অর্থ হচ্ছে মন্দন অর্থাৎ গাড়ির মন্দন হবে 2.84 m s^{-2}

$$\text{উ : } 2.84 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩০। 50 kg ভরের এক ব্যক্তি 950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থির অবস্থান থেকে 10 s সমত্বরণে চালান। অতঃপর 10 min সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 5 s সময়ের মধ্যে গাড়ি থামান। যাত্রা শুরু 2 s পর গাড়ির বেগ 4 m s^{-1} হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব কত? [কুয়েট ২০১৩-২০১৪; ব. বো. ২০০২]

স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরুর পর যে ত্বরণে চলে গাড়িটি 2 s এ 4 m s^{-1} বেগ অর্জন করে সেই ত্বরণে প্রথম 10 s চলে। এই ত্বরণ a হলে,

$$v = v_0 + at$$

$$4 \text{ m s}^{-1} = 0 + a \times 2 \text{ s}$$

$$\therefore a = 2 \text{ m s}^{-2}$$

এই ত্বরণে প্রথম 10 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_1 হলে,

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2} \times 2 \text{ m s}^{-2} \times (10 \text{ s})^2$$

$$= 100 \text{ m}$$

এই 10 s পরে যে বেগ হবে সেই বেগ নিয়ে পরবর্তী 10 min সমবেগে চলবে। এই বেগ v_1 হলে,

$$v_1 = v_0 + at_1 = 0 + 2 \text{ m s}^{-2} \times 10 \text{ s} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

10 min এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_2 হলে

$$s_2 = v_1 t_2$$

$$= 20 \text{ m s}^{-1} \times 10 \times 60 \text{ s}$$

$$= 12000 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 60 \text{ km h}^{-1}$$

$$= \frac{60 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 16.67 \text{ m s}^{-1}$$

শেষ বেগ, $v = 0$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s = 50 \text{ m} - 1 \text{ m} = 49 \text{ m}$$

$$\text{মন্দন, } a = ?$$

এখানে,

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{সময়, } t = 2 \text{ s}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 4 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

এখানে,

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{ত্বরণ, } a = 2 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{সময়, } t_1 = 10 \text{ s}$$

$$\text{দূরত্ব, } s_1 = ?$$

এখানে,

$$\text{সমবেগ, } v_1 = 20 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t_2 = 10 \text{ min} = 10 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{দূরত্ব, } s_2 = ?$$

শেষ 5 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_3 হলে

$$s_3 = \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) t_3 = \left(\frac{20 \text{ m s}^{-1} + 0}{2} \right) \times 5 \text{ s}$$

$$= 50 \text{ m}$$

∴ অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব s হলে

$$s = s_1 + s + s_3$$

$$= 100 \text{ m} + 12000 \text{ m} + 50 \text{ m} = 12150 \text{ m}$$

উ: 12150 m

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩১। 44.1 m গভীর একটি কূপে একটি পাথর নিক্ষেপিত হলো। কূপের মধ্যে শব্দের বেগ 340 m s^{-1} হলে পাথর নিক্ষেপের মুহূর্ত থেকে এটি পানিতে পতনের শব্দ শুনতে অতিক্রান্ত সময় বের কর।

ধরা যাক, খাড়া ওপরের দিক ধনাত্মক। মনে করি, পাথরটি পানিতে পড়তে সময় লাগে t_1 এবং পাথরটি পানিতে পড়ার শব্দ কূপের কিনারা পর্যন্ত পৌঁছতে সময় লাগে t_2 ।

আমরা জানি, পাথর পড়ার ক্ষেত্রে,

$$h = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$\text{বা, } -44.1 \text{ m} = 0 - \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times t_1^2$$

$$\therefore t_1 = 3 \text{ s}$$

শব্দের ক্ষেত্রে, শব্দ সমবেগে চলে,

$$h = v t_2$$

$$44.1 \text{ m} = (340 \text{ m s}^{-1}) \times t_2$$

$$\therefore t_2 = 0.13 \text{ s}$$

$$\therefore \text{মোট সময়, } t = 3 \text{ s} + 0.13 \text{ s}$$

$$= 3.13 \text{ s}$$

উ: 3.13 s

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩২। একটি বাস স্থির অবস্থা থেকে 2 m s^{-2} সমত্বরণে চলতে শুরু করল। দেখাও যে, 10 m s^{-1} বেগে দৌড়াতে সক্ষম কোনো ব্যক্তি বাস থেকে 25 m এর বেশি পেছনে থাকলে বাসটি ধরতে পারবে না।

এখানে,

$$\text{বাসের আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{বাসের ত্বরণ, } a = 2 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{লোকের সমবেগ, } v = 10 \text{ m s}^{-1}$$

ধরা যাক, বাস ছাড়ার t সেকেন্ড পরে লোকটি বাসটিকে ধরেন। এই সময়ে বাস s দূরত্ব অতিক্রম করে।

তাহলে বাসের ক্ষেত্রে,

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\text{বা, } s = 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m s}^{-2} \cdot t^2$$

$$\therefore s = t^2 \dots \dots (1)$$

এখানে,

$$\text{আদি বেগ, } v_1 = 20 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v_2 = 0$$

$$\text{সময়, } t_3 = 5 \text{ s}$$

$$\text{দূরত্ব, } s_3 = ?$$

এখানে,

$$\text{পাথরের আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{সময়, } t_1 = ?$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } h = -44.1 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{শব্দের বেগ, } v = 340 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } h = 44.1 \text{ m}$$

$$\text{শব্দ আসার সময়, } t_2 = ?$$

ধরা যাক, লোকটি বাসের x m পেছন থেকে দৌড় শুরু করেন। তাহলে বাস ধরার জন্য এই t সময়ে তাকে $s + x$ দূরত্ব অতিক্রম করতে হয়। অতএব, লোকের ক্ষেত্রে,

$$s + x = vt$$

$$\text{বা, } s + x = 10t \dots \dots \dots (2)$$

(2) সমীকরণ থেকে (1) সমীকরণ বিয়োগ করে আমরা পাই,

$$x = 10t - t^2$$

$$\text{বা, } t^2 - 10t + x = 0$$

এখন t এর মান বাস্তব হলে ঐ লোক বাসটিকে ধরতে পারবেন। t এর মান বাস্তব হতে হলে,

$$(10)^2 - 4x \geq 0 \text{ হতে হবে}$$

$$\text{বা, } -4x \geq -100 \text{ হতে হবে}$$

$$[* \cdot ax^2 + bx + c = 0 \text{ সমীকরণের বাস্তব মূলের শর্ত হলো } b^2 - 4ac \geq 0]$$

$$\text{বা, } 4x \leq 100 \text{ হতে হবে}$$

$$\text{বা, } x \leq 25 \text{ হতে হবে}$$

অর্থাৎ লোকটি 25 m বা তার কম দূরত্ব পেছনে থাকলে বাসটিকে ধরতে পারবেন, অন্য কথায় লোকটি 25 m-এর বেশি পেছনে থাকলে বাস ধরতে পারবেন না। সুতরাং প্রমাণিত।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৩। 400 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তু ফেলে দেয়া হলো। একই সময় অন্য একটি বস্তুকে 100 m s^{-1} বেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুদ্বয় কখন ও কত উচ্চতায় মিলিত হবে? [সি. বো. ২০১০]

ধরা যাক, খাড়া ওপরের দিক ধনাত্মক। ধরা যাক, নিক্ষেপ করার t সময় পর মাটি থেকে x উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হবে। তাহলে ওপর থেকে যে বস্তুটি ফেলা হয়, সেটি এ সময়ে $(400 - x)$ নিচে নামবে।

এখন উর্ধ্বমুখী বস্তুর ক্ষেত্রে,

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } x = (100 \text{ m s}^{-1})t - \frac{1}{2} (9.8 \text{ m s}^{-2})t^2 \dots (1)$$

আবার, নিম্নমুখী বস্তুর ক্ষেত্রে,

$$-(400 \text{ m} - x) = 0 - \frac{1}{2} \times (9.8 \text{ m s}^{-2})t^2$$

$$\text{বা, } 400 \text{ m} - x = (4.9 \text{ m s}^{-2})t^2 \dots (2)$$

(1) সমীকরণের সাথে (2) সমীকরণ যোগ করে আমরা পাই,

$$400 \text{ m} = (100 \text{ m s}^{-1})t$$

$$\therefore t = 4 \text{ s}$$

$$\therefore x = (100 \text{ m s}^{-1}) \times 4 \text{ s} - \frac{1}{2} \times (9.8 \text{ m s}^{-2}) \times (4 \text{ s})^2$$

$$= 321.6 \text{ m}$$

উ: 4 s পরে ভূমি থেকে 321.6 m ওপরে।

এখানে,

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 100 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = x$$

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{দূরত্ব, } h = -(400 \text{ m} - x) [\because \text{নিম্নমুখী দূরত্ব}]$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৪। ভূমি হতে 300 m উচ্চতা হতে একটি পড়ন্ত বস্তুকে আঘাত করার জন্য 500 m দূরে ভূমিতে অবস্থিত একটি বন্দুক থেকে গুলি ছোঁড়া হলো। যদি বন্দুক হতে গুলি বের হবার মুহূর্তে বস্তুটি স্থিরাবস্থা থেকে নিচে পতিত হওয়া শুরু করে তবে গুলিটি অনুভূমিকের সাথে কত কোণে নিক্ষেপ করতে হবে?

[বুয়েট ২০১২-২০১৩]

ধরা যাক, গুলিটি ছোঁড়ার t সেকেন্ড পরে বস্তুটিকে আঘাত করে। এ সময়ে বস্তুটি y_1 মিটার নিচে নেমে আসে।

গুলিটিকে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে নিক্ষেপ করতে হবে যাতে করে t সেকেন্ড পরে বস্তুটি y_1 দূরত্ব নেমে এলে গুলিটি বস্তুটিকে ভূমি থেকে $(300 \text{ m} - y_1)$ উচ্চতায় আঘাত করতে পারে।

এখানে,

বন্দুকের গুলির আদি বেগ $= v_0$

গুলি কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব, $x = 500 \text{ m}$

গুলি কর্তৃক অতিক্রান্ত

উল্লম্ব দূরত্ব, $y = (300 \text{ m} - y_1)$

নিক্ষেপ কোণ, $\theta = ?$

আমরা জানি,

$$x = v_0 \cos \theta_0 t$$

$$\text{বা, } 500 \text{ m} = v_0 \cos \theta_0 t \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{এবং } y = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{বা, } 300 \text{ m} - y_1 = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots(2)$$

যেহেতু বস্তু t সময়ে y_1 দূরত্ব নেমে আসে

$$\therefore -y_1 = 0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad [\because \text{নিম্নমুখী গতি}]$$

$$\text{বা, } y_1 = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{সমীকরণ, (2) থেকে } 300 \text{ m} - y_1 = \sin \theta_0 \cdot y_1$$

$$\text{বা, } v_0 \sin \theta_0 = 300 \text{ m} \dots\dots\dots(3)$$

সমীকরণ, (3) সমীকরণ (1) দ্বারা ভাগ করে,

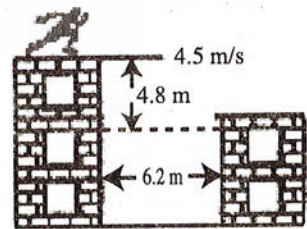
$$\tan \theta_0 = \frac{300 \text{ m}}{500 \text{ m}}$$

$$\therefore \theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) = 30.96^\circ$$

$$\text{উ : } 30.96^\circ$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৫। পাশের চিত্রে চলচ্চিত্রের একজন স্ট্যান্টম্যান একটি উঁচু ভবনের ছাদে অনুভূমিকভাবে দৌড়িয়ে পার্শ্ববর্তী একটি অপেক্ষাকৃত কম উঁচু ভবনের ছাদে লাফ দেবে। এই কাজটি করার পূর্বে সে বুদ্ধিমানের মতো তোমাকে প্রশ্ন করলো যে, এটি করা তার পক্ষে সম্ভব হবে কিনা। ছাদে তার দৌড়ের সর্বোচ্চ গতিবেগ 4.5 m/s হলে সে এটা করতে পারবে কি? সেক্ষেত্রে তোমার উপদেশ কী হবে? “ঝাপ দাও।” অথবা “ঝাপ দিও না”।

[বুয়েট ২০১৬-২০১৭]



ধরা যাক, যে বিন্দু থেকে স্ট্যান্টম্যান লাফ দেবে সেটি মূল বিন্দু এবং খাড়া উপরের দিক Y -অক্ষ ধনাত্মক,

আমরা জানি, উল্লম্ব গতির ক্ষেত্রে

$$y = y_0 + v_{y_0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$\text{বা, } y - y_0 = v_{y_0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

এখানে,

$$x_0 = y_0 = 0$$

$$\text{উল্লম্ব সরণ, } y - y_0 = -4.8 \text{ m} \quad [\because \text{নিম্নমুখী সরণ}]$$

$$\text{উল্লম্ব আদি বেগ, } v_{y_0} = 0$$

$$\text{উল্লম্ব ত্বরণ, } a_y = -g = -9.8 \text{ m s}^{-2}$$

[\because নিম্নমুখী]

$$\text{বা, } -4.8 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times (-9.8 \text{ m s}^{-2})t^2$$

$$\text{বা, } 4.8 \text{ m} = (4.9 \text{ m s}^{-2})t^2$$

$$t = 0.9897 \text{ s}$$

অনুভূমিক গতির ক্ষেত্রে,

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$\text{বা, } x - x_0 = v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$\text{বা, } d = (4.5 \text{ m s}^{-1}) \times 0.9897 \text{ s} + 0 = 4.45 \text{ m}$$

∴ স্ট্যান্ডম্যান কর্তৃক অতিক্রান্ত সর্বোচ্চ দূরত্ব $d = 4.45 \text{ m}$, দুই ছাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $s = 6.2 \text{ m}$ এর চেয়ে কম।

সুতরাং তার ঝাপ দেওয়া উচিত নয়।

উ: আমার উপদেশ “ঝাঁপ দিও না।”

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৬। $s = \left\{ \left(\frac{1}{4} t^4 \right) \text{ s}^{-4} + (5t) \text{ s}^{-1} \right\} \text{ m}$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে।

3 s পরে এর ত্বরণ নির্ণয় কর।

[চ. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$\text{বেগ, } v = \frac{ds}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt} \left\{ \left(\frac{1}{4} t^4 \right) \text{ s}^{-4} + (5t) \text{ s}^{-1} \right\} \text{ m}$$

$$\therefore v = (t^3 \text{ s}^{-4} + 5 \text{ s}^{-1}) \text{ m}$$

$$\text{আবার, ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (t^3 \text{ s}^{-4} + 5 \text{ s}^{-1}) \text{ m} = (3t^2 \text{ s}^{-4} + 0) \text{ m}$$

$$\text{এখন } t = 3 \text{ s, বসিয়ে } a = \{3 (3 \text{ s})^2 \text{ s}^{-4}\} \text{ m} = 27 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উ. } 27 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৭। ঘণ্টায় 40 km বেগে পূর্বদিকে চলমান কোনো গাড়ির চালক ঘণ্টায় $40\sqrt{3} \text{ km}$ বেগে একটি ট্রাককে উত্তর দিকে চলতে দেখল। ট্রাকটি প্রকৃত কোন দিকে চলছে? [রা. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$\vec{R} = \vec{v} - \vec{u}$$

\vec{u} ও \vec{v} এর মধ্যবর্তী কোণ α হলে,

$$R^2 = v^2 + (-u)^2 + 2v(-u) \cos \alpha \dots (1)$$

এখানে, \vec{R} ও \vec{u} এর মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 90^\circ$

$$\text{অতএব, } \tan \theta = \frac{v \sin \alpha}{-u + v \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } \tan 90^\circ = \frac{v \sin \alpha}{-u + v \cos \alpha}$$

$$\text{বা, } \infty = \frac{v \sin \alpha}{-u + v \cos \alpha}$$

অনুভূমিক আদিবেগ, $v_{x0} = 4.5 \text{ m s}^{-1}$

অনুভূমিক ত্বরণ, $a = 0$

দুই ছাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব, $s = 6.2 \text{ m}$

স্ট্যান্ডম্যান কর্তৃক অতিক্রান্ত

সর্বোচ্চ অনুভূমিক দূরত্ব, $x - x_0 = d = ?$

এখানে,

$$\text{সরণ, } s = \left\{ \left(\frac{1}{4} t^4 \right) \text{ s}^{-4} + (5t) \text{ s}^{-1} \right\} \text{ m}$$

সময়, $t = 3 \text{ s}$

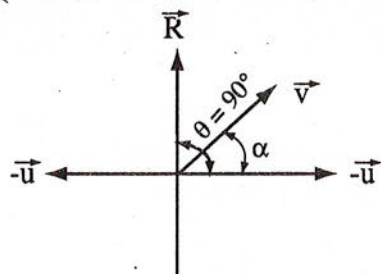
ত্বরণ, $a = ?$

এখানে,

গাড়ির বেগ, $\vec{u} = 40 \text{ km h}^{-1}$, পূর্বদিকে

ট্রাকের আপেক্ষিক বেগ, $\vec{R} = 40\sqrt{3} \text{ km h}^{-1}$, উত্তর দিকে

ট্রাকের প্রকৃত বেগ, $\vec{v} = ?$



$$\therefore -u + v \cos \alpha = 0 \left[\because \frac{\text{যেকোনো সংখ্যা}}{\text{শূন্য}} = \infty \right]$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{u}{v} \dots \dots \dots (2)$$

(1) নং সমীকরণে $\cos \alpha$ -এর মান বসিয়ে,

$$\begin{aligned} R^2 &= v^2 + u^2 + 2v(-u) \times \frac{u}{v} \\ &= v^2 + u^2 - 2u^2 \\ &= v^2 - u^2 \end{aligned}$$

$$\therefore v^2 = R^2 + u^2 = (40\sqrt{3} \text{ km h}^{-1})^2 + (40 \text{ km h}^{-1})^2$$

$$\therefore v = 80 \text{ km h}^{-1}$$

$$\text{আবার, } \cos \alpha = \frac{40 \text{ km h}^{-1}}{80 \text{ km h}^{-1}} = \frac{1}{2} \therefore \alpha = 60^\circ$$

উ: ট্রাকটি 80 km h^{-1} বেগে পূর্ব দিকের সাথে 60° কোণে উত্তর দিকে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৩.৩৮। একটি চাকা মিনিটে 500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 2 min পর চাকাটি বন্ধ হয়ে গেল। চাকাটির কৌণিক মন্দন কত? থেমে যাওয়ার আগে চাকাটি কতবার ঘুরবে? [চ্যুয়েট ২০০৩-২০০৪]

আমরা জানি,

$$\omega_f = \omega_o + \alpha t$$

$$\text{বা, } 0 = 16.67\pi \text{ rad s}^{-1} + \alpha \times 120 \text{ s}$$

$$\text{বা, } \alpha = -0.139 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\text{আবার } \theta = \theta_o + \left(\frac{\omega_o + \omega_f}{2} \right) t$$

$$= \frac{16.6\pi \text{ rad s}^{-1} + 0}{2} \times 120 \text{ s}$$

$$= 996 \pi \text{ rad} = \frac{996 \pi \text{ rad}}{2\pi} = 498 \text{ rev}$$

উ: 498 rev

এখানে,

$$\text{আদি কৌণিক বেগ, } \omega_o = 500 \text{ rev min}^{-1}$$

$$= \frac{500 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$

$$= 16.67 \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{সময়, } t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$

$$\text{শেষ কৌণিক বেগ, } \omega_f = 0$$

$$\text{কৌণিক ত্বরণ, } \alpha = ?$$

$$\text{কৌণিক সরণ, } \theta - \theta_o = ?$$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১। সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে কী বলা হয়?

(ক) গড় বেগ

○

(খ) তাৎক্ষণিক বেগ

○

(গ) সুষম বেগ

○

(ঘ) অসম বেগ

○

২। সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে কী বলা হয়?

(ক) গড় ত্বরণ

○

(খ) সমত্বরণ

○

(গ) অসমত্বরণ

○

(ঘ) ত্বরণ

○

৩। বেগের মাত্রা কোন্টি?

(ক) $M^0 L T^{-1}$

○

(খ) $L T^2$

○


(গ) $L^2 T$

○

(ঘ) $M^2 L T^{-2}$

○

- ৪। ত্বরণের মাত্রা কোনটি ?
 (ক) MLT^{-2} ☐ (খ) ML^2T^2 ☐
 (গ) M^0LT^{-2} ☐ (ঘ) ML^0T^{-2} ☐
- ৫। নিচের কোনটি সুষম বেগের উদাহরণ ?
 (ক) অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর বেগ ☐
 (খ) বজ্রপাতের শব্দের বেগ ☐
 (গ) ঢাকার রাস্তায় চলন্ত গাড়ির বেগ ☐
 (ঘ) কামানের গোলার বেগ ☐
- ৬। নিচের কোনটি সমত্বরণ গতির উদাহরণ ?
 (ক) নক্ষত্র থেকে আগত আলোর গতি ☐
 (খ) ছাদ থেকে অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি ☐
 (গ) বজ্রপাতের শব্দের গতি ☐
 (ঘ) স্রোতের নদীতে পানির গতি ☐
- ৭। স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের কোনটি ?
 (ক) ব্যস্তানুপাতিক ☐ (খ) সমানুপাতিক ☐
 (গ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গের সমানুপাতিক ☐
- ৮। স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের কোনটি ?
 (ক) সমানুপাতিক ☐ (খ) ব্যস্তানুপাতিক ☐
 (গ) বর্গের সমানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ☐
- ৯। স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের—
 (ক) সমানুপাতিক ☐ (খ) বর্গের সমানুপাতিক ☐
 (গ) ব্যস্তানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ☐
- ১০। স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর বেগ অতিক্রান্ত দূরত্বের—
 (ক) সমানুপাতিক ☐ (খ) ব্যস্তানুপাতিক ☐
 (গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ☐
- ১১। 4.9 m s^{-1} বেগে একটি বস্তুর খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কতক্ষণ শূন্য থাকবে ?
 (ক) 1 s ☐ (খ) 2 s ☐
 (গ) 3 s ☐ (ঘ) 4 s ☐
- ১২। স্থিরাবস্থা থেকে কোনো বস্তুকণা সুষম ত্বরণে অনুভূমিক সরলরেখা বরাবর যাত্রা শুরু করল। চতুর্থ ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত হবে—
 (ক) $\frac{3}{4}$ ☐ (খ) $\frac{7}{5}$ ☐
 (গ) $\frac{26}{9}$ ☐ (ঘ) 2 ☐

১৩।  চিত্র অনুসারে ২ m ব্যাসার্ধের একটি অর্ধাবৃত্তাকার পথে একটি বস্তুকণা গতিশীল। ২ s-এ কণাটি P থেকে Q বিন্দুতে পৌঁছায়, কণাটির গড় বেগ কত? [চ. বো. ২০১৭]

- (ক) 1 m s^{-1} ☐ (খ) $\pi \text{ m s}^{-1}$ ☐
 (গ) 2 m s^{-1} ☐ (ঘ) $2\pi \text{ m s}^{-1}$ ☐

১৪। 9.8 m s^{-1} বেগে একখণ্ড পাথর উপরের দিকে ছোড়া হলো; কত সময় পর এটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে?

- (ক) ১ s ☐ (খ) ২ s ☐
 (গ) ৩ s ☐ (ঘ) ৪ s ☐

১৫। ১০০ m দীর্ঘ একটি ট্রেন 45 km h^{-1} বেগে চলে ১ km দীর্ঘ একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? [বুটেক্স ২০১৪-২০১৫, ২০১৩-২০১৪; বুয়েট ২০০৯-২০১০]

- (ক) ১০ s ☐ (খ) ২০ s ☐
 (গ) ৪০ s ☐ (ঘ) ৪৪ s ☐

১৬। এক ব্যক্তি 7 km h^{-1} বেগে তার গন্তব্যে পৌঁছান এবং 8 km h^{-1} বেগে পূর্বের স্থানে ফিরে আসেন। তার গড় বেগ কত?

- (ক) 7.5 km h^{-1} ☐ (খ) 7.66 km h^{-1} ☐
 (গ) 7.33 km h^{-1} ☐ (ঘ) 7.47 km h^{-1} ☐

১৭। একটি বস্তুকে 196 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। ২০ s পরে বস্তুটির বেগ হবে—

- (ক) 10.0 m s^{-1} ☐ (খ) 0.0 m s^{-1} ☐
 (গ) 50 m s^{-1} ☐ (ঘ) 60.0 m s^{-1} ☐

১৮। গতিসংক্রান্ত কোন্ সমীকরণটি সঠিক নয়?

- (ক) $v = v_0 + at$ ☐ (খ) $v^2 = v_0^2 + 2as$ ☐
 (গ) $s = \frac{v_0 + v}{2} t$ ☐ (ঘ) $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ ☐

১৯। গতিশীল বস্তুর অবস্থান (x) এবং সময় (t) এর সম্পর্কে $x = 18 \text{ m} + (12 \text{ m s}^{-1})t - (1.2 \text{ m s}^{-2})t^2$ সময়ের বিপরীতে নিম্নে প্রদত্ত কোন্ অবস্থানের মান সঠিক নয়?

সময় (t)	অবস্থান (x)	সময় (t)	অবস্থান (x)
(ক) ০ s	১৮ m <input type="radio"/>	(খ) ১ s	২৮.৮ m <input type="radio"/>
(গ) ২ s	৩৭.২ m <input type="radio"/>	(ঘ) ৩ s	৪৫.২ m <input type="radio"/>

২০। একটি টাওয়ারের উপর হতে এক টুকরো পাথর খাড়া উপরের দিকে v_0 আদিবেগে নিক্ষেপ করা হলো। পাথরটি $3v_0$ বেগে ভূমিতে পৌঁছলে টাওয়ারটির উচ্চতা—

- (ক) $\frac{3v_0^2}{g}$ ☐ (খ) $\frac{4v_0^2}{g}$ ☐
 (গ) $\frac{6v_0^2}{g}$ ☐ (ঘ) $\frac{9v_0^2}{g}$ ☐

- ২১। অনুভূমিকের সাথে কত কোণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাস সর্বাধিক অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে ? [রা. বো. ২০১৫]
- (ক) 30° ☐ (খ) 45° ☐
 (গ) 60° ☐ (ঘ) 90° ☐
- ২২। v_0 বেগে নিক্ষিপ্ত একটি প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা—
- (ক) $\frac{v_0}{g}$ ☐ (খ) $\frac{v_0^2}{g}$ ☐
 (গ) $\frac{v_0}{2g}$ ☐ (ঘ) $\frac{2v_0}{g^2}$ ☐
- ২৩। একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে 9.8 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে কত দূরে গিয়ে পড়বে ?
- (ক) 19.6 m ☐ (খ) 9.8 m ☐
 (গ) 10 m ☐ (ঘ) 1 m ☐
- ২৪। এক রেডিয়ান কোনটির প্রায় সমান ?
- (ক) 10° ☐ (খ) 50.3° ☐
 (গ) 120° ☐ (ঘ) 57.3° ☐
- ২৫। একটি চাকার ব্যাস 1 m । এটি মিনিটে ৩০ বার ঘুরলে এর প্রান্তের রৈখিক বেগ m s^{-1} -এ কত হবে ?
- (ক) π ☐ (খ) $\frac{\pi}{2}$ ☐
 (গ) 30π ☐ (ঘ) 60π ☐
- ২৬। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত ?
- (ক) $\pi \text{ rad s}^{-1}$ ☐ (খ) $\frac{\pi}{3} \text{ rad s}^{-1}$ ☐
 (গ) $\frac{\pi}{2} \text{ rad s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $\frac{\pi}{30} \text{ rad s}^{-1}$ ☐
- ২৭। একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার কম্পাঙ্ক কত ? [ঢা. বো. ২০১৬]
- (ক) 2.78 Hz ☐ (খ) $2.78 \times 10^{-1} \text{ Hz}$ ☐
 (গ) $2.78 \times 10^{-2} \text{ Hz}$ ☐ (ঘ) $2.78 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ ☐
- ২৮। কৌণিক বেগের মাত্রা কোনটি ?
- (ক) $\text{M}^\circ\text{L}^\circ\text{T}^{-1}$ ☐ (খ) ML^{-1}T ☐
 (গ) $\text{M}^{-1}\text{L}^{-1}\text{T}^{-1}$ ☐ (ঘ) $\text{ML}^{-2}\text{T}^{-1}$ ☐
- ২৯। কৌণিক ত্বরণের মাত্রা কোনটি ?
- (ক) $\text{M}^\circ\text{L}^\circ\text{T}^{-1}$ ☐ (খ) $\text{M}^{-1}\text{L}^\circ\text{T}^{-1}$ ☐
 (গ) $\text{M}^\circ\text{L}^\circ\text{T}^{-2}$ ☐ (ঘ) $\text{M}^{-1}\text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$ ☐
- ৩০। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক কোনটি ?
- (ক) $a = \frac{r}{\alpha}$ ☐ (খ) $a = \frac{\alpha}{r}$ ☐
 (গ) $a = r^2\alpha$ ☐ (ঘ) $a = r\alpha$ ☐

- ৩১। ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটায় কৌণিক বেগ কত ? [চ. বো. ২০১৬]
- (ক) $\pi/30 \text{ rad s}^{-1}$ ☐ (খ) $\pi/30 \text{ rad min}^{-1}$ ☐
- (গ) $\pi/360 \text{ rad min}^{-1}$ ☐ (ঘ) $\pi/720 \text{ rad min}^{-1}$ ☐
- ৩২। পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যে প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্রগুলো অর্জন করা যায় তাকে কী বলে?
- (ক) গ্যালিলীয় প্রসঙ্গ কাঠামো ☐ (খ) নিউটনীয় প্রসঙ্গ কাঠামো ☐
- (গ) জড় প্রসঙ্গ কাঠামো ☐ (ঘ) সবকটি ঠিক ☐
- ৩৩। পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে কী বলে ?
- (ক) পরম গতি ☐ (খ) আপেক্ষিক গতি ☐
- (গ) পরম স্থিতি ☐ (ঘ) আপেক্ষিক স্থিতি ☐
- ৩৪। দুটি গতিশীল বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির গতিকে কী বলে ?
- (ক) পরম গতি ☐ (খ) পরম স্থিতি ☐
- (গ) আপেক্ষিক গতি ☐ (ঘ) আপেক্ষিক স্থিতি ☐
- ৩৫। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ a এর রাশিমালা কোন্টি ?
- (ক) $a = \omega r$ ☐ (খ) $a = \frac{v}{r}$ ☐
- (গ) $a = \frac{v^2}{r}$ ☐ (ঘ) $a = \omega r^2$ ☐
- ৩৬। A ও B দুটি গাড়ি যথাক্রমে 10 km h^{-1} ও 20 km h^{-1} বেগে একই দিকে চলছে। A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ— [ব. বো. ২০১৫]
- (ক) 10 km h^{-1} সামনের দিকে ☐ (খ) 20 km h^{-1} সামনের দিকে ☐
- (গ) 20 km h^{-1} পিছনের দিকে ☐ (ঘ) 30 km h^{-1} সামনের দিকে ☐
- ৩৭। 15 cm দীর্ঘ একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার প্রান্তের রৈখিক বেগ কত ? [সি. বো. ২০১৫]
- (ক) $2.18 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$ ☐ (খ) $0.22 \times 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$ ☐
- (গ) $1.31 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $1.31 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$ ☐
- ৩৮। অনুভূমিক বরাবর নিষ্কিণ্ত বস্তুর গতিপথ— [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) উপবৃত্তাকার ☐ (খ) পরাবৃত্তাকার ☐
- (গ) বৃত্তাকার ☐ (ঘ) সরল রৈখিক ☐
- ৩৯। একটি হাতঘড়ির মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ কত ? [য. বো. ২০১৫]
- (ক) $\frac{\pi}{3600} \text{ rad s}^{-1}$ ☐ (খ) $\frac{\pi}{1800} \text{ rad s}^{-1}$ ☐
- (গ) $\frac{\pi}{30} \text{ rad s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $2\pi \text{ rad s}^{-1}$ ☐
- ৪০। প্রাসের গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ— [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) শূন্য ☐ (খ) g ☐
- (গ) $\frac{g}{2}$ ☐ (ঘ) $-g$ ☐
- ৪১। $1 \text{ rps} = ?$ [জ. বো. ২০১৫]
- (ক) $\frac{\pi}{2} \text{ rad s}^{-1}$ ☐ (খ) $\pi \text{ rad s}^{-1}$ ☐
- (গ) $2\pi \text{ rad s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $4\pi \text{ rad s}^{-1}$ ☐

৫৬। সর্বাধিক উচ্চতায় বিভবশক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত কত ?

(ক) ১ : ২

○

(খ) ১ : ১

○

(গ) ৩ : ১

○

(ঘ) ৩ : ২

○

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$x = \frac{1}{3}t^3 + 3t \text{ সমীকরণটি একটি বস্তুর সরণ নির্দেশ করছে।}$$

এই সমীকরণে t সেকেন্ড এবং x মিটারে প্রকাশিত।

৫৭। ২ s পরে বস্তুর বেগ কত ?

(ক) 15 m s^{-1}

○

(খ) 10 m s^{-1}

○

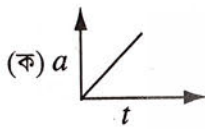
(গ) 7 m s^{-1}

○

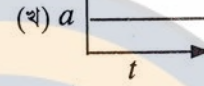
(ঘ) 5 m s^{-1}

○

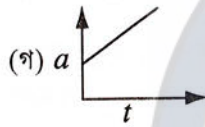
৫৮। উদ্দীপক থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুসারে নিচের কোন লেখচিত্রটি ঠিক ?



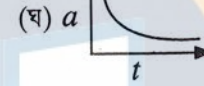
○



○



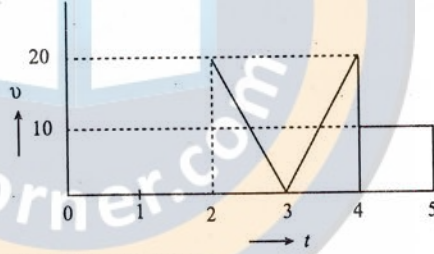
○



○

নিচের লেখচিত্র $v-t$ লক্ষ্য কর এবং ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[কু. বো. ২০১৫]



৫৯। যখন $t=0$ থেকে $t=5$ সে.-এ বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে ?

(ক) 30 m

○

(খ) 40 m

○

(গ) 50 m

○

(ঘ) 60 m

○

৬০। যখন $t=0$ থেকে $t=5$ সে.-এ বস্তুর সরণ কত ?

(ক) 30 m

○

(খ) 40 m

○

(গ) 50 m

○

(ঘ) 60 m

○

৬১। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার—

(i) পর্যায়কাল ১ মিনিট (ii) কম্পাঙ্ক $1.6 \times 10^{-3} \text{ Hz}$ (iii) কৌণিক বেগ $0.1046 \text{ rad s}^{-1}$ [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○

(খ) ii ও iii

○

(গ) i ও iii

○

(ঘ) i, ii ও iii

○

সরল পথে বিনা বাধায় চলমান একটি বস্তুর সময় ও বেগের সারণি নিম্নরূপ :

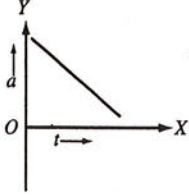
সময় (sec)	2	4	6	8	10
বেগ (m s^{-1})	12	10	8	6	4

তথ্যানুসারে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

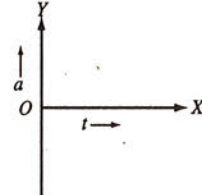
৬২। ত্বরণ-সময় লেখচিত্র হবে—

[ঢা. বো. ২০১৬]

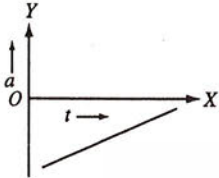
(ক)



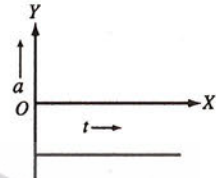
(খ)



(গ)

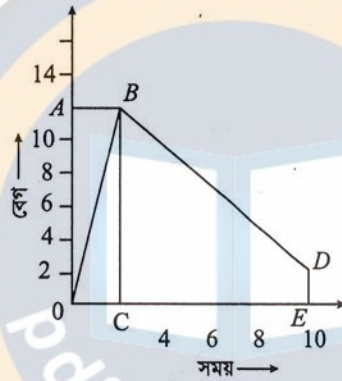


(ঘ)



৬৩।

[ঢা. বো. ২০১৬]



10 সেকেন্ডে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব—

(ক) $OABDE$ -এর ক্ষেত্রফল

(খ) $CBDE$ -এর ক্ষেত্রফল

(গ) $OBDE$ -এর ক্ষেত্রফল

(ঘ) $OABC$ -এর ক্ষেত্রফল

৬৪। প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতার রাশিমালা—

[কু. বো. ২০১৬]

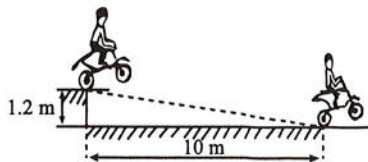
(ক) $\frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$

(খ) $\frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$

(গ) $\frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{g}$

(ঘ) $\frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g}$

৬৫। চিত্রে অনুভূমিকভাবে গতিশীল একজন মোটরসাইকেল স্ট্যান্ডম্যান ভূমি হতে 1.2 m উচ্চতায় একটি বিন্দু হতে ঝাঁপ দেয় এবং 10 m দূরত্বে অবতরণ করে।



ঝাঁপ দেয়ার সময় বেগ কত ছিল ?

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) 5 m s^{-1}

☐

(খ) 10 m s^{-1}

☐

(গ) 15 m s^{-1}

☐

(ঘ) 20 m s^{-1}

☐

৬৬। বিনা বাধায় খাড়াভাবে নিষ্ফিষ্ট বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতায় উঠবার প্রয়োজনীয় সময়-এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক ?

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) $\frac{u^2}{2g}$

☐

(খ) $\frac{u}{2g}$

☐

(গ) $\frac{2u}{g}$

☐

(ঘ) $\frac{u}{g}$

☐

৬৭। একটি গাড়ি প্রথম x মিনিটে y km এবং পরবর্তী y মিনিট x km যায়। গাড়িটির গড় দ্রুতি—

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) 60 m s^{-1}

☐

(খ) 60 km s^{-1}

☐

(গ) 60 m h^{-1}

☐

(ঘ) 60 km h^{-1}

☐

৬৮। প্রাসের নিষ্ফেপণ বিন্দু ও পতন বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হলো—

[য. বো. ২০১৬]

(ক) সরণ

☐

(খ) দূরত্ব

☐

(গ) পাল্লা

☐

(ঘ) অভিক্ষেপ

☐

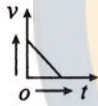
উদ্দীপকের আলোকে ৬৯ নং এবং ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

একটি গাড়ি যাত্রাপথে সমবেগে চলছে।

৬৯। বেগ (v) বনাম সময় (t) লেখচিত্রটি হবে—

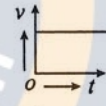
[য. বো. ২০১৬]

(ক)



☐

(খ)



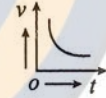
☐

(গ)



☐

(ঘ)

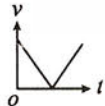


☐

৭০। পরবর্তীতে যান্ত্রিক ত্রুটির কারণে বাকি পথ অসমবেগে (হ্রাস পেয়ে) অতিক্রম করে। এক্ষেত্রে বেগ (v) বনাম সময় (t) লেখচিত্রটি হবে—

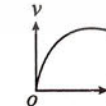
[য. বো. ২০১৬]

(ক)



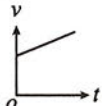
☐

(খ)



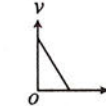
☐

(গ)



☐

(ঘ)



☐

৭১। এক ব্যক্তি 5 km h^{-1} বেগে তার গন্তব্যে পৌঁছায় এবং 4 km h^{-1} বেগে পূর্বের অবস্থানে ফিরে আসে। তার আপেক্ষিক বেগ কত ?

[চ. বো. ২০১৬]

(ক) 0.50 m h^{-1}

☐

(খ) 1.00 km h^{-1}

☐

(গ) 4.50 km h^{-1}

☐

(ঘ) 9.00 km h^{-1}

☐

৭২। 9.8 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে একটি পাথরকে ছোঁড়া হলে কত সেকেন্ড পর এটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে? [চ. বো. ২০১৬]

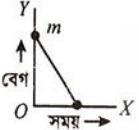
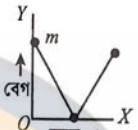
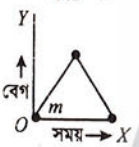
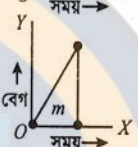
- (ক) 1 s ☐ (খ) 2 s ☐
 (গ) 4.9 s ☐ (ঘ) 9.8 s ☐

m ভরের বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে 9.8 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করার পর ফিরে আসলো। এখানে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । নির্দেশনার আলোকে ৭৩ নং ও ৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭৩। বস্তুটি কত সময় শূন্যে বিচরণ করেছে? [ব. বো. ২০১৬]

- (ক) 20 sec ☐ (খ) 15 sec ☐
 (গ) 10 sec ☐ (ঘ) 5 sec ☐

৭৪। তথ্যের ভিত্তিতে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র কোনটি? [ব. বো. ২০১৬]

- (ক)  ☐ (খ) 
 (গ)  ☐ (ঘ) 

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৭৫ নং ও ৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো বস্তুর অবস্থান $x = (12 \text{ m s}^{-1})t - (1.2 \text{ m s}^{-1})t^2$, যেখানে অবস্থান x সময় t -এর উপর নির্ভরশীল।

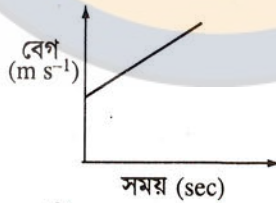
৭৫। $t = 3 \text{ s}$ সময়ে বস্তুটির বেগের মান কত হবে? [সি. বো. ২০১৬]

- (ক) 4.4 m s^{-1} ☐ (খ) 4.8 m s^{-1} ☐
 (গ) 9.6 m s^{-2} ☐ (ঘ) 12 m s^{-2} ☐

৭৬। বস্তুটির ত্বরণ কত হবে? [সি. বো. ২০১৬]

- (ক) -2.4 m s^{-2} ☐ (খ) -4.8 m s^{-2} ☐
 (গ) 9.6 m s^{-2} ☐ (ঘ) 12 m s^{-2} ☐

৭৭। চিত্রানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. ২০১৬]

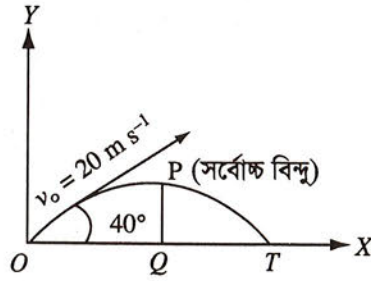


- (ক) বস্তুটি সমবেগে চলছে ☐ (খ) বস্তুটি অসমত্বরণে চলছে ☐
 (গ) বস্তুটি সমত্বরণে চলছে ☐ (ঘ) বস্তুটি অসমতলে চলছে ☐

৭৮। একটি বন্দুকের গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে 1 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূর প্রবেশ করবে? [রুয়েট ২০১৫-২০১৬]

- (ক) $\frac{1}{3} \text{ m}$ ☐ (খ) $\frac{2}{3} \text{ m}$ ☐
 (গ) $\frac{1}{4} \text{ m}$ ☐ (ঘ) $\frac{1}{8} \text{ m}$ ☐

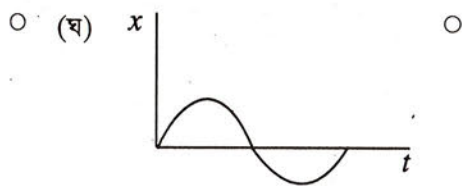
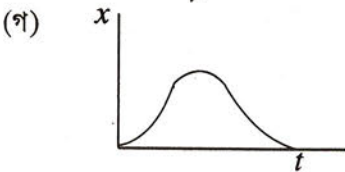
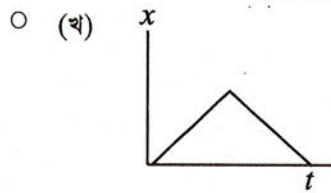
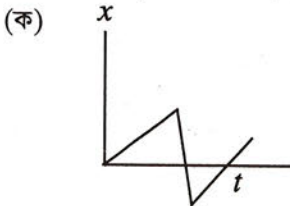
- ৭৯। একটি মার্বেলকে 0.6 m উঁচু টেবিলের প্রান্ত থেকে টোকা দিলে মার্বেলটি 5.0 m s^{-1} বেগ অর্জন করে। মার্বেলটি টেবিলের প্রান্ত হতে কত m দূরে মাটিতে পড়বে? [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 0.6 m ☐ (খ) 0.8 m ☐
 (গ) 1.75 m ☐ (ঘ) 2.35 m ☐
- ৮০। কোনো স্থির ত্বরণযুক্ত বস্তু ছয় সেকেন্ডে 240 m এবং ষষ্ঠ সেকেন্ডে 65 m অতিক্রম করলে ২০ তম সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [শা.বি.প্র.বি. ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 120 m ☐ (খ) 205 m ☐
 (গ) 430 m ☐ (ঘ) 800 m ☐
- ৮১। অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটির অনুভূমিক দূরত্ব হবে— [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) খাড়া উচ্চতা ☐ (খ) খাড়া উচ্চতার দ্বিগুণ ☐
 (গ) খাড়া উচ্চতার তিনগুণ ☐ (ঘ) খাড়া উচ্চতার চারগুণ ☐
- ৮২। একটি বস্তুকে 196 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 20 s পরে বস্তুটির বেগ হবে— [কুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]
 (ক) 50 m s^{-1} ☐ (খ) 60 m s^{-1} ☐
 (গ) 0 m s^{-1} ☐ (ঘ) 10 m s^{-1} ☐
- ৮৩। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চে শূন্য হবে— [রা. বো. ২০১৬]
- (i) বেগের অনুভূমিক উপাংশ
 (ii) বেগের উল্লম্ব উপাংশ
 (iii) ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ
 নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) ii ও iii ☐
 (গ) i ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৮৪। 50 kg ভরের এক ব্যক্তি 1950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে প্রথম 10 s সমত্বরণে চললো। অতঃপর 10 min সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 1 s এর মধ্যে গাড়ি থামাল। যাত্রা শুরু ৪ s পর গাড়ির বেগ 8 m s^{-1} হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব নির্ণয় কর। [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 12100 m ☐ (খ) 12210 m ☐
 (গ) 12310 m ☐ (ঘ) 12110 m ☐
- ৮৫। একটি কণা 2.0 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে ৩০ বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত? [ঢা. বি. ২০১৪-২০১৫; রা. বি. ২০০৭-২০০৮; কুয়েট ২০০৯-২০১০, মা.ভা. বি.প্র.বি ২০১৫-২০১৬; কু. বি. ২০১৫-২০১৬; খু. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $\pi \text{ m s}^{-1}$ ☐ (খ) $2\pi \text{ m s}^{-1}$ ☐
 (গ) $4\pi \text{ m s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $0.5 \pi \text{ m s}^{-1}$ ☐
- ৮৬। সরণ পাওয়া যায়— [ঢা. বি. ২০১৮-২০১৯]
- (ক) বেগ-সময় লেখচিত্রের ঢাল থেকে ☐ (খ) ত্বরণ-সময় লেখচিত্রের ঢাল থেকে ☐
 (গ) বেগ-সময় লেখচিত্রের নিচের ক্ষেত্রফল থেকে ☐ (ঘ) ত্বরণ-সময় লেখচিত্রের নিচের ক্ষেত্রফল থেকে ☐



চিত্রে O বিন্দুতে একটি পাথর 20 m s^{-1} বেগে 40° কোণে ছোঁড়া হলো।

উদ্দীপকের আলোকে ৮৭ নং ও ৮৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

- ৮৭। $OQ =$ কত ? [ঢা. বো. ২০১৬]
- (ক) 12.86 m ☐ (খ) 25.71 m ☐
- (গ) 128.56 m ☐ (ঘ) 196.96 m ☐
- ৮৮। T বিন্দুতে পৌঁছতে পাথরটির কত সময় লাগবে ? [ঢা. বো. ২০১৬]
- (ক) 1.43 s ☐ (খ) 2.86 s ☐
- (গ) 8.26 s ☐ (ঘ) 261.23 s ☐
- ৮৯। একজন লোক 48 m s^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপর দিকে নিক্ষেপ করে। বলটি কত সময় শূন্য থাকবে এবং সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে ? [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 9.8 s & 117.55 m ☐ (খ) 8.9 s & 117.55 m ☐
- (গ) 9.8 s & 171.55 m ☐ (ঘ) 8.9 s & 171.55 m ☐
- ৯০। $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ -এর ক্ষেত্রে s বনাম t লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রটি কী হবে ? [বুটেন্স ২০১৪-২০১৫]
- (ক) অধিবৃত্ত ☐ (খ) পরাবৃত্ত ☐
- (গ) উপবৃত্ত ☐ (ঘ) আয়তাকার পরাবৃত্ত ☐
- ৯১। একটি গাড়ি একটি সোজা রাস্তায় স্থির অবস্থা থেকে ত্বরনের মাধ্যমে যাত্রা শুরু করলো। কিছু সময় পরে গাড়িটি মন্দনের মাধ্যমে থেমে যায়। গাড়িটি একই পথে একইভাবে যাত্রা করে পূর্ববর্তী স্থানে ফিরে আসে। নিম্নলিখিত কোন লেখচিত্রেটি গাড়িটির গতিকে প্রকাশ করে ? [ঢা. বি. ২০১৮-২০১৯]



৯২। প্রাসের ক্ষেত্রে—

[য. বো. ২০১৯]

- (i) প্রাসের উপর একমাত্র ত্রিযাশীল বল অভিকর্ষ বল
(ii) প্রাসের গতির ক্ষেত্রে g -এর মান স্থির ধরা হয়
(iii) প্রাসের গতিপথ ত্রিমাত্রিক
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) ii ও iii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৯৩। একটি ফুটবলকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 40 m s^{-1} বেগে কিক করা হলে 2 s পরে এর বেগ কত হবে? [রা. বো. ২০১৯]

(ক) 30.64 m s^{-1} ☐(খ) 32.64 m s^{-1} ☐(গ) 34.64 m s^{-1} ☐(ঘ) 36.64 m s^{-1} ☐

৯৪। একটি বস্তুকে 180 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ছেড়ে দেওয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে 60 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। কখন বস্তুদ্বয় পরস্পর মিলিত হবে? [রা. বো. ২০১৯]

(ক) 1s

☐

(খ) 2s

☐

(গ) 3s

☐

(ঘ) 4s

☐

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(খ)	২।(ঘ)	৩।(ক)	৪।(গ)	৫।(খ)	৬।(খ)	৭।(খ)	৮।(গ)	৯।(খ)	১০।(গ)	১১।(ক)
১২।(খ)	১৩।(গ)	১৪।(খ)	১৫।(ঘ)	১৬।(ঘ)	১৭।(খ)	১৮।(খ)	১৯।(ঘ)	২০।(খ)	২১।(খ)	২২।(খ)
২৩।(খ)	২৪।(ঘ)	২৫।(খ)	২৬।(ঘ)	২৭।(ঘ)	২৮।(ক)	২৯।(গ)	৩০।(ঘ)	৩১।(গ)	৩২।(ঘ)	৩৩।(ক)
৩৪।(গ)	৩৫।(গ)	৩৬।(ক)	৩৭।(ক)	৩৮।(খ)	৩৯।(খ)	৪০।(ক)	৪১।(গ)	৪২।(খ)	৪৩।(খ)	৪৪।(গ)
৪৫।(গ)	৪৬।(খ)	৪৭।(খ)	৪৮।(গ)	৪৯।(খ)	৫০।(ঘ)	৫১।(ক)	৫২।(খ)	৫৩।(ক)	৫৪।(গ)	৫৫।(গ)
৫৬।(গ)	৫৭।(গ)	৫৮।(ক)	৫৯।(ক)	৬০।(ক)	৬১।(গ)	৬২।(ঘ)	৬৩।(গ)	৬৪।(খ)	৬৫।(ঘ)	৬৬।(ঘ)
৬৭।(ঘ)	৬৮।(গ)	৬৯।(খ)	৭০।(ঘ)	৭১।(ঘ)	৭২।(খ)	৭৩।(ক)	৭৪।(খ)	৭৫।(খ)	৭৬।(ক)	৭৭।(গ)
৭৮।(ক)	৭৯।(গ)	৮০।(খ)	৮১।(ঘ)	৮২।(গ)	৮৩।(খ)	৮৪।(ঘ)	৮৫।(খ)	৮৬।(গ)	৮৭।(খ)	৮৮।(ঘ)
৮৯।(ক)	৯০।(খ)	৯১।(ঘ)	৯২।(ক)	৯৩।(গ)	৯৪।(গ)					

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

- ১। গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে গতির আদি শর্তাদি অর্থাৎ অবস্থান x_0 ও আদি বেগ v_0 ছাড়াও গতির চারটি চলক আছে। এগুলো হলো অবস্থান x , বেগ v , ত্বরণ a এবং গতিকাল বা সময় t । এগুলো পরস্পর সম্পর্কিত। এ চারটি চলকের যে কোনো দুটি জানা থাকলে বাকি দুটি নির্ণয় করা যায়। এ জন্য চারটি সমীকরণ আছে, প্রত্যেকটি সমীকরণে আদি শর্তাদি ব্যতীত তিনটি চলক থাকে, যার দুটি জানা থাকলে তৃতীয়টি বের করা যায়। এ সমীকরণগুলোই গতির সমীকরণ নামে পরিচিত। একটি বস্তু স্থির অবস্থান থেকে 25 m s^{-2} সমত্বরণে চলে 50 m দূরত্ব অতিক্রম করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ত্বরণ কী ?

খ. সুষম গতি বলতে কী বুঝ ? ব্যাখ্যা কর।

গ. $v = v_0 + at$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর শেষ বেগ বের করার জন্য একটি সমীকরণ নির্ণয় করে তার শেষ বেগ বের কর।

- ২। একটি ঢালু তল দিয়ে মার্বেল গড়িয়ে দিলে মার্বেলটির দ্রুতি সময়ের সাথে সাথে বৃদ্ধি পেতে থাকে। এ দ্রুতি বৃদ্ধির হার সুষম। কয়েকটি মার্বেল নিয়ে পরীক্ষা করেও একই রকম ফল পাওয়া যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বেগ কী ?

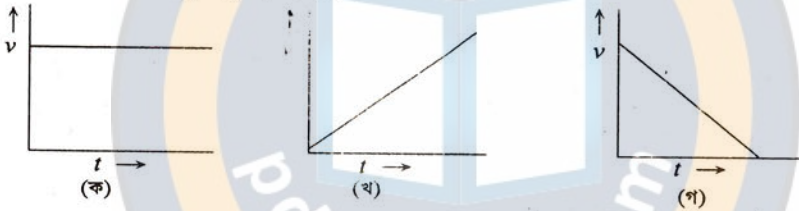
খ. সুষম ত্বরণ ব্যাখ্যা কর।

গ. নিচের সারণির উপাত্ত দিয়ে একটি লেখচিত্র আঁক।

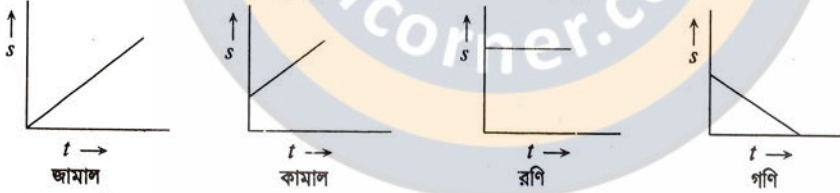
সময় t (s)	0.25	0.75	1.25	1.75
বেগ v (cm s ⁻¹)	9	27	45	63

এ লেখচিত্র থেকে তুমি কী ভাবে 1.50 s এর সময় ত্বরণ বের করবে ?

ঘ. নিচের লেখচিত্র তিনটি বিশ্লেষণ কর এবং যুক্তি দিয়ে বলো কোনটিতে সর্বাধিক ত্বরণ, কোনটিতে শূন্য ত্বরণ এবং কোনটিতে মন্দন অর্থাৎ ঋণাত্মক ত্বরণ ঘটেছে।



- ৩। জামাল, কামাল, রণি ও গণি চারজনের দূরত্ব বনাম সময় লেখচিত্র নিম্নরূপ:



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বেগ কী ?

খ. বেগ ও ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

গ. এ লেখচিত্র থেকে কীভাবে বেগ নির্ণয় করা যায় একটি উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

ঘ. লেখচিত্রের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত চারজনের গতি বিশ্লেষণ কর।

- ৪। পুলিশের প্রশিক্ষণের সময় 10 cm পুরু কাঠের একখানা তক্তায় গুলি ছোঁড়া হলো। গুলিটি তক্তাকে 3 cm ভেদ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ত্বরণ কী ?

খ. গড় বেগ বলতে কী বুঝ ?

গ. গুলিটি তক্তার মধ্যে আর কত দূর ভেদ করতে পারবে ?

ঘ. গুলিটি পূর্বের বেগের ন্যূনতম কতগুণ বেগে তক্তাকে আঘাত করলে এটি তক্তাকে ভেদ করে বেরিয়ে যেতে পারতো— গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর।

৫। কোনো বস্তুর অবস্থান x -কে সময় t এর অপেক্ষকরূপে নিচের সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায় :

$$x = 18 \text{ m} + (12 \text{ m s}^{-1}) t - (12 \text{ m s}^{-2}) t^2$$

$t = 0.00 \text{ s}$ থেকে $t = 8.0 \text{ s}$ পর্যন্ত 1 s অন্তর অন্তর বস্তুর অবস্থান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো।

সময় t সেকেন্ড	অবস্থান x মিটার
0	18
1	28.8
2	37.2
3	43.2
4	46.8
5	48
6	46.8
7	43.2
8	37.2

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

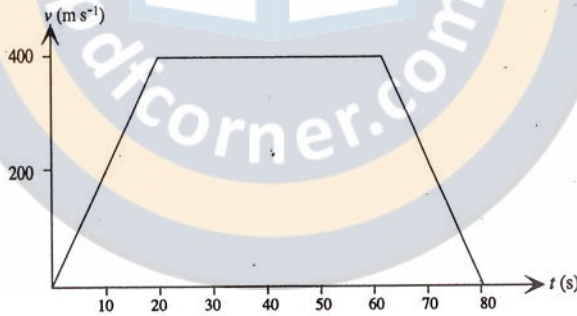
ক. অবস্থান ভেক্টর কী ?

খ. উদ্দীপকটির সমীকরণের লেখচিত্রটি কী রূপ আঁকে দেখাও।

গ. অবস্থান ও সময় সারণি এবং লেখচিত্র থেকে $t_i = 2 \text{ s}$ থেকে $t_f = 6 \text{ s}$ সময় ব্যবধানে বস্তুর সরণ নির্ণয় কর।

ঘ. অবস্থান-সময় লেখচিত্র থেকে কীভাবে বস্তুর বেগ পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

৬। নিচের চিত্রে একটি বিমানের বেগ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো :



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গড় ত্বরণ কী ?

খ. তাৎক্ষণিক বেগ বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকের বিমানটি কত ত্বরণ নিয়ে স্থির অবস্থান থেকে ধ্রুব বেগে পৌঁছেছিল ?

ঘ. উদ্দীপকের বিমানটি কত সময় ধরে শব্দের বেগের চেয়ে বেশি বেগে গতিশীল ছিল গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

[শব্দের বেগ 340 m s^{-1}]

৭। একটি বস্তুকে 9.8 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কী ?

খ. পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর।

- গ. উদ্দীপকের বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় ওঠবে ?
- ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, 3 s এবং 17 s এর সময় বস্তুর বেগের মান একই হবে, কিন্তু দিক হবে বিপরীতমুখী।
- ৮। একটি বস্তু সুষম ত্বরণে চলে প্রথম 2 সেকেন্ডে 100 m এবং পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 104 m দূরত্ব অতিক্রম করে।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. সুষম ত্বরণ কী ?
খ. উদাহরণসহ দেখাও যে, বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হতে পারে।
গ. উদ্দীপকের বস্তুর ত্বরণ কত ছিল ?
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি চার সেকেন্ড পর তার আদি অবস্থান থেকে পেছনে সরে যাবে।
- ৯। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে v_0 বেগে নিক্ষেপ করা হলো। কিছুক্ষণ পর সেটি আবার বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করে ভূমিতে ফিরে আসে।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. পড়ন্ত বস্তু কী ?
খ. পরম গতি ও পরম স্থিতি বলতে কী বুঝ ?
গ. বস্তু সর্বাধিক যে উচ্চতায় ওঠে তার জন্য একটি রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, ভূমি থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠতে বস্তুর যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা থেকে ভূমিতে পৌঁছাতে সেই একই সময় লাগে।
- ১০। একটি সোজা হাইওয়েতে একটি বাস 108 km h^{-1} বেগে চলছিল। ঐ হাইওয়েতে বেগের সর্বোচ্চ সীমা ছিল 80 km h^{-1} । বাসটি রাস্তায় দাঁড়ানো হাইওয়ে পুলিশের পেট্রোল কারকে অতিক্রম করার সাথে সাথে কারটি বাসটিকে ধরার জন্য 2 m s^{-2} সুষম ত্বরণে একই দিকে চলতে শুরু করে।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. সুষম ত্বরণ কী ?
খ. সমত্বরণে সরল পথে গতিশীল কণার বেগ বনাম সময় লেখচিত্র কী রূপ হবে ? ঐকে দেখাও।
গ. কত সময় পর উদ্দীপকে বর্ণিত কারটি বাসটিকে অতিক্রম করবে ?
ঘ. অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্রের সাহায্যে উদ্দীপকে বর্ণিত পেট্রোল কারটির বাসটিকে অতিক্রম করার ঘটনা ব্যাখ্যা কর।
- ১১। ঘণ্টায় 108 km বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 100 m দূরে একটি ছোট ছেলেকে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেক চেপে দিলেন।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. তাৎক্ষণিক বেগ কী ?
খ. সমত্বরণ গতির একটি উদাহরণ দাও।
গ. গাড়িটি ছেলের 10 m সামনে এসে থামতে কত সময় লেগেছিল ?
ঘ. গাড়িটি সর্বোচ্চ কত আদি বেগ নিয়ে চলতে থাকলে একই ব্রেক চেপে দিয়ে অর্থাৎ একই মন্দন সৃষ্টি করে দুর্ঘটনা এড়ানো সম্ভব হতো গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

১২। রনি ও মনি দুই ভাই তাদের 100 m উঁচু অ্যাপার্টমেন্ট ভবনের ছাদের কিনারা থেকে সমান ভরের দুটি বল ছোঁড়ে। রনি 30 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে আর মনি 30 m s^{-1} বেগে খাড়া নিচের দিকে বল ছোঁড়ে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলতে কী বোঝায় ?

খ. সমবেগে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র কিরূপ হবে একে ব্যাখ্যা কর।

গ. মনির বলটি কত সময় পর ভূমিতে আঘাত করবে ?

ঘ. কার নিষ্ফিণ্ড বল ভূমিতে বালির মধ্যে বেশি পরিমাণ প্রবেশ করবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

১৩। স্থির অবস্থান থেকে একটি বস্তু যাত্রা শুরু করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে সমত্বরণে চলার পর সমবেগে চলতে শুরু করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সমবেগ কাকে বলে ?

খ. উদাহরণসহ সমত্বরণ গতি বুঝিয়ে দাও।

গ. বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, “স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।” উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তার দ্বিগুণ সময়ে অর্থাৎ প্রথম থেকে আট সেকেন্ডে কী তার চারগুণ দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

১৪। দুটি ভারী বস্তু একই সাথে উপর থেকে ফেলে দেওয়া হলো। প্রথমটি 122.5 m উপর থেকে এবং দ্বিতীয়টি 200 m উপর থেকে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. দ্রুতি কী ?

খ. কৌণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝ ?

গ. প্রথম বস্তু কত সময় পর ভূমিতে পৌঁছাবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, প্রথম বস্তু ভূমিতে আঘাত করার সময় যে বেগ অর্জন করে ঐ সময় দ্বিতীয় বস্তুরও ঠিক একই বেগ থাকে।

১৫। গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ । এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক বেগের দিক কীভাবে পাওয়া যায় ?

খ. বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক বলতে কী বুঝ ? এদের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

গ. বেগ, সরণ ও ত্বরণের সম্পর্কসূচক গতির সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সমীকরণ থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অর্জিত বেগ সময়ের সমানুপাতিক।

১৬। 245 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তু ফেলে দেওয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পড়ন্ত বস্তুর দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত প্রথম বস্তুটির ভূমিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর কত বেগে দ্বিতীয় বস্তুকে নিক্ষেপ করলে এটি ঠিক মাঝপথে প্রথম বস্তুর সাথে মিলিত হবে ? কোন বস্তু আগে ভূমিতে পৌঁছাবে নির্ণয় কর।

১৭। কলেজের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় চাকতি নিক্ষেপ প্রতিযোগিতা চলছিল। কয়েকজন প্রতিযোগী এতে অংশ নেয়। দেখা গেল সবচেয়ে চিকন রোগা পাতলা ছেলেটা মোটা ও শক্তিশালী ছেলেদের চেয়ে বেশি দূরত্ব পর্যন্ত চাকতি নিক্ষেপ করে প্রথম হলো। সবাই যখন তাকে ধরে বসল কী করে এটা সম্ভব হলো, সে বলল যে, নিক্ষেপের একটা কৌশল আছে, একটি নির্দিষ্ট কোণে নিক্ষেপ করলে চাকতিটি বেশি দূর যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাস কী ?

খ. গড় ত্বরণ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. দেখাও যে, প্রাসের গতিপথ একটি পরাবৃত্ত (parabola)।

ঘ. যে কোণ করে চাকতি নিক্ষেপ করে চাকতিটি বেশি দূর নেয়া যায় সে কোণের পরিমাণ কত ? প্রাসের গতি বিশ্লেষণ করে এ কোণের মান প্রতিপাদন কর।

১৮। জিসান 100 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিচের দিকে একটি বস্তু নিক্ষেপ করলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রক্ষেপক কী ?

খ. অনুভূমিক পাল্লা বলতে কী বুঝ ?

গ. যদি জিসান বস্তুটিকে 50 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করে তবে কত সময় পর সেটি ভূমিতে আঘাত করবে ?

ঘ. জিসান যদি বস্তুটিকে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করতো তাহলে তার গতিপথ কিরূপ হতো বিশ্লেষণ কর।

১৯। দিশা ভূমি থেকে একটি ঢিল ছুড়লে সেটি 5.3 s পরে 79.53 m দূরে গিয়ে ভূমিতে পড়ে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ ব্যাখ্যা কর।

গ. দিশা কত কোণে ঢিলটি ছোঁড়েছিল ?

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ঢিলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় ওঠেছিল সেটা নির্ণয় করা সম্ভব কি না যাচাই কর।

২০। একজন প্রশিক্ষণার্থী সৈনিক 50 m দূরে অবস্থিত 20 m উঁচু একটি দেয়ালকে লক্ষ করে একটি বুলেট ছোঁড়েন।

বুলেটটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে 50 m s^{-1} বেগে ভূমি থেকে ছোঁড়া হয়েছিল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের উড্ডয়ন কাল কী ?

খ. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বুলেটটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় ওঠেছিল ?

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বুলেটটি দেয়ালকে আঘাত করবে কি না গাণিতিক যুক্তিসহকারে বর্ণনা কর।

২১। একজন প্রশিক্ষণার্থী পুলিশ অফিসার 80 m দূরে অবস্থিত 10 m উঁচু একটি দেয়ালকে লক্ষ করে একটি বুলেট ছোঁড়েন। বুলেটটি ভূমি থেকে 60° কোণে 30 m s^{-1} বেগে ছোঁড়া হয়েছিল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তাত্ত্বিক কৌণিক বেগ কী ?

খ. প্রাসের বিচরণকাল বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বুলেটটি কত সময় শূন্যে ছিল ?

ঘ. বুলেটটি দেয়ালকে আঘাত করবে কি না গাণিতিক যুক্তিসহকারে বর্ণনা কর।

২২। 30 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি বস্তুকে 20 m s^{-1} দ্রুতিতে ছাদের সাথে 30° কোণ করে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কী ?

খ. প্রাসের বিচরণকাল বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকের বস্তুটি মাটিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি মাটিতে আঘাত করার আগে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তা তার অনুভূমিক পাল্লার চেয়ে বেশি।

২৩। 6 cm ব্যাসার্ধের একটি সিডি প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরছিল। সুইচ বন্ধ করার পর এটি 30 সেকেন্ডে থেমে যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক বেগ কাকে বলে ?

খ. সিডি এর প্রতিটি বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান হলেও রৈখিক বেগ সমান নয়—কেন ?

গ. সিডির প্রান্তের কোনো বিন্দুর রৈখিক বেগ কত ছিল ?

ঘ. উদ্দীপকের সিডিটির রৈখিক ত্বরণ বের করা সম্ভব কি না গাণিতিকভাবে যাচাই করে দেখাও।

২৪। কলেজের বার্ষিক ক্রীড়ায় “লৌহ গোলক নিক্ষেপ” প্রতিযোগিতায় রায়হান v_0 বেগে অনুভূমিকের সাথে θ_0 কোণে গোলক নিক্ষেপ করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাস কী ?

খ. প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা বলতে কী বুঝ ?

গ. v_0 এবং θ_0 এর সাহায্যে প্রাসের অনুভূমিক পাল্লার জন্য একটি রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত গোলকটির গতিপথ কী রূপ হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বের কর।

২৫। কৌশিক ও সৌমিক কলেজের ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় 1.4 m উচ্চতা থেকে 10 m s^{-1} বেগে গোলক নিক্ষেপ করে। কৌশিকের গোলক অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে আর সৌমিকের গোলক অনুভূমিকের সাথে 50° কোণে নিক্ষেপ হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গড় ত্বরণ কী ?

খ. $v = \omega r$ সমীকরণটির অর্থ বুঝিয়ে দাও।

গ. প্রাসের সর্বোচ্চ অনুভূমিক পাল্লার জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও কৌশিক ও সৌমিকের গোলকের মধ্যে কোনটি বেশি দূরত্ব অতিক্রম করবে?

২৬। মুক্তিযুদ্ধের সময় হানাদার পাকবাহিনীর একটি বোমারু বিমানের বৈমানিক ভূমি থেকে 1 km উচ্চতায় অনুভূমিকভাবে 378 km h^{-1} বেগে গতিশীল থাকা অবস্থায় সালুটিকর বিমান বন্দরের (বর্তমানে সিলেট ওসমানী আন্তর্জাতিক বিমান বন্দর) নিকটে মুক্তিযোদ্ধাদের একটি অবস্থানে একটি বোমা ছেড়ে দিলেন। কিন্তু বোমাটি বিস্ফোরিত হয়নি।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাস কী?

খ. ভূমিতে স্পর্শ করার ঠিক পূর্ব মুহূর্তে বোমাটির বেগের অনুভূমিক উপাংশ কত হবে ব্যাখ্যা কর।

গ. ব্যাঙ্কার থেকে বিমান বিধ্বংসী কামানের গোলা ছোঁড়ে বীর মুক্তিযোদ্ধা ইয়ামীন চৌধুরী বীর বিক্রম বিমানটিকে ভূপাতিত করেন। তিনি ন্যূনতম কত বেগে গোলাটি ছোঁড়েছিলেন?

ঘ. বৈমানিক এবং ভূমিতে অবস্থানরত একজন মুক্তিযোদ্ধা বোমাটির গতিপথ কিরূপ দেখবেন চিত্রসহ বর্ণনা কর।

২৭। আমাদের মুক্তিযুদ্ধে ছাতকের টেংরাটিলার ঐতিহাসিক যুদ্ধে বাঁশতলা সাব সেক্টর কমান্ডার ক্যাপ্টেন হেলাল হানাদার পাক বাহিনীর বিরুদ্ধে যে রকেট লাঙ্গার ব্যবহার করেন তার গোলার সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা ছিল 2 km ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কী?

খ. প্রাসের বিচরণকাল কাকে বলে?

গ. ক্যাপ্টেন হেলালের ছোঁড়া রকেট লাঙ্গারের গোলার বেগ কত ছিল?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে গোলাটির গতিপথ কিরূপ ছিল উদ্দীপকের আলোকে বর্ণনা কর।

২৮। কোন ফুটবল ম্যাচে একজন খেলোয়াড় গোল পোস্ট থেকে 6 m দূরে থাকা অবস্থায় অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে 10 m s^{-1} বেগে একটি শট নেন। গোল পোস্টটির উচ্চতা 2.5 m ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ কী?

খ. রৈখিক ত্বরণের সাথে কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক বিশ্লেষণ কর।

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যানুযায়ী এ শটটিতে গোল হওয়া সম্ভব কী না বিশ্লেষণ কর।

ঘ. উক্ত বলটির গতিপথ কী রূপ হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর।

২৯। ভূমি থেকে 1.8 m উপরে অনুভূমিক তলে একটি বস্তুকে 1.5 m ব্যাসার্ধের সুতা দিয়ে বেঁধে স্থিরাবস্থা থেকে 3.14 rad s^{-2} সমকৌণিক ত্বরণে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। 10 সেকেন্ডে ঘুরানোর পর হঠাৎ সুতা ছিঁড়ে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী?

খ. কৌণিক দ্রুতি ও রৈখিক দ্রুতির মধ্যে সম্পর্ক কী?

গ. সুতা ছেঁড়ার আগে বস্তুটি কতটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করবে?

ঘ. সুতা ছেঁড়ার পর বস্তুটির চলার পথ কী রূপ হবে? বস্তুটি ভূমি স্পর্শ করার আগে কত অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৩০। T 20 ক্রিকেটের একটি ম্যাচে তামিম ইকবাল ক্রিকেট বলকে আঘাত করে বলটিকে 20 ms^{-1} বেগে ভূমির সাথে 35° কোণ করে বাউন্ডারি লাইনের দিকে পাঠিয়ে দিলেন। কিন্তু একজন ফিল্ডার বলটি ভূমিতে পড়ার আগেই ভূমি থেকে 1 m উঁচুতে ক্যাচ ধরে ফেললেন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. প্রাসের বিচরণকাল কী?

খ. কত কোণে নিষ্ক্ষেপ করলে বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হয়? একটি প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার রাশিমালা কী?

গ. তামিম ইকবালের আঘাত করা বলটি সর্বোচ্চ কত উপরে ওঠেছিল ?

ঘ. ক্যাচ লোফার আগে বলটি কত অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করেছিল যথাযথ যুক্তিসহকারে নির্ণয় কর।

- ৩১। একটি বৈদ্যুতিক ফ্যানের রেগুলেটর ৩ দাগে রাখলে ফ্যানটি প্রতি মিনিটে 1500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করলে এটি 1 মিনিট পর থেমে যায়। রেগুলেটর 5 দাগে রাখলে সর্বোচ্চ মিনিটে 1800 বার ঘুরে। তখন সুইচ বন্ধ করলে এটি 1.5 মিনিট পর বন্ধ হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বৃত্তাকার গতি কী ?

খ. কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে ?

গ. ফ্যানটির সর্বোচ্চ কৌণিক ত্বরণ কত ?

ঘ. রেগুলেটরের স্থান পরিবর্তন করার ফলে ফ্যানটি বন্ধ হওয়ার আগে অতিরিক্ত কতবার ঘুরবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

- ৩২। বোরের হাইড্রোজেন পরমাণুর মডেলে একটি ইলেকট্রন একটি প্রোটনকে কেন্দ্র করে $5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার কক্ষপথে $2.18 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ দ্রুতিতে প্রদক্ষিণ করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলতে কী বুঝ ?

গ. বোরের মডেলের এই ইলেকট্রনের কৌণিক বেগ কত ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উদ্দীপকে উল্লেখিত ইলেকট্রনের ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা বের করে তার ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

১। প্রসঙ্গ কাঠামো কাকে বলে ?

২। জড় প্রসঙ্গ কাঠামো কাকে বলে ?

৩। স্থিতি ও গতি কাকে বলে ?

৪। পরম গতি কাকে বলে ?

৫। আপেক্ষিক গতি কাকে বলে ?

৬। সংজ্ঞা দাও বা কাকে বলে ?

(ক) অবস্থান ভেক্টর

(খ) সরণ

(গ) দ্রুতি

(ঘ) বেগ

(ঙ) সমবেগ

(চ) গড়বেগ [য. বো. ২০১৬]

(ছ) তাৎক্ষণিক বেগ [ঢা. বো. ২০১৬, ২০১৭; য. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৭]

(জ) তাৎক্ষণিক দ্রুতি

(ঝ) ত্বরণ

(এ) সমত্বরণ

(ট) তাৎক্ষণিক ত্বরণ [দি. বো. ২০১৫]

(ঠ) অভিকর্ষজ ত্বরণ

- ৭। কোনো বাসযাত্রী রাস্তার পাশের কিলোমিটার স্টোন এবং সাথে থাকা একটি হাতঘড়ি ব্যবহার করে চলমান বাসটির গড়বেগ কীভাবে নির্ণয় করবেন ব্যাখ্যা কর। [অভিনু প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৮। আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে? [ব. বো. ২০১৯]
- ৯। বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির সামনের কাচকে ভিজিয়ে দেয়, কিন্তু পেছনের কাচকে ভিজায়না—ব্যাখ্যা কর।
- ১০। বৃষ্টির মধ্যে ছাতা মাথায় হাঁটলে ছাতা হেলিয়ে ধরতে হয়—ব্যাখ্যা কর।
- ১১। বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৫]
- ১২। বায়ু প্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]

- ১৩। সরণ, বেগ ও ত্বরণের মাত্রা নির্ণয় কর।
- ১৪। পড়ন্ত বস্তু কাকে বলে?
- ১৫। উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায় কেন? [দি. বো. ২০১৫; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ১৬। খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৫]
- ১৭। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো বিবৃত কর।
- ১৮। অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র থেকে বেগ নির্ণয়ের পদ্ধতি আলোচনা কর।
- ১৯। বেগ ও দ্রুতির মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।
- ২০। সুষম ত্বরণ বলতে কী বুঝ?
- ২১। অবস্থান ভেক্টর হতে কীভাবে বেগ ও ত্বরণ পাওয়া যায়?
- ২২। সমত্বরণবিশিষ্ট গতির একটি উদাহরণ দাও।
- ২৩। বেগ বনাম সময় লেখচিত্র থেকে ত্বরণ নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।
- ২৪। বেগ ও ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।
- ২৫। গতির নিম্নোক্ত সমীকরণগুলো প্রতিপাদন কর।

(ক) $v = v_0 + at$

(খ) $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

(গ) $v^2 = v_0^2 + 2as$

- ২৬। দেখাও যে, স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।
- ২৭। প্রক্ষেপক বা প্রাস বলতে কী বুঝ? [সি. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৯]
- ২৮। প্রাসের বেগ বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২০১৬]
- ২৯। প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও একমাত্রিক হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [অভিনু প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৩০। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ কী শূন্য? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৭]
- ৩১। প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময় বেগ সর্বোচ্চ হয়? ব্যাখ্যা দাও। [ঢা. বো. ২০১৯]
- ৩২। উড্ডয়নকালে প্রাসের অনুভূমিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় কী?—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ৩৩। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বনিম্ন কিনা—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]
- ৩৪। দেখাও যে, একটি প্রাসের চলরেখ হচ্ছে পরাবৃত্ত।

- ৩৫। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কাকে বলে? [ঢা. বো. ২০১৯ দি. বো. ২০১৯]
- ৩৬। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লার জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, নিক্ষেপ কোণ 45° হলে অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে।
- ৩৭। যেকোনো মুহূর্তে একটি প্রাসের অবস্থান ও বেগের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৮। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]
- ৩৯। একটি প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতায় উঠার সময়, সর্বাধিক উচ্চতা ও উড্ডয়নকালের জন্য রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
- ৪০। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কত?
- ৪১। একটি প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লার মান কত?
- ৪২। একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন? [য. বো. ২০১৫]
- ৪৩। রেডিয়ান কাকে বলে?
- ৪৪। কৌণিক বেগের সংজ্ঞা দাও। [সি. বো. ২০১৭; অভিনু প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৪৫। কৌণিক বেগের দিক কীভাবে পাওয়া যায়?
- ৪৬। কৌণিক বেগের মাত্রা ও একক উল্লেখ কর।
- ৪৭। বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক বলতে কী বুঝ? এদের মধ্যে সম্পর্ক কী?
- ৪৮। দেখাও যে, $v = \omega r$
- ৪৯। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।
- ৫০। ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৭]
- ৫১। একটি ঘূর্ণ্যমান সিডি ডিস্কের বিভিন্ন বিন্দুর কৌণিক বেগ একই, কিন্তু বিভিন্ন বিন্দুর রৈখিক বেগ বিভিন্ন—ব্যাখ্যা কর।
- ৫২। ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কেন? [ঢা. বো. ২০১৬]
- ৫৩। কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে? [অভিনু প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৫৪। কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rad s^{-1} বলতে কী বুঝ? [য. বো. ২০১৭]
- ৫৫। কৌণিক ত্বরণের মাত্রা ও একক লেখ।
- ৫৬। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।
- ৫৭। আধুনিক যুদ্ধে প্রাসের গতির ভূমিকা বিশেষ করে আন্তঃমহাদেশীয় বা আন্তঃদেশীয় ক্ষেপণাস্ত্র ও মিসাইল সম্পর্কে একটি প্রতিবেদন রচনা কর।
- ৫৮। বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? [য. বো. ২০১৯]
- ৫৯। সুস্থম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য লেখ। [চ. বো. ২০১৫]
- ৬০। কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৫]
- ৬১। বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ৬২। সুস্থম দ্রুতিতে সরল পথে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না অথচ বৃত্তাকার পথে সুস্থম দ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৬]
- ৬৩। আমাদের দৈনন্দিন জীবনে বৃত্তাকার গতি অপরিহার্য—ব্যাখ্যা করে একটি প্রবন্ধ রচনা কর।
- ৬৪। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? [কু. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৯; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ৬৫। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৬৬। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ আলোচনা কর। [রা. বো. ২০১৬]
- ৬৭। কেন্দ্রমুখী ত্বরণে ভেক্টর রূপটি লিখ।

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

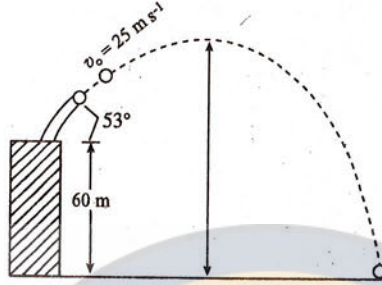
- ১। স্থিরাবস্থা থেকে চলতে আরম্ভ করে 625 m দূরত্ব অতিক্রম করলে একটি বস্তুর বেগ 125 m s^{-1} হলো। ত্বরণ নির্ণয় কর।
[উ: 12.5 m s^{-2}]
- ২। 72 km h^{-1} দ্রুতিতে চলন্ত একখানি ট্রেনকে 50 s এ থামানো হলো। ট্রেনটির ত্বরণ কত? এই সময়ে ট্রেনটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
[উ: -0.4 m s^{-2} ; 500 m]
- ৩। ঘণ্টায় 60 km বেগে চলন্ত একটি গাড়িকে 6 সেকেন্ড যাবত 1.5 m s^{-2} হারে ত্বরিত করা হলো, এর শেষ বেগ কত হবে এবং ত্বরণ কালে এটি কত দূর চলবে?
[উ: 25.67 m s^{-1} ; 127 m]
- ৪। ঘণ্টায় 54 কিলোমিটার বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 57 m দূরে একটি বালককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেক চেপে দেওয়ায় বালকটির 75 cm সামনে এসে গাড়িটি থেমে গেল। গাড়িটির ত্বরণ কত এবং এটি থামতে কত সময় লেগেছে?
[উ: -2 m s^{-2} ; 7.5 s]
- ৫। 54 km h^{-1} বেগে চলন্ত একটি রেল গাড়িতে স্টেশন থেকে কিছু দূরে 0.75 m s^{-2} মন্দন সৃষ্টিকারী ব্রেক দেওয়ায় গাড়িটি স্টেশনে এসে থেমে গেল। স্টেশন থেকে কত দূরে ব্রেক দেওয়া হয়েছে এবং এর থামতে কত সময় লাগবে?
[উ: 150 m; 20 s]
- ৬। একটি বস্তু স্থির অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে?
[উ: 0.414 s]
- ৭। একটি বস্তু প্রথম চার সেকেন্ডে 128 m এবং পরবর্তী ছয় সেকেন্ডে 72 m যায়। ত্বরণ সমান থাকলে বস্তুটি এর পরবর্তী দুই সেকেন্ডে কত দূর পথ চলবে?
[উ: -8 m]
- ৮। একটি বন্দুকের গুলি একটি দেয়ালের মধ্যে 3 cm ভেদ করার পর বেগ অর্ধেক হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূর ভেদ করতে পারবে?
[উ: 1 cm]
- ৯। 9.2 m s^{-1} বেগে একটি ক্ষুদ্র বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। এটি কত সময় পর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে? ($g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)
[উ: 1.878 s]
- ১০। একটি বস্তুকে 196 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি আবার ভূমিতে ফিরে আসতে কত সময় লাগবে এবং বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে?
[উ: 40 s; 1960 m]
- ১১। 64 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে 5 kg ভরের একটি পাথর ছেড়ে দেয়া হলে ভূমিতে পৌঁছাতে এর কত সময় লাগবে?
[উ: 3.6 s]
- ১২। উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত একটি বল টেলিফোন তারকে 0.70 m s^{-1} দ্রুতিতে আঘাত করে। ছোঁড়ার স্থান থেকে তারটির উচ্চতা 5.1 m হলে বলটির আদি দ্রুতি কত ছিল?
[উ: 10.02 m s^{-1}]
- ১৩। একটি বস্তুকে 98 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে দেখাও যে, 3 s এবং 17 s সময়ে বস্তুর বেগদ্বয় সমান কিন্তু দিক বিপরীতমুখী হবে।
- ১৪। একটি বিমান বিধ্বংসী গোলা 500 m s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে ছোঁড়া হলো। বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করে নির্ণয় কর : (ক) এটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? (খ) ঐ উচ্চতায় উঠতে কত সময় লাগবে? (গ) 60 s শেষে তার তাৎক্ষণিক বেগ (ঘ) কখন এর উচ্চতা 10 km হবে?
[উ: (ক) 12.76 km (খ) 51.02 s (গ) নিম্নমুখী বেগ, 88 m s^{-1} (ঘ) 27.31 s এবং 74.73 s]

- ১৫। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 40 m s^{-1} বেগে কিক করা হলো। 2 s পরে ফুটবলের বেগের মান কত হবে নির্ণয় কর। [উ: 34.6 m s^{-1}] [ঢা. বো. ২০১২, ২০০৬; রা. বো. ২০১২, ২০০৭; য. বো. ২০১২]
- ১৬। একটি বলকে ভূমির সাথে 30° কোণ করে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে এটি 20 m দূরে একটি দালানের ছাদে গিয়ে পড়ে। নিক্ষেপ বিন্দু থেকে ছাদের উচ্চতা 5 m হলে বলটি কত বেগে ছোঁড়া হয়েছিল? [উ: 20 m s^{-1}]
- ১৭। অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 40 m s^{-1} বেগে একটি বুলেট ছোঁড়া হলো। বুলেটটি 30 m দূরে অবস্থিত দেয়ালকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে? [উ: 13.65 m]
- ১৮। একটি ক্রিকেট বলকে 42 m s^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো। বলটির সর্বাধিক উচ্চতা ও অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর। [উ: 67.5 m; 155.88 m] [ঢা. বো. ২০০৮]
- ১৯। একটি বস্তুর অনুভূমিকের সাথে 55° কোণে 30 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলো। নির্ণয় কর (ক) সর্বাধিক উচ্চতা (খ) সর্বাধিক উচ্চতায় ওঠার সময় (গ) অনুভূমিক পাল্লা (ঘ) ভূমিতে আঘাত করার সময়। [উ: (ক) 30.81 m (খ) 2.51 s (গ) 86.3 m (ঘ) 5.02 s]
- ২০। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 96 m এবং আদি বেগ 66 m s^{-1} । নিক্ষেপ কোণ কত? [উ: 6.24°] [কু. বো. ২০০৩; য. বো. ২০১১; ব. বো. ২০১৭]
- ২১। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 75 m এবং বিচরণকাল 5 s। নিক্ষেপ বেগ ও নিক্ষেপ কোণ নির্ণয় কর। [উ: 28.74 m s^{-1} ; 58.5°] [বুটেক্স ২০১৭-২০১৮]
- ২২। কত কোণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা তার সর্বাধিক উচ্চতার সমান হবে? [উ: 75.96°]
- ২৩। একটি প্রাসকে 10 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে প্রাসটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা কত হবে? [উ: 10.2 m] [কু. বো. ২০১২; সি. বো. ২০০৫]
- ২৪। একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগ কত? [উ: $1.45 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$]
- ২৫। একটি কণা 4.5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 225 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত? [উ: 105.975 m s^{-1}]
- ২৬। একটি সিডি প্রতি মিনিটে 45 বার ঘুরে। কেন্দ্র থেকে 9 cm দূরে কোনো বিন্দুর দ্রুতি কত? [উ: 0.42 m s^{-1}] [য. বি. প্র. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ২৭। বৃত্তাকার পথে 3.14 m s^{-1} সমদ্রুতিতে আবর্তনরত একটি কণা প্রতি সেকেন্ডে 10টি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [উ: 5 cm]
- ২৮। 100 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে দৌড়রত একজন দৌড়বিদের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 0.16 m s^{-2} । তার দ্রুতি কত? [উ: 4 m s^{-1}]
- ২৯। একটি বস্তু 40 cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 45 বার আবর্তন করে। এর কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত? [উ: 8.88 m s^{-2}]
- ৩০। একটি বালক সূতায় বেঁধে একটি পাথরকে তার মাথার উপর দিয়ে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ 0.96 m এবং একবার আবর্তনে 1.1 s সময় লাগলে পাথরটির দ্রুতি এবং ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [উ: 5.48 m s^{-1} ; 31.29 m s^{-2}]

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

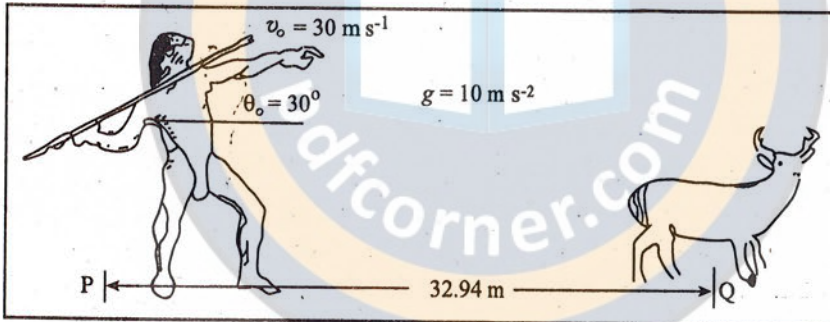
- ৩১। 60 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি 25 m s^{-1} বেগে আনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোঁড়া হচ্ছে।



- (ক) কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে ?
 (খ) পাহাড়ের চূড়া হতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বেগে আনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) 80.34 m; (খ) $t_1 = 6.08 \text{ s}$ এবং $t_2 = 3.5 \text{ s}$ অর্থাৎ আনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত কামানের গুলিটি আগে মাটিতে আঘাত করবে। [কু. বো. ২০১৫]

- ৩২। চিত্রটি ভালোভাবে লক্ষ্য কর এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



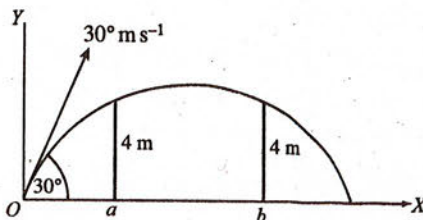
শিকারী যখন বর্শাটি নিক্ষেপ করেন হরিণটি তখন স্থিরাবস্থা থেকে 10 m s^{-2} সমত্বরণে PQ বরাবর দৌড়াতে থাকে।

- (ক) উদ্দীপকে বর্শাটি এর নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে ?
 (খ) বর্শাটি কি হরিণকে আঘাত করবে ? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি উপস্থাপন কর।

উ: (ক) 11.25 m ; (খ) বর্শাটির আনুভূমিক পাল্লা = 77.94 m এবং উড্ডয়নকাল = 3 s। 3 s পর শিকারী ও হরিণের মধ্যবর্তী দূরত্ব 77.94 m। অতএব বর্শাটি হরিণকে আঘাত করবে।

[চ. বো. ২০১৫]

৩৩।



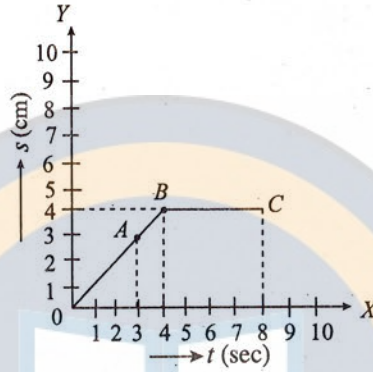
উপরের চিত্রে একটি প্রাসের গতি দেখানো হলো। [$g = 10 \text{ m s}^{-1}$]

(ক) প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা হিসাব কর।

(খ) প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা এবং ab অংশের দৈর্ঘ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তুলনা কর। [ব. বো. ২০১৫]

[(ক) 11.25m; (খ) বস্তুটি 0.296 s-এ a বরাবর এবং 2.04 s-এ b বরাবর উপরে অবস্থান করবে। ab অংশের দূরত্ব = 62.56 m। বস্তুটির অনুভূমিক পাল্লা $R = 77.94 \text{ m}$ । সুতরাং $R : ab = 77.94 : 62.56$]

৩৪। একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t) এর লেখচিত্র দেখানো হলো :



চিত্র : s - t লেখচিত্র

(ক) লেখচিত্রের AB অংশে বস্তুর ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

(খ) লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুটির সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

[উ: (ক) AB অংশ বস্তুর ত্বরণ শূন্য; (খ) BC রেখাটি বস্তুর স্থিরাবস্থা নির্দেশ করে।] [রা. বো. ২০১৬]

৩৫। কোনো এক বৃষ্টির দিনে আসাদ ঘরের দরজায় দাঁড়িয়ে বৃষ্টি দেখছিল। বৃষ্টি উল্লম্বভাবে 6 km h^{-1} বেগে পড়ছিল। এমন সময় আসাদ দেখল এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 33.8° কোণে ছাতা ধরে পায় হেঁটে চলছে। অপর এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 53.06° কোণে ছাতা ধরে সাইকেলে চলছে। উভয়ই বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেল।

(ক) পায় হেঁটে চলা ব্যক্তির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য ব্যক্তিদ্বয়ের ভিন্ন কোণে ছাতা ধরার কারণ ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 4 km h^{-1} ; (খ) সাইকেলে চলা ব্যক্তির বেগ $= 8 \text{ km h}^{-1}$ । যেহেতু ব্যক্তিদ্বয়ের বেগ সমান নয় সে

কারণে তাদেরকে ছাতাও ভিন্ন ভিন্ন কোণে ধরতে হবে।]

[য. বো. ২০১৬]

৩৬। ফিফা ফুটবল ওয়ার্ল্ড কাপ কোয়ালিফায়িং ম্যাচে বাংলাদেশ-তাজিকিস্তানের মধ্যকার খেলায় বাংলাদেশ টিমের 'জাহিদ হাসান এমিলি' তাজিকিস্তানের গোলপোস্টের 35 m সামনে থেকে বলে কিক করলেন। বলটি ভূমির 45° কোণে 20 m s^{-1} বেগে গোলপোস্টের দিকে উড়ে গেল। কিকের স্থান হতে 4 m দূরে তাজিকিস্তানের 2 জন খেলোয়াড় বলটিকে প্রতিরোধ করার জন্য দাঁড়িয়েছিল। গোলরক্ষক গোলপোস্টের যে প্রান্তে দাঁড়িয়েছিল বলটি তার বিপরীত প্রান্ত দিয়ে গোলপোস্টের দিকে ধেয়ে গেল। গোলপোস্টের উচ্চতা 2.4 m।

(ক) প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপরে উড়ন্ত বলটির বেগ কত? নির্ণয় কর।

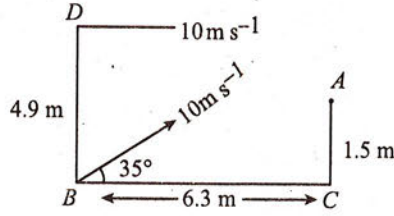
(খ) এমিলির কিক হতে গোল হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[উ : 18.16 m s^{-1} ; (খ) গোলপোস্টের অবস্থানে বলের উচ্চতা 4.986 m এবং গোলপোস্টের উচ্চা 2.4 m।

সুতরাং এমিলির কিক হতে গোল হবে না।]

[দি. বো. ২০১৬]

৩৭।



A বিন্দুকে আঘাত করার জন্য B ও D বিন্দুতে অবস্থানরত দুই বস্তু একই সময়ে চিত্রের ন্যায় ঢিল নিক্ষেপ করে।

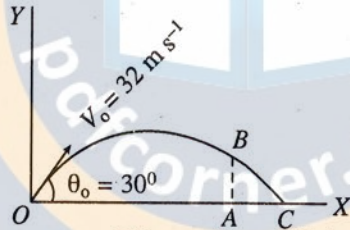
[$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

(ক) B বিন্দুতে অবস্থানরত বস্তুর নিক্ষেপ ঢিলটির 0.2 s পর বেগ কত হিসাব কর।

(খ) কোন বস্তুর নিক্ষেপ ঢিলটি A বিন্দুকে আগে স্পর্শ করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) 9.02 m s^{-1} ; (খ) B বিন্দু থেকে নিক্ষেপ ঢিলটি 0.77 s-এ 1.5 m উচ্চতায় A বিন্দুকে স্পর্শ করবে কিন্তু D বিন্দু থেকে নিক্ষেপ ঢিলটি 0.63 s-এ ভূমি থেকে 2.96 m উচ্চতায় A বিন্দুকে অতিক্রম করবে। অর্থাৎ D বিন্দু থেকে নিক্ষেপ ঢিলটির সময় কম লাগলেও তা A বিন্দুকে স্পর্শ করে না। [কু. বো. ২০১৬]

৩৮। দুই বস্তু সুমন ও রানা দেখলো যে, ভূ-পৃষ্ঠস্থ O বিন্দু হতে একটি বস্তুকে 32 m s^{-1} বেগে 30° কোণে নিক্ষেপ করায় 85 m দূরে অবস্থিত 2 m উঁচু AB দেয়ালের উপর দিয়ে বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠে পতিত হয়।



(ক) O বিন্দু হতে নিক্ষেপণের 1.2 s সময় পরে নিক্ষেপ বস্তুর বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণের সর্বনিম্ন কি পরিবর্তন করলে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

উ: (ক) 28.03 m s^{-1} ; (খ) AB দেয়ালে বাঁধা পেতে হলে নিক্ষেপণ কোণ 62.42° বা 29.07° হওয়া প্রয়োজন। উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণ সর্বনিম্ন $(30^\circ - 29.07^\circ) = 0.93^\circ$ কমালে প্রাসটি AB দেয়ালে বাঁধা পাবে। [ঢা. বো. ২০১৭]

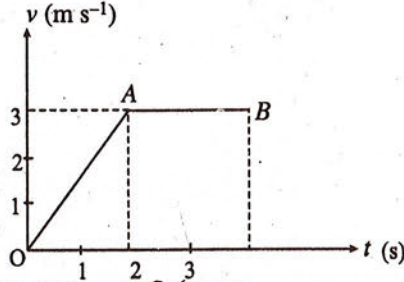
৩৯। একটি ফুটবল প্রশিক্ষণকালে দুজন খেলোয়াড় উভয়ই 10 m s^{-1} বেগে যথাক্রমে 30° এবং 60° কোণে ফুটবল কিক করলেন। একজন গোলকিপার বল দুটিকে মাটিতে পড়ার ঠিক আগ মুহূর্তে ধরার জন্য দাঁড়িয়েছিলেন।

(ক) ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1 s. পরে বলটির বেগের মান কত?

(খ) গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে-এর সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

উ: (ক) 9.9 m s^{-1} ; (খ) উভয় খেলোয়াড়ের বলের অনুভূমিক পাল্লা 8.84 m, কিন্তু প্রথম বলের উড্ডয়নকাল 1.02 s এবং দ্বিতীয় বলের উড্ডয়নকাল 1.77 s। সুতরাং গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবেন। [কু. বো. ২০১৭]

৪০। নিচে বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র দেখানো হলো :

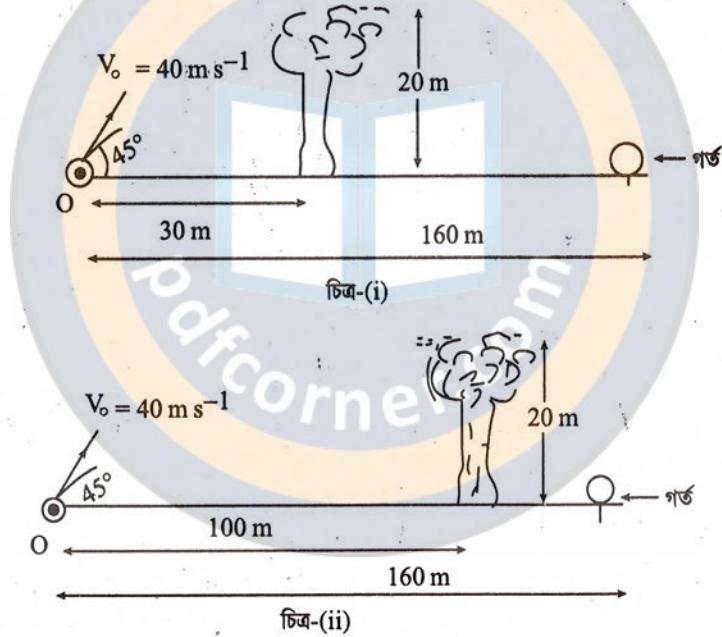


(ক) উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক না ভিন্ন গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

উ: (ক) 1.5 m s^{-2} ; (খ) বস্তুটির OA অংশের দূরত্ব $= 3 \text{ m}$ এবং AB অংশের দূরত্ব $= 6 \text{ m}$ । অতএব লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক নয় ভিন্ন। [রা. বো. ২০১৭]

৪১। একজন গলফ খেলোয়াড় চিত্র (i) ও চিত্র (ii) পরিস্থিতিতে বল গর্তে ফেলার জন্য O বিন্দু থেকে বলকে আঘাত করে।



(ক) ২ সেকেন্ড পর বলের বেগ কত ?

(খ) উদ্দীপকের কোন চিত্রের বলটি গর্তে পড়বে—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর।

উ: (ক) 29.58 m s^{-1} ;

(খ) প্রথম চিত্রে বলটি গাছের অবস্থানে 24.47 m উচ্চতায় থাকবে অর্থাৎ বলটি গাছ দ্বারা বাঁধাপ্রাপ্ত হবে না। দ্বিতীয় চিত্রে বলটি গাছের অবস্থানে 38.73 m উচ্চতায় থাকবে অর্থাৎ এ ক্ষেত্রেও বলটি গাছ দ্বারা বাঁধাপ্রাপ্ত হবে না। উভয় চিত্রের বলের সর্বাধিক পাল্লা 163.27 m । কিন্তু বলটি হতে গর্তের দূরত্ব 160 m । সুতরাং বল দুটি গাছে বাধা না পেলেও গর্ত পেরিয়ে মাটিতে পড়বে, কাজেই বল দুটি গর্তে পড়বে না। [য. বো. ২০১৭]

৪২। নিচের ছকে 10 gm ভরের একটি গতিশীল কণার সময়ের সাপেক্ষে বেগ ও সরণ দেখানো হলো।

$t(s)$	0	2	4	6	8	10
$v(m\ s^{-1})$	2	6	10	14	18	22
$s(m)$	0	8	22	48	80	120

(ক) উদ্দীপকের কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই কিনা বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

উ: (ক) 19 m ;

(খ) 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ = 0.96 J এবং 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ = 0.26 J। সুতরাং কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ ও 6 তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এক নয়। [চ. বো. ২০১৭]

৪৩। দুটি গাড়ি A ও B যথাক্রমে $V_A = 0$ এবং $V_B = 22.5\ m\ s^{-1}$ বেগে যাত্রা শুরু করে প্রথম 15 s যথাক্রমে $a_A = 1\ m\ s^{-2}$ এবং $a_B = -1\ m\ s^{-2}$ ত্বরণে চলে। পরবর্তীতে গাড়ি দুটি আরো 15 s সমবেগে চলমান ছিল।

(ক) যাত্রা শুরুর কত সময় পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে?

(খ) কোন গাড়িটি অধিকতর দূরত্ব অতিক্রম করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর।

উ: (ক) 11.25 s

(খ) A গাড়িটি প্রথম 15 সেকেন্ডে 112.5 m দূরত্ব এবং পরবর্তী 15 সেকেন্ডে 225 m অর্থাৎ A গাড়িটি মোট 337.5 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। B গাড়িটি প্রথম 15 সেকেন্ডে 225 m এবং পরবর্তী 15 সেকেন্ডে 112.5 m অর্থাৎ B গাড়িটি মোট 337.5 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। অতএব উভয় গাড়ি সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে। [সি. বো. ২০১৭]

৪৪। একজন ফুটবল খেলোয়াড় গোলপোস্টের 25 m সামনে হতে ভূমির সাথে 20° কোণে এবং $20\ m\ s^{-1}$ বেগে ফুটবলকে কিক করে। গোলপোস্টের উচ্চতা 2 m।

(ক) 1 s পর বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উক্ত বল হতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।

উ: (ক) $19\ m\ s^{-1}$;

(খ) খেলোয়াড় থেকে 25 m দূরত্বে বলটি 0.4 m উচ্চতায় থাকবে, কিন্তু গোলপোস্টের উচ্চতা 2 m। সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে বলা যায় উক্ত বল দ্বারা গোল হওয়া সম্ভব। [দি. বো. ২০১৭]

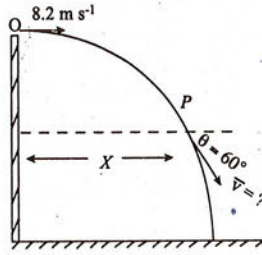
৪৫। সাক্ষির ব্যাট দিয়ে একটি ক্রিকেট বলকে আঘাত করায় এটি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণ করে $25\ m\ s^{-1}$ বেগে চলতে লাগলো। বাউন্ডারি লাইন থেকে একই সরলরেখা বরাবর বলের গতির বিপরীত দিকে $4\ m\ s^{-1}$ বেগে একজন ফিল্ডার দৌড়ে এসে বলটিকে ধরার চেষ্টা করল। ব্যাটসম্যান থেকে বাউন্ডারি লাইনের দূরত্ব 100 m।

(ক) বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে?

(খ) ফিল্ডারের ক্যাচ ধরার সম্ভাব্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

উ: (ক) 31.9 m ;

(খ) বলটির অনুভূমিক পাল্লা 63.78 m। ক্যাচ ধরার জন্য ফিল্ডারকে $(100 - 63.78)\ m = 36.22\ m$ দূরত্ব 5.1 সেকেন্ডে অতিক্রম করতে হবে। কিন্তু ফিল্ডার এই দূরত্ব 9.06 সেকেন্ডে অতিক্রম করতে পারে, সুতরাং ফিল্ডার ক্যাচ ধরতে সক্ষম হবে না। [মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৭]



চিত্রে একটি বিন্দু-এর উপর হতে অনুভূমিকভাবে একটি বলকে ছুঁড়ে দেয়া হলো। করিম বলটির গতিপথের দিকে তাকিয়ে ধারণা করল যে, 2 sec পরে θ এর মান 62° হলে বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিন্দু হতে বলটির অনুভূমিক দূরত্বের সমান হবে।

(ক) P বিন্দুতে বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) করিমের ধারণা কি সঠিক ছিল? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে যাচাই কর।

[উ: (ক) 16.4 m s^{-1}

(খ) বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিন্দু হতে অনুভূমিক দূরত্বের সমান হতে হলে 2 s পরে θ -এর মান হতে হবে 62.42° । সুতরাং করিমের ধারণা সঠিক ছিল না।] [অভিনু প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৪৭। একটি বস্তুর অবস্থান $s(t) = 16t - 3t^3$ মিটার। বস্তুটি ক্ষণিকের জন্য স্থিতিবস্থায় থাকে তখন t এর মান কত?

[উ: 1.33 s] [বুয়েট ২০১২-২০১৩]

৪৮। 200 m দীর্ঘ একটি ট্রেন 36 km h^{-1} গতিতে চলে 600 m দীর্ঘ একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে? [উ: 80 s] [বুটেক্স ২০১৪-২০১৫, ২০১৩-২০১৪; বুয়েট ২০০৯-২০১০]

৪৯। গাড়ি A সোজা রাস্তায় 60 km h^{-1} সমবেগে চলছে। অন্য একটি গাড়ি B একই পথে 70 km h^{-1} সমবেগে A গাড়িটিকে অনুসরণ করছে। যখন গাড়ি দুটির মধ্যে দূরত্ব 2.5 km হয় তখন B গাড়ির গতিবেগ ঘণ্টায় 20 km h^{-1} হারে হ্রাস পেতে থাকে। কত দূরত্ব ও সময় পরে B গাড়িটি A গাড়িটিকে ধরতে পারবে?

[উ: 32.5 km, 0.5 m] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]

৫০। সমমন্দনে চলমান একটি ট্রেন প্রথম $\frac{1}{4} \text{ km}$ অতিক্রম করে 20 s-এ এবং দ্বিতীয় $\frac{1}{4} \text{ km}$ অতিক্রম করে 30 s-এ। ট্রেনটি সম্পূর্ণ থামতে আর কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে? [উ: 102.08 m] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

৫১। একটি গুলি সেকেন্ডে 200 m সরল গতিতে চলে 50 cm পুরু একটি কাঠের গুড়িকে কোনো রকমে ছেদ করতে পারে। ঐ একই ধরনের গুলি কাঠের 40 cm পুরু গুড়ি হতে কত বেগে বের হবে? [উ: 89.44 m s^{-1}]

[বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

৫২। একজন অ্যাথলেট 10 m s^{-1} বেগে দৌড়াচ্ছে। সে সর্বোচ্চ কত দূরত্ব জাম্প করতে পারবে?

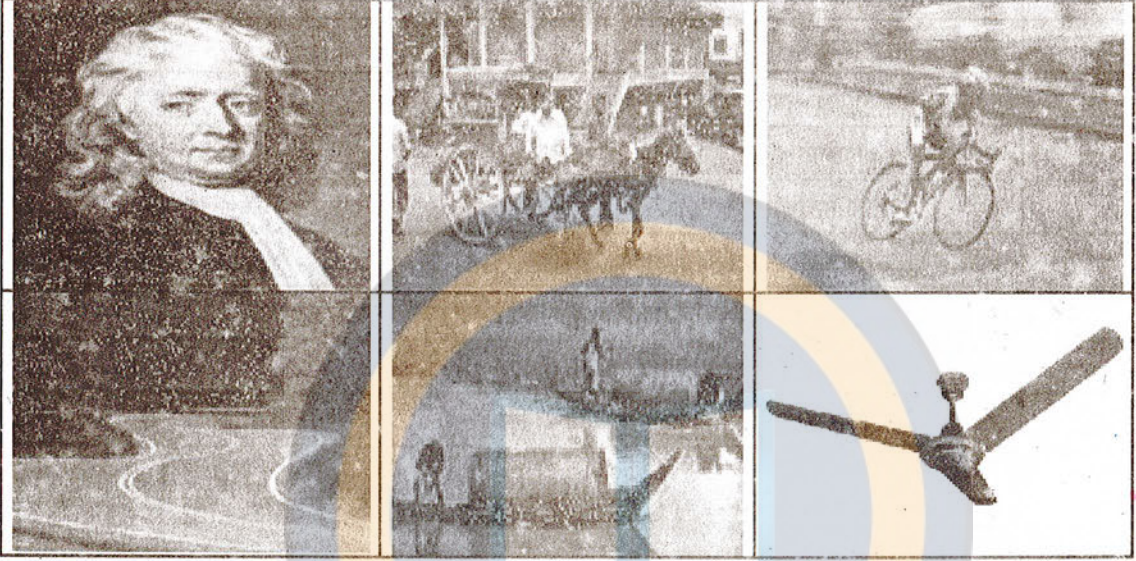
[উ: 10.2 m] [বুয়েট ২০১০-২০১১]

৫৩। একটি বিমান বন্দরের রানওয়ের দৈর্ঘ্য 100 m। একটি উড্ডোজাহাজ উড়ার পূর্ব মুহূর্তে 216 km h^{-1} গতি সম্পন্ন হতে হয়। উড্ডোজাহাজটি 15 m s^{-2} ত্বরণে ত্বরান্বিত হলে রানওয়ে থেকে উড়তে সক্ষম হবে কি? রানওয়ের দৈর্ঘ্য সর্বনিম্ন কত হলে উড়তে সক্ষম হবে? [উ: উড়তে সক্ষম হবে না; রানওয়ের দৈর্ঘ্য সর্বনিম্ন 120 m হতে হবে।]

[বুয়েট ২০১৩-২০১৪]

- ৫৪। একটি বুলেট কোনো দেয়ালে 0.04 m প্রবেশের পর 75% বেগ হারায়। ঐ দেয়ালে বুলেটটি আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে? [উ: 2.67×10^{-3} m] [ব. বো. ২০১০]
- ৫৫। একটি বন্দুকের গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে 0.08 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে? [উ: 2.6 cm] [জা. বি. ২০১৭-২০১৮; নো.বি.প্র.বি. ২০১৭-২০১৮; কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- ৫৬। একটি পাথর একটি নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে 5 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। পাথরটি 3 সেকেন্ড পর থামিয়ে দিয়ে আবার পড়তে দেওয়া হলো। বাকি দূরত্ব অতিক্রম করে পাথরটির ভূমিতে পৌঁছতে কত সময় লাগবে? [উ: 4 s] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৫৭। একটি বস্তু কোনো টাওয়ারের ওপর স্থিরাবস্থা হতে নিচে পতিত হওয়ার সময় শেষ 1 সেকেন্ডে মোট উচ্চতার অর্ধেক অতিক্রম করে। পতনের সময় ও টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। [উ: 3.414 s; 57.11 m] [কুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৫৮। কোনো মিনারের উপর থেকে একটি মার্বেল সোজা নিচের দিকে ফেলে দেওয়া হলো। মার্বেলটি ভূমি স্পর্শ করার পূর্ববর্তী সেকেন্ডে 34.4 m দূরত্ব অতিক্রম করে। মিনারটির উচ্চতা কত? [উ: 78.8 m; [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৫৯। একটি চন্দ্রতরীর মডিউল 10 m s^{-1} সমবেগে চন্দ্রপৃষ্ঠে অবতরণ করছে। চন্দ্রপৃষ্ঠ হতে 120 m উঁচুতে থাকা অবস্থায় এর গিয়ার থেকে ছোট একটি বস্তু পড়ে গেল। চন্দ্রপৃষ্ঠে আঘাতের সময় বস্তুটির বেগ কত? [চন্দ্রপৃষ্ঠে $g = 1.6 \text{ m s}^{-2}$] [উ: 22 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৬০। একজন প্যারাসুট আরোহী মুক্ত হয়ে বাধাহীনভাবে 50 m নিচে পতিত হয়েছে। যখন প্যারাসুটটি খুলছে তখন গতি হ্রাসের হার 2 m s^{-2} এবং ঐ ব্যক্তি 3 m s^{-1} বেগে মাটিতে এসে পড়ল। কত উচ্চতায় ঐ ব্যক্তি মুক্ত হয়েছিল? [উ: 292.7 m] [বুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৬১। একটি বস্তু একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে নিচে ছেড়ে দেওয়া হলো এবং একই সময় টাওয়ারের পাদবিন্দু হতে আর একটি বস্তু সরাসরি উপরের দিকে এমন আদিবেগে ছুড়ে মারা হলো যেন ইহা টাওয়ারের শীর্ষ বিন্দুতে পৌঁছাতে পারে। বস্তুদ্বয় কোথায় মিলিত হবে তা নির্ণয় কর। [উ: $\frac{3}{4} h$] [কুয়েট ২০০৮-২০০৫]
- ৬২। একটি বস্তুকে একই বেগে একবার 30° কোণে ও আর একবার 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো। দুই ক্ষেত্রে অর্জিত সর্বোচ্চ উচ্চতাদ্বয়ের অনুপাত কত? [উ: 1 : 3] [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৬৩। একটি ক্রিকেট বল 72 km h^{-1} আদিবেগ ও 2 m s^{-1} মন্দনে 85 m দূরের বাউন্ডারি লাইনের দিকে চলছে। 2 s পর একজন খেলোয়াড় বাউন্ডারি থেকে 65 m দূরে থাকা অবস্থায় 15 km h^{-1} গতিতে বলটিকে ধাওয়া করে। সে কত ত্বরণ প্রাপ্ত হলে বাউন্ডারিতে পৌঁছার আগ মুহূর্তে বলটিকে থামাতে পারবে? [উ: 5.6 m s^{-2}] [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৬৪। 78.4 মিটার উঁচু একটি চূড়া থেকে একটি পাথরকে স্নানভূমিক বরাবর ছোঁড়া হলো। পাথরটি চূড়ার পাদদেশ থেকে 60 m দূরে ভূমিতে গিয়ে পড়ল। পাথরটি কত সময় পর ভূমিতে এসে পড়ল? কত দ্রুতিতে পাথরটি ছোঁড়া হয়েছিল? [অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$] [উ: 4 s, 15 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০২-২০০৩]
- ৬৫। একজন ক্রিকেটার একটি বলকে সর্বোচ্চ 100 m অনুভূমিক দূরত্বে ছুড়তে পারে। একই বলকে ঐ ক্রিকেটার মাটি থেকে খাড়া উপরের দিকে কত উচ্চতায় ছুঁড়তে পারবে? [উ: 50 m] [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৬৬। একটি দেয়াল ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার দৈর্ঘ্য 0.10 m হলে এর প্রান্তের রৈখিক বেগ কত? [উ: 0.0105 m s^{-1}] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

- ৬৭। একটি লিফট 4.8 m s^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মেঝের 2 m উঁচু থেকে একটি বল ছেড়ে দিলে বলটি লিফটের মেঝেতে এসে আঘাত করতে কত সময় লাগবে? কত বেগে বলটি মেঝেতে আঘাত করবে?
[উ: 0.894 s , 4.47 m s^{-2}] [বুয়েট ১৯৯৮-১৯৯৯]
- ৬৮। কোনো বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ অন করলে 10 বার পূর্ণ ঘূর্ণনের পর পাখাটির কৌণিক বেগ 20 rad s^{-1} হয়।
কৌণিক ত্বরণ কত?
[উ: $\frac{10}{\pi} \text{ rad s}^{-2}$] [চুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৬৯। $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ভরের একটি ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে $2.23 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ বেগে ঘুরছে। ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।
[উ: $9.38 \times 10^{22} \text{ m s}^{-2}$; $4.2 \times 10^{16} \text{ rad s}^{-1}$] [বুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৭০। একটি বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ অন করলে 10 বার পূর্ণ ঘূর্ণনের পর পাখাটির কৌণিক বেগ 20 rad s^{-1} হয়।
পাখাটির কৌণিক ত্বরণ কত?
[বুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৭১। একটি বৈদ্যুতিক পাখার সুইচ অন করলে 10 বার পূর্ণ ঘূর্ণনের পর পাখাটির কৌণিক বেগ 20 rad s^{-1} হয়।
পাখাটির কৌণিক ত্বরণ বের কর (a) 10 বার ঘূর্ণনে পাখাটি সমকৌণিক বেগ প্রাপ্ত হলে, (b) 8 বার ঘূর্ণনে পাখাটি সমকৌণিক বেগ প্রাপ্ত হয়ে থাকলে।
[উ: (a) 3.18 rad s^{-1} ; (b) 0] [বুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- ৭২। দুটি ঘোড়া 12 m s^{-1} এবং 6 m s^{-1} বেগ নিয়ে একটি প্রতিযোগিতা শুরু করে। তাদের ত্বরণ যথাক্রমে 2 m s^{-2} এবং 3 m s^{-2} । যদি ঘোড়া দুটি একই সময়ে শেষ প্রান্তে পৌঁছায়, তবে তারা কত সময় প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করেছিল?
[উ: 12 s] [মা. ভা.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৭৩। একটি তীরকে 30° কোণে 40 m s^{-1} বেগে ছোঁড়া হলো। বাতাসে থাকা অবস্থায় তীরটির সর্বনিম্ন গতিবেগ কত?
[উ: 34.64 m s^{-1}] [হা. দা. বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৭৪। একটি ক্রিকেট বলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো এবং এটি 6 s পরে ভূমিতে ফিরে আসে। বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? [$g = 10 \text{ m s}^{-1}$]
[উ: 45 m] [য.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৭৫। একজন লোক 48 m s^{-1} বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলো। বলটি কতক্ষণ শূন্যে থাকবে?
[উ: 9.8 s] [পা.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৭৬। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক বেগ কত?
[উ: $\frac{\pi}{30} \text{ rad s}^{-1}$] [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৭৭। বিজ্ঞান মেলাকে আকর্ষণীয় করার জন্য প্রবেশ পথের দু'পাশে পানির ফোয়ারা স্থাপন করা হলো। তাদের মধ্যে একটির পানির ফোটাগুলো 5 m s^{-1} বেগে এবং 60° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে। অপর ফোয়ারার পানির ফোটাগুলো 6 m s^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে।
(ক) 0.6 s সময়ে 1 m ফোয়ারার পানির ফোঁটার বেগ নির্ণয় কর।
(খ) উদ্দীপকের কোন ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে?
[উ: (ক) 2.9 m s^{-1} ; (খ) $R_1 = 2.21 \text{ m}$ এবং $R_2 = 3.28 \text{ m}$ $\therefore R_2 > R_1$ \therefore ২য় ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে। [চ. বো. ২০১৯]
- ৭৮। একটি ক্রিকেট বলকে 40° কোণে 40 m s^{-1} বেগে তীর্যকভাবে নিক্ষেপ করা হলো। বলটির সর্বাধিক উচ্চতা কত?
[উ: 33.73 m] [মদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]



আগের অধ্যায়ে আমরা বস্তুর গতি নিয়ে আলোচনা করেছি। কিন্তু কোনো বস্তু আপনা আপনি গতিশীল হতে পারে না। বস্তু গতিশীল হতে হলে বা বস্তুর গতির পরিবর্তন করতে হলে বস্তুর ওপর একটা কিছু প্রয়োগ করতে হয়। এ একটা কিছু হচ্ছে বল। এ বল নিয়ে আলোচনা করা হয় বিজ্ঞানের যে শাখায় তাকে বলা হয় বলবিজ্ঞান বা বলবিদ্যা। আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব আবিষ্কারের পূর্বে বিজ্ঞানীরা ধরে নিতেন ভর, স্থান ও সময় ধ্রুব, পর্যবেক্ষকের গতি বা স্থিতির ওপর সেগুলো নির্ভরশীল নয়। এ ধারণার ওপর ভিত্তি করে যে বলবিদ্যা গড়ে উঠেছে, যাতে গ্যালিলিও, নিউটন, হ্যামিলটন প্রমুখের অবদান বিশেষভাবে প্রাধান্যযোগ্য তাকে বলা হয় নিউটনীয় বলবিদ্যা। বস্তু বা পর্যবেক্ষকের বেগ কম হলে নিউটনীয় বলবিদ্যার সূত্র ও সমীকরণগুলো খাটে। অপরপক্ষে বস্তু বা পর্যবেক্ষকের বেগ আলোর বেগের সাথে তুলনীয় হলে আপেক্ষিক তত্ত্বীয় বলবিদ্যা প্রযোজ্য হয়। এ অধ্যায়ে আমরা গতি সংক্রান্ত নিউটনের সূত্রসমূহ এবং তাদের প্রয়োগ এবং ঘূর্ণনগতির ক্ষেত্রে সংশ্লিষ্ট রাশিগুলো আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

বল, নিউটনের গতিসূত্র, ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র, জড়তার ভ্রামক, চক্রগতির ব্যাসার্ধ, কৌণিক ভরবেগ, কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র, টর্ক, কেন্দ্রমুখী বল, কেন্দ্রবিমুখী বল, ঘাতবল, বলের ঘাত, সংঘর্ষ, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ, অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	বলের স্বভাবমূলক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.১
২	ক্যালকুলাস ব্যবহার করে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৪.৫
৩	নিউটনের গতি সূত্রগুলার মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.৯
৪	নিউটনের গতি সূত্রের ব্যবহার করতে পারবে।	৪.৮
৫	নিউটনের গতি সূত্রের সীমাবদ্ধতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.১০
৬	বল, ক্ষেত্র ও প্রাবল্যের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.১১
৭	রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.৭
৮	সকল অবস্থায় ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা যাচাই করতে পারবে।	৪.৭, ৪.৮
৯	নিউটনের তৃতীয় সূত্রের সাথে ভরবেগের নিত্যতার সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৪.৭
১০	জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.১৩, ৪.১৫
১১	কৌণিক ভরবেগ সংক্রান্ত রাশিমালা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.১৫
১২	টর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.১৬
১৩	টর্ক, জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৪.১৬
১৪	ব্যবহারিক * একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে পারবে।	৪.১৮
১৫	সার্বজনীন সূত্র হিসেবে কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.২০
১৬	কেন্দ্রযুখী এবং কেন্দ্রবিমুখী বলের ব্যবহার করতে পারবে।	৪.২১
১৭	রাস্তার বাঁকে ঢাল দেওয়ার প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.২২
১৮	স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৪.২৩
১৯	দুটি বস্তুর মধ্যে একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের সমস্যার সমাধান করতে পারবে।	৪.২৩

৪.১। বলের স্বভাবমূলক ধারণা

Intuitive Concept of Force

আমরা জানি প্রত্যেক বস্তু যে অবস্থায় আছে সেই অবস্থা বজায় রাখতে চায় অর্থাৎ বস্তু স্থির থাকলে স্থির থাকতে চায় আর গতিশীল থাকলে গতিশীল থাকতে চায়। বস্তুর এ ধর্মকে জড়তা বলে। বস্তুর এ অবস্থার পরিবর্তন ঘটাতে হলে বাইরে থেকে একটা কিছু প্রয়োগ করতে হয়।

করে দেখো : টেবিলের ওপর একটি বই রাখো। বইটির দিকে কিছুক্ষণ চেয়ে থাকো। বইটির অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হচ্ছে না। বইটি তোমার সাপেক্ষে স্থির। এবার তুমি হাত দিয়ে বইটিকে ঠেলো বা টানো। কী দেখছো ?

বইটি তার অবস্থানের পরিবর্তন করছে অর্থাৎ বইটি গতিশীল হচ্ছে। তুমি যখন বস্তুটিকে ঠেলা বা টানো তখন তুমি বস্তুটির উপর কিছু একটা প্রয়োগ কর। সাধারণ ভাষায় বলতে গেলে এই ঠেলা (Push) এবং টানাই (Pull) হচ্ছে বল। তোমার হাত ও বস্তুর প্রত্যক্ষ সংস্পর্শের ফলশ্রুতি হচ্ছে বল।

কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল হচ্ছে ঐ বস্তু এবং অন্য কোনো বস্তুর পারস্পরিক ক্রিয়ার ফল। কোনো বস্তুর পরিপার্শ্ব যা অন্যান্য বস্তুর সমন্বয়ে গঠিত, ঐ বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করে যেমন, তুমি যদি কোনো বইকে হাত দিয়ে ধরে রাখ, তাহলে বইয়ের পরিবেশের গুরুত্বপূর্ণ বস্তুগুলো হচ্ছে তোমার হাত, যা বইটির ওপর উর্ধ্বমুখী বল প্রয়োগ করে; এবং পৃথিবী যা বইটির ওপর নিম্নমুখী বল প্রয়োগ করে (বই-এর ওজন)।

আমাদের সাধারণ অভিজ্ঞতা বলে কোনো কিছু ঠেলেতে বা টানতে, বহন করতে বা নিষ্ক্ষেপ করতে বলের প্রয়োজন হয়। আমরা আমাদের নিজের উপরও বলের প্রভাব অনুভব করতে পারি যখন কেউ আমাদেরকে ধাক্কা দেয় বা কোনো গতিশীল বস্তু আমাদেরকে আঘাত করে অথবা মেলার মাঠে যখন আমরা কোনো নাগরদোলায় চড়ে বসি। এসবই হচ্ছে বলের স্বজ্ঞামূলক ধারণা।

বলের স্বজ্ঞামূলক ধারণা থেকে প্রকৃত বৈজ্ঞানিক ধারণায় উপনীত হওয়া কিন্তু খুব সহজে হয়নি। অ্যারিস্টটলের মতো প্রাচীন বিজ্ঞ চিন্তাবিদদেরও বল সম্পর্কে অনেক ভ্রান্ত ধারণা ছিল। বল সংক্রান্ত প্রথম বৈজ্ঞানিক ধারণার অবতারণা করেন গ্যালিলিও। স্যার আইজ্যাক নিউটনের গতি বিষয়ক সূত্রাবলি থেকেই বল সংক্রান্ত সঠিক বৈজ্ঞানিক ধারণা পাওয়া যায়। মহাকর্ষ বলের সূত্রের সাহায্যে তিনি বল সম্পর্কে একটি পরিপূর্ণ বৈজ্ঞানিক ধারণা দেন।

স্থূল জগতে আমরা মহাকর্ষ বল ছাড়াও আরো নানা রকম বলের সাথে পরিচিত হই, যেমন পেশি শক্তি, দুটি বস্তুর মধ্যকার স্পর্শ বল যেমন ঘর্ষণ বল, সঙ্কুচিত বা প্রসারিত স্প্রিং কর্তৃক প্রযুক্ত বল, টানা তার বা সুতার উপর বল, কঠিন বস্তু যখন প্রবাহীর সংস্পর্শে থাকে তখন প্লবতা বা সান্দ্র বল, প্রবাহীর চাপের কারণে বল বা তরলের পৃষ্ঠটানজনিত বল ইত্যাদি। দুটি বস্তু পরস্পরের সংস্পর্শে না থাকলেও বল ক্রিয়াশীল হতে পারে, যেমন মহাকর্ষ বল, বা দুটি আহিত বস্তুর মধ্যকার বল। সূক্ষ্ম জগতে আমরা প্রোটন ও নিউট্রনের মধ্যে নিউক্লিয় বল, আন্তঃপারমাণবিক বা আন্তঃআণবিক বলের কথাও আমরা জানি।

বলের সংজ্ঞা : যা স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় বা যা গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

বলের বৈশিষ্ট্য

সাধারণ অভিজ্ঞতার আলোকে বলের নিম্নোক্ত চারটি বৈশিষ্ট্য উল্লেখ করা যায়।

১. বলের দিক আছে।

যেহেতু টানা বা ঠেলার মান ও দিক উভয়ই আছে, তাই বল একটি ভেক্টর রাশি। বলের দিক টানা বা ঠেলার দিকে।

২. বল জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে।

যদি A বস্তু B বস্তুর ওপর একটি বল প্রয়োগ করে, তাহলে B বস্তুও A বস্তুর ওপর একটি বল প্রয়োগ করে।

যখন কোনো ক্রিকেট ব্যাট দিয়ে ক্রিকেট বলকে আঘাত করা হয়, তখন ব্যাটটি ক্রিকেট বলের ওপর একটি বল প্রয়োগ করে। ক্রিকেট বলটিও কিন্তু ব্যাটের ওপর একটি বল প্রয়োগ করে।

৩. কোনো বল একটি বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে।

যখন তুমি ফুটবলকে কিক কর, তখন তোমার পা ফুটবলটির সংস্পর্শে থাকা অবস্থায় তার উপর বল প্রয়োগ করে তার বেগের পরিবর্তন ঘটায়।

৪. বল কোনো বস্তুকে বিকৃত করতে পারে।

আমরা যখন কোনো রাবারের টুকরা বা স্প্রিং-এর দুই প্রান্ত ধরে টান দেই অর্থাৎ বল প্রয়োগ করি, তখন তা বিকৃত হয়।

৪.২। মৌলিক বল

Fundamental Force

বিংশ শতাব্দীর পদার্থবিজ্ঞানের গুরুত্বপূর্ণ অন্তর্ভুক্তি বা উপলব্ধি হচ্ছে যে ইতোপূর্বে আমরা যে সকল বলের উল্লেখ করেছি এবং আরো অনুলিখিত যে অসংখ্য বল রয়েছে সেগুলো কোনোটিই কিন্তু স্বাধীন বা মৌলিক নয়। এগুলোর উদ্ভব প্রকৃতির চারটি মৌলিক বল এবং তাদের মধ্যকার ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া বা মিথক্রিয়া বা অন্তর্ক্রিয়া (Interaction) থেকে।

যে সকল বল মূল বা স্বাধীন অর্থাৎ যে সকল বল অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না বা অন্য কোনো বলের কোনো রূপ নয় বরং অন্যান্য বল এই সকল বলের কোনো না কোনো রূপের প্রকাশ তাদেরকে মৌলিক বল বলে।

এ মৌলিক বলগুলো হলো :

১. মহাকর্ষ বল (Gravitational force),
২. তাড়িতচৌম্বক বল (Electromagnetic force),
৩. সবল নিউক্লিয় বল (Strong Nuclear force) এবং
৪. দুর্বল নিউক্লিয় বল (Weak Nuclear force)

১. মহাকর্ষ বল : ভরের কারণে মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে। কোনো বস্তুর ওজন হচ্ছে মহাকর্ষ বলের ফলশ্রুতি। যদিও স্থূল বস্তুগুলোর মধ্যকার মহাকর্ষ বল খুবই তাৎপর্যপূর্ণ হতে পারে, কিন্তু চারটি মৌলিক বলের মধ্যে মহাকর্ষ বল হচ্ছে দুর্বলতম বল। অবশ্য এ কথাটি প্রযোজ্য হয় মৌলিক কণাগুলোর পারস্পরিক বল বিবেচনা করে তাদের আপেক্ষিক সবলতার বিচারে। যেমন, কোনো হাইড্রোজেন পরমাণুতে ইলেকট্রন ও প্রোটনের মধ্যকার মহাকর্ষ বল হচ্ছে $3.6 \times 10^{-47} \text{ N}$; অপরপক্ষে এই কণা দুটির মধ্যকার স্থির তড়িৎ বল হচ্ছে $8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$ । এখানে আমরা দেখি যে, স্থির তড়িৎ বলের তুলনায় মহাকর্ষ বল তাৎপর্যপূর্ণ নয়।

মহাকর্ষ একটি সার্বজনীন বল। এ মহাবিশ্বের প্রত্যেক বস্তুই অন্য বস্তুর কারণে এ বল অনুভব করে। এ বলের পাল্লা হচ্ছে অসীম। ভূ-পৃষ্ঠের সকল বস্তুই পৃথিবীর কারণে এ বল অনুভব করে। মহাকর্ষ বল সুনির্দিষ্টভাবে পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের বা বিভিন্ন কৃত্রিম উপগ্রহের ঘূর্ণন, সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর বা বিভিন্ন গ্রহের গতিকে নিয়ন্ত্রণ করে থাকে। নক্ষত্র, গ্যালাক্সি বা নক্ষত্রপুঞ্জ গঠনেও মহাকর্ষ বল গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখে। বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন যে বস্তুদ্বয়ের মধ্যে গ্র্যাভিটন নামে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই বল ক্রিয়াশীল হয়। অবশ্য গ্র্যাভিটনের অস্তিত্বের কোনো প্রমাণ এখনো পাওয়া যায়নি।

২. তাড়িতচৌম্বক বল : দুটি আহিত কণা তাদের আধানের কারণে একে অপরের ওপর যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল প্রয়োগ করে তাকে তাড়িতচৌম্বক বল বলে। তড়িৎ বল এবং চৌম্বক বল ঘনিষ্ঠভাবে সম্পর্কিত। যখন দুটি আহিত কণা স্থির থাকে তখন তাদের ওপর কেবল তড়িৎ বল ক্রিয়া করে। যখন আহিত কণাগুলো গতিশীল থাকে তখনকার একটি অতিরিক্ত তড়িৎ বল হচ্ছে চৌম্বক বল।

সাধারণভাবে তড়িৎ প্রভাব ও চৌম্বক প্রভাব অবিচ্ছেদ্য সে কারণে বলটিকে তাড়িতচৌম্বক বল নামে অভিহিত করা হয়। মহাকর্ষ বলের ন্যায় তাড়িতচৌম্বক বলের পাল্লাও অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত এবং এ বলের ক্রিয়ার জন্য কোনো মাধ্যমেরও প্রয়োজন হয় না। তাড়িতচৌম্বক বল মহাকর্ষ বলের চেয়ে অনেক বেশি শক্তিশালী। উদাহরণস্বরূপ দুটি প্রোটনের মধ্যকার তাড়িতচৌম্বক বল এদের মধ্যকার মহাকর্ষ বলের চেয়ে 10^{36} গুণ বেশি।

আমরা জানি পদার্থ ইলেকট্রন, প্রোটন নামক আহিত কণা দিয়ে গঠিত। যেহেতু তাড়িতচৌম্বক বল মহাকর্ষ বলের চেয়ে অনেক বেশি শক্তিশালী তাই পারমাণবিক ও আণবিক ক্ষেত্রের সকল ঘটনা এই বল দ্বারাই নিয়ন্ত্রিত হয়। অবশ্য অন্য দুটি বল কেবলমাত্র নিউক্লিয় ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। তাই বলা যায়, অণুপরমাণুর গঠন, রাসায়নিক বিক্রিয়া, পদার্থের তাপীয় ও অন্যান্য ধর্ম তাড়িতচৌম্বক বলের ফল। লক্ষণীয় যে, আমাদের এই স্থূল জগতের যাবতীয় বস্তুসমূহ (মহাকর্ষ বল ব্যতীত) তড়িৎ বলের বহিঃপ্রকাশ। ঘর্ষণ বল, স্পর্শ বল, স্প্রিং বা অন্যান্য বিকৃত বস্তুর মধ্যকার বল আহিত কণাগুলোর তড়িৎ বলেরই ফলশ্রুতি। ফোটন নামক এর প্রকার ভরহীন ও আধানহীন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের ফলে এই বল কার্যকর হয়।

মহাকর্ষ বল সর্বদা আকর্ষণধর্মী। পক্ষান্তরে তাড়িতচৌম্বক বল আকর্ষণ বিকর্ষণ উভয়ধর্মী হতে পারে। আবার কোনো বস্তুর ভর কেবলমাত্র ধনাত্মক হতে পারে কিন্তু আধান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয় হতে পারে। বেশিরভাগ ক্ষেত্রে পদার্থ তড়িৎ নিরপেক্ষ অর্থাৎ ব্যাপকভাবে তড়িৎ বল শূন্য আর সকল জাগতিক ঘটনা মহাকর্ষ বল দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয়।

৩. সবল নিউক্লিয় বল : পরমাণুর নিউক্লিয়াসে নিউক্লিয় উপাদানসমূহকে একত্রে আবদ্ধ রাখে যে শক্তিশালী বল তাকে সবল নিউক্লিয় বল বলে। সবল নিউক্লিয় বল প্রোটন ও নিউট্রনকে নিউক্লিয়াসে আবদ্ধ রাখে। এটা স্পষ্ট যে, কোনো ধরনের আকর্ষণীয় বল না থাকলে প্রোটনসমূহের মধ্যকার বিকর্ষণী বলের কারণে নিউক্লিয়াস অস্থিতিশীল হয়ে যেতো। এ আকর্ষণী বল মহাকর্ষীয় বল হতে পারে না কারণ তড়িত বলের তুলনায় মহাকর্ষীয় বল অতি অকিঞ্চিৎকর। সুতরাং নিউক্লিয়াসের স্থায়িত্বের জন্যে একটি নতুন বলের প্রয়োজন হয় আর সেই বলই হচ্ছে সবল নিউক্লিয় বল যা সকল মৌলিক বলগুলোর মধ্যে সর্বাপেক্ষা শক্তিশালী। তাড়িতচৌম্বক বল থেকে এটি প্রায় 100 গুণ বেশি শক্তিশালী। এটি আধান নিরপেক্ষ এবং এটি সমানভাবে প্রোটন- প্রোটন, নিউট্রন-নিউট্রন এবং প্রোটন-নিউট্রনের মধ্যে বোসন কণার পারস্পরিক বিনিময়ে কার্যকর হয়। পরবর্তীতে দেখা যায় প্রোটন ও নিউট্রন উভয়ই কোয়ার্ক নামক আরো মৌলিক কণিকা দিয়ে গঠিত আর কোয়ার্ক কণিকাগুলো গ্লুয়ন নামে এক ধরনের আঠালো কণার পারস্পরিক বিনিময়ের ফলে উৎপন্ন তীব্র বলের প্রভাবে একত্রিত থাকে। এর পাল্লা অত্যন্ত কম, প্রায় নিউক্লিয়াসের ব্যাসার্ধের সমতুল্য অর্থাৎ প্রায় 10^{-15} m । এ বল নিউক্লিয়াসের স্থায়িত্বের নিয়ামক। উল্লেখ্য যে, ইলেকট্রনের মধ্যে এ ধরনের কোনো বল নেই।

দুর্বল নিউক্লিয় বল : যে স্বল্প পাল্লার ও স্বল্পমানের বল নিউক্লিয়াসের মধ্যে মৌলিক কণাগুলোর মধ্যে ক্রিয়া করে অনেক নিউক্লিয়াসে অস্থিতিশীলতার উদ্ভব ঘটায় তাকে দুর্বল নিউক্লিয় বল বলে। দুর্বল নিউক্লিয় বলের উদ্ভব হয় যখন কোনো নিউক্লিয়াস থেকে β রশ্মির নির্গমন ঘটে। β রশ্মির নির্গমনের সময় নিউক্লিয়াস থেকে একটি ইলেকট্রন এবং একটি অনাহিত কণা নিউট্রিনো (neutrino) নির্গত হয়। দুর্বল নিউক্লিয় বল মহাকর্ষ বলের ন্যায় অত দুর্বল নয় তবে সবল নিউক্লিয় বল ও তাড়িতচৌম্বক বলের চেয়ে অনেকটাই দুর্বল। এ বলের পাল্লা খুবই কম প্রায় 10^{-16} m থেকে 10^{-18} m । বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন গেজ বোসন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের ফলে এই বল কার্যকর হয়।

মৌলিক বলগুলোর মধ্যে তুলনা

	সবল নিউক্লিয় বল	তাড়িতচৌম্বক বল	দুর্বল নিউক্লিয় বল	মহাকর্ষ বল
উদাহরণ	প্রোটন ও নিউট্রনকে একত্রে আবদ্ধ করে নিউক্লিয়াস গঠন করে	ইলেকট্রনকে নিউক্লিয়াসের সাথে আবদ্ধ করে পরমাণু গঠন করে	নিউক্লিয় বিটাক্ষয়ের জন্য দায়ী	নক্ষত্রগুলোকে একত্রিত করে গ্যালাক্সি গঠন করে
পাল্লা	10^{-15} m	অসীম	10^{-16} m	অসীম
আপেক্ষিক সবলতা (সবল নিউক্লিয় বলের সাপেক্ষে)	1	10^{-2}	10^{-11}	10^{-41}
আপেক্ষিক সবলতা (মহাকর্ষ বলের সাপেক্ষে)	10^{41}	10^{39}	10^{30}	1
বাহক কণা	গ্লুয়ন	ফোটন	W ও Z বোসন	গ্রাভিটন

সকল মৌলিক বলের জন্য বাহক কণিকা প্রয়োজন। তাড়িতচৌম্বক বলের জন্য এরকম বাহক কণিকা হচ্ছে ফোটন। এর অস্তিত্ব আমরা গত শতকের গোড়াতেই জানতে পেরেছি। সবল নিউক্লিয় বলের জন্য বাহক কণিকা হচ্ছে গ্লুয়ন (gluon)। মহাকর্ষ বলের জন্যও একটি বাহক কণিকা গ্রাভিটনের (graviton) প্রস্তাব করা হয়েছে। যদিও এখনো পর্যন্ত এর অস্তিত্বের কোনো প্রমাণ পাওয়া যায়নি। আর দুর্বল নিউক্লিয় বলের জন্য বাহক কণিকাগুলো হচ্ছে W^+ , W^- এবং Z^0 বোসন যা গেজ বোসন (gauge boson) নামেও পরিচিত।

৪.৩। নিউটনের গতিসূত্র

Newton's Laws of Motion

জড়তা

প্রত্যেক বস্তু যে অবস্থায় আছে সেই অবস্থায় থাকতে চায় অর্থাৎ বস্তু স্থির থাকলে স্থির থাকতে চায় আর গতিশীল থাকলে গতিশীল থাকতে চায়। বস্তুর এই স্থিতিশীল বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটাতে হলে বল প্রয়োগ করতে হয়। পদার্থের নিজস্ব অবস্থা বজায় রাখতে চাওয়ার এই যে ধর্ম তাই জড়তা।

সংজ্ঞা : পদার্থ যে অবস্থায় আছে চিরকাল সেই অবস্থায় থাকতে চাওয়ার যে প্রবণতা বা সেই অবস্থা বজায় রাখতে চাওয়ার যে ধর্ম তাকে জড়তা বলে।

ভর (mass) হচ্ছে পদার্থের জড়তার পরিমাপ। অন্য কথায় কোনো একটি বস্তুর তার বেগের পরিবর্তনকে বাধা দেয়ার পরিমাপই হচ্ছে ভর। একটি চলমান খালি ভ্যান গাড়িকে থামানোর চেয়ে ইট বোঝাই চলমান ভ্যান গাড়িকে থামানো অনেক বেশি কষ্টকর। খালি ভ্যানের চেয়ে ইট ও ভ্যানের মিলিত ভর বেশি বলেই এটি ঘটে। ভর একটি স্কেলার রাশি এবং একাধিক ভরকে সাধারণ গাণিতিক নিয়মে যোগ করা যায়।

১৬৮৭ সালে স্যার আইজ্যাক নিউটন তাঁর অমর গ্রন্থ “ন্যাচারালিস ফিলোসোফিয়া প্রিন্সিপিয়া ম্যাথেমেটিকা”তে বস্তুর ভর, গতি ও বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে তিনটি সূত্র প্রকাশ করেন। এ তিনটি সূত্র নিউটনের গতি সূত্র নামে পরিচিত।

প্রথম সূত্র : বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে অর্থাৎ সমদ্রুতিতে সরলপথে চলতে থাকবে।

দ্বিতীয় সূত্র : বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার ওপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যদিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।

তৃতীয় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটা সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

৪.৪। নিউটনের প্রথম গতি সূত্র

Newton's First Law of Motion

সূত্র : বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমদ্রুতিতে সরল পথে চলতে থাকবে।

এ সূত্রকে অনেক সময় জড়তার সূত্র বলা হয়। কেননা, “জড়তা” মানেই হচ্ছে কোনো পরিবর্তনকে বাধা দেওয়া। আর এ সূত্র থেকে পাওয়া যায় কোনো বস্তু তার যে বেগ আছে (শূন্য বেগসহ) সেই বেগ বজায় রাখতে চায়।

যদি কোনো বস্তু স্থির থাকে বা সমদ্রুতিতে সরল পথে চলে, তাহলে তার ত্বরণ শূন্য হয়। তাই প্রথম সূত্রকে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যেতে পারে “যদি কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করা না হয়, তাহলে তার ত্বরণ শূন্য হয়।” যেহেতু বল হচ্ছে একটি ভেক্টর রাশি, তাই দুই বা ততোধিক বল সংযুক্ত হয়ে নিট (net) শূন্য বল প্রদান করতে পারে। কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত নিট বল হচ্ছে বস্তুর ওপর প্রযুক্ত স্বতন্ত্র বলগুলোর ভেক্টর সমষ্টি। কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত স্বতন্ত্র বলগুলো যদি যথাক্রমে \vec{F}_1, \vec{F}_2 ইত্যাদি হয় তাহলে নিট বল $\Sigma \vec{F}$ হবে

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \dots$$

নিট বল শূন্য হওয়া আর কোনো বল ক্রিয়া না করা একই কথা। নিউটনের প্রথম সূত্রে এ তথ্য ব্যবহার করে আমরা সূত্রটিকে বিবৃত করতে পারি, “যদি কোনো বস্তুর ওপর নিট বল শূন্য হয় ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$), তাহলে বস্তুর ত্বরণও শূন্য হবে ($\vec{a} = \vec{0}$)।

৪.৫। নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্র : বলের পরিমাপ

Newton's Second Law of Motion : Measurement of Force

সূত্র : কোনো বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার ওপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সে দিকে ঘটে।

ভরবেগ বা রৈখিক ভরবেগ (Momentum or Linear Momentum)

ধরা যাক, দুটি বস্তু ধাক্কা খেল। ধাক্কার পর বস্তুগুলো কোন দিকে যাবে—এটি কিসের দ্বারা নির্ধারিত হবে? কোনটি বড়, কোনটি ছোট অর্থাৎ তাদের ভর দ্বারা কোনটি বেশি দ্রুত চলছে, কোনটি কম দ্রুত চলছে অর্থাৎ তাদের বেগ দ্বারা? কোনটি বেশি গুরুত্বপূর্ণ—ভর না বেগ? বস্তুগুলো কোন দিকে যাবে কীভাবে তা নির্ণয় করা হয়? এ সকল প্রশ্নের জবাবের জন্য ভরবেগের ধারণা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। আমরা আমাদের অভিজ্ঞতা থেকে দেখতে পাই, একটি গতিশীল টেবিল টেনিস বলকে থামানোর চেয়ে একটি গতিশীল ট্রাককে থামানো অনেক কঠিন। কোনো গতিশীল বস্তুকে আমরা যদি থামাতে চাই তাহলে আমরা যে প্রতিবন্ধকতার সম্মুখীন হই তার একটি পরিমাপ হচ্ছে ভরবেগ। ভরবেগ হচ্ছে বস্তুর একটি ধর্ম যা বস্তুর ভর এবং বেগের সাথে সম্পর্কিত। বস্তুর ভর যত বেশি হবে এবং বস্তু যত দ্রুত চলবে তার ভরবেগও তত বেশি হবে।

সংজ্ঞা : বস্তুর ভর ও বেগের গুণফলকে ভরবেগ বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুর ভর m এবং বেগ \vec{v} হলে তার ভরবেগ

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad \dots \quad (4.1)$$

এই বেগ \vec{v} বলতে আমরা আসলে বুঝি রৈখিক বেগ যা বস্তুর চলন গতির সাথে সংশ্লিষ্ট। এটি কৌণিক বেগ থেকে সম্পূর্ণ ভিন্ন। তাই এই রৈখিক বেগ \vec{v} এর সাথে সংশ্লিষ্ট ভরবেগকে রৈখিক ভরবেগ বলা হয়, যা ঘূর্ণন গতির সাথে সংশ্লিষ্ট কৌণিক ভরবেগ থেকে আলাদা। সুতরাং অন্য কোনোভাবে উল্লেখ না থাকলে পদার্থবিজ্ঞানের পরিভাষায় আমরা ভরবেগ \vec{p} বলতেই বুঝি রৈখিক ভরবেগ।

যেহেতু বেগ একটি ভেক্টর রাশি, কাজেই ভরবেগও একটি ভেক্টর রাশি। এর দিক বেগের দিকে।

মাত্রা ও একক : ভরবেগের মাত্রা হলো ভর \times বেগের মাত্রা অর্থাৎ MLT^{-1} এবং একক হলো

ভরের একক \times বেগের একক অর্থাৎ $kg \, m \, s^{-1}$ ।

$\vec{F} = m \vec{a}$ সম্পর্ক প্রতিপাদন

ধরা যাক, কোনো বস্তুর ভর m , বেগ \vec{v} এবং ভরবেগ \vec{p} । এর ওপর \vec{F} বল প্রযুক্ত হলে এর ভরবেগের পরিবর্তন ঘটে। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার $\frac{d\vec{p}}{dt}$ তার ওপর প্রযুক্ত বলের (\vec{F}) এর সমানুপাতিক অর্থাৎ,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \propto \vec{F}$$

$$\text{বা, } \frac{d}{dt}(m \vec{v}) \propto \vec{F}$$

$$\text{বা, } m \frac{d\vec{v}}{dt} \propto \vec{F}$$

$$\text{বা, } m \vec{a} \propto \vec{F}$$

$$\text{বা, } m \vec{a} = K \vec{F}$$

এখানে K হচ্ছে একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এর মান রাশিগুলোর এককের ওপর নির্ভর করে। এসআই পদ্ধতিতে বলের একক নিউটনের সংজ্ঞা এমনভাবে দেওয়া হয় যাতে K এর মান 1 হয়। যখন $m = 1 \, kg$ এবং $a = 1 \, m \, s^{-2}$ তখন

$F = 1\text{N}$ ধরলে উপরিউক্ত সমীকরণের $K = 1$ হয়। সুতরাং নিউটনের সংজ্ঞা হলো, “যে পরিমাণ বল 1 kg ভরের কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে 1 m s^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1N বলে।”

$$\text{অর্থাৎ } 1\text{N} = 1\text{kg m s}^{-2}$$

$$\text{অতএব, } \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \dots \quad (4.2)$$

বা, বল = ভর \times ত্বরণ

(4.2) সমীকরণের সাহায্যে আমরা বল পরিমাপ করতে পারি। ভর ও ত্বরণের গুণফল দ্বারা বল পরিমাপ করা হয়।

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র বলের সংজ্ঞা প্রদান করে-যা কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টি করে তাই হচ্ছে বল। কোনো একটি বস্তুর ওপর যদি কেবলমাত্র একটি বলই ক্রিয়া করে, তাহলে ত্বরণের অভিমুখ হবে বলের অভিমুখে এবং ত্বরণের মান হবে বলের মানের সমানুপাতিক।

কোনো বস্তুর ওপর যদি একাধিক বল প্রযুক্ত হয় তাহলে বস্তুর ওপর প্রযুক্ত স্বতন্ত্র বলগুলোর ভেক্টর সমষ্টিকে নিট (net) বল বলে। কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত স্বতন্ত্র বলগুলো যদি হয় যথাক্রমে $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$ ইত্যাদি, তাহলে নিট বল $\Sigma \vec{F}$ হবে,

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

সুতরাং সে ক্ষেত্রে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র তথা বল ও ত্বরণের সম্পর্কের (4.2 সমীকরণ) রূপ হয়,

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \quad \dots \quad (4.3)$$

আবার, (4.3) সমীকরণকে লেখা যায়।

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \Sigma \vec{F}$$

বা, $\vec{a} \propto \Sigma \vec{F}$ (\because ভর m ধ্রুব)

সুতরাং নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রকে এভাবেও বিবৃত করা যায়, “কোনো বস্তুর ত্বরণ বস্তুর ওপর প্রযুক্ত নিট বলের সমানুপাতিক।”

(4.3) সমীকরণে বস্তুর ভর m হচ্ছে বস্তুর ত্বরণ ও প্রযুক্ত নিটবলের মধ্যকার সমানুপাতিক ধ্রুবক। একটি নির্দিষ্ট নিট বলের জন্য বেশি ভরের বস্তুর ত্বরণ কম হয়। সুতরাং বস্তুর ভর হচ্ছে বস্তুর সেই ধর্ম যা বস্তুর বেগের কোনো পরিবর্তনকে বাধা দান করে। যেহেতু জড়তার অর্থ হচ্ছে কোনো পরিবর্তনকে বাধা দেওয়া, কাজেই এই ভরকে অনেক সময় জড়তাভর বা জাড্যভর (inertial mass) বলা হয়।

মাত্রা : (4.2) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, বলের মাত্রা হবে MLT^{-2} ।

বলের কয়েকটি অপ্রচলিত একক :

সারা বিশ্বব্যাপী পরিমাপের এসআই পদ্ধতির প্রচলন হওয়ায় এখন বল পরিমাপ করা হয় কেবলমাত্র নিউটন (Newton N) এককে। এসআই পদ্ধতি প্রচলনের পূর্বে বলের বেশ কয়েকটি একক প্রচলিত ছিল, যেগুলো এখন আর ব্যবহৃত হয় না। সেই অপ্রচলিত এককগুলো হচ্ছে, ১. ডাইন, ২. পাউন্ডাল, ৩. গ্রাম-ওজন, ৪. পাউন্ড-ওজন এবং ৫. কিলোগ্রাম-ওজন। বর্তমানে প্রচলিত নিউটনকে তখন MKS পদ্ধতিতে পরম একক বলা হতো।

১. ডাইন : ডাইন হচ্ছে CGS পদ্ধতিতে বলের পরম একক। যে পরিমাণ বল 1g ভরের কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করে 1 cm s^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে তাকে এক ডাইন (1 dyne) বল বলে।

$$1\text{ dyne} = 1\text{g} \times \frac{1\text{cm}}{\text{s}^2} = 1\text{g cm s}^{-2}$$

২. পাউন্ডাল : পাউন্ডাল হচ্ছে FPS পদ্ধতিতে বলের পরম একক। যে পরিমাণ বল 1 পাউন্ড 1 lb ভরের কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করে 1 ft s^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে তাকে এক পাউন্ডাল (1 poundal) বল বলে।

$$1 \text{ poundal} = 1 \text{ lb} \times \frac{1 \text{ ft}}{\text{s}^2} = 1 \text{ lb ft s}^{-2}$$

বলের এসআই একক নিউটনের সাথে ডাইন ও পাউন্ডালের সম্পর্ক হচ্ছে $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyne} = 7.2324 \text{ poundal}$

৩. গ্রাম-ওজন : গ্রাম-ওজন হচ্ছে CGS পদ্ধতিতে বলের অভিকর্ষীয় একক। 1g ভরের কোনো বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে যে বলে আকর্ষণ করে তাকে এক গ্রাম-ওজন (1 gm-wt) বল বলে।

$$1 \text{ gm-wt} = 1 \text{ g} \times g \text{ cm s}^{-2} \text{ [এক্ষেত্রে } g = 980 \text{ cm s}^{-2}] = 980 \text{ dyne}$$

৪. পাউন্ড-ওজন : পাউন্ড-ওজন হচ্ছে FPS পদ্ধতিতে বলের অভিকর্ষীয় একক। 1 lb ভরের কোনো বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে যে বল দ্বারা আকর্ষণ করে তাকে এক পাউন্ড-ওজন (1 lb-wt) বল বলে।

$$1 \text{ lb-wt} = 1 \text{ lb} \times g \text{ ft s}^{-2} \text{ [এক্ষেত্রে } g = 32 \text{ ft s}^{-2}] = 32 \text{ poundal}$$

৫. কিলোগ্রাম-ওজন : কিলোগ্রাম-ওজন হচ্ছে MKS পদ্ধতিতে বলের অভিকর্ষীয় একক। 1kg ভরের কোনো বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে যে বলে আকর্ষণ করে তাকে এক কিলোগ্রাম-ওজন (1 kg-wt) বল বলে।

$$1 \text{ kg-wt} = 1 \text{ kg} \times g \text{ m s}^{-2} \text{ [এক্ষেত্রে } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}] = 9.8 \text{ N.}$$

৪.৬। নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্র ও রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা

Newton's Third Law of Motion and Conservation of Linear Momentum

তৃতীয় গতিসূত্র (Third Law of Motion)

সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

ব্যাখ্যা : নিউটনের প্রথম ও দ্বিতীয় সূত্র হচ্ছে একটি মাত্র (single) বস্তু সম্পর্কে, অপরপক্ষে তৃতীয় সূত্র দুটি বস্তুর সাথে সম্পর্কিত। ধরা যাক, a ও b দুটি বস্তু পরস্পরের ওপর আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে (চিত্র ৪.১)।

ধরা যাক, \vec{F}_1 হলো প্রথম বস্তু a -এর ওপর দ্বিতীয় বস্তু b কর্তৃক প্রযুক্ত আকর্ষণ বল এবং \vec{F}_2 হলো দ্বিতীয় বস্তু b -এর ওপর প্রথম বস্তু a কর্তৃক প্রযুক্ত আকর্ষণ বল।

নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে আমরা পাই,

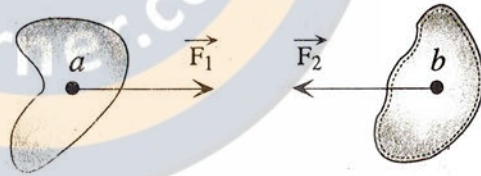
$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \quad \dots \quad (4.4)$$

প্রকৃতিতে বলসমূহ জোড়ায় জোড়ায় বিরাজ করে।

একটি একক (single) বলের কোনো অস্তিত্ব নেই।

\vec{F}_1 এবং \vec{F}_2 বল দুটিকে অনেক সময় ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া জোড় বলা হয়। একটি বলকে বলা হয় ক্রিয়া বল, অপর বলকে বলা হয় প্রতিক্রিয়া বল। কোন বলটি ক্রিয়া আর কোনটি প্রতিক্রিয়া সেটা কোনো ব্যাপার নয়। যেকোনো একটি ক্রিয়া হলোই অপরটি প্রতিক্রিয়া হবে। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র প্রকৃতিতে বিরাজমান বলগুলোর মধ্যকার অন্তর্নিহিত প্রতিসাম্য উন্মোচন করে।

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল সবসময়ই দুটি ভিন্ন বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে—কখনোই একই বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে না। প্রতিক্রিয়া বলটি ততক্ষণই থাকবে যতক্ষণ পর্যন্ত ক্রিয়া বলটি থাকবে। ক্রিয়া থেমে গেলে প্রতিক্রিয়াও থেমে যাবে। এ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া, বস্তুগুলোর সাম্যাবস্থায় বা পতিশীল অবস্থায় থাকা বা একে অপরের সংস্পর্শে থাকা বা না থাকার ওপর নির্ভরশীল নয়—সর্বত্রই বর্তমান থাকে।



চিত্র : ৪.১

৪.৭। ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ

Conservation of Momentum

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র থেকে আমরা জানি যে, কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত নিট (net) বল যদি শূন্য হয়, তাহলে বস্তুটি সরল পথে সমদ্রুতিতে চলতে থাকে অর্থাৎ এর বেগ ধ্রুব থাকে। সময়ের সাপেক্ষে বেগ \vec{v} যদি ধ্রুব হয়, তাহলে ভরবেগ $\vec{p} = m \vec{v}$ ও সময়ের সাপেক্ষে স্থির থাকে।

অন্য কথায়, কোনো বস্তুর ওপর নিট বল শূন্য হলে, বস্তুটির ভরবেগ \vec{p} সংরক্ষিত থাকে।

একাধিক বস্তুর সমন্বয়ে গঠিত কোনো ব্যবস্থার (system) ওপর যদি প্রযুক্ত নিট বাহ্যিক বল শূন্য হয়, তাহলে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগ \vec{P} পরিবর্তিত হয় না। একে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বা নিত্যতার সূত্র বলা হয়।

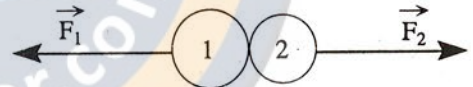
যেহেতু আগেই উল্লেখ করা হয়েছে ভরবেগ বলতে আমরা রৈখিক ভরবেগই বুঝে থাকি, সুতরাং ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বলতেই আমরা রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রকে বুঝি। উল্লেখযোগ্য যে, কৌণিক ভরবেগের জন্য আলাদা সংরক্ষণ সূত্র আছে যা ৪.২০ অনুচ্ছেদে আলোচনা করা হয়েছে।

সূত্র : যখন কোনো ব্যবস্থার ওপর প্রযুক্ত নিট বাহ্যিক বল শূন্য হয়, তখন ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, কোনো একটি ব্যবস্থার আদি ভরবেগ \vec{P}_i , পরবর্তী কোনো এক সময় ব্যবস্থাটির ভরবেগ \vec{P}_f , তাহলে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে, $\vec{P}_i = \vec{P}_f$... (4.5)

যেহেতু ভরবেগ \vec{P} একটি ভেক্টর রাশি, সুতরাং \vec{P} সংরক্ষিত হওয়ার অর্থ এর মান ও দিক উভয়েই অপরিবর্তিত থাকা। সমগ্র ব্যবস্থার ভরবেগ সংরক্ষিত বা স্থির থাকলেও এর অন্তর্গত স্বতন্ত্র বস্তুগুলোর ভরবেগ কিন্তু পরিবর্তিত হতে পারে। ব্যবস্থাটির অভ্যন্তরীণ বলসমূহ এর বস্তুগুলোর ভরবেগ স্বতন্ত্রভাবে পরিবর্তন করতে পারে, কিন্তু অভ্যন্তরীণ বল ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন করতে পারে না।

সূত্রের প্রতিপাদন : দুটি বস্তু বিবেচনা করা যাক (চিত্র : ৪.২)। বস্তুগুলো একে অপরের ওপর বল প্রয়োগ করতে পারে, কিন্তু এদের ওপর কোনো বাহ্যিক বল নেই। ধরা যাক, কোনো এক সময় বস্তুদ্বয় সংঘর্ষে লিপ্ত হলো। ধরা যাক, এই সংঘর্ষে \vec{F}_1 হচ্ছে প্রথম বস্তুর ওপর দ্বিতীয় বস্তু কর্তৃক প্রযুক্ত বল এবং \vec{F}_2 হচ্ছে দ্বিতীয় বস্তুর ওপর প্রথম বস্তু কর্তৃক প্রযুক্ত বল। ধরা যাক, কোনো সময় t তে প্রথম বস্তুর ভরবেগ \vec{p}_1 এবং দ্বিতীয় বস্তুর ভরবেগ \vec{p}_2 । আমরা প্রতিটি বস্তুর ক্ষেত্রে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করে পাই,



চিত্র : ৪.২

$$\vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \text{ এবং } \vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি, \vec{F}_1 এবং \vec{F}_2 সমান ও বিপরীতমুখী; অর্থাৎ

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$\text{বা, } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

$$\text{বা, } \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{0}$$

$$\text{বা, } \frac{d}{dt} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \vec{0}$$

কিন্তু $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ হচ্ছে ব্যবস্থার মোট ভরবেগ বা, \vec{P}

$$\therefore \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$$

যেহেতু সময়ের সাপেক্ষে মোট ভরবেগ $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ এর অন্তরক শূন্য, তাই মোট ভরবেগ \vec{P} ধ্রুব থাকে, অর্থাৎ

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{ধ্রুব} \quad \dots \quad (4.6)$$

$$\text{বা, } \vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$\text{বা, } \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad \dots \quad (4.7)$$

এখানে i এবং f পাদাক্ষ যথাক্রমে আদি (initial) এবং শেষ (final) অবস্থা নির্দেশ করে।

সুতরাং দেখা যায় যে, সংঘর্ষের আগে কোনো ব্যবস্থার ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি আর সংঘর্ষের পরে ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি সর্বদা সমান থাকে। এটিই ভরবেগের সংরক্ষণ বা নিত্যতার সূত্র।

একটি একমাত্রিক সংঘর্ষের কথা বিবেচনা করা যাক। ধরা যাক, m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু সরলরেখা বরাবর চলতে চলতে কোনো এক সময় সংঘর্ষে লিপ্ত হয়। সংঘর্ষের আগে তাদের বেগ যথাক্রমে v_{1i} ও v_{2i} এবং সংঘর্ষের পরে তাদের বেগ যথাক্রমে v_{1f} ও v_{2f} । ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে (4.7) সমীকরণটি হবে,

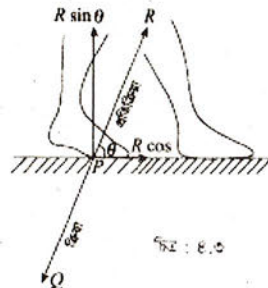
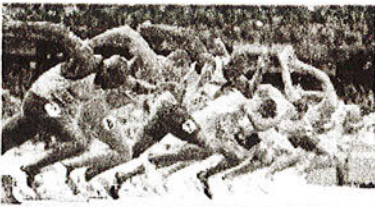
$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad \dots \quad (4.8)$$

৪.৮। নিউটনের গতিসূত্র ও ভরবেগের নিত্যতা সূত্রের কয়েকটি ব্যবহার

Few Uses of Newton's Laws of Motion and Law of Conservation of Energy

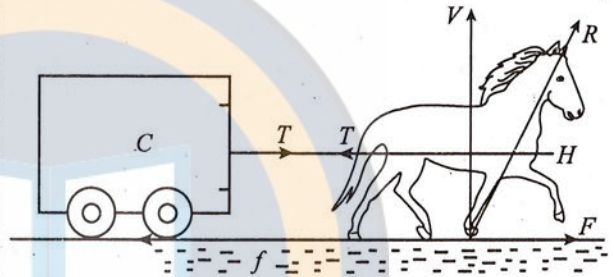
১। ভূমির ওপর দাঁড়ানো : মনে করি, এক ব্যক্তি ভূমির ওপর দাঁড়িয়ে আছেন। লোকটির পা ভূমির ওপর তার ওজনের সমান বল প্রয়োগ করে। এ বল ভূমির ওপর লোকটির ওজনের ক্রিয়া। যতক্ষণ পর্যন্ত লোকটি স্থিরভাবে দাঁড়িয়ে থাকবেন ততক্ষণ পর্যন্ত ভূমিও সমান বলে লোকটির পা-কে খাড়া ওপরের দিকে ঠেলেবে। ভূমির এ বল হলো প্রতিক্রিয়া। এ অবস্থায় ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল পরস্পরের সমান ও বিপরীত হবে। লোকটি যখন কোনো কদমাস্ত্র ভূমির ওপর বা পানির ওপর দাঁড়াতে যান তখন ঘটনা অন্য রকম ঘটে। লোকটি নিচের দিকে নামতে থাকেন বা ডুবে যেতে থাকেন। কদমাস্ত্র ভূমি বা পানি সমান ও বিরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল দেয়া সত্ত্বেও এরূপ ঘটনার কারণ হলো পানির অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল কঠিন ভূমির আন্তঃআণবিক বলের চেয়ে অনেক কম। লোকটির ওজন পানির ওপর ক্রিয়া করায় পানির অণুগুলো সহজে স্থানচ্যুত হয়ে আন্তঃআণবিক ববধান বৃদ্ধি করে ফলে লোকটি নিচের দিকে নামতে থাকেন। এ জন্যই কদমাস্ত্র বা বালুকাময় জায়গায় হাঁটা কিছুটা অসুবিধাজনক।

২। হাঁটা : হাঁটার সময় আমরা সামনের পা দ্বারা মাটিতে খাড়াভাবে বল দেই আর পেছনের পা দ্বারা তির্যকভাবে PQ (চিত্র : ৪.৩) বরাবর মাটিতে বল দেই। পেছনের পায়ের PQ বরাবর দেয় বলের ভূমি প্রতিক্রিয়া PR বরাবর কাজ করে। এখন এ প্রতিক্রিয়া বলকে অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে ভাগ করা যায়। অনুভূমিক উপাংশ ($R \cos \theta$) আমাদেরকে সামনের দিকে এগিয়ে নেয় আর উল্লম্ব উপাংশ ($R \sin \theta$) শরীরের ওজন বহন করতে সহায়তা করে।



আমরা দেখতে পাই দৌড় প্রতিযোগিতায় দৌড়বিদরা দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকেন। ফলে দৌড় শুরু করার সময় তারা তির্যকভাবে মাটিতে বল প্রয়োগ করেন। ফলে ভূমির প্রতিক্রিয়াও তির্যকভাবে সামনের দিকে ক্রিয়া করে। এ প্রতিক্রিয়ার অনুভূমিক উপাংশ দৌড়বিদকে সামনের দিকে এগিয়ে নিতে সাহায্য করে।

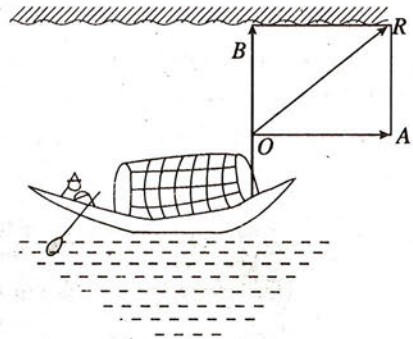
৩। ঘোড়ায় গাড়ি টানা : তোমাদের যদি প্রশ্ন করা হয় তোমরা কি কেউ ঘোড়ার গাড়ি দেখেছো? প্রায় সবাই এক বাক্যে বলবে না। কারণ বিজ্ঞানের উন্নতির সাথে সাথে ঘোড়ার গাড়ির প্রচলন এখন আর কোথাও নেই বললেই চলে। তবে নিউটনের তৃতীয় সূত্রের ব্যবহারের ঐতিহাসিক গুরুত্ব হিসেবে শিক্ষাক্রমে হয়তো ঘোড়ার গাড়ির ঘটনা বর্ণনা করতে বলা হয়েছে। ঘোড়া যখন গাড়িকে টানে তখন গাড়িও সমান বলে ঘোড়াকে টানে। তাহলে গাড়ি চলে কীভাবে? মনে করি, C গাড়িটিকে H ঘোড়ায় টানছে (চিত্র : ৪.৪)। ঘোড়ার সাথে গাড়িটি একটি দড়ি দ্বারা সংযুক্ত। ঘোড়া গাড়িটিকে সামনের দিকে টানার জন্য দড়ির মধ্য দিয়ে গাড়ির ওপর যে টান T প্রয়োগ করবে সেটা হচ্ছে ক্রিয়া বল। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে গাড়িও দড়ির মাধ্যমে ঘোড়ার ওপর সমান ও বিপরীত টান T প্রয়োগ করবে। এ অবস্থায় গাড়ি চলছে কীভাবে এ প্রশ্ন খুব স্বাভাবিকভাবেই মনে আসবে। আসলে ঘোড়া এগোবার জন্য পা দ্বারা তির্যকভাবে মাটিতে আঘাত করে ফলে ভূমিও একটি



চিত্র : ৪.৪

সমান প্রতিক্রিয়া বল R ঘোড়ার পায়ের ওপর প্রয়োগ করে, এ প্রতিক্রিয়া বল অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে বিভক্ত হয়ে যায়। উল্লম্ব উপাংশ V ঘোড়ার ওজনকে বহন করে আর অনুভূমিক উপাংশ F ঘোড়াকে সামনের দিকে এগিয়ে নিতে চেষ্টা করে। যখন এই F গাড়ির চাকা ও ভূমির মধ্যকার ঘর্ষণ বল f এর চেয়ে বেশি হয় তখনই শুধু গাড়িটি সামনের দিকে এগোবে।

৪। নৌকার গুন টানা : এককালের নদীমাতৃক বাংলাদেশে বড় বড় মাল বোঝাই নৌকার দেখা পাওয়া যেত। স্রোতের অনুকূলে দাঁড় টেনে আর স্রোতের প্রতিকূলে গুন টেনে তাদের চলতে হতো। আজকাল ইঞ্জিনচালিত নৌকার বা ট্রলারের প্রচলন হওয়ায় এবং নদী ও খালে বিপুল সংখ্যক সেতু, পুল, কালভার্ট তৈরি হওয়ায় অযান্ত্রিক নৌযানে তথা নৌকায়ও আর গুন টানা হয় না। কিন্তু এর ঐতিহাসিক গুরুত্ব বিবেচনা করে হয়তো শিক্ষাক্রমে এ উদাহরণ অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে।



চিত্র : ৪.৫

একখানি দড়ি দিয়ে কূল থেকে টেনে নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে নেয়াকে গুনটানা বলে। এ ঘটনাকে ভেক্টররাশির বিভাজন ও নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। ধরা যাক, OR বরাবর দড়ির টানের বল ক্রিয়া করছে

(চিত্র : ৪.৫) এ বল বিভাজিত হয়ে একটি বল নৌকার দৈর্ঘ্য বরাবর OA -এর দিকে ক্রিয়া করে নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নেয়। বলের অন্য উপাংশটি OA -এর লম্ব বরাবর OB -এর দিকে ক্রিয়া করে নৌকাকে কুলের দিকে নিতে চায়। পানির বিপরীত প্রতিক্রিয়া ও হালের সাহায্যে এ বলকে নাকচ করা হয়।

৫। বন্দুকের গুলি ছোঁড়া : গুলি ছোঁড়ার পর বন্দুককে পেছনের দিকে সরে আসতে দেখা যায়। ভরবেগের নিত্যতার সূত্র থেকে এর ব্যাখ্যা পাওয়া যায়। গুলি ছোঁড়ার পূর্বে বন্দুক ও গুলি উভয়ের বেগ শূন্য থাকে কাজেই তখন তাদের ভরবেগের সমষ্টি শূন্য। গুলি ছোঁড়ার পর সামনের দিকে গুলির কিছু ভরবেগ উৎপন্ন হয়। ভরবেগের নিত্যতার সূত্রানুযায়ী গুলি ছোঁড়ার আগের ভরবেগের সমষ্টি পরের ভরবেগের সমষ্টির সমান হতে হবে। সুতরাং গুলি ছোঁড়ার পরের ভরবেগের সমষ্টি সমান হতে হলে অর্থাৎ শূন্য হতে হলে বন্দুকেরও গুলির সমান ও বিপরীতমুখী একটা ভরবেগের সৃষ্টি হতে হবে। ফলে বন্দুককেও পেছনের দিকে সরে আসতে দেখা যায়।

ধরা যাক, M ভরের বন্দুক থেকে গুলি ছোঁড়ার পর m ভরের গুলিটি v বেগে বেরিয়ে যাচ্ছে। ধরা যাক, বন্দুকটির বেগ V । গুলি ছোঁড়ার আগে বন্দুক ও গুলির ভরবেগের সমষ্টি শূন্য। গুলি ছোঁড়ার পরে বন্দুক ও গুলির মোট ভরবেগ হবে $MV + mv$ ।

ভরবেগের নিত্যতার সূত্রানুসারে,

$$MV + mv = 0$$

$$\therefore MV = -mv \quad \dots \dots \dots (4.9)$$

$$\text{বা, } V = -\frac{m}{M}v \quad \dots \dots \dots (4.10)$$

(4.10) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, বন্দুক ও গুলির বেগ পরস্পর বিপরীতমুখী। অর্থাৎ গুলি ছোঁড়া হলে বন্দুকের পশ্চাৎ বেগের মান হবে $\frac{m}{M}v$ ।

৬। মহাশূন্য অভিযান তথা রকেটের গতি : জটিলতা পরিহার করার জন্য আমরা ধরে নিচ্ছি রকেটটি অভিকর্ষের আওতামুক্ত মহাশূন্যে গতিশীল। যখন রকেটটির ইঞ্জিন কর্তৃক গ্যাস নির্গমন করা হয়, তখন সেই গ্যাসের একটি ভরবেগ থাকে। তখন ভরবেগ সংরক্ষিত থাকার জন্য রকেট বিপরীত দিকে গতিপ্রাপ্ত হয় (চিত্র: ৪.৬)। রকেট থেকে গ্যাস যখন একটি নির্দিষ্ট হারে নির্গত হতে থাকে, তখন গ্যাসের গতির বিপরীত দিকে রকেটটি একটি স্থির বল লাভ করে। এ বলকে ধাক্কা (thrust) বলে।

ব্যবহৃত জ্বালানির হার এবং নির্গত গ্যাসের বেগের অপেক্ষকরূপে এ ধাক্কা প্রকাশ করার জন্য আমরা একটি সমীকরণ প্রতিপাদন করতে পারি।

ধরা যাক, রকেট থেকে জ্বালানি তথা গ্যাস v ধ্রুব বেগে নির্গত হচ্ছে। Δt সময়ে নির্গত গ্যাসের ভর Δm হলে, নির্গত গ্যাসের ভরবেগ হবে,

$$\Delta P = (\Delta m)v$$

নির্গত গ্যাসের এই ভরবেগ রকেটস্থ জ্বালানির ভরবেগের পরিবর্তনের সমান। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুসারে জ্বালানির ভরবেগের এ পরিবর্তন রকেটটির ভরবেগের পরিবর্তনের সমান। কোনো বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন তার ওপর প্রযুক্ত বল এবং বলের ক্রিয়াকালের গুণফলের সমান। সুতরাং রকেটের ওপর প্রযুক্ত বল তথা ধাক্কা F হলে,

$$\Delta P = F \Delta t$$



$$\therefore F \Delta t = (\Delta m) v$$

$$\text{বা, } F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v \quad \dots \quad (4.11)$$

এখানে $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ হচ্ছে জ্বালানি ব্যবহারের হার।

কোনো মুহূর্তে রকেটের ভর M হলে ঐ মুহূর্তে তার ত্বরণ a হবে,

$$a = \frac{F}{M} = \frac{1}{M} \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v \quad \dots \quad (4.11a)$$

রকেট পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের সীমার মধ্যে থাকলে-এর গতিতে অভিকর্ষের প্রভাব বিস্তার করবে। অভিকর্ষজ ত্বরণ g

$$\text{হলে রকেটের ত্বরণ হবে } a = \frac{1}{M} \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v - g \quad \dots \quad (4.11b)$$

৪.৯। নিউটনের গতি সূত্রসমূহের পারস্পরিক সম্পর্ক

Relation between Newton's Laws of Motion

দ্বিতীয় সূত্র থেকে প্রথম সূত্র

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র এবং দ্বিতীয় সূত্রের তুলনা থেকে দেখা যায় যে, প্রথম সূত্র হচ্ছে দ্বিতীয় সূত্রের একটি বিশেষ

রূপ। $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$ থেকে দেখা যায় যে, যখন $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ তখন $\vec{a} = \vec{0}$ হয়।

সুতরাং যখন বাইরে থেকে কোনো বল প্রযুক্ত হয় না অর্থাৎ নিট বল শূন্য হয় তখন,

$$\vec{a} = \vec{0} \quad \text{বা, } \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$$

বা, $\vec{v} = \text{ধ্রুবক।}$

সুতরাং বাইরে থেকে বস্তুর উপর কোনো বল প্রযুক্ত না হলে, বস্তুর বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না, বস্তু যে অবস্থায় ছিল সেই অবস্থায়ই থাকবে। অর্থাৎ বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমদ্রুতিতে সরলপথে চলতে থাকবে। এটিই নিউটনের প্রথম সূত্র।

প্রথম সূত্র ও দ্বিতীয় সূত্র

আমরা নিউটনের গতির প্রথম সূত্র থেকে পাই, যদি কোনো বস্তুর উপর নিট বল শূন্য হয় ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$), তাহলে

বস্তুর ত্বরণও শূন্য হবে ($\vec{a} = \vec{0}$)। বল শূন্য হলে ত্বরণ যদি শূন্য হয়, তাহলে বল যত বেশি হবে স্বাভাবিকভাবে ত্বরণও তত বেশি হবে। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই, বস্তুর ত্বরণ তার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক।

প্রথম সূত্র ও তৃতীয় সূত্র

ধরা যাক, A এবং B দুটি বস্তু মিলে একটি ব্যবস্থা (system)। এ ব্যবস্থাটি স্থির আছে অথবা সমবেগে গতিশীল আছে অর্থাৎ এর ত্বরণ শূন্য। সুতরাং এ ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত নিট বল শূন্য। এ ব্যবস্থার ওপর যদি বাইরে থেকে বল প্রযুক্ত না হয়, তাহলে ব্যবস্থাটির অভ্যন্তরীণ অর্থাৎ বস্তুদ্বয়ের পারস্পরিক নিট বলও শূন্য হবে। প্রথম সূত্র থেকে আমরা বলতে পারি,

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

এখন যদি দ্বিতীয় বস্তু প্রথম বস্তুর উপর \vec{F}_1 বল প্রয়োগ করে আর প্রথম বস্তু দ্বিতীয় বস্তুর ওপর \vec{F}_2 বল প্রয়োগ করে, তাহলে

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \quad \therefore \vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

যেটি আসলে নিউটনের তৃতীয় সূত্র।

৪.১০। নিউটনের গতি সূত্রের সীমাবদ্ধতা

Limitations of Newton's Laws of Motion

নিউটনের গতি সূত্র প্রয়োগ করা যায় যখন বস্তুর বেগ আলোর বেগের তুলনায় অনেক কম থাকে। আলোর বেগের কাছাকাছি বেগ সম্পন্ন বস্তুর গতির ক্ষেত্রে আমরা নিউটনের গতি সূত্র প্রয়োগ করতে পারি না। সে ক্ষেত্রে আমাদেরকে আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতার সূত্র ব্যবহার করতে হয়। অণু পরমাণুর মধ্যে যে সকল মৌলিক কণা আছে তাদের বেগ আলোর বেগের কাছাকাছি। এদের ক্ষেত্রেও নিউটনের গতি সূত্রের পরিবর্তে আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা সূত্র প্রয়োগ করা হয়।

৪.১১। বল, ক্ষেত্র ও প্রাবল্য

Force, Field and Intensity

ক্ষেত্র : ক্ষেত্র হলো এমন একটি অঞ্চল, যেখানে কোনো বস্তুর উপর অন্য একটি বস্তুর উপস্থিতির কারণে বল ক্রিয়া করে। কোনো একটি অঞ্চলে দুটি বস্তুকে কাছাকাছি রাখলে তারা পরস্পরকে নিজের দিকে টানে। এই বলকে বলা হয় মহাকর্ষ বল। কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল অনুভব করে তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় বল ক্ষেত্র বা শুধু মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

এভাবে দুটি তড়িৎ আধান কাছাকাছি আনলে পরস্পর একে অপরের উপর বল প্রয়োগ করে। এ বল আকর্ষণধর্মী বা বিকর্ষণধর্মী উভয় প্রকার হতে পারে। কোনো তড়িৎ আধানের চারদিক যে অঞ্চল জুড়ে তড়িৎ প্রভাব বজায় থাকে বা বল ক্রিয়া করে অর্থাৎ অন্য একটি তড়িৎ আধানকে ঐ অঞ্চলে আনা হলে সেটি আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল অনুভব করে, তাকে ঐ তড়িৎ আধানের তড়িৎ বল ক্ষেত্র বা তড়িৎ ক্ষেত্র বলে।

কোনো চুম্বকের চারদিকে যে অঞ্চলের মধ্যে অন্য একটি চুম্বক বা চৌম্বক পদার্থ আনলে এদের উপর চৌম্বক বল ক্রিয়া করে তাকে বলা হয় ঐ চুম্বকের ক্ষেত্র।

প্রাবল্য : একটি বল ক্ষেত্রের সর্বত্র সমান বল ক্রিয়া করে না, অর্থাৎ বলক্ষেত্রের সর্বত্র প্রভাব সমান নয়। বল ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে প্রভাব কতটুকু প্রবল সেটা পরিমাপ করা হয় প্রাবল্য দ্বারা। প্রাবল্য পরিমাপ করতে হলে বল ক্ষেত্রের বিভিন্ন বিন্দুতে একটি পরীক্ষণীয় বস্তু স্থাপন করতে হয়। সেই পরীক্ষণীয় বস্তু যে বল লাভ করে তার দ্বারাই প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়। সাধারণত পরীক্ষণীয় বস্তু হিসেবে একটি একক ভরের বা একক আধানের বস্তু নির্বাচিত করা হয়।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে যদি F বল লাভ করে, তবে ঐ বিন্দুতে একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার ওপর ক্রিয়াশীল বল হবে $\frac{F}{m}$ । সুতরাং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,

$$E_G = \frac{F}{m} \quad \dots \quad (4.12)$$

আবার তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একটি একক ধনাত্মক আধান স্থাপন করলে সেটি যে বল অনুভব করে তাকে ঐ বিন্দুর তড়িৎ প্রাবল্য বলা হয়।

তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে স্থাপিত $+q$ আধান যদি F বল অনুভব করে তাহলে ঐ বিন্দুতে প্রাবল্যের মান হবে,

$$E = \frac{F}{q} \quad \dots \quad (4.13)$$

যেহেতু বল একটি ভেক্টর রাশি, সুতরাং প্রাবল্যও একটি ভেক্টর রাশি।

স্বাভাবিকভাবেই একটি বলক্ষেত্রের বিভিন্ন বিন্দুতে প্রাবল্যের মান ও দিক বিভিন্ন হবে।

৪.১২। ঘূর্ণন গতি

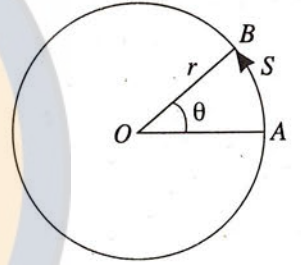
Rotational Motion

ঘূর্ণন অক্ষ

আমরা আমাদের দৈনন্দিন জীবনে এমন অনেক বস্তুর সাক্ষাৎ পাই যেগুলো ঘুরে। যেমন দরজা, বৈদ্যুতিক পাখা, লাটিম ইত্যাদি। পৃথিবীর সাথে দুটি ঘূর্ণন গতি জড়িত—একটি আহিক গতি অপরটি সূর্যের চারপাশে বার্ষিক গতি। যখন একটি দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণা বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে তখন ঐ বস্তুটি ঘূর্ণনগতি সম্পন্ন করে। কোনো বস্তু যখন ঘুরে তখন তার প্রত্যেকটি কণা কোনো না কোনো বিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘুরে। ঘূর্ণনশীল কোনো বস্তুর প্রত্যেকটি কণার বৃত্তাকার গতির কেন্দ্রগুলো যে সরলরেখায় অবস্থিত তাকে ঘূর্ণন অক্ষ বলে। একটি ঘূর্ণায়মান দৃঢ় বস্তুর ক্ষেত্রে প্রত্যেকটি কণা থেকে ঘূর্ণন অক্ষের উপর অঙ্কিত প্রতিটি লম্ব একই সময়ে সমান কোণ অতিক্রম করে। কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে একটি দৃঢ় বস্তুর ঘূর্ণন গতি বর্ণনা করার জন্য আমরা যে সকল রাশি ব্যবহার করি সেগুলো হলো কৌণিক সরণ θ , কৌণিক বেগ ω এবং কৌণিক ত্বরণ α ।

কৌণিক সরণ, θ

সংজ্ঞা : বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো কণা বা বস্তু নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কৌণিক সরণ বলে। ৪.৭ চিত্রে θ কৌণিক দূরত্ব বা কৌণিক সরণ। θ পরিমাপের জন্য রেডিয়ান একক ব্যবহার করা হয়। একে ডিগ্রিতেও মাপা যেতে পারে।



চিত্র : ৪.৭

কৌণিক বেগ, ω

সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt সময়ে কোনো বস্তুর কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ হলে কৌণিক বেগ,

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad \dots \quad (4.14)$$

অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক সরণের অন্তরককে কৌণিক বেগ বলা হয়।

কৌণিক ত্বরণ, α

সংজ্ঞা : সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : Δt ব্যবধানে কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তন $\Delta\omega$ হলে, কৌণিক ত্বরণ,

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad \dots \quad (4.15)$$

অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক বেগের অন্তরককে কৌণিক ত্বরণ বলা হয়।

ঘূর্ণন গতি সংক্রান্ত এ রাশিগুলো তৃতীয় অধ্যায়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

৪.১৩। জড়তার ভ্রামক

Moment of Inertia

আমরা তৃতীয় অধ্যায়ে জড়তা নিয়ে আলোচনা করেছি। আমরা জানি, কোনো বস্তুর গতির তথা বেগের পরিবর্তনকে বাধা দেওয়ার প্রয়াসই হচ্ছে জড়তা। জড়তার পরিমাপ হচ্ছে ভর। কোনো একটি অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত একটি বস্তুর ঘূর্ণন গতির পরিবর্তনকে বাধা দেওয়ার প্রয়াস হচ্ছে জড়তার ভ্রামক। জড়তার ভ্রামক ঘূর্ণন অক্ষ থেকে ভরের বন্টন ও দূরত্বের উপর নির্ভর করে।

ধরা যাক, M ভরের একটি দৃঢ় বস্তু AB অক্ষের চারদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। এই ঘূর্ণন গতির জন্য বস্তুটি যে গতিশক্তি লাভ করে, তাকে ঘূর্ণন গতিশক্তি বলে। ধরা যাক, M ভরের বস্তুটি m_1, m_2, m_3 ইত্যাদি ভরের অসংখ্য বস্তুকণার সমষ্টি এবং AB অক্ষ থেকে এদের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে r_1, r_2, r_3 ইত্যাদি (চিত্র : ৪.৮)। কোনো অক্ষ বা কোনো সরলরেখা থেকে কোনো বিন্দু বা কণার দূরত্ব বলতে ন্যূনতম দূরত্ব তথা লম্ব দূরত্বকে বোঝায়। যেহেতু কণাগুলো বস্তুর সাথে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ তাই প্রত্যেকের কৌণিক বেগ ω হবে। কিন্তু ঘূর্ণন অক্ষ থেকে এদের দূরত্ব সমান নয় বলে এদের রৈখিক বেগ সমান হবে না।

এখন, m_1 বস্তুকণার রৈখিক বেগ, $v_1 = \omega r_1$

অতএব, এর গতিশক্তি $E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2$

আবার, m_2 বস্তুকণার রৈখিক বেগ $v_2 = \omega r_2$

সুতরাং এর গতিশক্তি $E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 \omega^2 r_2^2$

এভাবে আমরা প্রত্যেকটি বস্তুকণার গতিশক্তি নির্ণয় করতে পারি। এখন সমগ্র বস্তুটির গতিশক্তি হবে সকল বস্তুকণার গতিশক্তির সমষ্টির সমান।

অতএব, সমগ্র বস্তুর গতিশক্তি,

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots$$

$$E = \frac{1}{2} m_1 \omega^2 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 r_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \omega^2 r_3^2 + \dots \dots \dots$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2 [m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots \dots \dots]$$

$$= \frac{1}{2} \omega^2 (\sum m_i r_i^2)$$

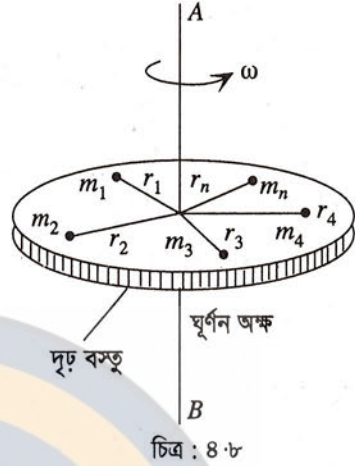
$$\text{বা, } E = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \dots \quad \dots \quad (4.16)$$

$$\text{এখানে, } I = \sum m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots \quad \dots \quad (4.17)$$

এই I ই হচ্ছে জড়তার ভ্রামক।

সংজ্ঞা : কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার লম্ব দূরত্বের বর্গ এবং এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিতে ঐ সরলরেখার সাপেক্ষে ঐ বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

কিন্তু কোনো বস্তুর ভর নিরবচ্ছিন্নভাবে সমগ্র বস্তুর মধ্যে বণ্টিত থাকে। সুতরাং ঘূর্ণন অক্ষ থেকে r দূরত্বে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র ভর dm হলে নিরবচ্ছিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে (4.17) সমীকরণ দাঁড়ায়,



$$I = \int r^2 dm \quad \dots \quad (4.18)$$

জড়তার ভ্রামকের মাত্রা হচ্ছে ভর \times (দূরত্ব)^২ এর মাত্রা। অর্থাৎ ML^2 এবং একক হচ্ছে $kg\ m^2$ ।

কোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক $50\ kg\ m^2$ বলতে বোঝায় ঐ বস্তুর প্রত্যেকটি কণার ভর এবং ঐ অক্ষ থেকে তাদের প্রত্যেকের লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টি $50\ kg\ m^2$ ।

আবার (4.16) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$\omega = 1 \text{ একক হলে } I = 2E$$

অর্থাৎ কোনো নির্দিষ্ট অক্ষ বরাবর একক সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক, সংখ্যাগতভাবে এর গতিশক্তির দ্বিগুণ।

$$m \text{ ভরের কোনো বস্তু যদি অনুভূমিকভাবে গড়াতে থাকে তার মোট গতিশক্তি } K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2।$$

এখানে, v = বস্তুর রৈখিক বেগ, ω = বস্তুর কৌণিক বেগ এবং I = বস্তুর আপন অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক।

চক্রগতির ব্যাসার্ধ (Radius of Gyration)

সংজ্ঞা : কোনো দৃঢ় বস্তুর সমগ্র ভর যদি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত করা যায় যাতে করে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার জড়তার ভ্রামক, ঐ নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তাহলে ঐ নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার লম্ব দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, একটি বস্তুর ভর M এবং কোনো অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক I । এখন কল্পনা করা যাক, ঐ বস্তুর ভর M সমগ্র বস্তুর মধ্যে বণ্টিত না থেকে একটি বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত আছে। ঘূর্ণন অক্ষ থেকে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুর লম্ব দূরত্ব যতো হলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে পুঞ্জীভূত বস্তুর জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুর জড়তার ভ্রামক I এর সমান হবে, সেই দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K বলে।

$$\therefore I = MK^2$$

$$\text{বা, } K = \sqrt{\frac{I}{M}} \quad \dots \quad (4.19)$$

মাত্রা ও একক : চক্রগতির ব্যাসার্ধের মাত্রা ও একক যথাক্রমে দৈর্ঘ্যের মাত্রা ও এককের অনুরূপ। সুতরাং এর মাত্রা L এবং এসআই একক মিটার (m)।

তৎপর্য : কোনো অক্ষের সাপেক্ষে একটি বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ $0.5\ m$ বলতে বোঝায় ঐ অক্ষ থেকে $0.5\ m$ দূরে একটি বিন্দুতে বস্তুর সমগ্র ভর পুঞ্জীভূত আছে ধরে জড়তার ভ্রামক হিসাব করলেই সমগ্র বস্তুর জড়তার ভ্রামক পাওয়া যাবে।

৪.১৪। জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য

Two Theorem Regarding Moment of Inertia

জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্যের সাহায্যে কোনো বস্তুর কোনো একটি বিশেষ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের মান বের করা যায়। উপপাদ্য দুটি হলো—(ক) লম্ব অক্ষ উপপাদ্য এবং (খ) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য।

(ক) লম্ব অক্ষ উপপাদ্য (Perpendicular axis Theorem)

বিবৃতি : কোনো সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে ঐ পাতের জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি হবে ঐ দুই অক্ষের ছেদবিন্দু দিয়ে এবং পাতের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান।

ব্যাখ্যা : কোনো সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ OX ও OY (চিত্র ৪.৯) এর সাপেক্ষে যদি জড়তার ভ্রামক I_x ও I_y হয় তবে তাদের সমষ্টি $(I_x + I_y)$ হবে ঐ দুই অক্ষের ছেদবিন্দু O দিয়ে এবং পাতের তলের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষ OZ সাপেক্ষে পাতের জড়তা ভ্রামক I_z -এর সমান।

$$\text{অর্থাৎ } I_z = I_x + I_y \quad \dots \quad (4.20)$$

প্রমাণ : মনে করি, একটা পাতলা সমতল পাতের ওপর লম্বভাবে অবস্থিত OX এবং OY -অক্ষদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করে। এ ছেদবিন্দু O দিয়ে অঙ্কিত OZ অক্ষটি সমতল পাতের ওপর লম্ব (চিত্র : ৪.৯)। মনে করি, এই পাতের ওপর P বিন্দুতে অবস্থিত একটি কণার ভর m । OY , OX এবং OZ -অক্ষ থেকে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে x, y, z ।

$$\therefore z^2 = x^2 + y^2$$

এখন ধরা যাক, পাতটি $m_1, m_2 \dots m_i \dots$ ইত্যাদি ভরের অসংখ্য কণার সমন্বয়ে গঠিত। OY অক্ষ থেকে এ কণাগুলোর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $x_1, x_2 \dots x_i \dots$ OX -অক্ষ থেকে এদের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $y_1, y_2 \dots y_i \dots$ এবং OZ -অক্ষ থেকে এদের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $z_1, z_2, \dots z_i \dots$ ইত্যাদি। সুতরাং OZ -অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক,

$$\begin{aligned} I_z &= \sum m_i z_i^2 \\ &= \sum m_i (x_i^2 + y_i^2) \\ &= \sum m_i x_i^2 + \sum m_i y_i^2 \end{aligned}$$

কিন্তু $\sum m_i x_i^2 = I_y$ হচ্ছে OY -অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক এবং $\sum m_i y_i^2 = I_x$ হচ্ছে OX -অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক।

$$\therefore I_z = I_x + I_y$$

(খ) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য (Parallel axis Theorem)

বিবৃতি : যেকোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক হবে ঐ অক্ষের সমান্তরাল ও বস্তুর ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং ঐ বস্তুর ভর ও দুই অক্ষের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

ব্যাখ্যা : মনে করা যাক, M ভরের কোনো বস্তুর ভরকেন্দ্র G এর মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত AB অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক I_G । তাহলে ঐ অক্ষ থেকে h দূরত্বে এবং ঐ অক্ষের সমান্তরাল কোনো অক্ষ CD এর সাপেক্ষে ঐ বস্তুর জড়তার ভ্রামক হবে (চিত্র ৪.১০)

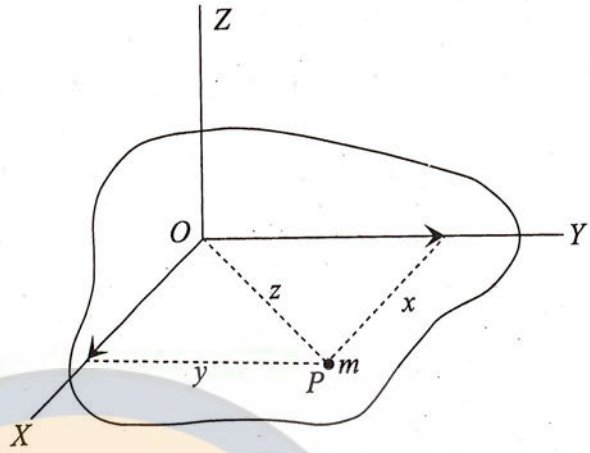
$$I = I_G + Mh^2 \quad \dots \quad (4.21)$$

প্রমাণ : মনে করা যাক, M ভরের একটি বস্তুর ভরকেন্দ্র G এর মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত অক্ষ AB এবং ঐ অক্ষ থেকে h দূরত্বে এবং ঐ অক্ষের সমান্তরাল অক্ষ CD । ধরা যাক, P বিন্দুতে অবস্থিত একটি কণার ভর m ।

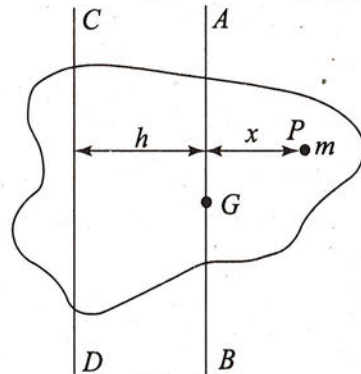
AB অক্ষ থেকে ঐ কণাটির লম্ব দূরত্ব x হলে CD অক্ষ থেকে এর লম্ব দূরত্ব হবে $h + x$ । এখন ধরা যাক, বস্তুটি $m_1, m_2 \dots m_i \dots$ ইত্যাদি ভরের অসংখ্য কণার সমন্বয়ে গঠিত। AB অক্ষ থেকে ঐ কণাগুলোর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $x_1, x_2 \dots x_i$ ইত্যাদি হলে CD অক্ষ থেকে এদের লম্ব দূরত্ব হবে যথাক্রমে

$$(x_1 + h), (x_2 + h), \dots (x_i + h) \text{ ইত্যাদি।}$$

এখন CD অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক,



চিত্র : ৪.৯



চিত্র : ৪.১০

$$I = \sum m_i (x_i + h)^2$$

$$= \sum m_i (x_i^2 + 2h x_i + h^2)$$

$$= \sum m_i x_i^2 + \sum 2h m_i x_i + \sum m_i h^2$$

$$= \sum m_i x_i^2 + 2h \sum m_i x_i + h^2 \sum m_i \quad [\because h = \text{ধ্রুবক}]$$

কিন্তু $\sum m_i x_i^2 = I_G$, ভরকেন্দ্রগামী অক্ষ AB এর সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক।

$\sum m_i x_i = O$, ভরকেন্দ্রগামী অক্ষ AB এর সাপেক্ষে বস্তুটির ভর ভ্রামক।

$\sum m_i = M$, সমগ্র বস্তুটির ভর।

$$\therefore I = I_G + 2h \times O + h^2 M$$

$$\text{বা, } I = I_G + Mh^2$$

কয়েকটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ

	বস্তু	জড়তার ভ্রামক	চক্রগতির ব্যাসার্ধ
১	M ভরের ও l দৈর্ঘ্য একটি সরু ও সুষম দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক।	$\frac{Ml^2}{12}$	$\frac{l}{\sqrt{12}}$
২	M ভরের ও l দৈর্ঘ্যের একটি সরু ও সুষম দণ্ডের একপ্রান্ত দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক।	$\frac{Ml^2}{3}$	$\frac{l}{\sqrt{3}}$
৩	M ভরের ও r ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্র দিয়ে পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক।	$\frac{1}{2} Mr^2$	$\frac{r}{\sqrt{2}}$
৪	M ভরের ও r ব্যাসার্ধের একটি নিরেট সিলিন্ডারের নিজ অক্ষের সাপেক্ষে সিলিন্ডারের জড়তার ভ্রামক।	$\frac{1}{2} Mr^2$	$\frac{r}{\sqrt{2}}$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয়

১. একটি সরু ও সুষম দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ (Moment of Inertia and Radius of Gyration of a thin uniform rod about an axis through its middle point and perpendicular to its length) :

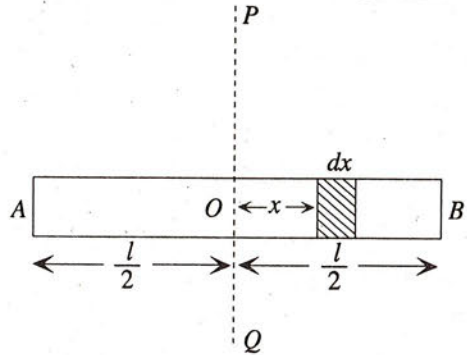
ধরা যাক, AB একটি সরু ও সুষম দণ্ড (চিত্র-৪.১১)। এর দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু O দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী PQ অক্ষের সাপেক্ষে ঐ দণ্ডের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।
ধরা যাক, দণ্ডের দৈর্ঘ্য l এবং ভর M।

$$\therefore \text{দণ্ডের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর } \lambda = \frac{M}{l}.$$

সুতরাং অক্ষ থেকে x দূরত্বে dx দৈর্ঘ্যের একটি ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশের ভর $dm = \lambda dx$

$$\text{বা, } dm = \left(\frac{M}{l}\right) dx$$

এখন PQ অক্ষের সাপেক্ষে dx দৈর্ঘ্যের অংশের জড়তার ভ্রামক,



চিত্র : ৪.১১

$$dI = x^2 dm = x^2 \left(\frac{M}{l} \right) dx = \frac{M}{l} x^2 dx$$

এখন এই সমীকরণের ডান পাশকে $x = -\frac{l}{2}$ থেকে $x = \frac{l}{2}$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করলে সমগ্র দণ্ডের জড়তার ভ্রামক I পাওয়া যায়,

$$I = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M}{l} x^2 dx$$

$$= \frac{M}{l} \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx$$

$$= \frac{M}{3l} \left[x^3 \right]_{-l/2}^{l/2} = \frac{M}{3l} \left[\frac{l^3}{8} + \frac{l^3}{8} \right]$$

$$\therefore I = \frac{Ml^2}{12} \quad \dots \quad (4.22)$$

ধরি চক্রগতির ব্যাসার্ধ, K

$$\therefore MK^2 = \frac{Ml^2}{12}$$

$$\therefore K = \frac{l}{\sqrt{12}} \quad \dots \quad (4.23)$$

২. একটি সরু ও সুসমান দণ্ডের এক প্রান্ত দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ (Moment of Inertia and Radius of Gyration of a thin uniform rod about an axis passing through the end and perpendicular to its length) :

ধরা যাক, AB একটি সরু ও সুসমান দণ্ড (চিত্র: ৪.১২)। এর এক প্রান্ত A দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী PQ অক্ষের সাপেক্ষে ঐ দণ্ডের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।

ধরা যাক, দণ্ডের দৈর্ঘ্য l এবং ভর M ।

$$\therefore \text{দণ্ডের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর, } \lambda = \frac{M}{l}$$

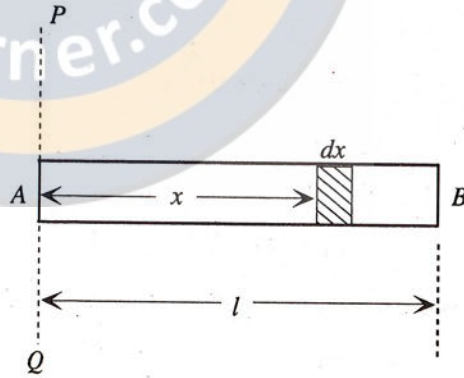
সুতরাং অক্ষ থেকে x দূরত্বে dx দৈর্ঘ্যের একটি ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশের ভর, $dm = \lambda dx$

$$\text{বা, } dm = \left(\frac{M}{l} \right) dx$$

এখন PQ অক্ষের সাপেক্ষে dx দৈর্ঘ্যের অংশের জড়তার ভ্রামক,

$$dI = x^2 dm = x^2 \left(\frac{M}{l} \right) dx = \frac{M}{l} x^2 dx$$

এখন এই সমীকরণের ডান পাশকে $x = 0$ থেকে $x = l$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করলে সমগ্র দণ্ডের জড়তার ভ্রামক I পাওয়া যায়,



চিত্র : ৪.১২

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{M}{l} \int_0^l x^2 dx = \frac{M}{l} \int_0^l x^2 dx \\
 &= \frac{M}{3l} [x^3]_0^l = \frac{M}{3l} [l^3 - 0] \\
 \therefore I &= \frac{1}{3} Ml^2
 \end{aligned}$$

(4.24)

চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$\begin{aligned}
 MK^2 &= \frac{1}{3} Ml^2 \\
 K &= \frac{l}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

(4.25)

৩. পাতলা বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্র দিয়ে পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ (Moment of Inertia and Radius of Gyration of a circular disc about an axis perpendicular to its plane passing through the centre) :

ধরা যাক, BCD একটি বৃত্তাকার চাকতি। এর ভরকেন্দ্র O এবং পৃষ্ঠের সাথে লম্বভাবে গমনকারী PQ অক্ষের সাপেক্ষে এই চাকতির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে (চিত্র : ৪.১৩)।

ধরা যাক, চাকতিটির ভর M এবং ব্যাসার্ধ r । সুতরাং চাকতির ক্ষেত্রফল $A = \pi r^2$ ।

\therefore চাকতির প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ভর,

$$\sigma = \frac{M}{A} = \frac{M}{\pi r^2}$$

এখন অক্ষ থেকে x দূরত্বে dx প্রস্থের একটি সরু বলয় কল্পনা করা যাক।

এই বলয়ের ক্ষেত্রফল

$$dA = \text{বলয়ের পরিধি} \times \text{বলয়ের প্রস্থ}$$

$$= 2\pi x dx$$

সুতরাং এই ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অংশের ভর,

$$dm = \sigma dA$$

$$\text{বা, } dm = \frac{M}{\pi r^2} \cdot 2\pi x dx$$

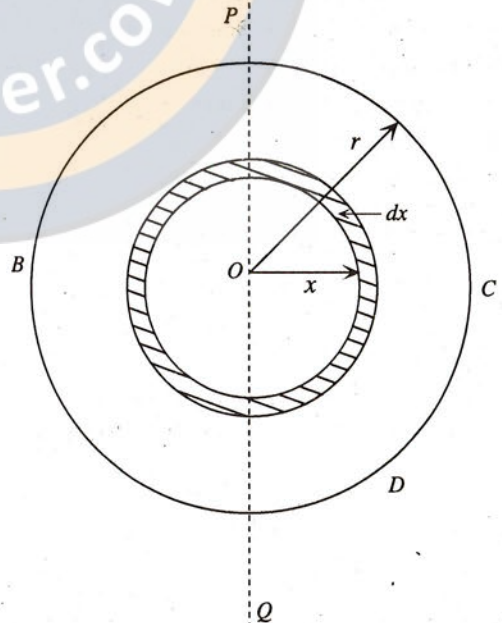
$$\text{বা, } dm = \left(\frac{2M}{r^2} \right) x dx$$

এখন PQ অক্ষের সাপেক্ষে এই dx প্রস্থের সরু বলয়ের জড়তার ভ্রামক,

$$dI = x^2 dm = x^2 \left(\frac{2M}{r^2} \right) x dx$$

$$\text{বা, } dI = \left(\frac{2M}{r^2} \right) x^3 dx$$

এখন এ সমীকরণের ডান পাশকে $x = 0$ থেকে $x = r$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করলে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক I পাওয়া যায়,



চিত্র : ৪.১৩

$$I = \int_0^r \left(\frac{2M}{r^2} \right) x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \int_0^r x^3 dx$$

$$= \frac{2M}{4r^2} [x^4]_0^r = \frac{M}{2r^2} [r^4 - 0]$$

$$\therefore I = \frac{1}{2} Mr^2 \quad \dots \quad \dots \quad (4.26)$$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$MK^2 = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$\therefore K = \frac{r}{\sqrt{2}} \quad \dots \quad \dots \quad (4.27)$$

৪. নিজ অক্ষের সাপেক্ষে একটি নিরেট সিলিন্ডারের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ (Moment of Inertia and Radius of Gyration of a solid cylinder about its own axis):

ধরা যাক, C একটি নিরেট সিলিন্ডার। এর নিজ অক্ষ PQ এর সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে (চিত্র ৪.১৪)।

ধরা যাক, সিলিন্ডারের ভর M , দৈর্ঘ্য l এবং ব্যাসার্ধ r ।
সুতরাং সিলিন্ডারের আয়তন,

$$V = \pi r^2 l$$

\therefore সিলিন্ডারের প্রতি একক আয়তনের ভর তথা ঘনত্ব,

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi r^2 l}$$

PQ অক্ষের চারদিকে x ব্যাসার্ধের এবং dx পুরুত্বের একটি ফাঁপা সমাক্ষীয় চোঙ বিবেচনা করা যাক।

এখন এই চোঙের

প্রস্থচ্ছেদের নিরেট অংশের ক্ষেত্রফল,

$$\begin{aligned} dA &= \text{পরিধি} \times \text{পুরুত্ব} \\ &= 2\pi x \times dx \end{aligned}$$

নিরেট অংশের আয়তন, $dV = \text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল} \times \text{দৈর্ঘ্য}$

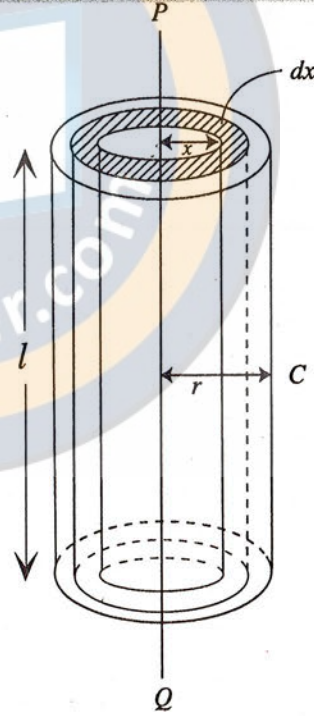
$$= 2\pi x dx \times l$$

নিরেট অংশের ভর, $dm = \text{আয়তন} \times \text{ঘনত্ব}$

$$= 2\pi l x dx \times \frac{M}{\pi r^2 l}$$

$$\therefore dm = \left(\frac{2M}{r^2} \right) x dx$$

এখন PQ অক্ষের সাপেক্ষে এই dx পুরুত্বের চোঙের জড়তার ভ্রামক,



চিত্র : ৪.১৪

$$dI = x^2 dm$$

$$\text{বা, } dI = \left(\frac{2M}{r^2}\right) x^3 dx$$

এখন এই সমীকরণের ডান পাশকে $x = 0$ থেকে $x = r$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করলে সমগ্র সিলিন্ডারের জড়তার ভ্রামক I পাওয়া যায়,

$$I = \int_0^r \left(\frac{2M}{r^2}\right) x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \int_0^r x^3 dx$$

$$= \frac{2M}{4r^2} [x^4]_0^r = \frac{M}{2r^2} [r^4 - 0]$$

$$\therefore I = \frac{1}{2} Mr^2 \quad \dots \quad (4.28)$$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$MK^2 = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$\therefore K = \frac{r}{\sqrt{2}} \quad \dots \quad (4.29)$$

৫. পাতলা ও সুস্বয়ম আয়তাকার পাতের ভরকেন্দ্র দিয়ে এবং পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ (Moment of inertia and Radius of Gyration of a thin rod angular lamina about an axis through its centre of mass and perpendicular to its plane):

ধরা যাক, একটি পাতলা ও সুস্বয়ম আয়তাকার পাত $ABCD$ (চিত্র : ৪.১৫)।

PQ অক্ষটি আয়তাকার পাতটির সাথে অভিলম্বভাবে এর ভরকেন্দ্র O দিয়ে গিয়েছে। PQ অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে।

মনে করি, পাতটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও ভর যথাক্রমে l, b ও M ।

AB বাহুর সমান্তরাল ও O বিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত অক্ষ OX -এর সাপেক্ষে পাতের জড়তার ভ্রামক, (সমীকরণ 4.22)

$$I_x = \frac{Mb^2}{12}$$

অনুরূপভাবে, AD বাহুর সমান্তরাল ও O বিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত অক্ষ OY এর সাপেক্ষে পাতের জড়তার ভ্রামক,

$$I_y = \frac{Ml^2}{12}$$

এখন লম্ব অক্ষ উপপাদ্য অনুযায়ী PQ অক্ষের সাপেক্ষে আয়তাকার পাতের জড়তার ভ্রামক I হবে,

$$I = I_x + I_y$$

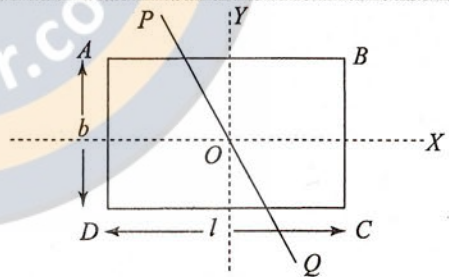
$$\text{বা, } I = \frac{M}{12} (l^2 + b^2) \quad \dots \quad (4.30)$$

$$\text{আবার, } I = MK^2$$

$$\text{বা, } MK^2 = I = \frac{M}{12} (l^2 + b^2)$$

$$\text{বা, } K^2 = \frac{l^2 + b^2}{12}$$

$$\text{বা, } K = \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{12}} \quad \dots \quad (4.31)$$



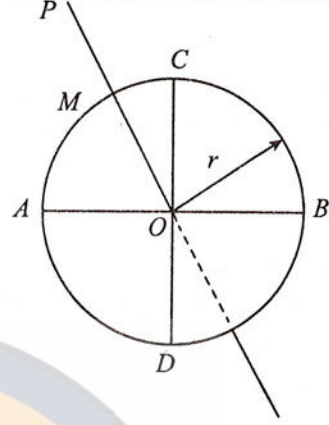
চিত্র : ৪.১৫

৬. একটি পাতলা বৃত্তাকার চাকতির যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক (Moment of Inertia of a circular disc about any of its diameter) :

ধরা যাক, $ACBD$ একটি পাতলা সুষম চাকতি (চিত্র ৪.১৬)। এর ভর M এবং ব্যাসার্ধ r । এটি AB ব্যাস দিয়ে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান। এই অক্ষের সাপেক্ষে চাকতিটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে হবে। ধরা যাক, এই জড়তার ভ্রামক $= I$ । তাহলে AB -এর লম্ব ব্যাস CD -এর সাপেক্ষেও চাকতিটির জড়তার ভ্রামক $= I$ । লম্ব অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে উপরিউক্ত দুই জড়তার ভ্রামকের সমষ্টি হবে উক্ত দুই লম্ব ব্যাসের ছেদবিন্দু O তথা চাকতির কেন্দ্রবিন্দু দিয়ে ও চাকতির তলের অভিলম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ PQ -এর সাপেক্ষে উক্ত চাকতির জড়তার ভ্রামকের সমান। অর্থাৎ PQ -এর সাপেক্ষে চাকতিটির জড়তার ভ্রামক I_{PQ} হবে,

$$I_{PQ} = I + I \text{ বা, } I = \frac{1}{2} I_{PQ}$$

$$\text{কিন্তু, } I_{PQ} = \frac{1}{2} Mr^2 \quad \therefore I = \frac{1}{4} Mr^2.$$



চিত্র : ৪.১৬

৭. পাতলা বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী স্পর্শকের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক (Moment of Inertia of a circular disc about a tangent perpendicular to its plane.)

মনে করি, M ভরবিশিষ্ট এবং r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী AB একটি স্পর্শক (চিত্র ৪.১৭)।

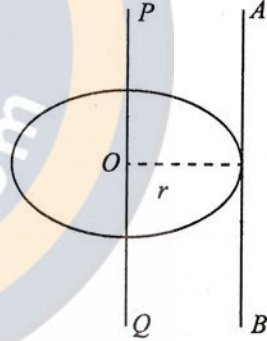
চাকতির ভরকেন্দ্র O বিন্দু দিয়ে অতিক্রান্ত অক্ষ PQ এই পাতের স্পর্শক AB -এর সাথে সমান্তরাল। এখন সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে স্পর্শক AB এর সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক I হবে,

$$I = I_{PQ} + Mr^2$$

আমরা জানি, M ভরবিশিষ্ট এবং r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে চাকতির ভরকেন্দ্র দিয়ে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক হচ্ছে $\frac{Mr^2}{2}$ (সমীকরণ ৪.২৬)।

$$\text{সুতরাং } I_{PQ} = \frac{Mr^2}{2} \quad \therefore I = \frac{Mr^2}{2} + Mr^2$$

$$\text{বা, } I = \frac{3}{2} Mr^2$$



চিত্র : ৪.১৭

৪.১৫। কৌণিক ভরবেগ

Angular Momentum

চলন গতির ক্ষেত্রে আমরা দেখেছি m ভরের কোনো বস্তু \vec{v} বেগে গতিশীল হলে তার ভরবেগ তথা রৈখিক ভরবেগ $\vec{p} = m \vec{v}$, একটি গুরুত্বপূর্ণ রাশি। ঘূর্ণনগতির ক্ষেত্রে ভরবেগের অনুরূপ রাশি হচ্ছে কৌণিক ভরবেগ। কোনো বিন্দুর সাপেক্ষে ভরবেগের ভ্রামকই হচ্ছে কণাটির কৌণিক ভরবেগ।

সংজ্ঞা : কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে ঐ বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ বলে।

ব্যাখ্যা : ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর বা অবস্থান ভেক্টর \vec{r} এবং ঐ কণার ভরবেগ \vec{p} হলে, ঐ বিন্দুর সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে,

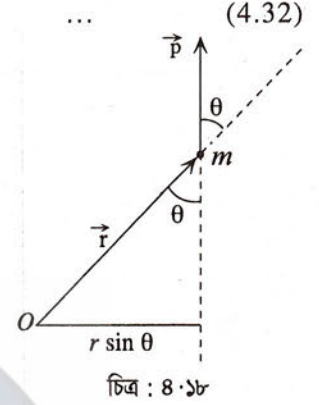
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে কোনো কণার ভরবেগ p হলে ঐ বিন্দুর সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগের মান L হবে

$$L = rp \sin \theta$$

$$\text{বা, } L = pr \sin \theta$$

এখানে θ হচ্ছে \vec{r} এবং \vec{p} এর অন্তর্ভুক্ত কোণ। কিন্তু $r \sin \theta$ হচ্ছে ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে ভরবেগের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্ব (চিত্র : ৪.১৮)। সুতরাং কোনো কণার ভরবেগ এবং ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে ভরবেগের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্বের গুণফলই হচ্ছে ঐ বিন্দুর সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগের মান।



দিক : কৌণিক ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি। এর দিক $\vec{r} \times \vec{p}$ এর দিকে। একটি ডানহাতি স্ক্রুকে \vec{r} ও \vec{p} এর সমতলে লম্বভাবে স্থাপন করে \vec{r} থেকে \vec{p} এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যে দিকে অগ্রসর হয় সেদিকে।

মাত্রা ও একক : কৌণিক ভরবেগের মাত্রা হচ্ছে ভরবেগ \times দূরত্বের মাত্রা অর্থাৎ ML^2T^{-1} এবং এর একক হচ্ছে $kg \, m^2 \, s^{-1}$ ।

তাপর্ষ : কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগ $30 \, kg \, m^2 \, s^{-1}$ বলতে বোঝায় ঐ বস্তুর কৌণিক ভরবেগ, $1 \, kg \, m^2$ জড়তার ভ্রামকবিশিষ্ট কোনো বস্তুর কৌণিক বেগ $30 \, rad \, s^{-1}$ হলে যে কৌণিক ভরবেগ হবে তার সমান।

বিঃ দ্রঃ কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান দৃঢ় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ হয় ঐ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে।

কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের সম্পর্ক : $L = I\omega$

ধরা যাক, একটি বস্তু কোনো একটি অক্ষের সাপেক্ষে ω সমকৌণিক দ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান। উক্ত বস্তুর যেকোনো একটি কণার ভর m_1 , ঘূর্ণন অক্ষ থেকে কণাটির লম্ব দূরত্ব r_1 এবং কণাটির বেগ v_1 হলে

$$\begin{aligned} \text{ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ, } p_1 r_1 &= m_1 v_1 r_1 \\ &= m_1 \omega r_1^2 \quad [\because v_1 = \omega r_1] \\ &= \omega m_1 r_1^2 \end{aligned}$$

অনুরূপে ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে m_2 ভরের কৌণিক ভরবেগ $= \omega m_2 r_2^2$ । এভাবে প্রতিটি বস্তুকণার জন্য কৌণিক ভরবেগ বের করে তাদের সমষ্টি নিলে সম্পূর্ণ বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ L পাওয়া যাবে।

$$\begin{aligned} \therefore L &= \omega m_1 r_1^2 + \omega m_2 r_2^2 + \omega m_3 r_3^2 + \dots \\ &= \omega (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots) \\ &= \omega \sum m_i r_i^2 \\ &= \omega I \quad [\because I = \sum m_i r_i^2] \end{aligned}$$

$$\text{বা, } L = I\omega = I \frac{d\theta}{dt} \quad \dots \quad (4.33)$$

এখানে I হলো ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক

∴ কৌণিক ভরবেগ = জড়তার ভ্রামক \times কৌণিক বেগ

৪.১৬। টর্ক

Torque

চলন গতিতে রৈখিক ত্বরণের সাথে যেমন বল সংশ্লিষ্ট ঘূর্ণন গতিতে তেমনি কৌণিক ত্বরণের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি হলো টর্ক (torque) বা বলের ভ্রামক (moment of force)।

কৌণিক ত্বরণের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি যে বল নয়, তা আমরা আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকেই দেখতে পাই। কোনো দরজার উপর প্রযুক্ত বল বিভিন্ন কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে—এটি নির্ভর করে বল কোথায় প্রয়োগ করা হয়েছে আর কোন দিকে প্রয়োগ করা হয়েছে তার উপর। দরজার কবজার উপর সরাসরি প্রযুক্ত বল কোনো কৌণিক ত্বরণই সৃষ্টি করে না, আবার সেই একই মানের বল যদি দরজার বাইরের প্রান্তে দরজার সাথে লম্বভাবে প্রয়োগ করা হয়, তাহলে সর্বোচ্চ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে থাকে। সুতরাং দরজার এ ঘূর্ণন প্রক্রিয়া নির্ভর করে প্রযুক্ত বলের মান, ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বলের প্রয়োগ বিন্দুর দূরত্ব আর কত কোণে বল প্রয়োগ করা হয়েছে তার উপর। এ সকল রাশি মিলিয়ে ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে আমরা যে রাশির সংজ্ঞা দেই তাই হচ্ছে টর্ক। টর্ক হচ্ছে একটি বলের ঘূর্ণন সৃষ্টি করার সামর্থ্যের একটি পরিমাপ।

সংজ্ঞা : কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার উপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে ঐ বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বলে।

ব্যাখ্যা : ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর বা অবস্থান ভেক্টর \vec{r} এবং ঐ কণার উপর প্রযুক্ত বল \vec{F} হলে, ঐ কেন্দ্রের সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বা বলের ভ্রামক হচ্ছে,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \dots \quad (4.34)$$

ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে কোনো কণার উপর F বল প্রযুক্ত হলে ঐ কেন্দ্রের সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বা বলের ভ্রামকের মান τ হলো

$$\tau = rF \sin \theta \quad \dots \quad (4.35)$$

$$\text{বা, } \tau = Fr \sin \theta$$

এখানে θ হচ্ছে \vec{r} এবং \vec{F} এর অন্তর্ভুক্ত কোণ।

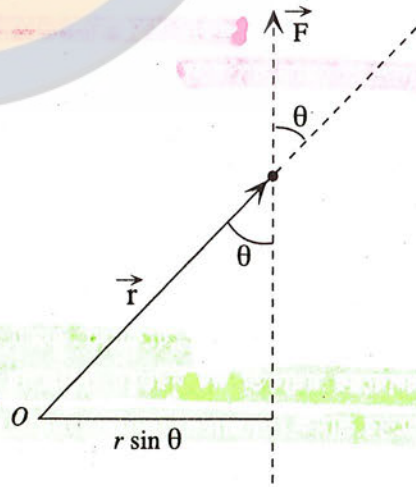
কিন্তু $r \sin \theta$ হচ্ছে ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে বলের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্ব (চিত্র : ৪.১৯)। সুতরাং কোনো কণার উপর প্রযুক্ত বল এবং ঘূর্ণন কেন্দ্র থেকে বলের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্বের গুণফলই হচ্ছে ঐ কেন্দ্রের সাপেক্ষে টর্ক বা বলের ভ্রামকের মান।

দিক : টর্ক একটি ভেক্টর রাশি। এর দিক $\vec{r} \times \vec{F}$ এর দিকে। একটি ডানহাতি স্ক্রুকে \vec{r} ও \vec{F} এর সমতলে লম্বভাবে স্থাপন করে \vec{r} থেকে \vec{F} এর দিকে ক্ষুদ্রতর কোণে ঘুরালে যে দিকে অগ্রসর হয় সেদিকে।

মাত্রা ও একক : টর্কের মাত্রা হচ্ছে বল \times দূরত্বের মাত্রা অর্থাৎ ML^2T^{-2} এবং একক হচ্ছে $N\ m$ ।

তাৎপর্য : কোনো দৃঢ় বস্তুর টর্ক $20\ N\ m$ বলতে বোঝায়, যে পরিমাণ টর্ক $1\ kg\ m^2$ জড়তার ভ্রামক বিশিষ্ট বস্তুতে $20\ rad\ s^{-1}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে।

বিঃ দ্রঃ কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান দৃঢ় বস্তুর ক্ষেত্রে টর্ক হয় ঐ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে।



চিত্র : ৪.১৯

৪.১৭। টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক : $\tau = I\alpha$

Relation between Torque and Angular acceleration : $\tau = I\alpha$

ধরা যাক, কোনো একটি দৃঢ় বস্তুর উপর F বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি কোনো একটি অক্ষের সাপেক্ষে α সমকৌণিক ত্বরণে ঘূর্ণায়মান। উক্ত বস্তুর যেকোনো একটি কণার ভর m_1 , ঘূর্ণন অক্ষ থেকে কণাটির লম্ব দূরত্ব r_1 এবং কণাটির ত্বরণ a_1 হলে—

$$\text{ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক বা বলের ভ্রামক} = Fr_1$$

$$= m_1 a_1 r_1$$

$$= m_1 \alpha r_1^2$$

$$[\because a_1 = r_1 \alpha]$$

$$= \alpha m_1 r_1^2$$

অনুরূপে ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে m_2 ভরের কণাটির উপর প্রযুক্ত টর্ক $= \alpha m_2 r_2^2$ । এভাবে প্রতিটি বস্তুকণার উপর প্রযুক্ত টর্ক বের করে তাদের সমষ্টি নিলে সম্পূর্ণ বস্তুর উপর প্রযুক্ত টর্ক বা টর্ক τ পাওয়া যাবে।

$$\therefore \tau = \alpha m_1 r_1^2 + \alpha m_2 r_2^2 + \alpha m_3 r_3^2 + \dots$$

$$= \alpha (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots)$$

$$= \alpha \sum m_i r_i^2$$

$$= \alpha I \quad [\because I = \sum m_i r_i^2]$$

এখানে I হলো ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামক।

$$\text{বা, } \tau = I \alpha = I \frac{d\omega}{dt} \quad \dots \quad (4.36)$$

\therefore টর্ক = জড়তার ভ্রামক \times কৌণিক ত্বরণ

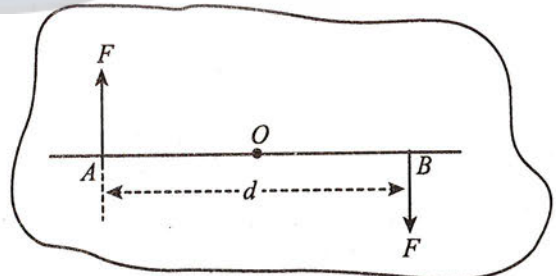
দ্বন্দ্ব (Couple)

সংজ্ঞা : একটি বস্তুর দুটি বিভিন্ন বিন্দুতে ক্রিয়াশীল সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বলদ্বয়কে দ্বন্দ্ব বা

যুগল বা জোড় বল বলে।

৪.২০ চিত্রে একটি দৃঢ় বস্তুর A ও B বিন্দুতে দুটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল F, F প্রয়োগ করা হলো।

এ দুটি বল মিলে একটি দ্বন্দ্ব তৈরি হয়। বলদ্বয়ের ক্রিয়া রেখার মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বকে দ্বন্দ্বের বাহু বলে। এখানে d দ্বন্দ্বের বাহু। যেকোনো একটি বল ও বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বের গুণফলের মানকে দ্বন্দ্বের ভ্রামক (moment of the couple) বলে।



চিত্র : ৪.২০

৪.২০ চিত্রানুযায়ী দ্বন্দ্বের ভ্রামক,

$$C = F \times AB = F \times d$$

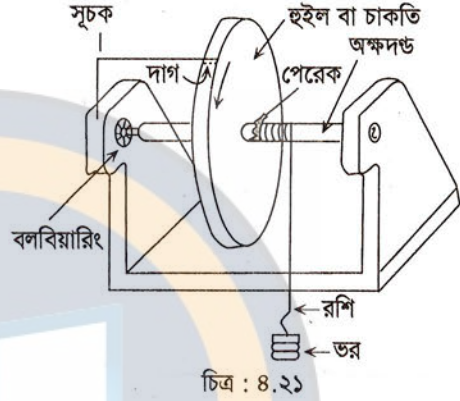
দ্বন্দ্বের ভ্রামককেও টর্ক বলে। এ জন্য এর একক হবে $N\ m$ । যে দ্বন্দ্বের জন্য বস্তু ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরতে চেষ্টা করে সে দ্বন্দ্বের ভ্রামককে ধনাত্মক এবং যে দ্বন্দ্বের জন্য বস্তু ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরতে চেষ্টা করে সে দ্বন্দ্বের ভ্রামককে ঋণাত্মক ধরা হয়।

৪.১৮। ব্যবহারিক

Practical

ফ্লাইহুইলের বর্ণনা

ফ্লাইহুইল হচ্ছে একটি বড় ব্যাসের চাকতি। এর সাথে একটি অপেক্ষাকৃত সরু অক্ষদণ্ড লাগানো থাকে (চিত্র : ৪.২১)। চাকতিটির অভিকর্ষ কেন্দ্র এর ঘূর্ণন অক্ষে অবস্থিত। অক্ষদণ্ডের দুই প্রান্ত একটা দৃঢ় কাঠামোর সাথে বল বিয়ারিং দিয়ে আটকানো থাকে। অক্ষদণ্ডের সাথে একটি রশি পেঁচানো থাকে যার প্রান্তে উপযুক্ত ভর আটকানো থাকে। এই ভরের ওজনের প্রভাবে ফ্লাইহুইলে ঘূর্ণন সৃষ্টি হয়। যে রশিটি নেওয়া হয় তার দৈর্ঘ্য ভূমি থেকে অক্ষ দণ্ড পর্যন্ত হওয়ার প্রয়োজন অর্থাৎ রশিটির দৈর্ঘ্য এমন হতে হবে যেন ভরটি যখন ভূমি স্পর্শ করে ঠিক সে সময়ে রশিটি অক্ষদণ্ড থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে যাবে। চাকতির ঘূর্ণন পরিমাপের জন্য কাঠামোর সাথে একটি সূচক লাগানো থাকে।



পরীক্ষণের নাম	আপন অক্ষের সাপেক্ষে একটি ফ্লাইহুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয়
পিরিয়ড : ২	

মূল তত্ত্ব : কোনো নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার লম্ব দূরত্বের বর্গ এবং এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

যখন রশিতে আটকানো ভরটি অভিকর্ষের প্রভাবে নিচে পড়তে থাকে তখন ভরের বিভব শক্তি ফ্লাইহুইলে কৌণিক বেগ উৎপন্ন করবে। m ভর ভূমি থেকে h উচ্চতায় থাকলে তার বিভবশক্তি হবে mgh । এখন শক্তির নিত্যতা সূত্র থেকে আমরা লিখতে পারি,

$$\begin{aligned} \text{পড়ন্ত ভরের হারানো বিভবশক্তি} &= \text{পড়ন্ত ভরের গতিশক্তি লাভ} + \text{ফ্লাইহুইলের ঘূর্ণন গতিশক্তি লাভ} + \text{ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কৃতকাজ} \\ \text{অর্থাৎ } mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + n_1F \quad \dots \quad (1) \end{aligned}$$

এখানে, v = ভরের রৈখিক বেগ

ω = ফ্লাইহুইলের কৌণিক বেগ

I = আপন অক্ষের সাপেক্ষে ফ্লাইহুইলের জড়তার ভ্রামক

F = প্রতি ঘূর্ণনে ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কাজ

n_1 = ভরটি ফ্লাইহুইল থেকে বিচ্ছিন্ন হওয়া পর্যন্ত ঘূর্ণন সংখ্যা বা অক্ষদণ্ডে রশির পাকসংখ্যা।

রশিটি ফ্লাইহুইল থেকে বিচ্ছিন্ন হওয়ার পর হুইলের কৌণিক বেগ ক্রমশ হ্রাস পেয়ে হুইলটি এক সময় থেমে যাবে। এ সময়ে ফ্লাইহুইলের কৌণিক গতিশক্তি $\frac{1}{2} I \omega^2$ ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কাজে ব্যবহৃত হবে। যদি হুইলটি রশি বিচ্ছিন্ন হওয়ার পর থেমে যাওয়ার আগে n_2 ঘূর্ণন সম্পন্ন করে তাহলে,

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = n_2 F \quad \text{বা, } F = \frac{1}{2} \frac{I \omega^2}{n_2}$$

F এর মান সমীকরণ (1) বসিয়ে আমরা পাই,

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \frac{n_1}{n_2}$$

$$\therefore I = \frac{2mgh - mv^2}{\omega^2 \left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)}$$

অক্ষদণ্ডে ব্যাসার্ধ r হলে $v = r\omega$

$$\therefore I = \frac{2mgh - m(r\omega)^2}{\omega^2 \left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)}$$

$$\text{বা, } I = \frac{m \left(\frac{2gh}{\omega^2} - r^2 \right)}{1 + \frac{n_1}{n_2}} \quad (2)$$

অক্ষদণ্ড থেকে ভর বিচ্ছিন্ন হওয়ার সময় হুইলের কৌণিক বেগ ω এবং হুইল যদি t সময়ে স্থির অবস্থায় আসে, তাহলে তার শেষ কৌণিক বেগ হবে শূন্য। ঘর্ষণ বল একই থাকলে হুইলের গতি সুসমভাবে হ্রাস পায়। সুতরাং হুইলের গড় কৌণিক বেগ হবে $\frac{\omega + 0}{2} = \omega / 2$ ।

$$\text{হুইলের গড় কৌণিক বেগ, } \frac{\omega}{2} = \frac{2\pi n_2}{t} \quad \therefore \omega = \frac{4\pi n_2}{t}$$

যন্ত্রপাতি : ফ্লাইহুইল, স্টপ ওয়াচ, স্লাইড ক্যালিপার্স ও প্রয়োজনীয় ভর।

কাজের ধারা :

১। ফ্লাইহুইলের গায়ে চক দিয়ে দাগ দিয়ে সূচকটি দাগের উপর আনা হয়।

২। চিকন রশির সাথে m ভর বেঁধে রশিটিকে অক্ষদণ্ড গায়ে পেঁচানো হয়। রশির দৈর্ঘ্য এমন হতে হবে যেন যখন ভরটি ভূমি স্পর্শ করে ঠিক সেই সময় রশিটি অক্ষদণ্ড হতে বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়। অক্ষদণ্ডের গায়ে রশিটি n_1 সংখ্যক বার পেঁচানো হয়।

৩। ভরটিকে এখন পড়তে দেওয়া হয় ফলে হুইলটি আপন অক্ষের চারদিক ঘুরতে শুরু করে। যে মুহূর্তে রশিটি অক্ষদণ্ড থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে যায় ঠিক সেই মুহূর্তে স্টপ ওয়াচ চালিয়ে দেওয়া হয়। হুইলটি স্থির অবস্থায় আসা পর্যন্ত এর ঘূর্ণন সংখ্যা n_2 গণনা করা হয়। হুইলটি স্থির অবস্থায় আসা মাত্র স্টপ ওয়াচ বন্ধ করে n_2 ঘূর্ণন সম্পন্ন করতে প্রয়োজনীয় সময় t নির্ণয় হয়।

৪। স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে অক্ষদণ্ডের ব্যাসার্ধ r পরিমাপ করা হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন

ক. রশির প্রান্তে বাঁধা ভরের পরিমাণ, $m = \dots$ kg

খ. স্লাইড ক্যালিপার্সের ভার্নিয়ার ধ্রুবক নির্ণয় :

প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান, $s = \dots\dots\dots m$

ভার্নিয়ার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা, $n =$

ভার্নিয়ার ধ্রুবক, $VC = \frac{s}{n} \dots\dots\dots m$

গ. স্লাইড ক্যালিপার্সের যান্ত্রিক ত্রুটি e নির্ণয় করা হয়।

স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে অক্ষদণ্ডের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	প্রধান স্কেল পাঠ M m	ভার্নিয়ার সমপাতন V	ভার্নিয়ার ধ্রুবক VC m	ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ $F = V \times VC$ m	আপাত ব্যাস $d' = M + F$ m	যান্ত্রিক ত্রুটি $\pm e$ m	প্রকৃত ব্যাস $d = d' - (\pm e)$ m	গড় ব্যাস d m	ব্যাসার্ধ $r = \frac{d}{2}$ m
1									
2									
3									

ফ্লাইহুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	n_1	$h = 2\pi r n_1$ m	t s	গড় t s	n_2	গড় n_2	$\omega = \frac{4\pi n_2}{t}$ rad s ⁻¹	জড়তার ভ্রামক I kg m ²
1		
2		
3		

হিসাব

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = \frac{m \left(\frac{2gh}{\omega^2} - r^2 \right)}{1 + \frac{n_1}{n_2}} = \dots\dots\dots \text{kg m}^2$$

ফলাফল

আপন অক্ষের সাপেক্ষে ফ্লাইহুইলের জড়তার ভ্রামক, $I = \dots\dots\dots \text{kg m}^2$

সতর্কতা

১। রশি অক্ষদণ্ডের গায়ে দৃঢ়ভাবে পৌঁচানো হয়।

২। n_1 সঠিকভাবে গণনা করতে হয়।

৩। n_2 সঠিকভাবে গণনা করতে হয়।

৪। t সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করতে হয়।

৫। উচ্চতা h সঠিকভাবে নির্ণয় করতে হয়।

৬। ভর মুক্ত করে দিলে ফ্লাইহুইল যেন আপনাপনি ঘুরতে শুরু করে সেদিকে খেয়াল রাখতে হবে।

৭। রশিটি অক্ষদণ্ডের তুলনায় অনেক চিকন হতে হবে।

৪.১৯। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্রের রূপ

Newton's Laws of Motion for Rotational Motion

ইতোমধ্যে আমরা রৈখিক গতির ক্ষেত্রে নিউটনের গতির সূত্রগুলো আলোচনা করেছি। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রেও এ সূত্রগুলো পরিবর্তিতরূপে প্রযোজ্য।

প্রথম সূত্র : বাহ্যিক টর্ক প্রয়োগ করে বস্তুর ঘূর্ণনগতির অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে ঘূর্ণনশীল বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে বা অঘূর্ণনশীল বস্তু ঘুরবে না।

এ সূত্রকে আমরা এভাবে প্রকাশ করতে পারি, “যদি কোনো বস্তুর উপর নিট টর্ক শূন্য হয় ($\Sigma \tau = 0$) তাহলে বস্তুটির কৌণিক ত্বরণও শূন্য হবে ($\alpha = 0$)।

দ্বিতীয় সূত্র : কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার উপর প্রযুক্ত টর্কের সমানুপাতিক এবং কৌণিক ভরবেগের এ পরিবর্তন প্রযুক্ত টর্কের দিকে ঘটে। অর্থাৎ

$$\frac{dL}{dt} \propto \tau$$

দ্বিতীয় সূত্রকেও এভাবে বিবৃত করা যায়, “কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ তার উপর প্রযুক্ত নিট টর্কের সমানুপাতিক।” গাণিতিকভাবে,

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

$$\text{বা, } \alpha = \frac{1}{I} \Sigma \tau$$

তৃতীয় সূত্র : ঘূর্ণনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে ক্রিয়া প্রতিক্রিয়াকারী জোড়া জোড়া কণার উপর প্রযুক্ত টর্ক সমান ও বিপরীতমুখী।

i ও j দুটি কণার ক্ষেত্রে পারস্পরিক ক্রিয়া প্রতিক্রিয়ার ফলে উদ্ভূত নিট টর্ক শূন্য অর্থাৎ

$$\tau_{ij} = -\tau_{ji}$$

৪.২০। কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র

Law of Conservation of Angular Momentum

ঘূর্ণন গতি সংক্রান্ত নিউটনের গতির প্রথম সূত্র থেকে আমরা জানি, বাহ্যিক টর্ক যদি শূন্য হয়, তাহলে বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে। সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক বেগ ধ্রুব হলে কৌণিক ভরবেগও ধ্রুব থাকে। অন্যকথায় কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হলে, বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

এ কথা বহু কণা সমন্বয়ে গঠিত একটি ব্যবস্থার (System) জন্যও প্রযোজ্য। একে কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র বলে।

সূত্র : কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত নিট টর্ক শূন্য হলে ব্যবস্থাটির মোট কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

প্রতিপাদন : কোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো ব্যবস্থার জড়তার ভ্রামক I , ঐ অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক ভরবেগ L এবং ব্যবস্থার কৌণিক বেগ ω হলে,

$$L = I\omega$$

একে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে আমরা পাই,

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} (I\omega) = I \frac{d\omega}{dt}$$

$$\therefore \frac{dL}{dt} = I\alpha \left[\because \frac{d\omega}{dt} = \alpha \right]$$

কিন্তু প্রযুক্ত টর্ক τ হলে,

$$\tau = I\alpha$$

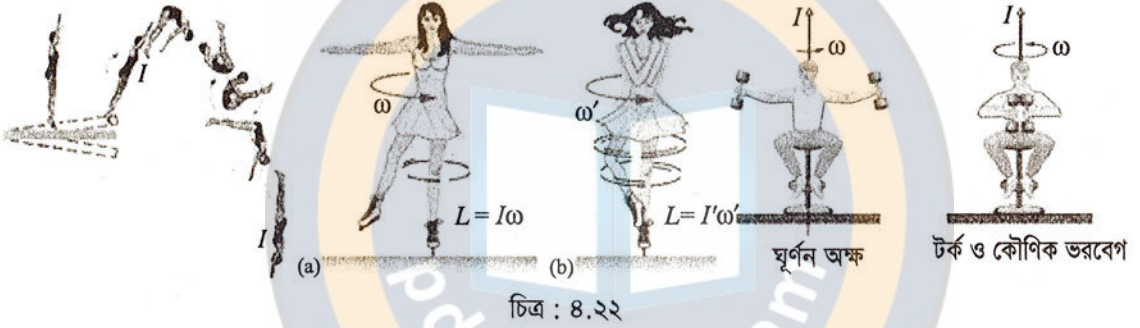
$$\therefore \frac{dL}{dt} = \tau$$

$$\text{এখন } \tau = 0 \text{ হলে } \frac{dL}{dt} = 0$$

বা, $L = \text{ধ্রুবক}$

সুতরাং প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হলে ব্যবস্থার কৌণিক ভরবেগ ধ্রুবক থাকে, অর্থাৎ সংরক্ষিত হয়। এটিই কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র।

আমরা দেখতে পাই সাঁতারু ডাইভিং মঞ্চ থেকে যখন কোনো পুলে ডাইভ দেন তখন তার শরীরের অঙ্গভঙ্গির পরিবর্তন এমনভাবে হতে থাকে যে, তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের পরিবর্তন হয়। কিন্তু যেহেতু বাইরে থেকে কোনো বল তথা টর্ক প্রযুক্ত বলা হয় না, তাই তার কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব থাকে অর্থাৎ তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফল সবসময় একই থাকে। ব্যালেরিনা ও জিমন্যাস্টের বেলায়ও ঠিক একই ঘটনা ঘটে (চিত্র ৪.২২)।



সার্বজনীনতা : কৌণিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র একটি সার্বজনীন সূত্র। এ সূত্র পারমাণবিক ও নিউক্লিয় ক্ষেত্রে যেমন ঘটে, তেমনই নভোমণ্ডলীয় এবং আমাদের ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য স্থূল জগতের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। অপরপক্ষে নিউটনীয় বলবিদ্যা পারমাণবিক ও নিউক্লিয় এলাকায় প্রযোজ্য হয় না। কাজেই নিউটনীয় বলবিদ্যার চেয়ে কৌণিক ভরবেগের এ নিত্যতার সূত্র অধিকতর মৌলিক। পারমাণবিক ও নিউক্লিয় পদার্থবিজ্ঞানে আমরা দেখি যে, ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র কণাসমূহ যেমন ইলেকট্রন, প্রোটন, মেসন ও নিউট্রন ইত্যাদির স্বকীয় স্পিনের সাথে সংশ্লিষ্ট কৌণিক ভরবেগ রয়েছে। আরো রয়েছে তাদের কক্ষিক গতির (orbital motion) সাথে সংশ্লিষ্ট কৌণিক ভরবেগ। আমরা যখন মোট কৌণিক ভরবেগের নিত্যতার নীতি ব্যবহার করি তখন আমাদের অবশ্যই এ মোট কৌণিক ভরবেগে স্পিন কৌণিক ভরবেগও অন্তর্ভুক্ত করতে হয়। একইভাবে নভোমণ্ডলীয় ক্ষেত্রে সূর্য, নক্ষত্র, গ্রহ, উপগ্রহ ইত্যাদির ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগে স্পিন কৌণিক ভরবেগ অন্তর্ভুক্ত করতে হয়। কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সৌর জগতের উৎস, অতিকায় নক্ষত্রের সংকোচন ও নভোমণ্ডলীয় বিভিন্ন সমস্যা সংক্রান্ত তথ্যাদি মূল্যায়নে মুখ্য ভূমিকা পালন করে। তাই কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা নীতি একটি সার্বজনীন নীতি।

৪.২১। কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল

Centripetal Force and Centrifugal Force

কেন্দ্রমুখী বল :

কোনো বস্তুর উপর বাইরে থেকে বল প্রয়োগ না করলে এর বেগের পরিবর্তন হয় না। আমরা জানি, কোনো বস্তুর বেগের দিকের লম্ব বরাবর বল প্রয়োগ করা হলে এর বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না, কিন্তু দিকের পরিবর্তন হয়। যেহেতু

কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘুরার সময় এর বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না কিন্তু প্রতিনিয়ত দিক পরিবর্তিত হয়, কাজেই বৃত্তাকার পথে ঘুরার সময় বস্তুর বেগের দিকের সাথে লম্ব বরাবর প্রতিনিয়ত বল প্রযুক্ত হয়। বৃত্তের ব্যাসার্ধ হচ্ছে স্পর্শক তথা বেগের দিকের সাথে লম্ব; তাই বৃত্তাকার পথে ঘুরার সময় বস্তুর উপর ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে সব সময়ই একটি বল ক্রিয়া করে। এ বলকে কেন্দ্রমুখী বল বলা হয়।

বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত নিট বলকেই কেন্দ্রমুখী বল নামে অভিহিত করা হয়। এ বল কিন্তু আলাদা কোনো বল নয়। কোনো বস্তু তার ওজন বা কোনো সুতার টান বা কোনো ঘর্ষণ বল বা কোনো অভিলম্ব বল বা একাধিক বলের সমন্বয়ের প্রভাবে বৃত্তাকার পথে ঘুরে। কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত নিট বল যদি বৃত্তাকার গতি উৎপন্ন করে তখন সেই নিট বল বা লব্ধি বলকেই কেন্দ্রমুখী বল বলা হয়।

সংজ্ঞা : যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘুরানোর জন্য নানাভাবে বল প্রয়োগ করা যেতে পারে। একটি সুতার এক প্রান্তে একটি টিল বেঁধে সুতার অন্য প্রান্ত আঙুলে ধরে যদি সমদ্রুতিতে ঘুরানো যায় তাহলে সুতার মধ্য দিয়ে আঙুলের দিকে টিলের উপর একটি বল প্রযুক্ত হবে। সুতার মধ্য দিয়ে বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের দিকে টিলটির উপর যে বল প্রযুক্ত হচ্ছে তাই হলো কেন্দ্রমুখী বল।

কেন্দ্রমুখী বল উৎপন্ন হওয়ার জন্য যে ঘূর্ণায়মান বস্তু আর ঘূর্ণন কেন্দ্রের মধ্যে সরাসরি সংযোগ থাকতে হবে এমন কোনো কথা নেই। যখনই কোনো বস্তু কোনো বিন্দুকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে গতিশীল হয় তখনই কেন্দ্রমুখী বল উৎপন্ন হয়। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে বা চন্দ্র পৃথিবীর চারদিকে ঘুরার সময় কেন্দ্রমুখী বল লাভ করে। এ কেন্দ্রমুখী বল মহাকর্ষজনিত। এখানে বস্তু ও কেন্দ্রের মধ্যে সরাসরি কোনো সংযোগ নেই। আবার পরমাণুর ইলেকট্রনগুলো যখন নিউক্লিয়াসের চারদিকে ঘুরে তখন ইলেকট্রনগুলোতে কেন্দ্রমুখী বল উৎপন্ন হয়। এ বল তড়িৎ আধানের জন্য হয়ে থাকে। এখানে ইলেকট্রন ও নিউক্লিয়াসের মধ্যকার স্থির তড়িৎ আকর্ষণ বলই কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে কাজ করে।

কেন্দ্রমুখী বলের মান : তৃতীয় অধ্যায়ে বৃত্তাকার গতির আলোচনায় আমরা r ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি বরাবর v সমদ্রুতিতে গতিশীল বস্তুর বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ a প্রতিপাদন করেছি $a = \frac{v^2}{r}$ । সুতরাং m ভরের কোনো বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে ঘুরলে তার উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রমুখী বল হবে, কেন্দ্রমুখী বল = ভর \times কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

$$\text{বা, } F = \frac{mv^2}{r} \quad \dots \quad (4.37)$$

বস্তুটির কৌণিক বেগ ω হলো, $v = \omega r$

$$\therefore F = m\omega^2 r \quad \dots \quad (4.38)$$

কেন্দ্রমুখী বলের ভেক্টর রূপ :

(4.38) সমীকরণকে ভেক্টররূপে লিখলে আমরা পাই,

$$\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r} = -m(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) \vec{r} = -m \frac{v^2}{r^2} \hat{r} \quad \dots \quad (4.38a)$$

এখানে – চিহ্ন থেকে দেখা যায় কেন্দ্রমুখী বলের দিক ব্যাসার্ধ ভেক্টর তথা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে (চিত্র ৩.২৪)। সমীকরণ (4.38) থেকে দেখা যায় যে,

যেহেতু কেন্দ্রমুখী বল $F = m\omega^2 r$, সুতরাং দেখা যাচ্ছে কেন্দ্রমুখী বল ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক বেগ ω এবং ঘূর্ণন অক্ষ বা কেন্দ্র থেকে দূরত্ব তথা ব্যাসার্ধ r এর উপর নির্ভর করে। কৌণিক বেগ ধ্রুব থাকলে কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক।

কেন্দ্রমুখী বলের জন্য বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে বস্তুর যে ত্বরণ হয় তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

সুতরাং কেন্দ্রমুখী ত্বরণ a হলো,

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad \dots \quad \dots \quad (4.39)$$

কেন্দ্রবিমুখী বল

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘুরাতে হলে ঐ বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করা হয় তাই হচ্ছে কেন্দ্রমুখী বল। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে এ বলের প্রতিক্রিয়া স্বরূপ যে বল বৃত্তের কেন্দ্রের উপর ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের বাইরের দিকে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রবিমুখী বল বলে।

কেন্দ্রবিমুখী বল হচ্ছে কেন্দ্রমুখী বলের সমান ও বিপরীতমুখী। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া কোনো সময়ই একই বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় না। তাই কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়। কেন্দ্রমুখী বল প্রযুক্ত হয় ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর এবং এর দিক হচ্ছে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে। অপরপক্ষে কেন্দ্রবিমুখী বল প্রযুক্ত হয় বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের উপর যা ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের বাইরের দিকে ক্রিয়া করে।



চিত্র : ৪.২৩

মান : m ভরের কোনো বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে ঘুরলে বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রে অনুভূত কেন্দ্রবিমুখী বল হচ্ছে $\frac{mv^2}{r}$ ।

সুতায় বাঁধা একটি ঢিলকে যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হয় তখন সুতা ঢিলটির উপর যে বল বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে প্রয়োগ করে অর্থাৎ সুতার টানই হচ্ছে কেন্দ্রমুখী বল এবং সুতার মাধ্যমে আঙুলের উপর যে বল প্রযুক্ত হয় তা হচ্ছে কেন্দ্রবিমুখী বল (চিত্র ৪.২৩)।

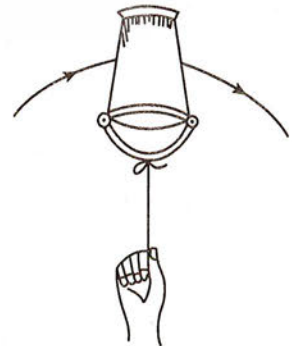
তেমনি সৌরজগতে সূর্যকে কেন্দ্র করে আবর্তনরত গ্রহগুলোর উপর প্রযুক্ত মহাকর্ষ বল হচ্ছে কেন্দ্রমুখী বল, আর সূর্যের উপর প্রযুক্ত মহাকর্ষ বল হচ্ছে কেন্দ্রবিমুখী বল। আবার পরমাণুতে ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনগুলোর উপর প্রযুক্ত স্থির তড়িৎ আকর্ষণ বল হচ্ছে কেন্দ্রমুখী বল। আর নিউক্লিয়াসের উপর ইলেকট্রনের দিকে প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হচ্ছে কেন্দ্রবিমুখী বল।

৪.২২। কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বলের ব্যবহার : যানবাহন ও রাস্তার বাঁক

Uses of Centripetal and Centrifugal Forces : Vehicles and Turning of Highways

১। পানি ভর্তি বালতির উল্লম্বতলে আবর্তন :

পানি ভর্তি একটি বালতিকে উল্লম্বতলে জোরে ঘুরালে দেখা যাবে যে, বালতিটি যখন সর্বোচ্চ বিন্দুতে উপুড় হয়ে অবস্থান করে তখনও বালতি থেকে পানি পড়ে যায় না। এর কারণ ঘূর্ণন গতির ফলে পানির উপর যে কেন্দ্রবিমুখ বল ক্রিয়া করে সর্বোচ্চ বিন্দুতে বালতি যখন উপুড় হয়ে যায় তখন সেটি উর্ধ্বমুখে ক্রিয়া করে পানির ওজনকে নাকচ করে, ফলে পানি পড়ে যায় না। (চিত্র নং ৪.২৪)



চিত্র : ৪.২৪

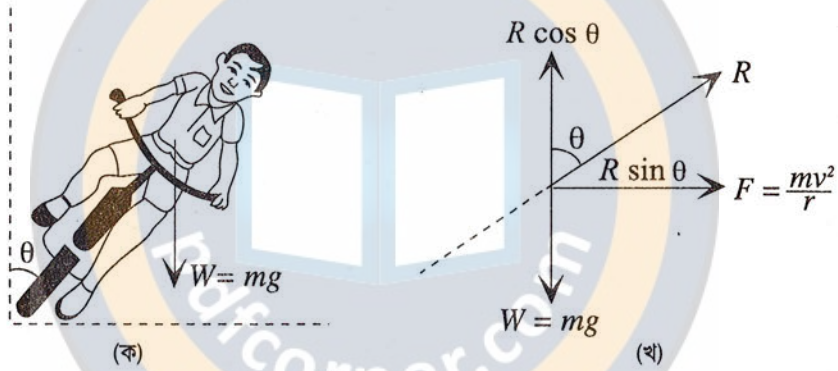
২। বাঁকা পথে সাইকেল আরোহীর গতি :

কোনো সাইকেল আরোহী বা কোনো দৌড়বিদকে যখন বাঁক নিতে হয় তখন সাইকেলসহ আরোহীকে বা দৌড়বিদকে বাঁকের ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের দিকে কাত হয়ে বাঁক নিতে হয়। সোজাভাবে বাঁক নিতে গেলে উল্টে পড়ে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। বৃত্তাকার পথে সাইকেল চালানোর জন্য বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের দিকে অনুভূমিক বরাবর একটা কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। আরোহীসহ সাইকেলের ভর যদি m হয়, আর যদি

আরোহী r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে সাইকেল চালান তাহলে তার যে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হবে তার মান হলো $F = \frac{mv^2}{r}$ । একজন আরোহী যখন সাইকেল চালান তখন তার উপর দুটি বল ক্রিয়া করে :

(১) আরোহীসহ সাইকেলের ওজন $W = mg$ (চিত্র : ৪.২৫ক), খাড়া নিচের দিকে এবং (২) ভূমির প্রতিক্রিয়া R , (চিত্র : ৪.২৫ খ) সাইকেল যে দিকে ভূমিতে বল প্রয়োগ করে তার বিপরীত দিকে।

উপরিউক্ত দুটি বলের লব্ধি থেকেই তাকে প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল জোগাড় করতে হয়। ভূমির প্রতিক্রিয়া R এবং ওজন W একই সরলরেখায় পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে অনুভূমিক বরাবর লব্ধি তথা কেন্দ্রমুখী বল পাওয়া সম্ভব নয়। সুতরাং কেন্দ্রমুখী বল পাওয়ার জন্য ওজন W এবং প্রতিক্রিয়া R পরস্পরের সাথে হেলে অর্থাৎ কোণ করে ক্রিয়া করতে হবে (চিত্র : ৪.২৫)। যেহেতু ওজন W সব সময়ই খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করবে, তাই ভূমির প্রতিক্রিয়া R কে অবশ্যই উল্লম্ব বরাবর ক্রিয়া না করে উল্লম্বের সাথে কোণ করে অর্থাৎ হেলে ক্রিয়া করতে হবে। আর সাইকেলের চাকা ভূমিকে যে বরাবর বল দেবে; যেহেতু প্রতিক্রিয়া তার বিপরীত দিকেই হবে, সুতরাং আরোহীসহ সাইকেলকে উল্লম্বের সাথে কোণ করে অর্থাৎ হেলে পড়ে বাঁক নিতে হবে। তাই বৃত্তাকার পথে বাঁক নিতে গেলেই কেন্দ্রমুখী বলের উদ্ভব হয় আর সেই বল সরবরাহ করার জন্যই আরোহীসমত সাইকেলকে ভূমির দিকে হেলে পড়তে হয়।



যদি আরোহী উল্লম্বের সাথে θ কোণে বেঁকে যান তাহলে প্রতিক্রিয়া বল R এর উল্লম্ব এবং অনুভূমিক উপাংশ হবে যথাক্রমে $R \cos \theta$ এবং $R \sin \theta$ । প্রতিক্রিয়ার এ উল্লম্ব উপাংশ আরোহীসমত সাইকেলের ওজন mg -কে প্রশমিত করে আর অনুভূমিক উপাংশই সরবরাহ করে প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল $\frac{mv^2}{r}$ ।

$$\therefore R \cos \theta = mg$$

$$\text{এবং } R \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

...

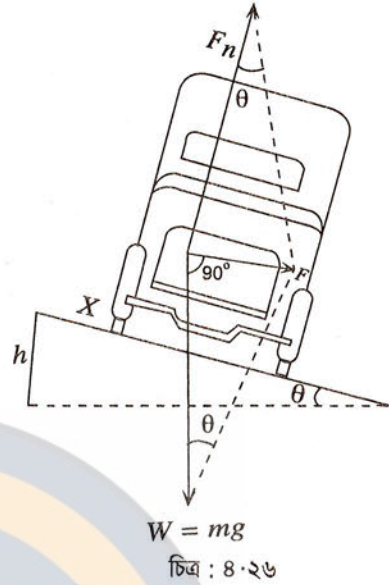
...

$$(4.40)$$

সুতরাং সাইকেল আরোহীকে v সমদ্রুতিতে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে বাঁক নিতে গেলে তাকে উল্লম্বের সাথে যে কোণে বাঁকতে হবে তা ওপরের সমীকরণ থেকে বের করা যায়। এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, v -এর মান বড় এবং r -এর মান ছোট হলে $\tan \theta$ তথা θ -এর মান বড় হয়। সুতরাং আরোহীর বেগ যতো বেশি হবে এবং বাঁকের ব্যাসার্ধ যতো কম হবে তাকে ততো বেশি হেলতে হবে।

৩। রাস্তায় বা রেল লাইনে ঢাল :

কোনো মোটর বা রেলগাড়ি যখন বাঁক নেয় তখন এ বাঁকাপথে ঘুরার জন্য একটা কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এ কেন্দ্রমুখী বল না পাওয়া গেলে গাড়ি জড়তার কারণে বাঁকাপথের স্পর্শক বরাবর চলে যাবে। অনেক সময় গাড়ি উল্টে যায়। সমতল পথে বাঁক নেওয়ার সময় গাড়ির ঢাকা ও রাস্তার মধ্যবর্তী ঘর্ষণ বল এ কেন্দ্রমুখী বল সরবরাহ করে। কিন্তু ঘর্ষণ বলের মান তথা কেন্দ্রমুখী বলের মান খুব কম হওয়ায় গাড়ি বেশি জোরে বাঁক নিতে পারে না। বেশি জোরে বাঁক নিতে গেলে কেন্দ্রমুখী বল তথা ঘর্ষণ বলের মান বাড়াতে হবে। আর সে জন্য বাঁকের মুখে রাস্তার তলকে অনুভূমিক তলের সাথে হেলিয়ে রাখতে হয় যাতে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছু উঁচুতে থাকে। একে ঢাল বা ব্যাংকিং বলে। অনুভূমিক রেখার সাথে ঐ জায়গায় দুই পাশ যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ব্যাংকিং কোণ বলে।



ব্যাংকিং কোণের রাশিমালা : ধরা যাক, আরোহীসমেত গাড়ির ওজন W । ৪.২৬ চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে, গাড়ির ওজন W সরাসরি নিচের দিকে কাজ করছে এবং রাস্তার অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া বল F_n রাস্তার সাথে সমকোণে গাড়ির উপর প্রযুক্ত হচ্ছে। এ দুই বলের লব্ধি F অনুভূমিকভাবে বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করছে। এ লব্ধি বলই গাড়িটিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরানোর জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সরবরাহ করছে। এখন চিত্র থেকে $\frac{F}{W} = \tan \theta$ এখানে θ হচ্ছে ব্যাংকিং কোণ।

$$\therefore F = W \tan \theta = mg \tan \theta$$

[এখানে m = গাড়ির ভর]

আবার, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে

$$F = ma = \frac{mv^2}{r}$$

[বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \frac{v^2}{r}$]

$$\therefore mg \tan \theta = m \frac{v^2}{r}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

...

...

(4.41)

(4.41) নং সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, রাস্তার ব্যাংকিং গাড়ির দ্রুতি ও বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে গাড়ির ভরের উপর নির্ভর করে না।

ধরা যাক, ব্যাংকিং কোণ = θ

রাস্তার প্রস্থ, $OB = d$

এবং রাস্তার ভিতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্তের উচ্চতা,

$AB = h$ (চিত্র : ৪.২৭)।

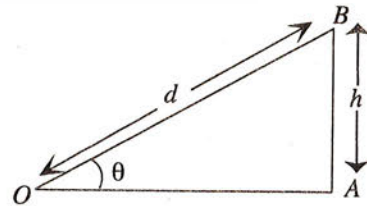
$$\therefore \sin \theta = \frac{h}{d}$$

বা, $h = d \sin \theta$

...

...

(4.42)



চিত্র : ৪.২৭

৪.২৩। সংঘর্ষ

Collision

ঘাত বল (Impulsive Force)

সংজ্ঞা : খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

ব্যাখ্যা : খুব সীমিত সময়ের জন্য খুব বড় মানের ঘাত বল প্রযুক্ত হয়। অনেক সময় এ ঘাত বলের মান এত বড় হয় যে এর ক্রিয়াকাল খুব কম হলেও এর প্রভাব দৃষ্টিগ্রাহ্য হয়। যে স্বল্প সময়ব্যাপী ঘাত বল প্রযুক্ত হয় সেই সময় অন্যান্য বলের প্রভাব উপেক্ষা করা হয়।

উদাহরণ : ধরা যাক, একটি র‍্যাকেট কোনো টেনিস বলকে আঘাত করল। র‍্যাকেট কর্তৃক প্রযুক্ত বল F টেনিস বলটির ভরবেগ পরিবর্তন করে। যে সময় ধরে টেনিস বলটি র‍্যাকেটটির সংস্পর্শে থাকে সে সময়ে র‍্যাকেট কর্তৃক প্রযুক্ত বল টেনিস বলটির উপর ক্রিয়াশীল অন্যান্য বলের তুলনায় অনেক বড় হয়। র‍্যাকেট কর্তৃক প্রযুক্ত এরূপ বল ঘাত বল।

বলের ঘাত (Impulse of Force)

সংজ্ঞা : কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো বল \vec{F} যদি কোনো বস্তুর উপর Δt সময় ধরে ক্রিয়া করে, তাহলে বলের ঘাত \vec{J} হবে,

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \vec{F} \Delta t = m \vec{a} \Delta t = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Delta t \\ &= m \Delta \vec{v} = m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) \\ \vec{J} &= m \vec{v}_f - m \vec{v}_i = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta \vec{p} \quad \dots \quad (4.43)\end{aligned}$$

সুতরাং বলের ঘাত হলো বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন সমান।

$$\therefore \vec{J} = \Delta \vec{p}$$

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে ঘাতবল ও বলের ঘাতের প্রভাব অপরিসীম। বস্তুকে ধীরগতি করতে হলে অর্থাৎ এর বেগ কমাতে হলে বলের ঘাতের প্রয়োগ হয়। এক্ষেত্রে বলের ঘাত গতির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। ক্রিকেট খেলায় যখন একজন ফিল্ডার ক্যাচ ধরতে চান তখন গতিশীল বলকে থামিয়ে অর্থাৎ বলটির ভরবেগ শূন্যে নামিয়ে এনে ক্যাচ ধরতে হয়। এতে বলের ঘাতের প্রয়োজন হয় এবং এজন্য একটি বিপরীতমুখী বলকে কিছুক্ষণের জন্য ক্রিয়া করতে হয়। এখন ফিল্ডার যদি তার ঘাত স্থির রাখেন তাহলে ক্রিকেট বলটি তখনই থেমে যাবে। এতে যে সময় ধরে ফিল্ডারের হাতের উপর বল ক্রিয়া করে সেই সময় খুব ক্ষুদ্র হয়। ফলে বলের মান হতে হয় খুবই বৃহৎ—যে বল ফিল্ডারের হাতে তীব্র ব্যথা উৎপন্ন করে। এখন বল ধরার মুহূর্তে ফিল্ডার যদি হাতটিকে পেছনের দিকে টেনে নেন, তাহলে বলের ক্রিয়াকাল বৃদ্ধি পায়। ফলে থামানোর জন্য প্রয়োজনীয় ঘাতের যোগানদার বলও কম হয় এবং ক্যাচটি ধরাও অনেক কম পীড়াদায়ক হয়।

একই কারণে আমরা দেখতে পাই একজন মুষ্টিযোদ্ধা প্রতিপক্ষের ঘুঘির প্রভাব কমানোর জন্য তার মাথাকে পিছনের দিক সরিয়ে নেন। ক্রিকেট খেলায় ব্যাটসম্যানরা ও উইকেটকিপারও একই কারণে প্যাড ও গ্লাভস পরে মাঠ নামেন। প্যাড ও গ্লাভসে দ্রুতগতির ক্রিকেটবল আঘাত করলে প্যাড ও গ্লাভস কিছুটা খেতলে গিয়ে সংঘর্ষের সময়কাল বাড়িয়ে দেয় ফলে ঘাত বল হ্রাস পায় এবং বলের আঘাত কম পীড়াদায়ক হয়।

সংঘর্ষ (Collision)

সংজ্ঞা : দুটি বস্তু যদি একটা খুব বড় মানের বলে খুব অল্প সময়ের জন্যে পরস্পরকে আঘাত করে তাহলে তাকে বলা হয় সংঘর্ষ।

ব্যাখ্যা : যেমন হাতুড়ি দিয়ে পেরেককে আঘাত করা বা ক্রিকেট খেলায় ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করা। এখানে হাতুড়ি বা ব্যাট খুব অল্প সময়ের জন্যে পেরেক বা বলের সংস্পর্শ থাকে কিন্তু খুব বড় মানের বলে আঘাত করে। সংঘর্ষে ঘাত বল ক্রিয়া করে। সংঘর্ষের মূল ধারণাটি হলো : সংঘর্ষে বস্তুগুলোর অথবা অন্তত একটি বস্তুর গতি হঠাৎ এমনভাবে পরিবর্তিত হবে যে আমরা “সংঘর্ষের পূর্ব” এবং “সংঘর্ষের পর”কে সুস্পষ্টভাবে আলাদা করতে পারি। সংঘর্ষে ভরবেগের নিত্যতা সূত্র খাটে অর্থাৎ সংঘর্ষের পূর্বের মোট ভরবেগ এবং সংঘর্ষের পরের মোট ভরবেগ একই থাকে। কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে কিনা তার উপর নির্ভর করে সংঘর্ষকে দুভাগে ভাগ করা হয়। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগের সাথে সাথে গতিশক্তিও সংরক্ষিত থাকে, অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগ সংরক্ষিত হয়, কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না।

স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Elastic collision) : দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে যদি মোট গতি শক্তি সংরক্ষিত থাকে অর্থাৎ যদি বস্তুগুলোর মোট গতি শক্তির পরিবর্তন না হয় তাহলে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

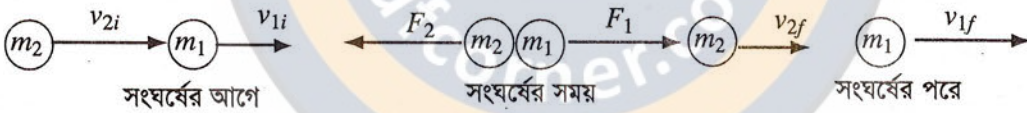
ধরা যাক, m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু একই সরলরেখা বরাবর চলছে। m_2 এর বেগ m_1 এর বেগের চেয়ে বেশি হলে চলতে চলতে কোনো এক সময় m_2 ভরের বস্তুটি m_1 ভরের বস্তুটিকে ধাক্কা দিবে অর্থাৎ বস্তুদ্বয় সংঘর্ষে লিপ্ত হবে।

m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তুর সংঘর্ষের আগে বেগ যথাক্রমে v_{1i} ও v_{2i} এবং সংঘর্ষের পরে যথাক্রমে বেগ v_{1f} ও v_{2f} হলে (চিত্র : ৪.২৮), ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র থেকে লেখা যায়,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad \dots \quad (4.44)$$

আবার, গতিশক্তির সংরক্ষণ সূত্র থেকে লেখা যায়,

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad \dots \quad (4.45)$$



চিত্র : ৪.২৮

(4.44) ও (4.45) সমীকরণকে যথাক্রমে লেখা যায়,

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i}) \quad \dots \quad (4.46)$$

$$\text{এবং } m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \quad \dots \quad (4.47)$$

(4.47) সমীকরণকে (4.46) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

$$\text{বা, } v_{1i} - v_{2i} = v_{2f} - v_{1f} \quad \dots \quad (4.48)$$

(4.48) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সংঘর্ষের আগে বস্তু দুটি যে আপেক্ষিক বেগ নিয়ে কাছাকাছি আসে এবং সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি যে আপেক্ষিক বেগ নিয়ে দূরে সরে যায় তার মান সমান।

(4.48) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$v_{2f} = v_{1i} + v_{1f} - v_{2i} \quad \dots \quad (4.49)$$

(4.49) সমীকরণকে (4.46) সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{1i} + v_{1f} - v_{2i} - v_{2f})$$

$$\text{বা, } m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f} = m_2 v_{1i} + m_2 v_{1f} - 2 m_2 v_{2i}$$

$$\text{বা, } (m_1 + m_2) v_{1f} = (m_1 - m_2) v_{1i} + 2 m_2 v_{2i}$$

$$\therefore v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \quad \dots \quad (4.50)$$

আবার (4.48) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} - v_{1i} \quad \dots \quad (4.51)$$

(4.51) সমীকরণকে (4.46) সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$m_1(v_{1i} - v_{2f} - v_{2i} + v_{1i}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

$$\text{বা, } 2m_1 v_{1i} - m_1 v_{2f} - m_1 v_{2i} = m_2 v_{2f} - m_2 v_{2i}$$

$$\text{বা, } (m_1 + m_2) v_{2f} = (m_2 - m_1) v_{2i} + 2m_1 v_{1i}$$

$$\therefore v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \quad \dots \quad (4.52)$$

বিশেষ ক্ষেত্রসমূহ :

১. v_{1i} ও v_{2i} সমান হলে বস্তু দুটির মধ্যে কোনো সংঘর্ষ হবে না।

২. বস্তু দুটির ভর সমান হলে অর্থাৎ $m_1 = m_2$ হলে (4.50) ও (4.52) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$v_{1f} = v_{2i} \text{ এবং } v_{2f} = v_{1i} \quad \dots \quad (4.53)$$

সুতরাং সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে একটি বস্তু অপরটির বেগ প্রাপ্ত হয় অর্থাৎ বস্তুদ্বয় বেগ বিনিময় করে।

৩. যদি সংঘর্ষের পূর্বে m_1 ভরের বস্তু স্থির থাকে, অর্থাৎ $v_{1i} = 0$ হয় তাহলে (4.50) ও (4.52) সমীকরণ অনুসারে,

$$v_{1f} = \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \text{ এবং } v_{2f} = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \quad \dots \quad (4.54)$$

$$\text{এখন যদি } m_1 = m_2 \text{ হয় তাহলে } v_{1f} = v_{2i} \text{ এবং } v_{2f} = 0 \quad \dots \quad (4.55)$$

অর্থাৎ দুটি সমান ভরের বস্তুর একটি যদি স্থির থাকে তাহলে সংঘর্ষের ফলে গতিশীল বস্তুটি থেমে যাবে এবং থেমে থাকা বস্তুটি গতিশীল বস্তু যে বেগে আসছিল সেই বেগ নিয়ে চলতে থাকবে।

কোনো মসৃণ তলে থেমে থাকা একটি মার্বেলকে যদি পেছন থেকে অন্য মার্বেল দিয়ে অনুভূমিকভাবে আঘাত করা যায় তাহলে থেমে থাকা মার্বেলটি আগত মার্বেলের বেগ নিয়ে চলতে থাকে এবং আগত মার্বেলটি থেমে যায়।

৪. যদি স্থির বস্তুর ভর গতিশীল বস্তুর তুলনায় অনেকগুণ বেশি হয় অর্থাৎ $m_1 \gg m_2$ হয়, তাহলে (4.54) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$v_{1f} \approx 0 \text{ এবং } v_{2f} = -v_{2i} \quad \dots \quad (4.56)$$

অর্থাৎ একটি হালকা বস্তু যদি একটি থেমে থাকা ভারী বস্তুকে আঘাত করে তাহলে হালকা বস্তুটি প্রায় একই বেগে বিপরীত দিকে ফিরে আসে এবং স্থির বস্তুটি স্থিরই থেকে যায়।

একটি বলকে যদি ভূ-পৃষ্ঠের কোনো অনুভূমিক তলে ফেলা হয় তাহলে বল ও পৃথিবীর মধ্যে সংঘর্ষ ঘটে। সংঘর্ষটি যদি স্থিতিস্থাপক হয় তাহলে বলটি একই বেগে বিপরীত দিকে ফিরে আসে এবং যে উচ্চতা থেকে ফেলা হয়েছিল সেই উচ্চতায় ওঠে। ক্যারামবোর্ডে স্ট্রাইকার দিয়ে বোর্ডের বিপরীত পৃষ্ঠকে সোজাসুজি আঘাত করলে স্ট্রাইকারটি প্রায় একই বেগে বিপরীত দিকে ফিরে আসে। একই কারণে দেয়ালে কোনো বল অনুভূমিকভাবে ধাক্কা খেলে দেয়ালটির ভর যেহেতু অনেক অনেক বেশি এবং স্থির তাই বলটি একই বেগে পিছনের দিকে সরে আসে।

৫. স্থির বস্তুর ভর যদি গতিশীল বস্তুর ভরের তুলনায় নগণ্য হয়, অর্থাৎ $m_1 \ll m_2$ হয় তাহলে (4.54) সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

$$v_{1f} \approx 2v_{2i} \text{ এবং } v_{2f} \approx v_{2i} \quad \dots \quad (4.57)$$

অর্থাৎ কোনো ভারী বস্তু থেমে থাকা হালকা বস্তুকে আঘাত করলে ভারী বস্তুর বেগ কার্যত অপরিবর্তিত থাকে, কিন্তু হালকা বস্তু ভারী বস্তুটির প্রায় দ্বিগুণ বেগ নিয়ে চলতে থাকে।

মসৃণ তলে থেমে থাকা একটি মার্বেলকে ক্রিকেট বল দিয়ে আঘাত করলে ক্রিকেট বলের বেগের কোনো পরিবর্তন হবে না কিন্তু মার্বেলটি অতিক্রান্ত বেগে ছিটকে যাবে।

অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Inelastic Collision) : দুটি বস্তুর মধ্যে ধাক্কা লাগলে বা সংঘর্ষ হলে যদি বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত না হয় অর্থাৎ সংঘর্ষের পূর্বের ও পরের গতিশক্তি যদি সমান না হয় তাহলে সেই সংঘর্ষকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে। সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তির চেয়ে পরের গতিশক্তি কম বা বেশি হতে পারে। যদি কম হয় তাহলে দুই গতিশক্তির পার্থক্যটুকু তাপ হিসেবে উদ্ভূত হয় বা সংঘর্ষের ফলে বিকৃত বস্তুর বিভব শক্তি হিসেবে আবির্ভূত হয়। আবার যদি সংঘর্ষের পরের গতিশক্তি পূর্বের গতিশক্তির চেয়ে বেশি হয় তাহলে সংঘর্ষের ফলে বিভব শক্তি মুক্ত হবে। তবে উভয় ক্ষেত্রেই ভরবেগ ও মোট শক্তি সংরক্ষিত হয়।

m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু v_{1i} ও v_{2i} বেগে চলে পরস্পরের সাথে সংঘর্ষের ফলে পরস্পরের সাথে যুক্ত থেকে v_f বেগ নিয়ে চলতে থাকে তাহলে সংঘর্ষটি হবে একটি অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। এক্ষেত্রে,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \quad \dots \quad (4.58)$$

৪.২৪। ঘর্ষণ

Friction

একটি খেলনা মোটরকে মাটির ওপর গড়িয়ে দিলে যতদূর যাবে সিমেন্টের মেঝের ওপর তার থেকে বেশি দূর যাবে। আবার মসৃণ মেঝেতে পুরানো জুতা পায়ে চলতে যত সুবিধা নতুন জুতা পায়ে তত নয়। এর কারণ কী? কোনো বস্তু আপাতদৃষ্টিতে যতই মসৃণ মনে হোক না কেন কোনো বস্তুই কিছু সম্পূর্ণ মসৃণ হতে পারে না। সব থেকে মসৃণ বস্তুর তলও খানিকটা উঁচু নিচু। ফলে যখন কোনো বস্তু অপর বস্তুর ওপর দিয়ে চলার চেষ্টা করে তখন বস্তু দুটির উঁচু নিচু খাঁজগুলো পরস্পরের সাথে আটকে যায়, ফলে গতি বাধাপ্রাপ্ত হয় বা ঘর্ষণের উৎপত্তি হয়। আবার বস্তুদ্বয়ের তল যে স্থানে স্পর্শ করে থাকে সে স্থানের অণুগুলো পরস্পরকে আকর্ষণ করে, এর ফলেও তলদ্বয়ের মধ্যবর্তী গতি বাধাপ্রাপ্ত হয়। যে বল দ্বারা গতি বাধাপ্রাপ্ত হয় তাকে ঘর্ষণ বল বলে।

সংজ্ঞা : দুটি বস্তু পরস্পরের সংস্পর্শে থেকে যদি একের ওপর দিয়ে অপরটি চলতে চেষ্টা করে তাহলে বস্তুদ্বয়ের স্পর্শ তলে এই গতির বিরুদ্ধে একটা বাধার উৎপত্তি হয়, এই বাধাকে ঘর্ষণ বলে।

ঘর্ষণ সাধারণত চার প্রকারের হয়ে থাকে :

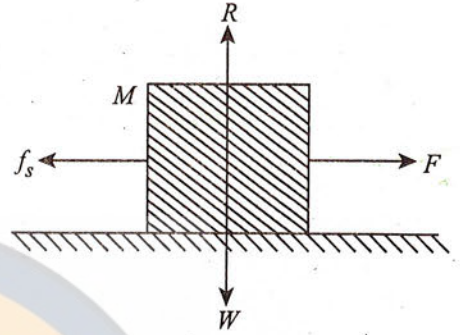
- ১। স্থিতি ঘর্ষণ (Static Friction),
- ২। গতিয় ঘর্ষণ বা বিসর্প-ঘর্ষণ (Kinetic Friction or Sliding Friction),
- ৩। আবর্ত ঘর্ষণ (Rolling Friction) এবং
- ৪। প্রবাহী ঘর্ষণ (Fluid Friction)।

ঘর্ষণ বল : দুটি বস্তু পরস্পরের সংস্পর্শে থেকে যদি একের ওপর দিয়ে অপরটি চলতে চেষ্টা করে তাহলে বস্তুদ্বয়ের স্পর্শতলে এই গতির বিরুদ্ধে যে বল উৎপন্ন হয়, তাকে ঘর্ষণ বল বলে।

৪.২৫। স্থিতি ঘর্ষণ ও সীমাস্তিক ঘর্ষণ

Static Friction and Limiting Friction

মনে করি, M একটি কাঠের ব্লক সমতল টেবিলের ওপর আছে (চিত্র ৪.২৯)। এই অবস্থায় ব্লকের ওজন W টেবিলের ওপর খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করছে এবং নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে টেবিলও ব্লকের ওপর সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া R প্রয়োগ করবে। এই অবস্থায় R ও W পরস্পর সমান ও বিপরীতমুখী হওয়ায় উভয় উভয়কে নিষ্ক্রিয় (balance) করবে। ফলে ব্লকটি স্থির থাকবে এবং কোনো ঘর্ষণ বলও থাকবে না। এখন যদি ব্লকটার ওপর টেবিলের সমান্তরাল সামান্য বল F প্রয়োগ করা হয় তা হলেও দেখা যাবে যে ব্লকে গতির সঞ্চরণ হচ্ছে না। যদিও R ও W টেবিলের তলের সাথে লম্ব হওয়ায়



চিত্র : ৪.২৯

এবং F -এর সমান্তরাল আর কোনো বল না থাকায় ব্লকে গতির সঞ্চরণ হওয়া উচিত ছিল। এখন F বলকে যদি আমরা ধীরে ধীরে বৃদ্ধি করতে থাকি তাহলে দেখা যাবে F -এর একটা নির্দিষ্ট মানের জন্য ব্লকটি গতিশীল হওয়ার উপক্রম হবে। এই নির্দিষ্ট মানের চেয়ে বেশি প্রয়োগ করলে ব্লকটিতে গতির সঞ্চরণ হবে। আমরা বলতে পারি যে, বল প্রয়োগেও ব্লকটি গতিশীল না হওয়ার কারণ ব্লক ও টেবিলের মধ্যবর্তী ঘর্ষণ বল, f_s । এখন F -এর মান যে সীমায় পৌঁছলে ব্লকে গতির সঞ্চরণ হওয়ার উপক্রম হবে সেই সীমায় বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী আপেক্ষিক গতিকে বাধাদানকারী ঘর্ষণ বলের মান সর্বাধিক হবে। ঘর্ষণ বলের এই মানকে সীমাস্তিক মান বা সীমাস্তিক ঘর্ষণ বলে।

সংজ্ঞা : কোনো তলের ওপর অবস্থিত কোনো বস্তুকে গতিশীল করার জন্য বস্তুর ওপর যে বল প্রয়োগ করলে বস্তুটিতে গতির সঞ্চরণ হওয়ার উপক্রম হয়, সেই সময় বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী আপেক্ষিক গতিকে বাধাদানকারী ঘর্ষণ বলের মানকে সীমাস্তিক ঘর্ষণ বল বলে।

যতক্ষণ পর্যন্ত ব্লকটি স্থির থাকে বা ব্লক ও টেবিলের মধ্যে কোনো আপেক্ষিক গতি না থাকে তখন বস্তুদ্বয়ের মধ্যে যে ঘর্ষণ কাজ করে তাকে স্থিতি ঘর্ষণ বলে। স্থিতি ঘর্ষণের মান শূন্য থেকে সীমাস্তিক মান পর্যন্ত হতে পারে।

সংজ্ঞা : কোনো তল এবং এই তলের ওপর অবস্থিত কোনো বস্তুর মধ্যে আপেক্ষিক গতি সৃষ্টি না হওয়া পর্যন্ত যে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে তাকে স্থিতি ঘর্ষণ বল বলে।

স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক

সংজ্ঞা : দুটি বস্তু পরস্পরের সংস্পর্শে থাকলে স্থিতি ঘর্ষণের সীমাস্তিক মান ও অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার অনুপাতকে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক বলে।

স্থিতি ঘর্ষণের সীমাস্তিক মান f_s এবং অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া R হলে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক μ_s হবে,

$$\mu_s = \frac{f_s}{R} \quad \dots \dots \dots (4.59)$$

$$\text{বা, } f_s = \mu_s R$$

যে কোনো দুটি তলের মধ্যবর্তী স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান সব সময় ১-এর চেয়ে ছোট হয়।

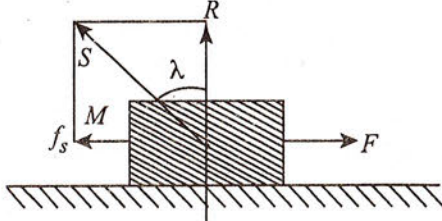
মাত্রা ও একক : একই জাতীয় দুটি রাশির অনুপাত হওয়ায় ঘর্ষণ গুণাঙ্কের কোনো মাত্রা বা একক নেই।

স্থিতি ঘর্ষণের সূত্রাবলি

দুটি অমসৃণ তলের মধ্যে যে স্থিতি ঘর্ষণ ক্রিয়া করে তা কতগুলো সূত্র মেনে চলে। এদেরকে স্থিতি ঘর্ষণের সূত্রাবলি বলা হয়।

১. ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে।
২. স্থিতি ঘর্ষণ বলের সীমান্তিক মান অভিলম্বিক (Normal) প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক।

৩. স্থিতি ঘর্ষণ বল স্পর্শতলের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে—
স্পর্শ তলের ক্ষেত্রফলের ওপর নয়।



চিত্র : ৪.৩০

ঘর্ষণ কোণ

Angle of Friction

সীমান্তিক ঘর্ষণের ক্ষেত্রে অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া R ও ঘর্ষণ বল f_s -কে সংযোজিত করে যে লব্ধি বল পাওয়া যায় তাকে লব্ধ প্রতিক্রিয়া বলে।

সংজ্ঞা : সীমান্তিক ঘর্ষণের ক্ষেত্রে অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া এবং ঘর্ষণ বলকে সংযোজন করে যে লব্ধ প্রতিক্রিয়া পাওয়া যায় সেটি অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঘর্ষণ কোণ বলে।

ব্যাখ্যা : ৪.৩০ চিত্রে সীমান্তিক ঘর্ষণ, f_s ও অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া, R -কে সংযোজন করে লব্ধ প্রতিক্রিয়া S পাওয়া গেল। এই লব্ধ প্রতিক্রিয়া S ও অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া R -এর মধ্যবর্তী কোণ λ হচ্ছে ঘর্ষণ কোণ (চিত্র ৪.৩০)।

ঘর্ষণকোণ ও স্থিতি ঘর্ষণ গুণাক্ষের সম্পর্ক

$$\text{এখন, } R = S \cos \lambda \quad \dots \quad (4.60)$$

$$f_s = S \sin \lambda \quad \dots \quad (4.61)$$

$$\text{আমরা জানি, স্থিতি ঘর্ষণ গুণাক্ষ, } \mu_s = \frac{f_s}{R} = \frac{S \sin \lambda}{S \cos \lambda}$$

$$\therefore \mu_s = \tan \lambda \quad \dots \quad (4.62)$$

অর্থাৎ, ঘর্ষণ কোণের ট্যানজেন্ট স্থিতি ঘর্ষণ গুণাক্ষের সমান।

স্থিতি বা নিশ্চল কোণ

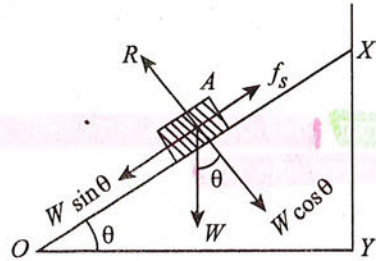
Angle of Repose

সংজ্ঞা : অনুভূমিকের সাথে কোনো তল যে কোণ উৎপন্ন করলে আনত তলের উপরস্থ কোনো বস্তু গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয় সেই কোণকে ঐ তলে বস্তুর স্থিতি বা নিশ্চল কোণ বলে।

যে কোনো তলের আনতি স্থিতি কোণ পর্যন্ত হলে ঐ তলের ওপর বস্তু স্থির থাকবে। আনতি স্থিতি কোণ অতিক্রম করে গেলে বস্তুতে গতি সঞ্চার হবে।

ব্যাখ্যা : ৪.৩১ চিত্রে A ব্লকটি OX আনত তলের ওপর বসানো আছে। অনুভূমিক রেখার সাথে OX তলের আনতি ইচ্ছামত পরিবর্তন করা যায়। ব্লকের ওজন W ও ঘর্ষণ বল f_s । এখন OX তলের আনতি বাড়তে বাড়তে যখন আনতি θ হয় তখন A ব্লকটি গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয়। এই সীমান্তিক অবস্থায় আমরা লিখতে পারি—

$$R = W \cos \theta \text{ এবং } f_s = W \sin \theta$$



চিত্র : ৪.৩১

$$\therefore \text{ঘর্ষণাঙ্ক } \mu_s = \frac{f_s}{R} = \frac{W \sin \theta}{W \cos \theta} = \tan \theta \quad \dots \quad (4.63)$$

এখানে θ হচ্ছে OX তলে A ব্লকের স্থিতি কোণ।

(4.62) সমীকরণ থেকে আমরা জানি, $\mu_s = \tan \lambda$

$$\therefore \tan \theta = \tan \lambda \text{ বা, } \theta = \lambda \quad \dots \quad (4.64)$$

অর্থাৎ ঘর্ষণ কোণ ও স্থিতি কোণ পরস্পর সমান। ঘর্ষণ কোণ ও স্থিতি কোণের মান সমান হলেও দুটি কিন্তু এক জিনিস নয়। স্থিতি কোণ শুধু আনত তলের বেলাতেই প্রযোজ্য কিন্তু ঘর্ষণ কোণ সমতল ও আনত তল উভয়ের বেলাতেই প্রযোজ্য।

(4.63) সমীকরণ ব্যবহার করে XY ও OY দূরত্ব পরিমাপ করে আমরা পরীক্ষামূলকভাবে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে পারি।

৪.২৬। গতিয় ঘর্ষণ

Kinetic Friction

সংজ্ঞা : দুটি স্পর্শতলের মধ্যে যখন আপেক্ষিক গতি থাকে, তখন তাদের মধ্যে যে ঘর্ষণ ক্রিয়া করে তাকে গতিয় ঘর্ষণ বলে।

পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে, চলমান অবস্থায় ঘর্ষণ বল বস্তুর স্থিতি ঘর্ষণ বলের সীমাস্তিক মানের চেয়ে কম।

গতিয় ঘর্ষণের সূত্রাবলি

১. গতিয় ঘর্ষণ বল অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক। এখানে ঘর্ষণ বল সীমাস্তিক ঘর্ষণ বলের চেয়ে কম।
২. গতিয় ঘর্ষণ বল স্পর্শতলের ক্ষেত্রফলের ওপর নির্ভর করে না, নির্ভর করে তলদ্বয়ের প্রকৃতির ওপর।
৩. বেগ খুব বেশি না হলে গতিয় ঘর্ষণ বল তলদ্বয়ের বেগের ওপর নির্ভরশীল নয়।

গতিয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক

সংজ্ঞা : কোন বস্তু যখন অপর একটি বস্তুর ওপর দিয়ে স্থির বেগে চলতে থাকে গতিয় ঘর্ষণ বল এবং অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার অনুপাতকে গতিয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক বলে।

গতিয় ঘর্ষণ বল f_k এবং অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া R হলে, গতিয় ঘর্ষণাঙ্ক μ_k হবে,

$$\mu_k = \frac{f_k}{R} \quad \dots \quad (4.65)$$

m ভরের একটি বস্তুর উপর F অনুভূমিক বলের প্রয়োগে গতিশীল হয়। যদি f_k গতিয় ঘর্ষণ বল বস্তুটির গতিতে বাধা সৃষ্টি করে তাহলে বস্তুটির ত্বরণ নিম্নোক্ত সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$F - f_k = ma$$

$$\text{বা, ত্বরণ, } a = \frac{F - f_k}{m} \quad \dots \quad (4.66)$$

৪.২৭। আবর্ত ঘর্ষণ

Rolling Friction

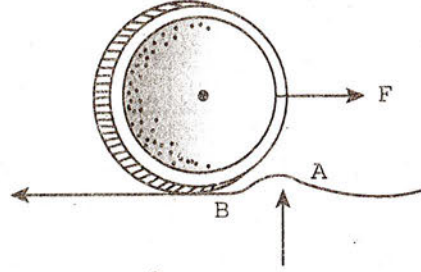
সংজ্ঞা : যখন কোনো বস্তু অপর একটি তলের ওপর দিয়ে গড়িয়ে যায় তখন গতির বিরুদ্ধে যে ঘর্ষণ ক্রিয়া করে তাকে আবর্ত ঘর্ষণ বলে।

বস্তুটি যখন কোনো তলের ওপর দিয়ে গড়িয়ে যায় তখন বস্তুটির চাপে ভারবাহী তলটির খানিকটা অংশ অবনমিত হয়। ফলে গড়িয়ে চলা বস্তুর ঠিক সামনে ঐ তলের খানিকটা অংশ BA উঁচু হয়ে যায় (চিত্র ৪.৩২)

বস্তুটি যতক্ষণ গড়িয়ে চলতে থাকে ততক্ষণ এরূপ উঁচু হয়ে ওঠা বাধাকে অতিক্রম করে যেতে হয় ফলে আবর্ত ঘর্ষণের উৎপত্তি হয়। বস্তুটি অপর বস্তুর ওপর দিয়ে গড়িয়ে চলার সময় যদি অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া R এবং আবর্ত ঘর্ষণ f_r হয় তাহলে, আবর্ত ঘর্ষণাঙ্ক,

$$\mu_r = \frac{f_r}{R} \quad \dots \quad \dots \quad (4.67)$$

আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকেই আমরা দেখতে পাই যে, একটা বাস্ককে শুধু মেঝের ওপর দিয়ে টেনে নিতে যত কষ্ট হয় তার চেয়ে অনেক কম কষ্ট হবে যদি বাস্কের তলায় অনেকটা রোলার লাগিয়ে দেয়া যায়। কাজেই আমরা বলতে পারি, আবর্ত ঘর্ষণ গতিয় ঘর্ষণের চেয়ে অনেক কম।



চিত্র : ৪.৩২

৪.২৮। প্রবাহী ঘর্ষণ

Fluid Friction

যখন কোনো তরল পদার্থ বা বায়বীয় পদার্থের গতিপথে কোনো স্থির বস্তু রাখা হয় বা কোনো বস্তুকে তরল বা বায়বীয় পদার্থের মাঝ দিয়ে গতিশীল হতে হয় তখন উভয়ের মধ্যে ঘর্ষণ উৎপন্ন হয়। এই ধরনের ঘর্ষণকে প্রবাহী ঘর্ষণ বলে। সাধারণত জাহাজ পানিতে চলার সময়ে বা বৃষ্টির ফোঁটা বাতাসের মাঝ দিয়ে পড়ার সময়ে এই ধরনের ঘর্ষণের উৎপত্তি হয়।

৪.২৯। ঘর্ষণের সুবিধা ও অসুবিধা

Advantage & Disadvantage of Friction

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে ঘর্ষণ অত্যন্ত প্রয়োজনীয়। ঘর্ষণ না থাকলে আমরা হাঁটতে পারতাম না, পিছলে যেতাম। কাঠে পেরেক বা জু আটকে থাকতো না, সম্ভব হতো না দড়িতে কোনো গিঁরো দেয়া। কোনো কিছু আমরা ধরে রাখতে পারতাম না। ফলে সহজেই বোঝা যায়, ঘর্ষণ না থাকলে আমাদের কতটা অসুবিধার সম্মুখীন হতে হতো।

ঘর্ষণের জন্য আমাদেরকে অসুবিধাও কম পোহাতে হয় না। যন্ত্র চলার সময় গতিশীল অংশগুলোর মধ্যে ঘর্ষণ ক্রিয়া করার ফলে ক্রমশ ক্ষয়প্রাপ্ত হয়। তাছাড়া যান্ত্রিক দক্ষতাও বেশ কমে যায়, আবার ঘর্ষণের ফলে অনাবশ্যক তাপ উৎপাদনের জন্যও যন্ত্রের ক্ষতি হয়।

এসব অসুবিধা দূর করার জন্য যন্ত্রপাতির স্পর্শতলগুলোর মাঝে পিচ্ছিলকারী তেল বা গ্রাফাইট ব্যবহার করে পিচ্ছিল রাখা হয়।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	4.1	$\vec{p} = m \vec{v}$	৪.৫
২	4.2	$\vec{F} = m \vec{a}$	৪.৫
৩	4.3	$\sum \vec{F} = m \vec{a}$	৪.৫
৪	4.8	$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$	৪.৭
৫	4.11	$F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v$	৪.৮
৬	4.16	$E = \frac{1}{2} I \omega^2$	৪.১৩
৭	4.19	$K = \sqrt{\frac{I}{M}}$	৪.১৩
৮	4.22	$I = \frac{M l^2}{12}$	৪.১৪

৯	4.24	$I = \frac{1}{3} Ml^2$	৪.১৪
১০	4.26	$I = \frac{1}{2} Mr^2$	৪.১৪
১১	4.32	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	৪.১৫
১২	4.33	$L = I\omega = I \frac{d\theta}{dt}$	৪.১৫
১৩	4.34	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	৪.১৬
১৪	4.36	$\tau = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt}$	৪.১৭
১৫	4.37	$F = \frac{mv^2}{r}$	৪.২১
১৬	4.38	$F = m\omega^2 r$	৪.২১
১৭	4.40	$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$	৪.৪০
১৮	4.43	$\vec{J} = \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{P}$	৪.২৩
১৯	4.50	$v_{2f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$	৪.২৩
২০	4.52	$v_{1f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$	৪.২৩
২১	4.58	$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$	৪.২৩
২২	4.59	$\mu_s = \frac{f_s}{R}$	৪.২৫
২৩	4.65	$\mu_k = \frac{f_k}{R}$	৪.২৬
২৪	4.66	$F - f_k = ma$	৪.২৭

সার-সংক্ষেপ

বল : যা স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং গতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

নিউটনের গতিসূত্র

১ম সূত্র : বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমদ্রুতিতে সরল পথে চলতে থাকবে।

২য় সূত্র : বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সে দিকে ঘটে। $\sum \vec{F} = m \vec{a}$

৩য় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র : যখন কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত নিট বাহ্যিক বল শূন্য হয়, তখন ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

জড়তার ভ্রামক : কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার লম্ব দূরত্বের বর্গ এবং এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে ঐ সরলরেখার সাপেক্ষে ঐ বস্তুর জড়তার ভ্রামক বলে।

$$I = \sum m_i r_i^2 = \int r^2 dm$$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ : কোনো দৃঢ় বস্তুর সমগ্র ভর যদি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত করা যায় যাতে করে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তু কণার জড়তার ভ্রামক, ঐ নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তাহলে ঐ নির্দিষ্ট অক্ষ থেকে কেন্দ্রীভূত বস্তু কণার লম্ব দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

কৌণিক ভরবেগ : ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

টর্ক : ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার উপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে।

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

দ্বন্দ্ব : একটি বস্তুর দুটি বিভিন্ন বিন্দুতে ক্রিয়াশীল সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বলদ্বয়কে দ্বন্দ্ব বা যুগল বা জোড় বল বলে।

কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র : কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত নিট টর্ক শূন্য হলে ব্যবস্থাটির মোট কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

কেন্দ্রমুখী বল : যখন কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

কেন্দ্রবিমুখী বল : কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘুরাতে হলে ঐ বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করা হয় তাই হচ্ছে কেন্দ্রবিমুখী বল। এ বলের প্রতিক্রিয়া স্বরূপ যে বল বৃত্তের কেন্দ্রের উপর ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের বাইরের দিকে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রবিমুখী বল বলে।

ঘাত বল : খুব সীমিত সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।

বলের ঘাত : কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত বলে।

সংঘর্ষ : দুটি বস্তু যদি একটা খুব বড় মানের বলে খুব অল্প সময়ের জন্যে পরস্পরকে আঘাত করে তাহলে তাকে বলা হয় সংঘর্ষ।

স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ : দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষের ফলে যদি বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে তাহলে সেই সংঘর্ষকে বলা হয় স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ।

অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ : দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষের ফলে যদি বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত না থাকে তাহলে সেই সংঘর্ষকে বলা হয় অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ।

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১। একটি 588 N ওজনের বস্তুকে 0.70 m s^{-2} ত্বরণ দিতে এর ওপর কত বল প্রয়োগ করতে হবে ?

বস্তুর ভর m হলে,

$$W = mg$$

$$\text{বা, } m = \frac{W}{g} = \frac{588 \text{ N}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 60 \text{ kg}$$

$$\therefore F = ma = 60 \text{ kg} \times 0.70 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 42 \text{ N}$$

উ: 42 N

$$\text{বস্তুর ওজন, } W = 588 \text{ N}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = 0.70 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২। 30 kg ভরের একটি বস্তুর ওপর কত বল প্রয়োগ করলে 1 মিনিটে এর বেগ 36 km h⁻¹ বৃদ্ধি পাবে ?

[খু. বি. ২০১৬-২০১৭; রা. বি. ২০১৬-২০১৭; য. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭;

ই. বি. ২০০৮-২০০৫]

আমরা জানি, ত্বরণ a হলে,

$$F = ma$$

$$= m \frac{\Delta v}{t}$$

$$= 30 \text{ kg} \times \frac{10 \text{ m s}^{-1}}{60 \text{ s}}$$

$$= 5 \text{ N}$$

উ: 5 N

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 30 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{বেগ বৃদ্ধি, } \Delta v = 36 \text{ km h}^{-1}$$

$$= \frac{36 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$$

$$= 10 \text{ m s}^{-1}$$

বল, $F = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩। গাছ থেকে 2 kg এর একটি নারকেল সোজা নিচের দিকে পড়ছে। বাতাসের বাধা যদি 8.6 N হয়, তাহলে নারকেলটির ত্বরণ কত ?

ধরি, খাড়া নিচের দিক ধনাত্মক।

আমরা জানি,

$$\sum F = ma$$

$$\text{বা, } F_1 + F_2 = ma$$

$$19.6 \text{ N} - 8.6 \text{ N} = (2 \text{ kg}) a$$

$$\therefore a = \frac{11 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 5.5 \text{ m s}^{-2}$$

উ: 5.5 m s⁻²

এখানে,

$$\text{নারকেলের ভর, } m = 2 \text{ kg}$$

$$\text{নারকেলের ওজন, } F_1 = 2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 19.6 \text{ N}$$

$$\text{বাতাসের বাধা, } F_2 = -8.6 \text{ N}$$

ত্বরণ, $a = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪। $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ভরের একটি স্থির ইলেকট্রনের ওপর $1.6 \times 10^{-16} \text{ N}$ বল 10^{-9} s ধরে কাজ করে। এ সময় শেষে ইলেকট্রনের বেগ কত হবে নির্ণয় কর।

আমরা জানি, বস্তুর ত্বরণ a হলে,

$$v = v_0 + at$$

$$\text{কিন্তু } F = ma$$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-16} \text{ N}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}$$

$$= 1.76 \times 10^{14} \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore v = 0 + 1.76 \times 10^{14} \text{ m s}^{-2} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$= 1.76 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

উ: $1.76 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{বল, } F = 1.6 \times 10^{-16} \text{ N}$$

$$\text{সময়, } t = 10^{-9} \text{ s}$$

শেষ বেগ, $v = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৫। 108 km h^{-1} বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 45.5 m দূরে একটি বালককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেক চেপে দেয়ায় বালকটির 50 cm সামনে এসে গাড়িটি থেমে গেল। গাড়িটি থামতে কত সময় লাগলো এবং এর ওপর কত বল প্রযুক্ত হলো নির্ণয় কর। আরোহীসহ গাড়ির ভর 1000 kg ।

আমরা জানি, ত্বরণ a হলে,

$$v = v_0 + at$$

$$\text{বা, } t = \frac{v - v_0}{a} \dots (1)$$

এখন, ত্বরণের জন্য

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$\text{বা, } a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

$$= \frac{0 - (30 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 45 \text{ m}} = -10 \text{ m s}^{-2}$$

(1) সমীকরণে এই মান বসিয়ে,

$$t = \frac{0 - 30 \text{ m s}^{-1}}{-10 \text{ m s}^{-2}} = 3 \text{ s}$$

আবার,

$$F = ma$$

$$= 1000 \text{ kg} \times (-10 \text{ m s}^{-2})$$

$$= -10^4 \text{ N}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন বাধাদানকারী বল নির্দেশ করে।

উ: 3 s ; 10^4 N .

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৬। 10 N এর একটি বল 2 kg ভরবিশিষ্ট একটি স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। যদি 4 s পর বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায়, তবে প্রথম থেকে 8 সেকেন্ডে বস্তুটি কত দূর যাবে?

বল প্রয়োগের জন্য বস্তুটি প্রথম 4 s সমত্বরণে চলবে এবং বল প্রযুক্ত না হওয়ায় প্রথম 4 সেকেন্ড পরে যে বেগ হবে সেই বেগ নিয়ে পরবর্তী 4 সেকেন্ড সমবেগে চলবে।

আমরা জানি,

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$\text{কিন্তু } F = ma$$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m} = \frac{10 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 5 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore s_1 = 0 + \frac{1}{2} \times 5 \text{ m s}^{-2} \times (4 \text{ s})^2 = 40 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{গাড়ির আদি বেগ, } v_0 = 108 \text{ km h}^{-1}$$

$$= \frac{108 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 30 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 0$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s = 45.5 \text{ m} - 0.5 \text{ m} = 45 \text{ m}$$

$$\text{গাড়ির ভর, } m = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

$$\text{বল, } F = ?$$

এখানে,

প্রথম 4 সেকেন্ডের জন্য

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{বল, } F = 10 \text{ N}$$

$$\text{ভর, } m = 2 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t_1 = 4 \text{ s}$$

$$\text{দূরত্ব, } s_1 = ?$$

এই 4 s পরে শেষ বেগ v হলে,

$$v = v_0 + at_1$$

$$= 0 + 5 \text{ m s}^{-2} \times 4 \text{ s} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

আমরা জানি,

$$s_2 = vt_2$$

$$= 20 \text{ m s}^{-1} \times 4 \text{ s} = 80 \text{ m}$$

পরবর্তী 4 s এর জন্য

সমবেগ, $v = 20 \text{ m s}^{-1}$

সময়, $t_2 = 4 \text{ s}$

দূরত্ব, $s_2 = ?$

\therefore প্রথম থেকে 8 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব, $s = s_1 + s_2 = 40 \text{ m} + 80 \text{ m} = 120 \text{ m}$

উ: 120 m

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৭। 50 kg ভরের এক ব্যক্তি 1950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে প্রথম 10 s সমত্বরণে চালানেন। অতঃপর 10 minute সমবেগে চালানোর পর ব্রেক চেপে 1 s এর মধ্যে গাড়ি থামালেন। যাত্রা শুরু 4 s পর গাড়ির বেগ 8 m s^{-1} হলে গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০২; রুয়েট ২০০৮-২০০৯]

স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরুর পর যে ত্বরণে চলে গাড়িটি 4 s এ 8 m s^{-1} বেগ অর্জন করে সেই ত্বরণে প্রথম 10 s চলে। এই ত্বরণ a_1 হলে,

$$v = v_0 + a_1 t$$

$$\text{বা, } 8 \text{ m s}^{-1} = 0 + a_1 \times 4 \text{ s}$$

$$\therefore a_1 = 2 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,

আদি বেগ, $v_0 = 0$

সময়, $t = 4 \text{ s}$

শেষ বেগ, $v = 8 \text{ m s}^{-1}$

ত্বরণ, $a_1 = ?$

এই ত্বরণে প্রথম 10 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_1 হলে,

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2} \times 2 \text{ m s}^{-2} \times (10 \text{ s})^2$$

$$= 100 \text{ m}$$

এখানে,

আদি বেগ, $v_0 = 0$

ত্বরণ, $a_1 = 2 \text{ m s}^{-2}$

সময়, $t_1 = 10 \text{ s}$

দূরত্ব, $s_1 = ?$

এই 10 s পরে যে বেগ হবে সেই বেগ নিয়ে পরবর্তী 10 min সমবেগে চলবে। এই বেগ v_1 হলে,

$$v_1 = v_0 + a_1 t_1$$

$$= 0 + 2 \text{ m s}^{-2} \times 10 \text{ s} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

10 min এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_2 হলে,

$$s_2 = v_1 t_2$$

$$= 20 \text{ m s}^{-1} \times 10 \times 60 \text{ s}$$

$$= 12000 \text{ m}$$

এখানে,

সমবেগ, $v_1 = 20 \text{ m s}^{-1}$

সময়, $t_2 = 10 \text{ min} = 10 \times 60 \text{ s}$

দূরত্ব, $s_2 = ?$

শেষ 1 s এ অতিক্রান্ত দূরত্ব s_3 হলে

$$\begin{aligned} s_3 &= \left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) t_3 \\ &= \left(\frac{20 \text{ ms}^{-1} + 0}{2} \right) \times 1 \text{ s} \\ &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$

এখানে,

আদি বেগ, $v_1 = 20 \text{ m s}^{-1}$

শেষ বেগ, $v_2 = 0$

সময়, $t_3 = 1 \text{ s}$

দূরত্ব, $s_3 = ?$

∴ অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব s হলে

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 + s_3 \\ &= 100 \text{ m} + 12000 \text{ m} + 10 \text{ m} = 12110 \text{ m} \end{aligned}$$

গাড়ি থামাতে প্রযুক্ত বল F এবং ত্বরণ a হলে,

$$F = ma$$

$$\text{কিন্তু } v_2 = v_1 + at_3$$

$$0 = 20 \text{ m s}^{-1} + a \times 1 \text{ s}$$

$$\therefore a = -20 \text{ m s}^{-2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বল, } F &= 2000 \text{ kg} \times (-20 \text{ m s}^{-2}) \\ &= -40000 \text{ N} \end{aligned}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন গতির বিপরীতে প্রযুক্ত বল নির্দেশ করে।

উ: 12110 m; 40000 N

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৮। 10 g ভরের একটি বুলেট 6 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 300 m s^{-1} বেগে
নিষ্কিপ্ত হলো। বন্দুকটির পশ্চাৎ বেগ কত হবে? [য. বো. ২০১১]

ধরা যাক, বুলেটের বেগের দিক ধনাত্মক।

ভরবেগের নিত্যতার সূত্র থেকে আমরা জানি,

গুলি ছোঁড়ার আগে বন্দুক ও বুলেট স্থির থাকায়,

$$MV + mv = 0$$

$$(6 \text{ kg}) V + 10 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 300 \text{ m s}^{-1} = 0$$

$$\text{বা, } V = -0.5 \text{ m s}^{-1}$$

বন্দুকের বেগ ঋণাত্মক, অর্থাৎ বুলেটের বেগ যে দিকে, রাইফেলের বেগ তার পশ্চাৎ দিকে।

উ: পশ্চাৎ বেগ 0.5 m s^{-1}

এখানে,

$$\text{বুলেটের ভর, } m = 10 \text{ g} = 10 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$\text{বন্দুকের ভর, } M = 6 \text{ kg}$$

$$\text{বুলেটের শেষ বেগ, } v = 300 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ, } V = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৯। 12 kg এবং 15 kg ভরের দুটি বস্তু পরস্পর বিপরীত দিকে যথাক্রমে 5 m s^{-1} এবং 3 m s^{-1} বেগে যাওয়ার পথে একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তু দুটি একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে চলবে ? [সি. বো. ২০১১]

ধরা যাক, প্রথম বস্তু যে দিকে যায় সে দিক ধনাত্মক।

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$12 \text{ kg} \times 5 \text{ m s}^{-1} + 15 \text{ kg} \times (-3 \text{ m s}^{-1})$$

$$= (12 \text{ kg} + 15 \text{ kg}) v_f$$

$$\text{বা, } (27 \text{ kg}) v_f = 15 \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\therefore v_f = 0.556 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 0.556 \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১০। 6 kg ভরের একটি বস্তু 5 m s^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলছে। 4 kg ভরের অপর একটি বস্তু 2 m s^{-1} বেগে দক্ষিণ দিকে চলছে। কোনো এক সময় বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে দ্বিতীয় বস্তুটি 2 m s^{-1} বেগে পিছিয়ে গেল; প্রথম বস্তুটির বেগ কত হবে? [কুয়েট ২০০৩-২০০৪]

ধরা যাক, উত্তর দিকগামী বস্তুটির বেগ ধনাত্মক।

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$\text{বা, } 6 \text{ kg} \times 5 \text{ m s}^{-1} + 4 \text{ kg} \times (-2 \text{ m s}^{-1})$$

$$= (6 \text{ kg}) v_{1f} + 4 \text{ kg} \times 2.5 \text{ m s}^{-1}$$

$$12 \text{ kg m s}^{-1} = (6 \text{ kg}) v_{1f}$$

$$\therefore v_{1f} = 2 \text{ m s}^{-1}$$

$\therefore v_{1f}$ ধনাত্মক \therefore প্রথম বস্তুটি উত্তর দিকে চলবে।

উ: 2 m s^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১১। কোনো একটি সরলরেখায় $5 u$ বেগে চলমান m ভরের একটি বস্তু একই সরলরেখায় u বেগে চলমান $5 m$ ভরের অপর একটি বস্তুকে ধাক্কা দিল এবং ধাক্কার পর বস্তু দুটি একই দিকে যুক্ত অবস্থায় চলতে থাকল। যুক্ত অবস্থায় বস্তু দুটির বেগ কত? ভরবেগ ও গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকবে কী? [ঢা. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$\text{বা, } m \times 5 u + 5 m \times u = (m + 5 m) v_f$$

$$\text{বা, } 10 m u = 6 m v_f$$

$$\therefore v_f = \frac{10 m u}{6 m} = \frac{10}{6} u$$

এখানে,

$$\text{প্রথম বস্তুর ভর, } m_1 = 12 \text{ kg}$$

$$\text{দ্বিতীয় বস্তুর ভর, } m_2 = 15 \text{ kg}$$

$$\text{প্রথম বস্তুর আদি বেগ, } v_{1i} = 5 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{দ্বিতীয় বস্তুর আদি বেগ, } v_{2i} = -3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{মিলিত হওয়ার পর তাদের বেগ, } v_f = ?$$

এখানে,

$$\text{প্রথম বস্তুর ভর, } m_1 = 6 \text{ kg}$$

$$\text{দ্বিতীয় বস্তুর ভর, } m_2 = 4 \text{ kg}$$

$$\text{প্রথম বস্তুর আদিবেগ, } v_{1i} = 5 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{দ্বিতীয় বস্তুর আদিবেগ, } v_{2i} = -2 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{দ্বিতীয় বস্তুর শেষ বেগ, } v_{2f} = -2.5 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{প্রথম বস্তুটির শেষ বেগ, } v_{1f} = ?$$

এখানে,

$$\text{প্রথম বস্তুর ভর, } m_1 = m$$

$$\text{দ্বিতীয় বস্তুর ভর, } m_2 = 5 m$$

$$\text{প্রথম বস্তুর আদি বেগ, } v_{1i} = 5 u$$

$$\text{দ্বিতীয় বস্তুর আদিবেগ, } v_{2i} = u$$

$$\text{মিলিত হওয়ার পর তাদের বেগ, } v_f = ?$$

$$\begin{aligned}
\text{সংঘর্ষের পূর্বে বস্তুদ্বয়ের ভরবেগ} &= m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} \\
&= m \times 5u + 5m \times u \\
&= 5mu + 5mu = 10mu \\
\text{সংঘর্ষের পরে বস্তুদ্বয়ের ভরবেগ} &= (m_1 + m_2) v_f = (m + 5m) \times \frac{10}{6}u \\
&= 6m \times \frac{10}{6}u = 10mu
\end{aligned}$$

∴ সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে ভরবেগের পরিবর্তন হয় না

∴ ভরবেগ সংরক্ষিত হয়।

$$\begin{aligned}
\text{সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি} &= \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 \\
&= \frac{1}{2} m \times (5u)^2 + \frac{1}{2} (5m) \times u^2 \\
&= \frac{25}{2} mu^2 + \frac{5}{2} mu^2 = 15mu^2 \\
\text{সংঘর্ষের পরে গতিশক্তি} &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \times v_f^2 = \frac{1}{2} \times 6m \times \left(\frac{10}{6}u\right)^2 \\
&= 3m \times \frac{100}{36} u^2 = \frac{100}{12} mu^2 = 8.33 mu^2
\end{aligned}$$

যেহেতু সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে গতিশক্তি সমান নয়, সুতরাং গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না।

উ: $\frac{10}{6}u$, ভরবেগ সংরক্ষিত হয় কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১২। 1200 kg ভরের একটি গাড়ি 20 m s⁻¹ দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি 800 kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে 120 m পিছলায়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত? [রা. বি. ২০১৬-২০১৭; ব. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$\text{বা, } 1200 \text{ kg} \times 20 \text{ m s}^{-1} + 800 \text{ kg} \times 0$$

$$= (1200 \text{ kg} + 800 \text{ kg}) v_f$$

$$\text{বা, } v_f = \frac{1200 \text{ kg} \times 20 \text{ m s}^{-1}}{2000 \text{ kg}} = 12 \text{ m s}^{-1}$$

আবার,

$$v^2 = v_f^2 + 2as$$

$$\text{বা, } 0 = (12 \text{ m s}^{-1})^2 + 2a \times 120 \text{ m}$$

$$\therefore a = -0.6 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore \text{বাধাদানকারী বল, } F = ma = 2000 \text{ kg} \times (-0.6 \text{ m s}^{-2})$$

$$= -1200 \text{ N}$$

উ: বাধাদানকারী বলের মান 1200 N.

এখানে,

প্রথম গাড়ির ভর, $m_1 = 1200 \text{ kg}$

দ্বিতীয় গাড়ির ভর, $m_2 = 800 \text{ kg}$

প্রথম গাড়ির আদিবেগ, $v_{1i} = 20 \text{ m s}^{-1}$

দ্বিতীয় গাড়ির আদিবেগ, $v_{2i} = 0$

মিলিত হওয়ার পর বেগ তথা মিলিত অবস্থায়

আদিবেগ, $v_f = ?$

মিলিত হওয়ার পর শেষ বেগ, $v = 0$

মিলিতভাবে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 120 \text{ m}$

মিলিত অবস্থায় ত্বরণ, $a = ?$

বাধাদানকারী বল, $F = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১৩। মহাকাশে অবস্থিত একটি শাটল মহাকাশ যানের ভর $3 \times 10^3 \text{ kg}$ এবং জ্বালানির ভর 50 kg । জ্বালানি 5 kg s^{-1} হারে ব্যবহৃত হলে এবং 150 m s^{-1} সুষম দ্রুতিতে নির্গত হলে শাটল যানের উপর ধাক্কা নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v$$

$$= 5 \text{ kg s}^{-1} \times 150 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 750 \text{ N}$$

উ: 750 N

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১৪। 60 kg ভরের একজন নৃত্যশিল্পী দু'হাত প্রসারিত করে মিনিটে ২০ বার ঘুরতে পারেন। তিনি একটি সঙ্গীতের সাথে তাল মেলানোর চেষ্টা করছিলেন।

(ক) নৃত্যশিল্পীকে সঙ্গীতের সাথে ঐকতানিক হতে মিনিটে ৩০ বার ঘুরতে হলে জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের তুলনা কর।

(খ) উদ্দীপকের নৃত্যশিল্পী পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে কী? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[ব. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার সূত্রানুসারে

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$\text{কিন্তু } \omega_1 = \frac{2\pi N_1}{t} = \frac{2\pi \text{ rad} \times 20}{60 \text{ s}}$$

$$= \frac{2}{3} \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{এবং } \omega_2 = \frac{2\pi N_2}{t} = \frac{2\pi \text{ rad} \times 30}{60 \text{ s}}$$

$$= \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore I_1 \times \frac{2}{3} \pi \text{ rad s}^{-1} = I_2 \times \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore I_1 \times \frac{2}{3} = I_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{3}{2} \text{ অর্থাৎ } I_1 : I_2 = 3 : 2$$

(খ) আমরা জানি,

$$\text{কৌণিক গতিশক্তি, } E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\text{অতএব প্রথম ক্ষেত্রে কৌণিক গতিশক্তি, } E_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$$

$$\text{এবং পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি, } E_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$$

এখানে,

$$\text{জ্বালানি ব্যবহারের হার, } \frac{\Delta m}{\Delta t} = 5 \text{ kg s}^{-1}$$

$$\text{জ্বালানির নির্গমন বেগ, } v = 150 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{মহাকাশ যানের উপর ধাক্কা, } F = ?$$

এখানে,

$$\text{প্রথম ক্ষেত্রে ঘূর্ণন সংখ্যা, } N_1 = 20$$

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ঘূর্ণন সংখ্যা, } N_2 = 30$$

$$\text{সময়, } t = 60 \text{ s}$$

$$\text{প্রথম ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ, } \omega_1 = ?$$

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ, } \omega_2$$

$$\text{প্রথম ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক} = I_1$$

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক} = I_2$$

$$I_1 : I_2 = ?$$

এখানে,

$$\text{প্রথম ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ, } \omega_1 = \frac{2}{3} \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কৌণিক বেগ, } \omega_2 = \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{প্রথম ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক} = I_1,$$

$$\text{দ্বিতীয় ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক, } I_2 = \frac{2}{3} I_1$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2} I_2 \omega_2^2}{\frac{1}{2} I_1 \omega_1^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} I_1 \times (\pi \text{ rad s}^{-1})^2}{\frac{1}{2} \times I_1 \times \left(\frac{2}{3} \pi \text{ rad s}^{-1}\right)^2} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\therefore E_2 = 1.5 E_1$$

অতএব নৃত্যশিল্পীর কৌণিক গতিশক্তি 1.5 গুণ হবে দ্বিগুণ হবে না।

উ : (ক) $I_1 : I_2 = 3 : 2$; (খ) কৌণিক গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে না, 1.5 গুণ হবে।

গাণিতিক উদাহরণ 8.15। একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m। এর জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। [দি. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$I = MK^2$$

$$= 10 \text{ kg} \times (0.5 \text{ m})^2 = 2.5 \text{ kg m}^2$$

$$\text{উ: } 2.5 \text{ kg m}^2$$

এখানে,

$$\text{ভর, } M = 10 \text{ kg}$$

$$\text{চক্রগতির ব্যাসার্ধ, } K = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ 8.16। মঙ্গল গ্রহ সূর্যকে কেন্দ্র করে $2.28 \times 10^{11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরে ঘুরে নিয়ে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। মঙ্গলের ভর $6.46 \times 10^{23} \text{ kg}$ এবং আবর্তনকাল $5.94 \times 10^7 \text{ s}$ ।

জড়তার ভ্রামক I এবং কৌণিক বেগ ω হলে,

$$L = I\omega$$

$$\text{কিন্তু, } I = mr^2$$

$$\text{এবং } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$L = mr^2 \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{6.46 \times 10^{23} \text{ kg} \times (2.28 \times 10^{11} \text{ m})^2 \times 2 \times \pi}{5.94 \times 10^7 \text{ s}} = 3.55 \times 10^{39} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 3.55 \times 10^{39} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ 8.17। একটি চাকার ভর 4 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm। এর জড়তার ভ্রামক কত? চাকাটিতে 2 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে? [য. বো. ২০০০]

আমরা জানি,

$$I = MK^2$$

$$= 4 \text{ kg} \times (0.25 \text{ m})^2$$

$$= 0.25 \text{ kg m}^2$$

$$\text{আবার, } \tau = I\alpha$$

$$= 0.25 \text{ kg m}^2 \times 2 \text{ rad s}^{-2}$$

$$= 0.5 \text{ N m}$$

$$\text{উ: } 0.25 \text{ kg m}^2; 0.5 \text{ N m}$$

এখানে,

$$\text{ভর, } M = 4 \text{ kg}$$

$$\text{চক্রগতির ব্যাসার্ধ, } K = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$$

$$\text{কৌণিক ত্বরণ, } \alpha = 2 \text{ rad s}^{-2}$$

$$\text{জড়তার ভ্রামক, } I = ?$$

$$\text{টর্ক, } \tau = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১৮। ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং বল ভেক্টর $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$ হলে টর্ক $\vec{\tau}$ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \vec{r} \times \vec{F} \\ &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(yF_z - zF_y) + \hat{j}(zF_x - xF_z) + \hat{k}(xF_y - yF_x)\end{aligned}$$

উ: $\hat{i}(yF_z - zF_y) + \hat{j}(zF_x - xF_z) + \hat{k}(xF_y - yF_x)$.

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১৯। ০.১ kg ভর সম্পন্ন একটি পাথর খণ্ডকে ০.৪ m দৈর্ঘ্যের সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হলো। পাথর খণ্ডটি প্রতি সেকেন্ডে ২ বার আবর্তন করলে সুতার টান বের কর। [কু. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}F &= m\omega^2 r \\ &= 0.1 \text{ kg} \times (4\pi \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.8 \text{ m} \\ &= 12.63 \text{ N}\end{aligned}$$

উ: 12.63 N

এখানে,

ব্যাসার্ধ ভেক্টর, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

বল ভেক্টর, $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$

টর্ক, $\vec{\tau} = ?$

এখানে,

ভর, $m = 0.1 \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $r = 0.8 \text{ m}$

কৌণিক বেগ, $\omega = 2 \text{ rev s}^{-1} = 2 \times 2\pi \text{ rad s}^{-1} = 4\pi \text{ rad s}^{-1}$

কেন্দ্রমুখী বল তথা সুতার টান, $F = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২০। ১০ g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে ২ m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি ৩ s-এ ১৫টি পূর্ণ আবর্তন করলে সুতার টান নির্ণয় কর। [দি. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}F &= m\omega^2 r = m \left(\frac{2\pi N}{t} \right)^2 r = \frac{m \times 4\pi^2 \times N^2 \times r}{t^2} \\ &= \frac{10 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 4\pi^2 \times (15)^2 \times 2 \text{ m}}{(3 \text{ s})^2} \\ &= 19.74 \text{ N}\end{aligned}$$

উ: 19.74 N

এখানে,

ভর, $m = 10 \text{ g} = 10 \times 10^{-3} \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $r = 2 \text{ m}$

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 15$

ঘূর্ণনকাল, $t = 3 \text{ s}$

সুতার টান, $F = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২১। বোরের হাইড্রোজেন পরমাণুর মডেলে একটি ইলেকট্রন একটি প্রোটনের চারদিকে $5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে $2.18 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেকট্রনের ভর $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ হলে কেন্দ্রমুখী বলের মান কত? [সি. বো. ২০০১; বুয়েট ২০১২-২০১৩]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}F &= \frac{mv^2}{r} \\ &= \frac{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (2.18 \times 10^6 \text{ m s}^{-1})^2}{5.2 \times 10^{-11} \text{ m}} \\ &= 8.32 \times 10^{-8} \text{ N}\end{aligned}$$

উ: $8.32 \times 10^{-8} \text{ N}$

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $r = 5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$

বেগ, $v = 2.18 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$

ভর, $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

কেন্দ্রমুখী বল, $F = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২২। ৭৫ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কোনো মোটর সাইকেল আরোহী কত বেগে ঘুরলে উল্লম্ব তলের সাথে 30° কোণে আনত থাকবেন নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০১২]

আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$v^2 = rg \tan \theta$$

$$= 75 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \tan 30^\circ$$

$$= 424.25 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v = 20.6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 20.6 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, } r = 75 \text{ m}$$

$$\text{উল্লম্ব তলের সাথে আরোহীর কোণ, } \theta = 30^\circ$$

$$\text{আরোহীর বেগ, } v = ?$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২৩। একটি রেল লাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ ৫০০ m এবং রেল লাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব ১ m। ঘণ্টায় ৫৪ km বেগে চলন্ত গাড়ির ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় ব্যাংকিং-এর জন্য বাইরের লাইনের পাতকে ভেতরের লাইনের পাত অপেক্ষা কতটুকু উঁচু করতে হবে?

আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{(15 \text{ m s}^{-1})^2}{500 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 0.0459$$

$$\therefore \theta = 2.628^\circ$$

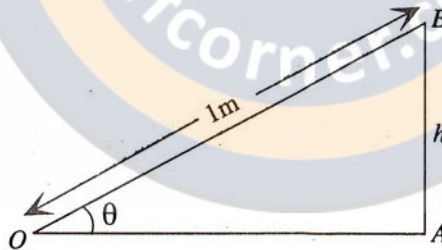
ধরা যাক,

এখানে θ হচ্ছে উঁচু ও নিচু রেলের মধ্যবর্তী কোণ

$$\text{রেল গাড়ির বেগ, } v = \frac{54 \times 1000 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}} = 15 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{বক্রতার ব্যাসার্ধ, } r = 500 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$



এখানে θ এর মান খুব ক্ষুদ্র বলে

$$\tan \theta = \sin \theta = 0.0459 \text{ ধরা যায়।}$$

যদি বাইরের পাতের উচ্চতা h হয় তবে,

$$\sin \theta = \frac{h}{OB} = \frac{h}{1 \text{ m}}$$

$$\text{বা, } h = \sin \theta \times 1 \text{ m} = 0.0459 \text{ m} \\ = 4.59 \text{ cm}$$

$$\text{উ: } 4.59 \text{ cm}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২৪। ২০০ m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 50.4 km h^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে পথটি কত কোণে কাত করে রাখতে হবে? রাস্তাটির প্রস্থ ১ m হলে, বাইরের পার্শ্ব ভেতরের পার্শ্ব অপেক্ষা কত উঁচু হতে হবে? ($g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)

আমরা জানি,

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(14 \text{ m s}^{-1})^2}{200 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 0.1$$

$$\therefore \theta = 5.7^\circ$$

এখানে θ এর মান খুব ক্ষুদ্র বলে

$$\tan \theta = \sin \theta = 0.1 \text{ ধরা যায়।}$$

$$\text{এখন, } \sin \theta = \frac{h}{OB} = \frac{h}{1 \text{ m}}$$

$$\therefore h = \sin \theta \times 1 \text{ m} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{উ: } 5.7^\circ; 0.1 \text{ m}$$

এখানে,

পথের ব্যাসার্ধ, $r = 200 \text{ m}$

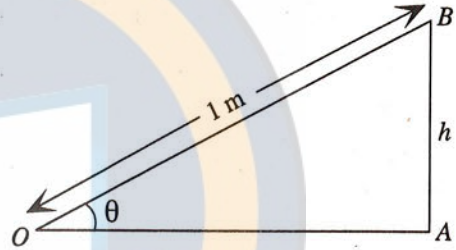
গাড়ির বেগ, $v = 50.4 \text{ km h}^{-1} = 14 \text{ m s}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

রাস্তার প্রস্থ, $OB = 1 \text{ m}$

ব্যাকিং কোণ, $\theta = ?$

ভেতরের পার্শ্ব থেকে বাইরের পার্শ্বের উচ্চতা, $h = ?$



গাণিতিক উদাহরণ ৪.২৫। একটি রাস্তা ৫০ m ব্যাসার্ধে বাঁক নিয়েছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি ৫ m চওড়া এবং এর ভেতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা ০.৫ m উঁচু। সর্বোচ্চ কত বেগে ঐ স্থানে নিরাপদে বাঁক নেয়া সম্ভব?

$$\sin \theta = \frac{0.5 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 0.1$$

$$\therefore \theta = \sin^{-1}(0.1)$$

$$= 5.74^\circ$$

এখানে θ -এর মান খুব ক্ষুদ্র বলে

$$\sin \theta = \tan \theta = 0.1$$

নিরাপদ বাঁকের জন্য

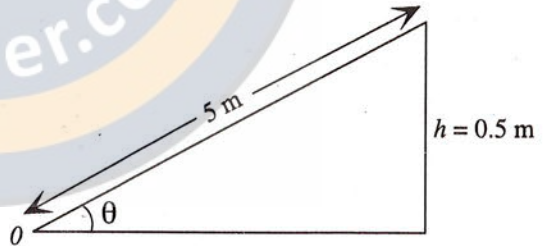
$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } v^2 = rg \tan \theta$$

$$= 50 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.1 = 49 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v = \sqrt{49 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} = 7 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 7 \text{ m s}^{-1}$$



গাণিতিক উদাহরণ ৪.২৬। একটি পথের A ও B দুটি স্থানে যথাক্রমে 25 m ও 36 m ব্যাসার্ধের বাঁকের প্রত্যেকটির ব্যাংকিং কোণ 10° । পথটির প্রস্থ 80 cm । (ক) A স্থানের বাঁকে ভিতরের পার্শ্ব হতে বাইরের পার্শ্ব কত উঁচু হবে? (খ) বাঁক দুটিতে কোনো গাড়ির সর্বোচ্চ গতিবেগের অনুপাত কত? [য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, $\sin \theta = \frac{h}{d}$

বা, $h = d \sin \theta = 0.8\text{ m} \times \sin 10^\circ$
 $= 0.1389\text{ m}$
 $= 13.89\text{ cm}$

এখানে,

ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 10^\circ$

রাস্তার প্রস্থ, $d = 80\text{ cm} = 0.8\text{ m}$

ভিতরের ও পার্শ্ব থেকে বাইরের পার্শ্বের উচ্চতা, $h = ?$

(খ) আমরা জানি, $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

$\therefore v_A^2 = \tan \theta r_{AG}$

এবং $v_B^2 = \tan \theta r_{BG}$

$\therefore \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{\tan 10^\circ \times 25\text{ m} \times 9.8\text{ m s}^{-2}}{\tan 10^\circ \times 36\text{ m} \times 9.8\text{ m s}^{-2}}}$
 $= \frac{5}{6}$

$\therefore v_A : v_B = 5 : 6$

উ: (ক) 13.89 cm ; (খ) $5 : 6$

আবার, এখানে,

A অবস্থানে বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r_A = 25\text{ m}$

B অবস্থানে বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r_B = 36\text{ m}$

ব্যাংকিং কোণ, $\theta = 10^\circ$

$\frac{v_A}{v_B} = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২৭। 1350 kg ভরের একটি গাড়ি 80 km h^{-1} বেগে চলন্ত অবস্থায় একটি দেয়ালকে আঘাত করে। আঘাতের পর $5 \times 10^{-3}\text{ s}$ -এ স্থির হয়। (ক) বলের ঘাত (খ) সংঘর্ষে দেয়ালটি গাড়ির উপর যে গড় বল প্রয়োগ করে তা নির্ণয় কর।

ধরি গাড়িটি যে দিকে চলছিল, সে দিক ধনাত্মক X -অক্ষ।

আমরা জানি,

$J = \Delta P$

$= P_f - P_i$

$= m(v_f - v_i)$

$= 1350\text{ kg} \times (0 - 22.22\text{ m s}^{-1})$

$= -3 \times 10^4\text{ kg m s}^{-1}$

আবার, $J = \bar{F} \Delta t$

$\therefore \bar{F} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{-3 \times 10^4\text{ kg m s}^{-1}}{5 \times 10^{-3}\text{ s}}$

$= -6 \times 10^6\text{ N}$

উ: (ক) $-3 \times 10^4\text{ kg m s}^{-1}$; (খ) $-6 \times 10^6\text{ N}$

এখানে,

গাড়ির ভর, $m = 1350\text{ kg}$

গাড়ির আদি বেগ, $v_i = 80\text{ km h}^{-1}$

$= \frac{80 \times 10^3\text{ m}}{3600\text{ s}}$

$= 22.22\text{ m s}^{-1}$

শেষ বেগ, $v_f = 0$

সময় ব্যবধান, $\Delta t = 5 \times 10^{-3}\text{ s}$

(ক) বলের ঘাত, $J = ?$

(খ) গড় বল, $\bar{F} = ?$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২৮। 30 gm ভরের একটি মার্বেল 10 m s^{-1} বেগে সোজা গিয়ে একটি স্থির মার্বেলকে ধাক্কা দেয়। ধাক্কার পর মার্বেলটি তার 75% বেগ হারায় এবং স্থির মার্বেলটি 9 m s^{-1} বেগ লাভ করে স্থির অবস্থান থেকে 3 m দূরে একটি মাটির দেয়লকে ধাক্কা দেয়, মাটির দেয়ালের বাধাদানকারী বল 3 N। (বাধাসের বাধা উপেক্ষা করে)।

(ক) স্থির মার্বেলটির ভর নির্ণয় কর।

(খ) মার্বেলটি দেয়ালের ভিতর ঢুকতে পারবে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[যা. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$\text{বা, } m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f} = m_2 v_{2f} - m_2 v_{2i}$$

$$\text{বা, } m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})$$

$$\begin{aligned} \therefore m_2 &= m_1 \frac{(v_{1i} - v_{1f})}{v_{2f} - v_{2i}} \\ &= \frac{0.03 \text{ kg} \times (10 \text{ m s}^{-1} - 2.5 \text{ m s}^{-1})}{9 \text{ m s}^{-1} - 0} \\ &= 0.025 \text{ kg} = 25 \text{ g} \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি,

কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে,

$$Fx = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_o^2$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{m(v^2 - v_o^2)}{2F} \\ &= \frac{0.025 \text{ kg} \times (0^2 - 9 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times (-3 \text{ N})} \\ &= 0.3375 \text{ m} = 33.75 \text{ cm} \end{aligned}$$

উ: (ক) 25 g; (খ) মার্বেলটি দেয়ালের মধ্যে 33.75 cm প্রবেশ করবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.২৯। 3 m s^{-1} বেগে 2 kg ভরের একটি বস্তু 0.5 kg ভরের অন্য একটি স্থির বস্তুর সঙ্গে সোজাসুজি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হয়। সংঘর্ষের পর দ্বিতীয় বস্তুর বেগ কত হবে? [চ. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v_{2f} &= \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \\ &= \left(\frac{2 \times 2 \text{ kg}}{2 \text{ kg} + 0.5 \text{ kg}} \right) \times 3 \text{ m s}^{-1} + \left(\frac{0.5 \text{ kg} - 2 \text{ kg}}{2 \text{ kg} + 0.5 \text{ kg}} \right) \times 0 \\ &= 4.8 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

উ: 4.8 m s^{-1}

এখানে,

প্রথম মার্বেলের ভর, $m_1 = 30 \text{ g} = 0.03 \text{ kg}$ প্রথম মার্বেলের আদিবেগ, $v_{1i} = 10 \text{ m s}^{-1}$

$$\begin{aligned} \text{প্রথম মার্বেলের শেষ বেগ, } v_{1f} &= \frac{10 \text{ m s}^{-1} \times 25}{100} \\ &= 2.5 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

দ্বিতীয় মার্বেলের আদিবেগ, $v_{2i} = 0 \text{ m s}^{-1}$ দ্বিতীয় মার্বেলের শেষবেগ, $v_{2f} = 9 \text{ m s}^{-1}$ দ্বিতীয় মার্বেলের ভর, $m_2 = ?$

এখানে,

মার্বেলটির আদিবেগ, $v_o = 9 \text{ m s}^{-1}$ মার্বেলটির শেষ বেগ, $v = 0$ মার্বেলটির ভর, $m = 0.025 \text{ kg}$ মাটির দেয়ালের বাধাদানকারী বল, $F = -3 \text{ N}$ দেয়ালের মধ্যে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩০। ৮ kg ভরের একটি বস্তুকে ০.২ m লম্বা দড়ি দিয়ে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে 2 rad s^{-1} বেগে ঘোরানো হচ্ছে।

(ক) ঘূর্ণায়মান কণাটির বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ বের কর।

(খ) বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে টর্কের কিরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

[য. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ,

$$\begin{aligned} L &= I\omega = mr^2\omega \\ &= 8 \text{ kg} \times (0.2 \text{ m})^2 \times 2 \text{ rad s}^{-1} \\ &= 0.64 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{বস্তুর ভর, } m &= 8 \text{ kg} \\ \text{দড়ির দৈর্ঘ্য, } r &= 0.2 \text{ m} \\ \text{কৌণিক বেগ, } \omega &= 2 \text{ rad s}^{-1} \\ \text{কৌণিক ভরবেগ, } L &= ? \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি, কৌণিক ত্বরণ α হলে,

$$\text{টর্ক, } \tau = I\alpha = mr^2\alpha$$

$$\tau_1 = m_1 r^2 \alpha$$

$$\text{আবার, } \tau_2 = m_2 r^2 \alpha$$

$$\tau_2 = \frac{m_1}{2} r^2 \alpha$$

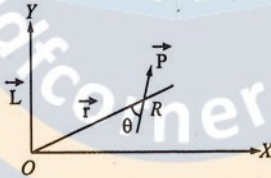
$$\therefore \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{mr^2\alpha}{2 \times mr^2\alpha} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \tau_2 = \frac{\tau_1}{2} \text{ অর্থাৎ টর্ক অর্ধেক হয়ে যাবে।}$$

উ: (ক) $0.64 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$; (খ) টর্ক অর্ধেক হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩১।

$$m_2 = \frac{m_1}{2}$$



R বিন্দুতে বস্তুর ভর, $m = 2 \text{ kg}$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + b\hat{k}) \text{ m}$$

$$\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ m s}^{-1}$$

(ক) $b = 2$ হলে বস্তুর কৌণিক ভরবেগের মান নির্ণয় কর।

(খ) \vec{r} ও \vec{v} পরস্পর সমান্তরাল ও লম্ব হলে b এর মানের কিরূপ পরিবর্তন হবে—বিশ্লেষণ কর।

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\text{কিন্তু } \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 4 & -8 & 4 \end{vmatrix}$$

এখানে,

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ m} \quad [\because b = 2]$$

$$\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore \vec{p} = m\vec{v} = (4\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ kg m s}^{-1}$$

$$= \hat{i}(-8 + 16) - \hat{j}(4 - 8) + \hat{k}(-8 + 8)$$

$$= 8\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\therefore |\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

(খ) যখন \vec{r} ও \vec{v} সমান্তরাল তখন $\vec{r} \times \vec{v} = \vec{0}$

$$\therefore \vec{r} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & b \\ 2 & -4 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-4 + 4b) + \hat{j}(2b - 2)$$

শর্তানুসারে,

$$\hat{i}(-4 + 4b) + \hat{j}(2b - 2) + \hat{k}(-4 + 4) = \vec{0}$$

\hat{i} ও \hat{j} এর সহগ সমীকৃত করে,

$$-4 + 4b = 0 \quad \therefore b = 1$$

$$2b - 2 = 0 \quad \therefore b = 1$$

যখন \vec{r} ও \vec{v} পরস্পরের উপর লম্ব তখন, $\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$

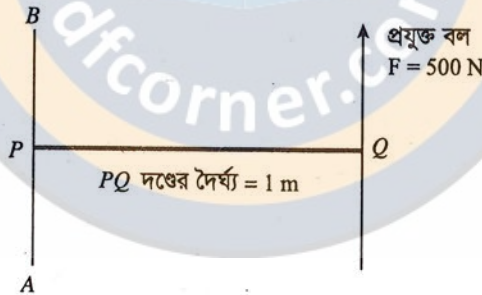
$$\vec{r} \cdot \vec{v} = 1 \times 2 + (-2) \times (-4) + b \times 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2 + 8 + 2b = 0$$

$$\text{বা, } b = \frac{-10}{2} = -5$$

উ: (ক) $4\sqrt{5} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$; (খ) সমান্তরাল হলে $b = 1$ এবং লম্ব হলে $b = -5$.

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩২।



(ক) AB ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে PQ দণ্ডটির টর্ক নির্ণয় কর।

(খ) যদি ঘূর্ণন অক্ষ AB, PQ দণ্ডটির প্রান্তবিন্দু হতে পরিবর্তন করে মধ্যবিন্দুতে নেওয়া হয়, তবে কোন ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে—তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি প্রদর্শন কর।

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{টর্ক, } \tau = rF \sin \theta$$

$$= 1 \text{ m} \times 500 \text{ N} \times \sin 90^\circ$$

$$= 500 \text{ N m}$$

এখানে,

$$\text{দৈর্ঘ্য, } r = 1 \text{ m}$$

$$\text{বল, } F = 500 \text{ N}$$

$$\text{কোণ, } \theta = 90^\circ$$

$$\text{টর্ক, } \tau = ?$$

(খ) কোনো দণ্ডের প্রান্ত দিয়ে গমনকারী অক্ষের

$$\text{সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, } I_1 = \frac{ML^2}{3}$$

আবার ঘূর্ণন অক্ষ দণ্ডের কেন্দ্রের মধ্য দিয়ে গেলে
জড়তার ভ্রামক,

$$I_2 = \frac{ML^2}{12}$$

এখানে,

দণ্ডের ভর, M

ঘূর্ণন অক্ষ থেকে দূরত্ব, $l = 1 \text{ m}$

জড়তার ভ্রামক, $I_1 = ?$

জড়তার ভ্রামক, $I_2 = ?$

$$\therefore \frac{I_1}{I_2} = \frac{ML^2}{3} \times \frac{12}{ML^2} = 4$$

$\therefore I_1 = 4I_2$; অর্থাৎ প্রথম ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে।

উ: (ক) 500 Nm ; (খ) প্রথম ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩৩। একজন সার্কাসের খেলোয়াড়, মাথার উপরে উল্লম্ব তলে কোনো বস্তুকে একটি দীর্ঘ সুতার 90 cm দূরে বেঁধে প্রতি মিনিটে 100 বার ঘুরাচ্ছেন। হঠাৎ ঘূর্ণায়মান বস্তুটির এক-তৃতীয়াংশ খুলে পড়ে গেল। এতে খেলোয়াড় ভীত না হয়ে প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা একই রাখার জন্য প্রয়োজন মতো সুতার দৈর্ঘ্য বাড়িয়ে দিলেন।

(ক) বস্তুটি ভর কমে যাওয়ার পূর্বে এর কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ছিল হিসাব কর।

(খ) সার্কাসের খেলোয়াড় সুতার দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন এনেছিলেন গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সঠিকতা হিসাব কর। [ব. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a = \omega^2 r$$

$$\text{আবার কৌণিক বেগ, } \omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 100}{60 \text{ s}}$$

$$= 10.47 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore a = (10.47 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.9 \text{ m}$$

$$= 98.7 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,

ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = 100$

সময়, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

সুতার দৈর্ঘ্য, $r = 90 \text{ cm} = 0.9 \text{ m}$

কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = ?$

(খ) ধরা যাক, বস্তুর ভর, $m_1 = m$ । এর এক-তৃতীয়াংশ খুলে পড়ে গেলে ভর হবে,

$$m_2 = \frac{2}{3} m$$

সুতার আদি দৈর্ঘ্য, $r_1 = 0.9 \text{ m}$

বর্ধিত করার পর দৈর্ঘ্য, $r_2 = ?$

এখন কেন্দ্রমুখী বল উভয় ক্ষেত্রে একই থাকবে।

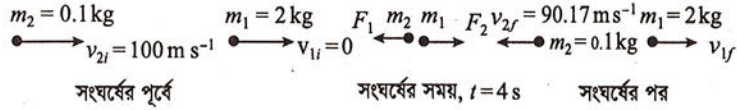
$$\text{সুতরাং } F = m_1 \omega^2 r_1 = m_2 \omega^2 r_2$$

$$\text{বা, } r_2 = \frac{m_1 \omega^2 r_1}{m_2 \omega^2} = \frac{m_1 r_1}{m_2} = \frac{m}{\frac{2}{3} m} \times 0.9 \text{ m} = \frac{3}{2} \times 0.9 \text{ m} = 1.35 \text{ m}$$

সুতার দৈর্ঘ্য 1.35 m করতে হবে অর্থাৎ খেলোয়াড় সুতার দৈর্ঘ্য (135 cm – 90 cm) বা 45 cm বাড়িয়ে ছিলেন।

উ: (ক) 98.7 m s⁻²; (খ) খেলোয়াড় সুতার দৈর্ঘ্য 45 cm বাড়িয়ে ছিলেন।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩৪।

(ক) উদ্দীপক থেকে প্রতিক্রিয়া বল ' F_1 ' নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার মতামত দাও।

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$F_1 = \frac{\Delta p}{t}$$

$$= \frac{m_2 v_{2f} - m_2 v_{2i}}{t}$$

$$= \frac{0.1 \text{ kg} \times (-90.17 \text{ m s}^{-1}) - 0.1 \text{ kg} \times (100 \text{ m s}^{-1})}{4 \text{ s}}$$

$$= \frac{-19.017 \text{ kg m s}^{-1}}{4 \text{ s}}$$

$$= -4.75 \text{ N}$$

$$(খ) v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$\text{বা, } v_{1f} = 0 + \frac{2 \times 0.1 \text{ kg}}{2 \text{ kg} + 0.1 \text{ kg}} \times 100 \text{ m s}^{-1} = 9.52 \text{ m s}^{-1}$$

এখন, সংঘর্ষের পূর্বে মোট গতিশক্তি,

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 (v_{1i})^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_{2i})^2 = \frac{1}{2} \times 2 \text{ kg} \times 0 + \frac{1}{2} \times 0.1 \text{ kg} \times (100 \text{ m s}^{-1})^2 = 500 \text{ J}$$

সংঘর্ষের পরে মোট গতিশক্তি,

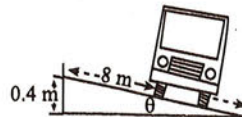
$$E_2 = \frac{1}{2} \times 2 \text{ kg} \times (9.52 \text{ m s}^{-1})^2 + \frac{1}{2} \times 0.1 \text{ kg} \times (90.17 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$= 497.16 \text{ J}$$

 $\therefore E_1 \neq E_2 \therefore$ সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক।

উ: (ক) 4.75 N; (খ) সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩৫।

100 m ব্যাসার্ধের একটি বাঁকে 30 km h^{-1} বেগে বাঁক নিতে গিয়ে বাস রাস্তা থেকে ছিটকে খাদে পড়ে যায়।

(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত রাস্তায় ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের আলোকে বাসটি খাদে পড়ে যাওয়ার কারণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, θ খুব ছোট হলে

$$\tan \theta = \sin \theta = \frac{h}{d}$$

$$\text{বা, } \theta = \sin^{-1} \frac{h}{d} = \sin^{-1} \frac{0.4}{8}$$

$$= 2.86^\circ$$

(খ) নিরাপদে গাড়ি চালানোর জন্যে ব্যাংকিং

$$\text{কোণ } \theta \text{ হলে } \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$

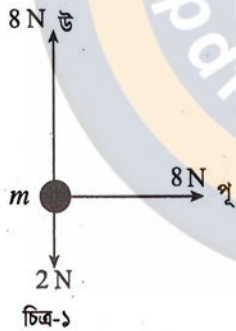
$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{(8.33 \text{ m s}^{-1})^2}{100 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} \right\}$$

$$= 4.05^\circ$$

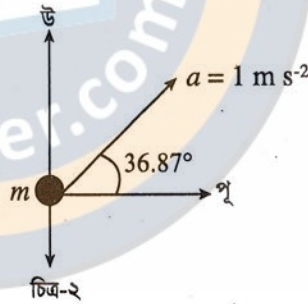
উদ্দীপকের রাস্তায় ব্যাংকিং কোণ 2.86° কিন্তু ঐ পথে 30 km h^{-1} বেগে নিরাপদে গাড়ি চালানোর জন্যে ব্যাংকিং কোণ হওয়া প্রয়োজন ছিল 4.05° , তাই গাড়িটি খাদে পড়ে যায়।

উ: (ক) 2.86° ; (খ) ব্যাংকিং কোণ কম হওয়ায় খাদে পড়ে যাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩৬। $m = (10 \text{ kg})$ ভরের একটি বস্তুর উপর একই সময়ে তিনটি বল ক্রিয়া করছে যা ১ নং চিত্রে দেখানো হলো। [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]



চিত্র-১



চিত্র-২

(ক) ১নং চিত্রে বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল নিট বলের মান কত?

(খ) চিত্রে-১ এর আলোকে চিত্রে-২ এর সঠিকতা যাচাই কর।

(ক) F_N ও F_S বিপরীতমুখী হওয়ায়

$$\text{এ দুটি বলের লব্ধি, } F_1 = F_N - F_S = 8 \text{ N} - 2 \text{ N}$$

$$= 6 \text{ N}$$

আবার, F_1 ও F_E এবং মধ্যবর্তী কোণ 90°

অতএব লব্ধি বল,

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_E^2} = \sqrt{(6 \text{ N})^2 + (8 \text{ N})^2} = 10 \text{ N}$$

এখানে,

উত্তরমুখী বল, $F_N = 8 \text{ N}$

দক্ষিণমুখী বল, $F_S = 2 \text{ N}$

পূর্বমুখী বল, $F_E = 8 \text{ N}$

লব্ধি বল, $F = ?$

(খ) আমরা জানি, ত্বরণ $a = \frac{F}{m} = \frac{10 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 1 \text{ m s}^{-2}$

ত্বরণের দিক লব্ধি বল F এর দিক বরাবর।

লব্ধিবল পূর্বমুখী বলের সাথে Q কোণ উৎপন্ন করলে

$$\tan \theta = \frac{F_1 \sin \alpha}{F_E + F_1 \cos \alpha} = \frac{6 \text{ N} \times \sin 90^\circ}{8 \text{ N} + 6 \text{ N} \times \cos 90^\circ}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{6}{8}$$

$$= 36.87^\circ$$

সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে, চিত্র-১ এর আলোকে চিত্র-২ সঠিক আছে।

উ: 10 N; (খ) চিত্র ১ এর আলোকে চিত্র ২ সঠিক।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩৭। অপু 20 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার মাঠের চতুর্পার্শ্বে সর্বোচ্চ 30° কোণে কেন্দ্রের দিকে হেলানো অবস্থায় নিরাপদে সাইকেল চালাতে পারে। সে 20 km h^{-1} বেগে সাইকেল চালাচ্ছিল।

(ক) বৃত্তাকার পথে 5 km এর সমান পথ অতিক্রম করতে কতবার মাঠ প্রদক্ষিণ করতে হবে ?

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত মাঠে দ্বিগুণ বেগে অপু ঐ পথ নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে। সত্যতা যাচাই কর।

[অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]

$$(ক) n = \frac{S}{2\pi r}$$

$$= \frac{5000 \text{ m}}{2\pi \times 20 \text{ m}} = 39.8 \text{ বার}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\tan \theta' = \frac{v^2}{rg} = \frac{(11.11 \text{ m s}^{-1})^2}{20 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 0.63$$

$$\therefore \theta' = \tan^{-1} 0.63$$

$$= 32.2^\circ$$

$\therefore \theta' > \theta$ সুতরাং অপু ঐ পথ নিরাপদে অতিক্রান্ত করতে পারবে না।

এখানে,

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 20 \text{ m}$

পথের দৈর্ঘ্য, $S = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m}$

ঘূর্ণন সংখ্যা, $n = ?$

এখানে,

নিরাপদে সাইকেল চালানোর জন্যে উল্লম্বের সাথে

সৃষ্ট সর্বোচ্চ কোণ, $\theta = 30^\circ$

সাইকেলের বেগ, $v = 40 \text{ km h}^{-1} = 11.11 \text{ m s}^{-1}$

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 20 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

উল্লম্বের সাথে কোণ, $\theta' = ?$

উ: (ক) 39.8 বার; (খ) অপু নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩৮। অনুভূমিক দিকে গতিশীল 2 kg ভরের একটি লৌহ গোলক 5 m s^{-1} বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে 3 m s^{-1} বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত কত ?

[বঙ্গবন্ধু বি.প্র.বি. ২০১৫-২০১৬]

ধরি গোলকটি যদিচ চলছিল, সেদিক ধনাত্মক X -অক্ষ।

আমরা জানি,

$$J = \Delta P = m (v_f - v_i)$$

$$= 2 \text{ kg} (-3 \text{ m s}^{-1} - 5 \text{ m s}^{-1})$$

$$= -16 \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\text{উ : } -16 \text{ kg m s}^{-1}$$

এখানে,

মোট গোলকের ভর, $m = 2 \text{ kg}$

ধাক্কা লাগার আগের বেগ, $v_i = 5 \text{ m s}^{-1}$

ধাক্কা লাগার পরের বেগ, $v_f = -3 \text{ m s}^{-1}$

বলের ঘাত, $J = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩৯। একটি বস্তুর উপর ৭ N মানের একটি বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুটি 3 m s^{-2} ত্বরণ প্রাপ্ত হয়। বস্তুর ভর কত? বস্তুর উপর ৫ N মানের আর একটি বল ৭ N মানের বলের সাথে 60° কোণে প্রয়োগ করা হলে বস্তুর ত্বরণ কত হবে?

[সি. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$F_1 = m a_1, \text{ বা, } m = \frac{F_1}{a_1} = \frac{7 \text{ N}}{3 \text{ m s}^{-2}} = 2.33 \text{ kg}$$

বল দুটি লক্কি F হলে,

$$F = ma$$

$$\text{বা, } a = \frac{F}{m} \dots\dots\dots(1)$$

কিন্তু লক্কি বলের জন্য

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{(7 \text{ N})^2 + (5 \text{ N})^2 + 2 \times 7 \text{ N} \times 5 \text{ N} \times \cos 60^\circ} = 10.44 \text{ N}$$

(1) সমীকরণে এই মান বসিয়ে,

$$a = \frac{10.44 \text{ N}}{2.30 \text{ kg}} = 4.48 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উ : } 2.33 \text{ kg ; } 4.48 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪০। একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। ১৬ N এর একটি বল এর উপর ৫ s ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোনো কাজ করল না। বস্তুটি এরপর ৬ সেকেন্ডে ৫২ m দূরত্ব গেল। বস্তুর ভর কত?

[বুয়েট ২০১৬-২০১৭]

আমরা জানি, ত্বরণ a হলে,

$$F = ma \text{ বা, } m = \frac{F}{a} \dots\dots\dots(1)$$

কিন্তু বস্তুর ত্বরণ a অজানা।

বল প্রয়োগের পর বস্তুটি প্রথম ৪ সেকেন্ড সমত্বরণে চলবে এবং বল প্রযুক্ত না হওয়ায় প্রথম ৫ সেকেন্ড পর যে বেগ প্রাপ্ত হবে সেই বেগ নিয়ে পরবর্তী ৬ সেকেন্ড সমবেগে চলবে।

আমরা জানি,

$$s = vt_2$$

$$\text{বা, } 52 \text{ m} = v \times 6 \text{ s}$$

$$\therefore v = 8.67 \text{ m s}^{-1}$$

এই বেগ ছিল প্রথম ৫ সেকেন্ডে শেষ বেগ।

আমরা জানি,

$$v = v_0 + at_1$$

$$\text{বা, } 8.67 \text{ m s}^{-1} = 0 + a \times 5 \text{ s}$$

$$\therefore a = \frac{8.67 \text{ m s}^{-1}}{5 \text{ s}} = 1.733 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{প্রথম বল, } F_1 = 7 \text{ N}$$

$$\text{ত্বরণ, } a_1 = 3 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{ভর, } m = ?$$

$$\text{দ্বিতীয় বল, } F_2 = 5 \text{ N}$$

$$\text{বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ, } \alpha = 60^\circ$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

এখানে,

$$\text{বল, } F = 16 \text{ N}$$

$$\text{ভর, } m = ?$$

এখানে,

শেষ ৬ সেকেন্ডের জন্য

$$\text{সময়, } t_2 = 6 \text{ s}$$

$$\text{দূরত্ব, } s = 52 \text{ m}$$

$$\text{সমবেগ, } v = ?$$

প্রথম ৫ সেকেন্ডের জন্য

$$\text{সময়, } t_1 = 5 \text{ s}$$

$$\text{আদিবেগ } v_0 = 0$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 8.67 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = ?$$

(1) সমীকরণে মান বসিয়ে

$$m = \frac{16 \text{ N}}{1.733 \text{ m s}^{-2}} = 9.23 \text{ kg}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪১। একটি রকেটে প্রথম ২ সেকেন্ডে এর ভরের $\frac{1}{60}$ অংশ হারায়। রকেট হতে নিষ্কাশিত গ্যাসের গতিবেগ 3600 m s^{-1} হলে রকেটের ত্বরণ কত? [মা. ভা. বি.প্র.বি. ২০১৫-২০১৬]

আমরা জানি,

রকেটের ধাক্কা,

$$F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v - mg$$

$$\text{বা, } ma = \left(\frac{m/60}{2 \text{ s}} \right) \times 3600 \text{ m s}^{-1} - mg$$

$$\text{বা, } a = \frac{1}{120 \text{ s}} \times 3600 \text{ m s}^{-1} - 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 20.2 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উ : } 20.2 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪২। ৭০ kg ভরের বাস্তকে ৫০০ N অনুভূমিক বলে মেঝের ওপর দিয়ে টানা হচ্ছে। বাস্তকটি যখন চলে তখন বাস্তক ও মেঝের মধ্যবর্তী ঘর্ষণ সহগ ০.৫০। বাস্তকের ত্বরণ নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০১১; রা. বো. ২০০৭; য. বো. ২০০৪; সি. বো. ২০০৯; দি. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

$$F - f_k = ma$$

আবার,

$$\mu_k = \frac{f_k}{R}$$

$$\therefore f_k = \mu_k \times R = 0.5 \times 686 \text{ N}$$

$$= 343 \text{ N}$$

$$\therefore a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{500 \text{ N} - 343 \text{ N}}{70 \text{ kg}}$$

$$= 2.24 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উ : } 2.24 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪৩। কোনো মেঝেতে স্থাপিত ৪০০ N এর একটি কাঠের ব্লকের ওপর অনুভূমিকভাবে ১৬০ N বল প্রয়োগ করলে এটি চলার উপক্রম হয়। মেঝে ও কাঠের ব্লকের মধ্যবর্তী ঘর্ষণাঙ্ক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\mu_s = \frac{f_s}{R}$$

$$= \frac{160 \text{ N}}{400 \text{ N}}$$

$$= 0.4$$

$$\text{উ : } 0.4$$

এখানে,

$$\text{গ্যাসসহ রকেটের ভর} = m$$

$$\text{নির্গত গ্যাসের ভর, } \Delta m = m/60$$

$$\text{গ্যাসের নির্গমন বেগ, } v = 3600 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{সময়, } \Delta t = 2 \text{ s}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{রকেটের ত্বরণ, } a = ?$$

এখানে,

$$\text{বাস্তকের ভর, } m = 70 \text{ kg}$$

$$\text{তলের অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া} = \text{বাস্তকের ওজন}$$

$$\therefore R = 70 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 686 \text{ N}$$

$$\text{গতীয় ঘর্ষণ সহগ, } \mu_k = 0.50$$

$$\text{গতীয় ঘর্ষণ বল, } f_k = ?$$

$$\text{বাস্তকের ওপর প্রযুক্ত বল, } F = 500 \text{ N}$$

$$\text{বাস্তকের ত্বরণ, } a = ?$$

এখানে,

$$\text{তলের অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া} = \text{বস্তুর ওজন}$$

$$\therefore R = 400 \text{ N}$$

$$\text{স্থিতি ঘর্ষণ বল, } f_s = 160 \text{ N}$$

$$\text{স্থিতি ঘর্ষণাঙ্ক, } \mu_s = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪৪। একটি সিলিন্ডারের ভর 50 kg এবং ব্যাসার্ধ 0.20 m । সিলিন্ডারটির অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক 1.0 kg m^2 । সিলিন্ডারটি যখন 2 m s^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে গড়াতে থাকে তখন তার মোট গতিশক্তি কত হবে ?

কৌণিক বেগ ω হলে,

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2 \text{ m s}^{-1}}{0.20 \text{ m}} = 10 \text{ rad s}^{-1}$$

মোট গতিশক্তি = চলন গতিশক্তি + ঘূর্ণন গতিশক্তি

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \text{ kg} \times (2 \text{ m s}^{-1})^2 + \frac{1}{2} \times 1.0 \text{ kg m}^2 \times (10 \text{ rad s}^{-1})^2$$

$$= 150 \text{ J}$$

উ: 150 J

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪৫। একটি দ্বি-পারমাণবিক অক্সিজেন অণু বিবেচনা কর। এই অণুটি তার কেন্দ্র দিয়ে দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে অতিক্রমকারী Z অক্ষের সাপেক্ষে XY সমতলে ঘূর্ণনশীল। দুটি অক্সিজেন পরমাণুর গড় দূরত্ব $1.21 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং প্রত্যেকটি পরমাণুর ভর $2.77 \times 10^{-26} \text{ kg}$ হলে Z অক্ষের সাপেক্ষে অণুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। Z অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক বেগ $2.0 \times 10^{12} \text{ rad s}^{-1}$ হলে অণুটির ঘূর্ণন গতিশক্তি কত ?

সমাধান : Z অক্ষ থেকে প্রত্যেকটি পরমাণুর দূরত্ব $\frac{d}{2}$ বলে

$$\begin{aligned} I &= \sum m_i r_i^2 = m \left(\frac{d}{2} \right)^2 + m \left(\frac{d}{2} \right)^2 \\ &= \frac{md^2}{2} \\ &= \left(\frac{2.77 \times 10^{-26} \text{ kg}}{2} \right) (1.21 \times 10^{-10} \text{ m})^2 \\ &= 2.03 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } K &= \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (2.03 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2) (2.0 \times 10^{12} \text{ rad s}^{-1})^2 \\ &= 4.06 \times 10^{-22} \text{ J} \end{aligned}$$

উ: $2.03 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$; $4.06 \times 10^{-22} \text{ J}$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪৬। 7 m উঁচু হতে 2 kg ভরের একটি পিতলের নিরেট গোলক একটি তলে গড়াতে গড়াতে ভূমিতে এসে পড়ে। ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে গোলকটির ভরকেন্দ্রের গতিশক্তি ও কৌণিক গতিশক্তি কত ছিল ? [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

[বুয়েট ২০০৪-২০০৫]

এখানে গোলকটির ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে

মোটশক্তি = গোলকটির বিভব শক্তি

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ } E &= mgh = 2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 7 \text{ m} \\ &= 137.2 \text{ J} \end{aligned}$$

নিরেট গোলকের জড়তার ভ্রামক I হলে,

$$I = \frac{2}{5} Mr^2$$

এখানে,

ভর, $m = 50 \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $r = 0.20 \text{ m}$

জড়তার ভ্রামক, $I = 1.0 \text{ kg m}^2$

বেগ, $v = 2 \text{ m s}^{-1}$

মোট গতিশক্তি, $K = ?$

এখানে,

দুটি পরমাণুর দূরত্ব, $d = 1.21 \times 10^{-10} \text{ m}$

প্রত্যেকটি পরমাণুর ভর, $m = 2.77 \times 10^{-26} \text{ kg}$

কৌণিক বেগ, $\omega = 2.0 \times 10^{12} \text{ rad s}^{-1}$

জড়তার ভ্রামক, $I = ?$

ঘূর্ণন গতিশক্তি, $K = ?$

এখানে,

গোলকের ভর, $m = 2 \text{ kg}$

উচ্চতা, $h = 7 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

গতিশক্তি, $K = ?$

গোলকের মোট শক্তি, $E =$ গোলকের রৈখিক গতিশক্তি + ঘূর্ণন গতিশক্তি।

গোলকটির রৈখিক বেগ v এবং কৌণিক বেগ ω হলে

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$\text{বা, } E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} mr^2\omega^2$$

$$\text{বা, } E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{2}{5} mv^2 = \frac{7}{10} mv^2$$

$$\text{বা, } 137.2 \text{ J} = \frac{7}{10} mv^2$$

$$\therefore mv^2 = 196 \text{ J}$$

$$\therefore \text{রৈখিক গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mv^2 = 98 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং ঘূর্ণন গতিশক্তি} &= \text{মোট গতিশক্তি} - \text{রৈখিক গতিশক্তি} \\ &= 137.2 \text{ J} - 98 \text{ J} \\ &= 39.2 \text{ J} \end{aligned}$$

উ: 98 J; 39.2 J

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪৭। একটি ঘূর্ণনরত কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$ এবং প্রযুক্ত বল

$\vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}) \text{ N}$ হলে টর্কের মান কত ?

[মা. ভা. বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]

আমরা জানি, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\begin{aligned} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & -3 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(-6 + 3) - \hat{j}(-6 + 6) + \hat{k}(6 - 12) \end{aligned}$$

$$\vec{\tau} = (-3\hat{i} - 6\hat{k}) \text{ N m}$$

$$\therefore |\vec{\tau}| = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{45} \text{ N m}$$

উ: $\sqrt{45} \text{ N m}$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪৮। একটি বস্তু কোনো তলের উপর দিয়ে 36 km h^{-1} বেগে পিছলিয়ে চলতে চলতে

স্থির হয়ে এলো। বস্তু এবং তলের ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0.2 হলে বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব কত ? [বুয়েট ২০০৯-২০১০]

আমরা জানি,

$$\text{ঘর্ষণ বল, } F_k = \mu_k R$$

$$\therefore ma = F_k = \mu_k mg$$

$$\text{বা, } a = \mu_k g$$

$$\text{আবার, } v^2 = v_0^2 - 2as$$

$$\text{বা, } s = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$$

$$= \frac{(10 \text{ m s}^{-1})^2 - 0}{2 \times \mu_k g}$$

$$= \frac{(10 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 0.2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 25.51 \text{ m}$$

উ: 25.51 m

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ ভেক্টর, } \vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$$

$$\text{বল, } \vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}) \text{ N}$$

$$\text{টর্ক, } |\vec{\tau}| = ?$$

এখানে,

$$\text{আদিবেগ, } v_0 = 36 \text{ km h}^{-1} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = 0$$

$$\text{ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, } \mu_k = 0.2$$

$$\text{বস্তুর ভর, } = m$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া, } R = mg$$

$$\text{বস্তুর মন্দন } = a$$

$$\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব, } s = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪৯। ২০০ kg ভরের একখানি স্থিরভাবে ভাসমান ভেলার দুই বিপরীত প্রান্তে দুজন সঁতারু দাঁড়িয়ে আছেন। তাদের ভর যথাক্রমে ৪০ kg ও ৭০ kg। যদি সঁতারুদ্বয় প্রত্যেকে এক সাথে 4 m s^{-1} অনুভূমিক বেগে ভেলা থেকে ঝাঁপ দেন তাহলে ভেলাটি কোন দিকে কত বেগে গতিশীল হবে ?

সমাধান : ধরা যাক, প্রথম সঁতারু যে দিকে লাফ দেন সেদিকে বেগ ধনাত্মক।

ভরবেগের নিত্যতার সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} + m_3 v_{3i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} + m_3 v_{3f}$$

$$\text{বা, } 0 + 0 + 0 = 40 \text{ kg} \times 4 \text{ m s}^{-1}$$

$$+ 70 \text{ kg} \times (-4 \text{ m s}^{-1}) + (200 \text{ kg}) v_{3f}$$

$$\text{বা, } 0 = -120 \text{ kg m s}^{-1} + (200 \text{ kg}) v_{3f}$$

$$\therefore v_{3f} = 0.6 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে,

প্রথম সঁতারুর ভর, $m_1 = 40 \text{ kg}$

দ্বিতীয় সঁতারুর ভর, $m_2 = 70 \text{ kg}$

ভেলার ভর, $m_3 = 200 \text{ kg}$

ঝাঁপ দেয়ার আগে

প্রথম সঁতারুর বেগ, $v_{1i} = 0$

দ্বিতীয় সঁতারুর বেগ, $v_{2i} = 0$

ভেলার বেগ, $v_{3i} = 0$

ঝাঁপ দেয়ার পর

প্রথম সঁতারুর বেগ, $v_{1f} = 4 \text{ m s}^{-1}$

দ্বিতীয় সঁতারুর বেগ, $v_{2f} = -4 \text{ m s}^{-1}$

ভেলার বেগ, $v_{3f} = ?$

ভেলার বেগ ধনাত্মক, অর্থাৎ প্রথম সঁতারু যে দিকে ঝাঁপ দেন ভেলাটি সে দিকে 0.6 m s^{-1} বেগে গতিশীল হবে।

উ: ভেলাটি ৪০ kg ভরের সঁতারু যে দিকে ঝাঁপ দেন সে দিকে 0.6 m s^{-1} বেগে গতিশীল হবে।

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

- ১। ১০ kg ভরের কোনো বস্তু 12 m s^{-1} বেগে গতিশীল হলে তার ভরবেগ হবে—
 (ক) 12 kg m s^{-1} ☐ (খ) 10 kg m s^{-1} ☐
 (গ) 120 kg m s^{-1} ☐ (ঘ) 1.2 kg m s^{-1} ☐
- ২। ১০ kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ১০০ N বল প্রয়োগ করলে ত্বরণ হবে—
 (ক) 100 m s^{-2} ☐ (খ) 10 m s^{-2} ☐
 (গ) 1000 m s^{-2} ☐ (ঘ) 0.1 m s^{-2} ☐
- ৩। নিচের কোনটি বলের একক প্রকাশ করে ?
 (ক) N m ☐ (খ) N m^{-1} ☐
 (গ) kg m s^{-1} ☐ (ঘ) kg m s^{-2} ☐
- ৪। বলের মাত্রা কোনটি ?
 (ক) MLT^{-2} ☐ (খ) $\text{ML}^{-2}\text{T}^{-1}$ ☐
 (গ) MLT^{-1} ☐ (ঘ) $\text{M}^{-1}\text{LT}^{-2}$ ☐

- ৫। যখন কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত মোট বাহ্যিক বল শূন্য হয় তখন নিচের কোন রাশিটির কোনো পরিবর্তন হয় না ?
 (ক) ব্যবস্থার বলের ঘাত ☐ (খ) ব্যবস্থার কৌণিক ভরবেগ ☐
 (গ) ব্যবস্থার রৈখিক ভর বেগ ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৬। 20 m s^{-1} বেগে চলমান 1000 kg ভরের একটি ট্রাক 1500 kg ভরের একটি স্থির ট্রাককে ধাক্কা দিয়ে একসাথে যুক্ত হয়ে যে বেগে চলতে থাকবে তা হলো—
 (ক) 12.5 m s^{-1} ☐ (খ) 10 m s^{-1} ☐
 (গ) 8 m s^{-1} ☐ (ঘ) 7.5 m s^{-1} ☐
- ৭। একটি বল 4 kg ভরের স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করায় বস্তু ৬ সেকেন্ডে 30 m s^{-1} বেগ প্রাপ্ত হয়। বলের মান কত ?
 (ক) 30 N ☐ (খ) 20 N ☐
 (গ) 18 N ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৮। কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ভর করে এর— [বঙ্গবন্ধু বি.প্র.বি. ২০১৬–২০১৭; য.বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৬]
 (ক) ভর এবং ঘূর্ণন অক্ষের উপর ☐ (খ) আয়তনের উপর ☐
 (গ) কৌণিক বেগের উপর ☐ (ঘ) কৌণিক ভরবেগের উপর ☐
- ৯। ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার মধ্যে কোণ কত ? [ঢা. বো. ২০১৬]
 (ক) 0° ☐ (খ) 90° ☐
 (গ) 180° ☐ (ঘ) 360° ☐
- ১০। সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত কোন দৃঢ় বস্তুর গতিশক্তি ও জড়তার ভ্রামকের অনুপাত— [য. বো. ২০১৬]
 (ক) কৌণিক বেগের সমানুপাতিক ☐ (খ) কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক ☐
 (গ) রৈখিক বেগের সমানুপাতিক ☐ (ঘ) রৈখিক বেগের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ☐
- ১১। জড়তার ভ্রামকের একক কোনটি ?
 (ক) kg m ☐ (খ) kg m^{-1} ☐
 (গ) kg m^{-2} ☐ (ঘ) kg m^2 ☐
- ১২। জড়তার ভ্রামকের মাত্রা কোনটি ? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]
 (ক) ML^2 ☐ (খ) ML^2T^{-2} ☐
 (গ) M^2LT^{-1} ☐ (ঘ) ML^2T^{-3} ☐
- ১৩। কোনো দৃঢ় বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ কোনটি ?
 (ক) $K = \frac{I}{M}$ ☐ (খ) $K = \frac{M}{I}$ ☐
 (গ) $K = \sqrt{\frac{I}{M}}$ ☐ (ঘ) $K = \sqrt{\frac{M}{I}}$ ☐
- ১৪। একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 5 kg m^2 । চাকাটিতে 10^5 J ঘূর্ণন গতিশক্তি উৎপন্ন করতে চাকাটিকে কত কৌণিক বেগে ঘুরতে হবে ? [য. বো. ২০১৫]
 (ক) 10 rad s^{-1} ☐ (খ) 20 rad s^{-1} ☐
 (গ) 100 rad s^{-1} ☐ (ঘ) 200 rad s^{-1} ☐
- ১৫। একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 10 kg m^2 । চাকাটিতে 10 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ? [য. বো. ২০১৫]
 (ক) 10 N m ☐ (খ) 100 N m ☐
 (গ) 150 N m ☐ (ঘ) 200 N m ☐

- ১৬। একটি সরু সুযম দণ্ডের দৈর্ঘ্য ২ m এবং ভর ১২ kg। এর মধ্যবিন্দু দিয়ে এর দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে গমনকারী কোনো অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক—
 (ক) 12 kg m^2 ☐ (খ) 24 kg m^2 ☐
 (গ) 4 kg m^2 ☐ (ঘ) 2 kg m^2 ☐
- ১৭। M ভরের এবং R ব্যাসার্ধের একটি চাকতি তার কেন্দ্র দিয়ে লম্বভাবে গমনকারী কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে। চাকতির জড়তার ভ্রামক কত? [য. বো. ২০১৬]
 (ক) $\frac{MR^2}{2}$ ☐ (খ) MR^2 ☐
 (গ) $\frac{3}{2}MR^2$ ☐ (ঘ) $2MR^2$ ☐
- ১৮। টর্কের মাত্রা কোনটি? [ঢা. বি. (৭ কলেজ) ২০১৭–২০১৮; চ. বি. ২০১৭–২০১৮; রুয়েট ২০১১–২০১২; জ. বি. ২০০৯–২০১০; ই. বি. ২০০৮–২০০৯; রা. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৬; ব. বো. ২০১৯]
 (ক) ML^2T^2 ☐ (খ) ML^2T^{-2} ☐
 (গ) M^2LT^{-2} ☐ (ঘ) $ML^{-2}T^{-2}$ ☐
- ১৯। একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 2 kg m^2 । চাকাটি মিনিটে ৩০ বার ঘুরছে। এর কৌণিক ভরবেগ কত?
 (ক) π ☐ (খ) 2π ☐
 (গ) 3π ☐ (ঘ) 4π ☐
- ২০। যখন কোনো কণার উপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য তখন নিচের কোন রাশিটি ধ্রুবক হয়? [ব. বো. ২০১৬]
 (ক) বল ☐ (খ) কৌণিক ভরবেগ ☐
 (গ) রৈখিক ভরবেগ ☐ (ঘ) বলের ঘাত ☐
- ২১। ঘূর্ণন গতিশক্তি E , জড়তার ভ্রামক I এবং কৌণিক বেগ ω এর মধ্যবর্তী সম্পর্ক কোনটি?
 (ক) $E = I\omega$ ☐ (খ) $E = I\omega^2$ ☐
 (গ) $E = \frac{1}{2}I\omega$ ☐ (ঘ) $E = \frac{1}{2}I\omega^2$ ☐
- ২২। নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? [রা. বো. ২০১৬]
 (ক) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{F}$ ☐ (খ) $\vec{L} = \vec{F} \times \vec{r}$ ☐
 (গ) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ☐ (ঘ) $\vec{L} = \vec{p} \times \vec{r}$ ☐
- ২৩। টর্ক τ , জড়তার ভ্রামক I এবং কৌণিক ত্বরণ α -এর মধ্যবর্তী সম্পর্ক কোনটি?
 (ক) $\tau = \frac{I}{\alpha}$ ☐ (খ) $\tau = \sqrt{I\alpha}$ ☐
 (গ) $\tau = I\alpha$ ☐ (ঘ) $\tau = I\alpha$ ☐
- ২৪। বৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগের রাশি কোনটি? [ঢা. বো. ২০১৬]
 (ক) $mr\omega$ ☐ (খ) $mr^2\omega$ ☐
 (গ) $mr\omega^2$ ☐ (ঘ) $m^2r\omega$ ☐
- ২৫। বল ও বলের ত্রিভুজাকালের গুণফলকে কী বলে? [চ. বো. ২০১৬; মা. বো. ২০১৮]
 (ক) ঘাত বল ☐ (খ) কাজ ☐
 (গ) বলের ঘাত ☐ (ঘ) টর্ক ☐

- ২৬। 2 kg ভরের একটি বস্তুকে 3 m দীর্ঘ একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে 4 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরানো হচ্ছে। সুতার উপর টান হবে—
 (ক) 50 N ☐ (খ) 48 N ☐
 (গ) 100 N ☐ (ঘ) 96 N ☐
- ২৭। M ভরের একটি বস্তু ধ্রুব বেগে X-অক্ষের সমান্তরালে গতিশীল। মূলবিন্দুর সাপেক্ষে এর কৌণিক ভরবেগ—
 (ক) শূন্য ☐ (খ) ধ্রুব থাকে ☐
 (গ) বেড়ে যায় ☐ (ঘ) কমে যায় ☐
- ২৮। কৌণিক ভরবেগের একক কোনটি? [ঢা. বি. ২০১৮-২০১৯; রা. বো. ২০১৫]
 (ক) $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ ☐ (খ) kg m s^{-1} ☐
 (গ) kg m s^2 ☐ (ঘ) $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$ ☐
- ২৯। কোনটি কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা? [রা. বো. ২০১৫]
 (ক) mv^2r ☐ (খ) $\frac{mv^2}{r}$ ☐
 (গ) mv^2r^2 ☐ (ঘ) $\frac{m\omega^2}{r}$ ☐
- ৩০। পাতলা বৃত্তাকার চাকতির চক্রগতির ব্যাসার্ধ হলো— [কু. বো. ২০১৫]
 (ক) $K = \frac{l}{\sqrt{12}}$ ☐ (খ) $K = \frac{l}{\sqrt{3}}$ ☐
 (গ) $K = \frac{r}{\sqrt{2}}$ ☐ (ঘ) $K = \frac{r}{\sqrt{12}}$ ☐
- ৩১। কৌণিক ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি? [য. বো. ২০১৫]
 (ক) MLT^{-1} ☐ (খ) ML^2T^0 ☐
 (গ) ML^2T^{-1} ☐ (ঘ) ML^2T^{-2} ☐
- ৩২। টর্কের একক হচ্ছে— [য. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৬]
 (ক) নিউটন ☐ (খ) জুল ☐
 (গ) নিউটন-মিটার ☐ (ঘ) জুল/সেকেন্ড ☐
- ৩৩। সবচেয়ে দুর্বল বল কোনটি? [মেডি: ২০১৬-২০১৭; কু. বো. ২০১৬; য. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৬]
 (ক) মহাকর্ষ বল ☐ (খ) তাড়িতচৌম্বক বল ☐
 (গ) সবল নিউক্লিয় বল ☐ (ঘ) দুর্বল নিউক্লিয় বল ☐
- ৩৪। সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হলে নিচের কোনটি সত্যি? এখানে ১ম বস্তুর আদি ও শেষ বেগ u_1 ও v_1 এবং ২য় বস্তুর আদি ও শেষ বেগ u_2 ও v_2 । [ব. বো. ২০১৫]
 (ক) $u_1 = v_2$ ☐ (খ) $u_1 = v_1$ ☐
 (গ) $u_1 = u_2$ ☐ (ঘ) $u_2 = v_2$ ☐
- ৩৫। তাড়িতচৌম্বক বল কোন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের জন্য কার্যকর হয়? [সি. বো. ২০১৫]
 (ক) ফোটন ☐ (খ) মেসন ☐
 (গ) প্রোটন ☐ (ঘ) গ্রাভিটন ☐

- ৩৬। আণবিক গঠনের জন্য দায়ী বল কোনটি? [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) মহাকর্ষ বল ☐ (খ) দুর্বল নিউক্লিয় বল ☐
- (গ) সবল নিউক্লিয় বল ☐ (ঘ) তাড়িতচৌম্বক বল ☐
- ৩৭। মহাকর্ষ বল কার্যকর যে কণার বিনিময়ের ফলে— [রা. বো. ২০১৫]
- (ক) গ্রাভিটন ☐ (খ) মেসন ☐
- (গ) ফোটন ☐ (ঘ) নিউট্রন ☐
- ৩৮। নিউক্লিয়নের মধ্যে কোন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা সরণ নিউক্লিউ বলের উদ্ভব হয়? [রা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- (ক) নিউট্রনো ☐ (খ) মেসন ☐
- (গ) ইলেকট্রন ☐ (ঘ) গ্রাভিটন ☐
- ৩৯। ভরবেগের মাত্রা কোনটি? [কু. বো. ২০১৫, ২০১৭; য. বো. ২০১৭]
- (ক) MLT^{-2} ☐ (খ) $M^{-1}L^3T^{-2}$ ☐
- (গ) MLT^{-1} ☐ (ঘ) ML^2T^{-2} ☐
- ৪০। একক বল— [ব. বো. ২০১৫]
- (ক) বস্তুর উপর একক ত্বরণ সৃষ্টি করে ☐ (খ) একক ভরের বস্তুর উপর যে কোনো ত্বরণ সৃষ্টি করে ☐
- (গ) বস্তুর উপর যে কোনো ত্বরণ সৃষ্টি করে ☐ (ঘ) একক ভরের বস্তুর উপর একক ত্বরণ সৃষ্টি করে ☐
- ৪১। টর্কের অপর নাম কী? [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) ঘর্ষণ বল ☐ (খ) জড়তার ভ্রামক ☐
- (গ) ঘূর্ণন বল ☐ (ঘ) কেন্দ্রমুখী বল ☐
- ৪২। ডাল ভাস্কার যাতাকলে— [ঢা. বো. ২০১৬]
- (i) অক্ষ সংলগ্ন কণার কৌণিক বেগ সহজ হয়
- (ii) কিনারের কণার রৈখিক বেগ বেশি
- (iii) প্রতিটি কণার কোনো মুহূর্তের কৌণিক ভরবেগ সমান
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ☐
- (গ) ii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৪৩। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রে দেখা যায় $m\vec{a} = k\vec{F}$; এখানে,
- (i) k হচ্ছে একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক
- (ii) k -এর মান রাশিগুলোর এককের উপর নির্ভর করে
- (iii) k -এর মান SI পদ্ধতিতে 1
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৪৪। দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে এদের—
- (i) প্রত্যেকের ভরবেগের পরিবর্তন ঘটে
- (ii) মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন ঘটে না
- (iii) এদের প্রত্যেকের উপর ঘাত বল ক্রিয়া করে
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৪৫। কোনো অক্ষের সাপেক্ষে m ভরের একটি কণা ω সমকৌণিক দ্রুতিতে অক্ষ হতে r লম্ব দূরত্বে থেকে ঘুরতে থাকলে এর—

(i) $F = \frac{mv^2}{r}$ (ii) $F = m\omega^2 r^2$ (iii) $L = mvr$

প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করলে নিচের কোনটি সঠিক?

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪৬। কোনো বস্তুর ভরবেগ 40 kg m s^{-1} বলতে বোঝায়—

[য. বো. ২০১৬]

(i) বস্তুর ভর 1 kg হলে এর বেগ 40 m s^{-1}

(ii) বস্তুর ভর 40 kg হলে এর বেগ 10 m s^{-1}

(iii) বস্তুর ভর 6.3 kg হলে এর বেগ 6.36 m s^{-1}

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) ii ও iii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪৭। রাস্তার বাঁকে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীর নতি কোণ হবে—

(i) $\theta = \tan^{-1} \frac{v^2}{rg}$

(ii) $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega^2 r}{g}$

(iii) $\theta = \sin^{-1} \frac{v}{rg}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) ii ও iii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪৮। বলের ভ্রামকের সমীকরণ—

[ঢা. বো. ২০১৫]

(i) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

(ii) $\vec{\tau} = I \vec{\alpha}$

(iii) $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪৯। রাস্তার ব্যাংকিং নির্ভর করে—

[রা. বো. ২০১৫; দি. বো. ১৬; মা. বো. ২০১৮]

(i) বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর (ii) গাড়ির ভরের উপর (iii) গাড়ির বেগের উপর

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৫০। বলের ঘাত হচ্ছে—

[সি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৭]

(i) বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফল (ii) ভরবেগের পরিবর্তন (iii) ভরবেগের পরিবর্তনের হার

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

একটি চাকার ভর 6 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.3 m। নিম্নোক্ত (৫২) নং ও (৫৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫১। চাকাটির জড়তার ভ্রামক কত ?

(ক) 5.4 kg m²

☐

(খ) 0.54 kg m²

☐

(গ) 54 kg m²

☐

(ঘ) 50 kg m²

☐

৫২। চাকাটিতে 3 rad s⁻² কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ?

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) 1.62 N m

☐

(খ) 1.8 N m

☐

(গ) 16.2 N m

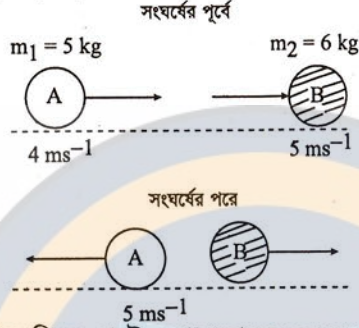
☐

(ঘ) 18 N m

☐

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং (৫৩) ও (৫৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[সি. বো. ২০১৭]



A ও B বস্তুদ্বয় পরস্পরের বিপরীত দিকে একই রেখা বরাবর চলে সংঘর্ষ ঘটায়। সংঘর্ষের পর তারা নিজ নিজ গতিপথের বিপরীত দিকে চলছে।

৫৩। সংঘর্ষের পরে B বস্তুর বেগ কত ?

(ক) 2.50 m s⁻¹

☐

(খ) 4.17 m s⁻¹

☐

(গ) 5.83 m s⁻¹

☐

(ঘ) 12.50 m s⁻¹

☐

৫৪। উপরিউক্ত সংঘর্ষের ক্ষেত্রে—

(i) ভরবেগ সংরক্ষিত হবে (ii) গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে (iii) সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক হবে
নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

করিম পরীক্ষাগারে 1 m দৈর্ঘ্য ও 2 kg ভরের একটি সরু ও সুষম দণ্ডের প্রথমে মধ্যবিন্দু ও দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে এবং পরবর্তীতে ঐ একই দণ্ডের প্রান্ত দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করলেন। ৫৬নং ও ৫৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও। [রা. বো. ২০১৫]

৫৫। প্রথম ক্ষেত্রে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক কোনটি ?

(ক) 0.167 kg m²

☐

(খ) 0.67 kg m²

☐

(গ) 1 kg m²

☐

(ঘ) 2 kg m²

☐

৫৬। ঘূর্ণন অক্ষ প্রান্তে হলে চক্রগতির ব্যাসার্ধ প্রথম ক্ষেত্রের—

(ক) $\frac{1}{4}$ গুণ

☐

(খ) 2 গুণ

☐

(গ) 12 গুণ

☐

(ঘ) 36 গুণ

☐

৫৭। অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে সংরক্ষিত হয়—

[অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

(ক) গতিশক্তি

☐

(খ) স্থিতিশক্তি

☐

(গ) কৌণিক ভরবেগ

☐

(ঘ) ভরবেগ

☐

৫৮। প্রফেসর আব্দুস সালাম ও স্টিফেন ওয়াইনবার্গ কোন বল দুটিকে একীভূত করেছিলেন? [খ. বি. ২০১২-২০১৩; জ. বি. ২০১০-২০১১]

- (ক) বিশ্বজনীন মহাকর্ষ বল ও তাড়িতচৌম্বক বল ☐ (খ) দুর্বল নিউক্লিয় বল ও সবল নিউক্লিয় বল ☐
 (গ) তাড়িতচৌম্বক বল ও সবল নিউক্লিয় বল ☐ (ঘ) তাড়িতচৌম্বক বল ও দুর্বল নিউক্লিয় বল ☐

৫৯। যদি অবস্থান ভেক্টর \vec{r} ভরবেগে \vec{p} এবং প্রযুক্ত বল \vec{F} হয়, তবে কৌণিক ভরবেগ \vec{L} ও টর্ক $\vec{\tau}$ -এর রাশি (\vec{L} , $\vec{\tau}$) অনুযায়ী— [শা.বি.প্র.বি. ২০১৭-২০১৮]

- (ক) $(\vec{r} \times \vec{F}, \vec{r} \times \vec{p})$ ☐ (খ) $(\vec{r} \times \vec{p}, \vec{r} \times \vec{F})$ ☐
 (গ) $(\vec{F} \times \vec{r}, \vec{p} \times \vec{r})$ ☐ (ঘ) $(\vec{p} \times \vec{F}, \vec{F} \times \vec{p})$ ☐

৬০। প্রোটন ও ইলেকট্রনের মধ্যে আকর্ষণের জন্য কোন মৌলিক বলটি দায়ী? [কু. বি. ২০১২-২০১৩]

- (ক) শক্তিশালী বল ☐ (খ) মাধ্যাকর্ষণ ☐
 (গ) দুর্বল ☐ (ঘ) তাড়িতচৌম্বক বল ☐

৬১। 2 m s^{-2} ত্বরণে উপরে উঠন্ত একটি লিফটে একটি লোক দাঁড়ানোর ফলে উর্ধ্বমুখী বল 1180 N হলে লোকটির ভর হবে— [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]

- (ক) 50 kg ☐ (খ) 100 kg ☐
 (গ) 60 kg ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐

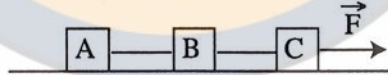
৬২। একটি বস্তুর উপর 5 N বল 10 s ক্রিয়া করে। ভরবেগের পরিবর্তন কী? [ঢা. বি. ২০১৬-২০১৭; জ. বি. ২০১৬-২০১৭]

- (ক) 50 kg m s^{-1} ☐ (খ) 50 kg m s^{-2} ☐
 (গ) 25 kg m s^{-1} ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐

৬৩। শূন্যস্থানে দুটি ইলেকট্রনের মধ্যকার কুলম্ব বল F_E এবং মহাকর্ষ বল F_G -এর অনুপাত হবে— [ঢা. বি. ২০১৬-২০১৭]

- (ক) 4.2×10^{62} ☐ (খ) 4.2×10^{52} ☐
 (গ) 4.2×10^{42} ☐ (ঘ) 4.2×10^{32} ☐

৬৪। সমান ভরবিশিষ্ট তিনটি খণ্ড A, B, C দড়ি দ্বারা চিত্রে প্রদর্শিতরূপে সংযুক্ত। খণ্ড C, \vec{F} বল দ্বারা টানা হলে সম্পূর্ণ ব্যবস্থটি ত্বরিত হয়। ঘর্ষণ বল উপেক্ষা করলে খণ্ড B-এর উপর মোট বল হলো— [ঢা. বি. ২০১৪-২০১৫]



- (ক) 0 ☐ (খ) $\vec{F}/3$ ☐
 (গ) $\vec{F}/2$ ☐ (ঘ) $2\vec{F}/3$ ☐

৬৫। 16 কেজির একটি বোমা বিস্ফোরিত হয়ে 4 কেজি ও 12 কেজির দুটি খণ্ড হলো। 12 কেজি ভরের বেগ 4 m s^{-1} হলে অন্য টুকরোটির গতিশক্তি কত? [জ. বি. ২০১০-২০১১]

- (ক) 96 J ☐ (খ) 144 J ☐
 (গ) 288 J ☐ (ঘ) 192 J ☐

৬৬। একটি লৌহবলয় একটি অনুভূমিক মসৃণ তলে ω সমকৌণিক বেগে গড়িয়ে চলছে। এর ভর M এবং ব্যাসার্ধ r । বলয়টির মোট গতিশক্তি নির্ণয় কর। [জা. বি. ২০১৭-২০১৮]

- (ক) $\frac{1}{2} Mr\omega^2$ ☐ (খ) $Mr^2\omega^2$ ☐
 (গ) $Mr^2\omega$ ☐ (ঘ) $\frac{1}{4} Mr\omega^2$ ☐

৬৭। একটি কাঠের তক্তার উপর অবস্থিত একটি ইটের নিশ্চল কোণ 40° । ইট ও তক্তার মধ্যকার স্থিতি ঘর্ষণ গুণক কত ? [জা. বি. ২০১৭-২০১৮]

- (ক) 0.87 ☐ (খ) 0.85 ☐
(গ) 0.84 ☐ (ঘ) 0.97 ☐

৬৮। একজন নৃত্যশিল্পী I জড়তার ভ্রামক নিয়ে একটি উল্লম্ব অক্ষের চারদিকে 20 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরছে। যদি সে হঠাৎ করে কৌণিক বেগ পরিবর্তন করে 10 rad s^{-1} হয়, তবে নতুন জড়তার ভ্রামক কত হবে ? [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৭-২০১৮]

- (ক) $2I$ ☐ (খ) $I/2$ ☐
(গ) $3I$ ☐ (ঘ) $I/3$ ☐

৬৯। স্থির অবস্থায় থাকা একটি বস্তু বিস্ফোরণের ফলে M_1 এবং M_2 ভরের দুটি খণ্ডে বিভক্ত হয় এবং খণ্ড দুটি বিপরীত দিকে যথাক্রমে V_1 এবং V_2 বেগ প্রাপ্ত হয়। V_1 ও V_2 এর অনুপাত কত হবে ? [ঢা. বি. ২০১২-২০১৩]

- (ক) $\frac{M_1}{M_2}$ ☐ (খ) $\frac{M_2}{M_1}$ ☐
(গ) $\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ☐ (ঘ) $\left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{\frac{1}{2}}$ ☐

৭০। m ভরের একটি বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে চলছে। বৃত্তাকার গতির পর্যায়কাল T , বস্তুটির উপর কেন্দ্রমুখী বলের মান কত ? [ঢা. বি. ২০১২-২০১৩]

- (ক) $\frac{4\pi^2 mr}{T^2}$ ☐ (খ) $\frac{4\pi^2 mr^2}{T}$ ☐
(গ) $\frac{4\pi mr^2}{T^2}$ ☐ (ঘ) πmr^2 ☐

৭১। 4 kg ও 6 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 m s^{-1} এবং 5 m s^{-1} বেগে একই দিকে গতিশীল। পরস্পর ধাক্কা খাওয়ার পর বস্তু দুটি যুক্ত অবস্থায় চলতে থাকলে, যুক্ত বস্তুর বেগ কত ? [ঢা. বি. ২০০৭-২০০৮, ২০১৩-২০১৪; শা.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭; খু. বি. ২০১২-২০১৩]

- (ক) 10 m s^{-1} ☐ (খ) 7 m s^{-1} ☐
(গ) 6 m s^{-1} ☐ (ঘ) 4 m s^{-1} ☐

৭২। 1000 kg ভরের একটি উড়োজাহাজ স্থির বেগে সোজা পথে উড্ডয়ন করছে। বাতাসের ঘর্ষণ বল 1800 N , উড়োজাহাজটির উপর প্রযুক্ত নিট বল হবে— [বুয়েট ২০১২-২০১৩]

- (ক) 0 N ☐ (খ) 11800 N ☐
(গ) 1800 N ☐ (ঘ) 9800 N ☐

৭৩। অনুভূমিক মেঝেতে স্থিরাবস্থায় 800 N ওজনের একটি ঝাড়িকে সরাসরি কমপক্ষে 200 N অনুভূমিক ধাক্কায় প্রয়োজন। স্থিরাবস্থায় ঘর্ষণ সহগের মান— [বুয়েট ২০১২-২০১৩]

- (ক) 0.25 ☐ (খ) 0.125 ☐
(গ) 0.50 ☐ (ঘ) 4.00 ☐

৭৪। একটি ইলেকট্রন পরমাণুর নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে 1.1 \AA ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে $4 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী বলের মান কত ? [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]

- (ক) $1.51 \times 10^{-7} \text{ N}$ ☐ (খ) $1.32 \times 10^{-7} \text{ N}$ ☐
(গ) $2.32 \times 10^{-8} \text{ N}$ ☐ (ঘ) $1.68 \times 10^{-5} \text{ N}$ ☐

- ৭৫। 73 kg ভরের একটি বাসকে 543 N অনুভূমিক বলে মেঝের উপর দিয়ে টানা হচ্ছে। বাসটি যখন চলে তখন বাস ও মেঝের মধ্যবর্তী ঘর্ষণ সহগ 0.53। বাসের ত্বরণ কত? [কুয়েট ২০০৯-২০১০]
- (ক) 2.24 m s^{-2} ☐ (খ) 0.224 m s^{-2} ☐
 (গ) 4.84 m s^{-2} ☐ (ঘ) 0.448 m s^{-2} ☐
- ৭৬। নিজ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে দুটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে 1 এবং 21। যদি তাদের ঘূর্ণন গতিশক্তি সমান হয়, তাদের কৌণিক ভরবেগের অনুপাত কত? [চুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 1 : 2 ☐ (খ) $\sqrt{2} : 1$ ☐
 (গ) $1 : \sqrt{2}$ ☐ (ঘ) 2 : 1 ☐
- ৭৭। একটি লিফট 15 m s^{-1} বেগে উপরে উঠছে। 60 kg ভরের একজন মানুষ লিফটে অবস্থান করলে লিফটের উপর তার প্রতীয়মান ওজন হবে— [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) 588 N ☐ (খ) 900 N ☐
 (গ) 750 N ☐ (ঘ) 800 N ☐
- ৭৮। কোনো সাইকেল আরোহীকে 60 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে ঘুরতে হবে যাতে তিনি উল্লম্ব তলের সাথে 30° কোণে আনত থাকবেন? [রুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 8.81 m s^{-1} ☐ (খ) 1.88 m s^{-1} ☐
 (গ) 81.8 m s^{-1} ☐ (ঘ) 18.43 m s^{-1} ☐
- ৭৯। একটি 0.2 kg ওজনের মুঠোফোন একটি বইয়ের ওপর স্থির অবস্থায় রাখা আছে। বইটিকে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে হেলানো হলে বইয়ের উপরিতল হতে মুঠোফোনটি গাড়িয়ে নামতে থাকবে? [$\mu_s = 0.3$] [চুয়েট ২০১২-২০১৩]
- (ক) 12.3° ☐ (খ) 16.7° ☐
 (গ) 20.8° ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৮০। কোনটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি? [রুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) $KE = \frac{1}{2} I \omega$ ☐ (খ) $KE = \frac{1}{2} I \omega^2$ ☐
 (গ) $KE = \frac{1}{2} F$ ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৮১। 0.150 kg ভরের একটি পাথরখণ্ডকে 0.75 m লম্বা একটি সুতার একপ্রান্ত বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরলে সুতার উপর টান নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) 9.99 N ☐ (খ) 9.90 N ☐
 (গ) 9.95 N ☐ (ঘ) 9.98 N ☐
- ৮২। 5 kg ভর ও 0.25 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বেলন 50 rad s^{-1} কৌণিক বেগে গড়াতে থাকলে তার গতিশক্তি কত? [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- (ক) 0.078 J ☐ (খ) 390.63 J ☐
 (গ) 0.73 J ☐ (ঘ) 585.94 J ☐
- ৮৩। একটি গাড়ির চাকা 30 min-এ 2000 বার ঘুরে 10 km পথ অতিক্রম করে। চাকার পরিধি নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- (ক) 5 m ☐ (খ) 10 m ☐
 (গ) 15 m ☐ (ঘ) 20 m ☐

- ৮৪। বোরের হাইড্রোজেন পরমাণু মডেলে একটি ইলেকট্রন একটি প্রোটনের চারদিকে $5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে $2.18 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেকট্রনের ভর $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ হলে কেন্দ্রমুখী বল কত হবে? [বুয়েট ২০১২-২০১৩]
- (ক) $3.81 \times 10^{-6} \text{ N}$ ☐ (খ) $8.32 \times 10^{-8} \text{ N}$ ☐
 (গ) $2.17 \times 10^{-47} \text{ N}$ ☐ (ঘ) $1.25 \times 10^{26} \text{ N}$ ☐
- ৮৫। একজন সাইকেল আরোহী ঘণ্টায় 24 km বেগে 30 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে মোড় নিচ্ছে। তাকে উল্লম্বের সাথে কত কোণে হেলে থাকতে হবে? [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $8^\circ 36'$ ☐ (খ) $7^\circ 56'$ ☐
 (গ) $9^\circ 2'$ ☐ (ঘ) $8^\circ 41'$ ☐
- ৮৬। একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 16 N এর একটি বল এর উপর 5 s ধরে কাজ করে এবং এর পর আর কোনো কাজ করল না। বস্তুটি এরপর 6s-এ 52 m দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর কত? [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- (ক) 3.0769 kg ☐ (খ) 9.023 kg ☐
 (গ) 9.23 kg ☐ (ঘ) 10 kg ☐
- ৮৭। অনুভূমিক দিকে গতিশীল 50 g ভরের একটি বল 20 cm s^{-1} বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে 10 cm s^{-1} বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেলে বলের ঘাত কত হবে? [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- (ক) $0.015 \text{ kg m s}^{-1}$ ☐ (খ) $0.005 \text{ kg m s}^{-1}$ ☐
 (গ) 0.15 kg m s^{-1} ☐ (ঘ) 0.05 kg m s^{-1} ☐
- ৮৮। M ভরের R ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার সিলিভারের জড়তার ভ্রামক জ্যামিতিক অক্ষের সমান্তরাল কিনার স্পর্শক এর সাপেক্ষে কত হবে? [চুয়েট ২০১২-২০১৩]
- (ক) $\frac{1}{2} MR^2$ ☐ (খ) $\frac{3}{2} MR^2$ ☐
 (গ) MR^2 ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৮৯। 0.2 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.5 m লম্বা রশিতে বেঁধে সমান্তরাল বৃত্তাকারে 4 rad s^{-1} বেগে ঘুরালে রশির ঘূর্ণায়মান টান কত N হবে? [মেডিকেল ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 0.4 N ☐ (খ) 0.6 N ☐
 (গ) 0.8 N ☐ (ঘ) 1.6 N ☐
- ৯০। একটি লিফট 1 m s^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে তিনি যে বল অনুভব করবেন— [চুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) 350 N ☐ (খ) 572 N ☐
 (গ) 250 N ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৯১। 22 m s^{-1} বেগে আগত 0.25 kg ভরের একটি ক্রিকেট বলকে একজন খেলোয়াড় ধরে 0.12 s-এর মধ্যে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 45.83 N ☐ (খ) 46 N ☐
 (গ) 45.6 erg ☐ (ঘ) 46.1 J ☐
- ৯২। 3 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 10 N বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি 3 m s^{-2} ত্বরণে চলতে থাকে। বস্তুটির উপর কত ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করছে? [কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 16 N ☐ (খ) 13 N ☐
 (গ) 6 N ☐ (ঘ) 1 N ☐

৯৩। সমত্বরণ চলমান একটি গাড়ির বেগ পূর্বের আদিবেগের ৩ গুণ করা হলে গাড়িটি থামাতে পূর্বের কত গুণ দূরত্বের প্রয়োজন হবে? [মাদ্রাসা বোর্ড, ২০১৮]

- (ক) $\frac{1}{9}$ ☐ (খ) $\frac{1}{3}$ ☐
 (গ) ৩ ☐ (ঘ) ৯ ☐

৯৪। ১৬ kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ৪ s ব্যাপী ৮ N বল প্রযুক্ত হলো। উক্ত বস্তুর বেগের পরিবর্তন হবে—

[বুয়েট ২০১২–২০১৩]

- (ক) 0.5 m s^{-1} ☐ (খ) 2.0 m s^{-1} ☐
 (গ) 4.0 m s^{-1} ☐ (ঘ) 8.0 m s^{-1} ☐

৯৫। সার্কাস খেলায় একটি বাইক 1200 m / মিনিট বেগে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ 200 m হলে, বাইকটির কৌণিক বেগ কত? [কুয়েট ২০১৭–২০১৮]

- (ক) 0.01 rad s^{-1} ☐ (খ) 0.001 rad s^{-1} ☐
 (গ) 1.00 rad s^{-1} ☐ (ঘ) 0.1 rad s^{-1} ☐

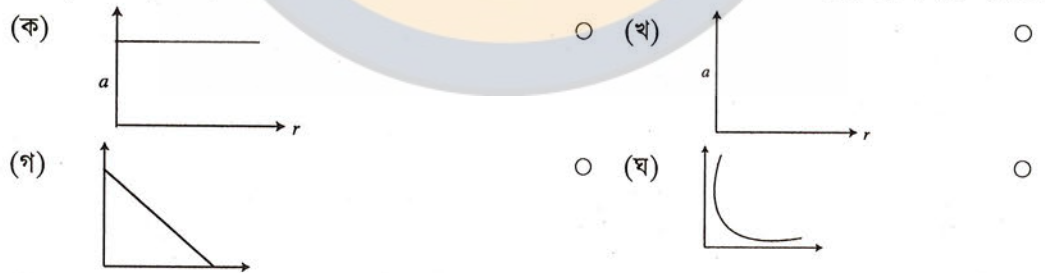
৯৬। যদি ৫ kg ভরের একটি বন্দুক থেকে ২০ g ভরের একটি গুলি 1000 m s^{-1} বেগে ছোঁড়া হয় তবে বন্দুকের পশ্চাৎবেগ কত? [কুয়েট ২০১৬–২০১৭]

- (ক) 4 m s^{-1} ☐ (খ) 4000 m s^{-1} ☐
 (গ) 40 m s^{-1} ☐ (ঘ) 4 cm s^{-1} ☐

৯৭। রেল লাইনের একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 99 m এবং লাইনের পাত দুটির মধ্যে দূরত্ব 1.5 m । ভিতরের পাত অপেক্ষা বাইরের পাত কতখানি উঁচু হলে বাইরের পাত কোনোরূপ চাপ প্রয়োগ না করে একটি ট্রেন 9.8 m s^{-1} দ্রুতিতে বাঁক নিতে পারবে? [চুয়েট ২০১৫–২০১৬]

- (ক) 1.6 m ☐ (খ) 1.3 m ☐
 (গ) 0.148 m ☐ (ঘ) 1.48 m ☐

৯৮। 10 m / s সমদ্রুতিতে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান একটি কণার ক্ষেত্রে নিচের চারটি লেখচিত্রের কোনটি সঠিক (কণার ত্বরণ a)? [ঢা. বি. ২০১৮–২০১৯]



৯৯। 10 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 2 F মানের বল প্রয়োগ করার ফলে বস্তুটির ত্বরণ হয় 60 m/s^2 । M ভরের একটি বস্তুর উপর 5 F মানের বল প্রয়োগ করার ফলে যদি বস্তুটির ত্বরণ 50 m/s^2 হয়, তবে ভর M কত? [ঢা. বি. ২০১৮–২০১৯]

- (ক) 3.3 kg ☐ (খ) 4.8 kg ☐
 (গ) 21 kg ☐ (ঘ) 30 kg ☐

১০০। কোনটি জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য?

(ক) $I_z = I_x + I_y$

○

(খ) $I = I_g + MK^2$

○

(গ) $I = I_g + MK$

○

(ঘ) $I = I_g + Mh^2$

○

১০১। দুটি সমান ভরের বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটলে—

[রা. বো. ২০১৯]

(i) সংঘর্ষের পূর্বের ও পরের মোট ভরবগ একই থাকে

(ii) সংঘর্ষের পূর্বের ও পরের মোট গতিশক্তি একই থাকে

(iii) সংঘর্ষের পর বস্তুর বেগ বিনিময় করবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○

(খ) ii ও iii

○

(গ) i ও iii

○

(ঘ) i, ii ও iii

○

১০২। খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের বল প্রযুক্ত হলে তাকে বলে—

[ব. বো. ২০১৯]

(ক) সংশক্তি বল

○

(খ) ঘূর্ণন বল

○

(গ) রাসায়নিক শক্তি

○

(ঘ) ঘাত বল

○

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১। (গ)	২। (খ)	৩। (ঘ)	৪। (ক)	৫। (গ)	৬। (গ)	৭। (খ)	৮। (ক)	৯। (গ)	১০। (খ)
১১। (ঘ)	১২। (ক)	১৩। (গ)	১৪। (ঘ)	১৫। (খ)	১৬। (গ)	১৭। (ক)	১৮। (খ)	১৯। (খ)	২০। (খ)
২১। (ঘ)	২২। (গ)	২৩। (ঘ)	২৪। (খ)	২৫। (গ)	২৬। (ঘ)	২৭। (ক)	২৮। (ঘ)	২৯। (খ)	৩০। (গ)
৩১। (গ)	৩২। (গ)	৩৩। (ক)	৩৪। (ক)	৩৫। (ক)	৩৬। (ঘ)	৩৭। (ক)	৩৮। (খ)	৩৯। (গ)	৪০। (ঘ)
৪১। (গ)	৪২। (গ)	৪৩। (ঘ)	৪৪। (ঘ)	৪৫। (খ)	৪৬। (গ)	৪৭। (ক)	৪৮। (ঘ)	৪৯। (খ)	৫০। (ক)
৫১। (খ)	৫২। (ক)	৫৩। (ক)	৫৪। (খ)	৫৫। (ক)	৫৬। (খ)	৫৭। (ঘ)	৫৮। (ঘ)	৫৯। (খ)	৬০। (ঘ)
৬১। (খ)	৬২। (ক)	৬৩। (গ)	৬৪। (খ)	৬৫। (গ)	৬৬। (খ)	৬৭। (গ)	৬৮। (ক)	৬৯। (খ)	৭০। (ক)
৭১। (খ)	৭২। (ক)	৭৩। (ক)	৭৪। (খ)	৭৫। (ক)	৭৬। (গ)	৭৭। (ক)	৭৮। (ঘ)	৭৯। (খ)	৮০। (খ)
৮১। (ক)	৮২। (ঘ)	৮৩। (ক)	৮৪। (খ)	৮৫। (ক)	৮৬। (গ)	৮৭। (ক)	৮৮। (খ)	৮৯। (ঘ)	৯০। (খ)
৯১। (ক)	৯২। (ঘ)	৯৩। (ঘ)	৯৪। (খ)	৯৫। (ঘ)	৯৬। (ক)	৯৭। (গ)	৯৮। (ঘ)	৯৯। (ঘ)	১০০। (ঘ)
১০১। (ঘ)	১০২। (ঘ)								

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। ক্যারম খেলার সময় রিনা ক্যারম বোর্ডে ১২ গ্রাম ভরের একটি গুটির উপর আরেকটি গুটি রেখে ১৫০ গ্রাম ভরের স্ট্রাইকার দিয়ে গুটিটিকে আঘাত করলো। স্ট্রাইকারটি নিচের গুটিটিকে ০.৭৫ N বলে আঘাত করে। ফলে নিচের গুটি সরে গেল এবং ওপরের গুটি স্থির থাকে এবং নিচের গুটির স্থান দখল করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. জড়তা কী ?

খ. নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর।

গ. স্ট্রাইকারটি ৩ s পরে গুটিকে কত বেগে আঘাত করবে ? উদ্দীপকের আলোকে ব্যাখ্যা কর।

ঘ. যদি স্ট্রাইকার গুটিকে আঘাত না করে তাহলে কী হবে দ্বিতীয় সূত্রের সাহায্যে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে বুঝিয়ে দাও।

- ২। 108 km h^{-1} বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 45.5 m দূরে সাদা ছড়ি হাতে একজন অন্ধ লোককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেক চেপে দেওয়ায় লোকটির 50 cm সামনে এসে গাড়িটি থেমে গেল। আরোহীসহ গাড়ির ভর 1000 kg .

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. জড়তার ভ্রামক কী ?

খ. ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত গাড়ি থামাতে এর উপর কত বল প্রযুক্ত হলো নির্ণয় কর।

ঘ. ব্রেকজনিত বল কম হলে দুর্ঘটনা ঘটতে পারতো। দুর্ঘটনা রোধে রাস্তার প্রকৃতি কীরূপ হওয়া উচিত যুক্তি সহকারে তোমার মতামত দাও।

- ৩। একজন নৌকার মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে নৌকাকে এগিয়ে নেওয়ার জন্য অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে লগির সাহায্যে ভূমিতে 600 N বল প্রয়োগ করেন। এতে নৌকা 1.5 m s^{-2} ত্বরণ লাভ করে। মাঝিসহ নৌকার ভর 150 kg .

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. নিউটনের সংজ্ঞা দাও।

খ. নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা আলোচনা কর।

গ. নৌকাটি চলার জন্য কত কার্যকর বল লাভ করে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নৌকাটির 1.5 m s^{-2} ত্বরণ প্রাপ্তির কারণ সম্পর্কে তোমার মতামত বর্ণনা কর।

- ৪। একটি স্থির বস্তুর উপর 10 s ধরে 50 N বল ক্রিয়া করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. টর্ক বলতে কী বোঝ ?

গ. কোনো বস্তুর ভর, ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনকারী সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর ভর 25 kg । এর গতিকাল যদি 20 s হয় তাহলে গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি শেষের 10 s এ প্রথম 10 s এর চেয়ে বেশি দূরত্ব অতিক্রম করেছে। বস্তুটি 20 s এ মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করে ?

- ৫। পরস্পর সমকোণে ছেদকারী একটি চৌরাস্তায় সিগনালে লালবাতি থাকা অবস্থায় একজন মোটর সাইকেল আরোহী ট্রাফিক আইন অমান্য করে স্থির অবস্থান থেকে 5 m s^{-2} ত্বরণে সোজা যাত্রা করলেন। কিন্তু ডান দিক থেকে আগত দ্রুতগামী একটি ট্রাক মোটর সাইকেলকে 1500 N বলে ধাক্কা দিল। মোটর সাইকেল ও তার আরোহীর ভর যথাক্রমে 230 kg এবং 70 kg ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সংঘর্ষ কী ?

খ. বলের ঘাত বলতে কী বোঝ ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত 5 m s^{-2} ত্বরণ সৃষ্টিতে মোটর সাইকেলের উপর কত বল প্রযুক্ত হয়েছিল ?

ঘ. আঘাতের পর মোটর সাইকেলের ত্বরণ কত হয়েছিল গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বের কর।

৬। কোনো বস্তুতে বল প্রয়োগ করলে ত্বরণ সৃষ্টি হয়। ত্বরণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ভরবেগ কী ?

খ. কেন্দ্রমুখী বলের মান কোন কোন বিষয়ের উপর কীভাবে নির্ভর করে ?

গ. $F = 0$ হলে নিউটনের গতি সংক্রান্ত কোন্ সূত্র পাওয়া যায় ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

ঘ. কোন স্থির বস্তুর উপর বল প্রযুক্ত হলে নির্দিষ্ট সময়ে এটি নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করে। গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, বল প্রয়োগ বন্ধ হয়ে গেলে এর পর ঐ একই সময়ে বস্তুটি পূর্বের চেয়ে দ্বিগুণ দূরত্ব অতিক্রম করে।

৭। আমরা জানি যে, প্রপেলার প্লেন যখন ওড়ে তখন বাতাসে চাপ দেয়। বাতাস উল্টা চাপ দেয় বলে এই প্লেন চলতে পারে, কিন্তু রকেট চলে মহাশূন্যে যেখানে কোনো বাতাস নেই। রকেট যখন চলে তখন রকেট থেকে নির্দিষ্ট হারে গ্যাস নির্গত হতে থাকে। এই গ্যাস নির্গত না হলে রকেট চলত না আর মহাশূন্যের অনেক কিছুই আমাদের জানা হতো না।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ভরবেগ কী ?

খ. ভরবেগের নিত্যতা সূত্র ব্যাখ্যা কর।

গ. বাহ্যিক বলের প্রভাব ছাড়া দুটি বস্তু একে অপরের উপর বল প্রয়োগ করতে পারে। কোনো এক সময়ে এরা একে অপরের উপর বল প্রয়োগ করায় এদের সংঘর্ষ ঘটল। দেখাও যে, এদের সংঘর্ষ-পূর্ব ভরবেগ ও সংঘর্ষ পরবর্তী ভরবেগ সমান।

ঘ. বাতাস না থাকলেও রকেট কেন চলছে ? কোন নীতির উপর ভিত্তি করে চলছে ? এ নীতির সাহায্যে কোনো নির্দিষ্ট মুহূর্তের রকেটের ত্বরণ বের কর।

৮। 1500 kg ভরের একটি গাড়ি 25 m s^{-1} দ্রুতিতে চলছিল। কিন্তু চলার পথে গাড়িটি এক সময় এর সামনে স্থির থাকা 1000 kg ভরের আরেকটি গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে 75 মিটার পিছলিয়ে থেমে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সংঘর্ষ কী ?

খ. ঘাত বল বলতে কী বোঝ ?

গ. সংঘর্ষের পর গাড়ি দুটির ভরবেগ সমান বিবেচনা করে তাদের গতি শক্তির অনুপাত বের কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে চলমান গাড়ির উপর বাধা দানকারী বলের মান বের করা সম্ভব কি না বর্ণনা কর।

৯। একজন প্রশিক্ষণার্থী সৈনিক 6 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 10 g ভরের একটি গুলি 300 m s^{-1} বেগে ছোঁড়লেন। এর ফলে তিনি তার কাধে 0.5 m s^{-1} বেগের একটি ধাক্কা অনুভব করলেন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. ভরবেগের নিত্যতা সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. গুলি ছোঁড়লে বন্দুক পেছন দিকে ধাক্কা দেয় কেন ?

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত ঘটনায় ভরবেগ সংরক্ষিত হয় কি না যাচাই কর।

- ১০। 5 kg ভরের একটি বস্তু 4 m s^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলছে। 3 kg ভরের অপর একটি বস্তু 2 m s^{-1} বেগে দক্ষিণ দিকে চলছে। কোনো এক সময় বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কেন্দ্রমুখী বল কী ?

খ. অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে ?

গ. মিলিত বস্তুটি কোন্ দিকে কত বেগে চলবে ?

ঘ. দ্বিতীয় বস্তুর ভর প্রথম বস্তুর ভরের তিনগুণ করা হলে মিলিত বস্তুর বেগের পরিবর্তন কত হবে ?

- ১১। ভরবেগের নিত্যতা সূত্র আমাদের জীবনে অনেক গুরুত্বপূর্ণ। এর উপর ভিত্তি করে সম্ভব হয়েছে মহাকাশ অভিযান। একটি শাটল মহাকাশ যানের ভর $3 \times 10^3 \text{ kg}$ এবং জ্বালানির ভর 50 kg। এতে জ্বালানি 5 kg s^{-1} হারে ব্যবহৃত হয় এবং 150 m s^{-1} সুষম দ্রুতিতে নির্গত হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. নিউটন কে ?

খ. কৌণিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত শাটল যানের উপর ধাক্কা নির্ণয় কর।

ঘ. ভরবেগের নিত্যতার সূত্রটি প্রতিপাদন করে শাটল যানের উপর ধাক্কার রাশিমালাটি নির্ণয় কর।

- ১২। অ্যাপোলো ও স্কাই ল্যাব মিশনের মহাকাশযানগুলো উৎক্ষেপণের জন্য ব্যবহৃত স্যাটার্ন-৫ রকেটের জ্বালানির নির্গমন বেগ $3.10 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ মহাশূন্যযানসহ রকেটের মোট ভর $2.45 \times 10^6 \text{ kg}$, যার $1.70 \times 10^6 \text{ kg}$ জ্বালানির ভর।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. কৌণিক ভরবেগের দিক কীভাবে পাওয়া যায় ?

গ. স্যাটার্ন-৫ কে উৎক্ষেপণ মঞ্চ থেকে কেবল উত্তোলনের জন্য প্রয়োজনীয় ধাক্কা নির্ণয় কর।

ঘ. রকেটের ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় করে উৎক্ষেপণের মুহূর্তে তার ত্বরণ নির্ণয় কর এবং গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, উৎক্ষেপণের পর তার ত্বরণ বাড়তে থাকে।

- ১৩। 200 kg ভরের একখানি স্থিরভাবে ভাসমান ভেলার দুই বিপরীত প্রান্তে দুজন সাঁতারু দাঁড়িয়ে আছেন। তাদের ভর যথাক্রমে 40 kg ও 70 kg। সাঁতারুদ্ধয় প্রত্যেকে একসাথে 4 m s^{-1} অনুভূমিক বেগে ভেলা থেকে ঝাঁপ দেন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বলের ঘাত কী ?

খ. গুলি ছোঁড়লে বন্দুক পেছন দিকে ধাক্কা দেয় কেন ?

গ. ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত ভেলাটি স্থির না থেকে 40 kg ভরের সাঁতারু যে দিকে ঝাঁপ দেন সেদিকে 0.6 m s^{-1} বেগে গতিশীল হবে।

- ১৪। একটি সিলিভারের ভর 50 kg এবং ব্যাসার্ধ 0.20 m। সিলিভারটির অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক 1 kg m^2 । সিলিভারটি 2 m s^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে গড়াচ্ছিল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. টর্ক কী ?

খ. কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি বর্ণনা কর।

গ. সিলিভারটির কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. সিলিভারটির মোট গতি শক্তি জানা সম্ভব কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।

- ১৫। একটি ধাতব গোলকের ভর 0.05 kg । এটিকে 1 m লম্বা একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে প্রতি মিনিটে 300 বার ঘুরানো হচ্ছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. জড়তার ভ্রামক কী ?

খ. চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলতে কী বুঝ ?

গ. গোলকটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

ঘ. ঘূর্ণনরত অবস্থায় গোলকটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত হচ্ছে। তোমার উত্তরের সপক্ষে যথাযথ যুক্তি দাও।

- ১৬। আমরা জানি যে, কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে ত্বরণ সৃষ্টি হয়, কিন্তু আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা বলে যে, কৌণিক ত্বরণের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি বল নয়। দেখা গেছে যে, কোনো দরজার উপর প্রযুক্ত বল যে কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে তা নির্ভর করে শুধুমাত্র বলের উপর নয়, এটা নির্ভর করে বল এবং বল কোথায় প্রয়োগ করা হয়েছে আর কোনদিকে প্রয়োগ করা হয়েছে তার উপর। দরজার কবজার উপর সরাসরি প্রযুক্ত বল কোনো কৌণিক ত্বরণই সৃষ্টি করে না, কিন্তু একই মানের বল যদি দরজার বাইরের প্রান্তে দরজার সাথে লম্বভাবে প্রয়োগ করা হয়, তাহলে সর্বোচ্চ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ত্বরণ কী ?

খ. টর্ক কী ? ব্যাখ্যা কর।

গ. একটি চাকার ভর 4 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm । এর জড়তার ভ্রামক কত ? চাকাটিতে 2 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ?

ঘ. টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক বের কর।

- ১৭। বৈদ্যুতিক মোটরের সাহায্যে r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার চাকতিকে তার কেন্দ্র দিয়ে অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরানো হচ্ছে। সুইচ বন্ধ করায় এটি α সমকৌণিক মন্দনে চলে স্থির হয়ে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. টর্কের মাত্রা নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, একক সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক, সংখ্যাগতভাবে এর গতি শক্তির দ্বিগুণ।

গ. চাকতিটি থেমে যাওয়ার আগে এর প্রান্তের কোনো কণা কত রৈখিক দূরত্ব অতিক্রম করে নির্ণয় কর।

ঘ. চাকতি থামার সময় তার (i) প্রান্তের কোনো বিন্দুতে এবং (ii) প্রান্ত ও কেন্দ্রের ঠিক মধ্যবিন্দুতে কত টর্ক প্রযুক্ত হয়েছিল গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বের কর।

- ১৮। রিমন 1 kg ভরের কোনো চাকতির উপর স্পর্শক বরাবর 20 N বল প্রয়োগ করলো। ফলে চাকতির উপর একটি টর্কের সৃষ্টি হলো এবং চাকতিটিতে 5 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ উৎপন্ন হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কৌণিক ভরবেগের একক নির্ণয় কর।

খ. কেন্দ্রমুখী বলের মান কোন্ কোন্ বিষয়ের উপর কীভাবে নির্ভর করে ?

গ. চাকতির চক্রগতির ব্যাসার্ধ 15 cm হলে এর উপর টর্কের মান কত ?

ঘ. রিমনকে চক্রগতির ব্যাসার্ধের সাথে টর্কের সম্পর্ক স্থাপন করতে বলায় সে প্রথমে টর্কের সাথে কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক বের করে পরে ঈঙ্গিত সম্পর্কটি বের করলো। রিমন কীভাবে এটি করেছিল বিশ্লেষণ কর।

- ১৯। একটি নিরেট সিলিন্ড্রের ভর M , ব্যাসার্ধ r , দৈর্ঘ্য l এবং জড়তার ভ্রামক I । এটি নিজ অক্ষের সাপেক্ষে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছিল।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. কৌণিক ভরবেগ কী ?
খ. কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার সার্বজনীনতা ব্যাখ্যা কর।
গ. সিলিন্ডারটির কৌণিক ভরবেগের সাথে কৌণিক বেগের সম্পর্ক স্থাপন কর।
ঘ. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, সিলিন্ডারটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ K তার ব্যাসার্ধ r এর 70.7 %।
- ২০। রহমান সাহেব তার স্থির মোটর সাইকেলে চড়ে 1.5 m s^{-2} ত্বরণ সহকারে চালানো শুরু করলেন। উক্ত মোটর সাইকেলের একটি চাকার ভর 5 kg এবং ব্যাসার্ধ 30 cm ।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. কৌণিক বেগ কী ?
খ. কৌণিক ভরবেগের মাত্রা নির্ণয় কর।
গ. 10 সেকেন্ড উদ্দীপকে উল্লেখিত একটি চাকার কৌণিক সরণ কত হবে ?
ঘ. এই ত্বরণ সৃষ্টির জন্য কত টর্ক প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ণয় করা সম্ভব কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করে বুঝিয়ে দাও।
- ২১। একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক 100 kg m^2 । ফ্লাই হুইলটি প্রতি মিনিটে 50000 বার ঘুরছিল। সুষম ব্রেক প্রয়োগ করে একে 30 সেকেন্ড থামানো হলো।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. কৌণিক ভরবেগ কী ?
খ. দেখাও যে, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক, সংখ্যাগতভাবে এর কৌণিক ভরবেগের সমান।
গ. ফ্লাই হুইলে প্রযুক্ত টর্কের মান কত ?
ঘ. থেমে যাওয়ার আগে ফ্লাই হুইলটির পক্ষে 25000 বার ঘুরা সম্ভব কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।
- ২২। মিন্টু একটি সুতলীর এক প্রান্তে 1 kg ভরের একটি বস্তু বেঁধে অনুভূমিকভাবে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 75 বার ঘুরাচ্ছে। সুতলীর দৈর্ঘ্য 1 m এবং এটি সর্বোচ্চ 100 N টান সহ্য করতে পারে। মিন্টু যখন বস্তুটিকে ক্রমশ জোরে ঘুরাতে শুরু করল, এক সময় সুতলী ছিঁড়ে গেল।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. জড়তার ভ্রামক কী ?
খ. কেন্দ্রমুখী বল কোন্ কোন্ বিষয়ের উপর নির্ভর করে ?
গ. মিন্টু যখন প্রতি মিনিটে 75 বার ঘুরাচ্ছিল তখন সুতলীর উপর কত টান পড়েছিল ?
ঘ. সুতলী ছিঁড়ার মুহূর্তে বস্তুর রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ নির্ণয় করা সম্ভব কি না যাচাই কর।
- ২৩। 0.250 kg ভরের কোনো বস্তুকে 75 cm লম্বা একটি সুতার সাহায্যে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। এটি স্থির অবস্থা থেকে সমকৌণিক ত্বরণে ঘোরা আরম্ভ করে 3 মিনিট পর থেকে প্রতি মিনিটে 180 বার করে ঘুরছে।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. টর্ক কী ?
খ. কৌণিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র একটি সার্বজনীন সূত্র কেন ব্যাখ্যা কর।
গ. বস্তুটির উপর কী পরিমাণ টর্ক ক্রিয়া করেছে তার মান নির্ণয় কর।

ঘ. ৩ মিনিট পর থেকে বস্তুর উপর কী পরিমাণ টান কাজ করছে ? এই টানের মান চারগুণ করা হলে কৌণিক বেগের কী পরিবর্তন হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে বুঝিয়ে দাও।

২৪। বোরের হাইড্রোজেন পরমাণুর মডেলে একটি ইলেকট্রন একটি প্রোটনের চারদিকে 5.2×10^{-11} m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 2.18×10^6 m s⁻¹ বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেকট্রনের ভর 9.1×10^{-31} kg.

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. জড়তার ভ্রামক কিসের উপর নির্ভর করে ?

খ. টর্কের দিক কীভাবে পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকের আলোকে ইলেকট্রনের কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. ইলেকট্রন কক্ষপথ থেকে কেন ছিটকে পড়ছে না উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ কর। যে বল ইলেকট্রনকে কক্ষপথে আবদ্ধ রাখে তার মান কত ?

২৫। চারজন বালক সাইকেল চালিয়ে যাচ্ছিল। হঠাৎ একটি রাস্তার বাঁক অতিক্রম করতে গিয়ে তিনজন উল্টে পড়ে গেল। একজন পড়ল না। লোকজন দৌড়ে এসে তিনজনকে ওঠাল। একজন লোক ঐ তিনজনকে বলল যে, সাইকেল চালিয়ে রাস্তার বাঁক অতিক্রম করার কায়দা জানতে হয়, নইলে উল্টেতো পড়বেই। তার কথা শুনে অন্যরা তার মুখের দিকে অবাক হয়ে তাকিয়ে থাকল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কেন্দ্রমুখী বল কী ?

খ. কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ব্যাখ্যা কর।

গ. প্রমাণ কর যে, কোনো স্থির অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান একটি বস্তুর টর্ক তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগের গুণফলের সমান।

ঘ. সাইকেলে রাস্তার বাঁক অতিক্রম করার সময় কায়দা না জানলে উল্টে পড়তে হয়—কায়দাটা কী ? বাঁক নেয়ার সময় একটি নির্দিষ্ট কোণে হেলে গেলে পড়ে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে না। এই কোণের মান বের কর। আরোহীর বেগ বেশি হলে এবং বাঁকের ব্যাসার্ধ কম হলে কী হবে ?

২৬। চট্টগ্রাম কক্সবাজার হাইওয়ের একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 250 m। নিরাপদ গাড়ি চালানোর জন্য রাস্তাটিকে অনুভূমিকের সাথে 4° কোণ করে ঢালু রাখা হয়েছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. জড়তার ভ্রামকের মাত্রা নির্ণয় কর।

খ. কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হারের সাথে টর্কের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

গ. একটি গাড়ি কী 50 km h⁻¹ বেগে উক্ত বাঁক নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে ?

ঘ. রাস্তাটির প্রস্থ 2 m হলে এবং এর এক পাশ অনুভূমিক থেকে কত উঁচুতে অবস্থিত চিত্রসহকারে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

২৭। একটি গাড়ি রাস্তার 50 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার অংশে নিরাপদে সর্বোচ্চ 25 kmh⁻¹ বেগে বাঁক নিতে পারে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. টর্ক কী ?

খ. বলের ঘাত বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত রাস্তার ব্যাংকিং কোণ কত ?

ঘ. বৃত্তাকার পথে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীকে সাইকেলসহ কেন্দ্রের দিকে হেলে পড়তে হয় কেন যথাযথ যুক্তি ও সমীকরণসহ ব্যাখ্যা কর।

২৮। একটি হাইওয়ের প্রস্থ 4 m এবং একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 250 m। ফলে একটি গাড়ি সর্বোচ্চ 36 km h^{-1} বেগে নিরাপদে বাঁক নিতে পারে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী ?

খ. কেন্দ্রমুখী বল কিসের কিসের উপর নির্ভর করে ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত রাস্তার দুই পাশের উচ্চতার পার্থক্য নির্ণয় কর।

ঘ. কোনো গাড়ি সর্বোচ্চ 60 km h^{-1} বেগে বাঁক নেয়ার জন্য রাস্তার উচ্চতর প্রান্তের উচ্চতা আর কত বাড়তে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

২৯। সিমনের ভর 50 kg । সে একটি মাঠে 25 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 15 km h^{-1} বেগে 50 kg ভরের একটি সাইকেল চালাচ্ছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী ?

খ. কোনো বস্তুর কৌণিক বেগ কত হলে এর জড়তার ভ্রামক সংখ্যাগতভাবে এর গতি শক্তির দ্বিগুণ হবে ?

গ. সিমনকে বাঁক নেয়ার জন্য উল্লম্বের সাথে কত কোণে হেলতে হবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, সিমনের বেগ যত বেশি হবে এবং বাঁকের ব্যাসার্ধ যত কম হবে তাকে তত বেশি হেলে থাকতে হবে।

৩০। 20 kg ভরের একটি বস্তু 10 m s^{-1} বেগে এসে 2 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয়ে 8 m s^{-1} বেগে চলতে থাকে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ঘাত বল কী ?

খ. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলতে কী বুঝ ?

গ. সংঘর্ষের পর উদ্দীপকে উল্লেখিত ২য় বস্তুর বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ফলে সমান ভরের দুটি বস্তু বেগ বিনিময় করে—গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তা প্রমাণ কর।

৩১। 40 kg এবং 60 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 m s^{-1} ও 2 m s^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত হয়ে একটি বস্তু হয়ে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সংঘর্ষ কী ?

খ. ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি বর্ণনা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত মিলিত বস্তুটি কোন্ দিকে কত বেগে চলবে ?

ঘ. সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

৩২। টেনিস খেলোয়াড় মামুন প্রতিপক্ষের দ্রুত বেগে আসা 300 g ভরের টেনিস বলের উপর র‍্যাকেট দিয়ে 24 N বল 1 s ধরে প্রয়োগ করে। ফলে বলটি 50 m s^{-1} বেগে প্রতিপক্ষের কাছে ফিরে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ভরবেগের নিত্যতার সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলতে কী বুঝ ?

গ. টেনিস বলটি মামুনের র‍্যাকেটে কত বেগে আঘাত করেছিল ?

ঘ. “বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান”। উদ্দীপকের তথ্য থেকে গাণিতিকভাবে এর যথার্থতা যাচাই কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। বল কাকে বলে ?
- ২। বলের বৈশিষ্ট্য কী কী ?
- ৩। মৌলিক বল কী ? [চ. বো. ২০১৬]
- ৪। জড়তা কাকে বলে ?
- ৫। জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায় কী ?—আলোচনা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ৬। কাছে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু টিল ছুড়লে কাচ চূর্ণবিচূর্ণ হয়—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৬]
- ৭। ভর ও জড়তার ভ্রামকের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৫]
- ৮। নিউটনের প্রথম গতি সূত্রটি বিবৃত কর।
- ৯। নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্রটি লিখ বা বিবৃত কর।
- ১০। ভরবেগ কাকে বলে ?
- ১১। ভরবেগের মাত্রা কী ?
- ১২। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে প্রমাণ কর $\sum \vec{F} = m \vec{a}$ ।
- ১৩। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $\vec{F} = m \vec{a}$ এবং এর থেকে প্রথম সূত্রটি প্রতিপাদন কর।
- ১৪। নিউটনের গতিবিষয়ক দ্বিতীয় সূত্র থেকে বল পরিমাপের রাশিমালা নির্ণয় কর এবং তা থেকে দেখাও যে, বস্তুর উপর নিটবল শূন্য হলে বস্তুর বেগ অপরিবর্তিত থাকে।
- ১৫। বল কীভাবে ত্রিযাশীল থাকলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে তা ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৭]
- ১৬। বলের একককে মৌলিক এককের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [চ. বো. ২০১৫]
- ১৭। ভরকে জড় ভর বলা হয় কেন ? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৯]
- ১৮। ১ পাউন্ডাল বলের সংজ্ঞা দাও। [রা. বো. ২০১৬]
- ১৯। উদাহরণসহ নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর।
- ২০। বন্দুক হতে গুলি ছোড়ার সময় বন্দুক ও গুলির মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি ব্যাখ্যা কর।
- ২১। নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা কী ?
- ২২। বালির উপর দিয়ে হাঁটা কষ্টসাধ্য—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ২৩। নিউটনের সংজ্ঞা দাও।
- ২৪। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র লেখ। [য. বো. ২০১৬]
- ২৫। ভরবেগের সংরক্ষণ বা নিত্যতার সূত্র প্রতিপাদন বা প্রমাণ কর।
- ২৬। রকেট কীভাবে চলে ব্যাখ্যা কর এবং রকেটের উপর ধাক্কার রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ২৭। ঘূর্ণন অক্ষ কাকে বলে ?
- ২৮। জড়তার ভ্রামক কাকে বলে ? [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮; চ. বো. ২০১৯]
- ২৯। জড়তার ভ্রামক 50 kg m^2 বলতে কী বোঝায় ? [রা. বো. ২০১৭]
- ৩০। জড়তার ভ্রামকের একক কী ?
- ৩১। জড়তার ভ্রামকের মান কী কী বিষয়ের উপর নির্ভর করে ?
- ৩২। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৭]
- ৩৩। চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলতে কী বোঝায় ? [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৩৪। জড়তার ভ্রামকের সাথে চক্রগতির ব্যাসার্ধের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৬]
- ৩৫। কোনো অক্ষের সাপেক্ষে একটি বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.9 m বলতে কী বোঝায় ? [ঢা. বো. ২০১৯]

- ৩৬। কৌণিক সরণ কাকে বলে ?
- ৩৭। কৌণিক বেগ কাকে বলে ?
- ৩৮। কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে ?
- ৩৯। প্রমাণ কর যে, একক সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক, সংখ্যাগতভাবে এর গতি শক্তির দ্বিগুণ।
- ৪০। টর্ক কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৬, ২০১৭; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮; য. বো. ২০১৯; সি. বো. ২০১৯]
- ৪১। টর্কের মাত্রা নির্ণয় কর।
- ৪২। টর্কের একক কী ?
- ৪৩। প্রমাণ কর যে, কোনো স্থির অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান একটি বস্তুর টর্ক তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণের গুণফলের সমান।
- ৪৪। দ্বন্দ্ব কাকে বলে? [চা. বো. ২০১৯]
- ৪৫। কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে ? [চা. বো. ২০১৭; রা. বো. ২০১৫; ব. বো. ২০১৯]
- ৪৬। কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্ক কখন শূন্য হয় ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]
- ৪৭। কৌণিক ভরবেগের মাত্রা কী ?
- ৪৮। কৌণিক ভরবেগের একক নির্ণয় কর।
- ৪৯। বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর কৌণিক ভরবেগের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৫০। প্রমাণ কর, $L = I \omega$
- ৫১। দেখাও যে, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক সংখ্যাগতভাবে এর কৌণিক ভরবেগের সমান। [চ. বো. ২০১৫]
- ৫২। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে নিউটনের গতি সূত্রগুলো বর্ণনা কর।
- ৫৩। কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর।
- ৫৪। কেন্দ্রমুখী বল বলতে কী বুঝ ? [রা. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৬]
- ৫৫। কেন্দ্রমুখী বলের মান কোন কোন বিষয়ের উপর কীভাবে নির্ভর করে ?
- ৫৬। ঘূর্ণনরত বস্তুর কৌণিক ভরবেগ কোন শর্তে শূন্য হয়—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]
- ৫৭। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত নয়—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৬]
- ৫৮। কেন্দ্রবিমুখী বল কাকে বলে ?
- ৫৯। পানি ভর্তি বালতি উল্লস তলে ঘুরালে পানি পড়ে না কেন ? ব্যাখ্যা কর। [মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৯]
- ৬০। বক্রপথে সাইকেল আরোহীর গতি ব্যাখ্যা কর।
- ৬১। রাস্তার বাঁকে আরোহীকে ভেতরের দিকে আনত হতে হয় কেন ? ব্যাখ্যা কর।
- ৬২। বাঁকা পথে সাইকেল আরোহীর উল্লসের সাথে হেলানো কোণের রাশিমালা নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, তার বেগ বৃদ্ধি পেলে তাকে বেশি হেলতে হবে।
- ৬৩। মোটর চলাচলের রাস্তার বা রেলপথের ব্যাংকিং বলতে কী বুঝ ? ব্যাংকিং কোণের জন্য সমীকরণ নির্ণয় কর।
- ৬৪। রাস্তায় ব্যাংকিং প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। [চা. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৭]

- ৬৫। রাস্তার বাঁকের ভিতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু হয় কেন? [য. বো. ২০১৬; দি. বো. ২০১৯]
- ৬৬। বাঁক নেয়া রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইন বোর্ডে গাড়ির গতিবেগ 60 km h^{-1} লেখা থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৬]
- ৬৭। রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ কোন দিকে কত কোণে ঢালু রাখা হয় এর কারণসহ ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৭]
- ৬৮। ঘাত বল কাকে বলে? [চ. বো. ২০১৫; ব. বো. ২০১৬; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ৬৯। বলের ঘাত বলতে কী বুঝ? [য. বো. ২০১৭; কু. বো. ২০১৯]
- ৭০। বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান—মাত্রা সমীকরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৫]
- ৭১। বলের ঘাতের বৈশিষ্ট্য কী কী? [কু. বো. ২০১৫]
- ৭২। সংঘর্ষ কাকে বলে?
- ৭৩। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য কী? [ঢা. বো. ২০১৭]
- ৭৪। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? [ঢা. বো. ২০১৫; কু. বো. ২০১৯; দি. বো. ২০১৯]
- ৭৫। সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হলে বস্তু দুটি বেগ বিনিময় করে—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৭]
- ৭৬। দেখাও যে, দুটি সমান ভরের বস্তুর মধ্যে একটি যদি স্থির থাকে তাহলে সংঘর্ষের ফলে গতিশীল বস্তুটি থেমে যাবে এবং স্থির বস্তুটি গতিশীল বস্তুর বেগ নিয়ে চলতে থাকবে।
- ৭৭। m_1 ও m_2 ভরের বস্তু v_{1i} ও v_{2i} বেগে পরস্পরের সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হলে সংঘর্ষের পরে বস্তুদ্বয়ের বেগের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৭৮। একটি ভারী স্থির বস্তু ও হালকা গতিশীল বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে তাদের বেগের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৭৯। দুটি বস্তু সংঘর্ষের পর এঙ্গ আটকে গেলে সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক হবে কী? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ৮০। দুটি বস্তু সংঘর্ষের পর এক সঙ্গে আটকে গেলে সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক হবে কী? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ৮১। একজন দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকেন কেন? [ঢা. বো. ২০১৫]
- ৮২। একজন সাঁতারু যখন ডাইভিং মঞ্চ থেকে সুইমিংপুলে ডাইভ দেন তখন তার শরীরের অঙ্গভঙ্গি পরিবর্তন করেন কেন?
- ৮৩। একজন ক্রিকেট খেলায় মাঠে বল ধরার সময় হাত পিছনে নেন কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]

ষ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

- ১। 36 kg ভরের একটি বস্তুর উপর কত বল প্রযুক্ত হলে ১ মিনিটে এর বেগ 15 km h^{-1} বৃদ্ধি পাবে? [উ: 2.5 N]
- ২। 10 g ভরের একটি বুলেট 300 m s^{-1} বেগে এক টুকরা কাঠের মধ্যে 4.5 cm প্রবেশ করে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান নির্ণয় কর। ঐ দূরত্ব যেতে বুলেটটির কত সময় লেগেছে? [উ: 10^4 N ; $3 \times 10^{-4} \text{ s}$]
- ৩। 45 km h^{-1} বেগে চলন্ত একজন মোটর গাড়ির চালক হঠাৎ 26 m সামনে একটি বালককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে তিনি ব্রেক চেপে দিলেন। ফলে গাড়িটি বালকের 1 m সামনে এসে থেমে গেল। গাড়িটি থামাতে কত সময় লাগল এবং এর উপর কত বল প্রযুক্ত হলো? আরোহী সমেত গাড়ির ভর 1000 kg । [উ: 4 s ; 3125 N]

- ৪। 20 N এর একটি বল 5 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। যদি 5 s পর বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায়, তবে প্রথম থেকে 12 s-এ বস্তু কত দূর যাবে? [উ: 190 m]
- ৫। একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 15 N এর একটি বল এর উপর 4 সেকেন্ড ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোনো কাজ করল না। বস্তুটি এরপর 9 সেকেন্ডে 54 m দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর কত? [উ: 10 kg]
[রুয়েট ২০১২-২০১৩; চ. বো. ২০০৩]
- ৬। 5 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 10 g ভরের গুলি 400 m s⁻¹ বেগে বেরিয়ে গেল। বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ কত? [উ: 0.8 m s⁻¹]
- ৭। স্কেটিং জুতা পায়ে দাঁড়ানো রুমার কাছে নয়ন 3.3 kg ভরের একটি বল ছোঁড়ে। রুমার ভর 48 kg। বলটি লোফার সাথে সাথে রুমা 0.32 m s⁻¹ বেগে গতিশীল হয়। রুমা যখন বলটি ধরে তখন বলটির বেগ কত ছিল? [উ: 4.97 m s⁻¹]
- ৮। 600 kg ভরের একখানি গাড়ি 20 m s⁻¹ বেগে সরলপথে চলতে চলতে 1400 kg ভরের একখানি স্থির ট্রাকের সাথে ধাক্কা খেয়ে আটকে গেল। মিলিত গাড়ি দুটির বেগ কত হবে? [উ: 6 m s⁻¹]
- ৯। 4 kg ভরের একটি হাঁসপাখি একটি গাছের ডালে বসে আছে। পাখিটিকে 20 g ভরের একটি বুলেট 200 m s⁻¹ বেগে অনুভূমিকভাবে আঘাত করল। বুলেটটি পাখির মধ্যে রয়ে গেলে পাখিটির অনুভূমিক বেগ কত হবে নির্ণয় কর। [উ: 0.995 m s⁻¹]
- ১০। 40 kg এবং 60 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 m s⁻¹ ও 2 m s⁻¹ বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে চলবে? [উ: 2.8 m s⁻¹]
[শা.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭; চ. বো. ২০০৫; ব. বো. ২০১২]
- ১১। 100 kg এবং 200 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 20 m s⁻¹ ও 10 m s⁻¹ বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত থেকে কত বেগে কোন্ দিকে চলবে? [উ: 0, বস্তুদ্বয় স্থির হয়ে যাবে।] [সি.বো. ২০০২]
- ১২। 3 kg ভরের একটি বল 2 m s⁻¹ বেগে পূর্বদিকে চলছে। 1 kg ভরের অপর একটি বল 2 m s⁻¹ বেগে পশ্চিম দিকে চলছে। কোনো এক সময় বল দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল। মিলিত বলটি কত বেগে কোন্ দিকে চলবে? [উ: 1 m s⁻¹ বেগে পূর্ব দিকে]
- ১৩। উৎক্ষেপণের পূর্বে একটি রকেট ও তার জ্বালানির ভর 1.9×10^3 kg। রকেটের সাপেক্ষে জ্বালানি 2.5×10^3 m s⁻¹ বেগে নির্গত হলে এবং জ্বালানি 7.4 kg s⁻¹ হারে ব্যয়িত হলে রকেটের উপর ধাক্কা নির্ণয় কর। [উ: 1.85×10^4 N]
- ১৪। 300 kg ভরের কোনো নৌকার দুই গলুই থেকে 20 kg এবং 25 kg ভরের দুটি বালক যথাক্রমে 3.25 m s⁻¹ এবং 2 m s⁻¹ বেগে দুদিকে লাফ দেয়। নৌকাটি কত বেগে কোন্ দিকে চলবে?
[উ: 25 kg ভরের বালক যে দিকে লাফ দেয় নৌকাটি সে দিকে 0.05 m s⁻¹ বেগে চলবে]
- ১৫। একটি চাকার ভর 6 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 40 cm। চাকাটি প্রতি মিনিটে 300 বার ঘুরে। এর জড়তার ভ্রামক এবং ঘূর্ণন গতিশক্তি বের কর। [উ: 0.96 kg m²; 473.26 J]
- ১৬। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.25 m। এর জড়তার ভ্রামক কত? চাকাটিতে 4 rad s⁻² কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?
[উ: 0.3125 kg m²; 1.25 N m]

[য. বো. ২০০৮; চ. বো. ২০০১; রা. বো. ২০১১; দি. বো. ২০০৯; মদ্রাসা বোর্ড ২০১৫]

- ১৭। একটি নির্দিষ্ট অক্ষকে কেন্দ্র করে 13 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত একটি চাকার গতিশক্তি 29 J । ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে চাকাটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। [উ: 0.34 kg m^2]
- ১৮। 5 kg ভরের একটি দৃঢ় বস্তু ঘূর্ণন অক্ষ থেকে 1.5 m দূরে 5 rad s^{-1} কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরছে। এর জড়তার ভ্রামক এবং ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উ: 11.25 kg m^2 ; 140.63 J]
- ১৯। একটি বিমানের প্রপেলারের ভর 70 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 75 cm । এর জড়তার ভ্রামক বের কর। একে 4 rev s^{-2} কৌণিক ত্বরণ দিতে প্রয়োজনীয় টর্কের মান বের কর। [উ: 39.38 kg m^2 ; 989.23 N m]
- ২০। 6000 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 80 kg m^2 । সুস্থম ব্রেক প্রয়োগ করে একে 30 s এ থামানো হলো। (ক) ব্রেক প্রয়োগ করা হলে এর কৌণিক ত্বরণ কত? (খ) এই সময়ে এটি কতবার ঘুরবে? (গ) ব্রেকটি কত টর্ক সরবরাহ করে? [উ: (ক) -200 rad s^{-2} (খ) 14331.2 rev (গ) 16000 N m]
- ২১। একটি ধাতব গোলকের ভর 0.04 kg । এটিকে 2 m দীর্ঘ একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে প্রতি সেকেন্ডে ৫ বার ঘুরানো হচ্ছে। গোলকটির কৌণিক ভরবেগ কত? [উ: $5.024 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$] [রা. বো. ২০০৮]
- ২২। একটি অনুভূমিক তল বরাবর সুতায় বাঁধা একটি টিলকে সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। টিলটির ভর 5 kg , বেগ 3 m s^{-1} এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 1.2 m হলে কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর। [উ: 37.5 N]
- ২৩। সাইক্লোট্রন নামক একটি ত্বরক যন্ত্রে প্রোটন 80 cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরে। একটি তড়িৎ চুম্বক বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে $8 \times 10^{-13} \text{ N}$ বল সরবরাহ করে। প্রোটনের ভর $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ হলে এর বেগ কত? [উ: $1.96 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$]
- ২৪। 4 g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 1.5 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5 s এ ২০ বার পূর্ণ আবর্তন করছে। সুতার টান নির্ণয় কর। [উ: 3.8 N] [ব. বো. ২০০৭; কু. বো. ২০০৬]
- ২৫। 0.250 kg ভরের একটি পাথরখণ্ডকে 0.75 m লম্বা একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরালে সুতার উপর টান নির্ণয় কর। [উ: 16.66 N] [চ. বো. ২০০৩; ব. বো. ২০০১]
- ২৬। কোনো মোটর সাইকেল আরোহী 100 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে ঘুরলে তিনি উল্লম্ব তলের সাথে 30° কোণে আনত থাকেন? [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$] [উ: 23.79 m s^{-1}] [চ. বো. ২০০৩]
- ২৭। কোনো সাইকেল আরোহী 50 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 9.8 m s^{-1} বেগে ঘুরতে গেলে উল্লম্ব তলের সাথে কত কোণে আনত থাকতে হবে? [উ: 11°] [ব. বো. ২০১৫]
- ২৮। মোটর চলাচলের একটি রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ 1 km । রাস্তাটি অনুভূমিকের সাথে 4° কোণ করে ঢালু করা আছে। একটি মোটর গাড়ি নিরাপদে সর্বোচ্চ কত বেগে এই বাঁক অতিক্রম করতে পারে। [উ: 26.18 m s^{-1}]
- ২৯। 13 m s^{-1} বেগে একটি গাড়িকে নিরাপদে 30 m ব্যাসার্ধের একটি বাঁক অতিক্রম করতে হলে বাঁকটিকে কত কোণে ঢালু করতে হবে? [উ: 29.89°]
- ৩০। 100 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 60 km h^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে হলে পথটিকে কত ডিগ্রি কোণে আনত রাখতে হবে? [উ: 15.8°] [য. বো. ২০০৩]
- ৩১। 100 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে কোনো মোটর সাইকেল আরোহী কত বেগে ঘুরলে উল্লম্ব তলের সাথে তিনি 30° কোণে আনত থাকবেন? [উ: 16.82 m s^{-1}] [কু. বো. ২০০৮; চ. বো. ২০০৬]

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

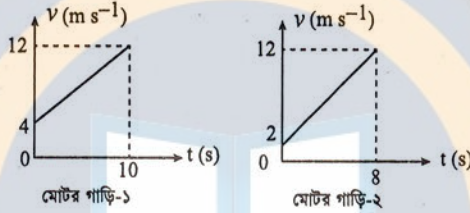
- ৩২। সার্কাস পার্টিতে একজন পারফরমার 5 kg ভরের একটি গোলককে ভূমি হতে 1.5 m উপরে অনুভূমিক তলে 2 m লম্বা রশির সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘোরানছেন। গোলকটি প্রতি মিনিটে 20 বার আবর্তন করে। ঘূর্ণায়মান অবস্থায় হঠাৎ রশিটি ছিঁড়ে যায়।

(ক) আবর্তনশীল গোলকটি কেন্দ্রের দিকে কত বল অনুভব করবে?

(খ) পারফরমার হতে দর্শক সারির দূরত্ব কেমন হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

উ: (ক) 43.87 N ; (খ) রশিটি ছিঁড়ে গেলে গোলকটি 2.32 m দূরে গিয়ে পড়বে। রশিটির দৈর্ঘ্য 2 m। সুতরাং পারফরমার হতে দর্শকের প্রথম সারির দূরত্ব $2.32 \text{ m} + 2 \text{ m} = 4.32 \text{ m}$ এর চেয়ে বেশি হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না। [চ. বো. ২০১৫]

- ৩৩। নিম্নে সমতল রাস্তায় দুটি মোটরগাড়ির বেগ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো। গাড়ি দুটির ভর যথাক্রমে 500 kg ও 320 kg। উভয় গাড়ির চাকা ও রাস্তার ঘর্ষণজনিত বল 120 N।



(ক) ১ম মোটরগাড়ি 5s এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে নির্ণয় কর।

(খ) গাড়ি দুটি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের তুলনা করে তোমার মতামত দাও।

উ: (ক) 30 m ; (খ) উভয় গাড়ি কর্তৃক প্রযুক্ত বল 520 N। [ঢা. বো. ২০১৬]

- ৩৪। 1 m প্রস্থের একটি রাস্তার বাইরের কিনারা ভেতরের কিনারা হতে উঁচু। 200 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার মোড় নেওয়ার সময় একজন গাড়ি চালক রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইনবোর্ড 60 km h^{-1} লেখা দেখল। এ সময় গাড়িটির বেগ ছিল 50 km h^{-1} ।

(ক) ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত বেগে গাড়ি চালালে, চালক নিরাপদে মোড় নিতে পারবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

উ: (ক) 8.07° ;

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত বেগে গাড়ি চালালে নিরাপদে মোড় নেওয়ার জন্যে ব্যাংকিং কোণ 5.6° হওয়া প্রয়োজন। কিন্তু রাস্তার ব্যাংকিং কোণ 8.07° । সুতরাং উদ্দীপকে উল্লেখিত বেগে গাড়ি চালালে চালক নিরাপদে মোড় নিতে পারবে। [সি. বো. ২০১৬]

- ৩৫। রাস্তার কোনো এক বাঁকের ব্যাসার্ধ 50 m এবং রাস্তার উভয় পার্শ্বের উচ্চতার পার্থক্য 0.5 m. রাস্তার প্রস্থ 5 m.

(ক) রাস্তার প্রকৃত ব্যাংকিং কোণ কত?

(খ) উদ্দীপকের রাস্তায় 108 km/h বেগে একটি গাড়ি নিরাপদে চালানো সম্ভব কিনা-গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

উ: 5.7° ; (খ) 108 km h^{-1} বেগে নিরাপদে গাড়ি চালানোর জন্যে রাস্তায় ব্যাংকিং হওয়া প্রয়োজন 61.4° কিন্তু রাস্তার প্রকৃত ব্যাংকিং 5.7° । সুতরাং 108 km h^{-1} বেগে নিরাপদে গাড়ি চালানো সম্ভব নয়। [রা. বো. ২০১৭]

৩৬। মিটার গেজ ও ব্রডগেজ রেললাইনের দুট পাতের মধ্যবর্তী দূরত্ব যথাক্রমে 0.8 m ও 1.3 m। যে স্থানে বাঁকের ব্যাসার্ধ 500 m ঐ স্থানে লাইনগুলোর মধ্যে উচ্চতার পার্থক্য যথাক্রমে 7.00 cm ও 11.37 cm।

(ক) প্রথম লাইনের ব্যাংকিং কোণ কত?

(খ) কোন লাইনে রেলগাড়ি অধিক দ্রুততার সাথে বাঁক নিতে পারবে—গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

উ: (ক) 5° ; (খ) প্রথম লাইনে বাঁক নেওয়ার সর্বোচ্চ বেগ = 20.74 m s^{-1} এবং দ্বিতীয় লাইনে বাঁক নেওয়ার সর্বোচ্চ বেগ = 20.74 m s^{-1} অর্থাৎ উভয় লাইনে রেলগাড়ির সর্বোচ্চ সমান বেগে বাঁক নিতে পারবে।

[সি. বো. ২০১৭]

৩৭। নয়ন 25 g ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 1 m দীর্ঘ একটি সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। পাথর খণ্ডটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার ঘুরছে। পাথরের ঘূর্ণন সংখ্যা একই রেখে সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলো। সুতা সর্বাধিক 40 N বল সহ্য করতে পারে।

(ক) প্রথম ক্ষেত্রে পাথরটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

(খ) নয়ন সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে ঘূর্ণন সফলভাবে সম্পন্ন করতে পারবে কিনা—গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

উ: (ক) $0.7854 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$;

(খ) সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করলে সুতার উপর 49.348 N টান প্রযুক্ত হবে। কিন্তু সুতা সর্বাধিক 40 N টান সহ্য করতে পারে। সুতরাং সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে নয়ন সফলভাবে ঘূর্ণন সম্পন্ন করতে পারবে না।

[দি. বো. ২০১৭]

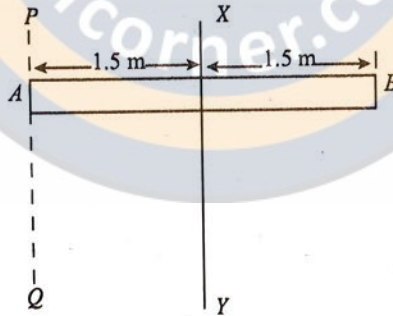
৩৮। 8 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.2 m দীর্ঘ দড়ি দিয়ে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে 2 rad s^{-1} বেগে ঘুরান হচ্ছে।

(ক) ঘূর্ণায়মান বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ কত?

(খ) বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে টর্কের কীরূপ পরিবর্তন হবে?

উ: (ক) $0.64 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$; (খ) বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে টর্কও অর্ধেক হবে। [য. বো. ২০১৬]

৩৯।



চিত্রে দণ্ডের ভর 3 kg, XY ঘূর্ণন অক্ষ

(ক) দণ্ডটিকে XY অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরালে চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত হবে?

(খ) XY অথবা PQ—কোন অক্ষ সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো অধিকতর সহজ হবে, গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

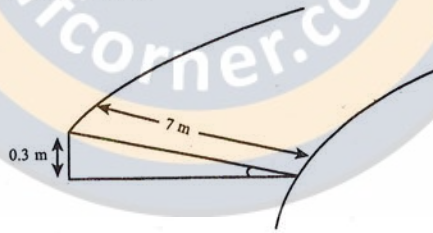
উ: (ক) 0.866 m; (খ) XY অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক $I_{XY} = 2.25 \text{ kg m}^2$ এবং PQ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক $I_{PQ} = 9 \text{ kg m}^2$

$\therefore I_{XY} < I_{PQ} \therefore$ XY অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটি ঘুরানো অধিকতর সহজ হবে। [অভিনব প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

- ৪০। গাছ থেকে 5.5 m s^{-2} ত্বরণে একটি ডাব সোজা নিচের দিকে পড়ছে। যদি বাতাসের বাধা 8.6 N হয় তবে ডাবটির ওজন কত হবে ?
[উ: 19.6 N বা 2 kg-wt] [ই. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪১। 30 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর বেগ 2 মিনিটে বৃদ্ধি পেয়ে 36 km h^{-1} -এ উন্নীত করার জন্য বস্তুটির উপর কত বল প্রয়োগ করতে হবে ?
[উ: 2.5 N] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪২। 7 kg ভরের কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত একটি বল $\vec{F} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ N}$ হলে যেখানে \hat{i} , \hat{j} এবং \hat{k} একক ভেক্টর। বস্তুটি কত ত্বরণ প্রাপ্ত হবে ?
[উ: 1 m s^{-2}] [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৪৩। ঘণ্টায় 40 মাইল বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক 59 গজ দূরে একটি ছোট ছেলেকে দেখতে পেল। সঙ্গে সঙ্গে সে ব্রেক চেপে দিল। ছেলেটির 1 ফুট আগে এসে গাড়িটি থেমে গেল। গাড়িটি থামাতে কত সময় লেগেছে এবং প্রযুক্ত বলের মান কত ? আরোহী সমেত গাড়ির ভর 1 টন।
[উ: 6 s ; 21556.6 poundal] [রুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৪৪। 30 kg ভরের একটি শেল 48 m s^{-1} বেগে উড়ছে। শেলটি বিস্ফোরিত হয়ে দুই টুকরা হলে, 18 kg ভরের টুকরাটি স্থির হয়ে যায় এবং বাকি টুকরাটি উড়ে যায়। বাকি অংশের বেগ কত ?
[উ: 120 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৪৫। মাঠের মধ্য দিয়ে গড়িয়ে যাওয়া 0.5 kg ভরের একটি ফুটবল 50 m দূরত্বে গিয়ে থেমে গেল। ফুটবলটির প্রাথমিক বেগ 30 m s^{-1} হলে ঘর্ষণ বলের মান কত ?
[উ: 6.3 N] [কুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- ৪৬। স্থির পানির উপর ভাসমান একটি নৌকা হতে একজন লোক অনুভূমিক দিকে লাফ দিয়ে তীরে পৌঁছাল। বাকি লোকসহ নৌকার ভর 300 kg । লাফ দেওয়া লোকের ভর 60 kg । লাফের বেগ 29 m s^{-1} । এমতাবস্থায় নৌকায় অবস্থিত 9.75 kg ভরের একটি স্থির বলকে কিক মারা হলো। ফলে ফুটবলটি একই দিকে 18 m s^{-1} বেগ প্রাপ্ত হলো। পা কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত নির্ণয় কর।
[উ: 16.5 kg m s^{-1}] [রুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- ৪৭। 900 kg ভরের একটি ট্রাক ঘণ্টায় 60 km বেগে চলে। ব্রেক চেপে ট্রাকটিকে 50 m দূরে থামানো হলো। যদি মাটির ঘর্ষণজনিত বল 200 N হয়, তবে ব্রেকজনিত বলের মান নির্ণয় কর।
[উ: 12300 N] [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৪৮। 20 m s^{-1} বেগে আগত 0.2 kg ভরের ক্রিকেট বলকে একজন খেলোয়াড় ক্যাচ ধরে 0.1 s সময়ের মধ্যে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত গড় বল কত ?
[উ: 40 N] [বুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৪৯। 150 g ভরের একটি ক্রিকেট বল 12 m s^{-1} বেগে ফিরে আসে। আঘাত বলের ক্রিয়াকাল 0.01 s হলে, ব্যাট কর্তৃক বলের উপর প্রযুক্ত গড় বল নির্ণয় কর।
[উ: 180 N] [বুয়েট ১৯৯৫-১৯৯৬]
- ৫০। 25 g ভরের একটি বুলেট 100 cm s^{-1} বেগে 15 cm পুরু একটি কাঠের দেয়ালে প্রবেশ করে ও দেয়াল ভেদ করে 75 cm s^{-1} বেগে বেরিয়ে যায়। বুলেটের গড় বল কত ?
[উ: 0.03645 N] [রুয়েট ২০০৮-২০০৯, ২০০৭-২০০৮]
- ৫১। 25 g ভরের একটি বুলেট $6 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$ গতিবেগে একটি কাঠের গুড়ির মধ্যে প্রবেশ করে। কাঠের গুড়ির মধ্যে 15 cm প্রবেশ করার পর বুলেটটি থেমে যায়। বুলেটের গড় বল কত ? [উ: $30,000 \text{ N}$] [রুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৫২। মহাকাশে অবস্থিত একটি শ্যাটল মহাকাশ যানের ভর $3 \times 10^3 \text{ kg}$ এবং জ্বালানির ভর $50,000 \text{ g}$ । জ্বালানি 15 kg s^{-1} হারে ব্যবহৃত হলে এবং 150 m s^{-1} সুস্থম দ্রুতিতে নির্গত হলে শ্যাটল যানের উপর ধাক্কা নির্ণয় কর।
[উ: 2250 N] [বুয়েট ২০০৮-২০০৯]

- ৫৩। 10,000 kg জ্বালানিসহ একটি রকেটের ভর 15000 kg। জ্বালানি যদি 200 kg s^{-1} হারে পুড়ে রকেটের সাপেক্ষে 2000 m s^{-1} বেগে নির্গত হয়, তাহলে রকেটের উপর ধাক্কা বা থ্রাস্ট কত? [উ: $4 \times 10^5 \text{ N}$] [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫৪। 100 kg ভরের একজন লোক লিফটে দাঁড়িয়ে আছে। লিফটটি যদি 2 m s^{-2} ত্বরণে উপরের দিকে উঠতে থাকে তাহলে লোকটির উপর উর্ধ্বমুখী প্রতিক্রিয়া বল কত? [উ: 1180 N] [কয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৫৫। একটি 70 kg ভরের বস্তু একটি লিফটের উপর স্থির অবস্থায় আছে। লিফটের উর্ধ্বমুখী ত্বরণ 2 m s^{-2} হলে বস্তুর উপর মেঝে কর্তৃক প্রযুক্ত বল কত? [উ: 82.6 N] [রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫৬। 2 m s^{-2} ত্বরণে উপরে উঠন্ত একটি লিফটে একটি লোক দাঁড়ানোর ফলে উর্ধ্বমুখী বল 1180 N হলে লোকটির ভর কত হবে? [উ: 100 kg] [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫৭। 1000 kg ভরের উড়োজাহাজ স্থির বেগে খাড়া উপরের দিকে উড্ডয়ন করছে। বাতাসের ঘর্ষণ 1800 N হলে উড়োজাহাজের ওপর নিট বল কত হবে? [উ: 0 N] [বুয়েট ২০১২-২০১৩]
- ৫৮। 4 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 0.005 kg ভরের একটি গুলি 200 m s^{-1} বেগে বের হলে বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ কত? [উ: 0.25 m s^{-1}] [য. বি. প্র. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫৯। 6 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 0.01 kg ভরের একটি গুলি 300 m s^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বন্দুকের পশ্চাৎবেগ কত? [উ: 0.5 m s^{-1}] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬০। একটি 8 kg ভরের চাকার চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm হলে এর জড়তার ভ্রামক কত হবে? চাকাটিতে 3 rad s^{-1} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে হলে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে? [উ: 0.5 kg m^2 ; 1.5 N m] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- ৬১। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.25। এর জড়তার ভ্রামক কত? [উ: 0.2 kg m^2] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬২। একটি চাকার ভর কেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে এর ঘূর্ণন জড়তা 1.5 kg m^2 এবং ভর 4 kg হলে ব্যাসার্ধ কত? [উ: 0.866 m] [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬৩। একটি গোলককে 2 m দীর্ঘ একটি সুতার একপ্রান্তে বেঁধে প্রতি সেকেন্ডে 5 বার ঘুরানো হয়। গোলকটির কৌণিক ভরবেগ কত? কেন্দ্রমুখী বল কত? $m = 0.05 \text{ kg}$ । [উ: $6.28 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$; 98.696 N]
- ৬৪। 50 g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 3 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5 সেকেন্ডে 20 টি পূর্ণ আবর্তন করলে সুতার টান কত? [উ: 94.75 N] [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৬৫। 5 kg ভর ও 0.25 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বেলুন 50 rad s^{-1} কৌণিক বেগে গড়াতে থাকলে তার গতিশক্তি কত? [উ: 585.9 J] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৬৬। কোনো সাইকেল আরোহীকে 100 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে ঘুরতে হবে, যাতে সে উল্লম্ব তলের সাথে 30° কোণে আনত থাকে? [উ: 23.787 m s^{-1}] [কয়েট ২০১০-২০১১]
- ৬৭। একটি ইলেকট্রন পরমাণু নিউক্লিয়াসের চতুর্দিকে 1.1 \AA ব্যাসার্ধ একটি বৃত্তাকার পথে $4 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ বেগে প্রদক্ষিণ করে। ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী বলের মান কত? [উ: $1.32 \times 10^{-7} \text{ N}$] [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৬৮। R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে একটি কণা 4 বার পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করল। কণাটির সরণ ও অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? [উ: 0; $8\pi R$] [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬৯। 6.0 kg ভরের একটি বস্তুকে 3.0 m দীর্ঘ একটি সুতার প্রান্তে বেঁধে 2.0 m s^{-1} বেগে ঘুরানো হচ্ছে। সুতার টান কত নিউটন (N) হবে? [উ: 8 N] [শা.বি.প্র.বি. ২০১৫-২০১৬]

- ৭০। একটি রাস্তা 100 m ব্যাসার্ধে বাঁক নিয়েছে। ঐ স্থানে রাস্তা চওড়া 5 m এবং ভিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 50 cm উঁচু। সর্বোচ্চ কত বেগে ঐ স্থানে নিরাপদে বাঁক নেয়া যাবে? [উ : 9 m s^{-1}] [রুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৭১। একটি রাস্তা 60 m ব্যাসার্ধে বাঁক নিচ্ছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি 6 m চওড়া এবং ভিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 0.06 m উঁচু। সর্বোচ্চ কত বেগে ঐ স্থানে নিরাপদে বাঁক নেওয়া সম্ভব? [উ : 7.66 m s^{-1}] [চুয়েট ২০০৮-'০৯]
- ৭২। একটি গ্রামোফোন রেকর্ড চক্রাকারে প্রতি মিনিটে 78 বার স্থির গতিতে ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 30 s পর রেকর্ডটি থেমে যায়। রেকর্ডটি স্থিরাবস্থায় আসার আগে কতবার ঘুরেছিল? [উ : 19.5 বার] [সি. কৃ. বি. ২০১৭-২০১৮]
- ৭৩। একটি রেললাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ 450 m এবং রেললাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 m। ঘণ্টায় 75.6 km বেগে চলন্ত গাড়ির ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় ব্যাংকিং এর জন্য বাইরের লাইনের পাতকে ভিতরের লাইনের পাত অপেক্ষা কতটুকু উঁচু করতে হবে? [উ : 0.0995 m] [রুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- ৭৪। 25.2 km h^{-1} বেগে চলা একজন সাইকেল আরোহী 5 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার মোড় ঘুরছিল। কোনো দুর্ঘটনা এড়াতে ভূমির সাথে কতটা হেলে তাকে চলতে হবে? [উ : 45°] [রুয়েট ২০০৮-২০০৫]
- ৭৫। একটি রেল লাইনের বাঁকের ব্যাসার্ধ 250 m এবং রেল লাইনের পাতদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 m। ঘণ্টায় 50 km বেগে চলন্ত গাড়ির ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় ব্যাংকিং এর জন্য বাইরের লাইনের পাতকে ভিতরের লাইনের পাত অপেক্ষা কতটুকু উঁচু করতে হবে? [উ : 0.079 m] [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৭৬। 4 g ভরের একটি বস্তু 6 m উঁচু স্থান হতে পতিত হয়ে কাদায় 5 cm প্রবেশ করে স্থির হয়ে গেল। বস্তুর উপর কাদার গড় ধাক্কার পরিমাণ নির্ণয় কর। [উ : 4.7432 N] [বুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৭৭। 4, 5 এবং 6 একক ভরের তিনটি কণার স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (4, 0, -1), (3, -2, 3) এবং (2, 1, 4) হলে Z অক্ষের সাপেক্ষে তাদের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [উ : 159 একক ; 3.26 একক] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৭৮। 1000 kg ভরের একটি বাস 78125 J গতিশক্তি নিয়ে রাস্তায় চলার সময় হঠাৎ 145 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকের সম্মুখীন হলো, যা নিচের চিত্রে দেখানো হয়েছে। [কু. বো. ২০১৯]



(ক) বাসটির ভরবেগ নির্ণয় কর।

(খ) বাসটি গতিবেগ না কমিয়ে উদ্দীপকে প্রদর্শিত রাস্তার বাঁকটি নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[উ : (ক) $12500 \text{ kg m s}^{-1}$; (খ) নিরাপদে বাঁক অতিক্রম করার জন্য বেগ হওয়া প্রয়োজন 7.8 m s^{-1} ; কিন্তু বাসের বেগ 12.5 m s^{-1} । সুতরাং বাসটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে না।] [কু. বো. ২০১৯]

- ৭৯। 5 kg ও 7 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 5 m s^{-1} এবং 6 m s^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিক হতে এসে সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় একত্রে মিলিত হয়ে নির্দিষ্ট দিকে চলতে শুরু করে।

(ক) উদ্দীপকের বস্তুদ্বয়ের চূড়ান্ত বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের বস্তুদ্বয়ের সংঘর্ষ স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক—গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

[উ : (ক) 1.42 m s^{-1} , 7 kg ভরের বস্তুর বেগের দিকে;

(খ) সংঘর্ষের পূর্বে মোট গতিশক্তি $E_1 = 188.5$ এবং সংঘর্ষের পরে মোট গতিশক্তি $E_2 = 12.098 \text{ J}$ । যেহেতু $E_1 \neq E_2 \therefore$ সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক। [ব. বো. ২০১৯]

৮০। ১ম এবং ০.৭০৭ম দৈর্ঘ্যের দুটি সরু সুখম দণ্ডের ভরদ্বয় যথাক্রমে ১০ kg এবং ২০ kg, এদের উভয়ই দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত এবং মধ্যবিন্দুগামী অক্ষের সাপেক্ষে প্রতি মিনিটে যথাক্রমে ৩০০ বার এবং ৩৬০ বার একটি মোটরের সাহায্যে সম-কৌণিক বেগে ঘুরছে। মোটরটি বন্ধ হয়ে গেলে ১ম দণ্ডটি ২০ s সময়ের মধ্যে থেমে যায়।

(ক) মোটরটি বন্ধ হয়ে যাবার পর ১ম দণ্ডটি কতটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করবে?

(খ) ঘূর্ণনরত দণ্ডদ্বয়ের কৌণিক গতিশক্তির গাণিতিক তুলনা কর।

উ : (ক) ৫০ বার ; (খ) $E_1 : E_2 = 1 : 1.44$

[য. বো. ২০১৯]

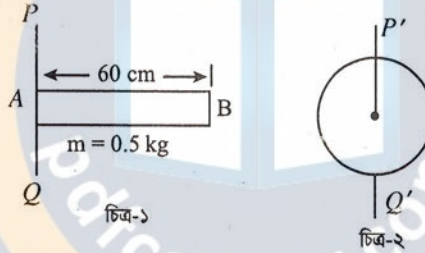
৮১। রহিম ৮০ cm দৈর্ঘ্যের একখণ্ড সুতার এক প্রান্তে ২০০ g ভরের একটি বস্তু বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরাচ্ছে। অপর দিকে করিম ৬০ cm দৈর্ঘ্যের অপর একখণ্ড সুতার এক প্রান্তের ১৫০ g ভরের একটি বস্তু বেঁধে একইভাবে প্রতি মিনিটে ১২০ বার ঘুরাচ্ছে।

(ক) রহিমের দ্বারা ঘুরানো বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ঘটনায় রহিম ও করিম সুতায় সমান টান পেয়েছিল কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উ : (ক) $1.2 \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$; (খ) রহিমের সুতার টান ১৪.২ N এবং করিমের সুতার টান ১৪.২ N অর্থাৎ রহিম করিম সুতায় সমান টান পাবে। [চ. বো. ২০১৯]

৮২। একটি সুখম দণ্ডের (চিত্র-১) সাহায্যে একটি সুখম চাকতি (চিত্র-২) তৈরি করা হলো :



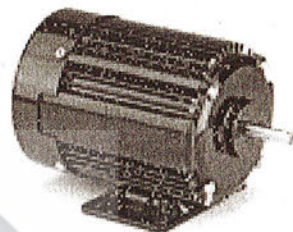
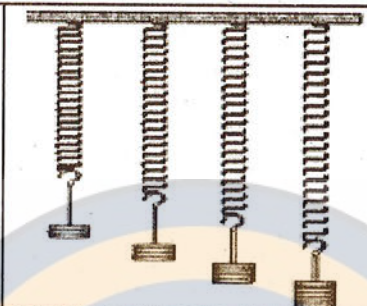
(ক) চিত্র-১ এর PQ এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক বের কর।

(খ) চাকতির পরিধি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের সমান হলে উভয়ের জড়তার ভ্রামক ভিন্ন হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।

উ : (ক) 0.06 kg m^2 ; (খ) চাকতির জড়তার ভ্রামক $2.28 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ অর্থাৎ উভয়ের জড়তার ভ্রামক এক হবে না। [দি. বো. ২০১৯]



কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা WORK, ENERGY AND POWER



আমাদের প্রাথমিক জীবনে আমরা কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি কথা তিনটি প্রায়শই ব্যবহার করে থাকি। কোনো কিছু করাকে আমরা কাজ বলি। কোনো শিক্ষার্থী বই পড়ছে আমরা বলি সে কাজ করছে। নওশিন একটি ভারী ব্যাগকে টেনে উপরে ওঠাচ্ছে তাকেও আমরা কাজ বলি। পদার্থবিজ্ঞানে কোনো কিছু করাকে কাজ বলে না। পদার্থবিজ্ঞানে কাজ বল ও সরণের সাথে সম্পর্কযুক্ত। আমাদের জীবনে অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হচ্ছে শক্তি। শক্তি ছাড়া কোনো কাজ হয় না। যে যতো দ্রুত কাজ করতে পারে তার ক্ষমতা ততো বেশি। এ অধ্যায়ে আমরা কাজ, শক্তি ও ক্ষমতার বিভিন্ন দিক নিয়ে আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

কাজ, ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ, জুল, বলের দ্বারা কাজ, বলের বিরুদ্ধে কাজ, পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ, শক্তি, যান্ত্রিকশক্তি, গতিশক্তি, বিভব শক্তি, সংরক্ষণশীল বল, অসংরক্ষণশীল বল, শক্তির নিত্যতার নীতি, কর্মদক্ষতা।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	কাজ ও শক্তির সার্বজনীন ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৫.১
২	বল ও সরণের সাথে কাজের ভেক্টর সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৫.২, ৫.৩
৩	স্থির বল এবং পরিবর্তনশীল বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৫.৩, ৫.৪
৪	স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সম্পাদিত কাজের তুলনা করতে পারবে।	৫.৫, ৫.৬, ৫.৭
৫	গতিশক্তির গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও সমস্যা সমাধানে এর ব্যবহার করতে পারবে।	৫.১০
৬	স্থিতিশক্তির গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও সমস্যা সমাধানে এর ব্যবহার করতে পারবে।	৫.১১
৭	ব্যবহারিক ○ একটি স্প্রিং-এর বিভব শক্তি পরিমাপ করতে পারবে।	৫.১২
৮	শক্তির নিত্যতার নীতি ব্যবহার করে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবে।	৫.১৪, ৫.১৫
৯	ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৫.১৬
১০	সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৫.১৩
১১	কোনো সিস্টেমের ক্ষেত্রে কর্মদক্ষতা হিসাব করতে পারবে।	৫.১৭

৫.১। কাজ ও শক্তির সার্বজনীন ধারণা

Universal Concepts of Work and Energy

আমরা আমাদের দৈনন্দিন জীবনে কোনো কিছু করাকে কাজ বললেও পদার্থবিজ্ঞানে কিন্তু আমরা তা বলি না। পদার্থবিজ্ঞানে কাজ বলতে বল প্রয়োগের ফলে সরণ সংক্রান্ত বিশেষ অবস্থাকে বোঝায়। কোনো বস্তুর উপর কোনো বল ক্রিয়া করে যদি সরণ ঘটায় তাহলেই কেবল কাজ হয়। একজন পাহারাদার বসে বসে বাড়ি পাহারা দিচ্ছেন। তিনি বলবেন তিনি কাজ করছেন। কোনো স্রোতের নদী বা খালে কোনো নৌকা ভেসে যাচ্ছিল মামুন সাহেব সেটাকে টেনে ধরে রাখছেন। তিনি বলবেন তিনি কাজ করে নৌকাকে ঠেকিয়ে রেখেছেন, নতুবা সেটি স্রোতের টানে ভেসে যেত। দৈনন্দিন জীবনে এগুলোকে কাজের স্বীকৃতি দিলেও পদার্থবিজ্ঞানে কিন্তু এগুলো কাজ হয়নি। বরং পাহারাদার যদি হেঁটে হেঁটে পাহারা দিতেন বা নৌকা স্রোতের টানে ভেসে যেত তাহলে কিছু কাজ হতো। আমরা আমাদের প্রাথমিক জীবনে অনেক কাজের ঘটনা দেখতে পাই, যা পদার্থবিজ্ঞানের দৃষ্টিতেও কাজ। যেমন মাঠে বলদ লাঙ্গল টানছে, একজন রিক্সাচালক রিক্সা চালাচ্ছেন, ক্রিকেটার বলকে সজোরে মেরে রান নিচ্ছেন ইত্যাদি।

নিজে কর :

- (ক) এক প্যাকেট বই হাত দিয়ে ধরে কিছুক্ষণ দাঁড়িয়ে থাকো।
- (খ) এই বইখানাকে ঠেলে টেবিলের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে নিয়ে যাও।
- (গ) বই ভর্তি তোমার কলেজ ব্যাগকে সিঁড়ি দিয়ে নিচতলা থেকে দোতলা বা তিন তলায় ওঠাও।
- (ঘ) তোমার কক্ষের দেয়ালকে কিছুক্ষণ জোরে ঠেলে ধরে রাখো।

(খ) এবং (গ) এর ক্ষেত্রে তুমি নিঃসন্দেহে কাজ করছো, কেননা তুমি বল প্রয়োগ করে বই এবং ব্যাগের সরণ ঘটিয়েছো। আমরা কোনো বস্তুকে উপরে ওঠাতে বা নিচে নামাতে বা এক স্থান থেকে অন্য স্থানে নিতে বল প্রয়োগ করে সরণ ঘটাতে পারি। আমরা বল প্রয়োগ করে কোনো বস্তুর আকার পরিবর্তন করতে পারি। এসব ক্ষেত্রে কাজ হয়।

কিন্তু (ক) ও (ঘ) এর ক্ষেত্রে কোনো সরণ হয়নি, কাজেই পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় তুমি কোনো কাজ করোনি, কিন্তু শারীরতাত্ত্বিক দিক (Physiological Sense) দিয়ে তুমি কঠোর পরিশ্রম করছো, কেননা প্যাকেটটি ধরে রাখতে বা দেয়ালটি ঠেলে তুমি ক্লান্ত হয়ে পড়ছো।

আর আমরা কখন ক্লান্ত হই? যখন আমরা শক্তি ব্যয় করি তথা কাজ করি। উপরিউক্ত ক্ষেত্রগুলোতে আমরা যদি তোমাকে অনেকগুলো কণার সমন্বয়ে একটি ব্যবস্থা বলে বিবেচনা করি, তাহলে আমরা দেখতে পাই যে, অবশ্যই সূক্ষ্মাতিসূক্ষ্ম (Microscopic) কাজ হচ্ছে। তোমার শরীরের পেশিগুলো কোনো দৃঢ় অবলম্বন নয় এবং কোনো পেশিই কোনো ভারকে স্থিতিশীল অবস্থায় ধরে রাখতেও পারে না। এক্ষেত্রে প্রতিটি আলাদা আলাদা পেশি তত্ত্ব বারংবার বিরাম নিচ্ছে এবং সঙ্কুচিত হচ্ছে। এভাবে বিবেচনা করলে প্রতিটি সংকোচনেই কাজ হচ্ছে। এ কারণে ভারী বস্তুকে ধরে রাখতে তুমি ক্লান্ত হয়ে পড়ো। এ অধ্যায়ে আমরা এ “অভ্যন্তরীণ কাজ” বিবেচনা আনছি। এখানে কেবল বস্তুর চাক্ষুষ সরণ ঘটলেই কাজ বলে বিবেচিত হয়, বল প্রয়োগে বস্তুটির সরণ না ঘটলে কৃত কাজ শূন্য হবে।

অন্যদিকে দৈনন্দিন জীবনে আমরা শক্তি ও বলকেও অনেক সময় গুলিয়ে ফেলি। হয়তো একটা ভারী বস্তুকে ঠেলে কেউ বেশি বল প্রয়োগ করছেন, আমরা বলে ফেলি লোকটি খুব শক্তি প্রয়োগ করছেন। আবার অনেক সময় কোনো কিছু বলার সময়ও আমরা শক্তি শব্দ ব্যবহার করি, যেমন ভদ্রলোক খুব শক্তি দিয়ে কথাটা বোঝাচ্ছেন। আসলে পদার্থবিজ্ঞানে কাজের মতো শক্তিরও বিশেষ অর্থ আছে, আর সেটা হচ্ছে কাজ করার সামর্থ্য। অনেক সময় আমরা বলি আমার আজ বেশ চান্দা লাগছে, গায়ে শক্তি বেশি মনে হচ্ছে। এর অর্থ আমার অনেক কাজ করার সামর্থ্য হয়েছে। আসলে কাজ করার সামর্থ্যকেই শক্তি বলে। শক্তি নানারূপে থাকতে পারে যেমন যান্ত্রিক শক্তি, তাপ শক্তি, রাসায়নিক শক্তি, তড়িৎ শক্তি ইত্যাদি। শক্তিকে এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তর করা যায়।

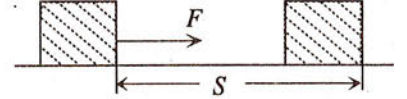
৫.২। কাজ

Work

সংজ্ঞা : একটি বস্তুর উপর কোনো বল ক্রিয়া করায় যদি বলের অভিমুখে বস্তুটির কিছু সরণ ঘটে তাহলে ক্রিয়াশীল বল কাজ করেছে বলে ধরা হয়। বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

ধরা যাক, কোনো বস্তুর উপর একটি ধ্রুব বল F এর ক্রিয়ায় বস্তুটির বলের অভিমুখে সরলরেখা বরাবর সরণ হয় S (চিত্র ৫.১)। তাহলে বস্তুটির উপর বল দ্বারা কৃতকাজ W হবে,

$$W = FS \quad \dots \quad (5.1)$$



চিত্র : ৫.১

এখন সরণ S এর সময় যদি বল F স্থির থাকে, অর্থাৎ বল ধ্রুব হয়, তাহলে (5.1) সমীকরণে আমরা F বসিয়ে সহজেই কাজ হিসাব করতে পারি। কিন্তু যদি বল F ধ্রুব না হয়ে পরিবর্তিত হতে থাকে, তাহলে উক্ত সমীকরণে কোন F বসাবো? সেই ক্ষেত্রে উপরিউক্ত সমীকরণ প্রযোজ্য হবে না। প্রতিটি মুহূর্তে F এর নতুন নতুন মান নিয়ে অসংখ্যবার কাজ হিসাব করে যোগ করে, অন্য কথায় যোগজীকরণ করে কাজ হিসাব করতে হবে। আমরা পরবর্তী অনুচ্ছেদসমূহে ধ্রুব বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ ও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ কীভাবে হিসাব করা হয় তা ব্যাখ্যা করবো।

৫.৩। ধ্রুব বল দ্বারা সম্পাদিত বা কৃত কাজ

Work Done by a Constant Force

আমরা আগের অনুচ্ছেদে দেখেছি F বলের ক্রিয়ায় যদি কোনো কণার বলের অভিমুখে সরলরেখা বরাবর সরণ S হয়, তাহলে কণাটির উপর বলের দ্বারা কৃত কাজ হবে,

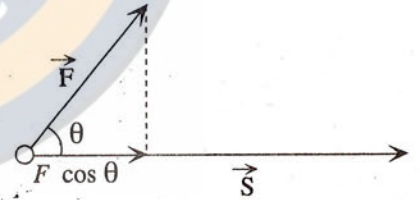
$$W = FS$$

এখন যদি বল \vec{F} ধ্রুব হয় এবং বলের অভিমুখে কণাটির সরণ \vec{S} হয়, তাহলে নিঃসন্দেহে (5.1) সমীকরণ থেকে কৃত কাজ পাওয়া যাবে।

$$W = FS$$

ধ্রুব বল \vec{F} যদি কণাটির সরণ \vec{S} এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে (চিত্র ৫.২), তাহলে এ সরণ কালে কৃতকাজ W হবে।^১

$$\begin{aligned} W &= \text{সরণের দিকে বলের উপাংশ} \times \text{সরণ} \\ &= (F \cos \theta) S \\ \text{বা, } W &= F (S \cos \theta) \\ &= \text{বল} \times \text{বলের দিকে সরণের উপাংশ} \end{aligned}$$



চিত্র : ৫.২

$$\therefore W = FS \cos \theta \quad \dots \quad (5.2)$$

বল ও সরণ উভয়ই ভেক্টর রাশি হওয়ায় ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণনের সংজ্ঞানুসারে আমরা (5.2) সমীকরণকে লিখতে পারি,

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} \quad \dots \quad (5.3)$$

^১কোনো একটি বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করলে যদি বস্তুটির সরণ বলের অভিমুখে না হয়, তাহলে গতিশীল বস্তুর উপর ঐ বিশেষ বলের সাথে অন্যান্য বলও ক্রিয়া করে থাকে যেমন বস্তুর ওজন, তল কর্তৃক প্রদত্ত ঘর্ষণ বল ইত্যাদি। কোনো বস্তুর উপর কেবল একটি মাত্র বল ক্রিয়া করলে ঐ বলের অভিমুখে ছাড়াও বস্তুটির সরণ হতে পারে। যেমন, আমরা যখন কোনো বস্তুকে তির্যকভাবে বাতাসে নিক্ষেপ করে থাকি- এক্ষেত্রে বস্তুর উপর কেবল অভিকর্ষ বল খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে, কিন্তু বস্তুটির অনুভূমিক বরাবর সরণ হয়ে থাকে। কোনো বস্তু সরলরেখা বরাবর চলতে পারে না, যদি না ঐ একটিমাত্র বলের দিক ঐ সরলরেখা বরাবর হয়।

রাশি : যেহেতু দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফল সর্বদা একটি স্কেলার রাশি। সুতরাং বল ও সরণের স্কেলার গুণফল কাজ একটি স্কেলার রাশি। এর কেবল মান আছে, দিক নেই।

মাত্রা : (5.2) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, $\cos \theta$ এর কোনো মাত্রা নেই। সুতরাং কাজের মাত্রা হবে বল \times সরণ-এর মাত্রা।

$$[W] = ML^2T^{-2}$$

একক : কাজের একক = বল \times সরণ-এর একক। কাজের একক জুল (J)। যদি বল $F = 1 \text{ N}$, সরণ $S = 1 \text{ m}$ এবং $\theta = 0^\circ$ হয়, তাহলে $W = 1 \text{ J}$ হবে।

কোনো বস্তুর উপর এক নিউটন (N) বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দুর এক মিটার (m) সরণ হয় তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক জুল (J) বলে।

$$\therefore 1 \text{ J} = 1 \text{ N m}$$

কাজ ও শক্তির কয়েকটি অপ্রচলিত একক

সারা বিশ্বব্যাপী পরিমাপের এসআই পদ্ধতি প্রচলন হওয়ায় এখন কাজ পরিমাপ করা হয় কেবলমাত্র জুল (J) এককে। এসআই পদ্ধতি প্রচলনের পূর্বে কাজের বেশ কয়েকটি একক প্রচলিত ছিল। যেগুলো এখন আর ব্যবহৃত হয় না। সেই অপ্রচলিত এককগুলো হচ্ছে, ১. আর্গ, ২. ফুট পাউন্ডাল, ৩. গ্রাম-সেন্টিমিটার, ৪. ফুট-পাউন্ড এবং ৫. কিলোগ্রাম-মিটার। বর্তমানে প্রচলিত জুল একককে তখন MKS পদ্ধতিতে পরম একক বলা হতো।

১. আর্গ : সিজিএস পদ্ধতিতে কাজের পরম একক হচ্ছে আর্গ। কোনো বস্তুর উপর এক ডাইন বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দুর এক সেন্টিমিটার সরণ হয় তাহলে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক আর্গ (1 erg.) বলে। $1 \text{ erg} = 1 \text{ dyne} \times 1 \text{ cm}$ । জুলের সাথে আর্গের সম্পর্ক হচ্ছে $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$ ।

২. ফুট-পাউন্ডাল : এফপিএস পদ্ধতিতে কাজের পরম একক হচ্ছে ফুট পাউন্ডাল। কোনো বস্তুর উপর এক পাউন্ডাল বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ হয় এক ফুট তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে বলা হয় এক ফুট পাউন্ডাল (1ft-poundal)। $1 \text{ ft-poundal} = 1 \text{ poundal} \times 1 \text{ ft} = 4.2 \times 10^5 \text{ erg}$ ।

৩. গ্রাম-সেন্টিমিটার : সিজিএস পদ্ধতিতে কাজের অভিকর্ষীয় একক হচ্ছে গ্রাম-সেন্টিমিটার। 1gm ভরের কোনো বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া 1cm উঠালে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক গ্রাম-সেন্টিমিটার (1 gm-cm) বলে। $1 \text{ gm-cm} = 1 \text{ gm-wt} \times 1 \text{ cm} = 980 \text{ dyne} \times 1 \text{ cm} = 980 \text{ erg}$ ।

৪. ফুট-পাউন্ড : এফপিএস পদ্ধতিতে কাজের অভিকর্ষীয় একক হচ্ছে ফুট-পাউন্ড। 1lb ভরের কোনো বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া 1ft উঠালে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক ফুট পাউন্ড (1ft-lb) বলে।

$$1 \text{ ft-lb} = 1 \text{ lb-wt} \times 1 \text{ ft} = 32.2 \text{ poundal} \times 1 \text{ ft} = 32.2 \text{ ft-poundal} = 1.356 \text{ Joule}$$

৫. কিলোগ্রাম-মিটার : এমকেএস পদ্ধতিতে কাজের অভিকর্ষীয় একক হচ্ছে কিলোগ্রাম-মিটার। 1kg ভরের কোনো বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া 1m উঠালে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে এক কিলোগ্রাম-মিটার (1kg-m) বলে। $1 \text{ kg-m} = 1 \text{ kg-wt} \times 1 \text{ m} = 9.8 \text{ N} \times 1 \text{ m} = 9.8 \text{ Joule}$ ।

বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ

সংজ্ঞা : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে, তাহলে সেই বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ধনাত্মক কাজ বা বলের দ্বারা কাজ বলে।

$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta$ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $\cos \theta$ ধনাত্মক হলে W ধনাত্মক হয়। বল \vec{F} এবং সরণ \vec{S} এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ এর মান 90° কম হলে অর্থাৎ $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ হলে $\cos \theta$ ধনাত্মক হয়, তখন বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে; ফলে বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ হয়।

উদাহরণ : একটি বস্তু উপর থেকে মাটিতে ফেলে দিলে বস্তুটি অভিকর্ষ বলের দিকে পড়বে। এক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল তথা বস্তুর ওজন $m\vec{g}$ এবং সরণ \vec{S} একই দিকে তথা নিচের দিকে হয়; ফলে বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ হয়েছে বা অভিকর্ষ বলের জন্য ধনাত্মক কাজ হয়েছে বোঝায়।

বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজ

সংজ্ঞা : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশ থাকে তাহলে সেই বল এবং বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ঋণাত্মক কাজ বা বলের বিরুদ্ধে কাজ বলে।

$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta$ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $\cos \theta$ ঋণাত্মক হলে কাজ W ঋণাত্মক হয়। বল \vec{F} এবং সরণ \vec{S} এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ এর মান 90° এর বেশি হলে অর্থাৎ $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ হলে $\cos \theta$ ঋণাত্মক হয় এবং তখন বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশ থাকে; ফলে বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজ হয়।

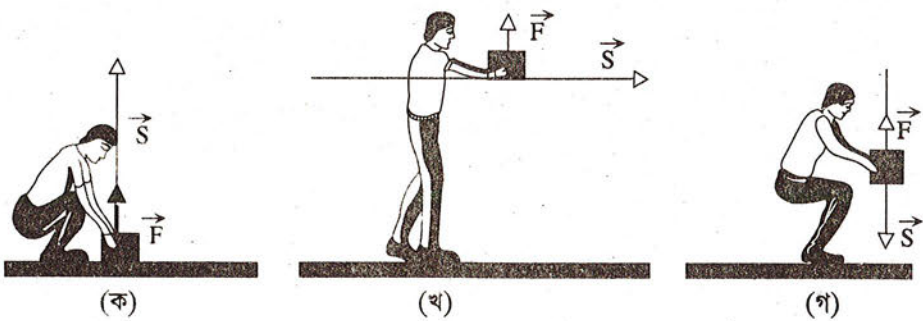
উদাহরণ : এক বস্তু যদি মেঝে থেকে টেবিলের উপর ওঠানো হয়, তাহলে বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল তথা বস্তুর ওজন $m\vec{g}$ খাড়া নিচের দিকে এবং সরণ \vec{S} খাড়া উপরের দিকে ক্রিয়া করে। এক্ষেত্রে অভিকর্ষ বল ও সরণ বিপরীতমুখী হওয়ায় অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করা হবে বা অভিকর্ষ বলের জন্য ঋণাত্মক কাজ হবে।

অবশ্য তুমি যে বল প্রয়োগ করে বস্তুকে উপরে উঠিয়েছো, তোমার প্রযুক্ত বলের জন্য ধনাত্মক কাজ হবে।

শূন্য কাজ : বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর সরণ বলের লম্ব বরাবর হয়, তবে ঐ বলের দ্বারা কোনো কাজ হয় না। কেননা, এই ক্ষেত্রে $\theta = 90^\circ$ হওয়ায় $W = FS \cos 90^\circ = 0$ । যেমন কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘোরায় যে কেন্দ্রমুখী বল, তার দ্বারা কোনো কাজ হয় না। কেননা, প্রতি মুহূর্তে বল ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে আর সরণ হয় বৃত্তের স্পর্শক বরাবর।

নিজে কর : তুমি একটি বস্তুকে/বইকে মেঝে থেকে উপরে তোল। এরপর বস্তুটিকে সুস্থিত দ্রুতিতে ঘরের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে নিয়ে যাও। তারপর বস্তুটিকে

- (i) ধরে ধীরে ধীরে নিচে নামাও;
 - বা, (ii) ছেড়ে দাও;
 - বা, (iii) ধরে সজোরে নিচে নামাও।
- বস্তুটিকে উপরে তোলা থেকে শুরু করে নিচে নামানো পর্যন্ত বস্তুটির উপর কোন্ কোন্ বল কী প্রকার কাজ করল?



তুমি যখন বস্তুটিকে মেঝে থেকে উপরে তুলছো, তখন তোমার প্রযুক্ত বলের অভিমুখ হচ্ছে বস্তুটির উর্ধ্বমুখী সরণের দিকে (চিত্র : ৫.৩ ক)। সুতরাং তোমার প্রযুক্ত বল বস্তুটির উপর ধনাত্মক কাজ সম্পন্ন করে। কিন্তু অভিকর্ষ বল ক্রিয়া করে নিচের দিকে ফলে অভিকর্ষ বলের জন্য ঋণাত্মক কাজ হয়।

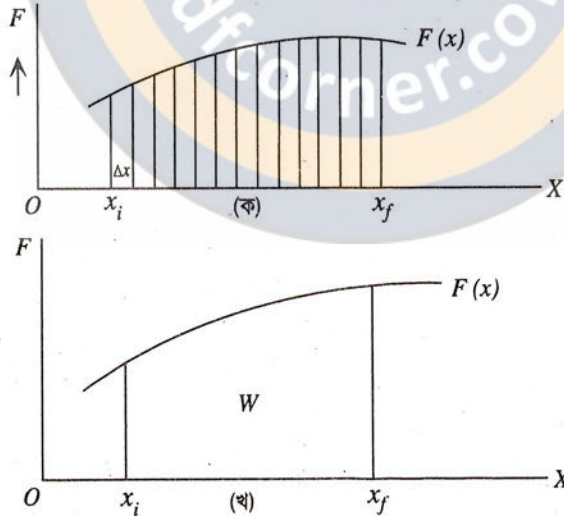
বস্তুটিকে নিয়ে হাঁটার সময় তুমি যে উর্ধ্বমুখী বল প্রয়োগে বস্তুটিকে ধরে আছো তার অভিমুখ হলো ঘর বরাবর বস্তুটির যে সরণ হয়েছে তার সাথে লম্ব (চিত্র : ৫.৩খ)। সুতরাং এখন তোমার প্রযুক্ত বল বস্তুটির উপর কোনো কাজ করে না, অর্থাৎ তোমার বল দ্বারা বস্তুটির উপর কৃতকাজ শূন্য। একই কথা প্রযোজ্য অভিকর্ষ বলের জন্যও।

এরপর তুমি যখন বস্তুটিকে (i) ধরে ধীরে ধীরে নিচে নামাও তখন বস্তুটিকে হাত দিয়ে ধরে রাখার কারণে তুমি উপরের দিকে বল প্রয়োগ কর যা বস্তুটির নিম্নমুখী সরণের বিপরীতে (চিত্র : ৫.৩গ)। সুতরাং তোমার প্রযুক্ত বল বস্তুটির উপর ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন করে। এ ক্ষেত্রে সরণ অভিকর্ষ বলের দিকে হওয়ায় অভিকর্ষ বলের জন্য ধনাত্মক কাজ হয়। (ii) বস্তুটিকে যখন ছেড়ে দাও, তখন তার উপর তুমি কোনো বলই প্রয়োগ করো না, কেবল অভিকর্ষ বল নিচের দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং অভিকর্ষ বলের জন্য ধনাত্মক কাজ হয়। (iii) যখন বস্তুটিকে ধরে সজোরে নিচের দিকে নামাও, তখন তুমি বস্তুটির সরণের দিকে অর্থাৎ নিচের দিকে বল প্রয়োগ কর। সুতরাং তোমার প্রযুক্ত বল দ্বারা ধনাত্মক কাজ হয়। আবার অভিকর্ষ বল নিচের দিকে ক্রিয়া করায় অভিকর্ষ বলের জন্যও ধনাত্মক কাজ হয়।

৫.৪। পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ

Work Done by a Variable Force

ধ্রুব বল তথা অপরিবর্তনশীল বল দ্বারা কোনো কণার উপর কৃত কাজ আমরা হিসাব করেছি। কিন্তু কণার উপর কোনো বল ক্রিয়া করলে সেটি যে তার ক্রিয়াকালে সব সময় ধ্রুব থাকবে—এমন নয়। বল একটি ভেক্টর রাশি, তাই এর পরিবর্তন এর মানে, দিকে বা উভয়েই হতে পারে। আমরা কেবল মানের পরিবর্তনের জন্য পরিবর্তনশীল বল বল দ্বারা কৃত কাজ হিসাব করবো।



চিত্র : ৫.৪

ধরা যাক, কোনো বস্তুর উপর একটি বল কোনো একটি নির্দিষ্ট দিকে অর্থাৎ একটি সরলরেখা বরাবর ক্রিয়াশীল। যে দিকে বল ক্রিয়া করে সেই দিককে আলোচনার সুবিধার জন্য আমরা X -অক্ষরূপে বিবেচনা করি। ধরা যাক, বস্তুটি এই বলের ক্রিয়ায়

X -অক্ষ বরাবর গতিশীল। বলটির দিক নির্দিষ্ট থাকলেও এর মান সর্বত্র সমান নয়। মনে করি, বলটির মান বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব x এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং এই বল F , দূরত্ব x এর একটি অপেক্ষক এবং একে আমরা $F(x)$ রূপে প্রকাশ করি। ৫.৪ চিত্রে x এর বিভিন্ন মানের জন্য $F(x)$ এর আনুষঙ্গিক মান নিয়ে অঙ্কিত লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

এখন আমরা এ বস্তুটির আদি অবস্থান x_i থেকে শেষ অবস্থান x_f -এ যাওয়ার জন্য পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ হিসাব করবো। এ জন্য আমরা মোট সরণকে Δx প্রস্থের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র N সংখ্যক সমান অংশে বিভক্ত করি (চিত্র : ৫.৪ক)। এ অংশগুলোর প্রথমটি বিবেচনা করা যাক, যেখানে x_i থেকে $x_i + \Delta x$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সরণ হচ্ছে Δx । এ ক্ষুদ্র সরণকালে বল $F(x)$ এর মান পরিবর্তিত হলেও, সরণ যেহেতু খুবই ক্ষুদ্র, তাই আমরা বলের মানের এই পরিবর্তন নগণ্য বিবেচনা করে বলতে পারি এ ক্ষুদ্র সরণ কালে বল $F(x)$ এর মান ধ্রুব থাকে। ধরা যাক, $F(x)$ এর এ ধ্রুব মান F_1 । সুতরাং এ অংশে এ বল দ্বারা সম্পন্ন ক্ষুদ্র কাজ ΔW_1 হচ্ছে প্রায়,

$$\Delta W_1 = F_1 \Delta x \quad \dots \quad (5.4)$$

অনুরূপভাবে দ্বিতীয় অংশে $x_i + \Delta x$ থেকে $x_i + 2\Delta x$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সরণ Δx । ধরা যাক, $F(x)$ এর এই অংশে প্রায় ধ্রুব মান F_2 । সুতরাং দ্বিতীয় অংশে বল দ্বারা কৃত কাজ হবে প্রায় $\Delta W_2 = F_2 \Delta x$ । বস্তুটিকে x_i থেকে x_f পর্যন্ত সরাতে $F(x)$ বল দ্বারা কৃত মোট কাজ W হবে (5.4) সমীকরণের অনুরূপ N সংখ্যক পদের সমষ্টির প্রায় সমান।

সুতরাং

$$\begin{aligned} W &= \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \dots + \Delta W_N \\ &= F_1 \Delta x + F_2 \Delta x + F_3 \Delta x + \dots + F_N \Delta x \\ \text{বা, } W &= \sum_{k=1}^N F_k \Delta x \quad \dots \quad (5.5) \end{aligned}$$

Δx কে যতো ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর তথা বিভক্ত অংশের সংখ্যা বৃহৎ থেকে বৃহত্তর করা যাবে হিসাবকৃত কাজের মান ততো সঠিক কাজের মানের কাছাকাছি পৌছাবে। আমরা বল $F(x)$ দ্বারা কৃত কাজের সঠিক মান পেতে পারি যদি আমরা পরিমাপের সীমার মধ্যে Δx কে শূন্য এবং বিভক্ত অংশের সংখ্যা N কে অসীম করি। তাহলে সঠিক ফল হবে,

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=1}^N F_k \Delta x \quad \dots \quad (5.6)$$

কিন্তু $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=1}^N F_k \Delta x$ রাশিটি হচ্ছে ক্যালকুলাসের ভাষায়

$\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$ যা x_i থেকে x_f পর্যন্ত x এর সাপেক্ষে $F(x)$ এর যোগজীকরণ বা সমাকলন নির্দেশ করে।

সুতরাং (5.6) সমীকরণ দাঁড়ায়,

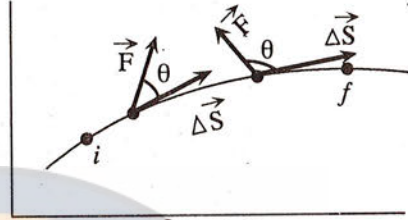
$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad \dots \quad (5.7)$$

সংখ্যাগতভাবে এই রাশিটি হচ্ছে বল বক্ররেখা (force curve) এবং x_i ও x_f সীমার মধ্যে অবস্থিত X -অক্ষের অন্তর্গত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (চিত্র : ৫.৪খ)।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ : দ্বিমাত্রিক ঘটনা বা ভেক্টর রূপ

কোনো কণার উপর ক্রিয়াশীল বল \vec{F} দিকে এবং মানে পরিবর্তিত হতে পারে এবং কণাটি একটি বক্রপথে (curved path) চলতে পারে। এই সাধারণ ক্ষেত্রে কাজ হিসাব করার জন্য আমরা কণাটির গতিপথকে বিপুল সংখ্যক ক্ষুদ্র সরণ $\Delta \vec{S}$ -এ বিভক্ত করি। এরূপ প্রতিটি সরণের অভিমুখ হচ্ছে গতিপথের সংশ্লিষ্ট বিন্দুতে পথের সাথে গতির দিকে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। ৫.৫নং চিত্রে এরূপ দুটি নির্বাচিত সরণ দেখা যাচ্ছে। এই চিত্রে প্রতিটি অবস্থানে বল \vec{F} এবং \vec{F} ও $\Delta \vec{S}$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ



চিত্র : ৫.৫

দেখা যাচ্ছে, $\Delta \vec{S}$ সরণ কালে কণার উপর \vec{F} বল দ্বারা কৃত ক্ষুদ্র কাজ ΔW আমরা নিম্নোক্ত সমীকরণ থেকে হিসাব করতে পারি,

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{S} \quad \dots \quad (5.8)$$

এখানে \vec{F} হচ্ছে আমরা যে বিন্দুতে সরণ $\Delta \vec{S}$ নিয়েছি সেই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল বল। কণাটির আদি অবস্থান i থেকে শেষ অবস্থান f -এ যাওয়া কালে (চিত্র : ৫.৫) পরিবর্তনশীল বল \vec{F} দ্বারা কণাটির উপর কৃত কাজ W হবে প্রতিটি রেখাংশের জন্য কৃত ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কাজের সমষ্টি,

$$\text{অর্থাৎ, } W = \sum \Delta W = \sum \vec{F} \cdot \Delta \vec{S} = \sum F \Delta S \cos \theta \quad \dots \quad (5.9)$$

আমরা জানি, রেখাংশ $\Delta \vec{S}$ গুলো যদি ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র হয়, তাহলে এগুলোকে অন্তরক (differential) $d\vec{S}$ দ্বারা এবং সমষ্টিকে যোগজীকরণ দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয়। ফলে (5.9) সমীকরণ দাঁড়ায়,

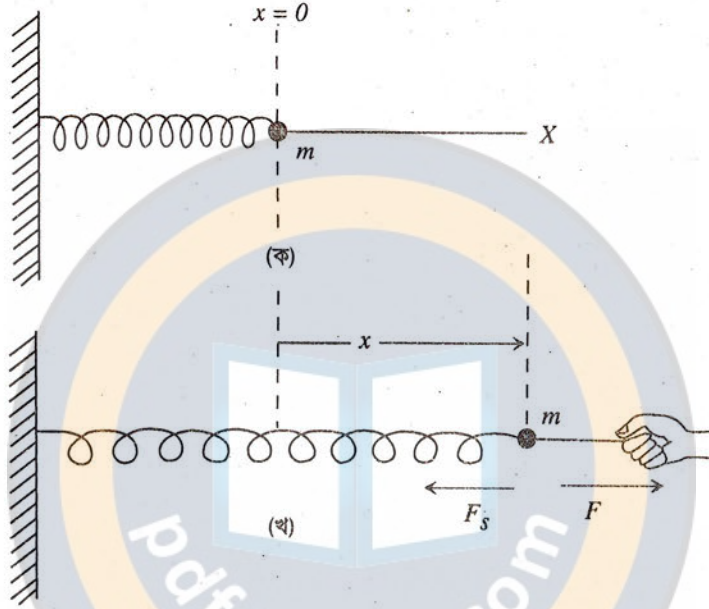
$$W = \int dW = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{S} \quad \dots \quad (5.10)$$

এই যোগজীকরণের মান নির্ণয় করতে হলে কণাটির গতিপথের প্রতিটি বিন্দুতে বল F এবং θ এর মান কীভাবে পরিবর্তিত হচ্ছে তা জানতে হবে। F এবং θ এর মান কণাটির x এবং y স্থানাঙ্কের উপর নির্ভর করে।

৫.৫। স্থিতিস্থাপক বলের ($F \propto x$) বিপরীতে কৃত কাজWork done Against the Elastic Force ($F \propto x$)

স্প্রিং বল

বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করলে যদি কোনো বস্তুর আকার বা আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয়, তাহলে প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে যে ধর্মের ফলে বিকৃত বস্তু পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে। যে বল প্রয়োগ



চিত্র : ৫.৬

করে বস্তু পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে। স্প্রিং-এর স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম রয়েছে। একটি স্প্রিংকে সাম্যাবস্থান বা শিথিল অবস্থান থেকে প্রসারিত বা সঙ্কুচিত করা হোক না কেন সেটি সাম্যাবস্থানে ফিরে আসার জন্য একটা বল প্রয়োগ করে। সুতরাং স্প্রিং কর্তৃক প্রদত্ত বল একটি স্থিতিস্থাপক বল। এটি একটি পরিবর্তনশীল বল, কেননা এর মান সরণের উপর নির্ভর করে। ৫.৬ চিত্রে একটি স্প্রিং দেখানো হয়েছে, যার এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনের সাথে এবং অপর প্রান্ত m ভরের একটি কণার সাথে সংযুক্ত। কণাটি অনুভূমিক বরাবর চলাচল করতে পারে। আমরা অনুভূমিক বরাবর অর্থাৎ কণাটি যে দিকে চলতে পারে সে দিককে X -অক্ষ ধরি। স্প্রিংটি যখন শিথিল বা স্বাভাবিক অবস্থায় (relax) থাকে তখন কণাটির অবস্থানকে X -অক্ষের মূলবিন্দু ($x = 0$) বিবেচনা করা যাক (চিত্র : ৫.৬ ক)। যখন কণাটির উপর বাইরে থেকে F বল প্রয়োগ করা হয়, তখন স্প্রিং একটি বিপরীতমুখী বল F_s প্রয়োগ করে (চিত্র : ৫.৬ খ)। এই বল কণাটির সরণ x এর সমানুপাতিক, অর্থাৎ

$$F_s \propto x$$

$$\text{বা, } F_s = -kx$$

...

...

$$(5.11)$$

এখানে k একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এটি একটি ধনাত্মক রাশি, একে বলা হয় স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক। (5.11) সমীকরণটি স্প্রিং-এর জন্য বলের সূত্র এবং এটি হুকের সূত্র নামে পরিচিত। (5.11) সমীকরণের ঋণাত্মক চিহ্ন থেকে বোঝা যায়, স্প্রিং কর্তৃক প্রদত্ত বলের দিক সর্বদা কণাটির সরণের বিপরীত দিকে। এই বল কণাটিকে তার আদি অবস্থানে ফিরিয়ে আনতে চায়। তাই এই বলকে প্রত্যায়নী বল বলা হয়। (5.11) সমীকরণে $x = 1$ একক হলে $k = -F_s$ হয়। এর থেকে স্প্রিং ধ্রুবকের সংজ্ঞা দেয়া হয়। কোনো স্প্রিং এর যুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত

দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে। এ ধ্রুবকের মান স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য, এর জ্যামিতিক গঠন এবং পদার্থের স্থিতিস্থাপক ধর্মের উপর নির্ভর করে। এর একক নিউটন/মিটার ($N m^{-1}$) এবং এর মাত্রা MT^{-2} ।

কোনো স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক $1800 N m^{-1}$ বলতে বোঝায় ঐ স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের $1 m$ সরণ ঘটাতে স্প্রিং-এর উপর $1800 N$ বল প্রয়োগ করতে হবে বা স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের $1 m$ সরণ ঘটলে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে $1800 N$ বল প্রয়োগ করে।

স্থিতিস্থাপক বল তথা স্প্রিং বলের বিপরীতে কাজের হিসাব

৫.৬ চিত্রে প্রদর্শিত স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং অপর প্রান্ত m ভরের একটি কণার সাথে সংযুক্ত। কণাটি যখন আদি অবস্থান $x = 0$ থেকে $x = x$ অবস্থানে যায় তখন কণাটির উপর স্প্রিং $F_s = -kx$ বল প্রয়োগ করে। এই বলের বিপরীতে স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের x সরণ ঘটানোর জন্য বাইরে থেকে স্প্রিং বলের সমান ও বিপরীত $F = -F_s = kx$ বল প্রয়োগ করতে হয়। এই বলের জন্য কৃত কাজ,

$$\begin{aligned} W &= \int_0^x F dx = \int_0^x kx dx = k \int_0^x x dx = k \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^x \\ &= \frac{1}{2} k (x^2 - 0) \\ \therefore W &= \frac{1}{2} kx^2 \end{aligned} \quad \dots \quad (5.12)$$

যেহেতু k একটি ধ্রুবক, সুতরাং স্প্রিং বলের বিপরীতে কৃত কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক। লক্ষ্যণীয় যে, স্প্রিংটি x পরিমাণ প্রসারিত করা হোক বা সঙ্কুচিত করা হোক অর্থাৎ x ধনাত্মক হোক আর ঋণাত্মক হোক স্প্রিং বলের বিপরীতে কৃত কাজ একই।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজের হিসাব

৫.৬ চিত্রে একটি স্প্রিং দেখানো হয়েছে যার একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং অপর প্রান্ত m ভরের একটি কণার সাথে সংযুক্ত। কণাটি যখন তার আদি অবস্থান x_i থেকে শেষ অবস্থান x_f -এ যায় তখন কণাটির উপর স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ W_s হিসাব করা যাক। আমরা জানি, কৃত কাজ

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_s(x) dx$$

কিন্তু স্প্রিং এর প্রযুক্ত বল F_s , কণাটির সরণ x এর সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী অর্থাৎ $F_s = -kx$

$$\therefore W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx$$

$$\begin{aligned}
&= -k \int_{x_i}^{x_f} x dx \\
&= -k \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_i}^{x_f} \\
&= -\frac{1}{2} k [x_f^2 - x_i^2] \\
\therefore W_s &= \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2 \quad \dots \quad (5.13)
\end{aligned}$$

স্প্রিং বল দ্বারা কৃত ধনাত্মক কাজ

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায়, স্প্রিং দ্বারা কণাটির উপর কৃত কাজের মান ধনাত্মক হয় যদি $x_i^2 > x_f^2$ হয় বা $|x_i| > |x_f|$ হয়, অর্থাৎ যদি কণাটির আদি সরণের মান এর শেষ সরণের মানের চেয়ে বড় হয়। স্প্রিংটি ধনাত্মক কাজ সম্পন্ন করে যখন এটি কণাটিকে $x = 0$ অবস্থানে ফিরিয়ে আনতে ব্যবহৃত হয়, অর্থাৎ যখন স্প্রিংটি তার প্রসারিত বা সঙ্কুচিত অবস্থা থেকে শিথিল অবস্থায় ফিরে আসে।

স্প্রিং বল দ্বারা কৃত ঋণাত্মক কাজ

কণাটির আদি সরণের মান শেষ সরণের মানের চেয়ে ছোট হলে অর্থাৎ $x_i^2 < x_f^2$ বা, $|x_i| < |x_f|$ হলে স্প্রিংটি কণাটির উপর ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন করে। যখন বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে কণাটিকে $x = 0$ অবস্থান থেকে অন্য অবস্থানে নিয়ে যাওয়া হয় অর্থাৎ স্প্রিংটিকে তার শিথিল অবস্থা থেকে প্রসারিত বা সঙ্কুচিত করা হয় তখন স্প্রিং কর্তৃক কৃত কাজ ঋণাত্মক হয়।

যখন কণাটির আদি অবস্থান $x = 0$ থেকে সরণ x হয়, তখন কণাটির উপর স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ বের করতে আমরা (5.13) সমীকরণে $x_i = 0$ এবং $x_f = x$ বসিয়ে পাই,

$$W_s = -\frac{1}{2} k x^2 \quad \dots \quad (5.14)$$

(5.14) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, স্প্রিংটিকে সঙ্কুচিত করে x সরণ ঘটাতে এবং স্প্রিংটিকে প্রসারিত করে কণাটির x সরণ ঘটাতে স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ একই এবং তা ঋণাত্মক। কারণ (5.14) সমীকরণে x এর বর্গ ব্যবহৃত হয়েছে, ফলে সরণ x -এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন x^2 ধনাত্মক এবং কাজ ঋণাত্মক হবেই।

৫.৬। অভিকর্ষ বলের ($F \propto \frac{1}{r^2}$) বিপরীতে কাজ

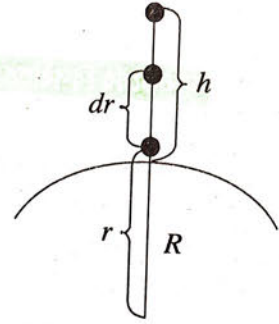
Work Done Against the Force of Gravity ($F \propto \frac{1}{r^2}$)

আমরা জানি, এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তু কণা একে অপরকে একটি বল দ্বারা আকর্ষণ করে। এ বলকে মহাকর্ষ বল বলা হয়। এটি একটি পরিবর্তনশীল বল—দুটি নির্দিষ্ট বস্তুর জন্য এই বলের মান তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বের উপর নির্ভর করে। প্রকৃতপক্ষে এ বল (F) বস্তুদ্বয়ের দূরত্বের বর্গের (r^2) ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়, অর্থাৎ $F \propto \frac{1}{r^2}$ । আমরা জানি, m এবং M ভরের দুটি কণা পরস্পর থেকে r দূরত্বে থাকলে মহাকর্ষ সূত্র অনুসারে তাদের মধ্যে আকর্ষণ বল,

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad \dots \quad (5.15)$$

দুটি বস্তুর একটি যদি হয় পৃথিবী তাতে যে আকর্ষণ হয় তাকে অভিকর্ষ বলে অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণকে অভিকর্ষ বলে। ধরা যাক, M = পৃথিবীর ভর, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, m = ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বস্তুর ভর, r = বস্তুর ও পৃথিবীর কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব। তাহলে বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল

$$F_G = -\frac{GMm}{r^2}$$



চিত্র : ৫.৭

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বল নির্দেশ করছে। পৃথিবী এই বলে বস্তুটিকে তার কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে। এখন যদি বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় ওঠাতে হয় অর্থাৎ বস্তুটি $r = R$ থেকে $r = R + h$ অবস্থানে যায় তখন বস্তুটির উপর পৃথিবী $F_G = -\frac{GMm}{r^2}$ বল প্রয়োগ করে। এ বলের বিপরীতে বস্তুটিকে h উচ্চতায় ওঠাতে (চিত্র : ৫.৭) অর্থাৎ বস্তুটির h সরণ ঘটানোর জন্য বাইরে থেকে অভিকর্ষ বলের সমান ও বিপরীত $F = -F_G = \frac{GMm}{r^2}$ বল প্রয়োগ করতে হয়। এ বলের জন্য কৃত কাজ,

$$W = \int_{r=R}^{r=R+h} F dr$$

$$= \int_R^{R+h} \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$= GMm \int_R^{R+h} \frac{dr}{r^2}$$

$$= GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{R+h}$$

$$= GMm \left(-\frac{1}{R+h} + \frac{1}{R} \right)$$

$$\therefore W = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)$$

... (5.16)

$$\text{বা, } W = GMm \frac{R+h-R}{R(R+h)}$$

$$\therefore W = \frac{GMmh}{R(R+h)}$$

... (5.17)

এখন যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এর তুলনায় বস্তুর সরণ h খুব ক্ষুদ্র হয় অর্থাৎ $h \ll R$ হয়, তাহলে (5.17) সমীকরণে R এর তুলনায় h কে উপেক্ষা করে আমরা পাই,

$$W = \frac{GMm}{R^2} h$$

... (5.18)

যেহেতু $\frac{GMm}{R^2}$ একটি ধ্রুবক

$$\therefore W \propto h$$

অর্থাৎ অভিকর্ষের বিপরীতে কাজ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

মহাকর্ষ বল ($F \propto \frac{1}{r^2}$) দ্বারা কৃত কাজ

মহাকর্ষ বল

আমরা জানি, এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণা একে অপরকে একটি বল দ্বারা আকর্ষণ করে। এ বলকে মহাকর্ষ বল বলা হয়। এটি একটি পরিবর্তনশীল বল—দুটি নির্দিষ্ট বস্তুর জন্য এ বলের মান তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বের উপর নির্ভর করে। প্রকৃতপক্ষে, এ বল (F) বস্তুদ্বয়ের দূরত্বের বর্গের (r^2) ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়, অর্থাৎ $F \propto \frac{1}{r^2}$ । এখন আমরা এই মহাকর্ষ বলের জন্য কৃত কাজ হিসাব করবো। আমরা জানি, m এবং M ভরের দুটি কণা পরস্পর থেকে r দূরত্বে থাকলে মহাকর্ষ সূত্র অনুসারে তাদের মধ্যে বল,

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \quad \dots \quad (5.19)$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বল নির্দেশ করছে।

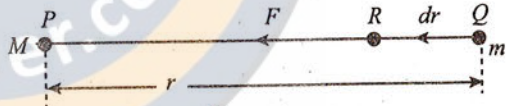
মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজের হিসাব

ধরা যাক, কোন স্থানে P বিন্দুতে M ভরের একটি বস্তু অবস্থিত। P থেকে r দূরত্বে Q বিন্দুতে m ভরের আরেকটি বস্তু অবস্থিত (চিত্র : ৫.৮)। সুতরাং মহাকর্ষ সূত্রানুসারে তাদের মধ্যকার আকর্ষণ বল,

$$F = -G \frac{Mm}{r^2}$$

m ভরের বস্তুর উপর এই বল QP বরাবর ক্রিয়াশীল। এখন

m ভরের বস্তুটিকে Q থেকে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরিয়ে R বিন্দুতে নিতে মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ,



চিত্র : ৫.৮

$$dW = Fdr \cos 0^\circ$$

$$= Fdr$$

ধরা যাক, বস্তু দুটির মধ্যে আদি দূরত্ব ছিল r_a । এখন তাদের মধ্যে r_b দূরত্ব সৃষ্টি করতে এই বলের দ্বারা কৃত কাজ W_{ab} উপরিউক্ত সমীকরণকে যোগজীকরণ করলেই পাওয়া যায়। এই সমীকরণকে $r = r_a$ থেকে $r = r_b$ এই সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করে আমরা মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ পাই,

$$W_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} Fdr = - \int_{r_a}^{r_b} \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$= -GMm \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = -GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_a}^{r_b}$$

$$\therefore W_{ab} = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \quad \dots \quad (5.20)$$

মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত ধনাত্মক কাজ

(5.20) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, দুটি বস্তু কণার মধ্যে দূরত্ব হ্রাস করা হলে অর্থাৎ $r_b < r_a$ হলে $\frac{1}{r_b} > \frac{1}{r_a}$ হয়, ফলে W_{ab} ধনাত্মক হয়; সুতরাং মহাকর্ষ বল ধনাত্মক কাজ সম্পন্ন করে। যেমন, আমরা যদি উপর থেকে একটি বস্তু ছেড়ে দেই, এটি মহাকর্ষ বলের (এ ক্ষেত্রে অভিকর্ষ বল) প্রভাবে বলের দিকে নিচে পড়বে অর্থাৎ পৃথিবী ও বস্তুর মধ্যে দূরত্ব হ্রাস পাবে। এর ফলে মহাকর্ষ বল বস্তুটির উপর ধনাত্মক কাজ করবে।

মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত ঋণাত্মক কাজ

যদি $r_b > r_a$ হয়, অর্থাৎ যদি কণা দুটির মধ্যে দূরত্ব বৃদ্ধি পায়, তাহলে $\frac{1}{r_b} < \frac{1}{r_a}$ হয়, ফলে (5.20) সমীকরণে W_{ab} ঋণাত্মক হয়, অর্থাৎ মহাকর্ষ বল ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন করে। কণাদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব বৃদ্ধি করতে হলে বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করতে হবে, সেই বাহ্যিক প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কাজ অবশ্য ধনাত্মক হবে।
যদি বস্তুটিকে উপরে ওঠাতে যাই অর্থাৎ পৃথিবী ও বস্তুর মধ্যে দূরত্ব বৃদ্ধি করতে যাই, তাহলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে ফলে মহাকর্ষ বলের জন্য কাজ ঋণাত্মক হবে, কিন্তু আমাদের প্রযুক্ত বলের জন্য ধনাত্মক কাজ হবে।

৫.৭। স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সম্পাদিত কাজের তুলনা

সমীকরণ (5.14) থেকে দেখা যায় স্থিতিস্থাপক বলের বিপরীতে সম্পাদিত কাজ দূরত্বের বর্গের সমানুপাতিক অর্থাৎ

$$W \propto x^2$$

এবং (5.20) সমীকরণ থেকে অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সম্পাদিত কাজ দূরত্বের সমানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ } W \propto h$$

সুতরাং অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সরণ দ্বিগুণ হলে কৃত কাজ দ্বিগুণ হবে, কিন্তু স্থিতিস্থাপক বলের বিপরীতে সরণ দ্বিগুণ হলে কাজ চার গুণ হবে। তেমনি, অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সরণ তিনগুণ হলে কৃতকাজও তিনগুণ হবে, কিন্তু স্থিতিস্থাপক বলের বিপরীতে সরণ তিনগুণ হলে কাজ নয় গুণ হবে।

৫.৮। শক্তি

Energy

কোনো বস্তু যদি কাজ করতে পারে, তখন আমরা বলি যে, ঐ বস্তুর শক্তি আছে।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। বস্তু সর্বমোট যতটুকু কাজ করতে পারে তা দিয়েই বস্তুর শক্তির পরিমাপ করা হয়।

যেহেতু কোনো বস্তুর শক্তির পরিমাপ করা হয় তার দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণ থেকে; সুতরাং শক্তি ও কাজের পরিমাণ অভিন্ন। কাজের মতো শক্তিও স্কেলার রাশি।

মাত্রা ও একক : শক্তির মাত্রা ও কাজের মাত্রা একই অর্থাৎ ML^2T^{-2} ।

শক্তির একক ও কাজের একক একই অর্থাৎ জুল (J)।

কিলোওয়াট-ঘণ্টা : সাধারণত বিদ্যুৎ শক্তির হিসাব-নিকাশের সময় কিলোওয়াট-ঘণ্টা (kWh) এককটি ব্যবহৃত হয়। এক কিলোওয়াট ক্ষমতা সম্পন্ন কোনো যন্ত্র এক ঘণ্টা কাজ করলে যে শক্তি ব্যয় হয় তাকে এক কিলোওয়াট ঘণ্টা বলে।

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh} = 1000 \text{ J s}^{-1} \times 3600 \text{ s}$$

$$\therefore 1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

শক্তির অন্যান্য অপ্রচলিত একক ৫.৩ অনুচ্ছেদে আলোচনা করা হয়েছে।

শক্তি আছে বলেই এ জগৎ গতিশীল। শক্তি না থাকলে জগৎ অচল হয়ে পড়বে। আলোক শক্তি আছে বলে আমরা দেখতে পাই, শব্দ শক্তি আছে বলে আমরা শুনতে পাই। যান্ত্রিক শক্তির বদৌলতে আমরা চলাফেরা করি। বিদ্যুৎ শক্তির সাহায্যে পাখা ঘুরছে, কলকারখানা চলছে। এই মহাবিশ্বে শক্তি নানারূপে বিরাজ করছে। মোটামুটিভাবে আমরা শক্তির নিম্নোক্ত রূপগুলো পর্যবেক্ষণ করি।

- ১। যান্ত্রিক শক্তি, ২। তাপ শক্তি, ৩। শব্দ শক্তি, ৪। আলোক শক্তি, ৫। চৌম্বক শক্তি, ৬। বিদ্যুৎ শক্তি, ৭। রাসায়নিক শক্তি, ৮। নিউক্লিয় শক্তি ও ৯। সৌর শক্তি।

৫.৯। যান্ত্রিক শক্তি

Mechanical Energy

কোনো বস্তুর মধ্যে তার গতি, অবস্থান বা ভৌত অবস্থার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য তথা শক্তি থাকে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে। যান্ত্রিক শক্তির দুটি রূপ আছে—গতি শক্তি ও বিভব শক্তি।

৫.১০। গতিশক্তি

Kinetic Energy

সংজ্ঞা : কোনো গতিশীল বস্তু গতিশীল থাকার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য অর্থাৎ শক্তি অর্জন করে তাকে গতিশক্তি বলে।

কোনো গতিশীল বস্তু স্থির অবস্থায় আসার পূর্ব পর্যন্ত যে পরিমাণ কাজ করতে পারে তার দ্বারা বস্তুটির গতিশক্তি পরিমাপ করা হয়। অন্যভাবে বলা যেতে পারে, একটি গতিশীল বস্তু যে বেগে গতিশীল, বস্তুটিকে স্থির অবস্থান থেকে ঐ বেগ দিতে বস্তুটির উপর যে পরিমাণ কাজ করতে হয়েছে তাই হচ্ছে বস্তুটির গতিশক্তি।

গতিশক্তির পরিমাপ

ধরা যাক, m ভরের কোনো স্থির বস্তুর উপর নির্দিষ্ট দিকে F বল প্রয়োগে বস্তুটিকে গতিশীল করা হয়। ধরা যাক, এই বল ধ্রুব নয়, তবে এর পরিবর্তন কেবল এর মানের পরিবর্তনে সাধিত হয়। আরো ধরা যাক, এই বল প্রয়োগের ফলে বস্তুটির বলের দিকে সরণ ঘটে এবং এই দিক X -অক্ষ বরাবর। এই বল যদি বস্তুটির বেগ শূন্য থেকে v তে উন্নীত করে, তাহলে কৃত মোট কাজ হবে,

$$W = \int_{v=0}^{v=v} F dx$$

কিন্তু নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি, $F = ma$ । এখন ত্বরণ a কে লেখা যায়,

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v = v \frac{dv}{dx}$$

সুতরাং

$$W = \int_{v=0}^{v=v} F dx = \int_{v=0}^{v=v} m a dx = \int_{v=0}^{v=v} m v \frac{dv}{dx} dx = \int_0^v m v dv = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_0^v$$

$$W = \frac{1}{2} (mv^2 - 0) = \frac{1}{2} mv^2$$

কিন্তু সংজ্ঞানুসারে এই কৃত কাজই হচ্ছে বস্তুটির গতিশক্তি K

$$\therefore K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \dots \quad (5.21)$$

সুতরাং নির্দিষ্ট ভরের কোনো বস্তুর গতিশক্তি তার বেগের বর্গের সমানুপাতিক।

গতিশক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক

$$(5.21) \text{ সমীকরণকে লেখা যায়, } K = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m}$$

কিন্তু mv হচ্ছে বস্তুর ভরবেগ p

$$\therefore K = \frac{p^2}{2m} \quad \dots \quad (5.22)$$

$$\text{বা, } p = \sqrt{2mK}$$

কাজ-শক্তি উপপাদ্য (Work-Energy Theorem)

বিবৃতি : কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

ধ্রুব বলের জন্য প্রতিপাদন : ধরা যাক, v_0 বেগে গতিশীল m ভরের কোনো বস্তুর উপর F ধ্রুব বল ক্রিয়া করে। এর ফলে বস্তুটির বেগ হয় v এবং ঐ সময়ে বস্তুটি বলের দিকে x দূরত্ব অতিক্রম করে।

সুতরাং বল দ্বারা কৃত কাজ

$$W = Fx$$

এই বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর ধ্রুব ত্বরণ a হলে, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে $F = ma$

$$\therefore W = max$$

কিন্তু গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2ax$ বা, $ax = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$

$$\text{সুতরাং } W = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2} \right) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

কিন্তু $\frac{1}{2}mv_0^2$ হচ্ছে বস্তুর আদি গতিশক্তি K_0 এবং $\frac{1}{2}mv^2$ হচ্ছে শেষ গতিশক্তি K ।

$$\therefore W = K - K_0 = \Delta K \quad \dots \quad (5.23)$$

\therefore বল দ্বারা কৃত কাজ = বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তন।

পরিবর্তনশীল বলের জন্য প্রতিপাদন : ধরা যাক, কোনো কণার উপর পরিবর্তনশীল বল F ক্রিয়া করছে। বলের মান পরিবর্তনশীল হলেও এর দিক অপরিবর্তনশীল। সেক্ষেত্রে কণাটির সরণের অভিমুখ বলের দিকেই হবে। ধরা যাক, কণাটি X -অক্ষ বরাবর গতিশীল। আরো ধরা যাক, শুরুতে বস্তুটির x_0 অবস্থানে বেগ v_0 এবং শেষে x অবস্থানে বেগ v । এখন কণাটিকে x_0 অবস্থান থেকে x অবস্থানে সরাতে প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ

$$W = \int_{x_0}^x F dx$$

কিন্তু নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\text{আবার, } a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot v = v \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore F = mv \frac{dv}{dx}$$

$$\text{সুতরাং সম্পাদিত কাজ, } W = \int_{x_0}^x mv \frac{dv}{dx} dx$$

যখন $x = x_0$ তখন $v = v_0$

এবং যখন $x = x$ তখন $v = v$

$$\therefore W = \int_{v_0}^v mvdv = m \int_{v_0}^v vdv = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_{v_0}^v = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

কিন্তু $\frac{1}{2} mv_0^2$ হচ্ছে বস্তুটির আদি গতিশক্তি K_0 এবং $\frac{1}{2} mv^2$ হচ্ছে শেষ গতিশক্তি K ।

$$\therefore W = K - K_0 = \Delta K$$

\therefore পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ = বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তন।

৫.১১। বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি

Potential Energy

কোনো বস্তু তার ভৌত অবস্থা বা অবস্থানের কারণে তার মধ্যে শক্তি সঞ্চিত রাখতে পারে। বস্তুর মধ্যে সঞ্চিত এই শক্তিকে বলা হয় বিভব শক্তি।

সংজ্ঞা : স্বাভাবিক অবস্থা বা অবস্থান পরিবর্তন করে কোনো বস্তুকে অন্য কোনো অবস্থায় বা অবস্থানে আনলে বস্তু কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে বিভব শক্তি বলে।

ব্যাখ্যা : একটি পুঁথি বা রাবার ব্যান্ডকে টান টান করলে এই টান টান অবস্থার জন্য এর মধ্যে বিভব শক্তি থাকে; কেননা, এটি তার পূর্ববর্তী শিথিল অবস্থায় ফিরে আসার সময় কাজ করতে পারে। এটি অন্য কোনো বস্তুকে স্থানান্তরিত করতে পারে। কোনো বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপরে ওঠালে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। এই অবস্থানে বস্তুর মধ্যে অভিকর্ষজ বিভব শক্তি থাকে; কেননা, বস্তুটি যখন ভূ-পৃষ্ঠে পড়ে তখন সেটি অন্য বস্তুর উপর কাজ করতে পারে। অন্য কোনো বস্তুকে উপরে ওঠাতে পারে।

(ক) অভিকর্ষজ বিভব শক্তি

যখন m ভরের কোনো বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় ওঠানো হয়, তখন অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজই হচ্ছে বস্তুতে সঞ্চিত বিভব শক্তির পরিমাপ। m ভরের বস্তুকে ত্বরণ ছাড়া সমবেগে উপরের দিকে ওঠাতে প্রয়োজনীয় বল F হচ্ছে বস্তুর উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষ বল তথা বস্তুর ওজন mg এর সমান।

সুতরাং অভিকর্ষজ বিভব শক্তি = অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ

$$U = Fh$$

$$= mgh$$

$$\therefore U = mgh$$

$$(5.24)$$

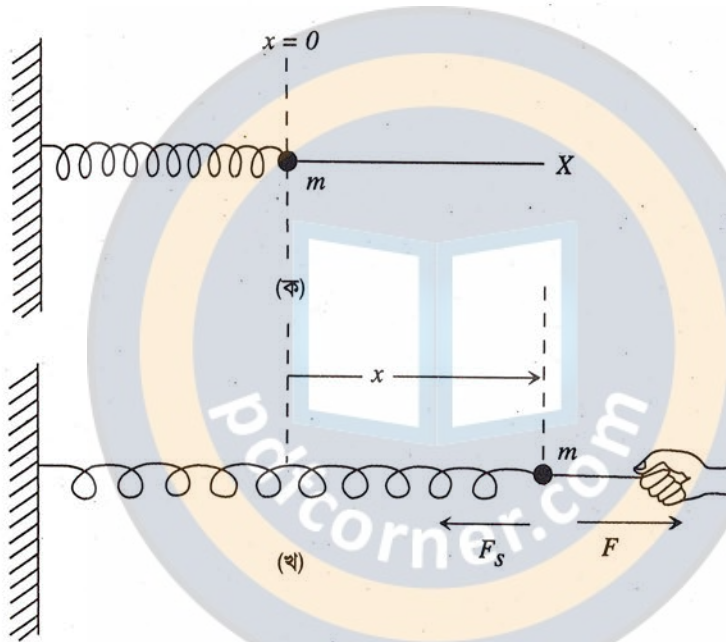
(5.24) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, কোথা থেকে উচ্চতা h পরিমাপ করা হয়েছে তার উপর অভিকর্ষজ বিভব শক্তি নির্ভর করে, অর্থাৎ কোথায় $h = 0$ ধরা হয়েছে তার উপর বিভব শক্তি নির্ভরশীল। সুতরাং অভিকর্ষজ বিভব শক্তি কোনো বস্তু বা তার অবস্থানের কোনো পরম গুণ বা ধর্ম নয়, বরং বিভব শক্তি নির্ভর করে কোনো প্রসঙ্গ তলের সাপেক্ষে তা পরিমাপ করা

হচ্ছে তার উপর। মনে কর, তোমার পড়ার টেবিলের উপর একটি বই আছে। বই এর কিছু উপরে তুমি একটি কলম ধরে আছ। কলমটির বিভব শক্তি কত? কলমটির বিভব শক্তি একেকটি তলের সাপেক্ষে একেক রকম। বই এর সাপেক্ষে কলমটির বিভব শক্তি যত হবে, টেবিলের সাপেক্ষে তার চেয়ে বেশি হবে। আবার ঘরের মেঝের সাপেক্ষে আরো বেশি হবে।

(5.24) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, কোনো বস্তুর অভিকর্ষজ বিভবশক্তি প্রসঙ্গ তল থেকে তার উচ্চতার সমানুপাতিক।

(খ) স্প্রিং-এর বিভব শক্তি

ধরা যাক, এক প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ একটি স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু আটকানো আছে (চিত্র : ৫.৯ক)। বস্তুটি একটি ঘর্ষণবিহীন তলের উপর চলাচল করতে পারে। আমরা জানি, স্প্রিংটিকে টান টান করতে স্প্রিং



চিত্র : ৫.৯

বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে। স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে কৃত এই কাজই স্প্রিং-এ বিভব শক্তি হিসেবে বিরাজ করবে। স্প্রিংটিকে যখন তার শিথিল অবস্থা $x=0$ থেকে $x=x$ অবস্থানে টান টান করা হয় (চিত্র ৫.৯খ), তখন বস্তুটির উপর প্রযুক্ত স্প্রিং-এর বল $F_s = -kx$ । এখন বস্তুটিকে x দূরত্ব সরাতে তার উপর এর সমান ও বিপরীতমুখী $F = kx$ বল প্রয়োগ করে কাজ করতে হবে। এই বল দ্বারা কৃত কাজই হবে বস্তুটির সঞ্চিত বিভব শক্তি।

$$\therefore \text{বিভব শক্তি } U = \int_0^x F dx$$

$$\text{বা, } U = \int_0^x kx dx = k \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^x$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} kx^2$$

...

...

$$(5.25)$$

সুতরাং কোনো স্প্রিং এর সঞ্চিত বিভবশক্তি তার মুক্তপ্রান্তের সরণের বর্গের সমানুপাতিক।

স্প্রিংযুক্ত খেলনাকে পিছন দিক টানলে স্প্রিং সঙ্কুচিত হয়ে বিভব শক্তি সঞ্চয় করে। এখন ছেড়ে দিলে স্প্রিংটি প্রসারিত হয় এবং এই সঞ্চিত বিভব শক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে খেলনাটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নেয়।

৫.১২। ব্যবহারিক

Practical

স্প্রিং সংক্রান্ত পরীক্ষার যান্ত্রিক ব্যবস্থা :

কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি স্প্রিং ঝুলানো আছে। স্প্রিং-এর পাশে একটি মিলিমিটারে দাগাক্ষিত স্কেল খাড়াভাবে রাখা আছে। স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে একটি ওজন ধারক সংযুক্ত। স্প্রিং-এর প্রান্তে একটি সূচক অনুভূমিকভাবে আটকানো থাকে যেটি স্প্রিং সঙ্কুচিত ও প্রসারিত হলে স্কেলের গা বেয়ে ওঠানামা করতে পারে (চিত্র : ৫.১০)।

পরীক্ষণের নাম	স্প্রিং-এর বিভবশক্তি নির্ণয়
পিরিয়ড : ২	

মূল তত্ত্ব : ধরা যাক, একটি স্প্রিং কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলানো আছে। এর মুক্ত প্রান্তে m ভর বেঁধে দিলে এটি প্রসারিত হবে। স্প্রিংটি প্রসারিত হওয়ার ফলে স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হবে। স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে কৃত এ কাজই স্প্রিং-এ বিভব শক্তি হিসেবে বিরাজ করে। ভর ঝুলানোর ফলে স্প্রিংটি যদি সাম্যাবস্থান থেকে x পরিমাণ প্রসারিত হয় তাহলে স্প্রিং-এ সঞ্চিত বিভব শক্তি,

$$U = \frac{1}{2} kx^2 \dots\dots\dots (1)$$

এখানে, k = স্প্রিং ধ্রুবক।

F বল প্রয়োগে যদি স্প্রিংটি সাম্যাবস্থা থেকে x পরিমাণ প্রসারিত হয় তাহলে, $F = kx$

বা, $mg = kx$

$$\therefore k = \frac{mg}{x} \dots\dots\dots (2)$$

x পরিমাপ করে সমীকরণ (2) থেকে k বের করে সমীকরণ (1) এর সাহায্যে স্প্রিং-এর বিভব শক্তি U নির্ণয় করা যায়।

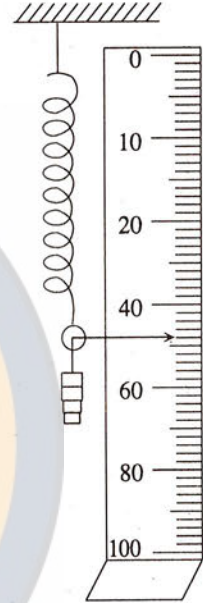
যন্ত্রপাতি : ভর ঝুলানোর ব্যবস্থাসহ সূচক লাগানো একটি স্প্রিং, স্কেল, প্রয়োজনীয় ভর।

কাজের ধারা

১। স্প্রিং-এর সাথে লাগানো সূচকের প্রাথমিক পাঠ l_1 লক্ষ্য করা হয়।

২। স্প্রিং-এর ওজন ধারকে m ভর ঝুলানো হয়। স্প্রিংটি প্রসারিত হয়ে স্থির অবস্থানে আসলে সূচকের পাঠ l_2 নেওয়া হয়। $l_2 - l_1$ হচ্ছে m ভরের জন্য স্প্রিং এর প্রসারণ x ।

৩। বিভিন্ন ভরের জন্য উপরিউক্ত কার্যক্রম পাঁচবার পুনরাবৃত্তি করে x নির্ণয় করা হয়।



চিত্র : ৫.১০

স্প্রিং-এর বিভব শক্তি নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	সূচকের আদিপাঠ	ওজন ধারকে ভর	ভর ঝুলানোর পর সূচকের পাঠ	স্প্রিং এর প্রসারণ	স্প্রিং এর প্রসারণ	স্প্রিং এর প্রবলক	স্প্রিং এর বিভব শক্তি	গড় বিভব শক্তি U
	l_1 cm	m kg	l_2 cm	$x = l_2 - l_1$ cm	x m	$k = \frac{mg}{x}$ N m ⁻¹	$U = \frac{1}{2} kx^2$ J	U J
1.		m_1						
2.		m_2						
3.		m_3						
4.		m_4						
5.		m_5						

হিসাব : $k = \frac{mg}{x}$ N m⁻¹

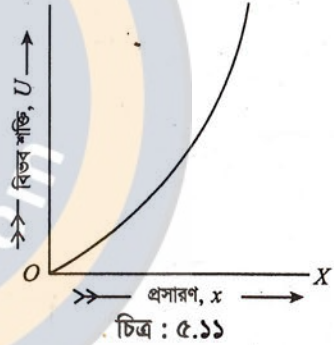
$U = \frac{1}{2} kx^2$ J

ফলাফল :

স্প্রিং-এর সম্প্রসারণকে X -অক্ষে এবং আনুষঙ্গিক বিভব শক্তিকে Y -অক্ষে স্থাপন করে লেখচিত্র আঁকলে মূলবিন্দুগামী পরাবৃত্ত (parabola) পাওয়া যায়। (চিত্র : ৫.১১)। লেখচিত্র থেকে স্প্রিং-এর যে কোনো সম্প্রসারণের জন্য বিভব শক্তি নির্ণয় করা যায়।

সতর্কতা

- ১। স্প্রিং-কে মুক্তভাবে ঝুলাতে হবে।
- ২। খেয়াল রাখতে হবে যে সূচকটি স্কেলকে স্পর্শ না করে।
- ৩। যে ওজন চাপানো হবে সেটি যেন স্প্রিং-এর স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করে না যায়।
- ৪। ভর চাপানোর আগে ও পরে স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান সতর্কতার সাথে নির্ণয় করতে হবে।



৫.১৩। সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বল

Conservative Force & Nonconservative Force

বলকে আমরা দু'ভাবে ভাগ করতে পারি— সংরক্ষণশীল বল এবং অসংরক্ষণশীল বল।

সংরক্ষণশীল বল

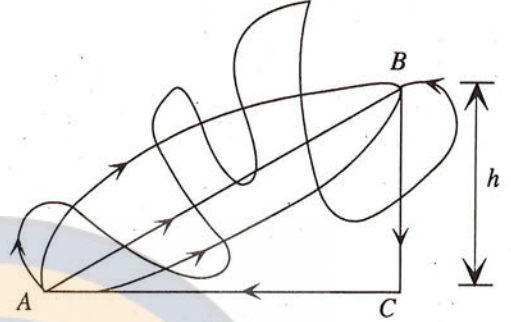
সংজ্ঞা : কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো কণার একটি বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় কোনো বল দ্বারা কৃতকাজ যদি ধনাত্মক হয় এবং দ্বিতীয় বিন্দু থেকে প্রথম বিন্দুতে আসার সময় যদি ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ পূর্বের কাজের সমান ও ঋণাত্মক হয়, তাহলে এ পূর্ণ চক্রে মোট কাজ শূন্য হয়। এই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলা হয়।

কোনো একটি কণার এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় যদি কোনো বল দ্বারা কণাটির উপর সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কণাটির গতিপথের উপর নির্ভর না করে কেবল বিন্দু দুটির অবস্থানের উপর নির্ভর করে তাহলে সেই বলটি সংরক্ষণশীল হয়।

সংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ : অভিকর্ষ বল

অভিকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল। আমরা যদি একটি বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করি, তবে এটি পুনরায় আমাদের হাতে ফিরে আসবে। এ ক্ষেত্রে বস্তুটির হাত থেকে নিক্ষিপ্ত হয়ে পুনরায় হাতে ফিরে আসা এই পূর্ণ চক্রে কণাটির উপর অভিকর্ষ বলের সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য। m ভরের একটি বস্তুকে ভূপৃষ্ঠের A বিন্দু থেকে h উচ্চতায় B বিন্দুতে ওঠালে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজ mgh হয়। বস্তুটিকে যে পথেই (চিত্র : ৫.১২) ওঠানো হোক না কেন সকল ক্ষেত্রেই এই কাজের মান হয় mgh । অতএব অভিকর্ষ বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণ কেবল বিন্দু দুটির অবস্থানের উপর নির্ভরশীল, কণাটির গতি পথের উপর নয়। তাই অভিকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল। তড়িৎ বল, চৌম্বক বল, একটি আদর্শ স্প্রিং-এর বল প্রভৃতি সংরক্ষণশীল বল।



চিত্র : ৫.১২

অসংরক্ষণশীল বল

সংজ্ঞা : কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্রে সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না, সেই বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো কণার এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় কোনো বল দ্বারা কিছু কাজ সাধিত হয়। এখন ঐ কণাটির যদি দ্বিতীয় বিন্দু থেকে প্রথম বিন্দুতে ফিরে আসার সময় কৃতকাজ পূর্বের কাজের সমান ও বিপরীত না হয়, তাহলে পূর্ণচক্রে মোট কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না। যে বলের ক্রিয়ায় এরূপ ঘটে তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়। যদি কোনো কণার এক বিন্দু থেকে অপর বিন্দুতে যাওয়ার সময় কোনো বল কর্তৃক কণাটির উপর সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কণাটির গতিপথের উপর নির্ভর করে, তাহলে সেই বলটি অসংরক্ষণশীল বল হয়।

অসংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ : ঘর্ষণ বল

ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল। আমরা জানি, ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণ চক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক। ফলে একটি পূর্ণ চক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনো শূন্য হতে পারে না। আবার ঘর্ষণ বলের ক্ষেত্রে দুটি নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্যে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ কণাটির গতিপথের উপর নির্ভর করে। কেননা একটি অমসৃণ টেবিলের উপরে যে কোনো দুটি বিন্দুর সংযোগকারী ভিন্ন ভিন্ন পথে একটি বস্তুকে ঠেলে নিয়ে গেলে অতিক্রান্ত দূরত্বের পরিবর্তন হয় এবং তার ফলে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণও পরিবর্তিত হয়। এ মান পথের উপর নির্ভর করে। তাই ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

এছাড়াও সান্দ্রবল, সবল ও দুর্বল নিউক্লিয় বল ইত্যাদি বলও অসংরক্ষণশীল বল।

৫.১৪। শক্তির নিত্যতা সূত্র বা সংরক্ষণশীলতা নীতি

Principle of Conservation of Energy

বিবৃতি : শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নেই, শক্তি কেবল একরূপ থেকে অপর এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। মহাবিশ্বের মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট ও অপরিবর্তনীয়।

ব্যাখ্যা : এক প্রকার শক্তিকে অন্য এক বা একাধিক প্রকার শক্তিতে রূপান্তর সম্ভব। শক্তি যখন একরূপ থেকে অন্যরূপে পরিবর্তিত হয় তখন শক্তির কোনো ক্ষয় হয় না। এক বস্তু যে পরিমাণ শক্তি হারায় অপর বস্তু ঠিক সে পরিমাণ শক্তি লাভ করে। প্রকৃতপক্ষে আমরা কোনো নতুন শক্তি সৃষ্টি করতে পারি না বা শক্তি ধ্বংস করতেও পারি না। অর্থাৎ বিশ্বের সামগ্রিক শক্তি ভাঙরের কোনো তারতম্য ঘটে না। এ বিশ্ব সৃষ্টির প্রথম মুহূর্তে যে পরিমাণ শক্তি ছিল আজও সেই পরিমাণ শক্তি বর্তমান। এটাই শক্তির অবিনশ্বরতা বা শক্তির সংরক্ষণশীলতা।

যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা

বিবৃতি : কোনো ব্যবস্থায় কেবল সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করলে ব্যবস্থার গতিশক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি সর্বদা ধ্রুব থাকে। অর্থাৎ

$$\text{গতিশক্তি} + \text{বিভব শক্তি} = \text{ধ্রুবক}$$

ব্যাখ্যা : কোনো একটি ব্যবস্থায় যদি সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করে, তবে সেই ব্যবস্থার যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে। সেক্ষেত্রে ব্যবস্থার গতিশক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি অর্থাৎ যান্ত্রিক শক্তি ধ্রুব থাকে। যদি ব্যবস্থার গতিশক্তি হ্রাস পায়, তবে বিভব শক্তি বৃদ্ধি পায় আর যদি বিভব শক্তি হ্রাস পায় তবে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। কিন্তু তাদের সমষ্টির কোনো পরিবর্তন হয় না। ধরা যাক, কোনো ব্যবস্থার আদি বিভব শক্তি U_i এবং আদি গতিশক্তি K_i । ব্যবস্থার উপর সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করায় ব্যবস্থার শেষে বিভব শক্তি ও গতিশক্তি হলো যথাক্রমে U_f এবং K_f । এখন যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে,

$$U_i + K_i = U_f + K_f \quad \dots \quad \dots \quad (5.26)$$

অর্থাৎ $U + K = \text{ধ্রুবক}$

অসংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে যেমন যদি কোনো ব্যবস্থায় ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে তখন (5.26) সমীকরণ খাটে না, অর্থাৎ যান্ত্রিক শক্তি ধ্রুব থাকে না।

৫.১৫। শক্তির নিত্যতার নীতির ব্যবহার

Uses of Principle of Conservation of Energy

ক. উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা

একটি বস্তুকে যখন খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয় তখন শক্তির নিত্যতার নীতি অনুসারে সবসময় তার মোট যান্ত্রিক শক্তি অর্থাৎ বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি ধ্রুব থাকে। ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিপরীতে খাড়া উপরের দিকে v_0 বেগে নিক্ষেপ করা হলো।

নিষ্ক্ষেপের মুহূর্তে, বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠে থাকে, ফলে উচ্চতা $h = 0$ ।

সুতরাং নিষ্ক্ষেপের সময়

$$\text{বিভব শক্তি } U_1 = mgh = 0$$

$$\text{গতিশক্তি } K_1 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E_1 = U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

বস্তুটি যত উপরে উঠতে থাকে, তার বেগ ততো কমতে থাকবে। কমতে কমতে বেগ শূন্য হলে সেটি আবার অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচে নামতে থাকবে। সুতরাং সর্বোচ্চ উচ্চতায় $v = 0$ । ধরা যাক, এ সর্বোচ্চ উচ্চতা h_{\max} ।

সুতরাং সর্বোচ্চ উচ্চতায়

$$\text{বিভব শক্তি, } U_2 = mgh_{\max}$$

$$\text{গতিশক্তি, } K_2 = \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

$$\therefore \text{মোট শক্তি, } E_2 = U_2 + K_2 = mgh_{\max} + 0 = mgh_{\max}$$

এখন শক্তির নিত্যতার নীতি অনুসারে,

$$E_2 = E_1$$

$$\therefore mgh_{\max} = \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$\therefore h_{\max} = \frac{v_o^2}{2g}$$

(5.27)

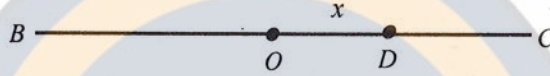
এ সমীকরণই আমরা তৃতীয় অধ্যায়ে গতির সমীকরণ থেকে পেয়েছি (3.20)।

খ. সরল ছন্দিত গতি বা সরল দোলন গতির শক্তি

যদি কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এই গতিকে সরল দোলন গতি বলে।

এই নির্দিষ্ট বিন্দুকে সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থান বলে এবং সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে যে সর্বোচ্চ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিস্তার (A) বলে।

৫.১৩ চিত্রে, O হচ্ছে সাম্যাবস্থান এবং $OB = OC = A =$ বিস্তার।



চিত্র : ৫.১৩

কম্পমান সুরশলাকার গতি, কোনো স্প্রিং-এর একপ্রান্ত দৃঢ় অবস্থানে আটকে অপর প্রান্তে ঝুলানো কোনো বস্তুকে দোলতে দিলে তার গতি সরল দোলন গতি।

কোনো কণার উপর ক্রিয়াশীল বল F এবং সরণ x হলে সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে $F = -kx$

এখানে k একটি ধ্রুবক, তাকে বলা হয় বল ধ্রুবক। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার সাম্যাবস্থান থেকে x দূরত্বে বিভব শক্তি $\frac{1}{2}kx^2$ এবং কোনো কণার বেগ v হলে তার গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv^2$ ।

সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার দোলনের যে কোনো এক প্রান্তে যেমন C তে বেগ, $v = 0$

এবং সরণ, $x = A$ ।

$$\text{সুতরাং বিভব শক্তি, } U_1 = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\text{গতিশক্তি, } K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E_1 = U_1 + K_1 = \frac{1}{2}kA^2 + 0 = \frac{1}{2}kA^2$$

সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো দূরত্ব x -এ অবস্থিত D বিন্দুতে যদি বেগ v হয়,

$$\text{তাহলে বিভব শক্তি, } U_2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\text{গতিশক্তি, } K_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি } E_2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

এখন শক্তির নিত্যতার নীতি অনুসারে D এবং C বিন্দুতে মোট শক্তি সমান।

$$\therefore E_2 = E_1$$

$$\frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kA^2 \quad \dots \quad (5.28)$$

এর থেকে আমরা x দূরত্বে যেকোনো বিন্দুতে বেগ v নির্ণয় করতে পারি,

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} kx^2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{k}{m} (A^2 - x^2)$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m} (A^2 - x^2)}$$

সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega =$ কৌণিক কম্পাঙ্ক।

$$\therefore v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad \dots \quad (5.29)$$

যা অষ্টম অধ্যায়ে প্রতিপাদিত (8.12) সমীকরণের সাথে সংগতিপূর্ণ।

গ. সরল দোলকের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা

সরল দোলকের আন্দোলনে গতি শক্তি ও বিভব শক্তির রূপান্তর প্রতিনিয়ত ঘটে। আন্দোলনের প্রতি মুহূর্তে গতি শক্তি ও বিভব শক্তির যোগফল সমান থাকে।

ধরা যাক, OA একটি দোলক এবং B বিন্দু আন্দোলনের ফলে সাম্যাবস্থান থেকে দোলকের সর্বাধিক সরণের অবস্থান, অর্থাৎ B বিন্দুতে দোলকটি মুহূর্তের জন্য থেমে যায় (চিত্র : ৫.১৪)। সুতরাং B বিন্দুতে দোলকের শক্তি সম্পূর্ণরূপে বিভব শক্তি। এখন দোলকের A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যাওয়ার অর্থ খাড়াভাবে A থেকে N বিন্দুতে যাওয়া। সুতরাং B বিন্দুতে দোলকের বিভব শক্তি $= mg \times$ খাড়া উচ্চতা $= mg \times AN$ ।

এখানে m বরের ভর এবং B বিন্দুতে দোলকের গতিশক্তি $= 0$ ।

অতএব, B বিন্দুতে দোলকের

$$\text{মোট যান্ত্রিক শক্তি} = mg \times AN + 0 = mg \times AN$$

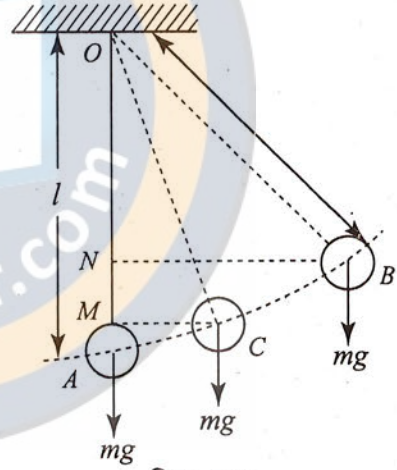
ধরা যাক, আন্দোলিত হয়ে দোলকটি কোনো এক সময় C বিন্দুতে পৌঁছল। এ অবস্থানে দোলকটির বিভব শক্তি ও গতি শক্তি দুই-ই থাকবে।

$$\begin{aligned} C \text{ বিন্দুতে দোলকের বিভব শক্তি} &= mg \times \text{খাড়া উচ্চতা} \\ &= mg \times AM \end{aligned}$$

$$C \text{ বিন্দুতে দোলকের গতি শক্তি} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 2gh = mg \times NM = mg (AN - AM)$$

$$\begin{aligned} \text{অতএব, } C \text{ বিন্দুতে দোলকের মোট শক্তি} &= mg \times AM + mg (AN - AM) \\ &= mg \times AN = B \text{ বিন্দুতে মোট শক্তি।} \end{aligned}$$

সুতরাং আন্দোলিত দোলক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।



চিত্র : ৫.১৪

৫.১৬। ক্ষমতা

Power

সংজ্ঞা : কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে।

ব্যাখ্যা : t সময়ে W পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হলে ক্ষমতা,

$$P = \frac{W}{t} \quad \dots \quad (5.30)$$

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কৃত কাজ}}{\text{সময়}}$$

কাজ করার এ হার সবসময় সমান না হলে (5.30) এই সমীকরণ দিয়ে গড় ক্ষমতা পাওয়া যায়।

$$\text{তাৎক্ষণিক ক্ষমতা হবে } P = \frac{dW}{dt}$$

ক্ষমতা, বল ও বেগের সম্পর্ক

$$\text{যেহেতু } W = FS, \text{ তাই (5.30) সমীকরণ থেকে পাই, } P = \frac{FS}{t}$$

$$\therefore \frac{S}{t} = v$$

$$\therefore P = Fv$$

$$\dots \quad (5.31)$$

(5.31) এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, কোনো যন্ত্র যদি F বল প্রয়োগে বলের প্রয়োগ বিন্দুকে v বেগে গতিশীল রেখে কাজ সম্পাদন করে তাহলে তার ক্ষমতা হবে বল ও বেগের গুণফলের সমান।

যেহেতু কাজ একটি স্কেলার রাশি, তাই ক্ষমতাও একটি স্কেলার রাশি।

ক্ষমতার মাত্রা ও একক : ক্ষমতার মাত্রা হবে $\frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা অর্থাৎ ML^2T^{-3}

ক্ষমতার একক হবে $\frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}}$ এর একক। ক্ষমতার এসআই একক হচ্ছে ওয়াট (W)।

যদি কাজ $W = 1 \text{ J}$ এবং সময় $t = 1 \text{ s}$ হয়, তাহলে $P = 1 \text{ W}$ হবে।

ওয়াট : 1 সেকেন্ডে 1 জুল (J) কাজ করার ক্ষমতাকে 1 ওয়াট (W) বলে।

$$\therefore 1 \text{ W} = 1 \text{ J s}^{-1}$$

$$1 \text{ কিলোওয়াট (kW)} = 1000 \text{ ওয়াট (W)}$$

$$1 \text{ মেগাওয়াট (MW)} = 1000 \text{ কিলোওয়াট (kW)} = 10^6 \text{ W} = 10^6 \text{ J s}^{-1}$$

তাৎপর্য : কোনো বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রের ক্ষমতা 80 MW বা $80 \times 10^6 \text{ W}$ বলতে বোঝায় উক্ত কেন্দ্রের সরবরাহকৃত বিদ্যুৎশক্তি দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে $80 \times 10^6 \text{ J}$ কাজ করা যায়।

অশ্বক্ষমতা (Horse Power : hp) : এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতি চালুর পূর্বে ক্ষমতার একটি ব্যবহারিক একক ছিল অশ্বক্ষমতা (hp)। ওয়াটের সাথে এর সম্পর্ক হলো,

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ watt}$$

৫.১৭। কর্মদক্ষতা

Efficiency

শক্তি রূপান্তরের সহায়তায় আমরা আমাদের দৈনন্দিন জীবনের প্রয়োজন মেটাই। যেমন, পেট্রোলে সঞ্চিত রাসায়নিক শক্তি গতি শক্তিতে রূপান্তরের মাধ্যমে আমরা ইঞ্জিন চালাতে পারি। কিন্তু একটা নির্দিষ্ট পরিমাণ পেট্রোল পুড়িয়ে আমরা যে গতি শক্তি পেতে পারি তার সবটাই কিন্তু ইঞ্জিনে দেখা যাবে না। এর কারণ শক্তির কিছু অংশ অন্যভাবে ব্যয়িত হয়। ইঞ্জিনে যতটুকু শক্তি পাওয়া যায় তাকে কার্যকর শক্তি বলে। কোনো যন্ত্রের বা সিস্টেমের কর্মদক্ষতা বলতে ঐ যন্ত্র বা সিস্টেম থেকে মোট যে কার্যকর শক্তি পাওয়া যায় এবং যন্ত্র বা সিস্টেমে মোট যে শক্তি দেওয়া হয়, তার অনুপাতকে বোঝায়।

সংজ্ঞা : কোনো ব্যবস্থা (system) বা যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং ব্যবস্থায় বা যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ ব্যবস্থার বা যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

$$\text{কর্মদক্ষতা, } \eta = \frac{\text{মোট কার্যকর শক্তি (output)}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি (input)}} \quad \dots \quad (5.32)$$

কর্মদক্ষতাকে সাধারণত শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

কোনো প্রক্রিয়ায় মোট প্রদত্ত শক্তি E_{in} -এর একটি অংশ কার্যকর শক্তি u -তে রূপান্তরিত হয় এবং বাকি শক্তি W অপচয় হলে, $E_{in} - W = u$ ।

$$\text{সুতরাং কর্মদক্ষতা, } \eta = \frac{u}{E_{in}} \times 100\% \quad \dots \quad (5.33)$$

কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 70% বলতে আমরা বুঝি যে, যদি এই যন্ত্রে 100 J শক্তি দেওয়া হয়, তাহলে সেই যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি হবে 70 J।

শক্তির পরিবর্তে অনেক সময় শক্তির হার তথা ক্ষমতা দিয়ে কর্মদক্ষতাকে সংজ্ঞায়িত করা হয়। কার্যকর ক্ষমতা এবং মোট ক্ষমতার অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

$$\eta = \frac{\text{কার্যকর ক্ষমতা}}{\text{মোট ক্ষমতা}} \quad \dots \quad (5.34)$$

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	5.2	$W = FS \cos \theta$	৫.২
২	5.12	$W = \frac{1}{2} kx^2$	৫.৫
৩	5.13	$W_s = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$	৫.৫
৪	5.14	$W_s = -\frac{1}{2} kx^2$	৫.৫
৫	5.17	$W = \frac{GMmh}{R(R+h)}$	৫.৬
৬	5.20	$W_{ab} = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$	৫.৬
৭	5.21	$K = \frac{1}{2} mv^2$	৫.১০
৮	5.22	$K = \frac{p^2}{2m}$	৫.১০
৯	5.23	$W = K - K_o = \Delta K$	৫.১০
১০	5.24	$U = mgh$	৫.১১
১১	5.25	$U = \frac{1}{2} kx^2$	৫.১১
১২	5.26	$K_i + U_i = K_f + U_f$	৫.১৪
১৩	5.30	$P = \frac{W}{t}$	৫.১৬
১৪	5.31	$P = Fv$	৫.১৬

সার-সংক্ষেপ

কাজ : বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

$$\text{ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ : } W = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে তাহলে সেই বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ বলে।

বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজ : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশ থাকে তাহলে সেই বল এবং বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে বলের বিরুদ্ধে কাজ বলে।

শক্তি : কোনো বস্তুর কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

যান্ত্রিক শক্তি : কোনো বস্তুর মধ্যে তার গতি, অবস্থান বা ভৌত অবস্থার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য তথা শক্তি থাকে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

গতিশক্তি : কোনো গতিশীল বস্তু গতিশীল থাকার জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য অর্থাৎ শক্তি অর্জন করে তাকে গতিশক্তি বলে। গতি শক্তি $K = \frac{1}{2} mv^2$

বিভবশক্তি : স্বাভাবিক অবস্থা বা অবস্থান পরিবর্তন করে কোনো বস্তুকে অন্য কোনো অবস্থা বা অবস্থানে আনলে বস্তু কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে বিভব শক্তি বলে।

সংরক্ষণশীল বল : কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হলে সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

অসংরক্ষণশীল বল : একটি বলকে অসংরক্ষণশীল বলা হয় যদি কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর এই বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য না হয়।

শক্তির নিত্যতার নীতি : শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নেই, শক্তি কেবল একরূপ থেকে অপর এক বা ততোধিকরূপে পরিবর্তিত হতে পারে। মহাবিশ্বের মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট ও অপরিবর্তনীয়।

ক্ষমতা : কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে।

কর্মদক্ষতা : কোনো যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাগুলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১। ২ N বল কোনো নির্দিষ্ট ভরেকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে 5 m দূরে সরে গেল। কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} W &= FS \cos \theta \\ &= 2 \text{ N} \times 5 \text{ m} \times \cos 60^\circ \\ &= 5 \text{ J} \end{aligned}$$

উ: 5 J

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{বল, } F &= 2 \text{ N} \\ \text{সরণ, } S &= 5 \text{ m} \\ \text{সরণ ও বলের অন্তর্ভুক্ত কোণ, } \theta &= 60^\circ \\ \text{কাজ, } W &= ? \end{aligned}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (12\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করলে কণাটির $\vec{r} = (4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ m সরণ হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} W &= \vec{F} \cdot \vec{r} \\ &= (12\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ N} \cdot (4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ m} \\ &= 12 \text{ N} \times 4 \text{ m} + (-6 \text{ N}) \times 4 \text{ m} + 4 \text{ N} \times (-2 \text{ m}) \\ &= 48 \text{ J} - 24 \text{ J} - 8 \text{ J} \\ &= 16 \text{ J} \end{aligned}$$

উ: 16 J

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৩। কোনো মসৃণ, অনুভূমিক তলের উপর অবস্থিত একটি ব্লকে 80 Nm^{-1} বল প্রবকের একটি স্প্রিং-এর সাথে সংযুক্ত করা হলো। সাম্যাবস্থা থেকে স্প্রিংটিকে 3.0 cm সঙ্কুচিত করা হলো। স্প্রিং বলের বিপরীতে কত কাজ করা হলো?

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} kx^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 80 \text{ N m}^{-1} \times (3 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \\ &= 3.6 \times 10^{-2} \text{ J} \end{aligned}$$

উ: $3.6 \times 10^{-2} \text{ J}$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{বল, } \vec{F} &= (12\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ N} \\ \text{সরণ, } \vec{r} &= (4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ m} \\ \text{কাজ, } W &= ? \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{বল প্রবক, } k &= 80 \text{ N m}^{-1} \\ \text{সরণ, } x &= 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m} \\ \text{কৃত কাজ, } W &= ? \end{aligned}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৪। 100 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 200 kg m s^{-1} হলে এর গতিশক্তি বের কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} K &= \frac{p^2}{2m} \\ &= \frac{(200 \text{ kg m s}^{-1})^2}{2 \times 100 \text{ kg}} \end{aligned}$$

$$K = 200 \text{ J}$$

উ: 200 J

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{ভর, } m &= 100 \text{ kg} \\ \text{ভরবেগ, } p &= 200 \text{ kg m s}^{-1} \\ \text{গতিশক্তি, } K &= ? \end{aligned}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৫। একটি নিউট্রনের ভর $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ এবং এটি $4 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ বেগে গতিশীল। এর গতিশক্তি কত?

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{গতিশক্তি, } K &= \frac{1}{2} mv^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \times (4 \times 10^4 \text{ m s}^{-1})^2 \\ &= 13.36 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

উ: $13.36 \times 10^{-19} \text{ J}$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{নিউট্রনের ভর, } m &= 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ \text{নিউট্রনের বেগ, } v &= 4 \times 10^4 \text{ m s}^{-1} \\ \text{গতিশক্তি, } K &= ? \end{aligned}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৬। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে কেবল ভেদ করতে পারে। যদি গুলির বেগ পাঁচগুণ করা হয় তবে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে ?

মনে করি, গুলির ভর, m এবং গুলির বেগ, v

∴ একটি তক্তা ভেদ করতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি, K_1

$$\therefore K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$

বেগ পাঁচগুণ করা হলে ধরা যাক, গতিশক্তি, K_2 হবে,

$$\therefore K_2 = \frac{1}{2}m(5v)^2 = \frac{1}{2}m \times 25v^2 = 25 \times \frac{1}{2}mv^2 = 25 \times K_1 = 25 \times \text{একটি তক্তা ভেদ করার জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি}।$$

∴ বেগ পাঁচগুণ হলে গুলিটি অনুরূপ ২৫ টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।

উ: ২৫ টি।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৭। ৫ kg ভরের কোনো বস্তুকে কত উঁচু থেকে ফেললে এর গতিশক্তি 27 km h^{-1} বেগে চলমান ২০০০ kg লরীর গতিশক্তির সমান হবে ?

বস্তুর গতিশক্তি = সম্পন্ন কাজ

$$K_1 = mgh$$

$$= 5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times h$$

লরীর গতিশক্তি,

$$K_2 = \frac{1}{2}Mv^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2000 \text{ kg} \times (7.5 \text{ m s}^{-1})^2$$

এখন প্রশ্নানুসারে, বস্তুর গতিশক্তি = লরীর গতিশক্তি

$$K_1 = K_2$$

$$5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times h = \frac{1}{2} \times 2000 \text{ kg} \times (7.5 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$\therefore h = 1147.96 \text{ m}$$

উ: 1147.96 m

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৮। ০.৫০ kg ভরের একটি বোমা ভূমি হতে ১ km উঁচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি বের কর।

আমরা জানি,

ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে বেগ v হলে,

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{কিন্তু } v^2 = v_0^2 + 2as$$

এখানে, আদিবেগ, $v_0 = 0$

ত্বরণ, $a = \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

সরণ, $s = \text{উচ্চতা } h = 10^3 \text{ m}$

$$\therefore v^2 = 0 + 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 10^3 \text{ m}$$

এখানে,

লরীর ভর, $M = 2000 \text{ kg}$

লরীর বেগ, $v = 27 \text{ km h}^{-1}$

$$= \frac{27 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 7.5 \text{ m s}^{-1}$$

বস্তুর ভর, $m = 5 \text{ kg}$

উচ্চতা, $h = ?$

এখানে,

ভর, $m = 0.50 \text{ kg}$

উচ্চতা, $h = 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$

গতিশক্তি, $K = ?$

$$= 19600 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore K = \frac{1}{2} \times 0.5 \text{ kg} \times 19600 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$= 4900 \text{ J}$$

উ: 4900 J.

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৯। স্থিরাবস্থা থেকে 40 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2 s পর 15 m s⁻¹ বেগ অর্জন করে। এর উপর কী পরিমাণ বল কাজ করেছে এবং 4 s পর এর গতিশক্তি কত হবে ?

আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\text{আবার, } v = v_o + at$$

$$\text{বা, } 15 \text{ m s}^{-1} = 0 + a \times 2 \text{ s}$$

$$\therefore a = \frac{15 \text{ m s}^{-1}}{2 \text{ s}} = 7.5 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore F = 40 \text{ kg} \times 7.5 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 300 \text{ N}$$

$$\text{আবার, } v' = v_o + at'$$

$$= 0 + 7.5 \text{ m s}^{-2} \times 4 \text{ s}$$

$$= 30 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{গতিশক্তি, } K = \frac{1}{2} mv'^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 40 \text{ kg} \times (30 \text{ m s}^{-1})^2 = 18000 \text{ J}$$

উ: 300 N; 18000 J

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১০। 2 kg ভরের একটি বস্তুকে ভূমি থেকে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হলো এবং বস্তুটি 8 s পর পুনরায় ভূমিতে ফিরে এলো। নিক্ষেপের মুহূর্তে এবং নিক্ষেপের 2 s পরে বস্তুটির বিভব শক্তি এবং গতিশক্তি কত ? [দেওয়া আছে, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

[রুয়েট ২০০৯-২০১০]

আমরা জানি, নিক্ষেপের মুহূর্তে বস্তুর আদি বেগ

v_o হলে

$$T = \frac{2v_o}{g}$$

$$\text{বা, } v_o = \frac{gT}{2}$$

$$= \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times 8 \text{ s}}{2}$$

$$= 39.2 \text{ m s}^{-1}$$

নিক্ষেপের মুহূর্তে উচ্চতা, $h = 0$

সুতরাং বিভব শক্তি $U_o = mgh = 0$

$$\text{গতিশক্তি, } K_o = \frac{1}{2} mv_o^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \text{ kg} \times (39.2 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$= 1536.64 \text{ J}$$

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 40 \text{ kg}$

বস্তুর আদিবেগ, $v_o = 0$

শেষ বেগ, $v = 15 \text{ m s}^{-1}$

সময়, $t = 2 \text{ s}$

ত্বরণ, $a = ?$

বল, $F = ?$

দ্বিতীয় সময়, $t' = 4 \text{ s}$

4 s পরে বস্তুর বেগ, $v' = ?$

4 s পরে বস্তুর গতিশক্তি, $K = ?$

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 2 \text{ kg}$

উড্ডয়নকাল, $T = 8 \text{ s}$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

নিক্ষেপের সময়

বিভব শক্তি, $U_o = ?$

গতিশক্তি, $K_o = ?$

সময়, $t = 2 \text{ s}$ পর

বিভব শক্তি, $U = ?$

গতিশক্তি, $K = ?$

$t = 2 \text{ s}$ পর উচ্চতা h হলে

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = (39.2 \text{ m s}^{-1}) \times 2 \text{ s} - \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (2 \text{ s})^2$$

$$= 58.8 \text{ m}$$

$$\therefore U = mgh = 2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 58.8 \text{ m}$$

$$= 1152.48 \text{ J}$$

$t = 2 \text{ s}$ পর বেগ v হলে

$$v = v_0 - g t$$

$$= 39.2 \text{ m s}^{-1} - 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 2 \text{ s}$$

$$= 19.6 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 2 \text{ kg} \times (19.6 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$= 384.16 \text{ J}$$

উ: বিভব শক্তি 0 এবং 1152.48 J; গতিশক্তি 1536.64 J এবং 384.16 J

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১১। 60 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি হতে কত উচ্চতায় এর বিভব শক্তিগতি শক্তির অর্ধেক হবে? [চ. বো. ২০১৫]

মনে করি, বস্তুর ভর $= m$ এবং বস্তুর মোট উচ্চতা, $h = 60 \text{ m}$.

ধরা যাক, ভূমি থেকে x উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে। অর্থাৎ বিভব শক্তি গতিশক্তির অর্ধেক হবে।

x উচ্চতায় বস্তুর বিভব শক্তি, $U = mgx$

$$\therefore x \text{ উচ্চতায় বস্তুর গতিশক্তি } K = 2U = 2mgx$$

h উচ্চতায় মোট শক্তি তথা বিভব শক্তি $E = mgh$

এখন শক্তির নিত্যতা সূত্রানুসারে x উচ্চতায়

$$K + U = E$$

$$2mgx + mgx = mgh$$

$$\text{বা, } 3x = h \text{ বা, } x = \frac{h}{3} = \frac{60 \text{ m}}{3} = 20 \text{ m}$$

উ: 20 m

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১২। 20 m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে m ভরের একটি টেনিস বল গড়িয়ে মাটিতে পড়ে। বলটি যখন ভূমি স্পর্শ করে তখন এর বেগ 22 m s^{-1} । বলটি ছাদ ত্যাগ করার মুহূর্তে কত বেগে গড়াছিল?

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি থেকে আমরা জানি,

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 + 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 + gh = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 + 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 20 \text{ m} = \frac{1}{2} \times (22 \text{ m s}^{-1})^2$$

এখানে,

$$\text{ছাদের উচ্চতা, } h = 20 \text{ m}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v_f = 22 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{আদি বেগ, } v_i = ?$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 + 196 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} = 242 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 = 46 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v_i^2 = 92 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$v_i = 9.59 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 9.59 \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১৩। 74.6 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 25 cm উঁচু 20টি সিঁড়ি 10 s-এ উঠতে পারেন। তার ক্ষমতা কত ?

আমরা জানি, কৃতকাজ W হলে,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{FS}{t}$$

$$= \frac{731.08 \text{ N} \times 5 \text{ m}}{10 \text{ s}}$$

$$P = 365.54 \text{ W}$$

$$\text{উ: } 365.54 \text{ W}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১৪। 270 kg ভরের একটি বোঝা একটি ক্রেনের সাহায্যে 0.1 m s^{-1} বেগে উঠাতে হলে ক্রেনের ক্ষমতা কত ? [কু. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$P = Fv$$

$$= 2646 \text{ N} \times 0.1 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 264.6 \text{ W}$$

$$\text{উ: } 264.6 \text{ W}$$

এখানে,

লোকের ভর, $m = 74.6 \text{ kg}$

বল, $F =$ লোকটির ওজন

$$= mg = 74.6 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 731.08 \text{ N}$$

সরণ, $S =$ উচ্চতা $= 20 \times 25 \text{ cm} = 500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$

সময়, $t = 10 \text{ s}$

ক্ষমতা, $P = ?$

এখানে,

বোঝার ভর, $m = 270 \text{ kg}$

বল, $F =$ বোঝার ওজন

$$= mg = 270 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 2646 \text{ N}$$

বেগ, $v = 0.1 \text{ m s}^{-1}$

ক্ষমতা, $P = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১৫। একটি লিফ্টের কেবল লিফটিকে 0.75 m s^{-1} সমদ্রুতিতে উপরে তুলতে পারে। কেবলটি 23 kW ক্ষমতা প্রয়োগ করলে কেবল-এর টান বের কর।

আমরা জানি,

$$P = Fv$$

$$F = \frac{P}{v} = \frac{23 \times 10^3 \text{ W}}{0.75 \text{ m s}^{-1}}$$

$$= 30.67 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{উ: } 30.67 \times 10^3 \text{ N}$$

এখানে,

বেগ, $v = 0.75 \text{ m s}^{-1}$

ক্ষমতা, $P = 23 \text{ kW} = 23 \times 10^3 \text{ W}$

বল বা টান, $F = ?$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১৬। একটি দালানের ছাদের সাথে লাগান 5 m লম্বা একটি মই অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে আছে। 60 kg ভরের এক ব্যক্তি 20 kg ভরের বোঝা নিয়ে 10 সেকেন্ডে ছাদে ওঠেন। তার অশ্বক্ষমতা বের কর। [রয়েট ২০১১-২০১২; চুয়েট ২০০৮-২০০৯]

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t}$$

কিন্তু কাজ, $W = FS \cos \theta$

$$= 784 \text{ N} \times 5 \text{ m} \times \cos 60^\circ$$

$$= 784 \text{ N} \times 5 \text{ m} \times \frac{1}{2}$$

$$= 1960 \text{ J}$$

$$\therefore P = \frac{1960 \text{ J}}{10 \text{ s}}$$

$$= 196 \text{ W}$$

$$= \frac{196}{746} \text{ hp}$$

$$= 0.26 \text{ hp}$$

উ: 0.26 hp

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১৭। কোন কুয়া থেকে 20 m উপরে পানি তোলার জন্য 6 kW এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হচ্ছে। পাম্পের দক্ষতা 88.2% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে? [ব. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা,

$$P = \frac{88.2}{100} P'$$

$$= \frac{88.2}{100} \times 6 \times 10^3 \text{ W}$$

$$= 5292 \text{ W}$$

আবার,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fh}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$\therefore m = \frac{Pt}{gh} = \frac{5292 \text{ W} \times 60 \text{ s}}{9.8 \text{ m s}^{-2} \times 20 \text{ m}} = 1620 \text{ kg}$$

যেহেতু 1 kg পানির আয়তন 1 litre

\therefore পানির আয়তন, $V = 1620 \text{ litre}$

উ: 1620 litre

এখানে,

বল, $F =$ ব্যক্তির ওজন + বোঝার ওজন

$$= (60 \text{ kg} + 20 \text{ kg}) \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 784 \text{ N}$$

সরণ, $S = 5 \text{ m}$

বল ও সরণের অন্তর্ভুক্ত

কোণ, $\theta =$ মই ও উল্লম্বের অন্তর্ভুক্ত কোণ

$$= 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

সময়, $t = 10 \text{ s}$

ক্ষমতা, $P = ?$

এখানে,

পাম্পের ক্ষমতা, $P' = 6 \text{ kW} = 6 \times 10^3 \text{ W}$

দক্ষতা, $\eta = 88.2\%$

সরণ, $h = 20 \text{ m}$

সময়, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

পানির আয়তন, $V = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১৮। একটি মোটর মিনিটে 5.5×10^5 kg পানি 100 m উপরে ওঠাতে পারে।
মোটরটির দক্ষতা 70% হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০০০]

আমরা জানি, কৃতকাজ W হলে,

কার্যকর ক্ষমতা,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fh}{t}$$

$$= \frac{mgh}{t}$$

$$= \frac{5.5 \times 10^5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 100 \text{ m}}{60 \text{ s}}$$

$$= 8.98 \times 10^6 \text{ W}$$

আবার, $0.7 P' = P$

বা, $0.7 P' = 8.98 \times 10^6 \text{ W}$

$P' = 1.28 \times 10^7 \text{ W}$

উ: $1.28 \times 10^7 \text{ W}$

এখানে,

পানির ভর, $m = 5.5 \times 10^5 \text{ kg}$

সরণ, $h = 100 \text{ m}$

সময়, $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

পাম্পের ক্ষমতা, $P' = ?$

পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা,

$$P = P' \text{ এর } 70\% = \frac{70}{100} P' = 0.7 P'$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.১৯। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা এবং ব্যাস যথাক্রমে 10 m ও 1.5 m। একটি পাম্প 25 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পের অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। 0.4 hp ক্ষমতার আরও একটি পাম্প যুক্ত করলে কী পরিমাণ সময় সাশ্রয় হবে? [য. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t}$$

কিন্তু কাজ, $W = F \times h$

এখানে F হচ্ছে পানির ওজন,

$$F = mg$$

কিন্তু m হচ্ছে কুয়ার পানির ভর।

পানির ঘনত্ব ρ এবং আয়তন V হলে,

$$m = V\rho$$

কিন্তু

পানির আয়তন হচ্ছে কুয়ার আয়তন।

$$\therefore V = \pi r^2 l$$

$$\text{সুতরাং } P = \frac{W}{t} = \frac{Fh}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{V\rho gh}{t} = \frac{\pi r^2 l \rho gh}{t}$$

$$= \frac{\pi \times (0.75 \text{ m})^2 \times 10 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 5 \text{ m}}{1500 \text{ s}}$$

$$= 576.975 \text{ W} = \frac{576.975}{746} \text{ hp} = 0.773 \text{ hp}$$

দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতা, $P' = 0.4 \text{ hp}$

\therefore মোট ক্ষমতা, $P + P' = 0.773 \text{ hp} + 0.4 \text{ hp} = 1.173 \text{ hp}$

মিলিত পাম্প দ্বারা পানি শূন্য করতে প্রয়োজনীয় সময় t হলে

$$P + P' = \frac{W}{t}$$

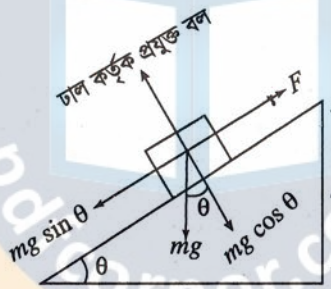
$$\begin{aligned} \text{বা, } t &= \frac{W}{P + P'} = \frac{\pi r^2 l \rho g h}{P + P'} \\ &= \frac{\pi \times (0.75 \text{ m})^2 \times 10 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 5 \text{ m}}{(1.173 \times 746) \text{ W}} \\ &= 989.0345 \text{ s} \\ &= 16.48 \text{ min} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{সময় সাশ্রয় হবে} = 25 \text{ min} - 16.48 \text{ min} = 8.52 \text{ min}$$

$$\text{উ: } 0.773 \text{ hp এবং } 8.52 \text{ min}$$

গাণিতিক উদাহরণ : ৫.২০। চিত্রে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে আনত একটি ঘর্ষণবিহীন তলে একটি $m \text{ kg}$ ভরের বস্তু দেখানো হলো। (ক) বস্তুটিকে তলের উপরের দিকে v ধ্রুব বেগে গতিশীল করতে তলের সমান্তরালে F বল প্রয়োগ করা হলো। বস্তুটিকে তলের উপরের দিকে ' x ' m দূরত্ব অতিক্রম করার জন্য কত কাজ করতে হবে? (খ) যদি বস্তুটিকে v বেগে গতিশীল রাখার জন্য ' a ' ত্বরণ সৃষ্টি করতে হয় তবে কত ক্ষমতা প্রয়োগ করতে হবে?

[ডা. বো. ২০১৫]



আমরা জানি,

$$\text{কৃতকাজ, } W = F \times s$$

$$W = Fx = mg \sin \theta x$$

$$\therefore W = mgx \sin \theta$$

$$\text{এবং ক্ষমতা, } P = \frac{W}{t} = \frac{F \times s}{t} = Fv$$

এখানে,

$$\text{বল, } F = mg \sin \theta$$

$$\text{দূরত্ব, } s = x \text{ m}$$

$$\text{কাজ, } W = ?$$

$$\text{বেগ, } v = v$$

$$\text{ত্বরণ, } a = a$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = ?$$

চিত্রানুযায়ী,

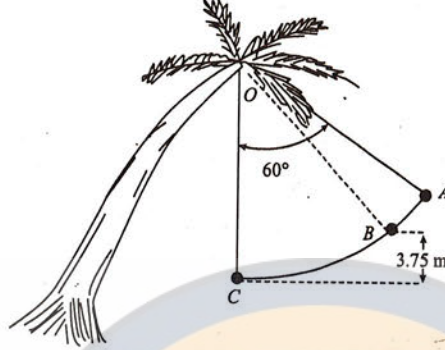
$$\text{বস্তুটির উপর লব্ধি বল, } F - mg \sin \theta = ma \therefore F = ma + mg \sin \theta$$

$$\text{সুতরাং ক্ষমতা, } P = Fv = mav + mgv \sin \theta$$

$$\text{উ: (ক) } mgx \sin \theta \quad (\text{খ}) mav + mgv \sin \theta$$

গাণিতিক উদাহরণ : ৫.২১। ২ kg ভরের একটি বস্তুকে ১০ m সুতার সাহায্যে O বিন্দুতে ঝুলানো হলো এবং A বিন্দু থেকে স্বাধীনভাবে দুলতে দেওয়া হলো। ঘর্ষণ ও বায়ুজনিত বাধা অগ্রাহ্য কর।

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

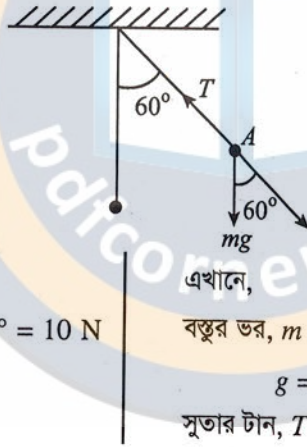


(ক) দোলন অবস্থায় A বিন্দুতে সুতার টান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে C বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি B বিন্দুর গতিশক্তি অপেক্ষা ভিন্ন হবে কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) A বিন্দুতে সুতার টান বস্তুটির ওজনের সুতা বরাবর অংশকে নিষ্ক্রিয় করে।



$$\therefore T = mg \cos 60^\circ$$

$$= 2 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times \cos 60^\circ = 10 \text{ N}$$

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 2 \text{ kg}$

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

সুতার টান, $T = ?$

(খ) ধরি, C বিন্দুতে বিভব শক্তি শূন্য।

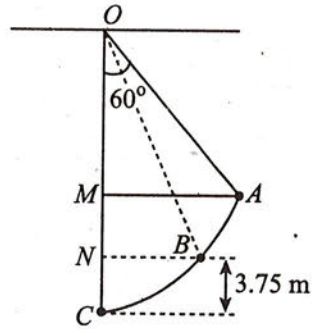
A বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি E_A এবং তার বিভব শক্তি U_A ।

A থেকে OC এর উপর AM লম্ব টানি।

$$\text{সুতরাং, } U_A = mg \times MC$$

এখন, AOM ত্রিভুজে

$$\cos 60^\circ = \frac{OM}{OA}$$



$$\cos 60^\circ = \frac{OM}{OA}$$

$$\begin{aligned}\therefore OM &= OA \times \cos 60^\circ \\ &= 10 \text{ m} \times \cos 60^\circ \\ &= 5 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\therefore MC = OC - OM = 10 \text{ m} - 5 \text{ m} = 5 \text{ m}$$

$$\text{সুতরাং, } U_A = mg \times MC = 2 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 5 \text{ m} = 100 \text{ J}$$

$$A \text{ বিন্দুতে বেগ শূন্য, তাই গতিশক্তি, } K_A = 0$$

$$\text{শক্তির নিত্যতা অনুসারে, } E_A = U_A + K_A = 100 \text{ J} + 0 = 100 \text{ J}$$

$$\therefore B \text{ এবং } C \text{ বিন্দুতেও মোট শক্তি একই থাকবে অর্থাৎ,}$$

$$E_A = E_B = E_C = 100 \text{ J}$$

$$\text{এখন } B \text{ বিন্দুতে বিভব শক্তি, } U_B = mg \times NC = 2 \text{ kg} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 3.75 \text{ m} = 73.5 \text{ J}$$

$$\therefore K_B = E_B - U_B = 100 \text{ J} - 73.5 \text{ J} = 26.5 \text{ J}$$

$$\text{আবার, } C \text{ বিন্দুতে বিভব শক্তি, } U_C = 0$$

$$\therefore C \text{ বিন্দুতে গতিশক্তি, } K_C = E_C - U_C = 100 \text{ J} - 0 = 100 \text{ J}$$

$$\therefore K_C \neq K_B$$

$$\text{সুতরাং } B \text{ বিন্দু ও } C \text{ বিন্দুতে গতিশক্তি ভিন্ন।}$$

$$\text{উ: (ক) } 10 \text{ N (খ) } B \text{ এবং } C \text{ বিন্দুতে গতিশক্তি ভিন্ন হবে।}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২২। খালিদের বাড়িতে 12 m গভীর ও 1.8 m ব্যাসবিশিষ্ট একটি পানিপূর্ণ কুয়া খালি করার জন্য একটি পাম্প চালু করা হলো। কিন্তু দেখা গেল, পানিশূন্য করতে পাম্পটির 21 মিনিট সময় লেগে গেল। খালিদ হিসাব করে দেখল যথাসময়ে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে 2 hp ক্ষমতার পাম্প দরকার।

(ক) 2kg ভরের বস্তুকে ছেড়ে দিলে পানিশূন্য কুয়ার শীর্ষ হতে তলায় পৌঁছাতে কত সময় লাগবে?

(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণসহ খালিদের হিসাবের যথার্থতা যাচাই কর।

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$h = v_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$12 \text{ m} = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times t^2$$

$$\therefore t^2 = 2.45 \text{ s}^2$$

$$\therefore t = 1.56 \text{ s}$$

(খ) ধরি পানি শূন্য করার পাম্পটির প্রয়োজনীয় ক্ষমতা P ।

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\text{কিন্তু কাজ, } W = F \times h$$

$$\text{এখানে } F \text{ হচ্ছে পানির ওজন}$$

$$F = mg$$

$$\text{কিন্তু } m \text{ হচ্ছে কুয়ার পানির ভর।}$$

$$\text{পানির ঘনত্ব } \rho \text{ এবং আয়তন } V \text{ হলে,}$$

$$m = V\rho$$

এখানে,

$$OC = OB = OA = 10 \text{ m}$$

$$NC = 3.75 \text{ m}$$

এখানে, বস্তুর

$$\text{আদি বেগ, } v_o = 0$$

$$\text{দূরত্ব, } h = 12 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{কুয়ার গভীরতা, } l = 12 \text{ m}$$

$$\text{কুয়ার ব্যাস, } d = 1.8 \text{ m}$$

$$\therefore \text{কুয়ার ব্যাসার্ধ, } r = 0.9 \text{ m}$$

$$\text{সময়, } t = 21 \text{ min} = 21 \times 60 \text{ s} = 1260 \text{ s}$$

$$\text{পানি ওঠানোর কার্যকর বা গড় উচ্চতা, } h = \frac{0 + 12 \text{ m}}{2} = 6 \text{ m}$$

$$\text{ক্ষমতা, } P = ?$$

কিন্তু পানির আয়তন হচ্ছে কুয়ার আয়তন।

$$\therefore V = \pi r^2 l$$

$$\text{সুতরাং } P = \frac{W}{t} = \frac{Fh}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{V\rho gh}{t} = \frac{\pi r^2 l \rho gh}{t}$$

$$= \frac{\pi \times (0.9 \text{ m})^2 \times 12 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6 \text{ m}}{1260 \text{ s}}$$

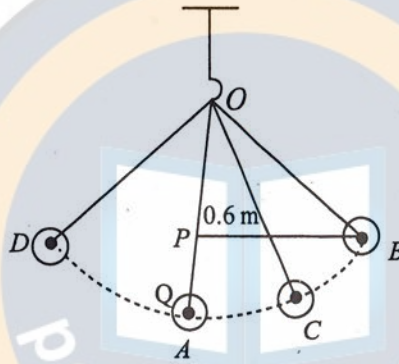
$$= 1424.3 \text{ W} = \frac{1424.3}{746} \text{ hp} = 1.9 \text{ hp}$$

খালিদের হিসাবকৃত ক্ষমতা ছিল 2 hp যা পানি ওঠানোর জন্য যথার্থ।

উ: (ক) 1.56 s (খ) খালিদের হিসাব যথার্থ ছিল।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২৩। নিচের চিত্রে একটি দোলক সরল দোলন গতিতে দুলছে। যার সর্বোচ্চ বিস্তার PB । 0.2 kg ভরের ববের চারটি বিভিন্ন অবস্থান হলো A, B, C এবং D ।

যেখানে, $PB = 0.6 \text{ m}$, $OB = OC = OA = OD = 1 \text{ m}$ ।



(ক) A বিন্দুতে ববটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের দোলকটিতে যান্ত্রিকশক্তি নিত্যতার ব্যত্যয় ঘটবে কিনা?

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) উদ্দীপকে চিত্রানুসারে,

$$OA = 1 \text{ m}$$

$$PB = 0.6 \text{ m}$$

$$OB = 1 \text{ m}$$

$$\text{এখন, } OB^2 = OP^2 + PB^2$$

$$\text{বা } OP^2 = OB^2 - PB^2$$

$$\therefore OP = \sqrt{(1 \text{ m})^2 - (0.6 \text{ m})^2} = 0.8 \text{ m}$$

ববটির সর্বোচ্চ উল্লম্ব সরণ, $AP = h = OA - OP = 1 \text{ m} - 0.8 \text{ m} = 0.2 \text{ m}$ । শক্তির নিত্যতা সূত্রানুসারে, A বিন্দুতে গতিশক্তি = B বিন্দুতে বিভবশক্তি। A বিন্দুতে ববের বেগ v_A এবং ববের ভর m হলে,

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = mgh$$

$$\text{বা, } v_A = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.2 \text{ m}}$$

$$\therefore v_A = 1.98 \text{ m s}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি, A বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি E_A

$= A$ বিন্দুতে গতিশক্তি + A বিন্দুতে বিভব শক্তি

$$\text{অর্থাৎ } E_A = K_A + U_A$$

$$= \frac{1}{2} mv_A^2 + mgh_A$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.2 \text{ kg} \times (1.98 \text{ m s}^{-1})^2 + 0$$

$$[\because h_A = 0]$$

$$= 0.392 \text{ J}$$

B বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = K_B + U_B$

$$= \frac{1}{2} mv_B^2 + mgh_B$$

$$= 0 + 0.2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.2 \text{ m}$$

$$= 0.392 \text{ J}$$

$\therefore C$ বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_C = K_C + U_C$

$$= \frac{1}{2} mv_C^2 + mgh_C$$

এখন উদ্দীপকের চিত্র থেকে C বিন্দুতে ববের উল্লম্ব সরণ, $h_C = AQ$

$$= AP - QP$$

$$= 0.2 \text{ m} - QP$$

$$\therefore C \text{ বিন্দুতে ববের বেগ, } v_C = \sqrt{v_B^2 + 2g \times QP}$$

$$= \sqrt{0 + 2 \times 9.8 \times QP} = \sqrt{1.96 QP}$$

$$\therefore E_C = \frac{1}{2} \times 0.2 \text{ kg} \times 1.96 QP + 0.2 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (0.2 \text{ m} - QP)$$

$$= 0.1 \times 1.96 QP + 0.196 \text{ kg m s}^{-1} \times 0.2 \text{ m} - 0.196 QP$$

$$= 0.196 \text{ N} \times 0.2 \text{ m} = 0.392 \text{ J}$$

যেহেতু, $E_A = E_B = E_C$, অর্থাৎ ববের গতিপথের সকল বিন্দুতে দোলকটির যান্ত্রিক শক্তি একই হয়। সুতরাং উদ্দীপকের দোলকটিতে যান্ত্রিক শক্তির ব্যত্যয় ঘটবে না।

উ: 1.98 m s^{-1} ; (খ) গতিপথের সকল বিন্দুতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার ব্যত্যয় ঘটবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২৪। পেট্রোনাস টুইন টাওয়ারের শীর্ষ তলের উচ্চতা 375 m । কাসেম 10 kg ভরের একটি বস্তুর শীর্ষ তলে আরোহণ করেন। এতে সময় লাগে 40 মিনিট। তিনি শীর্ষতল থেকে বস্তুটি নিচে ফেলে দিলেন। উহা বিনা বাধায় ভূমিতে পতিত হলো। মনির বললেন, “আমি এই কাজটি করতে পারবো।” কাসেমের ভর 60 kg এবং মনিরের ভর 55 kg ।

(ক) ভূমি থেকে কত উচ্চতায় বস্তুটির বিভব শক্তি এর গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে?

(খ) মনির কী একই সময়ে কাজটি করতে পারবেন? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [সি. বো. ২০১৫]

(ক) এখানে, বস্তুর ভর, $m = 10 \text{ kg}$ এবং টাওয়ারের উচ্চতা, $h = 375 \text{ m}$

ধরা যাক, ভূমি থেকে x উচ্চতায় এর বিভব শক্তি U , গতিশক্তি K এর দ্বিগুণ হবে।

$$\therefore U = 2K$$

এখানে,

ববের ভর, $m = 0.2 \text{ kg}$

A বিন্দুতে উল্লম্ব সরণ, $h_A = 0$

A বিন্দুতে ববের বেগ, $v_A = 1.98 \text{ m s}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

B বিন্দুতে বা A বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_A = ?$

ববের উল্লম্ব সরণ, $h_B = 0.2 \text{ m}$

B বিন্দুতে ববের বেগ, $v_B = 0$

B বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = ?$

কিন্তু x উচ্চতায় বস্তুর বিভব শক্তি, $U = mgx$

$\therefore x$ উচ্চতায় বস্তুর গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2} mgx$

আবার h উচ্চতায় বস্তুর মোট শক্তি তথা বিভবশক্তি, $E = mgh$

এখন শক্তির নিত্যতা সূত্রানুসারে, x উচ্চতায়

$$K + U = E$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} mgx + mgx = mgh$$

$$\text{বা, } \frac{3}{2} x = h$$

$$\text{বা, } x = \frac{2 \times 375 \text{ m}}{3} = 250 \text{ m}$$

অর্থাৎ ভূমি থেকে 250 m উচ্চতায় বস্তুটির বিভব শক্তি এর গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে।

(খ) টুইন টাওয়ারের শীর্ষে 10 kg ভরসহ আরোহণ করতে

$$\text{কাসেমের ব্যবহৃত ক্ষমতা, } P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$$

$$\therefore P = \frac{70 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 375 \text{ m}}{2400 \text{ s}} = 107.2 \text{ W}$$

একই সময়ে 10 kg ভরসহ টুইন টাওয়ারের শীর্ষে আরোহণ করতে মনিরের প্রয়োজনীয় ক্ষমতা,

$$P' = \frac{mgh}{t}$$

$$= \frac{65 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 375 \text{ m}}{2400 \text{ s}} = 99.5 \text{ W}$$

এখানে,

বস্তুসহ কাসেমের ভর, $M = 60 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 70 \text{ kg}$

উচ্চতা, $h = 375 \text{ m}$

সময়, $t = 40 \text{ min} = 2400 \text{ s}$

বস্তুসহ মনিরের ভর, $M' = 55 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 65 \text{ kg}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

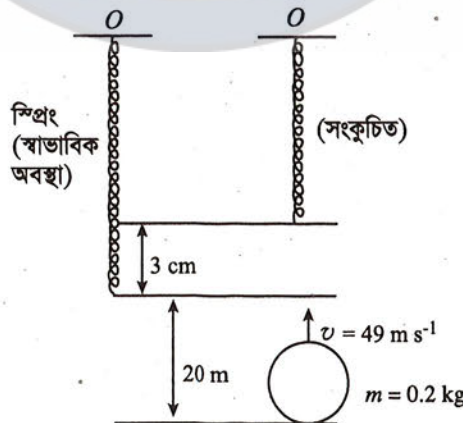
কাসেমের ক্ষমতা, $P = ?$

মনিরের ক্ষমতা, $P' = ?$

\therefore মনিরের প্রয়োজনীয় ক্ষমতা কাসেমের ব্যবহৃত ক্ষমতার চেয়ে কম, সুতরাং মনির নিঃসন্দেহে একই সময়ে কাজটি করতে পারবেন।

উ: (ক) 250 m; (খ) মনির পারবেন।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২৫।



উপরের চিত্রে একটি স্প্রিং-এর একপ্রান্ত O বিন্দু হতে ঝুলানো হলো। 0.2 kg ভরের একটি বলকে 49 m s^{-1} বেগে নিক্ষেপ করায় এটি 20 m উপরে স্প্রিংটির অপর প্রান্তে আঘাত করে 3 cm সংকুচিত করে, স্প্রিংটিও বলের উপর প্রত্যয়নী বল প্রয়োগ করে।

(ক) ভূমিতে আঘাতের পূর্ব মুহূর্তে বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক থেকে স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ নির্ণয় সম্ভব কিনা—গাণিতিক যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর, বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [রা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$v^2 = v_o^2 + 2gh$$

$$\text{বা, } v^2 = 0 + 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 20.03 \text{ m}$$

$$\therefore v = 19.81 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব, } h = 20 \text{ m} + 3 \text{ cm} = 20.03 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ, } v_o = 0 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{ভূমিতে আঘাত পূর্ব মুহূর্তে বেগ, } v = ?$$

(খ) স্প্রিংটি শুধুমাত্র সংকোচনের সময় কাজ সম্পন্ন হবে যা হবে স্প্রিংটি স্পর্শের সময় বলটির গতিশক্তির সমান।

স্প্রিং স্পর্শের সময় বলটির বেগ v হলে

$$v^2 = v_o^2 - 2gh$$

$$\text{বা, } v^2 = (49 \text{ m s}^{-1})^2 - 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 20 \text{ m}$$

$$\therefore v^2 = 2009 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{বলটির আদিবেগ, } v_o = 49 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = 20 \text{ m}$$

$$\text{শেষ বেগ, } v = ?$$

$$\text{বলটির ভর, } m = 0.2 \text{ kg}$$

$$\text{গতিশক্তি, } K = ?$$

$$\therefore K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \text{ kg} \times 2009 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$= 200.9 \text{ J}$$

উ: (ক) 19.81 m s^{-1} ; (খ) স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ 200.9 J অর্থাৎ স্প্রিং বল দ্বারা কাজ করা সম্ভব।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২৬। প্রতি তলার উচ্চতা 5 m হিসেবে ১০ তলা ভবনের সর্বোচ্চ তলায় বসবাসরত একটি পরিবারে একটি শিশু আছে। শিশুটি বারান্দার গ্রিল দিয়ে 100 gm ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দিলে তা কিছুক্ষণের মধ্যে মাটিতে আঘাত করে।

(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত টেনিস বলটি কত সময় পরে মাটিতে আঘাত করবে?

(খ) ভবনটির ৭ম ও ৪র্থ তলায় বলটি মোট শক্তি উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে গণনা করলে তা শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে—এ উক্তিটির সত্যতা যাচাই করে তোমার মতামত দাও। [অভিনু প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]

(ক) আমরা জানি,

$$h = v_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{বা, } 45 \text{ m} = 0 + 9.8 \text{ m s}^{-2} \times t^2$$

$$\text{বা, } t^2 = \frac{90 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}} = 9.18 \text{ s}^2$$

$$\therefore t = 3.03 \text{ s}$$

এখানে,

$$\text{উচ্চতা, } h = 5 \text{ m} \times 9 = 45 \text{ m}$$

$$\text{আদিবেগ, } v_o = 0$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{সময়, } t = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$v_7^2 = v_0^2 = + 2gh_7 = 0 + 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 15 \text{ m}$$

$$\therefore K_7 = \frac{1}{2} m v_7^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.1 \text{ kg} \times 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 15 \text{ m}$$

$$= 14.7 \text{ J}$$

$$\text{এবং } U_7 = mgh_7' = 0.1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 30 \text{ m}$$

$$= 29.4 \text{ J}$$

$$\therefore \text{৭ম তলার মোট শক্তি, } E_7 = K_7 + U_7$$

$$= 14.7 \text{ J} + 29.4 \text{ J}$$

$$= 44.1 \text{ J}$$

$$\text{আবার, } v_4^2 = v_0^2 + 2gh_4 = 0 + 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 30 \text{ m} = 29.4 \text{ J}$$

$$\therefore K_4 = \frac{1}{2} \times 0.1 \text{ kg} \times 2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 30 \text{ m} = 29.4 \text{ J}$$

$$\text{এবং } U_4 = mgh_4' = 0.1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 15 \text{ m} = 14.7 \text{ J}$$

$$\therefore \text{৪র্থ তলার মোট শক্তি, } E_4 = K_4 + U_4 = 29.4 \text{ J} + 14.7 \text{ J}$$

$$= 44.1 \text{ J}$$

সুতরাং উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে গণনা করে দেখা যায় যে,

৪র্থ ও ৭ম তলায় মোটশক্তি, $E_4 = E_7 = 44.1 \text{ J}$ অর্থাৎ উভয় তলায় মোট শক্তির পরিমাণ একই অর্থাৎ বলটি শক্তির

সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে।

উ: (ক) 3.03 s; (খ) শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২৭। একটি কণার উপর $\vec{F} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ N}$ বল প্রয়োগের ফলে Q (3, -4, -2) বিন্দু থেকে P (-2, 3, 5) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

[কুয়েট ২০১৫-২০১৬]

এখানে,

$$Q \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর } \vec{r}_1 = (3\hat{i} - 4\hat{j} - 2\hat{k})$$

$$\text{এবং } P \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর } \vec{r}_2 = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k})$$

$$\therefore \text{সরণ, } \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-2 - 3)\hat{i} + (3 + 4)\hat{j} + (5 + 2)\hat{k} = (-5\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k})$$

$$\text{আমরা জানি কাজ, } W = \vec{F} \cdot \vec{r} = (-2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ N} \cdot (-5\hat{i} + 7\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ m}$$

$$= (10 + 21 + 28) \text{ J} = 59 \text{ J}$$

উ: 59 J

এখানে,

$$\text{বলটির ভর, } m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}$$

$$\text{উপর থেকে ৭ম তলার দূরত্ব, } h_7 = 5 \text{ m} \times 3 = 15 \text{ m}$$

$$\text{উপর থেকে ৪র্থ তলার দূরত্ব, } h_4 = 5 \text{ m} \times 6 = 30 \text{ m}$$

$$\text{বলের আদিবেগ, } v_0 = 0$$

$$\text{৭ম তলায় বলের বেগ, } v_7 = ?$$

$$\text{৪র্থ তলায় বলের বেগ, } v_4 = ?$$

$$\text{৭ম তলায় গতিশক্তি, } K_7 = ?$$

$$\text{৪র্থ তলায় গতিশক্তি, } K_4 = ?$$

$$\text{নিচ থেকে ৪র্থ তলার উচ্চতা, } h_4' = 5 \text{ m} \times 3 = 15 \text{ m}$$

$$\text{নিচ থেকে ৭ম তলার উচ্চতা, } h_7' = 5 \text{ m} \times 6 = 30 \text{ m}$$

$$\text{৪র্থ তলার স্থিতিশক্তি, } U_4 = ?$$

$$\text{৭ম তলার স্থিতিশক্তি, } U_7 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২৮। পুত্রের ভর পিতার ভরের অর্ধেক। পিতার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তির অর্ধেক। পিতার বেগ 1 m s^{-1} বাড়ালে তার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তির সমান হয়। উভয়ের বেগ নির্ণয় কর।

[বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

আমরা জানি,

$$\text{পিতার গতিশক্তি, } E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\begin{aligned} \text{পুত্রের গতিশক্তি, } E_2 &= \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1}{2} v_2^2 \\ &= \frac{m_1 v_2^2}{4} \end{aligned}$$

এখানে ধরা যাক,

পিতার ভর, m_1

$$\therefore \text{পুত্রের ভর, } m_2 = \frac{m_1}{2}$$

পিতার বেগ, $v_1 = ?$

পুত্রের বেগ, $v_2 = ?$

$$\text{শর্তানুসারে, } E_1 = \frac{1}{2} E_2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{m_1 v_2^2}{4}$$

$$\therefore v_2^2 = 4v_1^2$$

$$\therefore v_2 = 2v_1$$

আবার পিতার বেগ, $(v_1 + 1 \text{ m s}^{-1})$ হলে তার গতিশক্তি

$$E_1' = \frac{1}{2} m_1 (v_1 + 1 \text{ m s}^{-1})^2$$

এবং যেহেতু $E_1' = E_2$

$$\therefore \frac{1}{2} m_1 (v_1 + 1 \text{ m s}^{-1})^2 = \frac{m_1 v_2^2}{4} = \frac{m_1 (2v_1)^2}{4} = m_1 v_1^2$$

$$\therefore (v_1 + 1 \text{ m s}^{-1}) = \sqrt{2} v_1$$

$$\text{বা, } \sqrt{2} v_1 - v_1 = 1 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore v_1 = 2.42 \text{ m s}^{-1} \text{ এবং } v_2 = 2v_1 = 2 \times 2.42 \text{ m s}^{-1} = 4.84 \text{ m s}^{-1}$$

উ: পিতার বেগ $v_1 = 2.42 \text{ m s}^{-1}$ এবং পুত্রের বেগ $v_2 = 4.84 \text{ m s}^{-1}$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২৯। 300 m উঁচু হতে একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে নিচে পড়লে কোথায় তার গতিশক্তি বিভবশক্তির অর্ধেক হবে ?

[কু. বো. ২০১২]

মনে করি, বস্তুর ভর m ।

ধরা যাক, ভূমি থেকে x উচ্চতায় এর গতিশক্তি K বিভব শক্তি U -এর অর্ধেক হবে।

$$\therefore K = \frac{1}{2} U$$

কিন্তু x উচ্চতায় বস্তুর বিভবশক্তি, $U = mgx$

$$\therefore x \text{ উচ্চতায় বস্তুর বিভবশক্তি } K = \frac{1}{2} mgx$$

আবার 300 m উচ্চতায় বস্তুর মোটশক্তি তথা বিভব শক্তি, $E = 300 mg$

এখন শক্তির নিত্যতা সূত্রানুসারে, x উচ্চতায়,

$$K + U = E$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} mgx + mgx = 300 mg$$

$$\text{বা, } \frac{2}{3} x = 300$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \times 300 = 200 \text{ m}$$

উ: অর্থাৎ ভূমি থেকে 200 m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির অর্ধেক হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৩০। 20 m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে m ভরের একটি টেনিস বল গড়িয়ে মাটিতে পড়ে। বলটি যখন ভূমি স্পর্শ করে তখন এর বেগ 22 m s^{-1} । বলটি ছাদ ত্যাগ করার মুহূর্তে কত বেগে গড়াছিল? (শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি ব্যবহার কর।)

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি থেকে আমরা জানি,

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} mv_i^2 + mgh = \frac{1}{2} mv_f^2 + 0$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 + gh = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 + 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 20 \text{ m} = \frac{1}{2} \times (22 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 + 196 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} = 242 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} v_i^2 = 46 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\therefore v_i^2 = 92 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$v_i = 9.59 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 9.59 \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৩১। 10 kg ভরের একটি বস্তুকে 5 m উঁচু থেকে ফেলে দেয়া হলো এবং বস্তুটি একটি পেরেকের ওপর গিয়ে পড়ল। পেরেকটির তীক্ষ্ণ প্রান্ত মাটির সাথে স্পর্শযুক্ত ছিল। মাটির গড় প্রতিরোধ বল 49490 N হলে পেরেকটি মাটির ভেতর কতখানি প্রবেশ করবে?

এখানে,

পতনশীল বস্তুর বিভবশক্তি = প্রতিরোধ বলের বিরুদ্ধে কাজ

পেরেকটি মাটির মধ্যে x প্রবেশ করলে বস্তুটির মোট পতন $h = 5 \text{ m} + x$

অতএব, বস্তুর বিভব শক্তি = $mgh = 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (5 \text{ m} + x)$

আবার প্রতিরোধ বলের বিরুদ্ধে কাজ = $49490 \text{ N} \times x$

এখন প্রশ্নানুসারে,

$$10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (5 \text{ m} + x) = 49490 \text{ N} \times x$$

$$\text{বা, } 490 \text{ N m} + (98 \text{ N})x = (49490 \text{ N})x$$

$$\therefore x = 9.92 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{উ: } 9.92 \times 10^{-3} \text{ m}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৩২। 5 টি ঘনাকৃতি পাথর খণ্ডের প্রতিটির আয়তন 0.216 m^3 ও ভর 300 kg। এদের একটি অপরটির ওপর রেখে একটি স্তম্ভ প্রস্তুত করতে কৃত কাজের পরিমাণ বের কর।

একটি পাথর খণ্ডের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য l হলে,

$$l^3 = 0.216 \text{ m}^3$$

এখানে,

ছাদের উচ্চতা, $h = 20 \text{ m}$

শেষ বেগ, $v_f = 22 \text{ m s}^{-1}$

আদি বেগ, $v_i = ?$

$$\therefore l = 0.6 \text{ m}$$

পাথরখণ্ড স্থাপনে কৃত কাজ = পাথরের ওজন \times ওজনের ক্রিয়া বিন্দুর সরণ

= পাথরের ওজন \times অভিকর্ষ কেন্দ্রের সরণ

প্রশ্নমতে, প্রথম খণ্ডটি স্থাপনে কৃতকাজ, $W_1 = 300 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0$ [\because অভিকর্ষ কেন্দ্রের সরণ = 0]

দ্বিতীয় খণ্ডটি স্থাপনে কৃতকাজ, $W_2 = 300 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.6 \text{ m}$

তৃতীয় খণ্ডটি স্থাপনে কৃতকাজ, $W_3 = 300 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 2 \times 0.6 \text{ m}$

চতুর্থ খণ্ডটি স্থাপনে কৃতকাজ, $W_4 = 300 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 3 \times 0.6 \text{ m}$

পঞ্চম খণ্ডটি স্থাপনে কৃতকাজ, $W_5 = 300 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 4 \times 0.6 \text{ m}$

\therefore মোট নির্ণেয় কাজ, $W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5$

$$= 300 \times 9.8 (0 + 0.6 + 2 \times 0.6 + 3 \times 0.6 + 4 \times 0.6) \text{ J}$$

$$= 17640 \text{ J}$$

উ: 17640 J.

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৩৩। অনুভূমিক কাঠের উপর একটি পেরেক উল্লম্বভাবে রাখা আছে। 1 kg ভরের একটি হাতুড়ি দ্বারা পেরেকটিকে খাড়া নিচের দিকে 4 m s^{-1} বেগে আঘাত করা হলো। পেরেকটি কাঠের মধ্যে 0.015 m ঢুকে গেলে গড় বাধাদানকারী বল নির্ণয় কর। [রুয়েট ২০১৫-২০১৬]

আমরা জানি,

হাতুড়ির বিভবশক্তি + গতিশক্তি = কাঠের প্রতিরোধ
বলের বিরুদ্ধে কাজ

$$\text{বা, } mgx + \frac{1}{2}mv^2 = Fx$$

$$\therefore F = mg + \frac{mv^2}{2x}$$

$$= 1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} + \frac{1 \text{ kg} \times (4 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 0.015 \text{ m}} = 543.13 \text{ N}$$

উ: 543.13 N

এখানে,

হাতুড়ির ভর, $m = 1 \text{ kg}$

হাতুড়ির বেগ, $v = 4 \text{ m s}^{-1}$

পেরেকের সরণ, $x = 0.015 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

গড় বাধাদানকারী বল, $F = ?$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১। কোনো বস্তুর উপর \vec{F} বল প্রয়োগে বলের দিকের সাথে θ কোণ করে বলের প্রয়োগ বিন্দুর \vec{S} সরণ হলে কাজের পরিমাণ হবে—

(ক) $W = FS$

○

(খ) $W = FS \sin \theta$

○

(গ) $W = \frac{F}{S \cos \theta}$

○

(ঘ) $W = \vec{F} \cdot \vec{S}$

○

২। নিচের কোনটি কাজের এককের সমতুল্য ?

(ক) N m^{-1}

○

(খ) m N^{-1}

○

(গ) N m

○

(ঘ) J m^{-1}

○

- ৩। গতিশক্তির মাত্রা কোনটি ? [ঢা. বো. ২০১৬; য. বো. ২০১৬; রা. বো. ২০১৬; সি. বো. ২০১৭]
- (ক) ML^2T^2 ☐ (খ) ML^2T^{-1} ☐
- (গ) ML^2T^{-2} ☐ (ঘ) $ML^{-2}T^2$ ☐
- ৪। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণের কোন মানের জন্য বলের দ্বারা কাজ সম্পন্ন হবে? [য. বো. ২০১৭]
- (ক) 60° ☐ (খ) 120° ☐
- (গ) 180° ☐ (ঘ) 210° ☐
- ৫। 1cm পুরুত্বের ও 200 g ভরের মিটার স্কেলকে অনুভূমিক অবস্থা থেকে খাড়া করলে বিভব শক্তি— [ব. বো. ২০১৬]
- (ক) 0.970 J ☐ (খ) 1.940 J ☐
- (গ) 1.960 J ☐ (ঘ) 19.60 J ☐
- ৬। কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে কী বলা হয় ?
- (ক) বাহ্যিক বল ☐ (খ) প্রযুক্ত বল ☐
- (গ) স্প্রিং ধ্রুবক ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৭। k স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের x পরিমাণ সরণ ঘটলে সঞ্চিত বিভব শক্তি— [রা. বো. ২০১৬]
- (ক) $W = kx^2$ ☐ (খ) $W = \frac{1}{2} kx^2$ ☐
- (গ) $W = kx$ ☐ (ঘ) $W = -\frac{1}{2} kx$ ☐
- ৮। কিলোওয়াট-ঘণ্টা নিচের কোন রাশিটির একক নয় ?
- (ক) ক্ষমতা ☐ (খ) কাজ ☐
- (গ) শক্তি ☐ (ঘ) বিদ্যুৎশক্তি ☐
- ৯। গতিশক্তি ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক কোনটি ? [সি. বো. ২০১৬]
- (ক) $K = \frac{2p}{m}$ ☐ (খ) $K = \frac{p}{2m}$ ☐
- (গ) $K = \frac{2p^2}{m}$ ☐ (ঘ) $K = \frac{p^2}{2m}$ ☐
- ১০। বিভব শক্তির একক কোনটি ?
- (ক) জুল ☐ (খ) জুল/কেজি ☐
- (গ) জুল/(কেজি)² ☐ (ঘ) নিউটন/কেজি ☐
- ১১। নিচের কোনটি ক্ষমতার একক নয় ?
- (ক) অশ্বক্ষমতা ☐ (খ) জুল/সেকেন্ড ☐
- (গ) ওয়াট ☐ (ঘ) জুল ☐
- ১২। ওয়াট-এর সাথে অশ্বক্ষমতার সম্পর্ক কোনটি ?
- (ক) 1 hp = 550 W ☐ (খ) 1 hp = 746 W ☐
- (গ) 1 hp = 3.6×10^6 W ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ১৩। কিলোওয়াট-ঘণ্টার সাথে জুলের সম্পর্ক কোনটি ? [রা. বো. ২০১৭]
- (ক) 1 kWh = 1000 J ☐ (খ) 1 kWh = 3600 J ☐
- (গ) 1 kWh = 3.6×10^6 J ☐ (ঘ) 1 kWh = 6000 J ☐

- ১৪। h উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি হতে কত উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে? [দি. বো. ২০১৬]
- (ক) $\frac{h}{6}$ ☐ (খ) $\frac{2h}{3}$ ☐
- (গ) $\frac{h}{3}$ ☐ (ঘ) $\frac{5h}{3}$ ☐
- ১৫। একটি রাইফেলের গুলির বেগ যদি দ্বিগুণ করা হয় তাহলে এর গতিশক্তি কতগুণ হবে? [মেডিকেল ১৯৯৫-১৯৯৬, ১৯৯২-১৯৯৩]
- (ক) ২ গুণ ☐ (খ) ৩ গুণ ☐
- (গ) ৪ গুণ ☐ (ঘ) ১৬ গুণ ☐
- ১৬। ৪০ N ওজনের বস্তুকে মেঝে থেকে ২ m উঁচুতে ২ s ধরে রাখতে কাজের পরিমাণ হবে—
- (ক) ০ J ☐ (খ) ৪০ J ☐
- (গ) ১২০ J ☐ (ঘ) ২৪০ J ☐
- ১৭। পাম্পের সাহায্যে একটি ছাদে পানির ট্যাঙ্কে ১০০ s সময়ে ১০০০ kg পানি ওঠানো যায়। ট্যাঙ্কের পানির গড় উচ্চতা ২০ m হলে পাম্পের ক্ষমতা কত? ☐
- (ক) ০.৯৮ kW ☐ (খ) ১.৪৬ kW ☐
- (গ) ১.৯৬ kW ☐ (ঘ) ২.৬৪ kW ☐
- ১৮। কাজের পরিমাণ সবচেয়ে বেশি হয় যখন প্রযুক্ত বল ও সরণের মধ্যে কোণের মান— [দি. বো. ২০১৬]
- (ক) 0° ☐ (খ) 45° ☐
- (গ) 90° ☐ (ঘ) 30° ☐
- ১৯। 2 N m^{-1} স্প্রিং ধ্রুবকের একটি আদর্শ স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য সাম্যাবস্থা থেকে ০.১ m বৃদ্ধি করলে স্প্রিং-এর বিভব শক্তি কত বৃদ্ধি পাবে?
- (ক) ০.১ J ☐ (খ) ০.০০১ J ☐
- (গ) ১ J ☐ (ঘ) ০.০১ J ☐
- ২০। এক ব্যক্তি একটি বস্তুকে ৩০ s-এ ১ m উচ্চতায় ওঠায়। অপর এক ব্যক্তি একই বস্তুকে ৬০ s-এ একই উচ্চতায় তুলতে পারে। তাদের কাজের অনুপাত হবে—
- (ক) ১ : ২ ☐ (খ) ১ : ১ ☐
- (গ) ২ : ১ ☐ (ঘ) ৪ : ১ ☐
- ২১। সমআয়তনের একটি লৌহগোলক ও একটি টেনিস বলের ভরবেগ সমান হলে— [ঢা. বো. ২০১৬]
- (ক) লৌহগোলকের গতিশক্তি বেশি ☐ (খ) টেনিস বলের গতিশক্তি বেশি ☐
- (গ) উভয়ের গতিশক্তি সমান ☐ (ঘ) গতিশক্তির উপর ভরবেগের প্রভাব নেই ☐
- ২২। কোনো প্রক্রিয়ায় মোট প্রদত্ত শক্তি E_{in} এর একটি অংশ কার্যকর শক্তি u -তে রূপান্তরিত হয় এং বাকি শক্তি W অপচয় হয়। প্রক্রিয়াটির দক্ষতা কত? [ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) $\frac{u - W}{E_{in}} \times 100\%$ ☐ (খ) $\frac{W}{E_{in}} \times 100\%$ ☐
- (গ) $\frac{u}{E_{in}} \times 100\%$ ☐ (ঘ) $\frac{u + W}{E_{in}} \times 100\%$ ☐
- ২৩। অসংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ কোনটি? [রা. বো. ২০১৫]
- (ক) ঘর্ষণ বল ☐ (খ) বৈদ্যুতিক বল ☐
- (গ) চুম্বক বল ☐ (ঘ) অভিকর্ষজ বল ☐

২৪। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে কাজ শূন্য হবে? [রা. বো. ২০১৫; য. বো. ২০১৬; সি. বো. ২০১৫
রুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) 60° ☐ (খ) 90° ☐
(গ) 120° ☐ (ঘ) 180° ☐

২৫। পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ হলো— [কু. বো. ২০১৫]

- (ক) $W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$ ☐ (খ) $F = \int_i^x F(x) dx$ ☐
(গ) $W = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$ ☐ (ঘ) $W = \int_0^x F dx$ ☐

২৬। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজের শর্ত হবে— [চ.বো. ২০১৫, ২০১৭;
কু. বো. ২০১৬]

- (ক) $180^\circ \geq \theta > 90^\circ$ ☐ (খ) $180^\circ \geq \theta \geq 90^\circ$ ☐
(গ) $180^\circ \leq \theta > 90^\circ$ ☐ (ঘ) $180^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ☐

২৭। 100 kg ভরের একটি বস্তুকে ক্রেনের সাহায্যে 10 cm s^{-1} বেগে ছাদের উপর ওঠালে ক্রেনের ক্ষমতা কত? [চ. বো. ২০১৫]

- (ক) 0.98 W ☐ (খ) 10 W ☐
(গ) 98 W ☐ (ঘ) 9800 W ☐

২৮। একটি মারবেলকে সুতায় বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরালে কাজের পরিমাণ হবে— [সি. বো. ২০১৫]

- (ক) সর্বোচ্চ ☐ (খ) ঋণাত্মক ☐
(গ) শূন্য ☐ (ঘ) ধনাত্মক ☐

২৯। 50 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 50 kg m s^{-1} হলে এর গতিশক্তি কত? [মেডিকেল ২০১৭-২০১৮]

- (ক) 25 J ☐ (খ) 50 J ☐
(গ) 100 J ☐ (ঘ) 500 J ☐

৩০। বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজ হয় যদি— [ব. বো. ২০১৫]

- (ক) বল প্রয়োগে সরণ শূন্য হয় ☐ (খ) বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘুরে ☐
(গ) বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হয় ☐ (ঘ) বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ শূন্য হয় ☐

৩১। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 0° হলে, কাজের পরিমাণ হবে— [সি. বো. ২০১৫]

- (ক) শূন্য ☐ (খ) সর্বনিম্ন ☐
(গ) সর্বোচ্চ ☐ (ঘ) অসীম ☐

৩২। 15 ওয়াট ক্ষমতা বলতে কী বোঝায়? [ব. বো. ২০১৫]

- (ক) 1 সেকেন্ডে 15 জুল কাজ ☐ (খ) 3 সেকেন্ডে 5 জুল কাজ ☐
(গ) 5 সেকেন্ডে 3 জুল কাজ ☐ (ঘ) 15 সেকেন্ডে 1 জুল কাজ ☐

৩৩। কোনটি সংরক্ষণশীল বল? [চা. বো. ২০১৬]

- (ক) বায়ুর বাধা ☐ (খ) তড়িৎ বল ☐
(গ) ঘর্ষণ বল ☐ (ঘ) সান্দ্রবল ☐

৩৪। একটি বস্তু যদি সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘুরে—

- (i) এর উপর কোনো কাজ হয় না
 - (ii) এর উপর কোনো বল ক্রিয়া করে না
 - (iii) এর বেগ অপরিবর্তিত থাকে না
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও iii
- (খ) i ও ii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

৩৫। ক্ষমতার একক—

- (i) $J s^{-1}$
- (ii) watt
- (iii) $N m s^{-1}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii
- (খ) i ও iii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

৩৬। কৃতকাজ শূন্য হবে—

- (i) বস্তু সমবেগে গতিশীল থাকলে
 - (ii) বস্তু সমত্বরণে গতিশীল থাকলে
 - (iii) বস্তুর উপর প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বল থাকলে
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i
- (খ) i ও ii
- (গ) i ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

৩৭। অদ্রির মতে—

- (i) কোনো বল দ্বারা কৃত কাজ বল ও সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণের উপর নির্ভরশীল নয়
 - (ii) বস্তুর বেগ তিনগুণ হলে গতিশক্তি নয়গুণ হয়ে যাবে
 - (iii) নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ করার ক্ষেত্রে ক্ষমতা সময়ের ব্যস্তানুপাতিক
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii
- (খ) ii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

৩৮। কোনো বল দ্বারা কৃত কাজ—

- (i) বল ও সরণের ডটগুণন
 - (ii) ভর \times ত্বরণ
 - (iii) গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii
- (খ) i ও iii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

৩৯। সংরক্ষণশীল বল হলো—

- (i) মহাকর্ষ বল
 - (ii) আদর্শ স্প্রিং বল
 - (iii) সান্দ্র বল
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii
- (খ) i ও iii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

[দি. বো. ২০১৬]

[সি. বো. ২০১৬]

[দি. বো. ২০১৭]

[দি. বো. ২০১৫]

৪০। স্থিৎ-এ সঞ্চিত শক্তি হচ্ছে—

[দি. বো. ২০১৫]

(i) বিভব শক্তি (ii) রাসায়নিক শক্তি (iii) যান্ত্রিক শক্তি
নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৪১। শূন্য কাজের শর্ত হলো—

[কু. বো. ২০১৫]

(i) বস্তুর উপর বল প্রয়োগে উল্লম্ব দিকে সরণ হলে
(ii) যদি $\cos \theta = 0$
(iii) বস্তুর উপর বল প্রয়োগে কোনো সরণ না ঘটলে
নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

“একটি হাতুড়ির ভর 1 kg । এটি 10 m s^{-1} বেগে চলে একটি পেরেকের মাথায় আঘাত করল। এতে পেরেকের সরণ হলো 2 cm ”।

[কু. বো. ২০১৭]

৪২। কতক্ষণ হাতুড়িটি পেরেকের সংস্পর্শে ছিল ?

- (ক) $4 \times 10^{-3}\text{ s}$ ☐ (খ) $2 \times 10^{-3}\text{ s}$ ☐
(গ) $1 \times 10^{-3}\text{ s}$ ☐ (ঘ) $0.25 \times 10^{-3}\text{ s}$ ☐

৪৩। হাতুড়ি দ্বারা সম্পাদিত কাজ কত?

- (ক) 100 J ☐ (খ) 50 J ☐
(গ) 10 J ☐ (ঘ) 0.2 J ☐

20 kg ভরের একজন বালক প্রতিটি 25 cm উঁচু ২০টি সিঁড়ি 10 s -এ উঠতে পারে। নিম্নোক্ত ৪৪ ও ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৪। বালকটি কর্তৃক কৃত কাজের পরিমাণ কত ?

- (ক) 900 J ☐ (খ) 980 J ☐
(গ) 1000 J ☐ (ঘ) 1080 J ☐

৪৫। বালকটির ক্ষমতা কত ?

- (ক) 90 W ☐ (খ) 98 W ☐
(গ) 100 W ☐ (ঘ) 108 W ☐

একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})\text{ N}$ বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})\text{ m}$ সরণ ঘটে। ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

[ঘ. বো. ২০১৫]

৪৬। কৃতকাজের মান কত ?

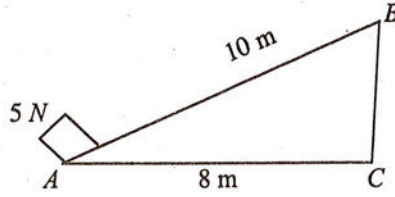
- (ক) $\sqrt{3}\text{ J}$ ☐ (খ) $\sqrt{14}\text{ J}$ ☐
(গ) 4 J ☐ (ঘ) 6 J ☐

৪৭। \vec{F} ও \vec{r} এর মধ্যবর্তী কোণ কত ?

- (ক) 22.20° ☐ (খ) 51.88° ☐
(গ) 81.84° ☐ (ঘ) 84.53° ☐

- ৪৮। একটি কণার ভরবেগ p । কণাটির গতিশক্তি দ্বিগুণ করা হলে এর নতুন ভরবেগ কত হবে? [ঢা. বি. ২০১২-২০১৩]
- (ক) $\sqrt{2}p$ ☐ (খ) $2p$ ☐
 (গ) $4p$ ☐ (ঘ) $8p$ ☐
- ৪৯। ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি মসৃণ তল AB এর সর্বোচ্চ বিন্দু A থেকে একটি বস্তু মসৃণভাবে গড়িয়ে 10 s পরে B বিন্দুতে আসল। ভূমি হতে A -এর উচ্চতা কত? [চুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 212.25 m ☐ (খ) 122.5 m ☐
 (গ) 368.48 m ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৫০। একটি পানিপূর্ণ কূপের গভীরতা ও ব্যাস যথাক্রমে 10 m ও 4 m। একটি পাম্প 20 মিনিটে কূপটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্প এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [চুয়েট ২০১৪-২০১৫; কুয়েট ২০০৯-২০১০]
- (ক) 5.1 hp ☐ (খ) 51.28 hp ☐
 (গ) 6.87 hp ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৫১। 25 N বল দ্বারা কোনো স্প্রিংকে টেনে 10 cm বৃদ্ধি করা হলো। এর স্প্রিং ধ্রুবক কত? [কু. বি. ২০১২-২০১৩]
- (ক) 22.5 N cm⁻¹ ☐ (খ) 25 N m ☐
 (গ) 250 N m⁻¹ ☐ (ঘ) 250 N cm ☐
- ৫২। একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলে দেয়া হলো। ভূমি হতে 5.0 m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির 4 গুণ হলে কত m উচ্চতা হতে বস্তুটিকে ফেলে দেয়া হয়েছিল? [শা. বি. প্র. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 15 ☐ (খ) 25 ☐
 (গ) 35 ☐ (ঘ) 45 ☐
- ৫৩। একটি মটর 120 m গভীর কূপ থেকে 5 মিনিটে 400 kg পানি উত্তোলন করতে সক্ষম। মটরটির অশ্বক্ষমতা কত? [বুয়েট ২০০৭-২০০৮, ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 3 hp ☐ (খ) 2.8 hp ☐
 (গ) 2.5 hp ☐ (ঘ) 2.1 hp ☐
- ৫৪। 10 N বল প্রয়োগে একটি গাড়িকে 100 m সরাসরে কত কাজ করতে হবে? বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 60° । [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 100 joule ☐ (খ) 1000 joule ☐
 (গ) 500 joule ☐ (ঘ) 50 joule ☐
- ৫৫। 40 N ওজনের বস্তুকে মেঝে থেকে 3 m উঁচুতে 2 সেকেন্ড ধরে রাখতে কাজের পরিমাণ হবে— [বুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) 0 J ☐ (খ) 49 J ☐
 (গ) 120 J ☐ (ঘ) 240 J ☐
- ৫৬। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 5 km উপরে কিছু মেঘ ভেসে আছে। ঐ মেঘ বৃষ্টিরূপে নেমে এসে ভূ-পৃষ্ঠে 100 k m² স্থানে 1 mm গভীরতার পানি সৃষ্টি করতে পারে। উক্ত পানিকে আবার মেঘে পরিণত করতে কত কাজের প্রয়োজন? [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- (ক) 49×10^{11} J ☐ (খ) 49×10^8 J ☐
 (গ) 4.9×10^{11} erg ☐ (ঘ) 10^8 J ☐

- ৫৭। 80 m উচ্চতা থেকে যদি একটি বল মেঝেতে পড়ে এবং বলটির 20% শক্তি মেঝের সাথে প্রতিঘাতে হ্রাস পায়, তবে বলটি মেঝেতে বাড়ি খেয়ে কত উচ্চতায় উঠবে? [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 50 m ☐ (খ) 56 m ☐
 (গ) 61 m ☐ (ঘ) 64 m ☐
- ৫৮। নিজ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে দুটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে 1 এবং 2। যদি তাদের ঘূর্ণন গতিশক্তি সমান হয়, তবে তাদের কৌণিক ভরবেগের অনুপাত কত? [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 1 : 2 ☐ (খ) $\sqrt{2} : 1$ ☐
 (গ) $1 : \sqrt{2}$ ☐ (ঘ) 2 : 1 ☐
- ৫৯। 60 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 15 cm উঁচু 50 টি সিঁড়ি 20 s-এ উঠাতে পারে। লোকটির অশ্বক্ষমতা কত? [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 0.396 hp ☐ (খ) 0.496 hp ☐
 (গ) 0.596 hp ☐ (ঘ) 0.296 hp ☐
- ৬০। নিম্নের বস্তুসমূহের মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি? [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) ভর 3M এবং বেগ V ☐ (খ) ভর 3M এবং বেগ 2V ☐
 (গ) ভর 2M এবং বেগ 3V ☐ (ঘ) ভর M এবং বেগ 4V ☐
- ৬১। 25 N বল কোনো স্প্রিংকে টেনে 10 cm বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 8 cm প্রসারিত করলে কত কাজ সম্পন্ন হবে? [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 0.8 J ☐ (খ) 0.8 N m ☐
 (গ) (ক) ও (খ) উভয়ই ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৬২। 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোন স্থানে এর গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে? [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) 10 m ☐ (খ) 25 m ☐
 (গ) 28 m ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৬৩। 200 g ভরের একটি বস্তু 10 m উচ্চতা থেকে নিচে পড়ছে। ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত হবে? [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 196 J ☐ (খ) 19.6 J ☐
 (গ) 19.6×10^3 J ☐ (ঘ) 19.6×10^{-3} J ☐
- ৬৪। কোনো বস্তুর গতিশক্তি 300% বৃদ্ধি করা হলে, উক্ত বস্তুর ভরবেগ বাড়বে— [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 100% ☐ (খ) 150% ☐
 (গ) 200% ☐ (ঘ) 400% ☐
- ৬৫। একটি বন্দুকের গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে 0.05 m প্রবেশ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কত দূর প্রবেশ করতে পারবে? [কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 1.67 cm ☐ (খ) 0.02 m ☐
 (গ) 1.33 cm ☐ (ঘ) 0.022 m ☐
- ৬৬। 1 J গতিশক্তির কোনো বস্তুর গতির বিপরীতে 1 N বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুটি কতদূর অগ্রসর হয়ে থেমে যাবে? [রা. বি. ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 1m ☐ (খ) 10 m ☐
 (গ) $\frac{1}{10}$ m ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐



চিত্রানুযায়ী 5 N ওজনের একটি ব্লকে 10 সে. এ A থেকে B তে নিতে প্রযুক্ত ক্ষমতা— [অভিনু প্রশ্ন ২০১৮]

(ক) 3 W

☐

(খ) 4 W

☐

(গ) 5 W

☐

(ঘ) 6 W

☐

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৬৮ নং ও ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

P_1 ও P_2 ক্ষমতাবিশিষ্ট দুটি যন্ত্র যথাক্রমে 20 s এবং 10 s-এ 10 kg ভরের একটি কাঠের গুড়িকে একই সমতল থেকে 1.5 m উচ্চতায় উঠাতে পারে। [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$] [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]

৬৮। P_1 ক্ষমতাসম্পন্ন যন্ত্রের কাজের পরিমাণ কত জুল ?

(ক) 15

☐

(খ) 30

☐

(গ) 147

☐

(ঘ) 200

☐

৬৯। কোন সম্পর্কটি সঠিক ?

(ক) $P_1 = \frac{P_2}{2}$

☐

(খ) $P_1 = P_2$

☐

(গ) $P_1 > P_2$

☐

(ঘ) $P_1 > 2P_2$

☐

৭০। নিচের কোনটি ক্ষমতার মাত্রা ?

(ক) MLT^{-2}

☐

(খ) ML^2T^{-2}

☐

(গ) ML^2T^{-3}

☐

(ঘ) MLT^{-1}

☐

৭১। একটি বস্তুর রৈখিক ভরবেগ 50% বৃদ্ধি করলে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় কত ?

(ক) 25%

☐

(খ) 50%

☐

(গ) 125%

☐

(ঘ) 225%

☐

উদ্দীপক হতে ৭২ নং ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[ঢা. বো. ২০১৭]

একটি বস্তু 20 m উচ্চতা থেকে ভূমিতে পড়লো। [$g = 10 \text{ m s}^{-2}$]

৭২। এটি কত বেগে ভূমিতে আঘাত করবে ?

(ক) 10 m s^{-1}

☐

(খ) 20 m s^{-1}

☐

(গ) 200 m s^{-1}

☐

(ঘ) 400 m s^{-1}

☐

৭৩। পড়ন্ত অবস্থায় ভূমি হতে 5 m উঁচুতে বিভবশক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত কোনটি ?

(ক) 1 : 2

☐

(খ) 1 : 3

☐

(গ) 1 : 4

☐

(ঘ) 2 : 1

☐

৭৪। ভূমির সাথে 30° কোণে আনত 5 m দীর্ঘ একটি ঢালু পথে 100 g ভর বিশিষ্ট একটি বস্তু যে গতিশক্তি প্রাপ্ত হবে—

[ব. বো. ২০১৭]

(ক) 0.49 J

☐

(খ) 0.848 J

☐

(গ) 1.225 J

☐

(ঘ) 2.45 J

☐

- ৭৫। 2 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 2 kg m s^{-1} হলে গতিশক্তি কত হবে? [চ. বো. ২০১৭]
- (ক) 1 J ☐ (খ) 1.5 J ☐
- (গ) 2 J ☐ (ঘ) 4 J ☐
- ৭৬। স্প্রিং ধ্রুবকের একক কোনটি? [ঢা. বো. ২০১৭]
- (ক) N m^2 ☐ (খ) N m ☐
- (গ) N m^{-1} ☐ (ঘ) N m^{-2} ☐
- ৭৭। একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি ঘণ্টায় $25 \times 10^6 \text{ kg}$ পানির 50 m উচ্চতায় উঠানো হয়। পাম্পের ক্ষমতা 70% কার্যকর হলে এর অশ্বক্ষমতা কত? [কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (ক) $4.8 \times 10^6 \text{ hp}$ ☐ (খ) 6516 hp ☐
- (গ) $5.7 \times 10^3 \text{ hp}$ ☐ (ঘ) 6251 hp ☐
- ৭৮। 10 m উপর হতে 10 kg ভরের একটি মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর মাটি থেকে 5 m উপরে মোট শক্তি হবে— [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) 490 J ☐ (খ) 100 J ☐
- (গ) 735 J ☐ (ঘ) 980 J ☐
- ৭৯। একটি জলবিদ্যুৎ কেন্দ্রের বাধের গভীরতা 20 m। প্রতি সেকেন্ডে কত কেজি পানি অবশ্যই টারবাইনের ব্লেডের উপর পড়তে হবে যাতে এটি 0.5 MW বিদ্যুৎ উৎপন্ন করতে পারে? [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- (ক) $25 \times 10^2 \text{ kg}$ ☐ (খ) $25 \times 10^3 \text{ kg}$ ☐
- (গ) $25 \times 10^4 \text{ kg}$ ☐ (ঘ) $25 \times 10^5 \text{ kg}$ ☐
- ৮০। বল ও শক্তির মাত্রা যথাক্রমে— [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- (ক) $\text{LT}^{-2} \& \text{MLT}^{-2}$ ☐ (খ) $\text{MLT}^{-2} \& \text{ML}^2\text{T}^{-2}$ ☐
- (গ) $\text{LT}^{-2} \& \text{ML}^2\text{T}^{-2}$ ☐ (ঘ) $\text{MLT}^{-2} \& \text{ML}^{-2}\text{T}^{-3}$ ☐
- ৮১। 250 kg ভরের একটি বস্তু ট্রেনের সাহায্যে 0.1 m s^{-1} ধ্রুব বেগে উপরে উঠানো হলো। ট্রেনের ক্ষমতা কত? [ঢা. বো. ২০১৯]
- (ক) 24500 W ☐ (খ) 2500 W ☐
- (গ) 245 W ☐ (ঘ) 24.5 W ☐
- ৮২। নিম্নের কোনটি শক্তির একক নয়? [য. বো. ২০১৯]
- (ক) kW h ☐ (খ) N m ☐
- (গ) kg m s^{-1} ☐ (ঘ) W s ☐

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(ঘ)	২।(গ)	৩।(গ)	৪।(ক)	৫।(ক)	৬।(গ)	৭।(খ)	৮।(ক)	৯।(ঘ)	১০।(ক)
১১।(ঘ)	১২।(খ)	১৩।(গ)	১৪।(গ)	১৫।(গ)	১৬।(ক)	১৭।(গ)	১৮।(ক)	১৯।(ঘ)	২০।(খ)
২১।(খ)	২২।(গ)	২৩।(ক)	২৪।(খ)	২৫।(খ)	২৬।(ক)	২৭।(গ)	২৮।(গ)	২৯।(ক)	৩০।(ঘ)
৩১।(গ)	৩২।(ক)	৩৩।(খ)	৩৪।(ক)	৩৫।(ঘ)	৩৬।(গ)	৩৭।(গ)	৩৮।(খ)	৩৯।(ক)	৪০।(খ)
৪১।(ঘ)	৪২।(ক)	৪৩।(খ)	৪৪।(খ)	৪৫।(খ)	৪৬।(গ)	৪৭।(খ)	৪৮।(ক)	৪৯।(খ)	৫০।(গ)
৫১।(গ)	৫২।(খ)	৫৩।(ঘ)	৫৪।(গ)	৫৫।(ক)	৫৬।(ক)	৫৭।(ঘ)	৫৮।(গ)	৫৯।(ঘ)	৬০।(গ)
৬১।(গ)	৬২।(ক)	৬৩।(খ)	৬৪।(ক)	৬৫।(ক)	৬৬।(ক)	৬৭।(গ)	৬৮।(ঘ)	৬৯।(ক)	৭০।(গ)
৭১।(গ)	৭২।(খ)	৭৩।(খ)	৭৪।(ঘ)	৭৫।(ক)	৭৬।(গ)	৭৭।(খ)	৭৮।(ঘ)	৭৯।(ক)	৮০।(খ)
৮১।(গ)	৮২।(গ)								

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

- ১। একজন নৌকার মাঝি নদীর স্রোতের বিপরীতে নৌকা চালাচ্ছিলেন। নদীর স্রোত এত বেশি ছিল যে, তিনি সারা রাত পরিশ্রম করেও নৌকা স্রোতের বিপরীতে কোনো দূরত্ব অতিক্রম করল না। এতে নৌকার মালিক ক্ষেপে গিয়ে বললেন, তুমি আজ কোনো পারিশ্রমিক পাবে না। কারণ তুমি কোনো কাজ করনি। মাঝি করুণ কণ্ঠে বললেন, আমি যে সারা রাত নৌকা বাইলাম সেটা কি কোনো কাজ নয়? মালিক বললেন, না।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কাজ কী?

খ. বলের দ্বারা কাজ ও বলের বিরুদ্ধে কাজ ব্যাখ্যা কর।

গ. একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করলে কণাটির $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m সরণ হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

ঘ. ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং তা থেকে যুক্তি দিয়ে দেখাও যে, আসলে কে সঠিক মাঝি না নৌকার মালিক? আসলেই কী মাঝি কোনো কাজ করেননি?

- ২। ধরা যাক, পৃথিবী সূর্যের দ্বারা প্রযুক্ত বলের প্রভাবে সূর্যের চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। পৃথিবীর এই বৃত্তাকার গতির জন্য সূর্য কি কোন কাজ করছে? শফিক সাহেব বললেন, না সূর্য কোনো কাজ করছে না।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে?

খ. সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।

গ. গতি শক্তির জন্য একটি রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত পৃথিবীর গতি ও সূর্যের কাজ সম্পর্কে শফিক সাহেবের মতের পক্ষে বা বিপক্ষে যুক্তি দাও।

- ৩। ভূমি থেকে 4 cm উঁচু একখানা বইকে 40 cm উচ্চতায় ওঠানো হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ক্ষমতা কাকে বলে?

খ. বলের বিরুদ্ধে কাজ বলতে কী বুঝ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বইখানিকে ওঠাতে কত কাজ করতে হয়েছে?

ঘ. এইরূপ 10 খানা বই একের উপর এক সাজিয়ে 40 cm উঁচু স্তম্ভ তৈরি করতে মোট কত কাজ করতে হবে গাণিতিক হিসেবের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

- ৪। একটি দালানের ছাদের সাথে দুটি মই লাগানো আছে। একটি মই-এর দৈর্ঘ্য 5 m এবং এটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। অপর মই-এর দৈর্ঘ্য 2.887 m এবং সেটি অনুভূমিকের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। 70 kg ভরের দুই জন নির্মাণ শ্রমিক মাথায় 20 kg বোঝা নিয়ে দুই মই দিয়ে ছাদে উঠলেন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বলের দ্বারা কাজ কী?

খ. কাজকে দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল হিসেবে সংজ্ঞায়িত কর।

গ. প্রথম শ্রমিক ছাদে ওঠার জন্য কত কাজ করেছেন?

ঘ. উভয় শ্রমিকই যদি 6 সেকেন্ডে ছাদে ওঠেন তাহলে কে বেশি ক্ষমতা প্রয়োগ করেছেন গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

- ৫। মিতা 0.20 kg ভরের একখানা বইকে ঘরের মেঝে থেকে 1 m উঁচুতে তুলে হাত দিয়ে ধরে সমদ্রুতিতে ঘরের এক প্রান্ত থেকে 3 m দূরে অপর প্রান্তে নিয়ে গিয়ে ধীরে ধীরে মেঝেতে নামিয়ে দিলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- ক. কর্ম দক্ষতা কী ?
 খ. বলের দ্বারা কাজ ও বলের বিরুদ্ধে কাজের মধ্যে পার্থক্য কী ?
 গ. মিতা বইটি তুলতে কত কাজ করলো ?
 ঘ. মিতা বই তুলে নামানো পর্যন্ত অভিকর্ষ বলের জন্য মোট কত কাজ করলো গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর।

৬।



চিত্রে A বিন্দুতে স্থাপিত M ভরের বস্তু B বিন্দুতে স্থাপিত m ভরের বস্তুকে মহাকর্ষ বলে আকর্ষণ করছে। $AC = r_1$ এবং $AD = r_2$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- ক. সংরক্ষণশীল বল কী ?
 খ. বিভব শক্তি বলতে কী বুঝ ?
 গ. $M = 3 \text{ kg}$ এবং $m = 2 \text{ kg}$ । তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 2 m হলে তাদের মধ্যে ত্রিযাশীল মহাকর্ষ বল কত ?
 ঘ. m ভরের বস্তুকে C বিন্দু থেকে D বিন্দুতে সরাতে মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

- ৭। একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 100 N m^{-1} । স্প্রিং-এর এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে আটকানো আছে। স্প্রিংটিকে প্রসারিত বা সংকুচিত করা যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- ক. স্থিতিস্থাপক বল কী ?
 খ. স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 100 N m^{-1} বলতে কী বুঝ ?
 গ. এই স্প্রিংটিকে 2 cm প্রসারিত করতে স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে কত কাজ করতে হবে ?
 ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, একটি স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের সমপরিমাণ প্রসারণ বা সংকোচনে স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে একই পরিমাণ কাজ করতে হয়।

- ৮। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ উচ্চতায় থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 3 km s^{-1} বেগে পৃথিবীকে আবর্তন করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং 6400 km । উপগ্রহটির ভর 1000 kg ।

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- ক. অভিকর্ষ বল কী ?
 খ. অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ কখন ধনাত্মক আর কখন ঋণাত্মক হয় ব্যাখ্যা কর।
 গ. কৃত্রিম উপগ্রহকে উদ্দীপকে উল্লেখিত উচ্চতায় প্রেরণ করতে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কত কাজ করতে হয়েছে ?
 ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহকে যদি আরো 1000 km বেশি উচ্চতায় প্রেরণ করা হতো তাহলে অতিরিক্ত কত কাজ করতে হতো গাণিতিক হিসাবের সাহায্যে বের কর।

- ৯। 5 m s^{-1} বেগে গতিশীল 50 kg ভরের কোনো বস্তুর উপর 100 N বল প্রযুক্ত হওয়ায় 20 s পরে বস্তুটি সর্বোচ্চ বেগ অর্জন করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গতিশক্তি কী ?

খ. সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের পার্থক্য বর্ণনা কর।

গ. উদ্দীপকের বস্তুটি এই সময়ে কত দূরত্ব অতিক্রম করে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটির উপর বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

- ১০। 5 kg ভরের একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। সর্বোচ্চ উচ্চতায় বস্তুর মোট শক্তি হলো 6002.5 J ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বিভব শক্তি কী ?

খ. শক্তির নিত্যতার সূত্রটি বর্ণনা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুটিকে কত বেগে নিক্ষেপ করা হয়েছিল ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে 32.5 m উচ্চতায় বস্তুটির গতি শক্তি ও বিভব শক্তি নির্ণয় করে দেখাও যে, মোট শক্তি ধ্রুব।

- ১১। একটি সরল দোলকের ববের ভর 0.5 kg ও কার্যকর দৈর্ঘ্য 1.5 m । ববটিকে উল্লম্ব রেখা হতে 0.5 m দূরে টেনে ছেড়ে দেওয়া হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলন গতি কী ?

খ. অভিকর্ষজ বিভব শক্তি বলতে কী বুঝ ?

গ. m ভরের বস্তুকে প্রসঙ্গ তল থেকে h উচ্চতায় ওঠালে সঞ্চিত বিভব শক্তি হিসাব কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুটির গতিপথের সর্বনিম্ন বিন্দুতে গতিশক্তি ও বেগ নির্ণয় কর।

- ১২। অতি ও তার কন্যা অদ্বি একত্রে দৌড়াচ্ছেন। কন্যার ভর মাতার ভরের অর্ধেক কিন্তু মাতার গতিশক্তি কন্যার গতিশক্তির অর্ধেক। মাতা তার বেগ 1 m s^{-1} বৃদ্ধি করলে উভয়ের গতিশক্তি সমান হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গতিশক্তি কী ?

খ. অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন ব্যাখ্যা কর।

গ. উভয়ের গতিশক্তি যখন সমান হবে তখন কার ভরবেগ বেশি হবে ব্যাখ্যা কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উদ্দীপকে উল্লেখিত মাতা ও কন্যার আদি বেগ নির্ণয় কর।

- ১৩। 20 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে m ভরের একটি টেনিস বল গড়িয়ে মাটিতে পড়ে। বলটি যখন ভূমি স্পর্শ করে, তখন এর বেগ 22 m s^{-1} ।

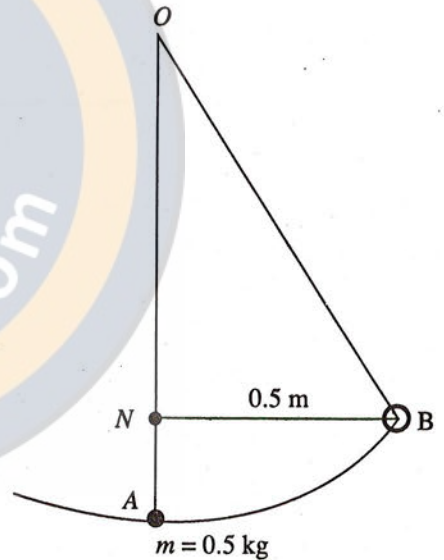
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা কী ?

খ. ঘর্ষণবল কেন সংরক্ষণশীল বল নয় ব্যাখ্যা কর।

গ. m ভরের বস্তুকে h উচ্চতায় ওঠালে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কত কাজ করতে হয় হিসাব কর।

ঘ. শক্তির নিত্যতা সূত্র ব্যবহার করে উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুটি ছাদ ত্যাগ করার মুহূর্তে কত বেগে গড়াচ্ছিল নির্ণয় কর।



১৪। 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তু বিনা বাধায় পড়ছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. যান্ত্রিক শক্তি কী ?

খ. বলের দ্বারা কাজ ব্যাখ্যা কর।

গ. m ভরের বস্তু v বেগে গতিশীল হলে তার গতিশক্তির জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর গতিশক্তি কোথায় তার বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে বের কর।

১৫। 10 m উঁচু থেকে 2 kg ভরের একখণ্ড পাথর নিচে পড়ার সময় ভূপৃষ্ঠকে স্পর্শ করার মুহূর্তে একটি বস্তুকে আঘাত করে দ্বিখণ্ডিত করে ফেললো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্থিতিস্থাপক বল কী ?

খ. স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

গ. পাথরের সম্পূর্ণ গতিশক্তি যদি বস্তুটিকে দ্বিখণ্ডিত করতে ব্যবহৃত হয়, তবে বস্তুটিকে ভাঙতে কত শক্তি ব্যয় হয়েছিল ?

ঘ. অন্য একটি বস্তুকে ভাঙতে যদি এর এক-চতুর্থাংশ গতিশক্তির প্রয়োজন হয়, তবে বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উপরে থাকলে পাথর খণ্ডটি পড়ন্ত অবস্থায় তাকে ভেঙ্গে ফেলতে পারবে ?

১৬। সাথী 20 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে 500 g ভরের একটি গোলক নিচে ফেলে দিলো। গোলকটি নিচে কাদামাটির মধ্যে 4 cm গভীরে প্রবেশ করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কাজ-শক্তি উপপাদ্য বিবৃত কর।

খ. গতিশক্তি ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

গ. কত গতিশক্তি সহকারে বস্তুটি মাটিতে আঘাত করবে নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে গোলকটিকে বাধাদানকারী গড় বলের মান নির্ণয় কর।

১৭। 1000 kg ভরের একটি লিফট সর্বোচ্চ 800 kg ভরের আরোহীদের নিয়ে উপরে উঠছে। 4000 N মানের একটি ধ্রুব ঘর্ষণ বল এর উর্ধ্বমুখী গতি ব্যাহত করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. জুল কী ?

খ. কোনো ইঞ্জিনের কর্ম দক্ষতা 80% বলতে কী বুঝ ?

গ. লিফটটিকে 15 m উপরে ওঠাতে কত শক্তি সরবরাহের প্রয়োজন ?

ঘ. লিফটটিকে 3 m s^{-1} সমদ্রুতিতে উপরের দিকে ওঠাতে মোটরের সর্বনিম্ন কত ক্ষমতা দরকার তা নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সমীকরণ প্রতিপাদন করে ক্ষমতা হিসাব কর।

১৮। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা এবং ব্যাস যথাক্রমে 10 m এবং 4 m।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. এক অশ্বক্ষমতা বলতে কী বুঝ ?

খ. ওয়াট কী? অশ্বক্ষমতার সাথে এর সম্পর্ক কী?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে হলে কত কিলোগ্রাম পানিকে কুয়া থেকে বের করে নিতে হবে ?

ঘ. যে পাম্প 20 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে তার ক্ষমতা নির্ণয় কর।

১৯। একটি দালানের ছাদের সাথে লাগানো 5 m লম্বা একটি মই অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে আছে। 60 kg ভরের এক ব্যক্তি 20 kg ভরের বোঝা নিয়ে ছাদে ওঠেন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. ক্ষমতা কী ?

খ. বলের বিরুদ্ধে কাজ বলতে কী বুঝ ?

গ. ছাদে ওঠার জন্য তিনি অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কত কাজ করলেন ?

ঘ. তিনি যদি 10 সেকেন্ডে ছাদে ওঠেন তবে কত অশ্ব ক্ষমতা প্রয়োগ করলেন নির্ণয় কর। তিনি যদি হেলানো মই ব্যবহার না করে খাড়া মই বেয়ে 10 সেকেন্ডে ছাদে ওঠেন তাহলে কত অশ্ব ক্ষমতা প্রয়োগ করতেন গাণিতিক হিসাবের মাধ্যমে দেখাও।

২০। বিপুলদের বাসার ভূগর্ভস্থ পানির রিজার্ভারের দৈর্ঘ্য 4 m, প্রস্থ 3 m এবং গভীরতা 2m। রিজার্ভারটি অর্ধেক পানিপূর্ণ আছে। ভূপৃষ্ঠ থেকে 20 m উপরে ছাদের ট্যাংকে পানি তোলার জন্য 10 kW এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হয়।

পাম্পটির দক্ষতা অবশ্য 80 %।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কর্ম দক্ষতা কী ?

খ. বলের বিরুদ্ধে কাজ বলতে কী বুঝ ?

গ. রিজার্ভার থেকে 1 kg পানি ছাদে ওঠাতে কত শক্তি ব্যয় হবে ?

ঘ. রিজার্ভার পরিষ্কার করার জন্য সম্পূর্ণ পানি ছাদে ওঠাতে কত সময় লাগবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। দৈনন্দিন জীবনে কাজ সম্পর্কিত ধারণা আর পদার্থবিজ্ঞানে কাজ সম্পর্কিত ধারণার মধ্যে পার্থক্য কী ?
- ২। কাজ বলতে কী বুঝ ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।
- ৩। কাজ কী ? দেখাও যে, $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ । [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৫]
- ৪। ধ্রুব বল কর্তৃক কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$
- ৫। ভেক্টর সমীকরণ ব্যবহার করে কাজের সংজ্ঞা কীভাবে দেওয়া হয় ?
- ৬। বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও তাদের দ্বারা সৃষ্ট কাজ স্কেলার রাশি— ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৭। কাজের মাত্রা বের কর।
- ৮। জুল কাকে বলে ?
- ৯। বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক বলতে কী বোঝায়? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৫]
- ১০। পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৭]
- ১১। বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজ বলতে কি বোঝায় ? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৫; ব. বো. ২০১৯]
- ১২। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে কিন্তু কোনো কাজ করছে না কেন ? ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ১৩। কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৭]
- ১৪। বৃত্তাকার পথে কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য কেন ? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]
- ১৫। পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ১৬। বল-সরণ লেখচিত্রের সাহায্যে পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃতকাজের রাশিমালা নির্ণয় কর।

- ১৭। বল-সরণ লেখচিত্র হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃতকাজের পরিমাণ পাওয়া যায়—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৭]
- ১৮। দেখাও যে, $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ রূপে কাজকে প্রকাশ করা যায়।
- ১৯। প্রত্যায়নী বল কাকে বলে? [ব. বো. ২০১৯]
- ২০। স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? [কু. বো. ২০১৫]
- ২১। স্প্রিং ধ্রুবকের তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৯]
- ২২। একই স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করলে সমবায়ের স্প্রিং-ধ্রুবকের পরিবর্তন হবে কীনা। ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৭]
- ২৩। “বল ধ্রুবক 2500 N m^{-1} ”—এর অর্থ ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ২৪। একটি স্প্রিং বলের বিপরীতে কাজের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ২৫। প্রত্যায়নী বল দ্বারা কৃত কাজ কখন ঋণাত্মক হবে—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৭]
- ২৬। অভিকর্ষ বলের বিপরীতে কাজের রাশিমালা বের কর।
- ২৭। শক্তির সংজ্ঞা দাও।
- ২৮। কিলোওয়াট-ঘণ্টা কাকে বলে?
- ২৯। গতিশক্তি বলতে কী বুঝ? দেখাও যে, m ভরের কোনো বস্তু v বেগে গতিশীল হলে তার গতি শক্তি $\frac{1}{2}mv^2$ ।
- ৩০। দেখাও যে, নির্দিষ্ট ভরের কোনো বস্তুর গতিশক্তি এর বেগের বর্গের সমানুপাতিক।
- ৩১। বস্তুর গতিশক্তি এবং ভরবেগের মধ্যে সম্পর্কযুক্ত সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।
- ৩২। একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশী হবে—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৫]
- ৩৩। কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর। [ব. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৬; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮; য. বো. ২০১৯]
- ৩৪। বিভব শক্তি বলতে কী বুঝ? অভিকর্ষজ বিভব শক্তির রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৫। একটি স্প্রিং-এর সংকোচন বা প্রসারণের জন্য সঞ্চিত বিভব শক্তির রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৬। স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৯; কু. বো. ২০১৬]
- ৩৭। কোনো বস্তু কীভাবে স্থিতিশক্তি অর্জন করে? ব্যাখ্যা দাও। [চা. বো. ২০১৯]
- ৩৮। গতিশক্তি ও বিভব শক্তির পার্থক্য নির্দেশ কর।
- ৩৯। সংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? [চা. বো. ২০১৭]
- ৪০। অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? [ব. বো. ২০১৫; য. বো. ২০১৯]
- ৪১। প্রমাণ কর যে, অভিকর্ষীয় বল সংরক্ষণশীল বল। [চা. বো. ২০১৬; দি. বো. ২০১৬; অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৪২। অভিকর্ষীয় বল অসংরক্ষণশীল বল নয়—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৫]
- ৪৩। ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৬; দি. বো. ২০১৭; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৪৪। সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।
- ৪৫। শক্তির নিত্যতার নীতি বিবৃত কর।
- ৪৬। যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতার নীতি বিবৃত কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৪৭। শক্তির নিত্যতার নীতি ব্যবহার করে একটি উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয় কর।

- ৪৮। শক্তির নিত্যতার নীতি ব্যবহার করে সরল ছন্দিত গতির কোনো কণার বেগের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
- ৪৯। ক্ষমতা কাকে বলে? [ব. বো. ২০১৬]
- ৫০। ক্ষমতার মান নির্ণয় কর।
- ৫১। ক্ষমতার এককের সংজ্ঞা দাও।
- ৫২। কোনো একটি যন্ত্রের ক্ষমতা 50 MW—ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৫৩। অশ্বক্ষমতা কাকে বলে? [চ. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৭; অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮; রা. বো. ২০১৯]
- ৫৪। অশ্ব ক্ষমতার সাথে ওয়াটের সম্পর্ক কী?
- ৫৫। কাজ ও ক্ষমতার পার্থক্য নির্দেশ কর।
- ৫৬। শক্তি ও ক্ষমতার পার্থক্য নির্দেশ কর।
- ৫৭। যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলতে কী বোঝায়? [চা. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৫, ২০১৬; সি. বো. ২০১৯]
- ৫৮। একটি ইঞ্জিনের দক্ষতা 60% বলতে কী বোঝায়? [ব. বো. ২০১৬]
- ৫৯। টর্ক ও কাজের মান এবং একক সমান হলেও ভিন্ন রাশি—ব্যাখ্যা কর। [চা. বো. ২০১৯]

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

- ১। অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে 5 m লম্বা একটি হেলানো তলের পাদদেশ থেকে শীর্ষদেশে 10 kg ভরের একটি ব্লক তুলতে হবে। তলকে ঘর্ষণহীন ধরে ব্লকটিকে ধ্রুব গতিতে তুলতে কত কাজ করতে হবে নির্ণয় কর।
[উ: 424.35 J]
- ২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করলে কণাটির $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m সরণ হয়। বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।
[উ: 4 J]
- ৩। একটি পাম্প দ্বারা 600 লিটার জ্বালানি তেলকে 20 m উপরে অবস্থিত একটি ট্যাঙ্কে ওঠাতে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কত কাজ করতে হবে? এক ঘন সেমি জ্বালানি তেলের ভর 0.82 g। এক লিটার = 1000 cm³। [উ: 9.64×10^4 J]
- ৪। একটি বাস্ককে 50 N বল দ্বারা একটি অমসৃণ মেঝের উপর দিয়ে টানা হচ্ছে। অনুভূমিকের সাথে বলটি 37° কোণ করে ক্রিয়া করে। 10 N এর একটি ঘর্ষণ বল গতিকে বাধা দেয়। বাস্কটি ডানদিকে 3 m সরে গেল। (ক) 50 N বল দ্বারা কৃত কাজ হিসাব কর। (খ) ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃত কাজ হিসাব কর। (গ) বাস্কের উপরে ক্রিয়াশীল সকল বল দ্বারা কৃত নিট কাজ নির্ণয় কর।
[উ: (ক) 119.8 J (খ) -30 J (গ) 89.8 J]
- ৫। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে। যদি গুলির বেগ চারগুণ করা হয়, তবে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?
[উ: 16 টি]
- ৬। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে ঠিক ভেদ করতে পারে, যদি গুলির বেগ তিনগুণ করা হয়, তবে এরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?
[উ: 9টি]
- ৭। 2 kg ভরের কোনো বস্তু 36 km h^{-1} বেগে চলতে থাকলে এর গতিশক্তি কত হবে বের কর। [উ: 100 J]
- ৮। স্থিরাবস্থা থেকে 50 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2 s বাদে 12 m s^{-1} বেগ অর্জন করে। এর উপর কী পরিমাণ বল কাজ করেছে এবং 5 s বাদে এর গতিশক্তি কত হবে?
[উ: 300 N; 2.25×10^4 J]

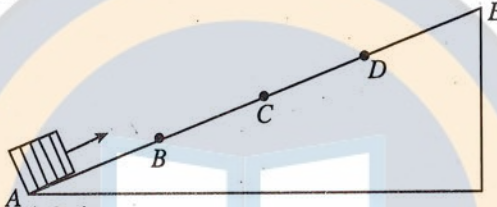
- ৯। 6 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 30 N বল প্রয়োগ করায় 10 s পর বস্তুটির গতিশক্তি কত হবে ?
[উ: 7500 J]
- ১০। 50 kg ভরের একটি বোমা ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 1 km উঁচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ফেলে দেওয়া হলো।
(i) 10 s পরে এবং (ii) ভূমি স্পর্শ করার পূর্বমুহূর্তে এর গতিশক্তি কত ? [উ: 2.4×10^5 J; 4.9×10^5 J]
- ১১। 200 g ভরের একটি বস্তু 10 m উপর থেকে নিচে পড়ে যায়। ভূ-পৃষ্ঠকে স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত ?
[উ: 19.6 J]
- ১২। 500 g ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু একটি জাহাজের উপর হতে 10 m নিচে পানিতে পড়ল : (i) বস্তুটির প্রাথমিক বিভব শক্তি, (ii) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি, (iii) বস্তুটি যে বেগ নিয়ে পানিতল স্পর্শ করে তা নির্ণয় কর।
[উ: (i) 49 J, (ii) 49 J; (iii) 14 m s^{-1}]
- ১৩। 200 g ভরের একটি বস্তু কত উপর থেকে নিচে পড়লে ভূমি স্পর্শ করার মুহূর্তে এর গতিশক্তি 19.6 J হবে ?
[উ: 10 m]
- ১৪। 2×10^3 kg ভরের একটি পিকআপ ট্রাক 90 km h^{-1} বেগে চলছে। একই গতিশক্তি সম্পন্ন হতে হলে 10^3 kg ভরের একটি গাড়িকে কত বেগে চলতে হবে ?
[উ: 127.28 km h^{-1} বা 35.36 m s^{-1}]
- ১৫। সমতল রাস্তায় চলন্ত 1600 kg ভরের একটি গাড়িকে যখন ব্রেক কষে থামিয়ে দেয়া হয় তখন 500 kJ তাপ উৎপন্ন হয়। ব্রেক প্রয়োগের পূর্ব মুহূর্তে গাড়িটির বেগ কত ছিল ?
[উ: 25 m s^{-1}]
- ১৬। একটি বালক শিশুদের ট্রাই সাইকেলে বসা তার ছোট ভাইকে 80 N সমবলে ঠেলছে। ছোট ভাইকে 400 J গতি শক্তি প্রদান করতে হলে তাকে কত দূরত্বে ঠেলতে হবে ?
[উ: 5 m]
- ১৭। 40 kg ভর সম্পন্ন কোনো বালিকা মাটি থেকে 15 cm উঁচু থেকে লাফিয়ে 60 বার স্কিপিং করল। তার কত শক্তি ব্যয় হলো ?
[উ: 3528 J]
- ১৮। একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তক্তা ভেদ করতে পারে। এরূপ 16 টি তক্তা ভেদ করতে হলে এর বেগ কতগুণ হতে হবে ?
[উ: 4 গুণ]
- ১৯। h মিটার উঁচু স্থান থেকে একটি বস্তু পড়ে গেল। কোথায় এর গতিশক্তি বিভব শক্তির অর্ধেক হবে ?
[উ: ভূমি থেকে আদি উচ্চতার দুই-তৃতীয়াংশ উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির অর্ধেক হবে।]
- ২০। একটি বস্তুকে 30 m উচ্চতা থেকে ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি হতে কত উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলা হয়েছিল ?
[উ: 30 m] [ঢা. বি. ২০১৬-২০১৭; বুটেন্স ২০১৬-২০১৭; চুয়েট ২০০৩-২০০৪; খু. বি. ২০১৫-২০১৬; ই. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ২১। 250 kg ভরের একটি বোঝা একটি ক্রেনের সাহায্যে 0.1 m s^{-1} ধ্রুব বেগে ওঠানো হলো। ক্রেনের কত ক্ষমতা ব্যয় হয় ?
[উ: 245 W]
- ২২। 1000 kg ভরের একটি লিফট সর্বোচ্চ 800 kg ওজন বহন করতে পারে। 4000 N মানের একটি ধ্রুব ঘর্ষণ বল এর উর্ধ্বমুখী গতি ব্যাহত করে। লিফটিকে 3 m s^{-1} সমদ্রুতিতে উপরের দিকে ওঠাতে হলে মোটরের সর্বনিম্ন কত ক্ষমতা সরবরাহ করতে হবে ?
[উ: 64.92 kW]
- ২৩। ভূমি থেকে 20 m উঁচু ছাদে ইট তোলার জন্য 10 kW এর একটি ইঞ্জিন ব্যবহার করা হলো। 1 ঘণ্টায় ইঞ্জিনটি কী পরিমাণ ইট ছাদে তুলতে পারে ?
[উ: 1.84×10^5 kg]
- ২৪। একটি পাম্প 4.9 মিনিটে কুয়া থেকে 10,000 লিটার পানি 6 m গড় উচ্চতায় তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতার 80% কার্যকর হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় কর।
[উ: 2.5 kW]
- ২৫। 100 m গভীর একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি ওঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনের ক্ষমতা 42% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [উ: 37.75 hp] [সি. বো. ২০০৬; কু. বো. ২০০১]

- ২৬। একটি পাম্প ঘণ্টায় 25×10^6 kg পানি 50 m উঁচুতে তুলতে পারে। পাম্পের ক্ষমতার 70% কার্যকর হলে প্রকৃত ক্ষমতা কত? [উ: 4.86×10^6 W]
- ২৭। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 6 m। একটি পাম্প 20 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পটির অশ্বক্ষমতা কত? [উ: 15.47 hp] [ব. বো. ২০১৫]
- ২৮। একটি বিজ্ঞাপনে দাবি করা হলো যে, একটি 1200 kg ভরের গাড়ি স্থির অবস্থা থেকে 8 s-এ 25 m s^{-1} বেগে অর্জন করতে পারে। এই ত্বরণ প্রদানের জন্য গাড়িটির ইঞ্জিনকে গড়ে কত ক্ষমতা প্রয়োগ করতে হবে? ঘর্ষণজনিত ক্ষয় উপেক্ষা কর। [উ: 46875 W]

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

- ২৯। একটি 300 g ভরের বস্তু অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে রক্ষিত তলে 5.88 J গতিশক্তি প্রয়োগে A থেকে E বিন্দুতে ঘর্ষণহীনভাবে ঠিক পৌঁছে যায়। পরক্ষণে বস্তুটি E থেকে উক্ত তল বরাবর A-এর দিকে পড়তে থাকে চিহ্নে $AB = AC = CD = DE$



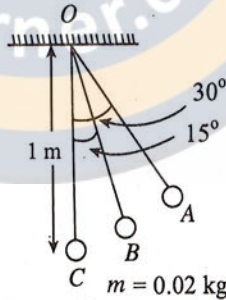
(ক) আনত তল AE এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) বস্তুটি উল্লিখিত তল বরাবর পড়ার সময় যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলে—তার যথার্থতা D ও C বিন্দুতে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মূল্যায়ন কর।

[উ: 4 m ; (খ) C এবং D বিন্দুতে মোট শক্তি হিসাব করে দেখাতে হবে এই দুই বিন্দুতে মোট শক্তি একই থাকছে অর্থাৎ 5.88 J। সুতরাং বস্তুটি উদ্দীপকে উল্লিখিত তল বরাবর পড়ার সময় শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলে।]

[কু. বো. ২০১৫]

৩০।



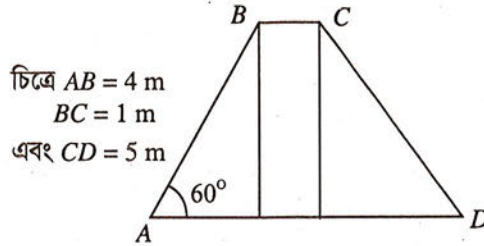
উপরের উদ্দীপকে 0.02 kg ভরের একটি বস্তুকে O বিন্দু থেকে 1 m লম্বা সূতার সাহায্যে ঝুলানো হলো। A বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তার নির্দেশ করে যা O বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে, এটিকে A বিন্দু পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেয়া হলে এটি দুলতে শুরু করে। [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

(ক) উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির গতিশক্তি বের কর।

(খ) উদ্দীপকে ব্যবহৃত দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[উ: (ক) 0.0196 J; (খ) A, B ও C প্রতিটি বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি একই অর্থাৎ 0.0261 J। সুতরাং উদ্দীপকে ব্যবহৃত দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।] [রা. বো. ২০১৫]

- ৩১। চিত্রে প্রদর্শিত AB মই বেয়ে 30 kg ভরের একটি বালক উপরে উঠে এবং CD আনত তল বেয়ে নিচে নেমে আসে। তলের ঘর্ষণ বল 50 N।



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) বালকটি A হতে C বিন্দুতে পৌঁছতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব কর।

(খ) CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম না বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) -1018.4 J ; (খ) বালকটির ত্বরণ 5.12 m s^{-2} অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম হবে।

[চ. বো. ২০১৫]

- ৩২। 250 kg ভরের একটি গাড়ি উল্লম্বের সাথে 66.42° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 12.393 m s^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক করার 30 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে গেল।

(ক) গাড়িটি থামাতে বাধাদানকারী বলের মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে সংরক্ষণশীলতার নীতি রক্ষিত হবে কী? গাণিতিক যুক্তিসহ বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) 1620 N ; (খ) আনত তলের শীর্ষ বিন্দুতে মোট শক্তি এবং নিম্নতম বিন্দুতে মোট শক্তি একই অর্থাৎ $4.86 \times 10^4 \text{ J}$ । সুতরাং উদ্দীপকে সংরক্ষণশীলতার নীতি রক্ষিত হবে। [য. বো. ২০১৬]

- ৩৩। 80 kg ভরের একজন লোক 20 kg ভরের একটি বোঝা মাথায় নিয়ে 40 m দৈর্ঘ্যের মই বেয়ে একটি দালানের ছাদে উঠলো। মইটি অনুভূমিকের সাথে 40° কোণ উৎপন্ন করে দালানের ছাদে লাগানো ছিল।

(ক) লোকটি কর্তৃক কৃতকাজ বের কর।

(খ) মইটির দৈর্ঘ্য 60 m হলে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে স্থাপন করলে একই পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হবে এবং এ ক্ষেত্রে কোনো সুবিধা পাওয়া যাবে কিনা—গাণিতিকভাবে মতামত দাও।

উ: (ক) $2.25 \times 10^4 \text{ J}$; (খ) অনুভূমিকের সাথে 25.4° কোণ করে মইটি স্থাপন করলে একই পরিমাণ কাজ পাওয়া যাবে। যেহেতু অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ উদ্দীপকে উল্লেখিত কোণের চেয়ে কম সুতরাং এক্ষেত্রে কম বল প্রয়োগে কাজ সম্পন্ন করা যাবে অর্থাৎ এক্ষেত্রে সুবিধা পাওয়া যাবে। [রা. বো. ২০১৭]

- ৩৪। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 20 m ও ব্যাস 2 m কুয়াটিকে পানিশূন্য করার জন্য 5 hp এর একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানি তোলার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একই ক্ষমতাসম্পন্ন আর একটি পাম্প লাগানো হলো।

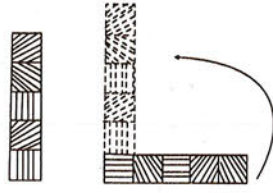
(ক) প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

(খ) প্রথম ও দ্বিতীয় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

[চ. বো. ২০১৭]

উ: $1.54 \times 10^6 \text{ J}$; (খ) প্রথম পাম্পের সাহায্যে পানি তুলতে সময় লাগবে 412.6 s এবং দ্বিতীয় পাম্পের সাহায্যে পানি তুলতে সময় লাগবে 1238.11 s। অর্থাৎ পাম্প দুটি দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে না।

- ৩৫। 50 cm বাহুবিশিষ্ট কোনো ঘনকের ভর 25 kg। এরূপ পাঁচটি ঘনককে একটির উপর আরেকটি রেখে একটি স্তম্ভ তৈরি করা হলো। অন্যটিকে অনুরূপ আরো পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করে স্তম্ভটিকে খাড়া করা হলো।

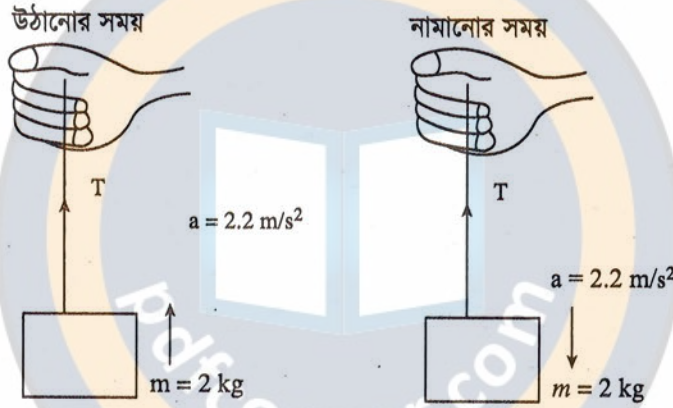


(ক) স্তম্ভের চূড়া হতে একটি পাথর টুকরা পড়ে গেলে কত বেগে ভূমিতে আঘাত করবে ?

(খ) স্তম্ভ তৈরির কোন উপায়টি অধিক গ্রহণযোগ্য, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

উ: (ক) 7 m s^{-1} ; (খ) উভয় ক্ষেত্রে স্তম্ভ তৈরি করতে একই পরিমাণ অর্থাৎ 1225 J কাজ সম্পন্ন হয় কিন্তু প্রথম ক্ষেত্রে পর্যায়ক্রমে শক্তি প্রয়োগ করতে হয়, পক্ষান্তরে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে শক্তি প্রয়োগ করতে হয় একবারে তাই স্তম্ভ তৈরিতে প্রথম উপায়টি অধিক গ্রহণযোগ্য। [দি. বো. ২০১৭]

৩৬। একটি সূতার সাহায্যে 2 kg ভরের একটি বস্তুকে ঝুলিয়ে বস্তুটিকে 2.2 m/s^2 সমত্বরণে 5 m উপরে উঠানো হলো এবং পরবর্তীতে নিচে নামানো হলো।



(ক) উপরে উঠানোর সময় সূতার টান কত?

(খ) বস্তুটিকে উঠাতে বা নামাতে সূতার টান কর্তৃক বস্তুটির উপর কৃত কাজ কোন ক্ষেত্রে বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

উ: (ক) 24 N ; (খ) উপরে উঠানোর সময় কৃত কাজ $= 120 \text{ J}$ এবং নিচে নামানোর সময় কৃত কাজ $= 76 \text{ J}$ । অর্থাৎ উপরে উঠানোর সময় কৃত কাজ বেশি হবে। [অভিনু প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৩৭। 3 kg ভরের বস্তুর উপর একটি বল ক্রিয়াশীল আছে। বস্তুটির অবস্থান সমীকরণ $x = 3t - 4t^2 + t^3$ যেখানে x এর মান মিটারে t এর মান সেকেন্ডে। $t = 0$ হতে $t = 4$ সময়ে বলটি দিয়ে বস্তুর উপর কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

[উ: 528 J] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]

৩৮। 2 mm ব্যাসার্ধের একটি বৃষ্টির ফোঁটা 250 m উচ্চতা থেকে বলটির উপর পড়ছে। বৃষ্টির ফোঁটার উপর অভিকর্ষীয় বল কতটা কাজ করবে ?

[উ: 0.082 J] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]

৩৯। একটি জলবিদ্যুৎ কেন্দ্রের বাধের উচ্চতা 10 m । 1 MW বিদ্যুৎ উৎপাদনের জন্য প্রতি সেকেন্ডে টারবাইনটির ব্রেডগুলোর উপর কত কিলোগ্রাম পানি পড়তে হবে ?

[উ: 10240.08 kg] [বুয়েট ২০১০-২০১১]

৪০। একটি বস্তু সরল পথে $(3, 3, 0)$ বিন্দু থেকে $(3, 0, 0)$ বিন্দুতে গেল। বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল

$$\vec{F} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k} \text{ হলে কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।}$$

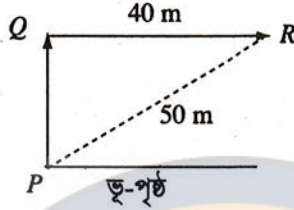
[উ: -9 J] [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]

- ৪১। 40 km h^{-1} বেগে চলন্ত একটি গাড়ির গতিশক্তি $2 \times 10^5 \text{ J}$ । গাড়িটি 20 km h^{-1} বেগে চললে তার গতিশক্তি কত J হবে? [উ: $0.5 \times 10^5 \text{ J}$] [শা. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪২। একটি মোটরের ক্ষমতা 160 W । মিনিটে এর দ্বারা কৃত কাজ কত? [উ: 960 J] [হা. দা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৩। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার দৈর্ঘ্য 5 m , প্রস্থ 3 m , গভীরতা 10 m । 80% কর্মদক্ষতা বিশিষ্ট একটি পাম্প 20 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পটির অশ্বক্ষমতা কত? [উ: 10.26 hp] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৪৪। 100 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 25 cm উঁচু 20 টি সিঁড়ি 10 s -এ উঠতে পারেন। তাঁর ক্ষমতা কত ওয়াট (W)? [উ: 490 W] [খু. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৫। একটি অর্ধপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12 m এবং ব্যাস 1.8 m । কোনো ইঞ্জিন 24 মিনিটে কুয়াটির পানি সম্পূর্ণ খালি করতে পারলে তার অশ্বক্ষমতা কত? [উ: 1.25 kW বা 1.68 hp বা 1.68 hp] [য. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৬। একটি জলপ্রপাত 900 m উঁচু। যদি ধরা হয় পতিত পানির গতিশক্তির অর্ধেক তাপে পরিণত হয়, তাহলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি কত হবে? [উ: 1.05°C] [খু. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৭। 20000 kg ভরের একটি গাড়ির ইঞ্জিনের ক্ষমতা 560 hp । কর্মদক্ষতা 80% । গাড়িটিকে স্থির অবস্থা থেকে 25 m s^{-1} বেগে আনতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে? [$1 \text{ hp} = 0.746 \text{ kW}$] [উ: 18.7 s] [খু. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৮। 1200 kg ভরের একটি গাড়ির ইঞ্জিনের ক্ষমতা 134.65 hp ও কর্মক্ষমতা 90% । গাড়িটিকে স্থিরাবস্থা থেকে 30 m s^{-1} বেগে আনতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে? [$1 \text{ hp} = 0.746 \text{ kW}$] [উ: 6 s] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৪৯। 30 kg ভরের একটি বস্তু 21.8 m উচ্চতা হতে ভূমিতে পতিত হয়ে কাদার মধ্যে প্রবেশ করল। কাদার প্রতিরোধ বল ধ্রুবক 1030 কিলোগ্রাম ওজন হলে, বস্তুটি কাদার মধ্যে কত দূর প্রবিষ্ট হবে? [উ: 0.654 m] [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৫০। 4 g ভরের একটি বস্তু 6 m উঁচু স্থান হতে পতিত হয়ে কাদায় 5 cm প্রবেশ করে স্থির হয়ে পড়ল। বস্তুটির উপর কাদায় গড় ধাক্কার পরিমাণ নির্ণয় কর। [উ: 4.7432 N] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৫১। অনুভূমিক কাঠের উপর একটি পেরেক উল্লম্বভাবে রাখা আছে। 1 kg ভরের হাতুড়ি দ্বারা 1 m s^{-1} বেগে পেরেকের উপর আঘাত করায় এটি 0.015 m কাঠের মধ্যে ঢুকে গেলে গড় বাধাদানকারী বল কত? [উ: 43.13 N] [কুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- ৫২। 4 kg ভরের একটি বস্তু 5 m উঁচু থেকে একটি পেরেকের উপর পড়লে পেরেকটি মাটির মধ্যে 10 cm ঢুকে গেল। মাটির গড় প্রতিরোধ বল নির্ণয় কর। [উ: 1999 N] [চ. বো. ২০১৯]
- ৫৩। কোনো গাছের ডালে একটা আম ঝুলছিল। একজন লোক আমটির দিকে খাড়া উপরের দিকে একটি পাথর ছুঁড়লেন। আমটিতে আঘাত করার সময় পাথরটির বেগ 9.8 m s^{-1} । যদি ঐ লোক আগের তুলনায় অর্ধেক শক্তি ব্যয় করেন তবে পাথরটি কেবল আমের উচ্চতায় পৌঁছুতে পারে। আমের উচ্চতা কত? [উ: 4.9 m]
- ৫৪। একটি রাইফেলের গুলি প্রতিটি 5 cm পুরুত্বের দুটি কাঠের তক্তাকে ভেদ করতে পারে এবং পৃথকভাবে কোনো একটি দেয়ালের মধ্যে 20 cm ভেদ করতে পারে। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে কতটুকু ভেদ করতে পারবে যদি উল্লিখিত তক্তার একটি তক্তা দেয়ালের সাথে সংযুক্ত করা থাকে? [উ: 10 cm] [বুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৫৫। একটি বানর 20 m উঁচু নারকেল গাছ থেকে নারকেল ফেলছে। প্রত্যেকটি নারকেলের ভর 2 kg এবং বানর প্রতি সেকেন্ডে ২টি করে ফেলছে। নারকেলের সমস্ত বিভবশক্তি বিদ্যুৎশক্তিতে রূপান্তরিত হলে উক্ত বিদ্যুৎ শক্তির সাহায্যে কতটি 60 ওয়াটের বৈদ্যুতিক বাতি জ্বালানো যাবে? [উ: 13 টি] [বুয়েট ২০০৯-২০১০]

- ৫৬। 2π কোণে ঘুরাতে কৃতকাজের পরিমাণ 50 J হলে টর্কের মান কত? [উ: 7.96 N m]
[বে. রো. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৫৭। 80 m উচ্চতা থেকে যদি একটি বল মেঝেতে পড়ে এবং বলটির 20% শক্তি মেঝের সাথে প্রতিঘাতে হ্রাস পায়, তবে বলটি মেঝেতে বাড়ি খেয়ে কত উচ্চতায় উঠবে? [উ: 64 m] [য.বি.প্র.বি ২০১৬-২০১৭]
- ৫৮। 270 kg ভরের একটি বোমা একটি ক্রেনের সাহায্যে 0.1 m s^{-1} দ্রুত বেগে উঠানো হলো। ক্রেনের কত ক্ষমতা ব্যয় হয়? [উ: 264.6 W] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৫৯। একটি পাম্প মিনিটে 1200 gallon পরিমাণ পানি 6 ft উঁচুতে 32 ft s^{-1} (9.8 m s^{-1}) গতিবেগে নিক্ষেপ করতে পারে। 1 gallon পানির ভর 10 lb হলে ইঞ্জিনের অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [উ: 8 hp]
[রুয়েট ২০১৬-২০১৭, ২০০৫-২০০৬]
- ৬০। 70 kg ভরের এক ব্যক্তি 20 kg ভরের এক বোঝা নিয়ে 6 m দীর্ঘ একটি সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠলো। সিঁড়িটি অনুভূমিক তলের সাথে 30° কোণ করে থাকলে ঐ ব্যক্তি কত কাজ করলো নির্ণয় কর। [উ: 2646 J]
[বুয়েট ১৯৯৬-১৯৯৭; রুয়েট ২০০৪-২০০৫]
- ৬১। 25 g ভরের একটি গুলি 0.5 km s^{-1} বেগে ঢুকে 100 m s^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। লক্ষ্যবস্তুর ভিতর দিয়ে চলতে গুলিটির কত শক্তি ব্যয় হবে? [উ: 3000 J] [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৬২। 10 m উপর থেকে 10 kg ভরের একটি মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর মাটি থেকে 5 m উপরে মোট শক্তি কত হবে? [উ: 980 J] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৬৩। ভূমি থেকে 3.0 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি স্থান থেকে 2.0 kg ভরবিশিষ্ট একটি কাঠের টুকরা ঢালু পথ বেয়ে 50 J শক্তি নিয়ে মাটিতে পড়ছে। বেয়ে পড়ার জন্য ঘর্ষণ কর্তৃক কাঠের টুকরাটির উপর কাজের পরিমাণ কত হবে? [উ: 8.8 J] [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৬৪। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 5 kg উপরে কিছু মেঘ আছে। ঐ মেঘ বৃষ্টিরূপে নেমে এসে ভূপৃষ্ঠে 100 km^2 স্থানে 1 mm পানি সৃষ্টি করতে পারে। উক্ত পানিকে আবার মেঘে পরিণত করতে কত কাজের প্রয়োজন? [উ: $49 \times 10^{11} \text{ J}$]
[বুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৬৫। কোনো কুয়া থেকে 20 m উপরে পানি তোলার জন্য 60 kW-এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হচ্ছে। পাম্পের দক্ষতা 82.2% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে? [উ: 15098 লিটার] [রুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৬৬। 100 m উচ্চতা থেকে 5 kg ভর মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে, 4 s পরে ভরটির গতিশক্তি ও বিভবশক্তি কত হবে? [উ: 1058.4 J; 3841.61 J] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৬৭। একটি ইঞ্জিন 200 m গভীর ক্রিয়া হতে প্রতি মিনিটে 500 kg পানি উত্তোলন করে। যদি 20% ক্ষমতার অপচয় হয় তাহলে ইঞ্জিনের প্রকৃত ক্ষমতা কত? [উ: 20416.7 W] [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৬৮। ভূ-পৃষ্ঠের 20 m নিচ হতে পাম্পের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 600 kg পানি উঠানো হয়। যদি পানি বাইরে আসার বেগ 5 m s^{-1} হয়, তবে পাম্পের ক্ষমতা কত? [উ: 2.085 kW] [বুয়েট ২০১২-২০১৩]

৬৯। 6 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 30 N বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি গতিপ্রাপ্ত হলো। 10 s পরে বস্তুটির গতিশক্তি নির্ণয় কর।
[উ: 750 J] [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]

৭০। চিত্রে দেখানো পথ দিয়ে একটি 4.0 N ওজনের পাথরকে পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রে P বিন্দু থেকে R বিন্দুতে স্থানান্তরিত করা হলো। পাথরটির বিভবশক্তি কত বৃদ্ধি পেল?
[উ: 120 J] [ঢা. বি. ২০১৩-২০১৪]



৭১। একটি ইঞ্জিন 10^6 kg ভরের একটি ট্রেনকে ভূমির সাথে 1.17° কোণে 36 km h^{-1} হারে টেনে নিচ্ছে। যদি ঘর্ষণজনিত বাধা প্রতি 10^4 kg তে 10 N হয়, তবে ইঞ্জিনের ক্ষমতা নির্ণয় কর। [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]
[উ: $2.01 \times 10^6 \text{ W}$] [বুয়েট ১৯৯৯-২০০০]

৭২। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 2 m। একটি পাম্প 20 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। উক্ত পাম্পের সাথে আরও একটি 1 HP ক্ষমতার পাম্প যুক্ত করে কুয়াটিকে পানিশূন্য করলে কিছু সময় সাশ্রয় হয়।

(ক) প্রথম পাম্পের কৃতকাজ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের আলোকে কত সময় সাশ্রয় হবে—গাণিতিক যুক্তিসহ মতামত দাও।

[উ: (ক) $1.54 \times 10^6 \text{ J}$; (খ) 7.36 মিনিট সাশ্রয় হবে।] [ব. বো. ২০১৯]

৭৩। সীমা 18 kg ভরের একটি ব্যাগ নিয়ে 50 m উঁচু একটি বিল্ডিং এ উঠার পর ছাদ থেকে ব্যাগটি পড়ে গেলে সেটি 'h' উচ্চতায় পাশের বিল্ডিং এর ছাদে 24.25 m s^{-1} বেগে পড়ল।

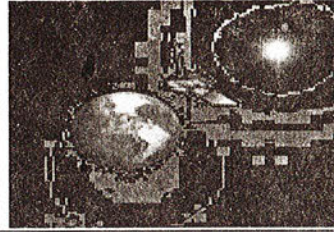
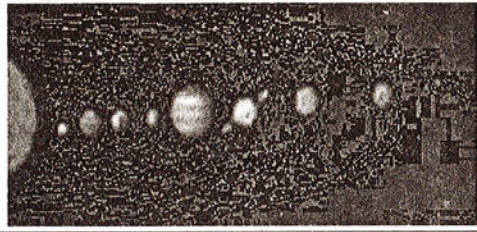
(ক) উদ্দীপকের h এর মান নির্ণয় কর।

(খ) h উচ্চতায় বিভব শক্তি গতি শক্তির সমান হবে কী না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 30 m; (খ) h উচ্চতায় বিভবশক্তি = 5292 J এবং গতিশক্তি = 5292.56 J অর্থাৎ বিভবশক্তি গতিশক্তির প্রায় সমান।]
[সি. বো. ২০১৯]



মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ GRAVITATION AND GRAVITY



সৃষ্টির পর থেকেই মানুষ অবাক বিশ্বয়ে তাকিয়েছে আকাশ পানে, হয়েছে বিশ্বয়াবিষ্ট। আকাশের অসংখ্য উজ্জ্বল বস্তু মানুষকে যুগে যুগে করেছে অভিভূত, মানুষ চিনতে চেষ্টা করেছে তাদেরকে। আকাশের এসব উজ্জ্বল বস্তুকে আমরা সাধারণত তারা বলে ডাকলেও এরা সবাই কিন্তু তারা নয়। এদের কোনোটা তারা, কোনোটা নীহারিকা, কোনোটা উল্কা, কোনোটা গ্রহ আবার কোনোটা ধূমকেতু। আমরা যে পৃথিবীতে বাস করি সেটি সৌর জগতের একটি গ্রহ। গ্রহগুলো সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘুরছে। এ অধ্যায়ে আমরা পড়ন্ত বস্তু, পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র, গ্রহের গতি, কেপলারের সূত্র, মহাকর্ষ, অভিকর্ষ, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, অভিকর্ষজ ত্বরণ, অভিকর্ষ কেন্দ্র, কৃত্রিম উপগ্রহ, মহাকর্ষ ক্ষেত্র, মহাকর্ষীয় বিভব, মুক্তিবৈগে নিয়ে আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

মহাকর্ষ সূত্র, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, কেপলারের সূত্র, অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ, অভিকর্ষ কেন্দ্র, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, মহাকর্ষীয় বিভব, মুক্তিবৈগে।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৬.১
২	ব্যবহারিক : আনত তলে মারবেল গড়িয়ে দিয়ে এবং দূরত্ব ও সময় পরিমাপ করে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র যাচাই করতে পারবে।	৬.২
৩	গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র বর্ণনা করতে পারবে।	৬.৫
৪	নিউটনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.৬
৫	মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক প্রতিপাদন ও সমস্যার সমাধানে এ সম্পর্ক ব্যবহার করতে পারবে।	৬.৭
৬	মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করতে পারবে।	৬.১১
৭	মহাকর্ষ বল, মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং মহাকর্ষ বিভবের পরিমাণগত মান নির্ধারণ এবং এদের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.১০
৮	অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনের কারণ বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.৮
৯	অভিকর্ষ কেন্দ্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৬.৯
১০	মুক্তিবৈগের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৬.১২
১১	মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার বর্ণনা করতে পারবে।	৬.১৩

৬.১। পড়ন্ত বস্তু

Falling bodies

কোনো বস্তুকে উপর থেকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষের প্রভাবে ভূমিতে পৌঁছায়। এ বস্তুগুলোকে বলা হয় পড়ন্ত বস্তু।

পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও তিনটি সূত্র বের করেন। এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র বলে। এ সূত্রগুলো একমাত্র স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

পড়ন্ত বস্তুর গ্যালিলিওর সূত্রাবলি

পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অর্থাৎ বস্তু পড়ার সময় স্থির অবস্থান থেকে পড়বে—এর কোনো আদি বেগ থাকবে না। বস্তু বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়বে অর্থাৎ এর উপর অভিকর্ষজ বল ছাড়া অন্য কোনো বল ক্রিয়া করবে না। যেমন- বাতাসের বাধা এর উপর কাজ করবে না। সূত্রগুলো এরূপ :

প্রথম সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করবে।

ব্যাখ্যা : এ সূত্রানুসারে স্থির অবস্থান থেকে কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে তা যদি বিনা বাধায় মাটিতে পড়ে তাহলে মাটিতে পড়তে যে সময় লাগে তা বস্তুর ভর, আকৃতি বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভরের, আকারের ও আয়তনের বস্তুকে যদি একই উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হয় এবং এগুলো যদি বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়তে থাকে তাহলে সবগুলোই একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাবে।

দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক অর্থাৎ শেষ বেগ \propto পতনকাল। বা, $v \propto t$

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে প্রথম সেকেন্ড পরে যদি এটি v বেগ অর্জন করে তবে দ্বিতীয় সেকেন্ড পরে এটি $2v$ বেগ অর্জন করবে। সুতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ড পরে যদি বস্তুর বেগ যথাক্রমে $v_1, v_2, v_3 \dots$ ইত্যাদি হয় তবে এই সূত্রানুসারে,

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ অতিক্রান্ত দূরত্ব \propto (পতনকাল) 2 । বা, $h \propto t^2$

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুকে যদি স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়তে দেওয়া হয় তবে এক সেকেন্ডে যদি এটি h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দুই সেকেন্ডে এটি $h \times 2^2$ বা $4h$ দূরত্ব, তিন সেকেন্ডে এটি $h \times 3^2$ বা $9h$ দূরত্ব অতিক্রম করবে।

সুতরাং $t_1, t_2, t_3 \dots$ সেকেন্ডে যদি বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব যথাক্রমে $h_1, h_2, h_3 \dots \dots$ ইত্যাদি হয় তবে

$$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

৬.২। ব্যবহারিক

Practical

পরীক্ষণের নাম	আনত তলে মার্বেল গড়িয়ে দিয়ে এবং দূরত্ব ও সময় পরিমাপ
পিরিয়ড : ২	করে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র যাচাই

তত্ত্ব : পড়ন্ত বস্তুর সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ দূরত্ব \propto পতনকাল বা $h \propto t^2$

$$\text{বা, } \frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} = \dots \dots \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

একটি ঢালু আনত তলের সর্বোচ্চ বিন্দু থেকে তল দিয়ে গড়িয়ে পড়া কোনো মার্বেলের অতিক্রান্ত দূরত্ব s তার অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব h এর সমানুপাতিক (চিত্র : ৬.১)। অর্থাৎ $s \propto h$

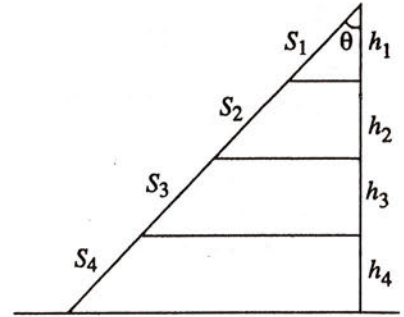
সুতরাং উপরিউক্ত সমীকরণকে লেখা যায়,

$$\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2} = \frac{s_3}{t_3^2} = \dots = \text{ধ্রুবক।}$$

যন্ত্রপাতি : কমপক্ষে আট মিটারের চেয়ে লম্বা একখানা মসৃণ কাঠের তক্তা, মারবেল, স্টপওয়াচ ও মিটার স্কেল।

কাজের ধারা :

১. কমপক্ষে ৪ মিটারের চেয়ে লম্বা একখানা মসৃণ কাঠের তক্তা নেওয়া হয়।
২. তক্তার এক প্রান্ত থেকে মিটার স্কেল দিয়ে মেপে ২ মিটার অন্তর অন্তর ৪ টি দাগ কাটা হয়।
৩. তক্তার গণনা শুরু করার প্রান্তের নিচে কিছু দিয়ে এটিকে যথাসম্ভব বেশি করে ঢালু করা হয়।
৪. ঢালু তলের উপরের প্রান্তে একটি মারবেল ধরো। মারবেলটি ছেড়ে দেয়ার সাথে সাথে স্টপ ওয়াচ (ডিজিটাল হলে ভালো হয়) চালু কর।
৫. মারবেলটি যখন ২ মিটার দাগ অতিক্রম করে তখন ঘড়ি বন্ধ করে এই ২ মিটার দূরত্ব অতিক্রমের সময় নির্ণয় কর। একই প্রক্রিয়ায় ৩ বার পাঠ নিয়ে গড় সময় বের কর।
৬. একই পদ্ধতিতে মারবেল ছেড়ে দিয়ে ৪, ৬ এবং ৮ মিটার দাগ অতিক্রম করার সময় নির্ণয় কর।
৭. যথাসম্ভব বেশি সংখ্যক পাঠ নাও।
৮. এখন X -অক্ষের দিকে t^2 এবং Y -অক্ষের দিকে s স্থাপন করে একটি লেখচিত্র আঁক।



চিত্র : ৬.১

পর্যবেক্ষণ	দূরত্ব, s m	সময়, t s	গড় সময়, t s	t^2 s^2	$\frac{s}{t^2}$ $m s^{-2}$
1	2				
2	4				
3	6				
4	8				

ফলাফল : X -অক্ষের দিকে t^2 এবং Y -অক্ষের দিকে s স্থাপন করে একটি লেখচিত্র আঁকলে এটি মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা হয় (চিত্র : ৬.২) অর্থাৎ $s \propto t^2$ ।

বা, $\frac{s}{t^2} = \text{ধ্রুবক}$

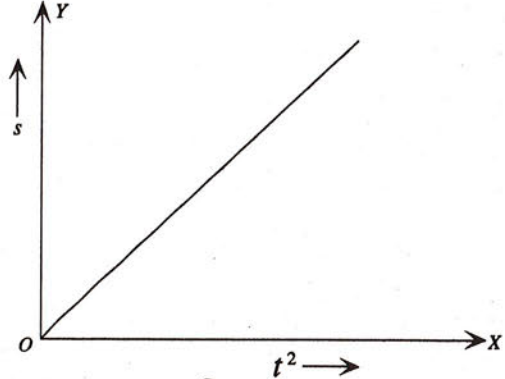
$\therefore s \propto t^2$

$\therefore \frac{s}{t^2} = \text{ধ্রুবক}$ ।

সুতরাং পড়ন্ত বস্তুর সূত্র প্রমাণিত হয়।

সতর্কতা :

১. তক্তাটি খুবই মসৃণ হতে হবে।
২. তক্তাটি খুব বেশি ঢালু হতে হবে।
৩. স্টপ ওয়াচ খুবই সুবেদী হতে হবে।



চিত্র : ৬.২

৬.৩। মহাকর্ষ Gravitation

সূর্যের চারপাশে গ্রহগুলোর ঘূর্ণনগতির সূত্রাবলি কেপলার নির্ধারণ করেন। কিন্তু কী ধরনের বলের প্রভাবে গ্রহগুলো সূর্যের চারপাশে ঘুরছে সে সম্পর্কে কেপলারের ধারণা ছিল না। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রাবলি থেকে অনুপ্রাণিত হয়ে নিউটন এদের মধ্যকার বল সম্পর্কে চিন্তা-ভাবনা করতে থাকেন। কথিত আছে, একদিন বাগানে বসে চিন্তা করার সময় নিউটন একটি আপেল মাটিতে পড়তে দেখেন। এর থেকে তাঁর মনে প্রশ্ন জাগে আপেলটি মাটিতে পড়ল কেন? নিশ্চয়ই কেউ একে মাটির দিকে টানছে। চিন্তা-ভাবনা করে তিনি সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, পৃথিবী সব বস্তুকেই তার নিজের দিকে আকর্ষণ করে। শুধু পৃথিবীই নয় সৌর জগতের গ্রহগুলোর সূর্যের চারপাশে ঘোরার কারণ বোঝার জন্য নিউটন পরস্পর যোগসূত্রহীন দুটি বস্তুর মধ্যে একটি আকর্ষণ বলের কল্পনা করেন। তিনি বলেন, এ মহাবিশ্বের প্রত্যেকটি বস্তু কণাই একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণ বলের মান শুধু বস্তুদ্বয়ের ভর ও এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে—এদের আকৃতি, প্রকৃতি, অভিমুখ ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। বিশ্বে যে কোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যকার এ আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

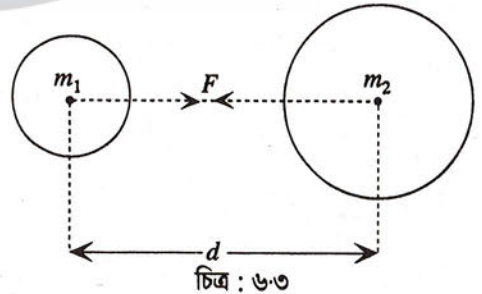
সংজ্ঞা : মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

৬.৪। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র Newton's Law of Gravitation

এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এ আকর্ষণকে মহাকর্ষ বলে। এ আকর্ষণ সম্পর্কে নিউটনের একটি সূত্র আছে, একে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বলে।

সূত্র : “মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এ বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।”

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু পরস্পর থেকে d দূরত্বে অবস্থিত (চিত্র: ৬.৩)। এদের মধ্যকার আকর্ষণ বল F হলে মহাকর্ষ সূত্রানুসারে,



$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\text{বা, } F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

(6.1)

এখানে G একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। এর মান কেবল রাশিগুলোর এককের উপর নির্ভর করে।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, G

(6.1) সমীকরণ থেকে আমরা দেখি যে, যখন $m_1 = m_2 = 1$ একক এবং $d = 1$ একক

তখন $F = G \frac{1 \times 1}{1}$ অর্থাৎ $F = G$ বা, $G = F$ হয়।

সংজ্ঞা : একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্ব থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

মাত্রা ও একক : (6.1) সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

$$G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2} \quad \dots \quad (6.2)$$

সূত্রাং G -এর মাত্রা হবে উপরের সমীকরণের ডান পাশের রাশিগুলোর মাত্রা। অর্থাৎ

$$[G] = \frac{MLT^{-2} \times L^2}{M^2} = L^3 M^{-1} T^{-2}$$

(6.2) সমীকরণের ডানপাশের রাশিগুলোর একক বসালে G -এর একক পাওয়া যায় $N m^2 kg^{-2}$ বা, $m^3 kg^{-1} s^{-2}$

আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে G -এর সর্বসম্মত মান গৃহীত হয়েছে, $G = 6.673 \times 10^{-11} N m^2 kg^{-2}$ ।

তাৎপর্য : G এর মান $6.673 \times 10^{-11} N m^2 kg^{-2}$ বলতে বোঝায় 1 kg ভরের দুটি বস্তু 1m দূরে স্থাপন করলে এগুলো পরস্পরকে $6.673 \times 10^{-11} N$ বলে আকর্ষণ করে।

G -এর সর্বজনীনতা

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G -কে সর্বজনীন বা বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়, কারণ এর মান বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের কোনো ধর্মের যেমন- প্রবেশ্যতা (Permeability), প্রবণতা (Susceptibility) বা দিকদর্শিতা (Directionality) ইত্যাদি এর উপর নির্ভর করে না।

চৌম্বক বা স্থির তড়িৎ বলের জন্য কুলম্বের সূত্রে G -এর মতো একটি ধ্রুবক পাওয়া যায় যা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন মাধ্যমের বিভিন্ন প্রবেশ্যতার জন্য চৌম্বক বল বা স্থির তড়িৎ বলের পরিবর্তন হয়। কিন্তু মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না।

আবার মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের উপর নির্ভর করে। কিন্তু বস্তুদ্বয় কোন পদার্থের তৈরি তার উপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ বস্তুদ্বয়ের প্রকৃতির সাথে G -এর কোনো সম্পর্ক নেই।

বেশির ভাগ কেলাসের প্রতিসরাঙ্ক, তাপ পরিবাহিতা ইত্যাদি কেলাসের অভিমুখের উপর নির্ভর করে। কিন্তু দেখা গেছে যে, মহাকর্ষ বল কেলাসের দিকদর্শিতার উপর নির্ভর করে না, অর্থাৎ G -এর মান দিকদর্শিতার ধর্মের উপর নির্ভর করে না।

৬.৫। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র

Kepler's Laws of Planetary Motion

সৌরজগৎ সম্পর্কে প্রাচীনকালে গ্রিকরা চিন্তা-ভাবনা করতেন। গ্রিক জ্যোতির্বিদদের সিদ্ধান্তসমূহকে টলেমি তত্ত্ব আকারে উপস্থিত করেন। তাঁর মতে পৃথিবী এ মহাবিশ্বের কেন্দ্র এবং সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ ও তারাগুলো পৃথিবীকে কেন্দ্র করে জটিল কক্ষপথে আবর্তন করে। প্রায় পঞ্চদশ শতাব্দী পর্যন্ত টলেমির এ মতবাদ কার্যকর থাকলেও এ তত্ত্বটি খুবই জটিল ছিল এবং বহু সংখ্যক পর্যবেক্ষণের কোনো ব্যাখ্যা এ তত্ত্ব দিতে পারতো না। ষোড়শ শতাব্দীতে কোপার্নিকাস বলেন যে, সূর্যকে মহাবিশ্বে স্থির কেন্দ্র বিবেচনা করলে আকাশের বস্তুসমূহের একটি সহজ বর্ণনা দেওয়া যায়। কোপার্নিকাসের তত্ত্ব অনুসারে পৃথিবী হচ্ছে একটি গ্রহ যা তার নিজের অক্ষের উপর আবর্তন করে ও সূর্যের চারদিকে ঘুরে এবং পৃথিবীর মতো অন্য গ্রহগুলোরও একই ধরনের গতি বর্তমান।

এ দুই তত্ত্বের বিরোধ জ্যোতির্বিদদের আরো বেশি সংখ্যক পর্যবেক্ষণ করা তথ্য সংগ্রহে আগ্রহী করে তোলে। এ সব তথ্য টাইকোব্রাহে সংকলিত করেন। টাইকোব্রাহার এসব তথ্য তাঁর সহকর্মী জোহান কেপলার বিশ্লেষণ এবং ব্যাখ্যা করেন

এবং তিনি দেখতে পান যে, গ্রহগুলোর গতিতে একটি নিয়মানুবর্তিতা বর্তমান। এসব নিয়মানুবর্তিতাই গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের তিনটি সূত্র নামে পরিচিত।

প্রথম সূত্র : কক্ষের সূত্র : প্রতি গ্রহই সূর্যকে একটি ফোকাসে (focus) রেখে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরে।

ব্যাখ্যা : চিত্র : ৬.৪ এ ABCD একটি উপবৃত্তাকার কক্ষপথ। F ও F' এই উপবৃত্তের দুটি ফোকাস। কেপলারের প্রথম সূত্রানুসারে সূর্য এ ফোকাস দুটির যেকোনো একটিতে থাকবে এবং গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে ঘুরবে।

দ্বিতীয় সূত্র : ক্ষেত্রফলের সূত্র : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, ৬.৪ চিত্রে F ফোকাসে সূর্য অবস্থিত। কোনো গ্রহ যদি এ কক্ষপথের A অবস্থান থেকে B অবস্থানে আসতে t সময় নেয় এবং C অবস্থান থেকে D অবস্থানে আসতেও সেই একই সময় t নেয় তাহলে কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে AFB ক্ষেত্রফল ও CFD ক্ষেত্রফল সমান হবে।

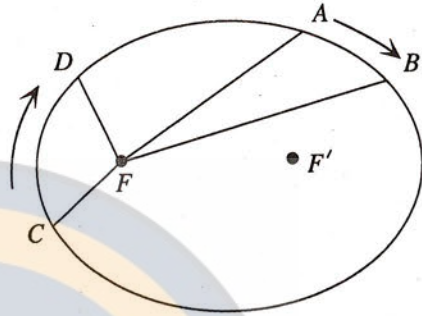
তৃতীয় সূত্র : আবর্তনকালের সূত্র : সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ এর কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের (semi major axis) ঘনফলের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা : গ্রহগুলো উপবৃত্তাকার পথে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। ধরা যাক, যেকোনো গ্রহের কক্ষ পথের অর্ধপরাক্ষ a এবং ঐ গ্রহের সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করতে T সময় লাগে। কেপলারের তৃতীয় সূত্র অনুসারে,

$$T^2 \propto a^3 \text{ হবে।}$$

কতগুলো গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষ a_1, a_2, a_3, \dots হলে এবং গ্রহগুলোর আবর্তনকাল যথাক্রমে T_1, T_2, T_3, \dots হলে,

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = \dots = \text{ধ্রুব হবে।}$$



চিত্র : ৬.৪

৬.৬। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন Deduction of Mathematical Expression of Kepler's Law from Newton's Law of Gravitation

ধরা যাক, m ভরবিশিষ্ট P গ্রহটি সূর্য S কে কেন্দ্রে রেখে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে (চিত্র : ৬.৫)।

সূর্য ও গ্রহের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল হলো

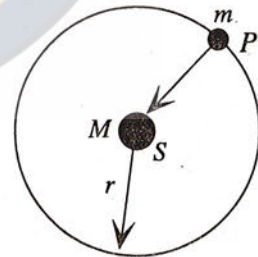
$$F_G = \frac{GMm}{r^2}$$

সেখানে M হলো সূর্যের ভর।

গ্রহটি বৃত্তাকার কক্ষ পথে ঘুরছে তাই কেন্দ্রমুখী বল হলো

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

সেখানে v গ্রহের দ্রুতি।



চিত্র : ৬.৫

একটি উপবৃত্তের পরাক্ষ (major axis) হচ্ছে এর দীর্ঘতম ব্যাস। এটি উপবৃত্তের দুই ফোকাস ও কেন্দ্র দিয়ে এর দুই প্রান্ত পর্যন্ত বিস্তৃত। অর্ধ-পরাক্ষ (semi major-axis) হচ্ছে পরাক্ষের অর্ধেক। সুতরাং অর্ধ-পরাক্ষ হচ্ছে উপবৃত্তের কেন্দ্র থেকে একটি ফোকাস দিয়ে এর প্রান্ত পর্যন্ত দূরত্ব। আসলে এটি হচ্ছে উপবৃত্তের দুই দূরতম বিন্দুর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ। উপবৃত্তের দীর্ঘ ব্যাসার্ধকে আমরা অর্ধ-পরাক্ষ ধরে নিতে পারি। বৃত্তের ক্ষেত্রে বৃত্তের ব্যাসার্ধই হচ্ছে এর অর্ধ-পরাক্ষ।

এহাটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে হলে এই মহাকর্ষীয় বলই কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে কাজ করবে। সুতরাং

$$F_G = F_c$$

$$\text{বা, } \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \dots \quad (6.3)$$

সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণায়মান গ্রহের পর্যায়কাল T হলে

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\text{বা, } v = \frac{2\pi r}{T}$$

এখন সমীকরণ (6.3)-এ v এর মান বসালে,

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$\text{বা, } \frac{GMm}{r^2} = \frac{m}{r} \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad \text{বা, } T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

$$\text{বা, } T^2 = Kr^3$$

$$\text{সেখানে } K = \frac{4\pi^2}{GM}, \text{ একটি ধ্রুবক।}$$

$$\text{সুতরাং } T^2 \propto r^3$$

এটি হলো কেপলারের তৃতীয় সূত্র।

ধ্রুবক K সকল গ্রহের জন্য একই এবং এর মান $2.97 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, কক্ষপথ উপবৃত্তীয় (elliptical) হলে r -এর পরিবর্তে উপবৃত্তের অর্ধ-পরাক্ষ (semi major axis) a লিখতে হবে।

৬.৭। অভিকর্ষ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ

Gravity and Acceleration Due to Gravity

অভিকর্ষ : এ বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে মহাকর্ষ বলে। দুটি বস্তুর একটি যদি পৃথিবী হয় তবে যে আকর্ষণ হয় তাকে অভিকর্ষ বলা হয় অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণকে অভিকর্ষ বলে।

সংজ্ঞা : পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে।

সূর্য ও চন্দ্রের মধ্যে যে আকর্ষণ তা মহাকর্ষ, কিন্তু পৃথিবী ও একটি বই-এর মধ্যে যে আকর্ষণ তা অভিকর্ষ।

অভিকর্ষজ ত্বরণ : নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি যে, বল প্রযুক্ত হলে কোনো বস্তুর ত্বরণ হয়, সুতরাং অভিকর্ষ বলের প্রভাবেও বস্তুর ত্বরণ হবে। এ ত্বরণকে তথা বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলা হয়।

সংজ্ঞা: অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

একে g দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ এক প্রকার ত্বরণ; সুতরাং এর মাত্রা হবে LT^{-2} এবং একক হবে $m s^{-2}$ ।

g -এর সমীকরণ : মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক

ধরা যাক, M = পৃথিবীর ভর, m = ভূ-পৃষ্ঠে বা এর নিকটে অবস্থিত কোনো বস্তুর ভর, d = বস্তু এবং পৃথিবীর কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব।

তাহলে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$\text{অভিকর্ষ বল, } F = G \frac{Mm}{d^2} \quad \dots \quad (6.4)$$

কিন্তু নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই, অভিকর্ষ বল = ভর \times অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$\text{অর্থাৎ } F = mg \quad \dots \quad (6.5)$$

$$(6.4) \text{ ও } (6.5) \text{ সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়, } mg = \frac{GMm}{d^2}$$

$$\text{বা, } g = \frac{GM}{d^2} \quad \dots \quad (6.6)$$

(6.6) সমীকরণের ডানপাশে বস্তুর ভর m অনুপস্থিত; সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। যেহেতু G এবং পৃথিবীর ভর M ধ্রুবক, তাই g -এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব d -এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং g -এর মান বস্তু নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়। সমীকরণ (6.6) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করেছে।

পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের দূরত্ব, অর্থাৎ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে ভূ-পৃষ্ঠে

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad (6.7)$$

বস্তুর ওজন : কোনো বস্তুকে পৃথিবী যে বলে আকর্ষণ করে তাকে অভিকর্ষ বল বলে। এ অভিকর্ষ বলই হচ্ছে বস্তুর ওজন। কোনো বস্তুর ভর m হলে এ বস্তুর ওজন, $W = mg$

৬.৮। অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর পরিবর্তন

Variation of g

অভিকর্ষজ ত্বরণ g কোনো ধ্রুব রাশি নয়। স্থানভেদে এর পরিবর্তন হয়। যে সকল কারণে g -এর পরিবর্তন হয় নিচে তা বর্ণনা করা হলো।

(ক) পৃথিবীর আকৃতির জন্য :

পৃথিবী সুষম গোলক না হওয়ায় পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে ভূ-পৃষ্ঠের সকল স্থান সমদূরে নয়। যেহেতু g -এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর নির্ভর করে, তাই পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে g -এর মানের পরিবর্তন হয়। বিষুবীয় অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R সবচেয়ে বেশি হওয়ায় g -এর মান সবচেয়ে কম 9.78039 m s^{-2} । বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে যতো বেশি যাওয়া যায়, ব্যাসার্ধ R ততো কমতে থাকে এবং g -এর মান বাড়তে থাকে। মেরু অঞ্চলে ব্যাসার্ধ সবচেয়ে কম হওয়ায় g -এর মানও মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি 9.83217 m s^{-2} । ক্রান্তীয় অঞ্চলে g -এর মান 9.78918 m s^{-2} ।

ভূ-পৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে g -এর মান বিভিন্ন বলে 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে g -এর মানকে আদর্শ মান ধরা হয়। g -এর আদর্শ মান হচ্ছে 9.80665 m s^{-2} । হিসাবের সুবিধার জন্য আদর্শ মান ধরা হয় 9.81 m s^{-2} ।

(খ) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর কোনো স্থানে :

পৃথিবীর ভর M , এর ব্যাসার্ধ R এবং ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad (6.8)$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় (চিত্র : ৬.৬) অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $(R + h)$ দূরত্বে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g' হলে,

$$g' = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad \dots \quad (6.9)$$

(6.9) সমীকরণকে (6.8) সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

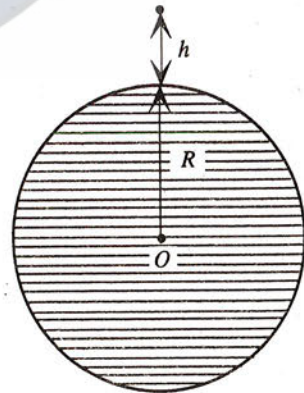
$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R + h)^2} \times \frac{R^2}{GM} = \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2}{(R + h)^2} g \quad \dots \quad (6.10)$$

$$\text{বা, } g' = \frac{R^2}{d^2} g \quad \dots \quad (6.11)$$

এখানে, $d = R + h =$ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্ব।

অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।



চিত্র : ৬.৬

$$\text{অর্থাৎ, } g' \propto \frac{1}{d^2} \quad \dots \quad \dots \quad (6.12)$$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (6.10) সমীকরণ থেকে g' এর মান হিসাব করা যায়। উপরিউক্ত সমীকরণের ডান পাশের h ও লবকে R^2 দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

$$g' = \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} g$$

$$\text{বা, } g' = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} g$$

এখন $h \ll R$ হলে $\left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত করে এবং $\frac{h}{R}$ খুব ক্ষুদ্র বলে $\frac{h}{R}$ এর উচ্চঘাতসমূহ উপেক্ষা করে আমরা পাই,

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g \quad \dots \quad \dots \quad (6.13)$$

উপরিউক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, h -এর বৃদ্ধির সাথে সাথে $\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ হ্রাস পায়, অর্থাৎ g' -এর মান হ্রাস পেতে থাকে। সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত ওপরে ওঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে। (6.12) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

বি. দ্র. (6.13) সমীকরণটি ভূ-পৃষ্ঠের খুব কাছাকাছি অঞ্চলে অর্থাৎ h এর মান খুব ছোট হলে কেবল খাটে।

গ. পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে

ধরা যাক, ৬.৭ চিত্রে ABC পৃথিবী এবং O এর কেন্দ্র। পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের মোটামুটি একটি গোলক বিবেচনা করি যার গড় ঘনত্ব ρ ।

$$\text{অতএব, পৃথিবীর আয়তন, } V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{সুতরাং পৃথিবীর ভর, } M = V\rho = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

ভূ-পৃষ্ঠে A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2}$$

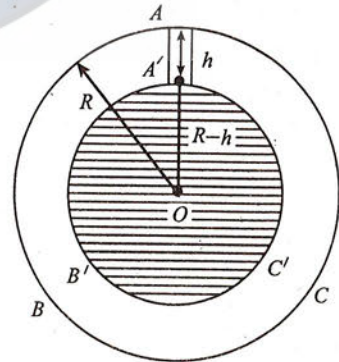
$$\therefore g = \frac{4}{3} G \pi R \rho \quad \dots \quad \dots \quad (6.14)$$

ধরা যাক, পৃথিবীর অভ্যন্তরে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h দূরত্ব নিচে A' বিন্দুতে কোনো বস্তু আছে। A' বিন্দুতে অবস্থিত কোনো বস্তুর উপর ভূ-কেন্দ্র O -এর দিকে পৃথিবীর আকর্ষণ $(R - h)$ ব্যাসার্ধের $A'B'C'$ গোলকের আকর্ষণের সমান। এই গোলকের বাইরের অংশ বস্তুর উপর কোনো আকর্ষণ প্রয়োগ করে না। এই গোলকের আয়তন V' এবং ভর M' হলে,

$$V' = \frac{4}{3} \pi (R - h)^3$$

$$\text{এবং } M' = V' \rho = \frac{4}{3} \pi (R - h)^3 \rho$$

সুতরাং A' বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে



চিত্র : ৬.৭

$$g' = \frac{GM'}{(R-h)^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi (R-h)^3 \rho}{(R-h)^2}$$

$$\therefore g' = \frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho \quad \dots \quad (6.15)$$

(6.15) সমীকরণকে (6.14) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{4}{3} G \pi (R-h) \rho}{\frac{4}{3} G \pi R \rho} = \frac{R-h}{R} \quad \dots \quad (6.16)$$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = \frac{d}{R}$$

$$\text{বা, } g' = \frac{d}{R} g \quad \dots \quad (6.17)$$

এখানে $d = R-h$ = ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্ব।

$$\therefore g' \propto d \quad \dots \quad (6.18)$$

অর্থাৎ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-কেন্দ্র থেকে ঐ বিন্দুর দূরত্বের সমানুপাতিক।
আবার সমীকরণ (6.16) থেকে পাই,

$$\therefore g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right) \quad \dots \quad (6.19)$$

(6.19) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, h -এর বৃদ্ধির সাথে সাথে $\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ হ্রাস পায়, অর্থাৎ g' -এর মান কমতে থাকে। সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে।

পৃথিবীর কেন্দ্রে অর্থাৎ O বিন্দুতে $h = R$, সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

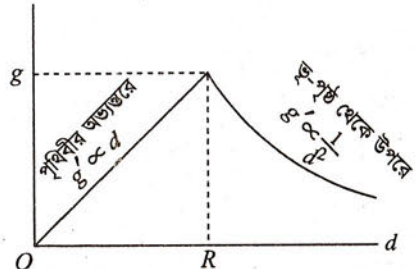
$$g' = g \left(1 - \frac{R}{R}\right) \text{ বা, } g' = 0.$$

অতএব, পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে যদি কোনো বস্তুকে নিয়ে যাওয়া যায়, তাহলে বস্তুর উপর পৃথিবীর কোনো আকর্ষণ থাকবে না। তাই ভূ-কেন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজনও শূন্য।

পৃথিবীর বাইরে অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। পৃথিবীর অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। (৬.৮) চিত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা দেখানো হয়েছে।

(ঘ) পৃথিবীর আঙ্গিক গতির জন্য : পৃথিবীর আঙ্গিক গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠের সবকিছুই সমান কৌণিক বেগ $\omega \left(= \frac{2\pi}{T}\right)$ নিয়ে পৃথিবীর অক্ষ YOY' কে কেন্দ্র করে ঘুরছে (চিত্র : ৬.৯)। এই

ঘূর্ণন গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠের প্রতিটি বস্তুর উপর একটি কেন্দ্রাতিগ বল ক্রিয়া করে।



চিত্র ৬.৮ : ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সাথে g -এর পরিবর্তন

মনে করি, ভূ-পৃষ্ঠে λ অক্ষাংশে অবস্থিত P যেকোনো একটি বিন্দু। এই বিন্দুতে m ভরের একটি বস্তু অবস্থিত। তাহলে এই বস্তুর উপর ত্রিাশীল কেন্দ্রাতিগ বলের মান $F_c = \frac{mv^2}{r}$; এখানে v হচ্ছে ঐ বস্তুর রৈখিক বেগ এবং $r (= PQ)$ হচ্ছে ঐ বস্তুর বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ। এই কেন্দ্রাতিগ বল বস্তুকে তার বৃত্তপথের স্পর্শক বরাবর ছিটকে ফেলতে চায়। এই কেন্দ্রাতিগ বলকে নাকচ করার জন্য বস্তুর উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষ বলের একটি অংশ ব্যয় করতে হয়।

পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের গোলক বিবেচনা করলে P বিন্দুতে অবস্থিত m ভরের বস্তুর উপর PO বরাবর অভিকর্ষ বল,

$$F = mg = m \frac{GM}{R^2}$$

কিন্তু P বিন্দুতে PS বরাবর কেন্দ্রাতিগ বলের উপাংশ হচ্ছে,

$$F_{c\lambda} = F_c \cos \lambda$$

সুতরাং P বিন্দুতে m ভরের বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বল হচ্ছে $F_\lambda = F - F_{c\lambda}$ । এই কার্যকর বলের জন্য কার্যকর অভিকর্ষজ ত্বরণ g_λ হলে,

$$mg_\lambda = mg - F_c \cos \lambda = mg - \frac{mv^2}{r} \cos \lambda$$

$$\therefore g_\lambda = g - \frac{v^2}{r} \cos \lambda$$

যেহেতু $r = R \cos \lambda$ এবং $v = \omega r = \omega R \cos \lambda$

$$\therefore g_\lambda = g - \frac{\omega^2 R^2 \cos^2 \lambda}{R \cos \lambda} \cos \lambda$$

$$\text{বা, } g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \quad \dots$$

$$\text{বিষুব রেখা বরাবর, } \lambda = 0^\circ; \text{ অর্থাৎ } \cos \lambda = 1 \quad \therefore g_0 = g - \omega^2 R$$

$$\text{মেরু অঞ্চলে, } \lambda = 90^\circ, \text{ অর্থাৎ } \cos \lambda = 0, \quad \therefore g_{90} = g.$$

(6.20)

সুতরাং দেখা যায় যে, পৃথিবীর আঁহিক গতির জন্য বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ সবচেয়ে কম এবং মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশি। তাই পৃথিবীর আঁহিক গতির জন্য অভিকর্ষজ ত্বরণ বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে ক্রমশ বৃদ্ধি পায়। ফলে আঁহিক গতির জন্য বস্তুর ওজন বিষুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে ক্রমশ বৃদ্ধি পায়। আবার পৃথিবীর আঁহিক গতি না থাকলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানও হ্রাস পাবে না। ফলে ঘূর্ণনরত অবস্থায় বাস্তব ওজন যা হবে ঘূর্ণন বন্ধ হয়ে গেলে ওজন তার চেয়ে বেশি হবে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

পৃথিবী ও সূর্যের ভর :

পৃথিবীর ভর : ধরা যাক, পৃথিবীর ভর M । পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের একটি সুমম গোলক বিবেচনা করলে, অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর জন্য আমরা পাই,

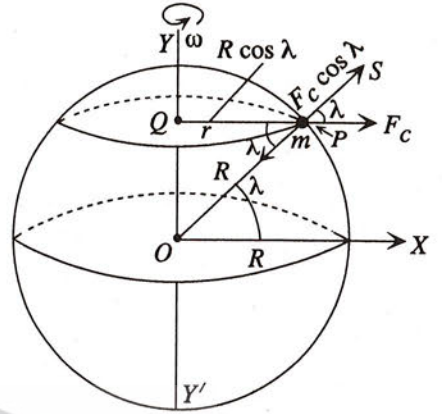
$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G} \quad \dots$$

(6.21)

এই সমীকরণে g , R এবং G -এর নিম্নোক্ত মান

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}, R = 6.4 \times 10^6 \text{ m এবং}$$



চিত্র : ৬.৯

$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ বসালে আমরা পাই,

$$M = \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

সূর্যের ভর : সৌরজগতের কোনো গ্রহের পর্যায়কাল এবং সূর্য থেকে এর দূরত্ব জানা থাকলে সূর্যের ভর M নির্ণয় করা যায়। ধরা যাক, কোনো গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য থেকে এর দূরত্ব r । ঐ গ্রহের ভর m হলে এবং সূর্যের চারদিকে এটি ω কৌণিক বেগে বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে ধরে নিলে ঐ গ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের জন্য আমরা পাই,

$$\frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = \frac{mr 4\pi^2}{T^2}$$

$$\therefore M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} \quad \dots \quad (6.22)$$

এ সমীকরণে পৃথিবীর পর্যায়কাল T প্রায় 365 দিন বা $365 \times 24 \times 3600$ সেকেন্ড এবং পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সূর্যের কেন্দ্রের দূরত্ব r প্রায় $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ বসালে আমরা সূর্যের ভর পাই,

$$M = \frac{4 \times \pi^2 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times (365 \times 24 \times 3600 \text{ s})^2} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

উপরিউক্ত $\frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2$ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, গ্রহের ভর m দু'পাশ থেকে কাটা যায় এবং ω এর চূড়ান্ত সমীকরণে গ্রহের ভর m অনুপস্থিত থাকে। সুতরাং কক্ষপথে কোনো গ্রহের কৌণিক দ্রুতি তার ভরের উপর নির্ভর করে না। গ্রহের কৌণিক দ্রুতি ω (এবং পর্যায়কাল T) কেবল সূর্য থেকে কক্ষপথের দূরত্ব r এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, কোনো গ্রহের কৌণিক দ্রুতি কেবল কক্ষপথের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে এবং গ্রহের ভরের উপর নির্ভর করে না।

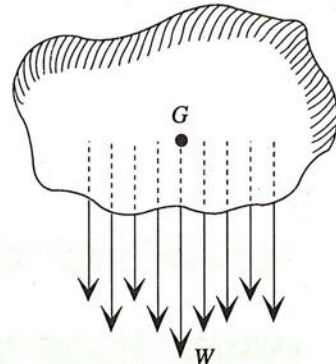
৬.৯। অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র

Centre of Gravity

বস্তুর উপর বল সব সময় একটি বিন্দুতে কাজ করে, এ বিন্দুকে বলের ক্রিয়া বিন্দু বলা হয়। পদার্থের ওজন বা অভিকর্ষ বলও একটি বল। সুতরাং ওজনও একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এই নির্দিষ্ট বিন্দুকেই বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলা হয়। বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বস্তুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে না। যেভাবেই বস্তুটিকে রাখা হোক না কেন অভিকর্ষ কেন্দ্র একটিই এবং একই জায়গায় হবে (চিত্র : ৬.১০)।

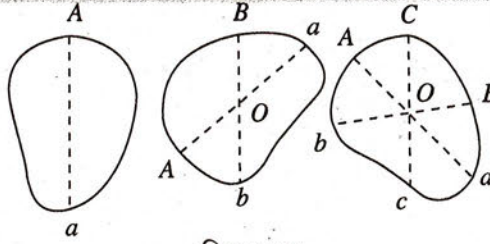
সংজ্ঞা : একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

ব্যাখ্যা : প্রত্যেক বস্তুই অনেকগুলো ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বস্তুকণার সমষ্টি। প্রত্যেকটি কণাই পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হচ্ছে। পর পর অবস্থিত দুটি কণার মধ্যকার দূরত্বের তুলনায় কণাগুলো থেকে পৃথিবীর কেন্দ্র অনেক দূর থাকায় কণা দুটির ওজনের অভিমুখ, সমমুখী ও সমান্তরাল বলে ধরা যায় (চিত্র : ৬.১০)। এদের লব্ধি আর একটি সমান্তরাল রেখা বরাবর ক্রিয়াশীল হবে। এভাবে সব কয়টি কণার জন্য লব্ধি বল হিসাব করলে সেই লব্ধি বল বস্তুর মধ্যস্থিত যে বিন্দুতে ক্রিয়া করবে সেই বিন্দুকে (G) বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে। কোনো বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র এর ভেতরে এবং বস্তুটিকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন, একটি মাত্র নির্দিষ্ট বিন্দুতেই অবস্থিত হবে।



চিত্র : ৬.১০

পরীক্ষা : অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয় :

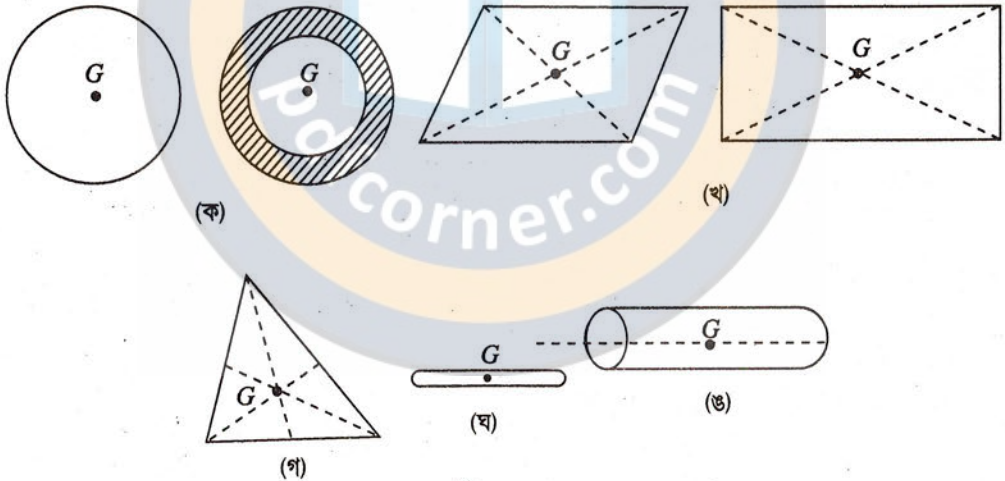


চিত্র : ৬.১১

একটি পাতলা পাত নিয়ে এর কিনারার কোনো একটি বিন্দু A তে একটি সুতার সাহায্যে ঝুলাও। বস্তুটি যখন স্থির অবস্থায় থাকবে তখন এর অভিকর্ষ কেন্দ্র অবশ্যই ঝুলন বিন্দুর ঠিক নিচে Aa রেখার উপর কোনো বিন্দুতে অবস্থিত হবে (চিত্র : ৬.১১)। এরপর বস্তুটিকে তার কিনারার অন্য কোনো বিন্দু B তে ঝুলাও। এখন এর অভিকর্ষ কেন্দ্র অবশ্যই Bb রেখার উপর অবস্থিত হবে। এখন Aa এবং Bb রেখাদ্বয়ের একমাত্র সাধারণ বিন্দু হচ্ছে রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু O । সুতরাং এই O বিন্দুই হবে বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র। এখন যদি এই বস্তুটিকে অন্য কোনো বিন্দু C তে ঝুলানো হয়, তাহলে উল্লম্ব রেখা Cc অবশ্যই O বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে।

কয়েকটি বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র

৬.১২ চিত্রে কয়েকটি সুসম জ্যামিতিক আকার বিশিষ্ট বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র G দেখানো হলো :

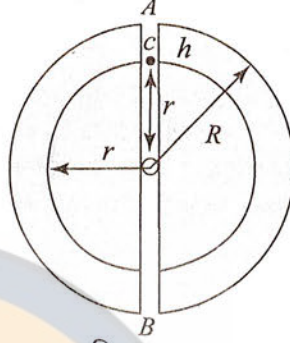


চিত্র : ৬.১২

- সুসম বৃত্তের, আংটির বা গোলকের অভিকর্ষ কেন্দ্র এদের জ্যামিতিক কেন্দ্রে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ ক)।
- সুসম সামান্তরিক আকৃতির ক্ষেত্রের অভিকর্ষ কেন্দ্র এর কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ খ)।
- সুসম ত্রিভুজাকৃতি পাতের অভিকর্ষ কেন্দ্র এর মধ্যমাগুলোর ছেদবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ গ)।
- সুসম দণ্ডের মধ্যবিন্দুই এর অভিকর্ষ কেন্দ্র (চিত্র : ৬.১২ ঘ)।
- সুসম বেলনাকৃতি বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র এর অক্ষের মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র : ৬.১২ ঙ)।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : পৃথিবীর ব্যাস বরাবর এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি সুড়ঙ্গ পথে একটি বস্তু খণ্ড ছেড়ে দিলে তার গতি প্রকৃতি কি হবে? বস্তু খণ্ডটির অপর প্রান্তে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে?

ধরা যাক, পৃথিবী সুযম ঘনত্বের R -ব্যাসার্ধের একটি গোলক। গোলকটির AB ব্যাস বরাবর একটি ঘর্ষণহীন সুড়ঙ্গ কল্পনা করা হলো (চিত্র : ৬.১৩)। এখন m ভরের একটি বস্তুকে AB সুড়ঙ্গের মধ্যে ফেলে দেওয়া হলো এবং কিছুক্ষণ পর বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h দূরত্ব অতিক্রম করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বের C অবস্থানে এলো। O বিন্দুকে কেন্দ্র করে $OC = r$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলক আঁকা হলো। আমরা জানি, এই অবস্থানে বস্তুটির উপর শুধুমাত্র r ব্যাসার্ধের গোলকটির ভর M' আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। এই গোলকের বাইরের ভর বস্তুটির উপর কেন্দ্রের দিকে কোনো বল প্রয়োগ করবে না। তাহলে r ব্যাসার্ধটির গোলকের অভ্যন্তরে ভর হলো,



চিত্র : ৬.১৩

$$M' = \rho V' = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \dots \quad (6.23)$$

এখানে, V' হচ্ছে r ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তন এবং ρ হচ্ছে পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব।

মহাকর্ষীয় বলের সূত্রানুসারে, m ভরের বস্তুর উপর ত্রিযাশীল আকর্ষণ বল,

$$F = -\frac{GmM'}{r^2} = -\frac{Gm\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = -\left(\frac{4\pi m G \rho}{3}\right)r \quad \dots \quad (6.24)$$

(এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বল বোঝায়)

$$\frac{4\pi m G \rho}{3} = k = \text{ধ্রুবক}$$

$$\therefore F = -kr \quad \dots \quad (6.25)$$

সমীকরণ (6.25) থেকে দেখা যায় যে, বল, সরণ r এর সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী অর্থাৎ বস্তুটির গতি সরল দোলন গতি (৮.৩ অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)। অর্থাৎ বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রকে কেন্দ্র করে সরল দোলন গতিতে দুলতে থাকবে।

এখন এই সরল দোলন গতির পর্যায়কাল হচ্ছে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{G\rho 4\pi m}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

$$\therefore T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = \sqrt{\frac{3 \times \pi}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}} = 5067 \text{ s} = 84.46 \text{ min}$$

সুতরাং বস্তুটির এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এর অর্ধেক সময় অর্থাৎ $\frac{84.46}{2} \text{ min} = 42.2 \text{ min}$ সময় লাগবে।

বস্তুটির অপর প্রান্তে পৌঁছানোর সময় বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

উল্লেখ্য যে, এ সমস্যাটি একেবারেই কাল্পনিক। পৃথিবীর ব্যাস বরাবর কোনো সুড়ঙ্গ তৈরি বাস্তবে একেবারেই সম্ভব নয়।

৬.১০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র

Gravitational Field

এ মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চল জুড়ে এ মহাকর্ষীয় প্রভাব বিদ্যমান থাকে তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে। তাত্ত্বিকভাবে একটি বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।

পদার্থ-১ম (হাসান) -২৬(ক)

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা মহাকর্ষীয় তীব্রতা

কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে সর্বত্র এর প্রভাব সমান থাকে না। বিভিন্ন বিন্দুতে এর প্রভাব বিভিন্ন হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা মহাকর্ষীয় তীব্রতা দিয়ে এই প্রভাব পরিমাপ করা হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিভিন্ন বিন্দুতে একটি পরীক্ষণীয় বস্তু স্থাপন করে তার উপর ক্রিয়াশীল বল দ্বারা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়। পরীক্ষণীয় বস্তু হিসেবে একক ভরের বস্তু নেয়া হয়। এই একক ভরের বস্তু যে বল লাভ করে তা দিয়েই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়।

সংজ্ঞা : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

ব্যাখ্যা : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের কোনো বস্তু স্থাপন করলে যদি সেটি F বল লাভ করে, তবে ঐ বিন্দুতে একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল বল হবে $\frac{F}{m}$ । সুতরাং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,

$$E_G = \frac{F}{m} \quad \dots \quad (6.26)$$

$$\text{বা, } F = m E_G \quad \dots \quad (6.27)$$

সুতরাং E_G মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তু রাখলে তার উপর mE_G বল ক্রিয়া করে।

দিক : যেহেতু মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য একক ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল, সুতরাং প্রাবল্যের দিক আছে এবং তাই এটি একটি ভেক্টর রাশি। একক ভরের বস্তু যে দিকে বল লাভ করে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের দিক সে দিকে।

সুতরাং (6.26) সমীকরণকে ভেক্টররূপে লেখা যায়

$$\vec{E}_G = \frac{\vec{F}}{m} \quad \dots \quad (6.28)$$

$$\text{এবং } \vec{F} = m \vec{E}_G \quad \dots \quad (6.28a)$$

মাত্রা ও একক : (6.15) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, বলের মাত্রাকে ভরের মাত্রা দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা পাওয়া যায় $[E_G] = \frac{MLT^{-2}}{M} = LT^{-2}$ । আবার, বলের একককে ভরের একক দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের একক পাওয়া যায়। সুতরাং এ একক হচ্ছে $N\ kg^{-1}$ । সুতরাং দেখা যাচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মাত্রা ও একক এবং ত্বরণের মাত্রা ও একক একই।

তাৎপর্য : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর প্রাবল্য $5\ N\ kg^{-1}$ বলতে বোঝায় ঐ বিন্দুতে স্থাপিত $1\ kg$ ভরের বস্তু $5\ N$ আকর্ষণ বল লাভ করবে। ঐ বিন্দুতে $3\ kg$ ভরের বস্তু স্থাপন করলে তার উপর প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হবে $3\ kg \times 5\ N\ kg^{-1} = 15\ N$ ।

পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণ

পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সাথে সম্পর্কিত। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে m ভরের কোনো বস্তুর উপর মহাকর্ষীয় বল F হচ্ছে বস্তুটির ওজন $F = mg$ । আবার, ভূ-পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য E_G হচ্ছে,

$$E_G = \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

সুতরাং দেখা যায়, কোনো বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

সুতরাং যদি $g = 9.8\ m\ s^{-2}$ হয় তবে $E_G = 9.8\ N\ kg^{-1}$ । অনুরূপভাবে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যেকোনো উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = 3.5\ m\ s^{-2}$ হলে, সেখানে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g' = 3.5\ N\ kg^{-1}$ । সুতরাং সাধারণভাবে বলা যায়, কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g'\ m\ s^{-2}$ হলে ঐ বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g'\ N\ kg^{-1}$ ।

মহাকর্ষীয় বিভব

সংজ্ঞা : অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

ব্যাখ্যা : m ভরের কোনো বস্তুকে অসীম থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যদি W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তবে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব

$$V = \frac{W}{m} \quad \dots \quad (6.29)$$

অসীমে মহাকর্ষীয় বিভবকে শূন্য ধরা হয়।

যেহেতু বিভব হচ্ছে $\frac{\text{কাজ}}{\text{ভর}}$ এবং কাজের দিক নেই, সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবের কোনো দিক নেই। এটি একটি স্কেলার রাশি।

মাত্রা ও একক : (6.29) সমীকরণ থেকে দেখা যায় কাজের মাত্রাকে ভরের মাত্রা দিয়ে ভাগ করলে V -এর মাত্রা পাওয়া যায়। অর্থাৎ L^2T^{-2}

কাজের একককে ভরের একক দিয়ে ভাগ করলে মহাকর্ষীয় বিভবের একক পাওয়া যায়। সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবের একক হচ্ছে $J \text{ kg}^{-1}$ ।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের সম্পর্ক

ধরা যাক, A বিন্দুতে বিন্দু ভর M অবস্থিত। M এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B একটি বিন্দু (চিত্র : ৬.১৪)। AB যোগ করি।

B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$E = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}, \text{ এর দিক } BA \text{ বরাবর।} \text{ ধরা যাক, } B \text{ বিন্দুর বিভব}$$

V । এখন যদি এই একক ভরের বস্তুটি M ভরের বস্তুটির আকর্ষণ বল E এর ফলে বলের অভিমুখে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরে C বিন্দুতে আসে, তাহলে কৃত কাজ হবে $E dr \cos 0^\circ$ এবং বিভবের পরিবর্তন dV ও হবে তাই। সুতরাং

$$dV = E dr \cos 0^\circ$$

$$\therefore dV = E dr \quad \therefore E = \frac{dV}{dr}$$

যেহেতু মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ ধরা হয় অসীমে এবং এই সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য; সুতরাং অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগুতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমেতে থাকে অর্থাৎ ঋণাত্মক হয় এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান বাড়তে থাকে। অতএব, উপরিউক্ত সমীকরণ হবে,

$$E = - \frac{dV}{dr} \quad \dots \quad (6.30)$$

অর্থাৎ দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

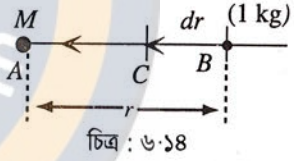
$$\text{আবার, } \frac{dV}{dr} = \vec{\nabla} V$$

অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য হচ্ছে মহাকর্ষীয় বিভবের ঋণাত্মক গ্রাডিয়েন্ট।

$$\therefore E = - \vec{\nabla} V \quad \dots \quad (6.31)$$

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের রাশিমালা

ধরা যাক, A বিন্দুতে M ভরের একটি বস্তু আছে (চিত্র : ৬.১৫)। এর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করা হলো। এখন এই একক ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল তথা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য,



নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$E = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad (6.32)$$

এর দিক হবে BA বরাবর।



চিত্র : ৬.১৫

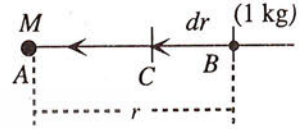
বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব

ধরা যাক, A বিন্দুতে বিন্দু ভর M অবস্থিত। M ভর থেকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে r দূরত্বে B বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করতে হবে (চিত্র : ৬.১৬)। AB যোগ করি।

B বিন্দুতে একক ভর স্থাপন করলে তার উপর ত্রিাশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$F = G \frac{M \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}, \text{ এর দিক } BA \text{ বরাবর।}$$

ধরা যাক, B বিন্দুর বিভব V । এখন যদি এই একক ভরের বস্তুটি M ভরের বস্তুটির আকর্ষণ বল F এর ফলে বলের অভিমুখে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরে C বিন্দুতে আসে, তাহলে কৃত কাজ হবে $Fdr \cos 0^\circ$ এবং বিভবের পরিবর্তন dV ও হবে তাই। সুতরাং



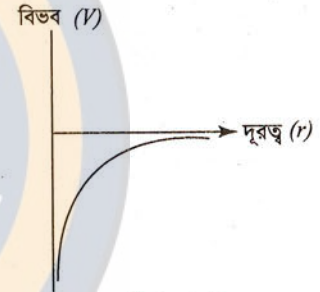
চিত্র : ৬.১৬

$$dV = Fdr \cos 0^\circ \\ = F dr$$

এখন এ সমীকরণকে $r = \infty$ থেকে $r = r$ এ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ বা সমাকলন করে B বিন্দুতে বিভব V পাই,

$$V = \int_{\infty}^r Fdr \\ = \int_{\infty}^r \frac{GM}{r^2} dr = GM \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} \\ = GM \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = GM \left[-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty} \right]$$

$$\text{বা, } V = -\frac{GM}{r}$$



চিত্র : ৬.১৭

(6.33)

এ ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে এবং অসীমে এর সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য। অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগোতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে, অর্থাৎ ঋণাত্মক হয়। আর পৃথিবীপৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় বিভবের মান হবে $-\frac{GM}{R}$, এখানে R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। দূরত্বের সাথে বিভবের পরিবর্তন (৬.১৭) চিত্রে দেখানো হয়েছে।

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, E

সমীকরণ (6.30) থেকে আমরা জানি,

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

(6.33) সমীকরণ থেকে V এর মান বসিয়ে,

$$E = -\frac{d}{dr} \left(-\frac{GM}{r} \right) \\ = GM \frac{d}{dr} (r^{-1})$$

$$= GM \left(-\frac{1}{r^2} \right)$$

$$\therefore E = -\frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad \dots \quad (6.34)$$

G ও M ধ্রুব হলে,

$$E \propto \frac{1}{r^2} \quad \dots \quad \dots \quad (6.35)$$

সমীকরণ (6.34) থেকে দেখা যায় যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়।

মহাকর্ষীয় বিভবশক্তি

আমরা জানি, M ভরের একটি বস্তু থেকে r দূরত্বের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব V হচ্ছে অসীম থেকে একক ভরকে ঐ বিন্দুতে আনতে কৃতকাজ। অর্থাৎ

$$V = -\int_{\infty}^r E dr = -\int_{\infty}^r -\frac{M}{r^2} G dr = -\frac{M}{r} G$$

স্পষ্টত এটাই হচ্ছে M ভরের বস্তু থেকে r দূরত্বের কোনো বিন্দুতে একক ভরের বিভব শক্তি।

সুতরাং ঐ বিন্দুতে m ভরের বিভব শক্তি,

$$U = mV = -\frac{MmG}{r} \quad \dots \quad \dots \quad (6.36)$$

লক্ষ্যণীয় যে, মহাকর্ষীয় বিভব (V) এবং বিভব শক্তি (U) উভয়ই ঋণাত্মক এবং এদের সর্বোচ্চ মান শূন্য হয় অসীমে। এ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে বল সর্বদা আকর্ষণধর্মী হয় কখনোই বিকর্ষণধর্মী হয় না।

৬.১১। মহাকর্ষ সূত্রের প্রয়োগ

Applications of Law of Gravitation

মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে গোলকের ভিতরে ও বাইরে মহাকর্ষীয় বিভব ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় করা যায়। এখানে আমরা একটি সুখম নিরেট গোলকের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করবো।

(ক) সুখম নিরেট গোলকের বাইরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য

বিভব : চিত্র ৬.১৮ বিবেচনা করা যাক। এটি একটি সুখম নিরেট গোলক। এর ভর M , ব্যাসার্ধ a এবং ঘনত্ব ρ । আমরা এর জন্য P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় করব। ধরা যাক $OP = r$ ।

এই গোলকের সাথে x ও $x + dx$ ব্যাসার্ধের দুটি সমকেন্দ্রিক গোলক আঁকা হলো। এ দুটি গোলকের মধ্যে $4\pi x^2 dx$ আয়তনের একটি গোলকীয় খোলক আবদ্ধ রয়েছে^১। প্রদত্ত গোলকের আয়তন হলো $\frac{4}{3}\pi a^3$ । সুতরাং গোলকের উপাদানের

$$\text{ঘনত্ব } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

^১খোলকের আয়তন = খোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল \times খোলকের পুরুত্ব বা বেধ
 = x ব্যাসার্ধের গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল \times পুরুত্ব
 = $4\pi x^2 \times dx$
 = $4\pi x^2 dx$

সুতরাং খোলকের ভর হলো,

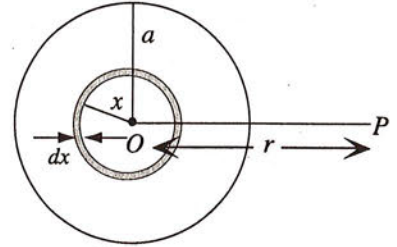
$$dm = \text{খোলকের ঘনত্ব} \times \text{গোলকের আয়তন}$$

$$= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3} \times 4\pi x^2 dx = \frac{3M}{a^3} x^2 dx.$$

সুতরাং খোলকের জন্য P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব হলো,

$$dV = -\frac{Gdm}{r}$$

$$\text{বা, } dV = -\frac{G \cdot 3M}{ra^3} x^2 dx$$



চিত্র : ৬.১৮

সুতরাং সম্পূর্ণ গোলকের জন্য বিভব পাওয়া যাবে, উপরিউক্ত রাশিকে $x = 0$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে যোগজীকরণ করে,

$$\text{অতএব, বিভব } V = \int_0^a -\frac{G}{r} \cdot \frac{3M}{a^3} x^2 dx$$

$$= -\frac{3GM}{a^3 r} \int_0^a x^2 dx = -\frac{3GM}{a^3 r} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^a$$

$$= -\frac{3GM}{3a^3 r} [a^3 - 0]$$

$$\text{সুতরাং } V = -\frac{GM}{r} \quad \dots \quad (6.37)$$

প্রাবল্য : দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

$$\therefore P \text{ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, } E = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr} \left(-\frac{GM}{r} \right)$$

$$= GM \frac{d}{dr} (r^{-1})$$

$$= GM \left(-\frac{1}{r^2} \right)$$

$$\therefore E = -\frac{GM}{r^2} \quad \dots \quad (6.38)$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়। শুধু মান বিবেচনা করলে, $E = \frac{GM}{r^2}$

(খ) সুস্ফট নিরেট গোলকের পৃষ্ঠে কোনো বিন্দুতে বিভব ও প্রাবল্য

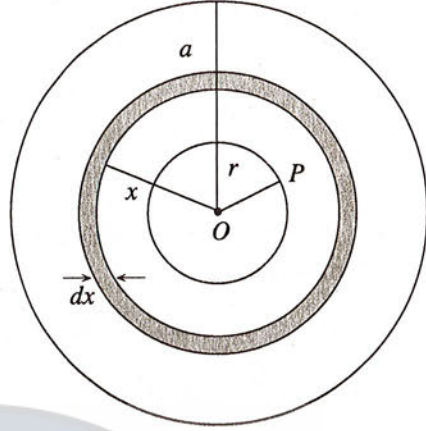
বিন্দুটি গোলকের পৃষ্ঠে অবস্থিত হলে ৬.১৮ চিত্রানুযায়ী (6.37) এবং (6.38) সমীকরণে $r = a$ বসিয়ে পাই,

$$\text{বিভব, } V = -\frac{GM}{a} \text{ এবং প্রাবল্য } E = -\frac{GM}{a^2}$$

(গ) সুস্ফট নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও প্রাবল্য

বিভব : ধরা যাক, একটি নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে এর কেন্দ্র O থেকে r দূরে P একটি বিন্দু (চিত্র : ৬.১৯)। এই বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করতে হবে। গোলকটির ভর M , ব্যাসার্ধ a এবং ঘনত্ব ρ ।

O -কে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধের একটি গোলক আঁকা হলো। ফলে সমগ্র নিরেট গোলকটি দুই ভাগে বিভক্ত হয়ে গেল। একটি r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলক এবং অপরটি একটি পুরু খোলক যার ভিতরের ব্যাসার্ধ r এবং বাইরের ব্যাসার্ধ a । P বিন্দুটি r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকটির উপরে এবং পুরু গোলকটির অভ্যন্তরে অবস্থিত হবে। অতএব, P বিন্দুতে a ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলকটির দরুন বিভব $V = P$ বিন্দুতে r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের দরুন বিভব $V_1 + P$ বিন্দুতে পুরু খোলকের দরুন বিভব V_2 ।



চিত্র : ৬.১৯

$$\text{এখন } r \text{ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{এর ভর} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

এর দরুন P বিন্দুতে বিভব,

$$V_1 = -\frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho G}{r} = -\frac{4}{3} \pi r^2 \rho G$$

এখন, P বিন্দুতে পুরু খোলকের দরুন বিভব V_2 বের করতে হবে। পুরু খোলকটি অসংখ্য সমকেন্দ্রিক পাতলা খোলক দ্বারা গঠিত বলে কল্পনা করা যেতে পারে। ধরা যাক, ঐক্লপ একটি পাতলা খোলকের ব্যাসার্ধ x এবং বেধ dx ।

অতএব, পাতলা খোলকটির আয়তন $= 4\pi x^2 dx$ এবং এর ভর $= 4\pi x^2 dx \rho$

এখন, আমরা জানি যে, পাতলা খোলকের অভ্যন্তরে যেকোনো বিন্দুতে খোলকটির দরুন,

$$\text{বিভব} = -\frac{G \times \text{খোলকটির ভর}}{\text{খোলকটির ব্যাসার্ধ}}$$

P বিন্দুটি পাতলা খোলকের ভিতরে অবস্থিত হওয়ায় খোলকটির দরুন P বিন্দুতে বিভব

$$= \frac{-G 4\pi x^2 dx \rho}{x} = -G 4\pi x dx \rho$$

যেহেতু পুরু খোলকটির ভিতরের ব্যাসার্ধ r এবং বাইরের ব্যাসার্ধ a , সুতরাং $x = r$ এবং $x = a$ সীমার মধ্যে উপরের বিভবকে যোগজীকরণ করলে P বিন্দুতে পুরু খোলকটির জন্য বিভব পাওয়া যাবে।

$$\begin{aligned} \therefore \text{পুরু খোলকটির দরুন } P \text{ বিন্দুতে বিভব, } V_2 &= \int_r^a -G 4\pi x dx \rho \\ &= -G 4\pi \rho \int_r^a x dx \\ &= -G 4\pi \rho \left[\frac{x^2}{2} \right]_r^a = -2\pi G \rho (a^2 - r^2) \end{aligned}$$

এখন, $V = V_1 + V_2$

$$= -\frac{4}{3} \pi r^2 \rho G - 2\pi G \rho (a^2 - r^2)$$

$$= -2\pi \rho G \left(\frac{2}{3} r^2 + a^2 - r^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2}{3} \pi \rho G (2r^2 + 3a^2 - 3r^2) \\
&= -\frac{2}{3} \pi \rho G (3a^2 - r^2) = -\frac{4}{3} \pi \rho a^3 G \frac{(3a^2 - r^2)}{2a^3} \\
&\text{কিন্তু, } \frac{4}{3} \pi a^3 \rho = M = a \text{ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলকের ভর} \\
&\therefore V = -\frac{GM(3a^2 - r^2)}{2a^3} \quad \dots \quad \dots \quad (6.39)
\end{aligned}$$

প্রাৰ্ণাল্য : দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার বা ঋণাত্মক অন্তরকই হচ্ছে মহাকর্ষীয় প্রাৰ্ণাল্য।

$\therefore P$ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাৰ্ণাল্য,

$$\begin{aligned}
E &= -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr} \left[-\frac{GM}{2a^3} (3a^2 - r^2) \right] \\
&= \frac{GM}{2a^3} \frac{d}{dr} (3a^2 - r^2) \\
\therefore E &= -\frac{GM}{a^3} r \quad \dots \quad \dots \quad (6.40)
\end{aligned}$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন আকর্ষণ বোঝায়। শুধু মান বিবেচনা করলে, $E = \frac{GM}{a^3} r$

৬.১২। মুক্তি বেগ

Escape Velocity

উপর দিকে কোনো টিল ছোঁড়া হলে তা অভিকর্ষের টানে ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। কিন্তু যদি কোনো বস্তুকে এমন বেগ দেওয়া যায়, তা পৃথিবীর অভিকর্ষ বলকে অতিক্রম করতে পারে তাহলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে ছোঁড়া হলে তা পৃথিবীর অভিকর্ষ থেকে মুক্ত হয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে পারে তাই মুক্তি বেগ নামে পরিচিত।

সংজ্ঞা : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

মুক্তি বেগের মান : কোনো বস্তুকে এমন গতিশক্তি দিতে হবে যাতে সেটি পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে পারে। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোনো বস্তুকে অসীমে নিয়ে যেতে যে কাজ করতে হবে বস্তুটিকে নিক্ষেপের সময় সেই গতি শক্তি প্রদান করতে হবে। এরূপ গতি শক্তি অর্জন করতে যে বেগ দিতে হবে তাই মুক্তি বেগ v_e ।

ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তুকে v_e বেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। যখন বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে থাকে, তখন সেটি পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য তার কেন্দ্রের দিকে যে আকর্ষণ বল লাভ করবে, মহাকর্ষ সূত্রানুসারে তার মান,

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

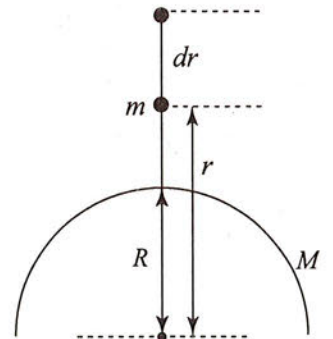
এখানে M হচ্ছে পৃথিবীর ভর (চিত্র : ৬.২০)। এখন বস্তুটিকে এই বলের বিরুদ্ধে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরাতে বস্তুটির গতিশক্তির বিনিময়ে যে কাজ dW করতে হবে তা হলো,

$$dW = Fdr$$

$$\text{বা, } dW = \frac{GMm}{r^2} dr$$

সুতরাং বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ (যেখানে $r = R$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) থেকে অসীমে (যেখানে $r = \infty$) নিয়ে যেতে সম্পন্ন মোট কাজ হবে

$$W = \int_R^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr$$



চিত্র : ৬.২০

$$\text{বা, } W = GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_R^{\infty}$$

$$\text{বা, } W = GMm \left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R} \right]$$

$$\text{বা, } W = \frac{GMm}{R} \quad \dots \quad \dots \quad (6.41)$$

যদি বস্তুটিকে এ পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যেতে হয় তাহলে এর নিষ্ক্ষেপের মুহূর্তে ন্যূনপক্ষে এ পরিমাণ গতিশক্তি থাকতে হবে। এ গতিশক্তির জন্য বস্তুটিকে যদি v_e বেগ দিতে হয়, তাহলে

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = \frac{GMm}{R}$$

$$\text{বা, } v_e^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$\text{বা, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad \dots \quad \dots \quad (6.42)$$

আবার ভূ-পৃষ্ঠে $g = \frac{GM}{R^2}$; সুতরাং সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2} R} = \sqrt{2gR} \quad \dots \quad \dots \quad (6.43)$$

(6.42) এবং (6.43) সমীকরণদ্বয় পৃথিবীর ক্ষেত্রে মুক্তিবেগের জন্য প্রতিপাদন করা হলেও এই মহাবিশ্বের যেকোনো গ্রহ বা উপগ্রহের জন্য প্রযোজ্য হবে। সেক্ষেত্রে g , R , M হবে ঐ গ্রহ বা উপগ্রহের যথাক্রমে অভিকর্ষজ ত্বরণ, ব্যাসার্ধ এবং ভর।

পৃথিবীতে মুক্তি বেগের মান

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং

ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ধরে

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

অতএব, কোনো বস্তুকে ন্যূনতম 11.2 km s^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিষ্ক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে। (6.42) বা (6.43) সমীকরণে দেখা যায়, মুক্তি বেগের রাশিমালায় বস্তুর ভর m অনুপস্থিত। এ থেকে দেখা যায়, বস্তু ছোট বা বড় যাই হোক না কেন তাকে পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চিরকালের জন্য চলে যেতে হলে একই বেগ দিতে হবে।

৬.১৩। মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার

Uses of Law of Gravitation

কৃত্রিম উপগ্রহ

মহাকর্ষ সূত্রের একটি প্রধান ব্যবহার হলো কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবীর চারদিকে নির্দিষ্ট কক্ষ পথে প্রদক্ষিণে। মানুষের পাঠানো যেসব বস্তু বা মহাকাশযান পৃথিবীকে কেন্দ্র করে নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘোরে এদের বলা হয় কৃত্রিম উপগ্রহ। রকেটের সাহায্যে এদের উৎক্ষেপণ করা হয়। পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার জন্য কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ এই কেন্দ্রমুখী বল যোগায়। অভিকর্ষের টানের প্রভাবে চাঁদের মতো এরা এদের কক্ষপথে ঘোরে। নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘোরার জন্য এদের প্রয়োজনীয় দ্রুতি থাকতে হয়। নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপনের আগে উপগ্রহটিকে সাময়িকভাবে যে কক্ষপথে ঘোরানো হয় তাকে পার্কিং কক্ষপথ (parking orbit) বলে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ ও আবর্তনকাল এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণরত কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ নিম্নোক্ত উপায়ে হিসাব করা যায়। বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে আবর্তনরত কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বল হবে,

$$F = \frac{mv^2}{(R + h)} \quad \dots \quad (6.44)$$

এখানে m = কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, h = ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা। কৃত্রিম উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল অর্থাৎ অভিকর্ষ বলই এই কেন্দ্রমুখী বল যোগায়। পৃথিবীর ভর M হলে অভিকর্ষ বল,

$$F = \frac{GMm}{(R + h)^2} \quad \dots \quad (6.45)$$

গতীয় সাম্যের জন্য (6.44) ও (6.45) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$\frac{mv^2}{(R + h)} = \frac{GMm}{(R + h)^2} \quad \text{বা, } v^2 = \frac{GM}{(R + h)}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}} \quad \dots \quad (6.46)$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)^2} \times (R + h)}$$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে

$$g' = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad \therefore v = \sqrt{g' \times (R + h)} \quad \dots \quad (6.47)$$

$$\text{আবার, } v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \times \frac{R^2}{(R + h)}}$$

$$\therefore v = R \sqrt{\frac{g}{R + h}} \quad \dots \quad (6.48)$$

এই সমীকরণ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগ v হিসাব করা যায়।

সাধারণত কৃত্রিম উপগ্রহকে তার আবর্তনকালের হিসেবে বিভিন্ন উচ্চতায় পাঠানো হয়ে থাকে। কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল T হলে অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে T সময় লাগলে এর রৈখিক বেগ হবে,

$$v = \frac{2\pi(R + h)}{T} \quad \dots \quad (6.49)$$

এখন (6.46) সমীকরণে (6.49) সমীকরণ স্থাপন করে আমরা পাই,

$$\frac{2\pi(R + h)}{T} = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}}$$

$$\text{বা, } T = 2\pi(R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}} \quad \dots \quad (6.50)$$

$$\text{বা, } T = \sqrt{4\pi^2 \frac{(R + h)^3}{GM}}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } T^2 &= \frac{4\pi^2 (R + h)^3}{GM} \\ \text{বা, } (R + h)^3 &= \frac{GMT^2}{4\pi^2} \\ \therefore h &= \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R \quad \dots \quad \dots \quad (6.51) \end{aligned}$$

কৃত্রিম উপগ্রহকে বিভিন্ন কাজে ব্যবহার করা হয়। এদের মধ্যে প্রধান হলো যোগাযোগ, প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান, বস্তু গবেষণা, গোয়েন্দাগিরি, পরিবহন চলাচল।

ভূ-স্থির উপগ্রহ

একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কথা বিবেচনা করা যাক—যার আবর্তনকাল পৃথিবীর আঙ্গিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ ২৪ ঘণ্টা। পৃথিবীর আবর্তনকাল ও উপগ্রহটির আবর্তনকাল সমান হওয়ায় পৃথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে একে সব সময়ই স্থির মনে হবে। পৃথিবী থেকে উৎক্ষেপণ করার পর পৃথিবীর যে স্থানের খাড়া উপর থেকে একে বৃত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয়, এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরই সব সময় অবস্থান করবে বলে মনে হবে; কারণ পৃথিবীর নিজের অক্ষের উপর একবার ঘুরতে যে সময় লাগে, উপগ্রহটিরও পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে ঐ সময় লাগবে। পৃথিবী নিজের অক্ষের উপর যে দিকে আবর্তন করে এই সকল উপগ্রহও সেই ক্রমে আবর্তন করে অর্থাৎ পশ্চিম থেকে পূর্ব দিকে। এ সকল উপগ্রহের কক্ষ পথের সমতল আর পৃথিবীর বিষুব রেখার সমতল একই হতে হয়।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা ও বেগ

ভূ-স্থির অর্থাৎ ২৪ ঘণ্টা আবর্তনকালের কোনো উপগ্রহের ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা h হবে পূর্ববর্তী সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ডের (6.51) সমীকরণ অনুসারে M, R, T ও G এর নিম্নোক্ত মান ধরে,

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}, R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}, T = 24 \times 3600 \text{ s}, G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$h = \left[\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (24 \times 3600 \text{ s})^2}{4 \times \pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

$$= 3.6 \times 10^4 \text{ km}$$

এবং (6.46) সমীকরণে মান বসিয়ে বেগ v হবে,

$$v = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m})}}$$

$$= 3.08 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.08 \text{ km s}^{-1}$$

কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি : m ভরের একটি উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অবস্থিত হলে, $r = R + h$, এখানে R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। সুতরাং উপগ্রহের গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \frac{GM}{R + h}$

$$\therefore K = \frac{GMm}{2(R + h)} \quad \dots \quad (6.52)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : মুক্তিবেগের সাথে একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ বেগের সম্পর্ক স্থাপন কর।

(6.46) সমীকরণ থেকে আমরা যেকোনো কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ বেগ পাই,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}}$$

উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠের নিকটবর্তী হলে R -এর তুলনায় h উৎক্ষেপণীয় ক্ষুদ্র হয়। সেক্ষেত্রে উৎক্ষেপণ বেগের রাশিমালা

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{gR} \quad \dots \quad \dots \quad (6.53)$$

আবার, মুক্তিবেগ

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

$$\therefore \frac{v}{v_e} = \frac{\sqrt{gR}}{\sqrt{2gR}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

$$\therefore v = 0.707 v_e \quad \dots \quad \dots \quad (6.54)$$

অর্থাৎ মুক্তিবেগের 0.707 গুণ বেগে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে সেটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে।

পৃথিবীর জন্য, $v_e = 11.2 \text{ km s}^{-1}$

\therefore একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষীয় বেগ,

$$v = 0.707 \times 11.2 \text{ km s}^{-1} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে v বেগে উপর দিকে নিক্ষেপ করলে পৃথিবীর আকর্ষণ বলের প্রভাবে বস্তুটির গতি কেমন হবে তা নিচে ব্যাখ্যা করা হলো :

(১) যদি $v^2 < \frac{v_e^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} অপেক্ষা কম হয়, তবে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে।

(২) যদি $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} হয়, তবে বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে এবং চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে।

(৩) যদি $v^2 > \frac{v_e^2}{2}$ কিন্তু $v^2 < v_e^2$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 7.92 km s^{-1} হতে 11.2 km s^{-1} এর মধ্যে থাকে, তবে পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করতে থাকবে।

(৪) যদি $v = v_e$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ 11.2 km s^{-1} অর্থাৎ মুক্তি বেগের সমান হয়, তবে বস্তুটি একটি পরাবৃত্ত (parabola) পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র অতিক্রম করে বাইরে চলে যাবে।

(৫) যদি $v > v_e$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তি বেগ অপেক্ষা বেশি হয়, তবে বস্তু অধিবৃত্ত (hyperbola) পথে পৃথিবী-পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না।

প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান : পৃথিবী পর্যবেক্ষণকারী কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে এ কাজটি করা হয়। এ উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠের সুস্পষ্ট চিত্র দিতে পারে। পৃথিবীর কোথায় কোনো প্রাকৃতিক সম্পদ যেমন বনজ সম্পদ, প্রাণী সম্পদ, পানি সম্পদ, কৃষি সম্পদ ইত্যাদি আছে তার অনুসন্ধান এ উপগ্রহ দিতে পারে। অনেক দুর্গম জায়গায় অনুসন্ধান এ উপগ্রহ ব্যবহৃত হয়। এ ছাড়া কোনো মাঠে কোনো ফসল ভালো হচ্ছে, কোনো জাহাজের যাত্রা পথে হিমবাহ আছে তার সন্ধানও এ উপগ্রহ দিয়ে থাকে।

আবার পৃথিবীর আকৃতি, আর্থিক গতি ও ঘনত্বের পরিবর্তনের কারণে বিভিন্ন স্থানে g -এর মানের পরিবর্তন হয়। প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ভূ-পৃষ্ঠে g -এর মানের এ তারতম্যকে ব্যবহার করা হয়। সাম্প্রতিক সময়ে g -এর পরিবর্তন লক্ষ্য করে তেল গ্যাস অনুসন্ধানের কার্যকর ভূমিকা রাখা হচ্ছে। ভূ-অভ্যন্তরে কোনো স্থানের ঘনত্ব কাঙ্ক্ষিত ঘনত্বের চেয়ে বেশি হলে সেখানে ভারী পদার্থের উপস্থিতি আশা করা যায় এবং সেখানে g -এর মান স্থানীয় মানের চেয়ে বেশি হবে। আবার তেল

বা গ্যাস জাতীয় পদার্থ থাকলে g -এর মান কম হয়। এভাবে g -এর মাপ করে মহাকর্ষ সূত্রকে প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ব্যবহার করা হয়।

যোগাযোগ উপগ্রহ : আজকাল আমরা ঘরে বসে টেলিভিশনে পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে অনুষ্ঠিত ক্রিকেট, ফুটবল, হকি, ব্যাডমিন্টন, গলফ ইত্যাদি খেলা দেখতে পারি। পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে অনুষ্ঠিত বিশ্বকাপ ফুটবল বা ক্রিকেট, অলিম্পিক গেমস টেলিভিশনে দেখে থাকি। এছাড়া পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে যেমন সৌদি আরব, কুয়েত, আরব আমিরাতে, ইংল্যান্ড, আমেরিকা, অস্ট্রেলিয়া, সিঙ্গাপুর, ফ্রান্স, জার্মানি, মালয়েশিয়া ইত্যাদি বিভিন্ন দেশে আমরা টেলিফোনে কথা বলে থাকি। এগুলো সম্ভব হয়েছে কৃত্রিম উপগ্রহের কারণে। আমরা যখন টেলিফোনে অন্য কোনো দেশে কারো সাথে কথা বলি তখন আমাদের দেশের কোনো ডিশ এরিয়েল থেকে একটি বেতার সঙ্কেত কৃত্রিম উপগ্রহে প্রেরিত হয়। উপগ্রহটি বেতার সঙ্কেতটিকে অপর দেশের কোনো একটি ডিশ এরিয়েলে পাঠিয়ে দেয়। সেখান থেকে যার সাথে কথা বলছি তার টেলিফোনে পৌঁছায়।

দূরদেশের টেলিভিশন অনুষ্ঠান দেখার বেলায়ও একই ঘটনা ঘটে। ঐ দেশের একটি টিভি সম্প্রচার কেন্দ্র থেকে একটি বেতার সঙ্কেত কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে আমাদের টেলিভিশনে পৌঁছায়। যে দেশে খেলা হচ্ছে সে দেশ থেকে ডিশ এরিয়েলের মাধ্যমে একটি বেতার সঙ্কেত উপগ্রহে পাঠানো হয়। উপগ্রহটি এ বেতার সঙ্কেতকে আমাদের দেশের কোনো ডিশ এরিয়েলে পাঠিয়ে দেয়। সেখান থেকে আমাদের টেলিভিশনে পৌঁছায়। কৃত্রিম উপগ্রহ এখানে রিলে স্টেশনের কাজ করে। এছাড়া ই-মেইল, ফ্যাক্স পাঠাতে, কোনো ওয়েবসাইট ব্রাউজ করতে কৃত্রিম উপগ্রহ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে দেশ বিদেশের সাথে আমাদের যোগাযোগকে সম্ভব ও সহজ করেছে। আমাদের দেশে যেসব প্রাইভেট টেলিভিশন চ্যানেল রয়েছে এরা কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে এদের অনুষ্ঠান সম্প্রচার করে। এ জন্য এদের স্যাটেলাইট (উপগ্রহ) টেলিভিশন বলা হয়।

বস্তু গবেষণা : বস্তু গবেষণার ক্ষেত্রেও কৃত্রিম উপগ্রহ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। পৃথিবীর বিভিন্ন বস্তু ও প্রাকৃতিক ঘটনা, মহাকাশের বিভিন্ন ঘটনা ও বস্তু সম্পর্কে গবেষণা উপগ্রহ উপাঙ্গ ও তথ্য সংগ্রহ করে প্রেরণ করে। গবেষণাগারে তথ্য ও উপাঙ্গ নিয়ে গবেষণা করেন। মাটি, পানি, বায়ু দূষণ নির্ণয়, ফসলের রোগবালাই সম্পর্কে তথ্য ও চিত্র প্রেরণ করে কৃত্রিম উপগ্রহ গবেষণায় সহায়তা করে। কৃত্রিম উপগ্রহে রাখা টেলিস্কোপ মহাবিশ্ব সম্পর্কে বিভিন্ন অজানা তথ্য জ্যোতির্বিজ্ঞানীদের দিয়ে তাদের গবেষণাকর্মকে সহায়তা ও সমৃদ্ধ করে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	6.1	$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$	৬.৩
২	6.7	$g = \frac{GM}{R^2}$	৬.৭
৩	6.9	$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$	৬.৮
৪	6.13	$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right)g$	৬.৮
৫	6.15	$g' = \frac{4}{3} G\pi (R-h)\rho$	৬.৮
৬	6.19	$g' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$	৬.৮
৭	6.20	$g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$	৬.৮
৮	6.21	$M = \frac{gR^2}{G}$	৬.৮

৯	6.22	$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$	৬.৮
১০	6.26	$E_G = \frac{F}{m}$	৬.১০
১১	6.33	$V = -\frac{GM}{r}$	৬.১০
১২	6.42	$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$	৬.১২
১৩	6.43	$v_e = \sqrt{2gR}$	৬.১২
১৪	6.46	$v = \sqrt{\left(\frac{GM}{R+h}\right)}$	৬.১৩
১৫	6.47	$v = \sqrt{g'(R+h)}$	৬.১৩
১৬	6.48	$v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}}$	৬.১৩
১৭	6.49	$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$	৬.১৩
১৮	6.50	$T = 2\pi(R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$	৬.১৩
১৯	6.51	$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R$	৬.১৩
২০	6.52	$K = \frac{GMm}{2(R+h)}$	৬.১৩
২১	6.54	$v = 0.707 V_e$	৬.১৩

সার-সংক্ষেপ

মহাকর্ষ সূত্র : মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তু কণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এ বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক : একক ভরের দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

কেপলারের সূত্র :

প্রথম সূত্র : কক্ষের সূত্র : প্রতিটি গ্রহই সূর্যকে একটি ফোকাসে (focus) রেখে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরে।

দ্বিতীয় সূত্র : ক্ষেত্রফলের সূত্র : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

তৃতীয় সূত্র : আবর্তনকালের সূত্র : সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাঙ্কের ঘনফলের সমানুপাতিক।

অভিকর্ষ : পৃথিবী ও অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে।

অভিকর্ষজ ত্বরণ : অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

অভিকর্ষ কেন্দ্র : একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র : কোনো বস্তুর আশেপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে সেটি যে বল লাভ করে তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

মহাকর্ষীয় বিভব : অসীম থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

মুক্তি বেগ : সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১। 10 g এবং 20 g ভরের দুটি বস্তুকে 5 m দূরে রাখা হলো। যদি মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটির মধ্যে বলের মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$\text{বা, } F = \frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 10^{-2} \text{ kg} \times 2 \times 10^{-2} \text{ kg}}{(5 \text{ m})^2}$$

$$= 5.36 \times 10^{-16} \text{ N}$$

$$\text{উ: } 5.36 \times 10^{-16} \text{ N}$$

এখানে,

$$1\text{ম বস্তুর ভর, } m_1 = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ kg}$$

$$2\text{য় বস্তুর ভর, } m_2 = 20 \text{ g} \\ = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\text{দূরত্ব, } d = 5 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.২। মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং ভর 0.11 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} । মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{মঙ্গলের ক্ষেত্রে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2} \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{পৃথিবীর ক্ষেত্রে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \dots \quad (2)$$

ধরা যাক,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e

$$\therefore \text{মঙ্গলের ব্যাসার্ধ, } R_m = 0.532 R_e$$

পৃথিবীর ভর, M_e

$$\therefore \text{মঙ্গলের ভর, } M_m = 0.11 M_e$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_e = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_m = ?$$

(1) সমীকরণকে (2) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e}$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{M_m}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_m^2} \times g_e \dots (3)$$

(3) সমীকরণে মান বসিয়ে আমরা পাই,

$$g_m = \frac{0.11 M_e}{M_e} \times \frac{R_e^2}{(0.532 R_e)^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 3.8 \text{ m s}^{-2}$$

উ: 3.8 m s^{-2}

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6371 km এবং ভর $5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$ । পৃথিবীর সর্বোচ্চ পর্বতশৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8.848 km হলে এভারেস্টের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

$$[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

আমরা জানি,

$$g' = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.371 \times 10^6 \text{ m} + 8.848 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= 9.796 \text{ m s}^{-2}$$

উ: 9.796 m s^{-2}

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6371 \text{ km}$$

$$= 6.371 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{এভারেস্টের উচ্চতা, } h = 8.848 \text{ km}$$

$$= 8.848 \times 10^3 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৪। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উঁচুতে গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক-শতাংশ হবে? পৃথিবীকে $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর।

আমরা জানি,

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠে } g = \frac{GM}{R^2} \dots (1)$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায়

$$g' = \frac{GM}{(R + h)^2} \dots (2)$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

ধরা যাক, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g

$$\therefore h \text{ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g' = \frac{g}{100}$$

উচ্চতা, $h = ?$

(2) সমীকরণকে (1) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R + h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{100g} = \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$\text{বা, } (R + h)^2 = 100 R^2 \quad \text{বা, } R + h = 10 R$$

$$\text{বা, } h = 9 R$$

$$= 9 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 57.6 \times 10^6 \text{ m}$$

উ: $57.6 \times 10^6 \text{ m}$

গাণিতিক উদাহরণ : ৬.৫। ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা গেলে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের কী পরিবর্তন হবে?

আমরা জানি, পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = G \frac{M}{R^2}$ । ভর অপরিবর্তিত রেখে ব্যাসার্ধ অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{R}{2}$ করা হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM}{(R/2)^2} = 4 \frac{GM}{R^2} = 4g$

উ: অভিকর্ষজ ত্বরণ ৪ গুণ হয়ে যাবে।

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৬। পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল।

(ক) সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর।

(খ) পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [কু. বো. ২০১৭]

সমাধান : (ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \frac{T_2^2}{T_1^2} &= \frac{R_2^3}{R_1^3} \quad \therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= 365 \text{ day} \times \left(\frac{\frac{R_1}{2}}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &= 129 \text{ day} \end{aligned}$$

এখানে,

সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365$ দিন

সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব $= R_1$

পরিবর্তিত দূরত্ব, $R_2 = \frac{R_1}{2}$

পরিবর্তিত আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

অর্থাৎ পরিবর্তিত ক্ষেত্রে এক বছরে দিনের সংখ্যা হবে 129।

(খ) আমরা জানি, পৃথিবীর আঁহিক গতি বিবেচনায় λ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

নিরক্ষরেখায় $\lambda = 0$

$$\therefore g_o = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে, নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি, $\Delta g = g - g_o = \omega^2 R \cos^2 \lambda$

$$= \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{8600 \text{ s}}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 0.0338 \text{ m s}^{-2}$$

নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g_o = 9.78 \text{ m s}^{-2}$

\therefore পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় অঞ্চলে কোনো বস্তুর ওজন বৃদ্ধি পাবে

$$= \frac{m \times 0.0338}{mg} = \frac{0.0338}{9.78} = 3.46 \times 10^{-3}$$

ওজন বৃদ্ধির শতকরা হার $= 3.46 \times 10^{-3} \times 100\% = 0.346\%$

উ: (ক) 129 দিন ; (খ) ওজন 0.346% বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৭। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে ২৪ ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে, একে আঙ্গিক গতি বলে। পৃথিবীর এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ৬৪০০ km এবং ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 m s^{-2} ।

(ক) পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) বিষুব অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কীরূপ পরিবর্তন করতে হবে? বিশ্লেষণ কর। [ব. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} g_{45} &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times (7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \\ &\quad \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times \frac{1}{2} \\ &= 9.783 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ, } \omega &= \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ rad s}^{-1} \\ &= 7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1} \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R &= 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{অক্ষাংশ, } \lambda &= 45^\circ \\ \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ 45^\circ \text{ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_{45} &= ? \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} g_\lambda &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ \text{বা, } 0 &= 9.8 \text{ m s}^{-2} - \omega^2 R \times 1 \\ \text{বা, } \omega^2 &= \frac{9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ \therefore \omega &= 1.237 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর কৌণিক বেগ, } \omega &= 7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1} \\ \text{ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ \text{বিষুব অঞ্চলে অক্ষাংশ, } \lambda &= 0^\circ \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{বিষুব অঞ্চলে, } g_\lambda &= 0 \\ \text{কৌণিক বেগ, } \omega_\lambda &= ? \end{aligned}$$

অর্থাৎ পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\frac{1.237 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}}{7.2722 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}}$ বা ১৭.০৬ গুণ বৃদ্ধি করলে বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হবে।

উঃ(ক) 9.783 m s^{-2} ; (খ) পৃথিবীর কৌণিক বেগ ১৭.০৬ গুণ বৃদ্ধি করতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৮। পৃথিবী থেকে ১৬০০ km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ বের কর। (দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^3 \text{ km}$, পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$)

আমরা জানি,

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} \\ &= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 1.6 \times 10^6 \text{ m})}} \\ &= 7.09 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \\ \text{উঃ } 7.09 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর ভর, } M &= 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R &= 6.4 \times 10^3 \text{ km} \\ &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, } h &= 1600 \text{ km} \\ &= 1.6 \times 10^6 \text{ m} \\ G &= 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \\ \text{কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, } v &= ? \end{aligned}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.৯। নিচের চিত্রে পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ । কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 690 km উপরে অবস্থিত।



(ক) উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত?

(খ) উপগ্রহটিকে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 800 km উচ্চতায় সরালে এর আবর্তনকালের কী পরিবর্তন হবে?

[য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= 7513.04 \text{ m s}^{-1}$$

(খ) ধরা যাক, উপগ্রহের পর্যায়কাল, T

$$\therefore T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (h+R)^3}{GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times \pi^2 \times (6.9 \times 10^5 \text{ m} + 6.4 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5929.5 \text{ s}$$

$$\text{আবার, } T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 (h'+R)^3}{GM}}$$

$$\text{এখন, } h' = 8 \times 10^5 \text{ m}$$

$$\therefore T' = \sqrt{\frac{4 \times \pi^2 \times (8 \times 10^5 \text{ m} + 6.4 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} = 6068.05 \text{ s}$$

$$\therefore T' > T$$

$$\therefore \Delta T = T' - T = 6068.05 \text{ s} - 5929.5 \text{ s} = 138.5 \text{ s} = 2.30 \text{ min বৃদ্ধি পাবে}$$

উ: (ক) 7513.04 m s^{-1} ; (খ) পর্যায়কাল 138.5 s বা, 2.30 min বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 11200 \text{ m s}^{-1} = 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

উ: 11.2 km s^{-1}

এখানে

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 690 \text{ km} = 6.9 \times 10^5 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

অনুভূমিক বেগ, $v = ?$

পর্যায়কাল, $T = ?$

উপগ্রহের পরবর্তী উচ্চতা, $h' = 800 \text{ km}$

$$= 8 \times 10^5 \text{ m}$$

\therefore নতুন পর্যায়কাল, $T' = ?$

উপগ্রহের পর্যায়কালের পরিবর্তন, $\Delta T = T' - T$

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১১। চিত্রে একটি কাল্পনিক গ্রহ দেখানো হয়েছে যার ভর $12 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $8 \times 10^6 \text{ m}$ । O বিন্দু এর কেন্দ্র। b এর পৃষ্ঠে কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূরে অবস্থিত যাতে,

$$ao = ab = bc \text{ হয়। } [G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) উল্লেখিত গ্রহটির পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ হিসাব কর।

(খ) a ও c বিন্দুর মধ্যে কোনটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে? তোমার উত্তরের গাণিতিক প্রমাণ দাও। [বি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, মুক্তি বেগ,

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 12 \times 10^{24} \text{ kg}}{8 \times 10^6 \text{ m}}} \\ &= 14.15 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \\ &= 14.15 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
গ্রহের ভর, $M = 12 \times 10^{24} \text{ kg}$
গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 8 \times 10^6 \text{ m}$
মুক্তি বেগ, $v_e = ?$

$$(খ) \text{ ধরা যাক, } ao = ab = bc = h = \frac{R}{2} = \frac{8 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

এবং গ্রহপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g$ । গ্রহপৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় a বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_a = g \left(1 - \frac{h}{R}\right) = g \left(1 - \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right) = 0.5 g$$

এবং গ্রহ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় c বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

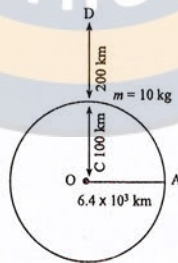
$$g_c = g \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2} = g \left(1 + \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right)^{-2} = 0.44 g$$

$$\therefore g_a = 1.44 g_c$$

সুতরাং $g_a > g_c$ $\therefore a$ বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি।

উ: (ক) 14.15 km s^{-1} ; (খ) a বিন্দুর অভিকর্ষজ ত্বরণ c বিন্দুর অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে বেশি।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১২।



(ক) চিত্র লক্ষ্য কর, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত?

(খ) চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [দি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপরে কোনো বিন্দুতে
অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g' = g \times \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

এখানে,

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$
 $= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^5 \text{ m})^2}$$

$$= 9.215 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) আবার ভূ-পৃষ্ঠ হতে h গভীরতার কোনো বিন্দুতে

$$\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ } g' = g \times \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(1 - \frac{1 \times 10^5 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$= 9.65 \text{ m s}^{-2}$$

ভূ-পৃষ্ঠ আকর্ষণ বল তথা ওজন, $W = mg = 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 98 \text{ N}$

C অবস্থানে আকর্ষণ বল তথা ওজন $W' = mg' = 10 \text{ kg} \times 9.65 \text{ m s}^{-2} = 96.5 \text{ N}$

∴ $W' < W$ ∴ C অবস্থানে পৃথিবীর আকর্ষণ বল কমে যাবে।

উ: (ক) 9.215 m s^{-2} ; (খ) C অবস্থানে আকর্ষণ বলের মান কমে যাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৩। BTRC বঙ্গবন্ধু-১ নামে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণের প্রস্তুতি নিচ্ছে। ঢাকার ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ । ঢাকায় $g = 9.78 \text{ m s}^{-2}$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

$$[G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর।

[দি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}}}$$

$$= 3.079 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.1 \text{ km s}^{-1}$$

(খ) উপগ্রহটির পর্যায়কাল,

$$T = 2\pi (R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$$

$$= 2\pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.6 \times 10^7 \text{ m}}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 86476 \text{ s} = 24.02 \text{ h}$$

∴ ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল পৃথিবীর আফ্রিক গতির সমান অর্থাৎ 24 hr হওয়া প্রয়োজন এবং বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহের

পর্যায়কাল 24.02 hr সুতরাং এটি ভূ-স্থির হবে।

উ: (ক) 3.1 km s^{-1} ; (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৪। ভূ-পৃষ্ঠ হতে সেকেন্ড দোলকের একটিকে $2 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূ-স্থির উপগ্রহে নেওয়া হলো। অপরটিকে $3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরে একটি খনিতে নেওয়া হলো।

(ক) কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, $h = 200 \text{ km} = 2 \times 10^5 \text{ m}$

D অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g' = ?$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে C অবস্থানের গভীরতা, $h = 100 \text{ km} = 1 \times 10^5 \text{ m}$

বস্তুর ভর, $m = 10 \text{ kg}$

C অবস্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g' = ?$

এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

উপগ্রহটির বেগ, $v = ?$

(খ) কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g_s = g \times \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 5.69 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) আমরা জানি, ভূ-অভ্যন্তরে h গভীরতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$g_m' = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \left(1 - \frac{3 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right) = 5.21 \text{ m s}^{-2}$$

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

এর দৈর্ঘ্য L হলে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2\text{s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4\pi^2} = 0.9929 \text{ m}$$

এখন এই দোলকের উপগ্রহে দোলনকাল T_s হলে,

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.9929 \text{ m}}{5.69 \text{ m s}^{-2}}} = 2.625 \text{ s}$$

আবার এই দোলকের খনিতে দোলনকাল T_m হলে

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.9929 \text{ m}}{5.21 \text{ s}}} = 2.743 \text{ s}$$

আমরা জানি, দোলনকাল বেশি হলে দোলক দীর্ঘে চলে, যেহেতু $T_m > T_s$, সুতরাং খনিতে দোলকের দোলনকাল বেশি বলে সেটি খনিতে অধিক দীর্ঘে চলবে।

উ: (ক) 5.69 m s^{-2} ; (খ) খনিতে দীর্ঘে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৫।

পৃথিবীর ভর = $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক = $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

(ক) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ কত?

(খ) যদি উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 700 km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। [ব. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.64 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m})}}$$

$$= 7.5 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} = 7.5 \text{ km s}^{-1}$$

এখানে,

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

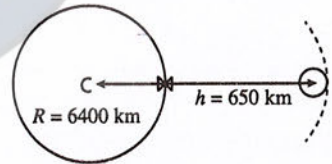
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 2 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g_s = ?$

খনির গভীরতা, $h = 3 \times 10^6 \text{ m}$

খনির গভীরে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g_m = ?$



এখানে,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 650 \text{ km} = 6.5 \times 10^5 \text{ m}$

উপগ্রহের বেগ, $v = ?$

(খ) আমরা জানি, উপগ্রহের বর্তমান পর্যায়কাল

$$T = 2\pi (R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}}$$

$$\text{বা, } T = 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.5 \times 10^5 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5889.119 \text{ s} = 1.64 \text{ h}$$

উপগ্রহটি 700 km উপরে উঠলে,

$$\text{পর্যায়কাল, } T' = 2 \times \pi \times (R + h') \times \sqrt{\frac{R + h'}{GM}}$$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h' = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$

পর্যায়কাল, $T' = ?$

পর্যায়কালের পরিবর্তন, $\Delta T = T' - T = ?$

$$= 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 5951.876 \text{ s} = 1.653 \text{ h}$$

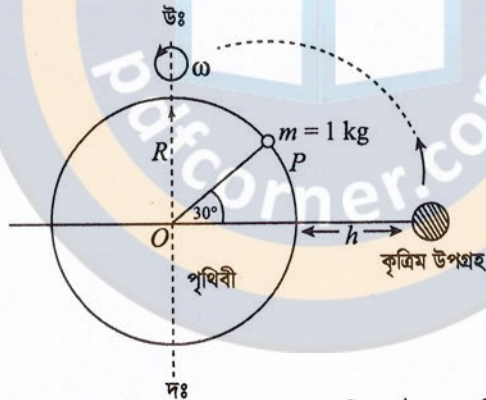
$$\Delta T = T' - T = 1.653 \text{ h} - 1.64 \text{ h}$$

$$= 0.013 \text{ h} = 46.8 \text{ s}$$

উপগ্রহটিকে 700 km উপরে নিলে পর্যায়কাল বৃদ্ধি পাবে এবং এই বৃদ্ধির পরিমাণ 46.8 s

উ: (ক) 7.5 km s^{-1} ; (খ) পর্যায়কাল 46.8 s বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৬।



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা

$h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$ । পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে 24 ঘন্টায় একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে।

(ক) পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান বের কর।

(খ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে কিনা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৬]

(ক) P বিন্দুতে g এর মান g_λ হলে, বল

$$F = mg_\lambda$$

$$\text{এখানে } g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$\text{এখানে } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \times 3600 \text{ s}} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

$$\therefore g_\lambda = 9.8 \text{ m s}^{-2} - (7.27 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times \cos^2 30^\circ$$

এখানে,

P বিন্দুর অক্ষাংশ, $\lambda = 30^\circ$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ h}$

$$= 9.7746 \text{ m s}^{-2}$$

$$\therefore F = 1 \text{ kg} \times 9.7746 \text{ m s}^{-2} \\ = 9.7746 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } &= 24 \times 3600 \text{ s} \\ \text{বস্তুর ভর, } m &= 1 \text{ kg} \\ \text{পৃথিবীর ভর, } M &= 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ \text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } \\ G &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \\ \text{অভিকর্ষ বল, } F &= ? \end{aligned}$$

(খ) কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল T এবং পৃথিবীর ভর M হলে,

$$T = 2\pi (R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \times \pi \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m}) \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 3.2 \times 10^6 \text{ m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} \\ &= 9337.83 \text{ s} \\ &= 2.6 \text{ h} \end{aligned}$$

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির মনে হতে হলে এর পর্যায়কাল 24 h হওয়া উচিত। কিন্তু এ পর্যায়কাল মাত্র 2.6 h হওয়ায় তাকে স্থির মনে হবে না।

উ: (ক) 9.7746 N ; (খ) স্থির মনে হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৭। একটি সুউচ্চ অফিস বিল্ডিং-এ আরোহীসহ সর্বোচ্চ 400 kg ভরের ধারণ ক্ষমতা সম্পন্ন একটি লিফট দুই তলা হতে সাত তলার মধ্যে ওঠানামা করে। বিল্ডিংটির প্রতিটি ফ্লোরের উচ্চতা 3 m। উক্ত অফিসের একজনের ভর 45 kg এবং তিনি একদিন লিফটতে চড়ে 2 m s⁻² ত্বরণে ওঠানামার সময় ওয়েট মেশিনে তার ওজন পরিমাপ করলেন। এক্ষেত্রে সর্বত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s⁻²।

(ক) লিফটকে দুই তলা হতে সাত তলায় 2 m s⁻¹ সমবেগে ওঠাতে সর্বনিম্ন কত অশ্ব ক্ষমতার একটি মোটরের প্রয়োজন হবে?

(খ) উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা গেল কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [ঢা. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} P &= Fv \\ &= mgv \\ &= 400 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-1} \times 2 \text{ m s}^{-1} \\ &= 7840 \text{ W} = \frac{7840}{746} \text{ hp} \\ \therefore P &= 10.5 \text{ hp} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{আরোহীসহ লিফটের ভর, } m &= 400 \text{ kg} \\ \text{সমবেগ, } v &= 2 \text{ m s}^{-1} \\ \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ \text{মোটরের ক্ষমতা, } P &= ? \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{প্রকৃত ওজন, } W &= mg \\ &= 4.5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ &= 441 \text{ N} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \text{ব্যক্তির ভর, } m &= 45 \text{ kg} \\ \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ m s}^{-2} \\ \text{লিফটের ত্বরণ, } a &= 2 \text{ m s}^{-2} \\ \text{ব্যক্তির প্রকৃত ওজন, } W &= ? \\ \text{উঠার সময় ব্যক্তির ওজন, } W_1 &= ? \\ \text{নামার সময় ব্যক্তির ওজন, } W_2 &= ? \end{aligned}$$

লিফটটি ওঠার সময় ব্যক্তির ওজন, $W_1 = m(g + a) \text{ N}$

$$= 45 \text{ kg} \times (9.8 \text{ m s}^{-2} + 2 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 531 \text{ N}$$

লিফট নামার সময় ব্যক্তির ওজন,

$$W_2 = m(g - a) \text{ N}$$

$$= 45 \text{ kg} (9.8 \text{ m s}^{-2} - 2 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 351 \text{ N}$$

লিফটটি ওঠার সময়ে পরিমাপকৃত ওজন ব্যক্তির প্রকৃত ওজনের চেয়ে বেশি হবে এবং নিচে নামার সময় প্রকৃত ওজনের চেয়ে কম হবে। সুতরাং সেদিন উক্ত ব্যক্তির ওজন সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায়নি।

উ: (ক) 10.5 hp; (খ) সঠিকভাবে নির্ণয় করা যাবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৬.১৮। 5 kg ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবর্গে নিক্ষেপ করায় সেটি মহাশূন্যের অন্য একটি গ্রহে পৌঁছায় যার ভর পৃথিবীর ভরের ষোলগুণ এবং ব্যাস পৃথিবীর ব্যাসার্ধের আটগুণ। (পৃথিবীর ভর = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^3 \text{ km}$)

(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে ঐ বস্তুটিকে পুনরায় অন্য গ্রহটি হতে মহাশূন্যে নিক্ষেপ করতে প্রয়োজনীয় মুক্তিবর্গ ভূ-পৃষ্ঠের মুক্তিবর্গের সমান হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও।

[অভিন্ন প্রশ্ন (ক কেট) ২০১৮]

(ক) আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 9.77 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবর্গ,

$$V_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবর্গ,

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G \times 16M_e}{4R_e}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 22.37 \text{ km s}^{-1}$$

$$\frac{v}{v_e} = \frac{22.37 \text{ km s}^{-1}}{11.2 \text{ km s}^{-1}} = 2$$

বা, $v = 2v_e$

অর্থাৎ অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবর্গ পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবর্গের দ্বিগুণ হবে, সমান হবে না।

উ: (ক) 9.77 m s^{-2} ; (খ) ভূ-পৃষ্ঠের মুক্তিবর্গের সমান হবে না দ্বিগুণ হবে।

এখানে,

পৃথিবীর ভর, $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অন্যগ্রহের ভর, $M = 16 M_e$

$$= 16 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

অন্য গ্রহের ব্যাস, $D = 8 R_e$

\therefore অন্য গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 4 R_e$

$$= 4 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ, ত্বরণ, $g = ?$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.১৯। সূর্যের চারদিকে শুক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত ৫৪:৭৫। পৃথিবীতে ৩৬৫ দিনে এক বছর হলে শুক্রতে কত দিনে এক বছর হবে ?

আমরা জানি,

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

$$\text{বা, } T_1^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \times T_2^2$$

$$\therefore T_1^2 = \left(\frac{54}{75}\right)^3 \times (365 \text{ d})^2$$

$$\therefore T_1 = 223 \text{ d}$$

উ: ২২৩ দিন।

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২০। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো লোকের ওজন ৬৪৮ N হলে তিনি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের ৮১ এবং ৪ গুণ। [চ. বো. ২০০৭; সি. বো. ২০০৯]

আমরা জানি, ওজন $W = mg$

$$\therefore \text{ভূ-পৃষ্ঠে, } W_e = mg_e \quad \dots (1)$$

$$\text{চাঁদের পৃষ্ঠে, } W_m = mg_m \quad \dots (2)$$

(২) সমীকরণকে (১) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে

$$\text{আমরা পাই, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e} \quad \dots (3)$$

$$\text{কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, ভূ-পৃষ্ঠে, } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$\text{এবং চাঁদের পৃষ্ঠে, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

সুতরাং (৩) সমীকরণে দাঁড়ায়,

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81M_m} \times \left(\frac{4R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 648 \text{ N} = 128 \text{ N}$$

$$\therefore W = W_e - W_m = 648 \text{ N} - 128 \text{ N} = 520 \text{ N}$$

উ: ৫২০ N.

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২১। পৃথিবী পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m s^{-2} , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ হলে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০০৫; রা. বো. ২০০০; সি. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর পর্যায়কাল, } T_2 = 365 \text{ d}$$

শুক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, R_1 এবং R_2

$$\text{হলে } \frac{R_1}{R_2} = \frac{54}{75}$$

শুক্রের পর্যায়কাল, $T_1 = ?$

এখানে,

ধরা যাক, লোকের ভর, m

চাঁদের ভর, M_m

পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R_e

চাঁদের ব্যাসার্ধ, R_m

$$\therefore R_e = 4R_m$$

ভূ-পৃষ্ঠে ওজন, $W_e = 648 \text{ N}$

চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন, W_m

চাঁদে হারানো ওজন, $W = W_e - W_m = ?$

এখানে,

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

পৃথিবীর ভর, $M = ?$

$$= \frac{9.8 \text{ ms}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$$

উ: $6.02 \times 10^{24} \text{ kg}$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২২। মনে কর পৃথিবীর কক্ষপথ বৃত্তাকার যার ব্যাসার্ধ $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ । সূর্যের ভর নির্ণয় কর। দেওয়া আছে ১ বছর = ৩৬৫ দিন এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

[কু. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$= \frac{4 \times \pi^2 \times (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times (365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s})^2}$$

$$= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

উ: $2 \times 10^{30} \text{ kg}$

এখানে,

$$\text{কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, } r = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

$$= 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 365 \text{ দিন}$$

$$= 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

$$\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক, } G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{সূর্যের ভর, } M = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ-৬.২৩। ভূ-পৃষ্ঠ হতে খাড়া উপরের দিকে একটি রকেটকে 5 km s^{-1} দ্রুতিতে উৎক্ষেপণ করা হলো। রকেটটি ঠিক ফিরবার মুহূর্তে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় পৌছবে তা বের কর।

$$(\text{পৃথিবীর ভর} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}) ; G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

[বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

আমরা জানি, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সর্বাধিক x উচ্চতায় উঠতে কৃতকাজ রকেটটির গতিশক্তির সমান।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{2} mv^2 = GMm \int_R^x \frac{dr}{r^2}$$

$$\text{বা, } \frac{v^2}{2GM} = \left[-\frac{1}{r} \right]_R^x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{R} - \frac{1}{x} = \frac{v^2}{2GM}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{R} - \frac{v^2}{2GM}$$

$$= \frac{1}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} - \frac{(5000 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}$$

$$= 1.250 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

$$\therefore x = 7.999 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = x - R = (7.999 - 6.4) \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 1.599 \times 10^6 \text{ m}$$

উ: $1.599 \times 10^6 \text{ m}$

এখানে,

$$\text{রকেটের ভর} = m$$

$$\text{রকেটের বেগ, } v = 5 \text{ km s}^{-1} = 5000 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে রকেটের উচ্চতা, } x = ?$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠ থেকে রকেটের উচ্চতা, } h = x - R = ?$$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

১। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্যের একক ?

(ক) N m^{-1}

○

(খ) N m

○

(গ) m s^{-2}

○

(ঘ) m s^{-1}

○

[দি. বো. ২০১৬]

- ২। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক নির্দেশ করে? [কু. বো. ২০১৬]
- (ক) $\text{Nm}^2 \text{kg}^{-2}$ ☐ (খ) $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-1}$ ☐
- (গ) $\text{m}^2 \text{kg}^{-2} \text{s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $\text{N m}^{-1} \text{kg}^{-1}$ ☐
- ৩। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা— [চা. বি. ২০০৫–২০০৬, ২০১৬–২০১৭, ২০১০–২০১১; কু. বো. ২০১৭; রা. বো. ২০১৯]
- (ক) $\text{M}^2 \text{L}^2 \text{T}^{-2}$ ☐ (খ) $\text{ML}^3 \text{T}^{-2}$ ☐
- (গ) $\text{M}^{-1} \text{L}^3 \text{T}^{-2}$ ☐ (ঘ) $\text{M}^{-1} \text{L}^2 \text{T}^{-2}$ ☐
- ৪। কোনো গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবী ভর ও ব্যাসার্ধের অর্ধেক হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হবে পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের—
- (ক) দ্বিগুণ ☐ (খ) সমান ☐
- (গ) অর্ধেক ☐ (ঘ) এক-চতুর্থাংশ ☐
- ৫। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (R) এর তুলনায় কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে? [চ. বো. ২০১৬]
- (ক) $R/2$ ☐ (খ) $R/4$ ☐
- (গ) $R/8$ ☐ (ঘ) $R/6$ ☐
- ৬। কোনো বস্তুকে বিযুবীয় অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলের দিকে নিয়ে গেলে এর ওজন কী হয়?
- (ক) বাড়তে থাকে ☐ (খ) কমতে থাকে ☐
- (গ) একই থাকে ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৭। ভূ-স্থির উপগ্রহ হচ্ছে সেই উপগ্রহ যা—
- (ক) অন্যান্য সকল উপগ্রহের ন্যায় আপন অক্ষের চারদিকে পৃথিবীর ঘূর্ণনের বিপরীত দিকে ঘুরে ☐
- (খ) যা একটা সুবিধাজনক উচ্চতায় আপন অক্ষের চারদিকে পৃথিবীর সমান কৌণিক বেগে পৃথিবীর ঘূর্ণনের দিকে ঘুরে ☐
- (গ) পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে একটা নির্দিষ্ট উচ্চতায় স্থির অবস্থায় থাকে বলে মনে হয় ☐
- (ঘ) উপরের কোনোটিই নয় ☐
- ৮। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল কত? [চ. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৬]
- (ক) ১ ঘণ্টা ☐ (খ) ১ দিন ☐
- (গ) ১ মাস ☐ (ঘ) ১ বছর ☐
- ৯। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় বিভবের একক নির্দেশ করে?
- (ক) N m kg^{-1} ☐ (খ) J kg ☐
- (গ) kg J^{-1} ☐ (ঘ) $\text{N m}^{-1} \text{kg}^{-1}$ ☐
- ১০। মহাকর্ষীয় বিভবের মাত্রা কোনটি?
- (ক) $\text{M}^\circ \text{LT}^{-1}$ ☐ (খ) $\text{M}^\circ \text{L}^2 \text{T}^{-2}$ ☐
- (গ) $\text{M}^\circ \text{L}^{-2} \text{T}^2$ ☐ (ঘ) $\text{M}^2 \text{L}^2 \text{T}^2$ ☐
- ১১। কোনো বস্তুকে মুক্তি বেগের কতগুণ বেগে নিক্ষেপ করলে কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে? [ব. বো. ২০১৭]
- (ক) $\frac{1}{\sqrt{2}} v_e$ ☐ (খ) $\frac{1}{2} v_e$ ☐
- (গ) $\sqrt{2} v_e$ ☐ (ঘ) $2 v_e$ ☐

১২। কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগ ঐ বস্তুর ঘনত্বের—

[য. বো. ২০১৬]

- (ক) বর্ণের সমানুপাতিক ☐ (খ) সমানুপাতিক ☐
 (গ) ব্যস্তানুপাতিক ☐ (ঘ) উপর নির্ভরশীল নয় ☐

১৩। গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে f বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। সুতরাং—

[জা. বি. ২০১৪-২০১৫; রুয়েট ২০১৩-২০১৪; দি. বো. ২০১৬]

- (ক) $F \gg f$ ☐ (খ) $F > f$ ☐
 (গ) $F = f$ ☐ (ঘ) $F < f$ ☐

১৪। পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} । যে গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর দ্বিগুণ কিন্তু গড় ঘনত্ব পৃথিবীর সমান তার পৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবৈগ হবে—

- (ক) 5.6 km s^{-1} ☐ (খ) 11.2 km s^{-1} ☐
 (গ) 22.4 km s^{-1} ☐ (ঘ) উপরের কোনোটিই নয় ☐

১৫। দুটি উপগ্রহ একই বৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনরত। অবশ্যই তাদের—

- (ক) ভর সমান ☐ (খ) কৌণিক ভরবেগ সমান ☐
 (গ) গতিশক্তি সমান ☐ (ঘ) দ্রুতি সমান ☐

১৬। একটি উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। হঠাৎ করে অভিকর্ষীয় বল যদি বিলুপ্ত হয়ে যায় তাহলে উপগ্রহটি—

- (ক) একই দ্রুতিতে একই পথে ঘুরতে থাকবে ☐
 (খ) একই দ্রুতিতে আদি কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর চলতে থাকবে ☐
 (গ) বর্ধিত দ্রুতিতে নিচে পড়ে যাবে ☐
 (ঘ) মূল কক্ষপথে কিছুক্ষণ চলে থেমে যাবে ☐

১৭। পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক নয় ?

- (ক) বস্তু বিনা বাধায় পড়বে ☐ (খ) বস্তু স্থির অবস্থান থেকে পড়বে ☐
 (গ) মুক্তভাবে পড়বে ☐ (ঘ) অভিকর্ষজ বল ছাড়াও অন্য বল ক্রিয়া করবে ☐

১৮। মহাকর্ষ সম্পর্কে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক নয় ?

- (ক) মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণাই একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে ☐
 (খ) এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু দুটির ভর ও এদের মধ্যকার দূরত্বের উপর নির্ভর করে ☐
 (গ) এই আকর্ষণ বলের মান বস্তু দুটির আকৃতি ও প্রকৃতির উপর নির্ভর করে ☐
 (ঘ) বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণকে মহাকর্ষ বলে ☐

১৯। ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক নয় ?

[ঢা. বো. ২০১৫]

- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ বিষুব রেখার সরাসরি উপরে থাকবে ☐
 (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথে সমস্ত উপগ্রহের ভর একই হবে ☐
 (গ) ভূ-স্থির উপগ্রহের আবর্তনকাল ২৪ ঘণ্টা ☐
 (ঘ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের সম্ভাব্য ব্যাসার্ধ একটি ☐

২০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ' R ' এবং পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ ' g '। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে ' h ' উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত ?

[ঢা. বো. ২০১৫]

- (ক) $\frac{g(R-h)}{R}$ ☐ (খ) $\frac{gR^2}{(R+h)^2}$ ☐
 (গ) $\frac{gR}{R+h}$ ☐ (ঘ) $\frac{g(R-h)}{R^2}$ ☐

২১। গ্রহগুলোর গতিপথ উপবৃত্তাকার—এই সূত্রটি কোন বিজ্ঞানীর ?

[রা. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৫]

(ক) টলেমি

☐

(খ) কেপলার

☐

(গ) পিথাগোরাস

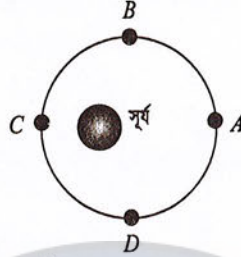
☐

(ঘ) গ্যালিলিও

☐

২২। চিত্রে কোন অবস্থানে পৃথিবীর বেগ সবচেয়ে কম ?

[চ. বো. ২০১৫]



(ক) A

☐

(খ) B

☐

(গ) C

☐

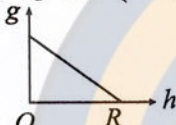
(ঘ) D

☐

২৩। অভিকর্ষজ ত্বরণ g বনাম পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে গভীরতা h এর লেখচিত্র কোনটি ?

[ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৫]

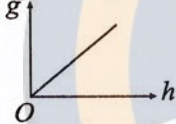
(ক)



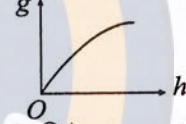
(খ)



(গ)



(ঘ)



২৪। একই কক্ষপথে আবর্তনরত দুটি উপগ্রহের একটির ভর অন্যটির দ্বিগুণ হলে ভারী উপগ্রহের আবর্তনকাল অন্যটির—

[ব. বো. ২০১৫]

(ক) সমান

☐

(খ) অর্ধেক

☐

(গ) দ্বিগুণ

☐

(ঘ) চারগুণ

☐

২৫। পৃথিবীতে কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ভর করে—

[ব. বো. ২০১৫]

(ক) বস্তুর ভরের উপর

☐

(খ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর

☐

(গ) বস্তুর ব্যাসার্ধের উপর

☐

(ঘ) পৃথিবীপৃষ্ঠ ও বস্তুর দূরত্বের উপর

☐

২৬। একটি বস্তুর ভর 12 mg। পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুটি কত বলে আকর্ষিত হবে ?

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) 1.18×10^{-4} N

☐

(খ) 0.1178 N

☐

(গ) 117.6×10^{-6} N

☐

(ঘ) 1.18×10^4 N

☐

২৭। একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা ও আবর্তনকালের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

☐

(খ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

☐

(গ) $h = \left(\frac{GM}{4} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{T}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} - R$

☐

(ঘ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$

☐

২৮। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো বস্তুর ভর 50 kg হলে চাঁদে কত ?

[দি. বো. ২০১৫]

(ক) 490 kg

☐

(খ) 980 kg

☐

(গ) 50 kg

☐

(ঘ) 98 kg

☐

- ২৯। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে g -এর মান— [দি. বো. ২০১৫]
 (ক) হ্রাস পাবে ☐ (খ) বৃদ্ধি পাবে ☐
 (গ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐ (ঘ) শূন্য হবে ☐
- ৩০। দুটি বস্তুর মধ্যকার দূরত্ব অর্ধেক করলে মহাকর্ষ বলের মান— [দি. বো. ২০১৫]
 (ক) দ্বিগুণ কমে ☐ (খ) দ্বিগুণ বাড়ে ☐
 (গ) চারগুণ কমে ☐ (ঘ) চারগুণ বাড়ে ☐
- ৩১। g -এর মান কোথায় সর্বাধিক? [দি. বো. ২০১৫]
 (ক) মেরু ☐ (খ) বিষুব ☐
 (গ) ভূ-কেন্দ্রে ☐ (ঘ) পাহাড়ের চূড়ায় ☐
- ৩২। মুক্তিবেগের সমীকরণ হচ্ছে— [য. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৯]
 (ক) $v_e = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ ☐ (খ) $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}}$ ☐
 (গ) $v_e = \sqrt{2gR}$ ☐ (ঘ) $v_e = \sqrt{2gh}$ ☐
- ৩৩। সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব r এবং গ্রহের পর্যায়কাল T হলে কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৭; রা. বো. ২০১৬; য. বো. ২০১৫]
 (ক) $R \propto r^3$ ☐ (খ) $T^3 \propto r^3$ ☐
 (গ) $T^2 \propto \frac{1}{r^3}$ ☐ (ঘ) $T^2 \propto r^3$ ☐
- ৩৪। কত অক্ষাংশে g -এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি? [য. বো. ২০১৫]
 (ক) 0° ☐ (খ) 45° ☐
 (গ) 90° ☐ (ঘ) 180° ☐
- ৩৫। সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব কমে গেলে বছরের দৈর্ঘ্য— [সি. বো. ২০১৫]
 (ক) কমে যাবে ☐ (খ) বেড়ে যাবে ☐
 (গ) স্থির হবে ☐ (ঘ) অসীম হবে ☐
- ৩৬। কোনো বস্তুকে কত বেগে নিক্ষেপ করলে এটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে? [ঢা. বো. ২০১৬]
 (ক) 11.2 km s^{-1} ☐ (খ) 7.9 km s^{-1} ☐
 (গ) 11.2 m s^{-1} ☐ (ঘ) 9.7 m s^{-1} ☐
- ৩৭।। পৃথিবীর ব্যাস বরাবর সুড়ঙ্গের মধ্যে বস্তুর গতি— [রা. বো. ২০১৬]
 (i) পর্যাবৃত্ত (ii) স্পন্দন (iii) সরলরৈখিক
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৩৮। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে— [সি. বো. ২০১৭]
 (i) $v = \frac{-GM}{r}$ (ii) একক J kg^{-1} (iii) এটি একটি ভেক্টর রাশি
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৩৯। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G -এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—

[চ. বো. ২০১৫]

- (i) ইহা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে (ii) G একটি স্কেলার রাশি
(iii) G -এর মান বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বাইরে মহাকর্ষীয় বিভব—

[রা. বো. ২০১৫]

- (i) সর্বোচ্চ (ii) শূন্য (iii) ঋণাত্মক
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪১। যদি কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ v এবং মুক্তি বেগ v_e হয়, তাহলে—

[য. বো. ২০১৫]

- (i) $v > v_e$ হলে, বস্তুটি পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী ছেড়ে যাবে

(ii) $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হলে, বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে

(iii) $v = v_e$ হলে, বস্তুটি চাঁদের মতো পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪২। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য হচ্ছে—

- (i) দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের হ্রাসের হার

(ii) $-\nabla V$

(iii) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য হচ্ছে একক ভরের উপর ত্রিমাত্রিক বল
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

2 kg ভরের কোনো বস্তু থেকে 2 m দূরে একটি বিন্দু অবস্থিত। নিম্নোক্ত ৪৩নং এবং ৪৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

৪৩। ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কত?

(ক) $3.35 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$

☐

(খ) $6.7 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$

☐

(গ) $13.4 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$

☐

(ঘ) $3.35 \times 10^{-11} \text{ N}$

☐

৪৪। ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব কত?

[চ. বো. ২০১৫]

(ক) $-6.673 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

(খ) $-3.3365 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

(গ) $6.673 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

(ঘ) $3.3365 \times 10^{-11} \text{ J kg}^{-1}$

☐

৪৫। মহাকর্ষীয় বিভব V এবং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য E হলে—

[য. বো. ২০১৬]

(ক) $E = \frac{dV}{dt}$

☐

(খ) $E = -\frac{dV}{dt}$

☐

(গ) $E = \frac{dV}{dr}$

☐

(ঘ) $E = -\frac{dV}{dr}$

☐

৪৬। চাঁদের বায়ুশূন্য স্থানে স্থিরাবস্থা থেকে একটি পালক ও একটি সীসার বলকে ফেলা হলো। পালকের ত্বরণ হবে—

[বুয়েট ২০১২-২০১৩]

- (ক) সীসার বলের চেয়ে বেশি ☐ (খ) সীসার বলের সমান ☐
 (গ) সীসার বলের চেয়ে কম ☐ (ঘ) 9.8 m s^{-2} ☐

৪৭। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে, পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে—

[বুয়েট ২০১২-২০১৩]

- (ক) $\frac{R^2}{M}$ ☐ (খ) $\frac{M}{R^2}$ ☐
 (গ) MR^2 ☐ (ঘ) $\frac{M}{R}$ ☐

৪৮। সর্বনিম্ন কত বেগে ভূ-পৃষ্ঠ হতে m ভরের একটি বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর কখনো ফিরে আসবে না?

[ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]

- (ক) $\sqrt{2gR}$ ☐ (খ) $(\sqrt{2}) gR$ ☐
 (গ) gR ☐ (ঘ) $2\sqrt{gR}$ ☐

৪৯। কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল—

[খ. বি. ২০১২-২০১৩]

- (ক) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$ ☐ (খ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^2}{GM}}$ ☐
 (গ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ ☐ (ঘ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{GM}{(R+h)^2}}$ ☐

৫০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হলে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ কত হবে?

[রয়েট ২০১৩-২০১৪, ২০০৯-২০১০; চুয়েট ২০১৩-২০১৪; কুয়েট ২০০৫-২০০৬]

- (ক) $1.12 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐ (খ) $11.2 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐
 (গ) $2.11 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐ (ঘ) $21.12 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$ ☐

৫১। একটি লিফট 1 m s^{-2} ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে তিনি যে বল অনুভব করবেন:

[চুয়েট ২০১১-২০১২]

- (ক) 350 N ☐ (খ) 572 N ☐
 (গ) 250 N ☐ (ঘ) কোনোটি নয় ☐

৫২। পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ 980 cm s^{-2} এবং একটি বস্তুর মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} । পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কত?

[চুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) 6400 km ☐ (খ) 640 km ☐
 (গ) 64000 km ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐

৫৩। $5 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2.0 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ হলো—

[বুয়েট ২০১১-২০১২]

- (দেওয়া আছে, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$)
 (ক) 9.0 J ☐ (খ) $2.2 \times 10^8 \text{ J}$ ☐
 (গ) $1.01 \times 10^8 \text{ J}$ ☐ (ঘ) $1.1 \times 10^6 \text{ J}$ ☐

৫৪। একটি স্যাটেলাইটের ঘূর্ণনের সময়কাল হলো T । এর গতিশক্তির সমানুপাতিক হলো—

[বুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) $\frac{1}{T}$ ☐ (খ) $\frac{1}{T^2}$ ☐
 (গ) $\frac{1}{T^3}$ ☐ (ঘ) $T^{-\frac{2}{3}}$ ☐

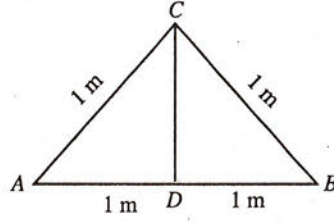
- ৫৫। একজন ব্যক্তির ওজন পৃথিবীপৃষ্ঠে ৭৮৫ N এবং মঙ্গলগ্রহ পৃষ্ঠে ২৯৮ N। মঙ্গলপৃষ্ঠে অভিকর্ষী ক্ষেত্রের তীব্রতা কত ? [বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- (ক) 2.63 N kg^{-1} ☐ (খ) 6.09 N kg^{-1} ☐
 (গ) 3.72 N kg^{-1} ☐ (ঘ) 9.81 N kg^{-1} ☐
- ৫৬। ভূ-পৃষ্ঠে একজন লোক ৩ m লাফাতে পারে। চন্দ্রপৃষ্ঠ কত উঁচুতে লাফাতে পারবে ? [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) ৩ m ☐ (খ) ৬ m ☐
 (গ) ৯ m ☐ (ঘ) ১৮ m ☐
- ৫৭। সূর্যের ভরের সঠিক সমীকরণ কোনটি ? [কুয়েট ২০১২-২০১৩]
- (ক) $M = \frac{4\pi r^3}{GT^2}$ ☐ (খ) $M = \frac{4\pi r^2}{GT^2}$ ☐
 (গ) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ ☐ (ঘ) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^3}$ ☐
- ৫৮। কোনটি পৃথিবীর ভরের সঠিক সূত্র ? [কুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) $M = \frac{gR^2}{G}$ ☐ (খ) $M = \frac{GR^2}{g}$ ☐
 (গ) $M = \frac{gR^2}{G}$ ☐ (ঘ) $M = \frac{g^2 R}{G}$ ☐
- ৫৯। ভূ-পৃষ্ঠ হতে ১০০০ km উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ৬৪০০ km। [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- (ক) 3.8 m s^{-2} ☐ (খ) 7.33 m s^{-2} ☐
 (গ) 8.1 m s^{-2} ☐ (ঘ) 9.8 m s^{-2} ☐
- ৬০। ভূ-পৃষ্ঠের কত গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের এক-চতুর্থাংশ হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$) [কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (ক) $8.4 \times 10^3 \text{ km}$ ☐ (খ) $4.8 \times 10^3 \text{ km}$ ☐
 (গ) $4.0 \times 10^3 \text{ km}$ ☐ (ঘ) $5.2 \times 10^3 \text{ km}$ ☐
- ৬১। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আটগুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের তুলনায় কতগুণ তা নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- (ক) ২ গুণ ☐ (খ) ৪ গুণ ☐
 (গ) ৮ গুণ ☐ (ঘ) ১৬ গুণ ☐
- ৬২। একটি বস্তুর ওজন ১৮০ kg। মঙ্গলগ্রহের ভর পৃথিবীর ভরে $\frac{1}{9}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ হলে, মঙ্গল গ্রহে বস্তুটির ওজন কত ? [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- (ক) ১০০ kg-wt ☐ (খ) ১৮০ kg-wt ☐
 (গ) ৮০ kg-wt ☐ (ঘ) ২০ kg-wt ☐
- ৬৩। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় 8 km s^{-1} বেগে ঘুরছে, যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- (ক) ১৬০০ km ☐ (খ) ৪০০ km ☐
 (গ) ১৪৪০০ km ☐ (ঘ) ৮০০০ km ☐

- ৬৪। পৃথিবীর ঘূর্ণন হঠাৎ থেমে গেলে মেরু বিন্দুতে বস্তুসমূহের ভর হবে— [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) কম ☐ (খ) সর্বোচ্চ ☐
- (গ) পূর্বের ন্যায় ☐ (ঘ) অক্ষাংশের সাথে পরিবর্তিত হয় ☐
- ৬৫। দুটি কণার মধ্যে মহাকর্ষ বলের মান কেমন পরিবর্তন হবে যদি একটি কণার ভর পূর্বের দ্বিগুণ, অন্য কণার ভর তিনগুণ করা হয় এবং একই সাথে তাদের মাঝের দূরত্ব দ্বিগুণ করা হয়? [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) পূর্বের সমান থাকবে ☐ (খ) পূর্বের তিনগুণ হবে ☐
- (গ) পূর্বের দ্বিগুণ হবে ☐ (ঘ) পূর্বের দেড়গুণ হবে ☐
- ৬৬। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 4 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6380 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m s^{-2} হলে উপগ্রহটির বেগ কত? [রা. বি. ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 7.51 km s^{-1} ☐ (খ) 7.99 km s^{-1} ☐
- (গ) 7.9 km s^{-1} ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৬৭। ভূ-পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি নভোযান কত দ্রুতিতে চললে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$] [ঢা. বি. ২০০৬-২০০৭]
- (ক) 7.9 km s^{-1} ☐ (খ) 7.1 km s^{-1} ☐
- (গ) 3.5 km s^{-1} ☐ (ঘ) 3.1 km s^{-1} ☐
- ৬৮। $2.0 \times 10^{-10} \text{ m}$ দূরত্বে অবস্থিত দুটি ইলেকট্রনের মধ্যে মহাকর্ষ বল এবং তড়িৎ বল উভয়ই ক্রিয়া করে। অভিকর্ষ বলের মান তড়িৎ বলের চেয়ে কতগুণ কম বা বেশি শক্তিশালী? [শা. বি. প্র. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 10^{42} গুণ কম ☐ (খ) 10^{-42} গুণ কম ☐
- (গ) 10^4 গুণ বেশি ☐ (ঘ) 10^{-42} গুণ বেশি ☐
- ৬৯। কোনো একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। কিন্তু গ্রহের পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষের ত্বরণের চারগুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের— [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) দ্বিগুণ ☐ (খ) চারগুণ ☐
- (গ) আটগুণ ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৭০। পৃথিবীর ঘূর্ণন না থাকলে পৃথিবী পৃষ্ঠে কোনো স্থানে বস্তুর ওজন— [চ. বো. ২০১৭]
- (ক) বৃদ্ধি পাবে ☐ (খ) শূন্য হবে ☐
- (গ) অসীম হবে ☐ (ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐
- ৭১। কোনো একটি ক্লাসিক গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করলে উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবৈগ— [চ. বো. ২০১৭]
- i. বাড়তে পারে ii. কমেতে পারে iii. অপরিবর্তিত থাকতে পারে
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৭২। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে—
- i. এটি স্কেলার রাশি ii. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এটি ঋণাত্মক iii. এর মাত্রার সমীকরণ $L^2 T^{-2}$
- [অভিনু প্রশ্ন-২০১৮]
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) ii ও iii ☐
- (গ) i ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

- ৭৩। পৃথিবীর ঘূর্ণন বন্ধ হলে বিষুব রেখায় g -এর মান— [দি. বো. ২০১৭]
- (ক) বৃদ্ধি পাবে ☐ (খ) হ্রাস পাবে ☐
 (গ) একই থাকবে ☐ (ঘ) শূন্য হবে ☐
- ৭৪। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তন ঘটে— [য. বো. ২০১৭]
- i. উচ্চতার জন্য ii. পৃথিবীর কক্ষপথে ঘূর্ণনের জন্য i ii. পৃথিবীর নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের জন্য
 নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৭৫। R ও $4R$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত দুটি কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত হবে— [য. বো. ২০১৭]
- (ক) $8 : 1$ ☐ (খ) $4 : 2$ ☐
 (গ) $1 : 4$ ☐ (ঘ) $1 : 8$ ☐
- ৭৬। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-তৃতীয়াংশ হবে? [R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ] [ঢা. বো. ২০১৭]
- (ক) $\frac{R}{4}$ ☐ (খ) $\frac{R}{3}$ ☐
 (গ) $\frac{R}{2}$ ☐ (ঘ) $\frac{2}{3}R$ ☐
- ৭৭। মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে $g = 3.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং ব্যাসার্ধ $3 \times 10^3 \text{ km}$ মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ কত হবে? [সি. বো. ২০১৭]
- (ক) 4.0 km s^{-1} ☐ (খ) 4.8 km s^{-1} ☐
 (গ) 7.8 km s^{-1} ☐ (ঘ) 11.0 km s^{-1} ☐
- ৭৮। ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় পৃথিবীকে প্রদক্ষিণরত কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ— [সি. বো. ২০০৭]
- (ক) $v = \frac{GM}{R+h}$ ☐ (খ) $v = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ☐
 (গ) $v = \frac{GM^2}{R+h}$ ☐ (ঘ) $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ ☐
- ৭৯। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল— [সি. বো. ২০১৬]
- (ক) ০ ঘণ্টা ☐ (খ) ২৪ ঘণ্টা ☐
 (গ) ১২ ঘণ্টা ☐ (ঘ) ৩৬৫ ঘণ্টা ☐
- ৮০। নিচের কোন স্থানে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা সর্বাধিক?
- (ক) পৃথিবীর কেন্দ্রে ☐ (খ) বিষুবীয় অঞ্চলে ☐
 (গ) মেরু অঞ্চলে ☐ (ঘ) উপরের কোনোটিই না ☐
- ৮১। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G = ? [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) $66.7 \times 10^{-12} \text{ N m kg}^{-2}$ ☐ (খ) $6.67 \times 10^{-12} \text{ N m}^{-2} \text{ kg}^{-2}$ ☐
 (গ) $0.667 \times 10^{-10} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ☐ (ঘ) $0.0667 \times 10^{-9} \text{ N m}^2 \text{ kg}^2$ ☐
- ৮২। পৃথিবীপৃষ্ঠ, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় ও পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g , g_h , g_{bh} হলে— [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) $g_{bh} < g_h < g$ ☐ (খ) $g_h < g_{bh} < g$ ☐
 (গ) $g_h > g_{bh} < g$ ☐ (ঘ) $g_h < g < g_{bh}$ ☐

- ৮৩। পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হয়ে গেলে মেরু অঞ্চলে 'g' এর মানের কিরূপ পরিবর্তন হবে? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০০৮]
- (ক) বৃদ্ধি পাবে ☐ (খ) শূন্য হবে ☐
- (গ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐ (ঘ) কমে যাবে ☐
- ৮৪। অনুভূমিক বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]
- (ক) শূন্য ☐ (খ) 9.8 m s^{-2} ☐
- (গ) -9.8 m s^{-2} ☐ (ঘ) অসীম ☐
- ৮৫। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা কোনটি? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]
- (ক) MLT^{-2} ☐ (খ) L^2T^{-2} ☐
- (গ) LT^{-1} ☐ (ঘ) LT^{-2} ☐
- ৮৬। দুটি বস্তুর ত্রিমাত্রিক মহাকর্ষ বলের ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক— [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]
- (ক) স্থানভেদে পরিবর্তনশীল ☐ (খ) ভরনিরপেক্ষ ☐
- (গ) দূরত্বের উপর নির্ভরশীল ☐ (ঘ) এটি একটি ভেক্টর রাশি ☐
- ৮৭। কেপলারের ৩য় সূত্রের নাম কোনটি? [ব. বো. ২০১৭]
- (ক) কক্ষপথের সূত্র ☐ (খ) ক্ষেত্রফলের সূত্র ☐
- (গ) পর্যায়কালের সূত্র ☐ (ঘ) হারমোনিক সূত্র ☐
- ৮৮। কেপলারের সূত্রানুসারে— [কু. বো. ২০১৭]
- (ক) $T^3 \propto r^3$ ☐ (খ) $T \propto r^2$ ☐
- (গ) $T \propto r^3$ ☐ (ঘ) $T^2 \propto r^3$ ☐
- ৮৯। পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো বিন্দুর দূরত্ব r হলে ($r > R$), অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর মানের জন্য নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) $g \propto \frac{1}{r}$ ☐ (খ) $g \propto \frac{1}{r^2}$ ☐
- (গ) $g \propto r$ ☐ (ঘ) $g \propto r^2$ ☐
- ৯০। দুটি উপগ্রহ একই বৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনরত। তাদের অবশ্যই—
- (ক) ভর সমান ☐ (খ) কৌণিক ভরবেগ সমান ☐
- (গ) গতিশক্তি সমান ☐ (ঘ) দ্রুতি সমান ☐
- ৯১। ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} হলে 60° কোণে নিষ্ক্ষিপ্ত বস্তুর জন্য মুক্তিবৈগ হবে—
- i. $\frac{11.2}{\sqrt{3}} \text{ km s}^{-1}$ ii. 11.2 km s^{-1} iii. $11.2 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৯২। ভূ-পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} কোনো গ্রহের ব্যাসার্ধ যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হয় এবং ভর পৃথিবীর ভরের আটগুণ হয় তবে সেখানে মুক্তিবৈগ কত? [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) 89.6 km s^{-1} ☐ (খ) 11.2 km s^{-1} ☐
- (গ) 22.4 km s^{-1} ☐ (ঘ) 44.8 km s^{-1} ☐

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৯৩ নং ও ৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 1 kg ও 2 kg ভরের বস্তু আছে। $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

৯৩। A বিন্দুতে স্থাপিত 1 kg ভরের বস্তুর জন্য D বিন্দুতে প্রাবল্য কত ?

(ক) $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ☐ (খ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ☐

(গ) $6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$ ☐ (ঘ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-2}$ ☐

৯৪। C ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত কোনটি ?

(ক) 1 : 1 ☐ (খ) 1 : 2 ☐

(গ) 1 : 4 ☐ (ঘ) 1 : 16 ☐

৯৫। গ্রহের গতির ক্ষেত্রে—“একটি নক্ষত্র থেকে গ্রহকে সংযোগকারী সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।”—এটি কোন নীতির সরাসরি ফল ? [ঢা. বি. ২০১৮-২০১৯]

(ক) শক্তির সংরক্ষণ নীতি ☐ (খ) ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি ☐

(গ) কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি ☐ (ঘ) ভরের সংরক্ষণ নীতি ☐

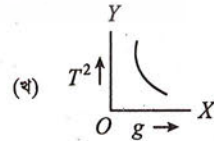
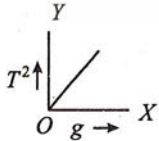
৯৬। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবী পৃষ্ঠে $\frac{g}{G}$ এর অনুপাত হবে— [ঢা. বো. ২০১৯]

(ক) MR^2 ☐ (খ) $\frac{R}{M}$ ☐

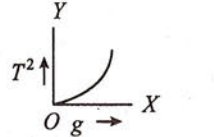
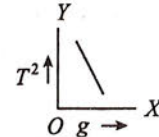
(গ) $\frac{M}{R^2}$ ☐ (ঘ) $\frac{M^2}{R}$ ☐

৯৭। যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ g ও পর্যায়কাল T হয় তবে কোন লেখচিত্রটি সঠিক ? [য. বো. ২০১৯]

(ক) ☐ (খ) ☐



(গ) ☐ (ঘ) ☐



৯৮। পৃথিবীর আকার হঠাৎ ছোট হয়ে এর ব্যাসার্ধ পূর্বের অর্ধেক হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন হবে। পরিবর্তিত মান পূর্বের মানের কতগুণ ? [রা. বো. ২০১৯]

(ক) ২ গুণ ☐ (খ) ৪ গুণ ☐

(গ) ৬ গুণ ☐ (ঘ) ৮ গুণ ☐

৯৯। পৃথিবী পৃষ্ঠে λ° অক্ষাংশের জন্য 'g' এর সমীকরণ হবে—

[দি. বো. ২০১৯]

[পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R]

(ক) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

○

(খ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos \lambda$

○

(গ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos^2 \lambda$

○

(ঘ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos \lambda$

○

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(গ)	২।(ক)	৩।(গ)	৪।(ক)	৫।(ক)	৬।(ক)	৭।(গ)	৮।(খ)	৯।(ক)	১০।(খ)
১১।(ক)	১২।(ঘ)	১৩।(গ)	১৪।(গ)	১৫।(ঘ)	১৬।(খ)	১৭।(ঘ)	১৮।(গ)	১৯।(খ)	২০।(খ)
২১।(খ)	২২।(ক)	২৩।(ক)	২৪।(ক)	২৫।(খ)	২৬।(গ)	২৭।(গ)	২৮।(গ)	২৯।(খ)	৩০।(ঘ)
৩১।(ক)	৩২।(গ)	৩৩।(ঘ)	৩৪।(গ)	৩৫।(ক)	৩৬।(খ)	৩৭।(ঘ)	৩৮।(ক)	৩৯।(গ)	৪০।(খ)
৪১।(ক)	৪২।(ঘ)	৪৩।(ক)	৪৪।(ক)	৪৫।(ঘ)	৪৬।(খ)	৪৭।(খ)	৪৮।(ক)	৪৯।(ক)	৫০।(ক)
৫১।(খ)	৫২।(ক)	৫৩।(গ)	৫৪।(খ)	৫৫।(গ)	৫৬।(ঘ)	৫৭।(গ)	৫৮।(গ)	৫৯।(গ)	৬০।(খ)
৬১।(খ)	৬২।(গ)	৬৩।(ক)	৬৪।(গ)	৬৫।(ঘ)	৬৬।(গ)	৬৭।(ক)	৬৮।(খ)	৬৯।(গ)	৭০।(ক)
৭১।(ঘ)	৭২।(ঘ)	৭৩।(ক)	৭৪।(খ)	৭৫।(ঘ)	৭৬।(ঘ)	৭৭।(খ)	৭৮।(ঘ)	৭৯।(খ)	৮০।(গ)
৮১।(গ)	৮২।(খ)	৮৩।(গ)	৮৪।(ক)	৮৫।(ঘ)	৮৬।(খ)	৮৭।(গ)	৮৮।(ঘ)	৮৯।(খ)	৯০।(খ)
৯১।(গ)	৯২।(গ)	৯৩।(গ)	৯৪।(ক)	৯৫।(গ)	৯৬।(গ)	৯৭।(খ)	৯৮।(ক)	৯৯।(ক)	

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। বিজ্ঞানী নিউটন গাছ থেকে মাটিতে আপেল পড়া দেখে তিনি চিন্তিত হন আপেলটি মাটিতে পড়ে কেন? কেউ একে পৃথিবীর মাটির দিকে টানছে। তিনি আবিষ্কার করেন যে, শুধু পৃথিবী নয়, এই মহাবিশ্বের সকল বস্তু পরস্পর পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণের জন্য তিনি একটি সূত্রও আবিষ্কার করেন। তিনি দেখতে পান যে, এ আকর্ষণ বস্তুর আকৃতি, প্রকৃতি ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ সূত্রটি কী?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

গ. 10 kg এবং 20 kg ভরের দুটি বস্তুকে 15 m দূরে রাখা হলো। যদি মহাকর্ষীয় ধ্রুবক

$6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ হয় তবে বস্তু দুটির মধ্যে বলের মান নির্ণয় কর।

ঘ. দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী মহাকর্ষীয় বল বস্তুদ্বয়ের আকৃতি, প্রকৃতি ও মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে কি? না করলে কেন করে না—যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

২। সূর্যের চারপাশে আবর্তনরত পৃথিবীর আবর্তনকাল যেখানে 1 বছর, মঙ্গল গ্রহের আবর্তনকাল সেখানে 1.88 বছর।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ কী?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক নির্ণয় কর।

গ. গ্রহগুলোর কক্ষপথ বৃত্তাকার ধরে মঙ্গল ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত বের কর।

ঘ. বৃত্তাকার কক্ষপথ ধরে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি প্রতিপাদন কর।

- ৩। আমরা জানি যে, 1 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীতে 9.8 N, চাঁদে 1.6 N এবং মহাশূন্যে এর কোনো ওজনই থাকে না। কিন্তু পৃথিবী, চাঁদ ও মহাশূন্যে বস্তুটির ভর কিন্তু 1 kg পরিমাণই থাকে। তাহলে আমাদের জানা তথ্য কী বিভ্রান্তকারী।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কী ?

খ. ভর এবং ওজনের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূপৃষ্ঠ থেকে 6.4×10^5 m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

ঘ. উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যগুলো সঠিক না বিভ্রান্তকারী ? এই ওজন বিভিন্নতার কারণ যুক্তি দিয়ে বোঝাও।

- ৪। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$ । পৃথিবীর আকর্ষণের ফলে ভূ-পৃষ্ঠের নিকটে কোনো বস্তুর ত্বরণ হয় $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । পৃথিবীসহ এ মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তু পরস্পরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। 200 kg ভরের একটি বস্তু তার থেকে 3 m দূরে অবস্থিত m ভরের কোনো বস্তুকে 1.04 N বলে আকর্ষণ করে। $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষ কী ?

খ. অভিকর্ষীয় ত্বরণ g এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত m এর মান কত ?

ঘ. ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় করে তার থেকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।

- ৫। ভূ-পৃষ্ঠের নিকটবর্তী কোনো স্থান থেকে m ভরের কোনো বস্তু ছেড়ে দিলে পৃথিবীর আকর্ষণের ফলে এটি ভূপৃষ্ঠের দিকে পতিত হয় এবং যত ভূ-পৃষ্ঠের দিকে আসে তত এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে। পৃথিবীর ভর $M = 5.96 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ কী ?

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবককে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত তথ্যের আলোকে ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠের নিকটে পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় করে যুক্তি সহকারে দেখাও যে, বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হার বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।

- ৬। নিশাত মজুমদার হচ্ছেন বাংলাদেশের প্রথম মহিলা যিনি এভারেস্টের চূড়ায় আরোহণ করেন। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এভারেস্ট চূড়ার উচ্চতা 8848 m। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রটি লেখ।

খ. কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।

গ. ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতার কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য রাশিমালা প্রতিপাদন করে এভারেস্ট চূড়ায় g এর মান বের কর।

- ৭। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে 24 ঘন্টায় একবার ঘুরে আসে। পৃথিবীর এই গতিকে আক্ষিক গতি বলে। পৃথিবীর বিষুবীয় অঞ্চলে g এর মান 9.78 m s^{-2} । ঢাকার অক্ষাংশ 23.7° N ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ ?

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ ?

গ. পৃথিবীর আকৃতির জন্য g এর মানের কেন পরিবর্তন হয় ব্যাখ্যা কর।

ঘ. আনুমানিক গতির জন্য ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান কীভাবে পরিবর্তিত হয় গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বর্ণনা কর। আনুমানিক গতির কারণে ঢাকায় g এর মান কত হবে?

৮। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। ধরা হয় পৃথিবী সূর্যকে $1.5 \times 10^{11} \text{m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তন করে। এই আবর্তন কাল 365 দিন।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অভিকর্ষজ ত্বরণ কী?

খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর বিভব বলতে কী বুঝ?

গ. ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এবং উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে সূর্যের ভর নির্ণয় কর।

৯। 637 N ওজনের একজন নভোচারী চাঁদে অবতরণ করলেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ।

ক. কৃত্রিম উপগ্রহ কী?

খ. কোনো বস্তুর ওজন বলতে কী বোঝায়?

গ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের তুলনা কর।

ঘ. নভোচারীর ওজন চাঁদে বাড়বে না কমবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের পক্ষে যথাযথ যুক্তি দাও।

১০। ভূ-পৃষ্ঠে 20 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন 196 N। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত কর।

খ. G এর মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যের আলোকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 20 % হবে?

১১। বিভিন্ন হিসাব নিকাশের জন্য পৃথিবীকে $5.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ গড় ঘনত্বের ও 6400 km ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলক বিবেচনা করা হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মহাকর্ষ ক্ষেত্র কী?

খ. কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ?

গ. পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $8 \times 10^6 \text{ m}$ দূরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগুতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের মান কমতে থাকে।

১২। উপরের দিকে কোনো টিল ছোঁড়া হলে অভিকর্ষের টানে তা পৃথিবীতে ফিরে আসে। কিন্তু যদি কোনো বস্তুকে এমন বেগ দেওয়া যায়, তা পৃথিবীর অভিকর্ষ বলকে অতিক্রম করতে পারে, তাহলে বস্তুটি পৃথিবীতে আর ফিরে আসবে না। এই বেগের মান চাঁদে এক রকম, বৃহস্পতিতে অন্য রকম।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মুক্তি বেগ কী?

খ. ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানের মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

- গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ হলে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।
- ঘ. পৃথিবী, চাঁদ, বৃহস্পতি বা অন্যান্য গ্রহের জন্য এই মুক্তি বেগ বিভিন্ন কেন? মুক্তি বেগ যেসব বিষয়ের উপর নির্ভর করে তা থেকে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।
- ১৩। কোনো ঢিলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সেটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। কিন্তু কোনো বস্তুকে সর্বনিম্ন 11.2 km s^{-1} বেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে আর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে না। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km । $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. রকেটের বেগ মুক্তিব্যেগ নয় কেন?
- খ. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।
- গ. উদ্দীপকের তথ্য মতে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।
- ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মুক্তিব্যেগের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় করে দেখাও যে, মুক্তিব্যেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।
- ১৪। পৃথিবী ও মঙ্গল গ্রহে মুক্তিব্যেগ যথাক্রমে 11.2 km s^{-1} এবং 4.77 km s^{-1} । পৃথিবীর ভর মঙ্গলের ভরের ৯ গুণ।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী?
- খ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর প্রাবল্যের রাশিমালা ব্যাখ্যা কর।
- গ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে পৃথিবী ও মঙ্গলের ব্যাসার্ধের অনুপাত বের কর।
- ঘ. উদ্দীপকের তথ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ মঙ্গলের অভিকর্ষজ ত্বরণের প্রায় 2.56 গুণ।
- ১৫। চন্দ্রাভিযানের এক পর্যায়ে 2000 kg ভরের একটি মহাশূন্যযান মুক্তিব্যেগ নিয়ে অর্থাৎ 11.2 km s^{-1} বেগে পৃথিবী থেকে যাত্রা করে চন্দ্রপৃষ্ঠে পৌঁছালো। চাঁদে মিশন শেষ করে আবার চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে মুক্তিব্যেগে যাত্রা করে পৃথিবীতে ফিরে আসে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. মহাকর্ষীয় বিভব কী?
- খ. ভূস্থির উপগ্রহ বলতে কী বুঝ?
- গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত তথ্য থেকে চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তিব্যেগ নির্ণয় কর।
- ঘ. মহাশূন্য যানটির ভূ-পৃষ্ঠ ত্যাগ করার মুহূর্তে গতি শক্তি এবং চন্দ্র পৃষ্ঠ ত্যাগের মুহূর্তে গতিশক্তি ভিন্ন হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।
- ১৬। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় 5.1 km s^{-1} রৈখিক বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে।
- নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
- ক. কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি লেখ।
- খ. কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পরিবর্তিত হয়?
- গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km হলে h নির্ণয় কর।
- ঘ. যথাযথ গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে দেখাও যে, কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তিব্যেগের 0.707 গুণ হলে সেটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। পড়ন্ত বস্তু কাকে বলে ?
- ২। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।
- ৩। মহাকর্ষ বলতে কী বুঝ ?
- ৪। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি বিবৃত কর। [চ. বো. ২০১৫]
- ৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৭]
- ৬। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের প্রথম সূত্রটি বিবৃত কর।
- ৭। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৮। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। [কু. বো. ২০১৬]
- ৯। নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন কর।
- ১০। ঘূর্ণনরত কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়ে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৭]
- ১১। ঘূর্ণনরত কোনো গ্রহ সূর্য হতে দূরে সরে গেলে এর বেগ কমে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ১২। পৃথিবীতে বছরের দিনের সংখ্যা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্বের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত ব্যাখ্যা কর।
[ব. বো. ২০১৫]
- ১৩। সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণনমান গ্রহগুলোর আবর্তনকাল ভিন্ন হয়—ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৯]
- ১৪। অভিকর্ষ কাকে বলে ? মহাকর্ষ ও অভিকর্ষের মধ্যে পার্থক্য কী ?
- ১৫। অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৬]
- ১৬। অভিকর্ষজ ত্বরণ বলতে কী বুঝ ?
- ১৭। অভিকর্ষজ ত্বরণকে কীভাবে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ এবং মহাকর্ষ ধ্রুবকের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়, দেখাও।
- ১৮। দেখাও যে, অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।
- ১৯। ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বিভিন্ন হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর।
- ২০। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতার কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ২১। ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না— ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৭]
- ২২। পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর।
[কু. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৯]
- ২৩। পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তন হবে কি ? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ২৪। অভিকর্ষীয় ত্বরণের উপর আর্হিক গতির প্রভাব বর্ণনা কর।
- ২৫। বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]
- ২৬। পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণন হঠাৎ থেমে গেলে পৃথিবীপৃষ্ঠে g -এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে ব্যাখ্যা কর।
[য. বো. ২০১৯]
- ২৭। অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৬]
- ২৮। একটি পাতলা পাতের অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।
- ২৯। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কাকে বলে ?
- ৩০। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৭]
- ৩১। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলতে কী বুঝ ? মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩২। মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে ? [চা. বো. ২০১৭]
- ৩৩। মহাকর্ষ বিভবের মান ঋণাত্মক হয় কেন ? [সি. বো. ২০১৬]
- ৩৪। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৫]
- ৩৫। বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।

- ৩৬। সুষম নিরেট কোনো গোলকের বাইরের কোনো বিন্দুতে বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৭। সুষম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ৩৮। মুক্তি বেগ কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৬]
- ৩৯। দেখাও যে, মুক্তি বেগ $v_e = \sqrt{2gR}$ ।
- ৪০। পৃথিবীতে মুক্তি বেগের মান 11.2 km s^{-1} বলতে কী বোঝায়?
- ৪১। স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে কোনো বস্তু মুক্তি বেগ পরিবর্তন হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ৪২। মঙ্গল গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ 4.77 km s^{-1} বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৬]
- ৪৩। রকেটের বেগ মুক্তি বেগ নয় কেন? [দি. বো. ২০১৬]
- ৪৪। কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কিনা—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]
- ৪৫। কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে?
- ৪৬। ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৫; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮ চ. বো. ২০১৯] ভূ-পৃষ্ঠ থেকে এর উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৪৭। পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? [সি. বো. ২০১৯; মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৯]
- ৪৮। আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৬]
- ৪৯। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে প্রাকৃতিক সম্পদ কীভাবে অনুসন্ধান করা যায় বর্ণনা কর।
- ৫০। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে কীভাবে যোগাযোগ ব্যবস্থা গড়ে তোলা যায় বর্ণনা কর।
- ৫১। বস্তু গবেষণার ক্ষেত্রে মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার ব্যাখ্যা কর।

ষ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

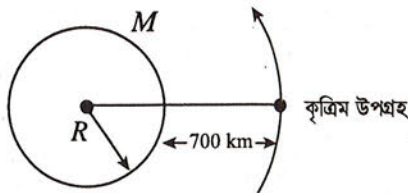
- ১। একটি মহাশূন্য যান পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর সেখানে এর উপর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। দেয়া আছে—
পৃথিবীর ভর = $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$, চাঁদের ভর = $7.4 \times 10^{22} \text{ kg}$;
পৃথিবীর কেন্দ্র ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব = $3.8 \times 10^8 \text{ m}$ । [উ: $3.42 \times 10^8 \text{ m}$]
- ২। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10.97 গুণ এবং বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m s^{-2} বৃহস্পতির পৃষ্ঠে তার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত হবে? [উ: 25.92 m s^{-2}]
- ৩। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীপৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা চল্লিশ ভাগ হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ । [উ: $3.7 \times 10^6 \text{ m}$]
- ৪। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে? [উ: $4.48 \times 10^4 \text{ km}$]
- ৫। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g -এর মান 4.9 m s^{-2} ? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীপৃষ্ঠে 9.8 m s^{-2} । [উ: $2.65 \times 10^6 \text{ m}$]
- ৬। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $6.4 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [উ: 8.1 m s^{-2}]

- ৭। মঙ্গলের পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ বের কর। মঙ্গলের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ। পৃথিবীর ভর 5.975×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.371×10^6 m এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক 6.673×10^{-11} N m² kg⁻²। [উ: 5.09 km s⁻¹] [বুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৮। পৃথিবী থেকে 1600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। এর বেগ ঘণ্টায় কত কিলোমিটার হবে? [উ: 25462 km h⁻¹]
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km, ভর 6×10^{24} kg এবং $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²
- ৯। পৃথিবী থেকে 7×10^5 m উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবী ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উ: 7509.43 m s⁻¹; 1 hr 39 min] [কু. বো. ২০১৫]
- ১০। মহাশূন্য যান ভস্‌টক-১-এ করে প্রথম মহাশূন্যচারী ইউরি গ্যাগারিন ৪৯ মিনিট ৬ সেকেন্ডে একবার পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেন। তিনি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছিলেন? তার মহাশূন্যযানের বেগ কত ছিল? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.371 \times 10^6$ m; পৃথিবীর ভর, $M = 5.975 \times 10^{24}$ kg এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻²। [উ: 237.658 km; 7.59 km s⁻¹]
- ১১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.38×10^6 m এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 m s⁻² হলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ণয় কর। [উ: 11.18 km s⁻¹]
- ১২। বৃহস্পতির ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.9×10^{27} kg এবং 7×10^7 m। বৃহস্পতিতে মুক্তিবৈগ নির্ণয় কর। [উ: 60.3 km s⁻¹]
- ১৩। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8 m s⁻²। মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ণয় কর। [উ: 4.77 km s⁻¹]
- ১৪। পৃথিবীতে 5.5×10^3 kg m⁻³ গড় ঘনত্বের তৈরি 6.4×10^6 m ব্যাসার্ধের একটি গোলক বিবেচনা করে এবং পৃষ্ঠে বিভব নির্ণয় কর। [উ: -6.32×10^7 J kg⁻¹]

সেট II

[সাম্প্রতিক বার্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

- ১৫। 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে 3.6×10^9 joule গতি শক্তি সঞ্চয়িত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m। $G = 6.6 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻², $g = 9.8$ m s⁻²।
(ক) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে?
(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চয়িত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।
[উ: (ক) 2×10^5 m বা 200 km; (খ) উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি 3.6×10^9 J, যা সঞ্চয়িত গতিশক্তি 3.5×10^9 J অপেক্ষা বেশি। সুতরাং সঞ্চয়িত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।] [ঢা. বো. ২০১৫]
- ১৬। উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $[M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6.4 \times 10^6$ m]



(ক) কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও।

উ: (ক) 7.94 m s^{-2} ; (খ) কক্ষপথে গ্রহটির বেগ $= 7.5 \text{ km s}^{-1}$ কিন্তু ঐ অবস্থানে উপগ্রহটির মুক্তিব্যবেগ $= 10.6 \text{ km s}^{-1}$ । সুতরাং উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

[সি. বো. ২০১৫]

১৭।

$E =$ পৃথিবী

$S =$ ভূ-স্থির উপগ্রহ

$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

বাংলাদেশ $3,500 \text{ kg}$ ভরে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।

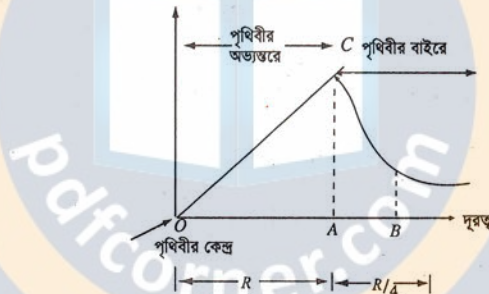
(ক) ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে?

(খ) h -এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও।

উ: (ক) $3.6 \times 10^4 \text{ km}$; (খ) h এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ 2.62 km s^{-1} বৃদ্ধি করতে হবে।

[চ. বো. ২০১৬]

১৮।



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র দেখান হয়েছে। পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$ ।

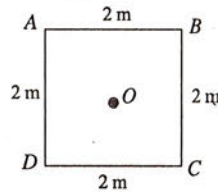
(ক) উদ্দীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর।

(খ) একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর।

উ: (ক) 9.775 N kg^{-1} ; (খ) A অবস্থানে দোলনকাল $= 2 \text{ s}$ এবং B অবস্থানে দোলনকাল $= 2.83 \text{ s}$ ।

$\therefore T_B > T_A$ সুতরাং সেকেন্ড দোলকটিকে A অবস্থান থেকে B অবস্থানে নিলে ধীরে চলবে। [ঢা. বো. ২০১৭]

১৯।



2 m বাহুবিশিষ্ট ABCD বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1 kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে 4 kg, 4 kg, 2 kg ও 2 kg ভরের চারটি বস্তু রাখা আছে।

$$[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

(ক) 'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর।

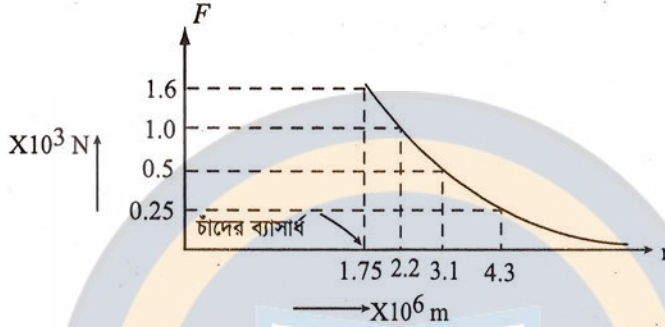
(খ) 'O' বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কী না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) $-5.66 \times 10^{-10} \text{ J kg}^{-1}$; (খ) O বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য $= 9.44 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-1}$, $\angle AOB$

এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক বরাবর ক্রিয়া করে। সুতরাং O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে না।

[কু. বো. ২০১৭]

- ২০। লেখচিত্রে দেখানো হলো চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r , চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রে অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

(ক) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবীপৃষ্ঠ ও চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা কর।

উ: (ক) $7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$; (খ) $F_e : F_m = 18.9 : 1$ [য. বো ২০১৭]

- ২১। একদল বিজ্ঞানী 100 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ উপরে উঠিয়ে 3.1 km/s রৈখিক বেগ প্রদান করে চাঁদ সদৃশ উপগ্রহে পরিণত করার চেষ্টা করল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 ও 16 গুণ। পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব $3 \times 10^5 \text{ km}$ । পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

(ক) পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে?

(খ) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

উ: (ক) পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে চাঁদের দিকে $2.7 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ $= 3.078 \text{ km s}^{-1}$ । যেহেতু প্রাপ্ত বেগ প্রদত্ত বেগের সমান নয় সুতরাং এটি চাঁদের মতো কৃত্রিম উপগ্রহ হবে না।

[চ. বো. ২০১৭]

- ২২। কোনো গ্রহের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষপথে 7.8 km s^{-1} বেগে ঘুরছে যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 m s^{-2} । অন্য একটি গ্রহের সাথে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের অনুপাত যথাক্রমে $80 : 1$ ও $4 : 1$ ।

(ক) বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় কর।

(খ) গ্রহ দুটির মধ্যে একটি নভোযান যাতায়াত করলে কোন গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

উ: (ক) 360 km ; (খ) দ্বিতীয় গ্রহ হতে প্রথম গ্রহের চেয়ে 20 গুণ বেশি গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে।

[সি. বো. ২০১৭]

২৩। একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে $3.2 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $4 \times 10^{24} \text{ kg}$ । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6657 \times 10^{11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-1}$ । একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হলো।

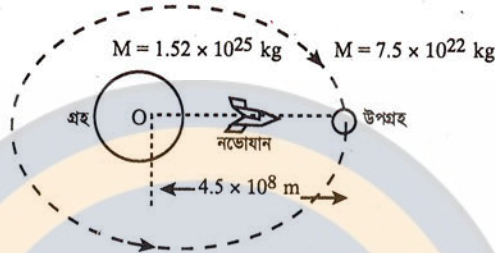
(ক) মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মাধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগুণ মূল বস্তুটির মুক্তিবৈগুণের এক-অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই কর।

[উ: (ক) 26 m s^{-2} ; (খ) প্রতিটি খণ্ডের মুক্তি বৈগুণ মূল বস্তুর মুক্তি বৈগুণের অর্ধেক হবে, এক-অষ্টমাংশ হবে না।]

[দি. বো. ২০১৭]

২৪।



উপরের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর।

(ক) উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে কোনো স্থানে নভোযানটির উপর লব্ধি বল শূন্য হবে কিনা—
গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও।

[উ: (ক) 1.5 km s^{-1} ; (খ) গ্রহটি থেকে উপগ্রহের দিকে $4.2 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে লব্ধি বল শূন্য হবে।]

[অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

২৫। M ভরের বস্তুকে কেটে m ও $(M - m)$ ভরের বস্তুতে রূপান্তরিত করা হলো। $\frac{M}{m}$ এর অনুপাত কি হলে এদের মধ্যকার মহাকর্ষ বল সর্বাধিক হবে? [উ: $2 : 1$] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

২৬। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে? দেওয়া আছে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6380 \text{ km}$ ।

[উ: 7.54 km s^{-1}] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

২৭। পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের ৪১ গুণ এবং তাদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $38.6 \times 10^4 \text{ km}$ । চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কোথায় কোনো বস্তুর উপর উভয়ের টান সমান?

[উ: $3.474 \times 10^8 \text{ m}$]

[বুয়েট ২০০৮-২০০৯]

২৮। 40 kg ওজনের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় স্থাপন করলে তা প্রতি ২৪ ঘণ্টায় ২ বার একই স্থানে পর্যবেক্ষণ করতে পারবে? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও তার ভর $6 \times 10^{21} \text{ Ton}$]

[উ: $2.02 \times 10^7 \text{ m}$] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]

২৯। ভূ-পৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষবৃত্ত বরাবর বৃত্তাকার পথে আবর্তনশীল একটি ভূ-স্থির যোগাযোগ উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় ঘুরেছে?

[উ: $3.6 \times 10^8 \text{ m}$] [বুয়েট ২০০১-২০০২]

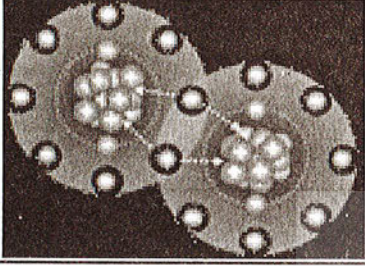
৩০। একটি সুসম গোলকের ভর $1 \times 10^9 \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ 1 m । গোলক কর্তৃক গোলকের কেন্দ্র হতে 0.5 m দূরত্বে অবস্থিত m_1 ভরের একটি কণার উপর মহাকর্ষ বলের মান কত? [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$]

[উ: $3.34 \times 10^{-7} \text{ m N}$] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]

৩১। ভূ-পৃষ্ঠ হতে 500 km উপরে একটি স্যাটেলাইট ঘুরছে। এর বেগ কত? [এ উচ্চতায় $g = 9.3 \text{ m s}^{-2}$]

- [উ: $7.43 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৩২। আমাদের পৃথিবীর ব্যাস 12800 km। একটি উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষে 7.8 km s^{-1} গতিবেগে ঘুরে। বৃত্তাকার কক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.2 m s^{-2} হলে, (i) উপগ্রহের গতিবেগ ও (ii) একবার পূর্ণঘূর্ণনের সময়কাল নির্ণয় কর।
[উ: (i) 7792.30 m s^{-1} ; (ii) 1h 28 min 41.79 s] [বুয়েট ১৯৯৭-১৯৯৮]
- ৩৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 80 kg। পৃথিবীর ভর অপেক্ষা 81 গুণ বেশি হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে লোকটির ওজন কত হবে? [পৃথিবী ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত 4 : 1] [উ: 15.80 kg] [কুয়েট ২০০৪-২০০৫]
- ৩৪। পৃথিবীপৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 90 kg হলে মঙ্গলপৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে? মঙ্গল এর ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{9}$ অংশ এবং মঙ্গলের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক। [উ: 40 kg-wt] [চুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৩৫। শূন্য মাধ্যমে দুটি ইলেকট্রনের মধ্যকার কুলম্ব বল F_E এবং মহাকর্ষ বল F_G ; এর অনুপাত কত হবে?
[উ: 4.2×10^{42}] [ঢা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৩৬। ভূ-পৃষ্ঠ হতে 100 km উঁচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [উ: 7.33 ms^{-2}] [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৩৭। ভূ-পৃষ্ঠের 200 km উর্ধ্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত m s^{-2} ?
(পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ভূ-পৃষ্ঠে g -এর মান 9.6 ms^{-2}) [উ: 9.21 ms^{-2}]
[শা.বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৩৮। পৃথিবীপৃষ্ঠের একটি বস্তুর ওজন 180 kg। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর গ্রহের $\frac{1}{9}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ হলে, মঙ্গল গ্রহে বস্তুর ওজন কত? [উ: 80 kg-wt] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৩৯। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় 8 km s^{-1} বেগে ঘুরছে। সেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8 \text{ m s}^{-2}$ । ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [উ: 1600 km] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৪০। যদি পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যে দূরত্ব বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক করা হয় তাহলে কত দিনে এক বছর হবে? [উ: 129 d]
[পা. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪১। একটি 20 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ অজানা ভরের একটি গ্রহের চারদিকে $8.0 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হলে তার পর্যায়কাল 2.4 h হয়। গ্রহপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 8.0 m s^{-2} হলে গ্রহটির ব্যাসার্ধ কত? [উ: $5.816 \times 10^6 \text{ m}$] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৪২। পৃথিবীপৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ 11.2 km s^{-1} । কোনো গ্রহের ব্যাসার্ধ যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হয় এবং ভর পৃথিবীর ভরের আটগুণ হয় তবে সেখানে মুক্তিবৈগ কত? [উ: 22.4 km s^{-1}] [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৪৩। $5 \times 10^{24} \text{ kg}$ ভর এবং $6.1 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 2 kg ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় শক্তির পরিমাণ কত? [$G = 6.75 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$] [উ: $1.1 \times 10^8 \text{ J}$]
[বুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৪৪। একটি রিমোট সেন্সিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণনকাল নির্ণয় কর। ($R_e = 6400 \text{ km}$; $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)।
[উ: 7.77 kms^{-1} ; 1h 29 min 38.2 s] [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৪৫। দুটি কণার মধ্যে মহাকর্ষ বলের মান কেমন পরিবর্তন হবে যদি একটি কণার পূর্বের দ্বিগুণ, অন্য কণার ভর তিনগুণ করা হয় এবং একই সাথে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব দ্বিগুণ করা হয়। [উ: পূর্বের দেড়গুণ।] [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৪৬। পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের একটি গোলক কল্পনা করলে কত উচ্চতার অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে। [উ: $(\sqrt{2} - 1) R$] [বঙ্গবন্ধু বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]

- ৪৭। ভূ-পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 600 N হলে চাঁদে গিয়ে তিনি কতটুকু ওজন হারাবেন? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ 81 ও 4 গুণ। [উ: 481.48 N] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৮। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক উচ্চতায় ঘুরে। ঐ উচ্চতায় এর গতিবেগ কত? [উ: $\sqrt{\frac{2gR}{3}}$] [রা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৯। একটি উপগ্রহ পৃথিবী তলের কাছ দিয়ে ঘুরছে এটিকে অসীমে পাঠাতে হলে গতি কী পরিমাণ বাড়াতে হবে? [উ: 40%] [বুটেক্স ২০১৬-২০১৭]
- ৫০। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 700.0 km উর্ধ্বে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। গ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত $m s^{-1}$? [উ: 7519 $m s^{-1}$] [শা. বি.প্র.বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫১। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে? দেওয়া আছে $g = 9.8 m s^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6380 km$ । [উ: 7.5 $km s^{-1}$] [রুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৫২। একটি লিফট $1 m s^{-2}$ ত্বরণে নিচে নামছে। লিফটের মধ্যে দাঁড়ানো একজন ব্যক্তির ভর 65 kg হলে, তিনি কত বল অনুভব করেন? [উ: 572 N] [রুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৫৩। চাঁদের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ th এবং ভর $\frac{1}{80}$ th। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.8 m s^{-2}$ হলে চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [উ: 1.96 $m s^{-1}$] [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৫৪। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 m$)। [উ: $1.595 \times 10^6 m$] [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৫৫। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের ত্বরণের মানের 25% হবে? [উ: 6400 km] [কুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৫৬। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আট গুণ। উক্ত গ্রহের মুক্তিবৈগ পৃথিবীর মুক্তিবৈগের তুলনায় কতগুণ তা নির্ণয় কর। [উ: 4 গুণ] [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৫৭। ভূ-পৃষ্ঠের চতুর্দিকে নিরক্ষবৃত্ত বরাবর বৃত্তাকার পথে পূর্বদিকে গতিশীল একটি যোগাযোগ উপগ্রহের আবর্তনকাল 1 দিন। (i) এরূপ স্থির উপগ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাস কত? (ii) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত দূরে থেকে ঘুরছে? [দেয়া আছে, পৃথিবীর ভর $5.98 \times 10^{24} kg$ এবং ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 m$] [উ: (i) $4.22 \times 10^7 m$; (ii) $3.58 \times 10^7 m$] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- ৫৮। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8 m s^{-2}$ ।
(ক) উদ্দীপকের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।
(খ) উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহে রূপান্তর করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।
[উ: (ক) $8.192 m s^{-2}$; (খ) ভূ-স্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল 24 h কিন্তু উদ্দীপকের উপগ্রহের পর্যায়কাল 1.615 h। সুতরাং এটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে না।] [ব. বো. ২০১৯]



পদার্থের কিছু সাধারণ ধর্ম রয়েছে যা পদার্থের তিনটি অবস্থাতেই পরিলক্ষিত হয়। এ রকম একটি ধর্ম হলো স্থিতিস্থাপকতা। যেসব পদার্থ প্রবাহিত হয় এদের বলা হয় প্রবাহী পদার্থ বা ফ্লুইড। তরল পদার্থ ও গ্যাস হলো ফ্লুইড। এ ছাড়া প্রবাহী পদার্থের আরও কিছু ধর্ম আছে, এদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য তরল পদার্থের পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা। এ অধ্যায়ে আমরা আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল, পদার্থের তিন অবস্থা, পদার্থের বন্ধন, স্থিতিস্থাপকতা, পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা নিয়ে আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

আন্তঃআণবিক বল, স্থিতিস্থাপকতা, স্থিতিস্থাপক সীমা, পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু, নমনীয় বস্তু, পূর্ণ দৃঢ় বস্তু, বিকৃতি, পীড়ন, অসহ বল, অসহ পীড়ন, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, ইয়ং গুণাঙ্ক, আয়তন গুণাঙ্ক, দৃঢ়তার গুণাঙ্ক, পয়সনের অনুপাত, সান্দ্রতা, সান্দ্রতা সহগ, পৃষ্ঠটান, সংসক্তি বল, আসঞ্জন বল, পৃষ্ঠশক্তি, স্পর্শ কোণ।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	পদার্থের আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.১
২	পদার্থের বিভিন্ন প্রকার বন্ধন ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.৩
৩	আন্তঃআণবিক বলের আলোকে পদার্থের স্থিতিস্থাপক আচরণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.৫
৪	স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত রাশিমালা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.৪, ৭.৬
৫	হুকের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.৭
৬	লেখচিত্রের সাহায্যে পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.৮
৭	স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.৯
৮	পয়সনের অনুপাত ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.১০
৯	ব্যবহারিক : ○ ভার্নিয়ার পদ্ধতি ব্যবহার করে ইয়ং এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে পারবে।	৭.১২
১০	প্রবাহীর প্রবাহ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.১৩
১১	প্রান্তিক বেগ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.১৮

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১২	সান্দ্রতা ও সান্দ্রতা গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.১৪, ৭.১৬
১৩	ঘর্ষণ ও সান্দ্রতার সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.১৫
১৪	তরলে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে স্টোকস্-এর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.১৭
১৫	পৃষ্ঠটান ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.২০, ৭.২১
১৬	পৃষ্ঠশক্তি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.২২
১৭	সংসক্তি বল ও আসঞ্জন বল ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.২১
১৮	স্পর্শ কোণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৭.২৩
১৯	পৃষ্ঠটানের কয়েকটি ঘটনা বর্ণনা করতে পারবে।	৭.২৪

৭.১। পদার্থের আন্তঃআণবিক বল

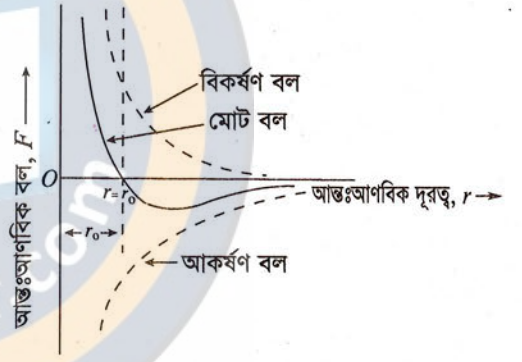
Intermolecular Forces of Matter

পদার্থ অণু ও পরমাণু দিয়ে গড়া। বিভিন্ন পরমাণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের জন্য গঠিত হয় অণু আর বিভিন্ন অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের জন্য গঠিত হয় পদার্থ। অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে যে বল ক্রিয়া করে তাকে বলা হয় আন্তঃআণবিক বল। এ আন্তঃআণবিক বল সৃষ্টি হয় দুটি শক্তির দরুন—

(ক) পারিপার্শ্বিক অণুগুলোর ক্রিয়া প্রতিক্রিয়ার ফলে সৃষ্ট বিভব শক্তি।

(খ) অণুগুলোর তাপীয় শক্তি যা প্রকৃতপক্ষে অণুগুলোর গতিশক্তি। এ শক্তি বস্তুর উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল।

অণুগুলোর মধ্যকার দূরত্ব r -এর পরিবর্তনের সাথে আন্তঃআণবিক বলের পরিবর্তন ঘটে। এ পরিবর্তনের প্রকৃতি ৭.১ চিত্রে দেখানো হলো। আন্তঃআণবিক দূরত্ব যত বেশি হবে অর্থাৎ r যত বৃদ্ধি পাবে আন্তঃআণবিক বল তত আকর্ষণধর্মী হবে। আন্তঃআণবিক দূরত্ব r যত কম হবে আন্তঃআণবিক বল তত বিকর্ষণধর্মী হবে। স্বাভাবিক অবস্থায় আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করে ফলে নিট বল শূন্য হয়। এ অবস্থায় $r = r_0$ । এখানে r_0 সাম্যাবস্থায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব বা সুস্থিতি দূরত্ব (equilibrium distance)।



চিত্র : ৭.১

৭.২। পদার্থের তিন অবস্থা : কঠিন, তরল ও বায়বীয়

States of Matter : Solid, Liquid and Gas

আমরা জানি যে, পদার্থ সাধারণত তিন অবস্থায় থাকে— কঠিন, তরল ও বায়বীয় অবস্থা। আন্তঃআণবিক দূরত্ব ও বল দিয়ে এ অবস্থার বর্ণনা করা যেতে পারে। আমরা জানি যে, যখন আন্তঃআণবিক দূরত্ব $r = r_0$ তখন নিট বল শূন্য, তখন অণুগুলো সাম্যাবস্থায় অবস্থান করে। এ সাম্যাবস্থায় অণুগুলো একটি নিয়মিত ত্রিমাত্রিক বিন্যাসে সজ্জিত থাকে যাদের বলা হয় কেলাস। অণু বা আয়নগুলো দ্বারা দখল করা অবস্থানকে বলা হয় ল্যাটিস বিন্দু। সামান্য টেনে অণুগুলোকে যখন এদের পরস্পর থেকে কিছুটা দূরে নেওয়া হয় অর্থাৎ যখন $r > r_0$, তখন অণুগুলোর মধ্যে আকর্ষণ বল কাজ করে। অণুগুলোকে যদি কিছু ঠেলে আরও কাছাকাছি আনা হয় অর্থাৎ যদি $r < r_0$ হয়, একটি বিকর্ষণ বল কাজ করে। এভাবে কোনো অণুকে যদি এর সাম্যাবস্থা থেকে সরানো হয় তাহলে এটা এর গড় অবস্থানকে ঘিরে স্পন্দিত হতে থাকবে। কঠিন পদার্থে এরকম অবস্থা

থাকে। কঠিন পদার্থে অণুগুলো থাকে প্রায় সাম্যাবস্থার দূরত্বে। স্পন্দনের বিস্তার খুব কম হয় ফলে অণুগুলো এদের অবস্থানে আবদ্ধ থাকে। কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার কেন থাকে তার ব্যাখ্যা এ থেকে পাওয়া যায়। সুতরাং বলা যায় যে,

- ১। কঠিন পদার্থে অণুগুলো খুব কাছাকাছি থাকে এবং সুদৃঢ় বিন্যাসে সজ্জিত থাকে।
- ২। কঠিন পদার্থে অণুগুলো এদের গড় অবস্থানকে ঘিরে স্পন্দিত হয়।
- ৩। কঠিন পদার্থে অণুগুলোর মধ্যবর্তী বল প্রবল।
- ৪। কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার আছে।

তরল পদার্থ : তরল পদার্থে অণুগুলোর মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব কঠিন পদার্থের চেয়ে কিছুটা বেশি। এদের মধ্যে আকর্ষণ বল দুর্বল এবং অণুগুলো মুক্তভাবে তরল পদার্থের সর্বত্র ঘুরে বেড়াতে পারে। ফলে তরল পদার্থের আকার পরিবর্তিত হয় এবং যে পাত্রে রাখা হয় তার আকার ধারণ করে।

বায়বীয় পদার্থ : বায়বীয় পদার্থ বা গ্যাসের বেলাতে অণুগুলোর আকৃতির তুলনায় এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব খুব বেশি অর্থাৎ $r \gg r_0$ । ফলে আন্তঃআণবিক বল খুব দুর্বল বা নগণ্য। এ পদার্থের অণুগুলো ইতস্তত বিক্ষিপ্ত গতিতে থাকে। অণুগুলোর কোনো নির্দিষ্ট বিন্যাস থাকে না। অণুগুলো পরস্পরের সাথে এবং ধারক পাত্রের দেয়ালের সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটায়। সংঘর্ষের সময় ছাড়া অণুগুলোর মধ্যবর্তী বল নগণ্য।

৭.৩। পদার্থের বন্ধন

Bonds of Matter

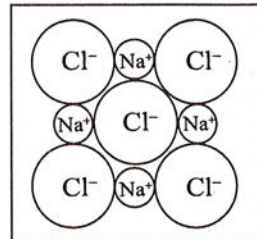
আমরা জানি যে, সকল পদার্থেরই অণু গঠিত হয় বন্ধন গঠনের মাধ্যমে। মৌল যখন পারমাণবিক অবস্থায় থাকে, তখন তা অস্থিতিশীল অবস্থায় থাকে। ফলে এর জন্য বিপুল বিভব শক্তির প্রয়োজন হয়। কিন্তু বন্ধন দ্বারা গঠিত অণুতে পরমাণু স্থিতিশীল অবস্থায় থাকে, তখন এর বিভব শক্তি থাকে খুবই কম। সুতরাং পরমাণুগুলোর সংযোগের ফলে যখন ব্যবস্থার বিভব শক্তি হ্রাস পায় পরমাণুগুলোর মধ্যে তখন বন্ধন বা রাসায়নিক বন্ধন গঠিত হয়।

বন্ধন বিভিন্ন প্রকার হতে পারে; যেমন—

- ১। আয়নিক বন্ধন (Ionic Bond),
- ২। সমযোজী বন্ধন (Covalent Bond),
- ৩। ধাতব বন্ধন (Metallic Bond) এবং
- ৪। ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন (Vander Waals Bond)

আয়নিক বন্ধন

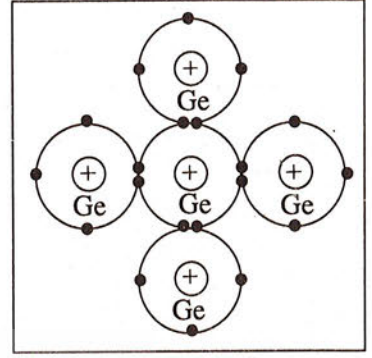
আমরা জানি যে, কোনো কঠিন পদার্থে অণু বা আয়নগুলো যে অবস্থান দখল করে থাকে, তাকে বলা হয় ল্যাটিস বিন্দু। আয়নিক বন্ধনে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়ন ল্যাটিস বিন্দু দখল করে থাকে। এসব আয়নের মধ্যকার স্থির তড়িৎ আকর্ষণ আয়নিক বা তড়িৎযোজী বন্ধন তৈরি করে। এ আকর্ষণ বল খুবই প্রবল। সুতরাং এ বন্ধনে তৈরি পদার্থ খুবই শক্ত এবং এদের গলনাঙ্কও বেশ বেশি। এসব পদার্থের তড়িৎ পরিবাহিতা খুব কম। আয়নিক বন্ধন দ্বারা যে পদার্থ তৈরি হয় তাদের বলা হয় আয়নিক কঠিন পদার্থ। আয়নিক বন্ধন কখনো দুটি অধাতু পরমাণু বা দুটি ধাতু পরমাণুর মধ্যে গঠিত হয় না। দুটি বিপরীতধর্মী মৌল যেমন- ধাতু ও অধাতুর মধ্যে সৃষ্ট আয়নিক বন্ধন দ্বারা যৌগ গঠিত হয়। এ ধরনের যৌগ হলো সোডিয়াম ক্লোরাইড। সোডিয়াম ও ক্লোরিনের পরমাণু সমন্বয়ে সোডিয়াম ক্লোরাইড গঠিত হয়। ৭.২ চিত্রে সোডিয়াম ক্লোরাইডের আয়নিক বন্ধন দেখানো হয়েছে।



চিত্র-৭.২

সমযোজী বন্ধন

একই বা ভিন্ন দুটি অধাতুর পরমাণুর মধ্যে সমযোজী বন্ধন গঠিত হয়। পারিপার্শ্বিক পরমাণুগুলো পরস্পরের সাথে ইলেকট্রন শেয়ার করে। এই বন্ধন তৈরি করে। এ রকম সমযোজী বন্ধন কোনো স্থানে বিস্তৃত হয়ে কঠিন পদার্থের বৃহৎ কাঠামো তৈরি করে। সিলিকন ইত্যাদি সমযোজী কঠিন পদার্থের উদাহরণ। হীরক গঠনে প্রতিটি কার্বন পরমাণু পারিপার্শ্বিক চারটি কার্বন পরমাণুর সাথে বন্ধন তৈরি করে। এরা যথেষ্ট শক্ত, উচ্চ গলনাঙ্কবিশিষ্ট এবং তড়িৎ কুপরিবাহী। ৭.৩ চিত্রে জার্মেনিয়ামের সমযোজী বন্ধন দেখানো হয়েছে।



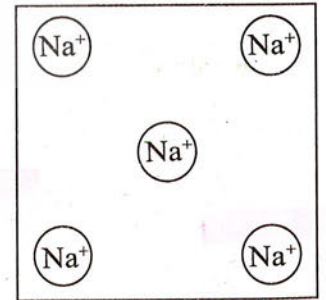
চিত্র-৭.৩

পরমাণুতে একটিমাত্র ইলেকট্রন থাকায় হাইড্রোজেন পরমাণু সাধারণ সমযোজী বন্ধনে অংশ নিয়ে থাকে। দুটো হাইড্রোজেন পরমাণু একটি করে ইলেকট্রন প্রদান করে একটি ইলেকট্রন যুগল সমযোজী বন্ধন গঠনের মাধ্যমে হাইড্রোজেন অণুর সৃষ্টি করে। সাধারণভাবে সমযোজী বন্ধন দ্বারা গঠিত যৌগ তড়িৎ দ্বিমেরু ন্যায় আচরণ করে। এরকম কয়েকটি দ্বিমেরু স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণের ফলে এরা বন্ধনে আবদ্ধ হয়। এসব দ্বিমেরু বন্ধনে হাইড্রোজেনের তড়িৎ ঋণাত্মকতা খুব কম হওয়ায় ধনাত্মক প্রান্ত হিসেবে কাজ করে। যখন এরূপ দ্বিমেরুসমূহ পরস্পরের কাছে আসে তখন একটি অণুর হাইড্রোজেন প্রান্ত অন্য অণুর ঋণাত্মক প্রান্তের দিকে বিশেষভাবে আকর্ষিত হয়ে বন্ধন গঠন করে। স্থির তড়িৎের মধ্যকার কুলম্ব বলের কারণে সৃষ্ট এ বন্ধনকে হাইড্রোজেন বন্ধন বলে।

হাইড্রোজেন ফ্লোরাইড, হাইড্রোজেন সায়ানাইড, অ্যামোনিয়াম ফ্লোরাইড, বরফ (H_2O) ইত্যাদি হাইড্রোজেন বন্ধন কেলাসের উদাহরণ। সমযোজী অণুর সমযোজী বন্ধন অপেক্ষা হাইড্রোজেন বন্ধন অনেক দুর্বল তাই একে সত্যিকার অর্থে রাসায়নিক বন্ধন বলা যায় না।

ধাতব বন্ধন

কোনো ধাতুর মধ্যে যে আকর্ষণ বল পরমাণুগুলোকে পরস্পরের সাথে আটকে রাখে তাকে ধাতব বন্ধন বলা হয়। ধাতুতে ল্যাটিস বিন্দুতে ধনাত্মক আয়ন থাকে। এ আয়ন উপাদানিক পরমাণু থেকে এক বা একাধিক ইলেকট্রনকে আলাদা করে তৈরি হয়। এসব ইলেকট্রন অত্যন্ত সচল এবং ধাতব কঠিন পদার্থের সর্বত্র গ্যাসের অণুর মতো ঘুরে বেড়ায়। এ ইলেকট্রনগুলো কোনো পরমাণুর থাকে না বরং সমগ্র বস্তুখণ্ডের অংশ হয়ে যায়। ধাতুতে পরমাণুগুলো ইলেকট্রন হারিয়ে ধনাত্মক আধানে আহিত আয়নে রূপান্তরিত হয় এবং একটি ত্রিমাত্রিক ল্যাটিসে বিন্যস্ত হয়। এ যেন ইলেকট্রনের সমুদ্রে ডুবন্ত ধাতব আয়ন।

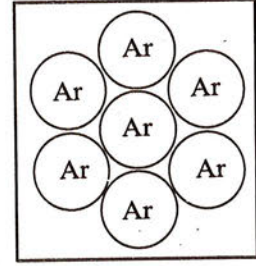


চিত্র-৭.৪

মুক্ত ইলেকট্রন থাকার কারণে ধাতু তড়িৎ সুপরিবাহী। ৭.৪ চিত্রে সোডিয়ামের ধাতব বন্ধন দেখানো হয়েছে।

ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন

এ বন্ধন দ্বারা আণবিক কঠিন পদার্থ তৈরি হয়। পরমাণুগুলোর মধ্যে সমযোজী বন্ধনের মাধ্যমে এ ধরনের কঠিন পদার্থ তৈরি হয়। অণুগুলোর মধ্যে বন্ধন নির্ভর করে অণুগুলো পোলার (Polar) বা অ-পোলার (non-polar) কিনা তার উপর। কোনো অণুর ঋণাত্মক আধানের কেন্দ্র যদি ধনাত্মক আধানের সাথে সমাপতিত হয় তাহলে অণুটিকে বলা হয় অ-পোলার। সকল নিষ্ক্রিয় গ্যাস, হাইড্রোজেন, নাইট্রোজেন, কার্বন ডাই অক্সাইডের অক্সিজেন অণুগুলো এ ধরনের অণু। অন্যথায়, অণুটিকে বলা হয় পোলার অণু। পানি, অ্যামোনিয়া, সালফার ডাই অক্সাইডের অণু হলো পোলার অণু। পোলার অণুগুলোর মধ্যকার বন্ধনকে বলা হয় দ্বিপোল-দ্বিপোল বন্ধন। অ-পোলার অণুগুলোর মধ্যকার বন্ধনকে বলা হয় ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন। ৭.৫ চিত্রে আর্গন কেলাসের ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন দেখানো হয়েছে। যে বল ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন সৃষ্টি করে তাকে ভ্যানডার ওয়ালস বলও বলা হয়।



চিত্র-৭.৫

আণবিক কঠিন পদার্থ সাধারণত নরম এবং নিম্ন গলনাঙ্কবিশিষ্ট হয়। এরা তড়িৎ কুপরিবাহী।

৭.৪। স্থিতিস্থাপকতা Elasticity

করে দেখো : এক খণ্ড রবারের ফিতা নাও। একে দুই দিক থেকে টানো। এরপর টান ছেড়ে দাও। টানার ফলে রবারটি চিকন ও লম্বা হচ্ছে। টান ছেড়ে দিলে পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসছে।

এরকম ঘটছে কারণ কোনো বস্তুর উপর বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করলে যদি বস্তুটি গতিশীল না হয় তাহলে এর বিভিন্ন অংশের মধ্যে আপেক্ষিক সরণ হয় বা বলা যেতে পারে অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের পরিবর্তন ঘটে, ফলে বস্তুটির আকার বা আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন হয়। এ অবস্থায় বস্তুর ভেতরের আন্তঃআণবিক বল এ পরিবর্তনকে বাধা দিতে চেষ্টা করে। ফলে বল প্রয়োগ বন্ধ করলে বস্তু আবার আগের অবস্থা ফিরে পায়। পদার্থের এ ধর্মের নাম স্থিতিস্থাপকতা।

স্থিতিস্থাপকতা : বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর আকার বা আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয় তাহলে প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে যে ধর্মের ফলে বিকৃত বস্তু আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

যে বস্তুর বাধা দেওয়ার ক্ষমতা বেশি তার স্থিতিস্থাপকতাও বেশি হবে। লোহা ও রবারের মধ্যে বাধা দেওয়ার ক্ষমতা লোহার বেশি তাই লোহা রবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক।

পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু : বাহ্যিক বল অপসারিত হলে যদি বিকৃত বস্তু ঠিক আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাহলে ঐ বস্তুকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

স্থিতিস্থাপক সীমা : বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা গুণের জন্য বাহ্যিক বল অপসারিত হলে বিকৃত বস্তু ঠিক আগের আকার বা আয়তন ফিরে পায়। কিন্তু বস্তুর এ আকার বা আয়তন পুনঃপ্রাপ্তির ক্ষমতা অসীম নয়। পরীক্ষা করে দেখা গেছে প্রত্যেক বস্তুই বাহ্যিক বলের একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করে। এই সীমাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলা হয়।

সংজ্ঞা : যে মানের বল পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বস্তুটি পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

নমনীয় বস্তু : কোনো বস্তুর উপর বাহ্যিক বল প্রয়োগ করে তাকে বিকৃত করলে যদি বল অপসারণের পর বস্তুটি ঐ বিকৃত অবস্থা পুরোপুরি বজায় রাখে তাহলে বস্তুটিকে নমনীয় বা পূর্ণ প্রাস্টিক বস্তু বলা হয়।

পূর্ণ দৃঢ় বস্তু : বাইরে থেকে যেকোনো পরিমাণ বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর যদি আকারের কোনো পরিবর্তন না ঘটে তাহলে বস্তুটিকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলা হয়। পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বাস্তবে পাওয়া যায় না।

বিকৃতি (Strain) : কোনো বস্তু যদি পূর্ণ দৃঢ় না হয় তাহলে বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে বস্তুটির বিভিন্ন অংশের মধ্যে আপেক্ষিক সরণ হয়; ফলে বস্তুটির আকার বা আয়তনের পরিবর্তন হয়। বস্তুর এ অবস্থাকে রূপবিকৃতি (Deformation) বলে এবং বস্তুটি বিকৃত হয়েছে বলা হয়। আনুপাতিক রূপবিকৃতি বা রূপবিকৃতির হারকে বিকৃতি বলে।

সংজ্ঞা : বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর একক মাত্রায় যে রূপবিকৃতি বা পরিবর্তন হয় তাকে বিকৃতি বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুর আদিমাত্রা A এবং বল প্রয়োগের ফলে মাত্রা B হলে মাত্রার পরিবর্তন হবে $B \sim A$ ।

$$\text{সুতরাং বিকৃতি} = \frac{B \sim A}{A} \quad \dots \quad (7.1)$$

বিকৃতি একটি স্কেলার রাশি।

মাত্রা ও একক : যেহেতু বিকৃতি একই প্রকার দুটি রাশির অনুপাত তাই এর কোনো মাত্রা ও একক নেই।

বিকৃতির তাৎপর্য : কোনো বস্তুর বিকৃতি 0.002 বলতে বোঝায় বস্তুর একক মাত্রার পরিবর্তন হয়েছে 0.002 একক।

পীড়ন (Stress) : কোনো বস্তুকে বিকৃত করা হলে এই বিকৃতি প্রতিরোধ করার জন্য বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের জন্য বস্তুর ভেতর একটি প্রতিরোধ বলের উদ্ভব হয়। এই বল বস্তুকে পূর্বাবস্থায় ফিরিয়ে নিতে চায়। একক ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে যে প্রতিরোধ বলের উদ্ভব হয় তাই হচ্ছে পীড়ন।

সংজ্ঞা : বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে এই বলকে বাধাদানকারী একটি বলের উদ্ভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উদ্ভূত এই বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

ব্যাখ্যা : যেহেতু প্রযুক্ত বল ও প্রতিরোধকারী বল পরস্পর সমান সেজন্য প্রযুক্ত বল দ্বারাই প্রতিরোধকারী বলের পরিমাপ করা হয়। অতএব পীড়নের মান হচ্ছে একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বিকৃতি সৃষ্টিকারী বলের মানের সমান। অর্থাৎ,

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{প্রতিরোধকারী বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$$

A ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো বস্তুতে লম্বভাবে F বল প্রয়োগ করা হলে,

$$\text{পীড়ন} = \frac{F}{A} \quad \dots \quad (7.2)$$

পীড়ন একটি স্কেলার রাশি।

মাত্রা ও একক : পীড়নের মাত্রা হবে,

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} \text{ এর মাত্রা অর্থাৎ } ML^{-1} T^{-2}$$

পীড়নের একক $N m^{-2}$ বা, Pa (প্যাসকেল)।

তাৎপর্য : কোনো বস্তুর পীড়ন $5 \times 10^5 N m^{-2}$ বলতে বোঝায় বস্তুর প্রতি $1 m^2$ ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মান $5 \times 10^5 N$ ।

বিকৃতি সৃষ্টি করতে প্রতি $1 m^2$ ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলের মানও তাই।

অসহ বল বা ভার : স্থিতিস্থাপক সীমার বাইরে বল প্রয়োগ করা হলে বল অপসারণ করার পর বস্তুটি আর পূর্বাবস্থায় সম্পূর্ণ ফিরে আসে না। প্রযুক্ত বলের মান আরো বেশি হলে বস্তুটি ছিঁড়ে বা ভেঙে যায়। সবচেয়ে কম যে বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় তাকে অসহ বল বলে। অসহ বলকে অসহ ভার বা ওজনও বলা হয়।

সংজ্ঞা : সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় তাকে অসহ বল বলে।

অসহ পীড়ন : অসহ বলের জন্য যে পীড়ন হয় তাই অসহ পীড়ন।

সংজ্ঞা : প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় তাকে অসহ পীড়ন বলে।

$$\therefore \text{অসহ পীড়ন} = \frac{\text{অসহ বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} \quad \dots \quad (7.3)$$

তাপ্পর্ষ : তামার অসহ পীড়ন $3.5 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ বলতে বোঝায় তামার তৈরি কোনো বস্তুর প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর ন্যূনতম $3.5 \times 10^8 \text{ N}$ বল লম্বভাবে প্রয়োগ করলে বস্তুটি ছিঁড়ে বা ভেঙে যাবে।

৭.৫। পদার্থের স্থিতিস্থাপক ধর্ম ও আন্তঃআণবিক বল

Elastic Properties of Matter and Intermolecular Forces

পদার্থের আণবিক গড়ন বিবেচনা করলে এর স্থিতিস্থাপক ধর্ম সহজে বোঝা যায়। আমরা জানি যে, সকল পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল ক্রিয়া করে। কঠিন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে ক্রিয়াশীল এ বলকে সংসক্তি বল (cohesive force) বলে। এটা জানা গেছে যে, স্বাভাবিক অবস্থায় কেলাসের অণুগুলো নিম্নতম বিভব শক্তি অবস্থানে অবস্থান করে থাকে। এ অবস্থা এদের সাম্যাবস্থা। এরকম অবস্থানে কোনো অণুর উপর ক্রিয়াশীল নিট আন্তঃআণবিক বল শূন্য। অণুগুলোর মধ্যকার দূরত্ব পরিবর্তনের সাথে আন্তঃআণবিক বলের পরিবর্তন ঘটে।

আণবিক দূরত্ব যত বেশি হবে, আন্তঃআণবিক বল তত বেশি আকর্ষণধর্মী হবে এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব যত কম হবে আন্তঃআণবিক বল তত বেশি বিকর্ষণধর্মী হবে। স্বাভাবিক অবস্থায় আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করে ফলে নিট বল হয় শূন্য।

কোনো বস্তুতে দৈর্ঘ্য বা টান পীড়ন প্রয়োগ করা হলে অণুগুলোর মধ্যবর্তী আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায় ফলে অণুগুলো আকর্ষণ বল অনুভব করে বা পরস্পরের দিকে আকৃষ্ট হয়। বহিস্থ বল সরিয়ে নিলে আকর্ষণ বলের প্রভাবে অণুগুলো তাদের সাম্যাবস্থানে ফিরে আসে। অপরদিকে দেখা যায় যে, বহিস্থ বল প্রয়োগে কোনো বস্তুকে যদি সঙ্কুচিত করা হয় তাহলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব হ্রাস পায় ফলে তাদের মধ্যে বিকর্ষণ বলের উদ্ভব ঘটে। বহিস্থ বল সরিয়ে নিলে বিকর্ষণ বল অণুগুলোকে পুনরায় তাদের সাম্যাবস্থায় ফিরিয়ে আনে। কোনো নির্দিষ্ট টান বলের জন্য কোনো স্বতন্ত্র অণুর কী পরিমাণ সরণ ঘটবে তা আন্তঃআণবিক বলের সবলতার উপর নির্ভর করে। আন্তঃআণবিক বল যত বেশি সবল হবে অণুগুলোর সরণ তত কম হবে। এ রকম অবস্থায় কোনো নির্দিষ্ট পীড়নের দরুন আনুষঙ্গিক বিকৃতি কম হবে বলে স্থিতিস্থাপক গুণাক্ষের মান বেশি হবে।

৭.৬। বিভিন্ন প্রকার বিকৃতি ও পীড়ন

Different Types of Strain and Stress

আমরা ৭.৪ অনুচ্ছেদে বিকৃতি ও পীড়ন নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করেছি। পরিবর্তনের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে বিকৃতি ও পীড়ন তিন রকমের হতে পারে।

(ক) দৈর্ঘ্য বা টান বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বা টান পীড়ন (Longitudinal or Tensile Strain and Longitudinal or Tensile Stress)

দৈর্ঘ্য বিকৃতি : কোনো বস্তুর উপর বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে যদি এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে তাহলে একক দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।

ব্যাখ্যা : L দৈর্ঘ্যের কোনো বস্তুর উপর দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করলে যদি এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন l হয় (চিত্র : ৭.৬),

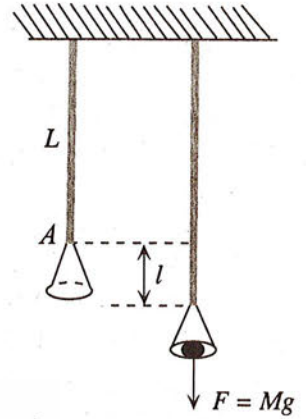
$$\text{তাহলে দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L} \quad \dots \quad (7.4)$$

দৈর্ঘ্য পীড়ন : দৈর্ঘ্য বিকৃতি প্রতিরোধ করার জন্য বস্তুর একক ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে যে প্রতিরোধ বলের সৃষ্টি হয় অর্থাৎ দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটাতে বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর দৈর্ঘ্য বরাবর যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে দৈর্ঘ্য পীড়ন বলে।

ব্যাখ্যা : দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটাতে যদি কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য বরাবর A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের উপর F বল লম্বভাবে প্রয়োগ করতে হয়, তাহলে দৈর্ঘ্য পীড়ন $= \frac{F}{A}$

তারের নিচের প্রান্তে যদি M ভরের বস্তু ঝুলিয়ে বল প্রয়োগ করা হয়, তাহলে $F = Mg$ এবং তারের ব্যাসার্ধ r হলে $A = \pi r^2$

$$\text{সূত্রাং দৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{F}{A} = \frac{Mg}{\pi r^2} \quad \dots \quad (7.5)$$



চিত্র : ৭.৬

(খ) আয়তন বিকৃতি ও আয়তন পীড়ন

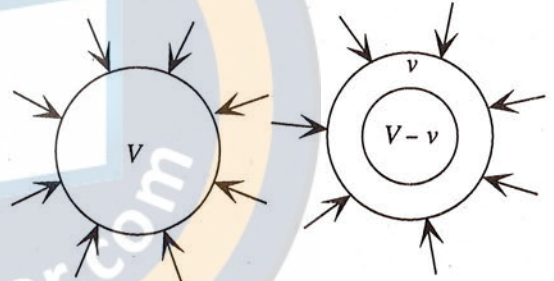
Volume or Bulk Strain and Volume or Bulk Stress

আয়তন বিকৃতি : বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে যদি কোনো বস্তুর আকারের পরিবর্তন না হয়ে শুধু আয়তনের পরিবর্তন হয় তাহলে একক আয়তনের পরিবর্তনকে আয়তন বিকৃতি বলে।

ব্যাখ্যা : V আয়তনের কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগের ফলে যদি এর আয়তন v পরিমাণ কমে যায় (চিত্র ৭.৭) তাহলে

$$\text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{v}{V}$$

আয়তন পীড়ন : আয়তন বিকৃতি প্রতিরোধ করার জন্য বস্তুর একক ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে যে প্রতিরোধ বলের সৃষ্টি হয় অর্থাৎ আয়তন বিকৃতি ঘটাতে বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে যে বল প্রযুক্ত হয় তাকে আয়তন পীড়ন বলে।

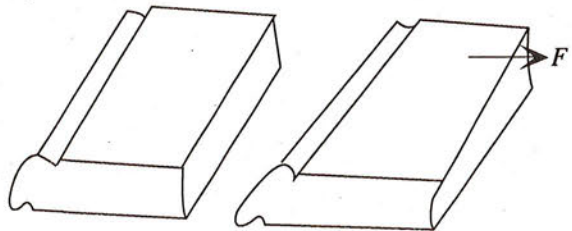


চিত্র : ৭.৭

ব্যাখ্যা : আয়তন বিকৃতি ঘটাতে যদি কোনো বস্তুর A ক্ষেত্রফলের উপর F বল লম্বভাবে প্রয়োগ করতে হয় তাহলে আয়তন পীড়ন $= \frac{F}{A}$.

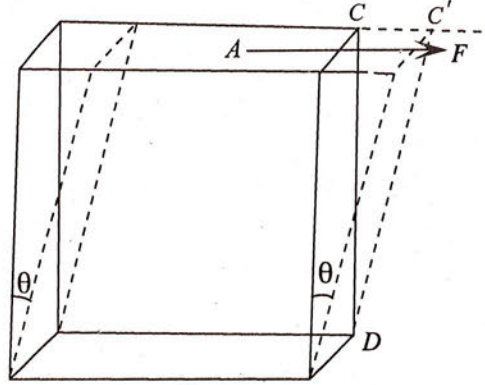
(গ) আকার বা ব্যবর্তন বা মোচড় বিকৃতি ও আকার বা ব্যবর্তন বা মোচড় পীড়ন (Shearing Strain and Shearing Stress) :

একখানি বইয়ের উপরের পৃষ্ঠে করতল স্থাপন করে যদি আমরা অনুভূমিকভাবে F বল প্রয়োগ করি তাহলে বইখানির আয়তনের কোনো পরিবর্তন না হলেও আকৃতি বদলে যাবে (চিত্র : ৭.৮)। বস্তুর আকৃতির এ ধরনের পরিবর্তনকে ব্যবর্তন বলে।



চিত্র : ৭.৮

ব্যবর্তন বিকৃতি : ধরা যাক, ৭.৯ চিত্রে রাবারের তৈরি একটি পুরু আয়তাকার ব্লক। ব্লকটির ভূমি আঠার সাহায্যে একটি টেবিলের উপর অনুভূমিকভাবে শক্ত করে আটকানো আছে। এখন আমরা যদি ব্লকটির উপরের পৃষ্ঠে স্পর্শক বরাবর অর্থাৎ অনুভূমিকভাবে বল প্রয়োগ করি তাহলে ব্লকটির আকৃতির পরিবর্তন হবে কিন্তু আয়তনের কোনো পরিবর্তন হবে না। আয়তাকার বস্তুটি সামান্তরক বস্তুতে পরিবর্তিত হবে (চিত্র : ৭.৯) বা আমরা বলতে পারি ব্লকটির উল্লম্ব তল θ কোণে মোচড় খেয়েছে। নিচের স্থির তলের অভিলম্ব CD এই যে θ কোণে (রেডিয়ান এককে) ঘুরে গেল, এই কোণকে বলা হয় আকার বা ব্যবর্তন বা মোচড় বিকৃতি। এই কোণটিকে ব্যবর্তন কোণও বলে।



চিত্র : ৭.৯

সংজ্ঞা : একক দূরত্বে অবস্থিত দুই তলের মধ্যবর্তী আপেক্ষিক সরণকে ব্যবর্তন বা মোচড় বিকৃতি বলে।

ব্যাখ্যা : বল প্রয়োগের ফলে কোনো আয়তাকার বস্তুর নিচের তলের সাপেক্ষে CD দূরত্বে অবস্থিত উপরের তলের আপেক্ষিক সরণ CC' হলে (চিত্র ৭.৯)

$$\text{মোচড় বিকৃতি} = \frac{CC'}{CD}$$

$$\text{কিন্তু } \frac{CC'}{CD} = \tan \theta$$

$$\text{ব্যবর্তন কোণ } \theta \text{ খুব ছোট হওয়ায় ব্যবর্তন বিকৃতি } \theta \text{ (রেডিয়ান)} = \tan \theta = \frac{CC'}{CD}$$

ব্যবর্তন পীড়ন : ব্যবর্তন বিকৃতি প্রতিরোধ করার জন্য একক ক্ষেত্রফলে যে প্রতিরোধ বলের সৃষ্টি হয় অর্থাৎ ব্যবর্তন বিকৃতি ঘটাতে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে স্পর্শকীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ব্যবর্তন পীড়ন বলে।

ব্যাখ্যা : ব্যবর্তন বিকৃতি ঘটাতে যদি A ক্ষেত্রফলের উপর স্পর্শকীয় F বল লম্বভাবে প্রযুক্ত হয় তাহলে

$$\text{ব্যবর্তন পীড়ন} = \frac{F}{A}$$

৭.৭। হুকের সূত্র

Hooke's Law

রবার্ট হুক পরীক্ষার সাহায্যে দেখান যে, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর বিকৃতি প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। পরীক্ষালব্ধ এ ফলকে রবার্ট হুক সূত্রের আকারে উপস্থাপিত করেন।

বিবৃতি : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

অর্থাৎ পীড়ন \propto বিকৃতি।

বা, পীড়ন = ধ্রুবক \times বিকৃতি

পীড়ন

বা, $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$

...

...

(7.6)

১৭৪২ সালে রবার্ট হুক একজন অত্যন্ত প্রতিভাবান পদার্থবিদ ছিলেন। পদার্থবিদ্যায় বহু আবিষ্কারের পেছনে তাঁর যথেষ্ট অবদান থাকা সত্ত্বেও বেশির ভাগ ক্ষেত্রেই তিনি উপযুক্ত স্বীকৃতি পাননি। সে সময়ে আবার বিজ্ঞানীদেরকে নিজের আবিষ্কার নিয়ে সতর্ক থাকতে হতো-অন্য কেউ হয়তো বিষয়টা জেনে নিয়ে নিজের নামে চালিয়ে দেবেন এই ভয়ে। এ ধরনের ঘটনা যাতে না ঘটতে পারে সেজন্য রবার্ট হুক ১৬৭৬ সালে প্রথম তাঁর সূত্রটি একটি ধাঁধার আকারে পত্রিকায় প্রকাশ করেন। ধাঁধাটি ছিল এরূপ : 'cciiinosststuv' অক্ষরগুলোকে একটু এদিক-ওদিক করে সাজাতে পারলে এর একটা অর্থবহ সমাধান পাওয়া যায়। দীর্ঘ আঠার বছর পর রবার্ট হুক অক্ষরগুলো পুনর্বিন্যাস করে একটি ল্যাটিন বাক্য দ্বারা ধাঁধাটির সমাধান প্রকাশ করেন : Ut tensio, sic vis (As the extension, so is the force—অর্থাৎ সম্প্রসারণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক)।

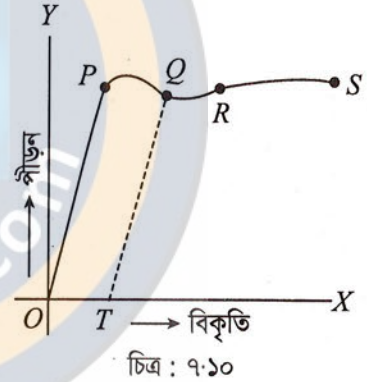
এ প্রবকের মান বস্তুর উপাদান এবং এককের পদ্ধতির উপর নির্ভর করে। একে বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বা মানাঙ্ক (modulus of elasticity) বা স্থিতিস্থাপক প্রবক (elastic constant) বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো বস্তুতে বল প্রয়োগ করলে তার বিকৃতি ঘটে। বল স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করলে হকের সূত্রানুসারে কোনো বস্তুর বিকৃতি যত বেশি হবে, পীড়নও তত বেশি হবে। অর্থাৎ বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানও তত বেশি হবে। যেহেতু পীড়ন একক ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে প্রযুক্ত বল দ্বারা পরিমাপ করা হয়। সুতরাং বলা যায়, একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল যত বেশি হবে বস্তুটি তত বেশি বিকৃত হবে অর্থাৎ তার দৈর্ঘ্য, আয়তন বা আকার তত বেশি পরিবর্তিত হবে। একক ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল দ্বিগুণ করলে বিকৃতি দ্বিগুণ হবে, একক ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল তিনগুণ করলে বিকৃতিও তিনগুণ হবে।

৭.৮। পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্র Stress-Strain Curve

এ লেখচিত্র থেকে যেকোনো প্রসারণশীল তারের আচরণ সম্পর্কে ধারণা করা যায়। একটি তারের একপ্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে আটকে অপর প্রান্তে কিছু ওজন ঝুলিয়ে পরীক্ষা করলে দেখা যাবে যে, ওজনের পরিমাণ বাড়ালে তারের দৈর্ঘ্যও বেড়ে যায়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর ক্রিয়াশীল বল হচ্ছে পীড়ন। বলের ক্রিয়ায় বস্তুর একক মাত্রার পরিবর্তন হচ্ছে বিকৃতি। এখন পীড়ন ও বিকৃতির লেখচিত্র অঙ্কন করলে ৭.১০ চিত্রের মতো একটি রেখা পাওয়া যাবে।

লেখচিত্রটি O থেকে P বিন্দু পর্যন্ত একটি সরলরেখা, অর্থাৎ P বিন্দু পর্যন্ত তারের পীড়ন বিকৃতির সমানুপাতিক অর্থাৎ তারটি হকের সূত্র মেনে চলে। ঐ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে যেকোনো অবস্থান থেকে ভার সরিয়ে নিলে বস্তুটি তার আগের অবস্থায় ফিরে আসবে। সুতরাং ঐ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপকরূপে আচরণ করে এবং P বিন্দু বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা নির্দেশ করে।



স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করে ভার চাপালে দেখা যাবে লেখ নিচের দিকে বাঁক নিচ্ছে। এ সময়ে যেকোনো মুহূর্তে (চিত্রে Q বিন্দু) ভার অপসারণ করে নিলেও তারটি আর আগের অবস্থায় ফিরে আসে না। তখন

ভার-সম্প্রসারণ চিত্রে QT হয়। অর্থাৎ তারে একটি স্থায়ী বিকৃতি OT থেকে যায়। ভার আরো বৃদ্ধি করলে ভার-সম্প্রসারণ লেখ অনিয়মিতভাবে ওঠা-নামা করে এবং তারের কোনো কোনো জায়গা সরু হয়ে পড়ে। R পর্যন্ত এরকম চলে। R বিন্দুকে নতি বিন্দু (yeild point) বলে। এরপর ভার আরো বাড়ালে তারের বিভিন্ন জায়গা আরো সরু হতে থাকে এবং কোনো এক জায়গা থেকে তার ছিঁড়ে যায় (চিত্রে S বিন্দু)। S বিন্দুকে সহন সীমা বলে। প্রতি একক ক্ষেত্রফলে ন্যূনতম যে বল লম্বভাবে প্রযুক্ত হলে তারটি ছিঁড়ে যায় তাকে ঐ তারের অসহ পীড়ন বলে। কোনো তারের অসহ পীড়নকে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ করলে অসহ ভার বা অসহ বল পাওয়া যায়।

স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি (Elastic Fatigue) : কোনো তারের উপর ক্রমাগত পীড়নের হ্রাস-বৃদ্ধি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায়। এর ফলে বল অপসারণের সাথে সাথে বস্তু আগের অবস্থা ফিরে পায় না কিছুটা দেবী হয়। বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি (elastic fatigue) বলে। তখন অসহ ভারের চেয়ে কম ভারে এমনকি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যেই তারটি ছিঁড়ে যেতে পারে।

৭.৯। স্থিতিস্থাপকতার বিভিন্ন গুণাঙ্ক

Elastic Moduli

হুকের সূত্র থেকে আমরা পাই, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুবকই বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক।

সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা।

এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

$$\therefore \text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, } E = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

রাশি : পীড়ন ও বিকৃতি স্কেলার রাশি বলে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক একটি স্কেলার রাশি।

মাত্রা : যেহেতু বিকৃতির কোনো মাত্রা নেই, সুতরাং স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মাত্রা হবে পীড়নের মাত্রা

অর্থাৎ $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$ এর মাত্রা অর্থাৎ $ML^{-1}T^{-2}$

একক : যেহেতু বিকৃতির কোনো একক নেই, সুতরাং স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক হবে পীড়নের একক অর্থাৎ, $N\ m^{-2}$ বা, Pa ।

বিকৃতি ও পীড়নের বিভিন্নতার জন্য স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক বিভিন্ন রকমের হয়।

১. ইয়ং গুণাঙ্ক বা দৈর্ঘ্য গুণাঙ্ক (Young's modulus), Y

সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের দৈর্ঘ্য গুণাঙ্ক বা ইয়ং গুণাঙ্ক বলে।

একে Y দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\text{ইয়ং গুণাঙ্ক, } Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} \dots \dots \dots (7.7)$$

ইয়ং গুণাঙ্কের মান : A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল ও L দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি তার কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে (চিত্র : ৭.১১) যদি তারটির নিচের প্রান্তে লম্বভাবে F বল প্রয়োগ করা হয় তাহলে তারের দৈর্ঘ্য কিছুটা বৃদ্ধি পাবে। তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l হলে,

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}} = \frac{l}{L}$$

$$\text{এবং দৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{F}{A}$$

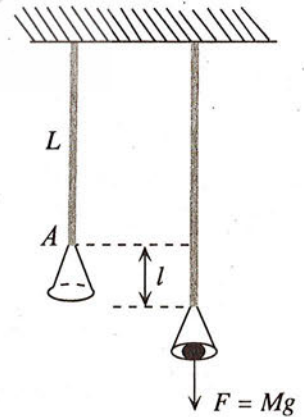
$$\text{সুতরাং } Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}} = \frac{FL}{Al} \dots \dots \dots (7.8)$$

যদি তারের নিচের প্রান্তে M ভর ঝুলানো হয় তাহলে, $F = Mg$, এখানে g অভিকর্ষজ ত্বরণ। আবার তারটির ব্যাসার্ধ যদি r হয় তাহলে $A = \pi r^2$ । সেক্ষেত্রে,

$$Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l} \dots \dots \dots (7.9)$$

যদি $A = 1$ একক এবং $l = L$ হয়, তবে (7.8) সমীকরণ অনুসারে $F = Y$ হয়।

সুতরাং একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো তারের দৈর্ঘ্য বরাবর যে বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য বিকৃতি একক হয় অর্থাৎ তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হয় তাই ইয়ং গুণাঙ্ক।



চিত্র : ৭.১১

Y-এর মাত্রা ও একক : যেহেতু বিকৃতির কোনো মাত্রা নেই, সুতরাং Y-এর মাত্রা পীড়নের মাত্রার অনুরূপ হবে অর্থাৎ $ML^{-1} T^{-2}$ এবং এসআই পদ্ধতিতে এর একক $N m^{-2}$ or Pa ।

তাৎপর্য : ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} N m^{-2}$ বলতে বোঝায় $1 m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ইস্পাতের দণ্ডের দৈর্ঘ্য বরাবর $3 \times 10^{11} N$ বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে।

২. আয়তন গুণাঙ্ক (Bulk modulus), B

সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে।

আয়তন গুণাঙ্কে B দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ

$$\text{আয়তন গুণাঙ্ক, } B = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$$

মান : যদি V আয়তনের কোনো বস্তুর উপর চার দিক থেকে লম্বভাবে F বল প্রয়োগ করা হয় (চিত্র ৭.৭) এবং তাতে যদি বস্তুর আয়তন v হ্রাস পায়, তাহলে আয়তন বিকৃতি $= v/V$ । যদি বস্তুটির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল A হয় তাহলে

$$\text{আয়তন পীড়ন} = F/A$$

$$\text{সুতরাং } B = \frac{F/A}{v/V} = \frac{FV}{Av} \quad \dots \quad (7.10)$$

$$\text{বা, } B = \frac{pV}{v} \quad \left[\because \frac{F}{A} = \text{চাপ, } p \right] \quad \dots \quad (7.11)$$

কঠিন, তরল বা গ্যাস সবারই আয়তন থাকায় আয়তন গুণাঙ্ক পদার্থের একটি সাধারণ বৈশিষ্ট্য।

মাত্রা ও একক : আয়তন গুণাঙ্কের মাত্রা ও একক ইয়ং-এর গুণাঙ্কের মাত্রা ও এককের অনুরূপ।

তাৎপর্য : পারদের আয়তন গুণাঙ্ক $2.8 \times 10^{10} N m^{-2}$ বলতে বোঝায় যে পারদের একক আয়তন বিকৃতি সৃষ্টি করতে এর প্রতি $1 m^2$ ক্ষেত্রফলের ওপর $2.8 \times 10^{10} N$ বল প্রয়োগ করতে হয়।

সংনম্যতা (Compressibility) : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আয়তন বিকৃতি ও আয়তন পীড়নের অনুপাতকে সংনম্যতা বলে।

$$\text{অর্থাৎ, সংনম্যতা} = \frac{\text{আয়তন বিকৃতি}}{\text{আয়তন পীড়ন}} = \frac{1}{\frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}} = \frac{1}{\text{আয়তন গুণাঙ্ক}} = \frac{1}{B}$$

অর্থাৎ সংনম্যতা হচ্ছে আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি। আয়তন গুণাঙ্কে তাই কখনো কখনো অসংনম্যতা (incompressibility) বলা হয়।

৩. দৃঢ়তার গুণাঙ্ক বা ব্যবর্তন গুণাঙ্ক বা মোচড় গুণাঙ্ক (Modulus of Rigidity), n

সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ব্যবর্তন বা আকার পীড়ন ও ব্যবর্তন বা আকার বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক বলে।

দৃঢ়তার গুণাঙ্কে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

মান : কোনো বস্তুর পৃষ্ঠে স্পর্শক বরাবর বল প্রয়োগ করার ফলে যদি ব্যবর্তন কোণ θ উৎপন্ন হয় এবং ঐ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল A হয় (চিত্র : ৭.৯) তাহলে

$$\text{দৃঢ়তার গুণাঙ্ক, } n = \frac{\text{ব্যবর্তন পীড়ন}}{\text{ব্যবর্তন বিকৃতি}} = \frac{F/A}{\theta}$$

$$\text{বা, } n = \frac{F}{A\theta} \quad \dots \quad (7.12)$$

এখন, $\theta = 1$ একক এবং $A = 1$ একক হলে, $F = n$ হয়

অর্থাৎ 1 রেডিয়ান ব্যবর্তন কোণ সৃষ্টি করতে বস্তুর পৃষ্ঠের প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর যতটা স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করতে হয় তাই ঐ বস্তুর দৃঢ়তার গুণাঙ্ক।

যেহেতু শুধু কঠিন পদার্থেরই নির্দিষ্ট আকার থাকে, সেজন্য দৃঢ়তার গুণাঙ্ক শুধু কঠিন পদার্থেরই বৈশিষ্ট্য।

মাত্রা ও একক : দৃঢ়তার গুণাঙ্কের মাত্রা ও একক ইয়ং-এর গুণাঙ্কের মাত্রা ও এককের অনুরূপ।

তাৎপর্য : অ্যালুমিনিয়ামের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক $2.6 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ বলতে আমরা বুঝি যে, একটি অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের আকৃতি পরিবর্তন করে 1 রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করতে ঐ ঘনকের পৃষ্ঠের প্রতি একক বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের ওপর $2.6 \times 10^{10} \text{ N}$ স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করতে হবে।

৭.১০। পয়সনের অনুপাত

Poisson's Ratio

যখন কোনো তারে দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হয় তখন তারের দৈর্ঘ্য কিছুটা বেড়ে যায় কিন্তু সঙ্গে সঙ্গে তারের ব্যাস কিছু কমে যায় বা তার সরু হয়ে যায় (চিত্র : ৭.১২)। প্রস্থের দিকে যে বিকৃতি হয় তাকে পার্শ্ব বিকৃতি বলে। কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটলে পার্শ্ব বিকৃতিও ঘটে। বৈজ্ঞানিক সাইমন পয়সন দেখান যে, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পার্শ্ব বিকৃতি দৈর্ঘ্য বিকৃতির সমানুপাতিক।

সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে। পয়সনের অনুপাতকে σ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

মান : বৃত্তাকার প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট কোনো তারের দৈর্ঘ্য L ও ব্যাস D হলে এবং বাহ্যিক বলের প্রভাবে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l হলে ও ব্যাস d পরিমাণ কমে গেলে,

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = l/L \text{ এবং পার্শ্ব বিকৃতি} = d/D$$

$$\therefore \text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = \frac{d/D}{l/L} = \frac{dL}{Dl} \dots \dots \dots (7.13)$$

ব্যাসের পরিবর্তে ব্যাসার্ধ দিয়েও পয়সনের অনুপাতকে প্রকাশ করা যেতে পারে।

ধরা যাক, তারের আদি দৈর্ঘ্য L এবং ব্যাসার্ধ r । বাহ্যিক বলের প্রভাবে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ΔL এবং ব্যাসার্ধের হ্রাস Δr হলে

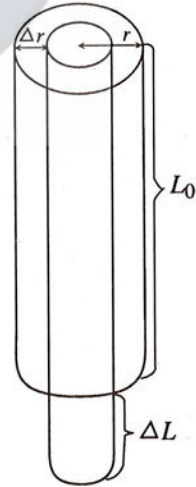
$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\text{পার্শ্ব বিকৃতি} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\therefore \sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L_0}} = -\frac{\Delta r L_0}{r \Delta L} \dots \dots \dots (7.14)$$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বোঝানো হচ্ছে যে, ΔL ধনাত্মক হলে Δr ঋণাত্মক হবে এবং ΔL ঋণাত্মক হলে Δr ধনাত্মক হবে। অর্থাৎ বল প্রয়োগে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে ব্যাসার্ধ হ্রাস পাবে আর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি পাবে।

মাত্রা ও একক : বিকৃতি একই জাতীয় দুটি রাশির অনুপাত বলে বিকৃতির মাত্রা ও একক নেই। পয়সনের অনুপাত দুটি বিকৃতির অনুপাত বলে পয়সনের অনুপাতের কোনো মাত্রা ও একক নেই।



চিত্র : ৭.১২

তাৎপর্য : অ্যালুমিনিয়ামের পয়সনের অনুপাত 0.35 বলতে বোঝায় অ্যালুমিনিয়ামের দৈর্ঘ্য বরাবর স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বল প্রয়োগ করলে পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত সব সময় 0.35 হয়।

তাত্ত্বিকভাবে দেখানো যায় যে, পয়সনের অনুপাতের মান -1 এর চেয়ে কম এবং $+\frac{1}{2}$ এর চেয়ে বেশি হতে পারে না, অর্থাৎ $-1 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$ । বাস্তবে পয়সনের অনুপাত কেবলমাত্র তখনই ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব যখন দৈর্ঘ্য প্রসারণের ফলে বস্তুর ব্যাস বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ পার্শ্বীয় প্রসারণ ঘটে। কিন্তু বাস্তবে তা অসম্ভব তাই ব্যবহারিক ক্ষেত্রে পয়সনের অনুপাতের মান ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব নয়। বেশির ভাগ ধাতব পদার্থের ক্ষেত্রে এ মান সাধারণত 0.3 হয়ে থাকে। ধাতব পদার্থের ক্ষেত্রে তাই পয়সনের অনুপাতের সীমা ধরা হয় $0 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$ ।

৭.১১। ইস্পাত রবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক

Steel is more Elastic than Rubber

এক টুকরো রবারের ফিতে টানলে সহজেই বেড়ে যায়, কিন্তু একটি ইস্পাতের তার টানলে তা সহজে বাড়ে না। একই প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন বস্তুর মধ্যে যে বস্তুতে যত বেশি প্রতিরোধ বলের সৃষ্টি হয় সেই বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা তত বেশি। প্রতিরোধ বল প্রযুক্ত বলের সমান বলে নির্দিষ্ট বিকৃতি সৃষ্টি করতে যে বস্তুতে যত বেশি বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে তত বেশি স্থিতিস্থাপক বলা হয়। এ হিসাবে দেখা যায় যে, একই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট রবার ও ইস্পাতের তারে সমান দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে রবারের তুলনায় ইস্পাতের তারে বল প্রয়োগ করতে হয় অনেক বেশি। এজন্য রবারের তুলনায় ইস্পাতের স্থিতিস্থাপকতা অনেক বেশি।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ও পয়সনের অনুপাতের তালিকা

	পদার্থ	ইয়ং গুণাঙ্ক 10^{10} N m^{-2}	আয়তন গুণাঙ্ক 10^{10} N m^{-2}	দৃঢ়তার গুণাঙ্ক 10^{10} N m^{-2}	পয়সনের অনুপাত
১.	ইস্পাত	20	17	8.4	0.33
২.	লোহা (পেটা)	20	17	8.0	0.28
৩.	নিকেল	20	16	7.9	0.31
৪.	তামা	13	14	4.8	0.34
৫.	লোহা (ঢালাই)	11.5	90	4.6	0.24
৬.	পিতল (60% তামা)	10	11	3.5	0.33
৭.	অ্যালুমিনিয়াম	7.0	7.7	2.6	0.35
৮.	কাচ	6.0	3.7	3.1	0.18—0.3
৯.	সীসা	1.6	4.6	0.56	0.44
১০.	পারদ		2.8		
১১.	গ্লিসারিন		0.40		
১২.	পানি		0.21		
১৩.	পেট্রোলিয়াম		0.14		
১৪.	ইথাইল অ্যালকোহল		0.11		

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

তারের সম্প্রসারণে কৃতকাজ বা স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তির রাশিমালা বের কর।

বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে কোনো বস্তুকে বিকৃত করলে কিছু কাজ করতে হয় এবং ঐ কাজ বস্তুতে বিভব শক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। আবার বাহ্যিক বল অপসারিত হলে বস্তু তার আগের আকার ফিরে পায় এবং ঐ শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

মোট কৃতকাজ বা বিভব বা স্থিতি শক্তি

ধরা যাক, L দৈর্ঘ্য ও A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারকে দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলানো হয়েছে। মনে করি, এই তারে F বল প্রয়োগ করার ফলে এর দৈর্ঘ্য dl পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। সুতরাং

তারে সঞ্চিত বিভব শক্তির পরিবর্তন বা কৃতকাজ হবে = বল \times দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি

$$\therefore \text{কৃতকাজ } dW = F dl$$

এই সমীকরণকে $l = 0$ থেকে $l = l$ এই সীমার মধ্যে সমাকলন করে সঞ্চিত মোট বিভব শক্তি বা কৃতকাজ পাই,

$$W = \int_0^l F dl \quad \dots \quad (7.15)$$

ইয়ং গুণাঙ্ক থেকে আমরা জানি যে,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

যেখানে L তারের মোট দৈর্ঘ্য, A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং l দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, F বল।

$$\therefore F = \frac{YAl}{L}$$

এখন (7.15) সমীকরণে F এর মান বসালে,

$$\begin{aligned} W &= \int_0^l \frac{YAl}{L} dl = \frac{YA}{L} \int_0^l l dl = \frac{YA}{L} \left[\frac{l^2}{2} \right]_0^l \\ W &= \frac{YA}{L} \frac{l^2}{2} \\ \therefore W &= \frac{1}{2} \frac{YAl^2}{L} \quad \dots \quad (7.16) \end{aligned}$$

এই কাজই তারের মধ্যে স্থিতিস্থাপক বিভব হিসেবে সঞ্চিত থাকে।

একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি

কিন্তু তারের মোট আয়তন, $V =$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল \times দৈর্ঘ্য $= AL$

$$\therefore \text{একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি বা কৃতকাজ } U = \frac{W}{V}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \frac{YAl^2}{L} / AL \\ &= \frac{1}{2} \frac{Yl}{L} = \frac{1}{2} \frac{Yl^2}{L^2} \quad \dots \quad (7.17) \end{aligned}$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} \text{ পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$$

$$\text{কারণ পীড়ন} = \frac{F}{A} = \frac{Yl}{L} \text{ এবং বিকৃতি} = \frac{l}{L}$$

৭.১২। ব্যবহারিক

Practical

ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয়

ভার্নিয়ার যন্ত্রের বর্ণনা : যে পদার্থের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে হবে সেই পদার্থের একই ব্যাসের দুটি তার AB ও CD -কে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলানো হলো (চিত্র : ৭.১৩)। AB পরীক্ষাধীন তার এবং CD সহায়ক তার। CD তারের সাথে মিলিমিটারে দাগাঙ্কিত একটি প্রধান স্কেল এবং AB তারের সাথে একটি ভার্নিয়ার স্কেল এমনভাবে আটকানো আছে যাতে ভার্নিয়ার স্কেলটি প্রধান স্কেলের গা বেয়ে বাধাহীনভাবে ওঠা-নামা করতে পারে। CD তারের স্কেলের নিচে একটি হুক লাগানো আছে। এ হকের সাথে একটি ওজন ঝুলিয়ে CD তারটি টান টান করে রাখা হয়। AB তারের হুকেও একটি স্থির ওজন (dead load) চাপিয়ে একে টান টান করে রাখা হয়।

পরীক্ষণের নাম	ভার্নিয়ার পদ্ধতিতে তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয়
পিরিয়ড : ২	

মূল তত্ত্ব : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুবসংখ্যা। এ ধ্রুবসংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y বলে।

$$\text{আমরা জানি, } Y = \frac{F/A}{l/L} = \frac{FL}{Al} \quad \dots \quad (1)$$

এখানে, F = প্রযুক্ত বল, L = তারের আদি দৈর্ঘ্য, A = তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং l = দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি।

যদি তারের মুক্তপ্রান্তে M ভর ঝুলানো হয় এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ g হয়, তাহলে প্রযুক্ত বল, $F = Mg$ । আবার তারটি যদি বৃত্তাকার প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট হয় এবং তারের ব্যাসার্ধ যদি r হয় তাহলে প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = \pi r^2$ ।

$$\text{সেক্ষেত্রে, } Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l} \quad \dots \quad (2)$$

(2) সমীকরণের ডান দিকের রাশিগুলোর মান বসিয়ে Y নির্ণয় করা হয়।

যন্ত্রপাতি

ভার্নিয়ারের পদ্ধতিতে ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয়ের যন্ত্র, স্ক্রু গেজ, মিটার স্কেল, প্রয়োজনীয় ভর।

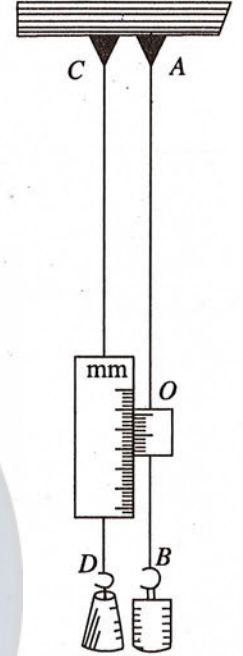
কাজের ধারা

১। একটি মিটার স্কেলের সাহায্যে পরীক্ষাধীন তারের ঝুলন বিন্দু থেকে ভার্নিয়ার স্কেলের শূন্য দাগ পর্যন্ত দৈর্ঘ্য L পরিমাপ করা হয়।

২। প্রথমে ভার্নিয়ার ধ্রুবক নির্ণয় করে প্রধান স্কেল পাঠ ও ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ দেখে নেওয়া হয়। এটি হচ্ছে আদি পাঠ।

৩। AB তারের হুকে $\frac{1}{2}$ kg ভর ঝুলানো হয়। ফলে AB তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হওয়ায় ভার্নিয়ার স্কেলটি নিচে নেমে যায়। এ অবস্থায় প্রধান স্কেল পাঠ ও ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ দেখে নেওয়া হয়। এ পাঠ ও আদি পাঠের পার্থক্যই $\frac{1}{2}$ kg ভরের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি।

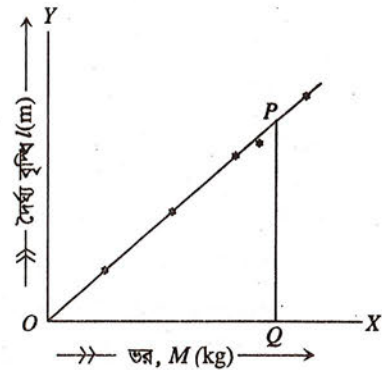
৪। এভাবে ক্রমান্বয়ে $\frac{1}{2}$ kg করে ভর বৃদ্ধি করে প্রতি ক্ষেত্রে প্রধান স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ নেওয়া হয়। প্রতিবারই পাণ্ড পাঠ থেকে আদি পাঠ বিয়োগ করে প্রদত্ত মোট ভরের জন্য দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি নির্ণয় করা হলো।



চিত্র : ৭.১৩

৫। এরপর একটি একটি করে $\frac{1}{2}$ kg ভর নামিয়ে প্রত্যেকবার পাঠ নেওয়া হয়। এতে করে দৈর্ঘ্য হ্রাস পাবে। ফলে প্রত্যেক ভরের জন্য দুটি করে পাঠ পাওয়া যাবে। একটি ভর বৃদ্ধির সময় এবং অন্যটি ভর হ্রাসের সময়। এ দুই পাঠের গড় থেকে সংশ্লিষ্ট ভরের জন্য দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ পাওয়া যাবে।

৬। এবার X -অক্ষ বরাবর ভর M এবং Y -অক্ষ বরাবর দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি l নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী সরল রেখা পাওয়া যাবে। (চিত্র : ৭.১৪) এ লেখের উপর যেকোনো একটি বিন্দু P নেওয়া হয়। P থেকে OX রেখার উপর PQ লম্ব টানলে $OQ = M$ ভরের জন্য $PQ = l$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়া যায়।



চিত্র : ৭.১৪

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন

১. জু গেজের লম্বিত গণন, $L.C. = \dots\dots\dots m$
২. তারের আদি দৈর্ঘ্য, $L = \dots\dots\dots m$
৩. অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \dots\dots\dots m\ s^{-2}$
৪. আদি পাঠ, $R_o =$ প্রধান স্কেল পাঠ + ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ = $\dots\dots\dots m$

তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের ছক

[illegible]

তারের দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি নির্ণয়ের ছক

[illegible]

হিসাব :

$$Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l} = \dots\dots\dots N\ m^{-2}$$

ফলাফল :

$$Y = \dots\dots\dots N\ m^{-2}$$

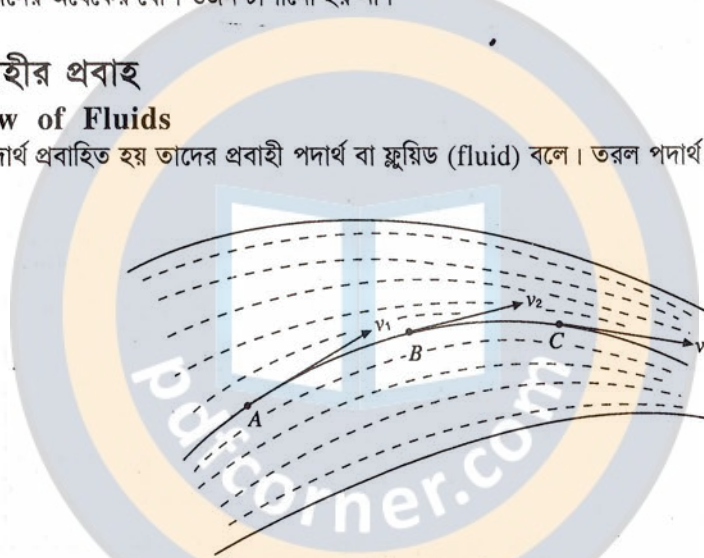
সতর্কতা :

- ১। তার দুটি একই পদার্থের এবং একই দৈর্ঘ্যের হওয়া প্রয়োজন।
- ২। প্রথমে কিছু ভর চাপিয়ে তার দুটিকে টান টান করে নিতে হয়।
- ৩। পরীক্ষণীয় তারের ব্যাস নির্ণয়ের সময় একই সাথে সোজা এবং আড়াআড়ি এই দুভাবে পাঠ নেওয়া হয়।
- ৪। পিছট ক্রটি পরিহার করে জু গেজকে একই দিকে ঘুরিয়ে পাঠ নেওয়া হয়।
- ৫। অসহ ওজনের অর্ধেকের বেশি ওজন চাপানো হয় না।

৭.১৩। প্রবাহীর প্রবাহ

Flow of Fluids

যে সকল পদার্থ প্রবাহিত হয় তাদের প্রবাহী পদার্থ বা ফ্লুইড (fluid) বলে। তরল পদার্থ ও গ্যাসকে একত্রে বলা হয় প্রবাহী।



চিত্র ৭.১৫ ক : ধারারেখ বা শান্ত প্রবাহ।

স্রোতরেখা বা ধারারেখ প্রবাহ (Streamline flow)

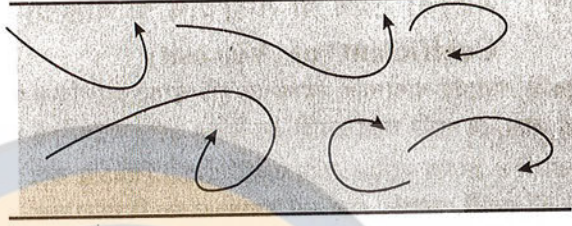
মনে করা যাক, ABC পথ বরাবর কোনো তরল পদার্থ প্রবাহিত হচ্ছে (চিত্র : ৭.১৫ক)। ধরা যাক যে, তরল পদার্থের কোনো কণা \vec{v}_1 , \vec{v}_2 এবং \vec{v}_3 বেগ নিয়ে যথাক্রমে A, B ও C বিন্দু অতিক্রম করছে। প্রবাহটি যদি ধারারেখ হয় তাহলে কোনো নতুন কণা A বিন্দুতে পৌঁছালে এর বেগ \vec{v}_1 এর সমান হবে। এ বেগের অভিমুখ হবে A বিন্দুতে অঙ্কিত ABC পথের স্পর্শকের অভিমুখে। কোনো কণা B তে পৌঁছালে এর বেগ হবে \vec{v}_2 । এই বেগ \vec{v}_1 এর সমান হতে পারে আবার নাও হতে পারে। একইভাবে C বিন্দু অতিক্রমকারী সকল কণার বেগ হবে \vec{v}_3 । সুতরাং বলা যায় যে, প্রবাহিত হওয়ার সময় তরল পদার্থের সকল কণা যদি একই বেগ নিয়ে এর অগ্রবর্তী কণার পথ অনুসরণ করে তাহলে সে প্রবাহকে ধারারেখ প্রবাহ বা স্রোতরেখা প্রবাহ বা শান্ত প্রবাহ বলে। ধারারেখ প্রবাহের বেলায় কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু অতিক্রমকারী সকল কণার ঐ বিন্দুতে বেগ একই বা সমান থাকে। কিন্তু কণাগুলোর বেগ এদের পথের বিভিন্ন বিন্দুতে পৃথক হতে পারে আবার নাও হতে পারে। ধারারেখ হলে গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক ঐ বিন্দুতে তরলের প্রবাহের অভিমুখ বা দিক নির্দেশ করে। ধারারেখা সরল বা বক্র হতে পারে।

একগুচ্ছ ধারা রেখকে একত্রে প্রবাহ নল বা প্রবাহ বলে।

বিক্ষিপ্ত প্রবাহ (Turbulent flow)

এটা দেখা গেছে যে, কোনো তরল পদার্থ ধারারেখ প্রবাহে প্রবাহিত হয় যদি এর বেগ ক্রান্তি বেগ নামক একটি সীমাস্তিক বেগের চেয়ে কম হয়। কোনো তরল পদার্থের বেগ যদি এর ক্রান্তি বেগের চেয়ে বেশি হয় তাহলে তরল পদার্থের কণার পথ ও বেগ প্রতিনিয়ত এলোমেলোভাবে পরিবর্তিত হয় ফলে কণাগুলো আঁকাবাঁকা পথে প্রবাহিত হয়। এতে প্রবাহী এর সকল নিয়মানুবর্তিতা হারিয়ে ফেলে। এ ধরনের প্রবাহকে বিক্ষিপ্ত বা অনিয়ত বা অশান্ত প্রবাহ বলে (চিত্র: ৭.১৫খ)। এ ধরনের গতিতে যেকোনো বিন্দুতে তরল পদার্থের কণার বেগের মান ও দিক উভয়ই সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়।

অধ্যাপক অসবর্ন রেনল্ডস (Prof. Osborne Reynolds) সর্বপ্রথম প্রমাণ করেন যে, কোনো তরলের ক্রান্তিবেগ নির্ভর করে তরলের সান্দ্রতাক্ষ (η), তরলের ঘনত্ব (ρ) এবং যে নল দিয়ে তরল প্রবাহিত হচ্ছে তার ব্যাসার্ধের (r) উপর। তিনি হিসাব করে দেখান যে,



চিত্র ৭.১৫খ : বিক্ষিপ্ত বা অশান্ত প্রবাহ

$$\text{ক্রান্তিবেগ, } v_c \propto \frac{\eta}{\rho r}$$

$$\text{বা, } v_c = R_e \frac{\eta}{\rho r} \quad \dots \quad (7.18)$$

এখানে, R_e = রেনল্ডস-এর সংখ্যা = একটি ধ্রুবক। এই ধ্রুবকের মানের উপর নির্ভর করে তরলের প্রবাহ ধারারেখ প্রবাহ হবে না বিক্ষিপ্ত প্রবাহ হবে। $R_e < 2000$ হলে অর্থাৎ রেনল্ডস-এর সংখ্যা 2000-এর কম হলে তরল প্রবাহ ধারারেখ প্রবাহ হবে। আর R_e এর মান 2000 থেকে 3000 এর মধ্যে হলে বুঝতে হবে তরল প্রবাহ ধারারেখ থেকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহে রূপান্তরিত হচ্ছে। R_e এর মান 3000 এর উপরে হলে প্রবাহ পুরোপুরি বিক্ষিপ্ত প্রবাহে পরিণত হবে।

৭.১৪। সান্দ্রতা

Viscosity

আমরা জানি, যে সকল পদার্থ প্রবাহিত হয় তাদের প্রবাহী পদার্থ বলে। কোনো প্রবাহী প্রবাহিত হওয়ার ক্ষেত্রে কেমন বাধাগ্রস্ত বা রোধী (resistive) তার পরিমাপই হলো ঐ পদার্থের সান্দ্রতা। প্রবাহিত হওয়ার ক্ষেত্রে মধু পানির চেয়ে বেশি রোধী তাই মধু পানির তুলনায় অধিক সান্দ্র। প্রবাহীর সান্দ্রতা দুটি কঠিন পদার্থের মধ্যবর্তী ঘর্ষণের সদৃশ। প্রবাহীর নির্দিষ্ট কোনো আকার নেই। কারণ তাদের আন্তঃআণবিক বল খুবই নগণ্য। কোনো অনুভূমিক তলের উপর দিয়ে প্রবাহিত কোনো প্রবাহীকে কতগুলো স্তরে স্তরে বিভক্ত বলে কল্পনা করলে তল সংলগ্ন স্তরটি তলের সাপেক্ষে স্থির থাকে বাকি স্তরগুলো থাকে গতিশীল। তল থেকে যে স্তরের দূরত্ব যত বেশি সে স্তরের আপেক্ষিক বেগ তত বেশি।

প্রবাহের সময় প্রবাহীর একটি স্তর এর সন্নিহিত স্তরের সাথে ঘর্ষণের সৃষ্টি করে এবং ঐ স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয়। তাতে বিভিন্ন স্তর বিভিন্ন বেগে প্রবাহিত হয়। প্রবাহীর এ বিভিন্ন স্তরের ঘর্ষণকেই সান্দ্রতা বলা হয়।

সংজ্ঞা : যে ধর্মের দরুন কোনো প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

৭.১৫। ঘর্ষণ ও সান্দ্রতা

Friction and Viscosity

ঘর্ষণ যেমন দুটি কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয়, সান্দ্রতা তেমনি প্রবাহীর দুটি স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধা দেয় এবং গতি ব্যাহত করতে চেষ্টা করে। সান্দ্রতাকে তাই অন্তস্থ ঘর্ষণও বলা হয়। স্থির প্রবাহীর বেলায় সান্দ্রতা বল

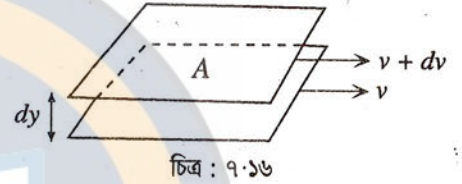
ক্রিয়া করে না, প্রবাহী গতিশীল হলেই সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে। ঘর্ষণ বল ও সান্দ্রতা বলের মধ্যে পার্থক্য হলো ঘর্ষণ বলের মান স্পর্শতলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না, সান্দ্রতা বলের মান প্রবাহীর স্তরদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে। এ ছাড়াও, সান্দ্রতা বল প্রবাহীর স্তরদ্বয়ের বেগ ও স্থির তল থেকে এর দূরত্বের উপর নির্ভর করে। বিভিন্ন তরলের সান্দ্রতা বিভিন্ন রকম। তেল, দুধ ও আলকাতরার মধ্যে আলকাতরার সান্দ্রতা সবচেয়ে বেশি; আমরা পূর্বেই বলেছি পানির তুলনায় মধুর সান্দ্রতা বেশি।

৭.১৬। সান্দ্রতা সহগ বা সান্দ্রতাক্ষ বা সান্দ্রতা গুণাক্ষ

Coefficient of Viscosity

প্রবাহী পদার্থের পাশাপাশি সমান্তরাল দুটি স্তরের আপেক্ষিক গতির দরুন সৃষ্ট ঘর্ষণ বলের জন্য সান্দ্র প্রভাব দেখা দেয়। আমরা জানি, যে ধর্মের ফলে প্রবাহী এর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

স্তরায়িত প্রবাহে রয়েছে এমন একটি প্রবাহী বিবেচনা করা যাক। এই প্রবাহী পদার্থের এমন দুটি সমান্তরাল স্তর বিবেচনা করা যাক, যাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল A এবং এরা পরস্পর থেকে dy দূরত্বে রয়েছে (চিত্র : ৭.১৬)। এই স্তর দুটির বেগ যথাক্রমে v এবং $v + dv$ । তাহলে দূরত্বের সাপেক্ষে বেগের অন্তরক হলো $\frac{dv}{dy}$ । একে বেগের নতি (velocity gradient) বলে।



প্রবাহী স্তর দুটির মধ্যে বেগের পার্থক্য থাকায় প্রবাহীর সান্দ্রতার জন্য তাদের মধ্যে প্রবাহের বিপরীত দিকে একটি বল ক্রিয়া করে। এ বলের মান সম্পর্কে নিউটন একটি সূত্র দিয়েছেন। এটি সান্দ্রতা সংক্রান্ত নিউটনের সূত্র নামে পরিচিত।

নিউটনের সূত্র : প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ থাকলে প্রবাহের বিপরীত দিকে যে স্পর্শকীয় সান্দ্র বল ক্রিয়া করে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় তার মান (F) প্রবাহীর স্তরদ্বয়ের ক্ষেত্রফল (A) এবং তাদের মধ্যকার বেগের নতি ($\frac{dv}{dy}$) -এর সমানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ } F \propto A \frac{dv}{dy}$$

$$\text{বা, } F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

(7.19)

এখানে η হলো একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এর মান প্রবাহীর প্রকৃতি এবং তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। একে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাক্ষ বা সান্দ্রতা সহগ বলা হয়।

$$(7.19) \text{ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, } A = 1 \text{ একক এবং } \frac{dv}{dy} = 1 \text{ একক হলে}$$

$$F = \eta \times 1 \times 1$$

অর্থাৎ $\eta = F$ হয়। এ থেকে বলা যায় যে,

সংজ্ঞা : নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক রাখতে (অর্থাৎ একক দূরত্বে অবস্থিত দুটি স্তরের মধ্যে একক আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে) প্রবাহী স্তরের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শকীয় বলের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ তাপমাত্রায় ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাক্ষ বা সান্দ্রতা সহগ বলে।

সান্দ্রতা সহগ প্রবাহীর সান্দ্রতার পরিমাপ বিশেষ। কোনো প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ বলতে প্রবাহীটি যে সান্দ্র প্রভাব প্রদর্শন করে তার পরিমাপকে বোঝায়। সান্দ্রতা সহগ যত বেশি প্রবাহীটি তত সান্দ্র। কক্ষ তাপমাত্রায় গ্লিসারিনের সান্দ্রতা সহগ পানির চেয়ে 10^3 গুণ বেশি। নিউটনের সূত্র তথা (7.19) সমীকরণ সকল গ্যাসের জন্য এবং অনেক তরলের জন্য খাটে। যে সব তরলের জন্য এই সূত্র খাটে তাদের বলা হয় নিউটনীয় তরল। পানি একটি নিউটনীয় তরল। অ-নিউটনীয় তরলের

জন্য η এর কোনো ধ্রুব মান নেই। প্রকৃতপক্ষে, এসব তরলের সান্দ্রতা সহগ নেই। এরকম একটি তরল হলো তেল রং (oil paint)।

η এর মাত্রা ও একক

(7.19) সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

$$\eta = \frac{F}{A \frac{dv}{dy}}$$

$$\text{বা, } \eta = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল} \times \frac{\text{বেগ}}{\text{দূরত্ব}}}$$

সুতরাং η এর মাত্রা হবে উপরিউক্ত সমীকরণের ডানপাশের রাশিগুলোর মাত্রা অর্থাৎ

$$[\eta] = \frac{MLT^{-2}}{L^2 \frac{LT^{-1}}{L}} = ML^{-1}T^{-1}$$

(7.19) সমীকরণ থেকে পুনরায় পাওয়া যায়,

$$\eta = \frac{F}{A \frac{dv}{dy}}$$

এই সমীকরণের ডানপাশের রাশিগুলোর একক বসালে η এর এস আই একক পাওয়া যায়। এ একক হলো

$$\frac{N}{m^2 \frac{m \cdot s^{-1}}{m}}$$

অর্থাৎ $N \cdot s \cdot m^{-2}$ বা, Pa s

বিজ্ঞানী পয়সুলীর নামানুসারে সান্দ্রতাক্ষের আর একটি একক হচ্ছে পয়েস (poise) $1 N \cdot s \cdot m^{-2} = 10 \text{ poise}$ ।

তাৎপর্য : পানির সান্দ্রতা সহগ $10^{-3} N \cdot s \cdot m^{-2}$ বলতে বোঝায় $1 m^2$ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট পানির দুটি স্তর পরস্পর থেকে $1 m$ দূরত্বে অবস্থিত হলে এদের ভেতর $1 m \cdot s^{-1}$ আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে $10^{-3} N$ বলের প্রয়োজন হয়।

তাপমাত্রা, চাপ ও সান্দ্রতা

তরল ও বায়বীয় পদার্থের সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রা ও চাপ উভয়ের প্রভাবে ভিন্নতা রয়েছে। তাই আমরা তরল ও গ্যাসের জন্য তাপমাত্রার প্রভাব বা চাপের প্রভাব পৃথক পৃথকভাবে আলোচনা করব।

সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব

(ক) তরলের সান্দ্রতা : বিভিন্ন পরীক্ষা থেকে তরলের সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব পাওয়া যায়। দেখা গেছে যে, $10^\circ C$ তাপমাত্রায় পানির সান্দ্রতা সহগের যে মান পাওয়া যায়, $80^\circ C$ তাপমাত্রায় সে মান হয় এক-তৃতীয়াংশ। কিন্তু তরলের সান্দ্রতা সহগের সাথে তাপমাত্রার সম্পর্কে কোনো সঠিক সূত্র পাওয়া যায়নি। বিভিন্ন বিজ্ঞানী বিভিন্ন সূত্র দিয়েছেন।

তাপমাত্রার সাথে সান্দ্রতা সহগের সম্পর্কসূচক একটি সমীকরণ হলো :

$$\log \eta = A + \frac{B}{T} \quad \dots \quad (7.20)$$

এখানে η হলো তরলের সান্দ্রতা সহগ, T তরলের কেলভিন তাপমাত্রা এবং A ও B ধ্রুবক।

(খ) গ্যাসের সান্দ্রতা : তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। গ্যাসের সান্দ্রতা সহগ তার কেলভিন তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।

$$\therefore \eta \propto \sqrt{T} \quad \dots \quad (7.21)$$

তাপমাত্রা বৃদ্ধি : তরল ও গ্যাসের সান্দ্রতা হ্রাস বৃদ্ধির বৈপরীত্য

আমরা জানি যে, তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে তরলের সান্দ্রতা হ্রাস পায়। 10°C তাপমাত্রায় পানির যে সান্দ্রতা 80°C তাপমাত্রায় তা কমে এক-তৃতীয়াংশ হয়ে যায়; কিন্তু অপরদিকে তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। কেন এই বৈপরীত্য?

আমরা জানি যে, তরল ও গ্যাস উভয়ই অণু দিয়ে গড়া। আণবিক তত্ত্ব থেকে আমরা তাই তরল ও গ্যাসের সান্দ্রতা বৃদ্ধি ও হ্রাসের বৈপরীত্য ব্যাখ্যা করতে পারি।

তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের অণুগুলো তাপ থেকে শক্তি গ্রহণ করে বেশি শক্তি পায় এবং এদের গতি বেড়ে যায়। এতে অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ বৃদ্ধি পায় ফলে এদের মধ্যে ঘর্ষণ কম হয়। গড় মুক্ত পথ বৃদ্ধির ফলে তরলের স্তরের আপেক্ষিক বাধা কমে যায়। ফলে তরলের সান্দ্রতা হ্রাস পায়।

অপরদিকে গ্যাসের অণুগুলো থাকে তরলের তুলনায় অনেক আলগাভাবে বাঁধা। এরা সব সময় এলোমেলো গতিতে থাকে। তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে এদের ইতস্তত গতি অত্যন্ত বেড়ে যায়। ধীর গতির স্তরের কিছু অণু দ্রুত গতির স্তরে যায়। ফলে দ্রুতগতি স্তরের অণুগুলোর গড় দ্রুতি হ্রাস পায়। আবার এই ইতস্তত গতির ফলে দ্রুত গতি স্তরের কিছু অণু ধীর গতির স্তরে চলে যায়। এতে ধীর গতি স্তরের অণুগুলোর গড় দ্রুতি বৃদ্ধি পায়। এর ফলে দুই স্তরের মধ্যকার আপেক্ষিক গতি হ্রাস পায় তথা সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়।

সান্দ্রতার উপর চাপের প্রভাব

(ক) তরলের সান্দ্রতা : চাপ বৃদ্ধির সাথে তরলের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। খনিজ তেলের ক্ষেত্রে সান্দ্রতার উপর চাপের প্রভাব খুবই লক্ষ্যণীয়।

(খ) গ্যাসের সান্দ্রতা : বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল গ্যাসের গতিতত্ত্বের উপর ভিত্তি করে বলেন যে, গ্যাসের সান্দ্রতার উপর চাপের কোনো প্রভাব নেই এবং একথা চাপের বিস্তৃত পাল্লার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। তবে নিম্নচাপের ক্ষেত্রে এর কিছুটা ব্যতিক্রম লক্ষ্য করা যায়।

৭.১৭। স্টোকসের সূত্র Stokes' Law

কোনো সান্দ্র মাধ্যম (তরল বা গ্যাস) দিয়ে যদি কোনো বস্তু গতিশীল হয় তাহলে এটি এর স্পর্শে থাকা প্রবাহী পদার্থের স্তরগুলোকে টেনে নিয়ে যেতে থাকে। এতে প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক গতির সৃষ্টি হয়। ফলে গতিশীল বস্তুটির উপর একটি সান্দ্র বল কাজ করে। এ বল বস্তুর গতিকে মন্থন করতে চায়।

স্টোকস প্রমাণ করেন যে, r ব্যাসার্ধের কোনো গোলক η সান্দ্রতার তরলের ভেতর দিয়ে চলার সময় v বেগ প্রাপ্ত হলে তরলের সান্দ্রতার জন্য গোলকের গতিকে বাধাদানকারী বল F হবে,

$$F = 6 \pi r \eta v \quad \dots \quad (7.22)$$

অর্থাৎ এ বল প্রবাহীর সান্দ্রতাক্ষের সমানুপাতিক, গোলকের বেগের সমানুপাতিক এবং গোলকের ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক।

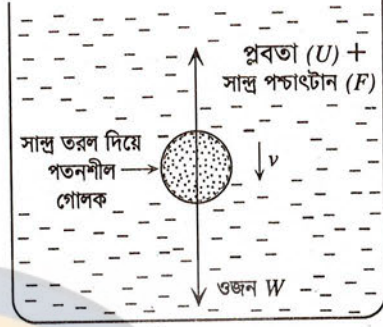
এ বল গোলকটি যে দিকে গতিশীল তার বিপরীত দিকে ক্রিয়া করবে। একে স্টোকসের সূত্র বলে।

কোনো বস্তু যদি অভিকর্ষের প্রভাবে কোনো তরলের মধ্য দিয়ে পতিত হয়, তাহলেও স্টোকসের সূত্র (7.22) প্রযোজ্য হয়। তখন η হয় তরলের সান্দ্রতাক্ষ।

উল্লেখযোগ্য যে স্টোকসের সূত্র শুধু অসীম বিস্তৃতির (infinite extent) প্রবাহীর বেলায় খাটে। যদি গোলকটি অত্যন্ত দ্রুত চলতে থাকে এবং এর ফলে প্রবাহীর প্রবাহ স্রোতরেখা গতি না হয় তাহলে এ সূত্র ভালো খাটবে না।

৭.১৮। অন্ত্যবেগ বা প্রান্তিক বেগ Terminal Velocity

স্টোকসের সূত্র থেকে এটা স্পষ্ট যে, কোনো বস্তুর উপর বাধাদানকারী বল এর বেগের সমানুপাতিক। যদি $v = 0$ হয়, $F = 0$ এবং v বাড়লে F বাড়ে। এ থেকে বলা যায় যে, কোনো সান্দ্র প্রবাহী দিয়ে যদি কোনো গোলক অভিকর্ষের প্রভাবে পতিত হয় তাহলে আদিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে কিন্তু যুগপৎভাবে এর উপর বাধাদানকারী বল F বৃদ্ধি পায় ফলে বস্তুর নিট ত্বরণ কমেতে থাকে। এক সময় বস্তুর নিট ত্বরণ শূন্য হয়। বস্তুটি তখন ধ্রুব বেগ নিয়ে পতিত হতে থাকে। এই বেগকে বলা হয় অন্ত্যবেগ বা প্রান্তিক বেগ। যেমন বায়ুর ভিতর দিয়ে শিলার পতন, নদীর বা সমুদ্রের পানিতে ভারী কঠিন বস্তুর পতনে একই ঘটনা ঘটে। এগুলোর পড়ার সময় এক সময় নিট ত্বরণ শূন্য হয় এবং সমবেগে পড়তে থাকে।



চিত্র : ৭.১৭

অন্ত্য বেগ v এর জন্য আমরা একটি রাশিমালা প্রতিপাদন করতে চাই।

মনে করা যাক, কোনো সান্দ্র তরলের ভেতর একটি গোলক পতিত হচ্ছে (চিত্র : ৭.১৭)। গোলকের উপর ক্রিয়াশীল বল হলো

- (ক) নিম্নমুখী বল তথা গোলকের ওজন W
- (খ) ঊর্ধ্বমুখী বল তথা প্রবতা U এবং
- (গ) ঊর্ধ্বমুখী বাধাদানকারী বল তথা সান্দ্র পশ্চাৎটান F ।

আদিতে নিম্নমুখী বল W ঊর্ধ্বমুখী বল $U + F$ এর চেয়ে বড়। ফলে গোলকটির নিম্নমুখী ত্বরণ থাকে। গোলকটির বেগ বৃদ্ধির সাথে সান্দ্র পশ্চাৎটানও বৃদ্ধি পায়, ফলে $U + F$ এক সময় W এর সমান হয়। তখন গোলকটি নিচের দিকে চলতে থাকে এবং এর উপর নিট বল কাজ করে না এবং এর বেগ একটি ধ্রুব সর্বোচ্চ মান লাভ করে, একে বলা হয় অন্ত্য বেগ v ।

এখন

গোলকের ভর m , ব্যাসার্ধ r , আয়তন V এবং উপাদানের ঘনত্ব ρ_s হলে, এর ওজন

$$W = mg = V\rho_s g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s g$$

তরলের ঘনত্ব ρ_f হলে, প্রবতা

$$U = \text{অপসারিত তরলের ওজন}$$

$$= V\rho_f g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_f g$$

প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ η হলে, স্টোকসের সূত্রানুসারে সান্দ্র পশ্চাৎটান

$$F = 6 \pi r \eta v$$

গোলকটি অন্ত্যবেগে প্রাপ্ত হলে

$$F + U = W$$

$$\text{বা, } 6 \pi r \eta v + \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_f g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s g$$

$$\text{বা, } 6 \pi r \eta v = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_s - \rho_f)$$

$$\text{বা, } v = \frac{2r^2 (\rho_s - \rho_f) g}{9 \eta} \quad \dots \quad (7.23)$$

অনেক সময় আমরা দেখতে পাই পানির মধ্যে বায়ুর বুদবুদ উপরে ওঠে। এক্ষেত্রে অন্ত্য বেগের সমীকরণ হলো

$$v = \frac{2r^2 (\rho_f - \rho_s) g}{9 \eta}$$

যেখানে ρ_f = পানির ঘনত্ব একং ρ_s = বায়ুর বুদবুদের ঘনত্ব

যেহেতু বায়ু বুদবুদের ঘনত্ব ρ_s পানির ঘনত্বের তুলনায় অনেক কম ($\rho_s < \rho_f$), তাই ρ_s কে উপেক্ষা করে উপরিউক্ত সমীকরণকে বায়ু বুদবুদের জন্য লেখা যায়,

$$v = \frac{2r^2\rho_f g}{9\eta} \quad \dots \quad (7.24)$$

সম্প্রসারিত কাণ্ড : তরলের চেয়ে হালকা গোলকের জন্য প্রান্তিক বেগের রাশিমালা নির্ণয় কর।

যদি গোলকটির ঘনত্ব ρ_s তরলের ঘনত্ব ρ_f এর চেয়ে কম হয় অর্থাৎ গোলকটি হালকা হয়, তাহলে সেটি প্রবতা U এর জন্য নিট উর্ধ্বমুখী বল লাভ করবে এবং উপরে ভেসে উঠবে। এক্ষেত্রে সান্দ্র পশ্চাৎটান F নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। ফলে গোলকটি প্রান্তিক বেগ v প্রাপ্ত হলে,

$$F + W = U$$

$$\text{বা, } 6\pi\eta v + \frac{4}{3}\pi r^3\rho_s g = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_f g$$

$$\text{বা, } 6\pi\eta v = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_f - \rho_s)g$$

$$\therefore v = \frac{2r^2(\rho_f - \rho_s)g}{9\eta}$$

৭.১৯। সান্দ্রতা সংক্রান্ত ঘটনাবলি

Few Phenomena regarding Viscosity

১। শীতল পানির চেয়ে গরম পানির গতি দ্রুততর হয়। এর কারণ তরলের প্রবাহগতি নির্ভর করে এর সান্দ্রতা ধর্মের উপর। যে তরলের সান্দ্রতা যত কম তার দ্রুতি তত বেশি। পানিকে উত্তপ্ত করা হলে এর সান্দ্রতা সহগ হ্রাস পায়, ফলে এর গতি দ্রুততর হয়।

২। অবাধভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা, কিন্তু তা হয় না। এর কারণ হলো বৃষ্টির ফোঁটা যখন বায়ুমণ্ডলের ভেতর দিয়ে পড়তে থাকে অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর উপর বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক সময় ফোঁটাটির নিট ত্বরণ শূন্য হয়। ফোঁটাটি তখন ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। এ বেগকে অন্ত্য বেগ বা প্রান্তিক বেগ বলে।

সুতরাং অন্ত্য বেগ প্রাপ্তির কারণে অবাধভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয় না।

৭.২০। পৃষ্ঠটান

Surface Tension

পৃষ্ঠটান তরল পদার্থের একটি ধর্ম।

করে দেখো : একটি পাত্রে পানি নাও। পানি স্থির হলে একটি টিস্যু পেপারের উপর একটি সুই বা ব্লেন্ড রেখে পানির পৃষ্ঠে সাবধানে রাখো।

টিস্যু পেপার ভিজে পানিতে ডুবে যাবে। কিন্তু সুই বা ব্লেন্ড ভেসে থাকবে। পানির পৃষ্ঠে কোনো ব্লেন্ড বা সুইকে খুব সাবধানে রাখলে দেখা যায় ব্লেন্ড বা সুইটি পানিতে ভাসছে এবং যেখানে ব্লেন্ড বা সুইটি পানির তল স্পর্শ করেছে সেখানে পানি পৃষ্ঠ সামান্য অবনমিত হয়। ব্লেন্ড বা সুইয়ের পদার্থের ঘনত্ব পানির ঘনত্বের চেয়ে অনেক গুণ বেশি হওয়া সত্ত্বেও এরা পানিতে ভাসে। অনেক সময় পোকামাকড়কে পানির উপর দিয়ে হেঁটে যেতে দেখা যায়। মনে হয়, পানির উপর যেন একটি পাতলা পর্দা রয়েছে এবং এই পর্দার উপর দিয়ে পোকামাকড় চলাফেরা করছে। ভালো করে লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে, যেখানে পোকামাকড়ের পা পড়ছে সেখানে পানির পৃষ্ঠ একটু দেবে যাচ্ছে। কোনো কঠিন পৃষ্ঠের উপর তরল পদার্থ পড়লে দেখা যায় যে, তরলটি পৃষ্ঠের সর্বত্র ছড়িয়ে না পড়ে ফোঁটার আকার ধারণ করতে চায়। স্বল্প আয়তনের তরল পদার্থ সর্বদাই গোলকের আকৃতি গ্রহণ করে। এজন্যই বৃষ্টির ফোঁটা, শিশির বিন্দু, পারদ বিন্দু ইত্যাদির আকৃতি গোলাকার, কেননা নির্দিষ্ট আয়তনের

তরলের মুক্ত তলের ক্ষেত্রফল গোলক আকৃতিতে সর্বনিম্ন হয়। সুতরাং দেখা যায়, তরলবিদ্যু আপনা থেকেই এমন জ্যামিতিক আকার গ্রহণ করে যেখানে ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম হয়। এসব ঘটনা থেকে এটা বোঝা যায় যে, তরলের পৃষ্ঠ বা মুক্ততল টানা স্থিতিস্থাপক পর্দার মতো আচরণ করে এবং ক্ষেত্রফল সঙ্কুচিত হতে চায়।

পৃষ্ঠটান তরলের এমন একটি ধর্ম যার দরুন নিশ্চল তরলের মুক্তপৃষ্ঠ টান টান স্থিতিস্থাপক পর্দার মতো আচরণ করে তরলের পৃষ্ঠতলের ন্যূনতম ক্ষেত্রফল বজায় রাখতে চায়।

তরলের মুক্ত পৃষ্ঠ বরাবর সর্বদাই একটি টান আছে, তরল পৃষ্ঠের এই টান থেকেই পৃষ্ঠটানের সংজ্ঞা দেওয়া হয়।

সংজ্ঞা : কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

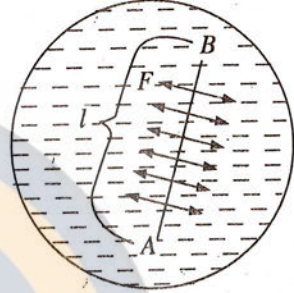
ব্যাখ্যা : কোনো তরলের পৃষ্ঠের উপর l দৈর্ঘ্যের AB রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পাশে F বল ক্রিয়া করলে (চিত্র : ৭.১৮), পৃষ্ঠটান T হবে,

$$T = \frac{F}{l} \quad \dots \quad (7.25)$$

মাত্রা ও একক : পৃষ্ঠটানের মাত্রা হচ্ছে $\frac{\text{বল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$ এর মাত্রা অর্থাৎ MT^{-2}

এবং একক হচ্ছে $\frac{N}{m}$ বা, $N m^{-1}$ ।

তাপমাত্রা : পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} N m^{-1}$ বলতে বোঝায় পানি পৃষ্ঠে 1 m দীর্ঘ একটি রেখা কল্পনা করলে ঐ রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পাশে $72 \times 10^{-3} N$ বল ক্রিয়া করে।



চিত্র : ৭.১৮

৭.২১। পৃষ্ঠটানের আণবিক তত্ত্ব

Molecular Theory of Surface Tension

পৃষ্ঠটান একটি আণবিক ঘটনা। তাই আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে এর ব্যাখ্যা দেওয়া যায়। বিজ্ঞানী ল্যাপ্লাস সর্বপ্রথম আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা দেন।

আন্তঃআণবিক বল দু'রকম :

(১) সংসক্তি বল (cohesive force) ও

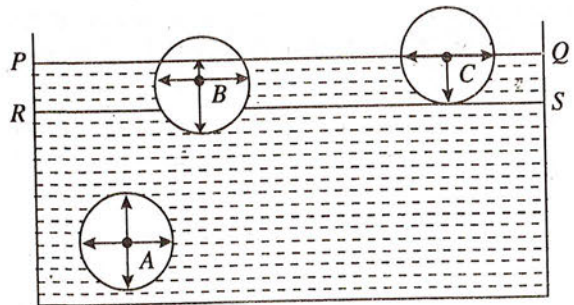
(২) আসঞ্জন বল (adhesive force)

১। সংসক্তি বল : একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল বলা হয়। কাছাকাছি অবস্থিত অণুসমূহের আকর্ষণ বল বেশি এবং দূরত্ব বৃদ্ধির সাথে এ আকর্ষণ বল কমতে থাকে।

২। আসঞ্জন বল : বিভিন্ন পদার্থের অণুর ভেতর পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলা হয়।

একটি কাচের গ্লাসে যদি কিছু পানি নেওয়া হয়, তাহলে পানির দুটি অণুর মধ্যে বা কাচের দুটি অণুর মধ্যে যে আকর্ষণ বল সেটি হচ্ছে সংসক্তি বল। আর একটি পানির অণু এবং একটি কাচের অণুর মধ্যবর্তী আকর্ষণ বল হচ্ছে আসঞ্জন বল।

দুটি অণুর মধ্যে সংসক্তি বল সর্বোচ্চ যে দূরত্ব পর্যন্ত অনুভূত হয় বা সক্রিয় থাকে তাকে আণবিক আকর্ষণের পাল্লা বলে। আণবিক আকর্ষণের পাল্লা প্রায় $10^{-10} m$ । কোনো অণুকে কেন্দ্র করে এর আণবিক আকর্ষণের পাল্লার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে কোনো গোলক



চিত্র : ৭.১৯

কল্পনা করলে ঐ গোলককে ঐ অণুর প্রভাব গোলক বা পাল্লা গোলক বলে। কেন্দ্রের অণুটি এর প্রভাব গোলকের মধ্যস্থ অণুগুলো দ্বারাই প্রভাবিত হয়, প্রভাব গোলকের বাইরের কোনো অণু দ্বারা প্রভাবিত হয় না, এর অর্থ হলো যে, প্রভাব গোলকের বাইরের কোনো অণুর সাথে ঐ অণুর সংসক্তি বল নেই বললেই চলে।

মনে করা যাক, ৭.১৯ চিত্রে A, B, C কোনো তরলের তিনটি অণু। A অণুটি রয়েছে তরলের গভীরে, তাই এর আণবিক আকর্ষণের প্রভাব গোলকটি তরলের ভেতরে রয়েছে। এ অণুটি এর প্রভাব গোলকের ভেতরকার সকল অণু দ্বারা চতুর্দিকে সমানভাবে আকৃষ্ট হচ্ছে। সুতরাং এর উপর সংসক্তি বলের লব্ধি শূন্য। অর্থাৎ এর উপর মোট কোনো সংসক্তি বল ক্রিয়া করছে না। তাই এ অণুটি যে অবস্থায় আছে, সেই অবস্থায়ই থাকবে।

B অণুটি তরলের এমন জায়গায় রয়েছে যে, এর প্রভাব গোলকের কিছুটা অংশ তরলের বাইরে রয়েছে। এ প্রভাব গোলকের উপরের অংশে তরলের যত সংখ্যক অণু থাকবে নিচের অংশে তার চেয়ে বেশি সংখ্যক অণু থাকবে। এর ফলে B অণুর উপর ত্রিযাশীল নিম্নমুখী সংসক্তি বল উর্ধ্বমুখী সংসক্তি বলের চেয়ে বেশি হবে। ফলে B অণুটি একটি নিম্নমুখী লব্ধি বল অনুভব করবে।

C অণুটি তরল পদার্থের মুক্ত তলে অবস্থিত। এর প্রভাব গোলকের উপরের অর্ধাংশ তরলের বাইরে এবং নিচের অর্ধাংশ তরলের ভেতর রয়েছে। সুতরাং উপরের অংশে ত্রিযাশীল কোনো সংসক্তি বল নেই, শুধু অণুটির উপর নিম্নমুখী সংসক্তি বল ত্রিযাশীল। কাজেই এ ক্ষেত্রে C অণুটি সর্বাধিক নিম্নমুখী বল দ্বারা আকর্ষিত হবে। সুতরাং ভিন্ন ভিন্ন অবস্থানে অবস্থিত অণু তিনটির মধ্যে C অণুরই নিচের দিকে যাওয়ার প্রবণতা হবে সবচেয়ে বেশি।

এবার তরলের মুক্ত তল PQ থেকে আণবিক পাল্লার সমান দূরত্বে যদি একটি সমান্তরাল তল RS কল্পনা করা হয়, তবে PQ এবং RS এর ভেতর অবস্থিত সকল অণু সংসক্তি বলের দরুন নিম্নমুখী টান অনুভব করবে। এ নিম্নমুখী টানের মান RS তল থেকে যতই উপরের মুক্ত তলের দিকে যাওয়া যাবে, ততই বাড়তে থাকবে এবং মুক্ত তলে এর মান হবে সর্বাধিক।

এখন কোনো অণুকে তরলের ভেতর থেকে RS তলের উপরে আনতে নিম্নমুখী সংসক্তি বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে এবং ঐ কাজ অণুটির বিভব শক্তি বৃদ্ধি করবে। সুতরাং RS তলের নিচে অবস্থিত অণুগুলোর তুলনায় উপরের অণুগুলোর বিভব শক্তি বেশি। কিন্তু আমরা জানি, সকল বস্তুই সর্বনিম্ন বিভব শক্তিতে আসতে চায়। এখন RS তল থেকে মুক্ত তল PQ পর্যন্ত যতগুলো অণু আছে, তাদের বিভব শক্তি সর্বনিম্ন করতে হলে মুক্ত পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে হবে। কাজেই তরলের মুক্ত পৃষ্ঠ সর্বদা তার ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চেষ্টা করে এবং সঙ্কুচিত হতে চায়, ফলে মুক্ত পৃষ্ঠটি একটি টান টান স্থিতিস্থাপক পর্দার ন্যায় আচরণ করে এবং টান অবস্থায় থাকে। এ টান তরলের পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। তরল পৃষ্ঠে একটি রেখা কল্পনা করলে এ টান ঐ রেখার সাথে লম্ব হয়। রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে উদ্ভূত এ টানই পৃষ্ঠটান।

৭.২২। পৃষ্ঠশক্তি

Surface Energy

তরলের মুক্ততল বা উপরিপৃষ্ঠ টানা স্থিতিস্থাপক পর্দার ন্যায় আচরণ করে এবং সঙ্কুচিত হয়ে ন্যূনতম ক্ষেত্রফলে পৌঁছতে চায়। তরল পদার্থের মুক্ততলকে যদি টেনে প্রসারিত করতে হয় তাহলে এর পৃষ্ঠটানের বিরুদ্ধে কাজ সম্পন্ন করতে হয়। এ কাজ তরল পৃষ্ঠে বিভব শক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। তাপমাত্রা স্থির রেখে তরল পদার্থের মুক্ত তলের ক্ষেত্রফল একক পরিমাণ বৃদ্ধি করতে পৃষ্ঠটানের বিরুদ্ধে যে কাজ সম্পন্ন করতে হয় তাই পৃষ্ঠশক্তির পরিমাপক।

সংজ্ঞা : সমোষ্ণ অবস্থায় কোনো তরলের মুক্ততলের একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য সম্পন্ন কাজের পরিমাণ তথা মুক্ততলের একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত বিভব শক্তিকেই তরলের পৃষ্ঠশক্তি বলে।

ব্যাখ্যা : কোনো তরলের মুক্ত তলের ক্ষেত্রফল ΔA পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যদি W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাহলে পৃষ্ঠশক্তি,

$$E = \frac{W}{\Delta A} \quad \dots \quad (7.26)$$

পৃষ্ঠশক্তির মাত্রা হবে $\frac{\text{কাজ}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$ এর মাত্রা, অর্থাৎ MT^{-2}

সুতরাং দেখা যাচ্ছে পৃষ্ঠশক্তির মাত্রা ও পৃষ্ঠটানের মাত্রা একই।

কাজের একককে ক্ষেত্রফলের একক দিয়ে ভাগ করলে পৃষ্ঠশক্তির একক পাওয়া যায়। সুতরাং এর একক হচ্ছে $\frac{J}{m^2}$ বা, $J m^{-2}$ । কিন্তু $J m^{-2}$ হচ্ছে $N mm^{-2}$ বা, $N m^{-1}$ । সুতরাং দেখা যাচ্ছে, পৃষ্ঠশক্তির একক আর পৃষ্ঠটানের একক একই।

আসলে কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তি আর পৃষ্ঠটান একই।

পৃষ্ঠশক্তি ও পৃষ্ঠটানের সম্পর্ক : মনে করি, ABCD একটি তারের ফ্রেম। এর BC বাহুটি AB ও DC বাহু বরাবর অবোধে চলাচল করতে পারে (চিত্র : ৭.২০)। তারটিকে সাবান পানিতে ডুবিয়ে তুলে আনলে এর মাঝখানে একটি পাতলা পর্দা আটকে থাকবে। এ পর্দা পৃষ্ঠটানের জন্য ফ্রেমের প্রত্যেক বাহুকে ভেতরের দিকে টানতে থাকে। কিন্তু BC বাহু ছাড়া অপর বাহুগুলো আটকানো থাকায় সেগুলো স্থির থাকবে। এর ফলে পৃষ্ঠটানের জন্য BC বাহুটি AD বাহুর দিকে অগ্রসর হবে। সুতরাং BC বাহুকে এর নিজ স্থানে রাখার জন্য বিপরীত দিকে বল প্রয়োগ করতে হবে।

BC বাহুর দৈর্ঘ্য l এবং তরলের পৃষ্ঠটান T হলে, BC তারের উপর AD এর দিকে মোট বল হবে,

$F = l \times T + l \times T = 2l \times T$ (কেননা পর্দার উপরে এবং নিচে দুটি পৃষ্ঠ আছে এবং উভয়েরই পৃষ্ঠটান T)। সুতরাং BC বাহুকে এর অবস্থানে স্থির রাখতে হলে এর উপর পৃষ্ঠটানের বিপরীতমুখী যে বল প্রয়োগ করতে হবে তার মান $F = 2lT$ । এখন BC তারকে ক্ষুদ্র দূরত্ব b সরিয়ে $B'C'$ অবস্থানে আনতে সম্পাদিত কাজ হবে,

$$W = Fb$$

$$\text{বা, } W = 2lTb$$

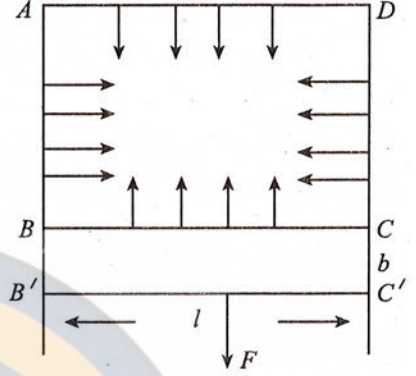
এর ফলে পর্দার উপর এবং নিচে উভয় পৃষ্ঠের প্রতিটির ক্ষেত্রফল lb পরিমাণ করে বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং ABCD পর্দার মোট ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি হবে $\Delta A = 2lb$ ।

∴ পৃষ্ঠটানের বিরুদ্ধে প্রতি একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কৃতকাজ বা পৃষ্ঠশক্তি,

$$E = \frac{W}{\Delta A} = \frac{2lTb}{2lb} = T$$

এ শক্তি পৃষ্ঠে সঞ্চিত হবে।

সুতরাং কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তি তার পৃষ্ঠটানের সমান।



চিত্র : ৭.২০

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড

পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের পরিবর্তনে কৃতকাজ : তরলের পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন করতে কাজ করতে হয় এবং পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করতে হলে (যেমন কোনো বড় তরল ফোঁটাকে ভেঙ্গে অনেকগুলো সমআয়তন ক্ষুদ্র ফোঁটায় পরিণত করা) শক্তি সরবরাহ করতে হয় ফলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় আর পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল কমিয়ে সঙ্কুচিত করতে হলে (যেমন অনেক ক্ষুদ্র ফোঁটা একত্রিত করে বড় ফোঁটায় রূপান্তরিত করা) শক্তি বের করে নিতে হয় ফলে তাপমাত্রা হ্রাস পায়। এ শক্তির পরিমাণ সম্পাদিত কাজের সমান।

সম্পাদিত কাজ = প্রয়োজনীয় বা নির্গত শক্তি

= পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন \times পৃষ্ঠশক্তি

= পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন \times পৃষ্ঠটান

∴ প্রয়োজনীয় শক্তি = পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের প্রসারণ \times পৃষ্ঠটান

নির্গত শক্তি = পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের সংকোচন \times পৃষ্ঠটান

পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের প্রসারণ বা সংকোচন ΔA এবং পৃষ্ঠটান T হলে সম্পাদিত কাজ

$$W = \Delta A \times T \quad \dots \quad (7.27)$$

কোনো বৃহৎ তরল ফোঁটাকে ভেঙে N সংখ্যক সমআয়তন ক্ষুদ্র ফোঁটায় পরিণত করলে ও এদের মোট আয়তন বড় ফোঁটার আয়তনের সমান হবে। সুতরাং বড় ফোঁটার আয়তন $= N \times$ ছোট ফোঁটার আয়তন।

$$\text{বা, } \frac{4}{3} \pi R^3 = N \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

এখানে, R ও r যথাক্রমে বৃহৎ ও ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ।

বড় ফোঁটার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $4\pi R^2$

এবং প্রতিটি ছোট ফোঁটার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$

এবং N সংখ্যক ক্ষুদ্র ফোঁটার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= N \times 4\pi r^2$

\therefore পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের প্রসারণ, $\Delta A = N \times 4\pi r^2 - 4\pi R^2 = 4\pi (Nr^2 - R^2)$

আর, N সংখ্যক ক্ষুদ্র ফোঁটা (প্রতিটির ব্যাসার্ধ r) একত্রিত করে একটি বড় ফোঁটা (ব্যাসার্ধ R) করলে পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের সংকোচন,

$$\begin{aligned} \Delta A &= N \times 4\pi r^2 - 4\pi R^2 \\ &= 4\pi (Nr^2 - R^2) \end{aligned}$$

সুতরাং প্রয়োজনীয় বা নির্গত শক্তি

$$\begin{aligned} W &= \text{পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন} \times \text{পৃষ্ঠটান} \\ &= \Delta A \times T \end{aligned}$$

$$\text{বা, } W = 4\pi (Nr^2 - R^2) T \quad \dots \quad (7.28)$$

উল্লেখ্য যে, নিরেট গোলক যেমন পানির ফোঁটার ক্ষেত্রে সম্পাদিত কাজের হিসাব (7.28) সমীকরণের সাহায্যে নির্ণয় করা যায় কিন্তু ফোঁপা বুদবুদ যেমন সাবানের ফেনার বুদবুদের দুটি পৃষ্ঠ থাকে। সেক্ষেত্রে পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফলের প্রসারণ,

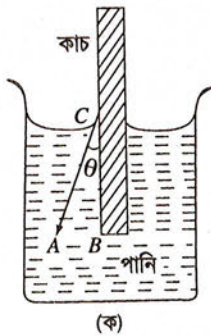
$\Delta A = 2 \times 4\pi \times (r_2^2 - r_1^2)$ । সুতরাং ফোঁপা বুদবুদের প্রসারণের ফলে সম্পাদিত কাজ,

$$W = \Delta A \times T = 2 \times 4\pi (r_2^2 - r_1^2) T \quad \dots \quad (7.29)$$

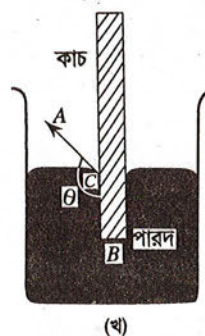
৭.২৩। স্পর্শ কোণ

Angle of Contact

কোনো কঠিন পদার্থকে কোনো তরলে ডুবালে দেখা যায় যে, তরল পদার্থ যেখানে কঠিন পদার্থটিকে স্পর্শ করে সেখানে তরল পদার্থের মুক্ততল বা উপরিতল অন্যান্য জায়গার মতো অনুভূমিক হয় না বরং তরলের মুক্ত তল হয় বেকে খানিকটা উপর ওঠে যায় অথবা খানিকটা নিচে নেমে যায়। দেখা গেছে, যে সকল তরল কঠিন পদার্থকে ভিজায় যেমন (পানি ও কাচ) সেক্ষেত্রে তরলতল খানিকটা উপর ওঠে যায় (চিত্র : ৭.২১ক)। পক্ষান্তরে যে সকল তরল কঠিন পদার্থকে ভিজায় না যেমন (পারদ ও কাচ) তাদের ক্ষেত্রে তরলতল খানিকটা নিচে নেমে যায় বা অবনমিত হয় (চিত্র : ৭.২১খ)।



(ক)



(খ)

চিত্র : ৭.২১

কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু C থেকে বক্র তরল তলে স্পর্শক CA টানলে ঐ স্পর্শক কঠিনের পৃষ্ঠ CB -এর সাথে তরলের ভেতরে যে কোণ উৎপন্ন করে তাই স্পর্শ কোণ। ৭.২১ চিত্রে θ হচ্ছে স্পর্শ কোণ।

সংজ্ঞা : কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু থেকে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন পদার্থের সাথে তরলের ভেতরে যে কোণ উৎপন্ন করে তাঁকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

সাধারণত: যে সব তরলের ঘনত্ব কঠিন পদার্থের ঘনত্বের চেয়ে কম সেসব তরল পদার্থ সাধারণত কঠিন পদার্থকে ভেজায় এবং তাদের বেলায় স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয় অর্থাৎ 90° এর কম হয়। কাচ ও বিশুদ্ধ পানির বেলায় স্পর্শ কোণের মান প্রায় 8° । রূপা ও বিশুদ্ধ পানির মধ্যকার স্পর্শ কোণ প্রায় 90° । যে সব তরল পদার্থের ঘনত্ব কঠিন পদার্থের ঘনত্বের চেয়ে বেশি সেসব তরল পদার্থ সাধারণত কঠিন পদার্থকে ভেজায় না এবং তাদের বেলায় স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ 90° এর চেয়ে বেশি হয়। কাচ ও বিশুদ্ধ পারদের বেলায় স্পর্শ কোণের মান প্রায় 139° ।

স্পর্শ কোণ নিম্নোক্ত বিষয়গুলোর উপর নির্ভর করে

১. কঠিন ও তরলের প্রকৃতির উপর।

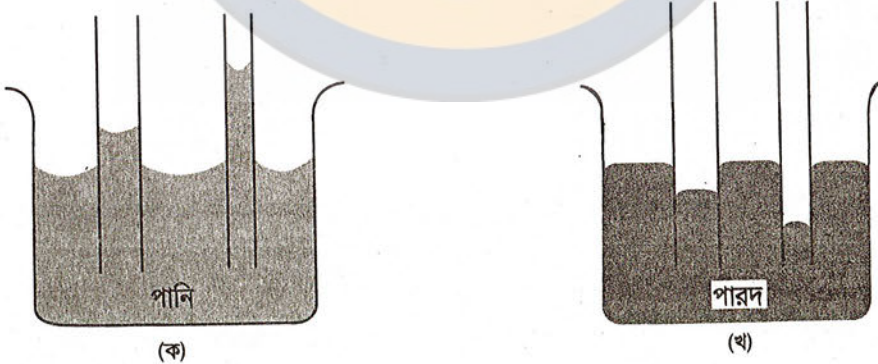
২. তরলের মুক্ততলের উপরস্থ মাধ্যমের উপর। যেমন পারদের উপর বায়ু থাকলে পারদ ও কাচের স্পর্শ কোণ যা হবে পারদের উপর পানি থাকলে স্পর্শ কোণ তা থেকে আলাদা হবে।

৩. কঠিন ও তরল পদার্থের বিশুদ্ধতার উপর। তরল যদি বিশুদ্ধ না হয় বা কঠিন পদার্থের পৃষ্ঠে কোনো কিছু থাকলে স্পর্শ কোণ পরিবর্তিত হয়ে যায়। বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের মধ্যকার স্পর্শ কোণ প্রায় শূন্য। কিন্তু কাচে সামান্য পরিমাণেও তৈলাক্ত পদার্থ থাকলে স্পর্শ কোণের মান বৃদ্ধি পায়।

কৈশিকতা

Capillarity

অতি সূক্ষ্ম ও সুষ্ম ছিদ্রবিশিষ্ট নলকে কৈশিক নল (capillary tube) বলে। কোনো কৈশিক কাচ নলের এক প্রান্ত তরলের মধ্যে খাড়া করে ডুবালে নলের ভেতর কিছু তরল তরলের মুক্ত তল থেকে উপরে ওঠে যায় বা নিচে নেমে আসে। যেসব তরল (যেমন পানি) কাচ নলকে ভিজিয়ে দেয় তাদের বেলায় নলের ভেতরকার তরলের তল (চিত্র : ৭.২২ক)



চিত্র : ৭.২২

পাত্রের তরলের মুক্ততলের চেয়ে উপরে ওঠে যায় অর্থাৎ তরলের উর্ধ্বারোহণ বা অধিক্ষেপ হয়। যেসব তরল (যেমন পারদ) কাচ নলকে ভিজায় না তাদের বেলায় কাচ নলের ভেতরকার তরল স্তরের উপরিতল পাত্রের তরলের (চিত্র : ৭.২২খ)

মুক্ততলের চেয়ে নিচে নেমে আসে অর্থাৎ তরলের অবনমন বা অবক্ষেপ হয়। কৈশিক নলে তরলের এরকম অধিক্ষেপ বা অবক্ষেপকে কৈশিকতা বলে। তরলের পৃষ্ঠটানের জন্য এরূপ হয়ে থাকে। অধিক্ষেপের বেলায় নলের ভেতর তরলের উপরিতল অবতল থাকে এবং অবক্ষেপের বেলায় নলের ভেতর তরলের উপরিতল উত্তল থাকে।

আসঞ্জন ও সংসক্তি বলের আপেক্ষিক মানের ওপর নির্ভর করে নলের ভেতরকার তরলের উপরিতলের বক্রতা কেমন হবে। আসঞ্জন বা সংসক্তি বলের মান কতটা হবে তা তরল ও কঠিন পদার্থের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে। যে তরল পদার্থ কঠিন পদার্থকে ভিজিয়ে দেয় (যেমন পানি ও কাচ) তার আসঞ্জন বল, যে তরল পদার্থ কঠিন পদার্থকে ভেজায় না (যেমন পারদ ও কাচ) তার আসঞ্জন বলের চেয়ে অনেক বেশি। আবার পানির সংসক্তি বল পারদের সংসক্তি বলের চেয়ে অনেক কম।

দেখে গেছে,

(i) সংসক্তি বল $= \sqrt{2} \times$ আসঞ্জন বল হলে কৈশিক নলে তরলের অবক্ষেপ বা অধিক্ষেপ হয় না, তরলের মুক্ত তল অনুভূমিক থাকে এবং স্পর্শ কোণ শূন্য অর্থাৎ $\theta = 0^\circ$ হয়।

(ii) সংসক্তি বল $> \sqrt{2} \times$ আসঞ্জন বল হলে কৈশিক নলে তরলের অবক্ষেপ হয়, তরলের মুক্ততল উত্তল হয় এবং স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ $\theta > 90^\circ$ হয়।

(iii) সংসক্তি বল $< \sqrt{2} \times$ আসঞ্জন বল হলে কৈশিক নলে তরলের অধিক্ষেপ হয়, তরলের মুক্ততল অবতল হয় এবং স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ অর্থাৎ $\theta < 90^\circ$ হয়।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : একটি কৈশিক নলে পানি যে উচ্চতা পর্যন্ত উঠতে পারে তার রাশিমালা নির্ণয় কর।

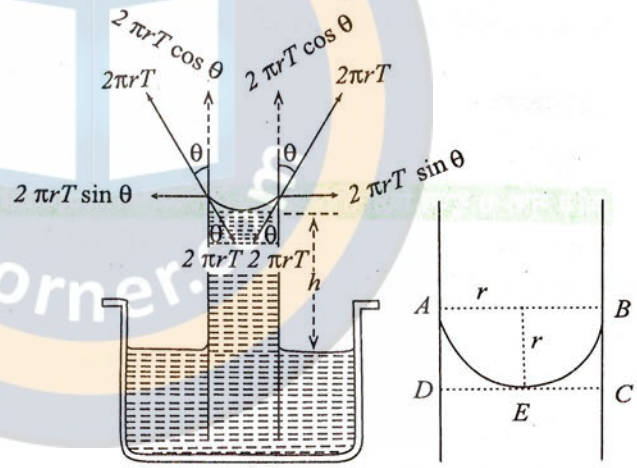
একটি কৈশিক নলকে পানি বা ঐ জাতীয় কোনো তরলের (যা নলকে ভিজায়) ভেতর খাড়াভাবে ডুবিয়ে রাখলে দেখা যায় যে, নলের মধ্যে তরল খানিকটা ওপরে ওঠে এবং তরল তল অবতল আকার ধারণ করে।

ধরা যাক, তরল ও কঠিনের স্পর্শকোণ $= \theta$ (চিত্র : ৭.২৩), তরল তল যেখানে নলের মধ্যে নলকে স্পর্শ করেছে সেখানে নলের ব্যাসার্ধ $= r$

নলের বাইরের তরল তল থেকে নলের ভেতরের তরলের নিম্ন প্রান্ত পর্যন্ত উচ্চতা $= h$

তরলের ঘনত্ব $= \rho$

এবং তরলের পৃষ্ঠটান $= T$



চিত্র : ৭.২৩

নলের ভেতরের দেয়াল এবং তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে স্পর্শক টানলে ঐ স্পর্শক বরাবর পৃষ্ঠটান T ভেতরের দিকে ক্রিয়া করবে। কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি হবে $2\pi r$ অর্থাৎ নলের ভেতরের দেয়ালে পানির স্পর্শরেখার দৈর্ঘ্য হবে $2\pi r$ । ফলে পৃষ্ঠটানের জন্য নলের দেয়াল স্পর্শক বরাবর ভেতরের দিকে $2\pi r T$ বল অনুভব করবে। নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্রানুযায়ী দেয়ালও তরলের ওপর এর বিপরীতে বাইরের দিকে সমান বল $2\pi r T$ প্রয়োগ করবে। এ বল $2\pi r T$ কে দুটি লম্ব উপাংশে বিভাজিত করলে খাড়া ওপরের দিকে $2\pi r T \cos \theta$ এবং এর সাথে লম্বভাবে অনুভূমিক বরাবর বাইরের দিকে $2\pi r T \sin \theta$ পাওয়া যায় (চিত্র : ৭.২৩)। নলের ব্যাসের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করায় বল $2\pi r T \sin \theta$ উপাংশগুলো জোড়ায় জোড়ায় পরস্পরের ক্রিয়া নাকচ করে দেবে।

অতএব তরলের ওপর মোট উর্ধ্বমুখী বল হবে $2\pi r T \cos \theta$ ।

যেহেতু এই উর্ধ্বমুখী বলের প্রভাবে তরল স্তম্ভ কৈশিক নলের মধ্যে উপরে উঠতে থাকে সুতরাং যখন তরল স্তম্ভের ওজন এই উর্ধ্বমুখী বলের সমান হয় তখন সাম্যাবস্থা সৃষ্টি হয় অর্থাৎ নলের মধ্যে তরল স্তম্ভ স্থির হয়ে যায়। এই অবস্থায় নলের বাইরের তরল তল হতে তরল স্তম্ভের নিম্নপ্রান্ত পর্যন্ত উচ্চতা h হলে এই তরল স্তম্ভের আয়তন হবে $\pi r^2 h$ এবং তরলের বক্র অংশের আয়তন v এর সমষ্টির সমান। অর্থাৎ নলের মধ্যস্থিত তরল স্তম্ভের মোট আয়তন $= \pi r^2 h + v$ এবং এই তরলের ওজন $= (\pi r^2 h + v) \rho g$

অতএব সাম্যাবস্থায়,

$$2\pi r T \cos \theta = (\pi r^2 h + v) \rho g$$

$$\therefore T = \frac{(\pi r^2 h + v) \rho g}{2\pi r \cos \theta} \quad \dots \quad (7.30)$$

এখন, $v = ABCD$ সিলিন্ডারের আয়তন $- AEB$ অর্ধগোলকের আয়তন

$$= \pi r^2 \cdot r - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^3 - \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^3$$

$$T = \frac{\left(\pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^3\right) \rho g}{2\pi r \cos \theta} = \frac{\pi r^2 \left(h + \frac{r}{3}\right) \rho g}{2\pi r \cos \theta}$$

$$\therefore T = \frac{r \left(h + \frac{r}{3}\right) \rho g}{2 \cos \theta} \quad \dots \quad (7.31)$$

এখন কৈশিক নলটি যদি সরু হয় অর্থাৎ r এর মান খুবই কম হয়, তাহলে h -এর তুলনায় $\frac{r}{3}$ কে উপেক্ষা করা যায়।

$$T = \frac{r h \rho g}{2 \cos \theta} \quad \dots \quad (7.32)$$

$$\text{বা, } h = 2 \frac{T \cos \theta}{r \rho g} \quad \dots \quad (7.33)$$

বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের মধ্যকার স্পর্শকোণ প্রায় 0° হওয়ায় $\cos \theta \approx 1$ ধরা হয়।

সে ক্ষেত্রে পৃষ্ঠটান

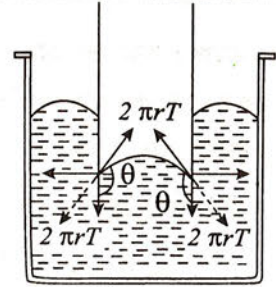
$$\therefore T = \frac{r h \rho g}{2} \quad \dots \quad (7.34)$$

\therefore কৈশিক নলে পানি যে উচ্চতা পর্যন্ত উঠবে অর্থাৎ

$$h = \frac{2T}{r \rho g} \quad \dots \quad (7.35)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : পারদের মধ্যে একটি কৈশিক নল ডুবালে পারদ কাচ নলের মধ্যে নিচে নেমে যায় কেন ?

(৭.২৪) চিত্রে r ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে পারদে (যে তরল কাচ ভেজায় না) ডুবানো হয়েছে। এ ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ $90^\circ < \theta < 180^\circ$ । নলের ভেতরের পারদ খানিকটা নিচে নেমে উত্তল আকার ধারণ করে। ফলে পৃষ্ঠটানের জন্য নলের দেয়াল স্পর্শক বরাবর ভেতরের দিকে $2\pi rT$ বল অনুভব করবে। নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুযায়ী দেয়ালও তরলের উপর এর বিপরীতে বাইরের দিকে সমান বল $2\pi rT$ প্রয়োগ করবে। (৭.২৪) চিত্র থেকে দেখা যায় যে, প্রতিক্রিয়া বলের খাড়া উর্ধ্বমুখী কোনো উপাংশ নেই, আছে খাড়া নিম্নমুখী উপাংশ। এই নিম্নমুখী বলের ক্রিয়ায় কাচ নলে পারদ নিচের দিকে খানিকটা নেমে যায়।



চিত্র : ৭.২৪

তরলের তাপমাত্রা স্থির থাকলে T , θ এবং ρ -ও স্থির থাকে। সে ক্ষেত্রে (7.33) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$h = \frac{K}{r} \text{ এখানে, } K = \frac{2T \cos \theta}{\rho g} = \text{ধ্রুবক।}$$

$$\text{সুতরাং } h \propto \frac{1}{r}$$

...

...

$$(7.36)$$

অর্থাৎ কৈশিক নলে কোনো তরলের অধিক্ষেপ অথবা অবক্ষেপ নলের ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক। এটি জুরিনের সূত্র (Jurin's Law) নামে পরিচিত।

কর্মকাণ্ড : কৈশিক নলে পানি উপরে ওঠে আর পারদ নিচে নামে কেন ?

স্পর্শ কোণ সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ 90° এর চেয়ে ছোট হলে $\cos \theta$ ধনাত্মক হয়। ফলে (7.33) সমীকরণ অনুসারে h ধনাত্মক হয়। অর্থাৎ কৈশিক নলে এক্ষেত্রে তরল উপরে ওঠে।

আবার স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ অর্থাৎ 90° এর চেয়ে বড় হলে $\cos \theta$ ঋণাত্মক হয়। ফলে (7.33) সমীকরণ অনুসারে h ও ঋণাত্মক হয়। অর্থাৎ এক্ষেত্রে তরল নিচে নামে।

এ কারণেই কৈশিক নল পানিতে ডুবালে পানি নল বেয়ে উপরে ওঠে এবং পারদে ডুবালে পারদ নল বেয়ে নিচে নেমে যায়।

৭.২৪. পৃষ্ঠটান সম্পর্কিত কয়েকটি ঘটনা

Some Phenomena Related to Surface Tension

১। **পানির উপর দিয়ে পোকামাকড় হাঁটা :** অনেক সময় দেখা যায় যে, পানির উপর দিয়ে মশা, মাছি বা অন্য কোনো পোকামাকড় হাঁটছে। এদের পা পানিতে ডুবে যাচ্ছে না। মনে হয় পানির উপর যেন একটি পাতলা পর্দা রয়েছে এবং এই পর্দার উপর দিয়ে পোকামাকড় চলাফেরা করছে। ভালো করে লক্ষ্য করলে বোঝা যায় যে, যেখানে পোকামাকড়ের পা পড়ছে, সেখানে পানির পৃষ্ঠ একটু অবনমিত হচ্ছে। এটা সম্ভব হয় পানির পৃষ্ঠটানের কারণে। পৃষ্ঠটানের দরুন পানি বা যেকোনো তরলের পৃষ্ঠ বা মুক্ততল টানা স্থিতিস্থাপক পর্দার মতো আচরণ করে এবং ক্ষেত্রফল সঙ্কুচিত হতে চায়।

২। **সাবানের ফেনা :** সাবান পানির পৃষ্ঠটান কমিয়ে দেয়। সাবানের দ্রবণের পৃষ্ঠটান পানির পৃষ্ঠটানের চেয়ে কম। সুতরাং এক ফোঁটা সাবানের দ্রবণ পানির ফোঁটার চেয়ে বেশি পৃষ্ঠতল বা ক্ষেত্র দখল করে। সুতরাং এটা কাপড়ের বেশি এলাকা ভিজিয়ে দেয়। সুতরাং সাবানের দ্রবণ কাপড়ের যেসব সূক্ষ্ম ছিদ্র পথে প্রবেশ করে সেখানে পানি প্রবেশ করতে পারে না। ফলে সাবানের দ্রবণ কাপড় থেকে ময়লা বের করে আনতে পারে। সুতরাং সাবানের দ্রবণ পানির চেয়ে উত্তম উপায়ে কাপড় পরিষ্কার করতে পারে। সাবানের দ্রবণকে গরম করলে পানির পৃষ্ঠটান আরো কমে যায় ফলে কাপড় আরো বেশি পরিষ্কার হয়।

৩। **গাছে পানির পরিবহন** : উদ্ভিদ বা গাছের গোড়ায় পানি দিলে সে পানি গাছের ডালপালা ও পাতায় পৌঁছে যায়। এর কারণ হলো : পানির পৃষ্ঠটানের কারণে গাছের কাণ্ডে অসংখ্য কৈশিক নলের ভিতর দিয়ে পানি উপরের দিকে উঠে এবং গাছের ডালপালা ও পাতায় পৌঁছায়। এ প্রক্রিয়ায় অসমোসী (osmotic) চাপেরও আংশিক ভূমিকা থাকে।

৪। **তরলের পৃষ্ঠে সুই ভেসে থাকা** : পৃষ্ঠটান নিয়ে আলোচনার সময় আমরা বলেছি যে, কোনো সুইকে একটি টিস্যু পেপারের উপরে রেখে পানির মুক্ততলে রাখলে টিস্যু পেপার ভিজে ডুবে যায় কিন্তু সুইটি ভাসতে থাকে। এর কারণ হলো-পানিতে যেখানে সুইটি রয়েছে তার নিচে পানির পৃষ্ঠ কিছুটা অবনমিত হচ্ছে। ফলে পৃষ্ঠের ঐ স্থানটা অনুভূমিক থাকে না বরং পৃষ্ঠটানের জন্য এ বল অবনমিত পানি পৃষ্ঠের সাথে তির্যকভাবে স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। পৃষ্ঠটানজনিত এ তির্যকভাবে ক্রিয়াশীল বলের উল্লম্ব উপাংশ সুই-এর ওজনকে প্রশমিত করে, ফলে সুইটি না ডুবে সাম্যাবস্থায় ভেসে থাকে।

৫। **ছাতার কাপড়** : ছাতার কাপড় বা তাবুর কাপড় বা রেইন কোটের কাপড়ে খুব সূক্ষ্ম ছিদ্র থাকে যার মধ্য দিয়ে বাতাস প্রবেশ করতে পারে কিন্তু বৃষ্টির পানির ফোঁটা প্রবেশ করতে পারে না— কাপড়ের উপর দিয়ে গড়িয়ে পড়ে যায়।

৬। **পানি কচুপাতাকে ভিজায় না কিন্তু আমপাতাকে ভিজায়** : কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ অর্থাৎ 90° এর চেয়ে কম হলে তরল পদার্থ ঐ কঠিন পদার্থকে ভেজাবে। আর যদি স্পর্শকোণ স্থূলকোণ অর্থাৎ 90° এর চেয়ে বেশি হয় তাহলে তরল পদার্থ কঠিন পদার্থকে ভেজাবে না। কচুপাতা ও পানির মধ্যকার স্পর্শকোণ 90° এর চেয়ে বেশি হওয়ায় পানি কচু পাতাকে ভেজাতে পারে না। পক্ষান্তরে আম পাতা ও পানির মধ্যকার স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হওয়ায় পানি আম পাতাকে ভেজায়।

৭। **কোন পরিষ্কার কাচপৃষ্ঠে পানি ছড়িয়ে পড়ে, কিন্তু পারদ ফোঁটার আকার ধারণ করে** : আমরা জানি যে, পানির সাথে কাচের স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ ও পানির সাথে পারদের স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ। এ ঘটনা পৃষ্ঠটানের কারণেই ঘটে থাকে। কাচের সাথে স্পর্শ কোণ θ এর মান স্থূল কোণে রাখার জন্য পারদকে ফোঁটার আকার ধারণ করতে হয় এবং কাচের সাথে স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম করার জন্য পানিকে ছড়িয়ে পড়তে হয়।

৮। **অশান্ত সমুদ্রকে শান্ত করা** : তরলের পৃষ্ঠটান ধর্ম ব্যবহার করে অশান্ত সমুদ্রকে অনেকটা শান্ত করা যায়। সমুদ্রে খুব ঢেউ থাকলে অনেক সময় তেল ঢেলে দেয়া হয় শান্ত করার জন্য। বাতাস জোরে প্রবাহিত হওয়ার সময় পানির ওপর ভাসমান তেল ঢেউ-এর সাথে সামনের দিকে অগ্রসর হয় এবং পেছনে পরিষ্কার পানি থেকে যায়। পরিষ্কার পানির পৃষ্ঠটান তেল মিশ্রিত পানির চেয়ে বেশি হওয়ায় সামনের দিকের চেয়ে পেছনের দিকের পৃষ্ঠটান বেশি হয়। এ বর্ধিত পৃষ্ঠটান পেছনের দিকে বড় ঢেউ সৃষ্টিতে হঠাৎ বাধা দেয়, ফলে সমুদ্র শান্ত হয়ে যায়।

সার-সংক্ষেপ

আন্তঃআণবিক বল : পদার্থের অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে যে বল ক্রিয়া করে তাকে আন্তঃআণবিক বল বলে।

স্থিতিস্থাপকতা : বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে যে ধর্মের ফলে বিকৃত বস্তু আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

স্থিতিস্থাপক সীমা : যে মানের বল পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বস্তুটি পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু : বাহ্যিক বল অপসারিত হলে যদি বিকৃত বস্তু ঠিক আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাহলে ঐ বস্তুকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

নমনীয় বস্তু : কোনো বস্তুর উপর বাহ্যিক বল প্রয়োগ করে তাকে বিকৃত করলে যদি বল অপসারণের পর বস্তুটি ঐ বিকৃত অবস্থা পুরোপুরি বজায় রাখে তাহলে বস্তুটিকে নমনীয় বস্তু বা পূর্ণ প্লাস্টিক বস্তু বলে।

পূর্ণ দৃঢ় বস্তু : বাইরে থেকে যেকোনো পরিমাণ বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর যদি আকারের কোনো পরিবর্তন না ঘটে তাহলে বস্তুটিকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলা হয়।

বিকৃতি : বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন হয় তাকে বিকৃতি বলে।

পীড়ন : বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে এই বলকে বাধাদানকারী একটি বলের উদ্ভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উদ্ভূত এই প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

অসহ বল : সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় তাকে অসহ বল বলে।

অসহ পীড়ন : প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় তাকে অসহ পীড়ন বলে।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাতকে ঐ বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

ইয়ং গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক বলে।

$$Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{FL}{\Delta l} = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$$

আয়তন গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে।

$$B = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{FV}{\Delta v} = \frac{pV}{v}$$

দৃঢ়তার গুণাঙ্ক : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ব্যবর্তন পীড়ন ও ব্যবর্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক বলে।

$$n = \frac{\text{ব্যবর্তন পীড়ন}}{\text{ব্যবর্তন বিকৃতি}} = \frac{F}{A\theta}$$

পয়সনের অনুপাত : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{dL}{L} = -\frac{\Delta r}{r} \frac{L_0}{\Delta L}$$

সান্দ্রতা : যে ধর্মের দরুন কোনো প্রবাহী এর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয় তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

সান্দ্রতা সহগ : নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক বজায় রাখতে (অর্থাৎ একক দূরত্বে অবস্থিত দুটি স্তরের মধ্যে একক আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে) প্রবাহী স্তরের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শকীয় বলের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ তাপমাত্রায় ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ বলে।

পৃষ্ঠটান : কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

সংসক্তি বল : একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল বলা হয়।

আসঞ্জন বল : বিভিন্ন পদার্থের অণুর ভেতর পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলা হয়।

পৃষ্ঠশক্তি : সমোষ্ণ অবস্থায় কোনো তরলের মুক্ত তলের একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য সম্পন্ন কাজের পরিমাণ তথা মুক্ত তলের একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত বিভব শক্তিকেই পৃষ্ঠশক্তি বলে।

স্পর্শ কোণ : কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু থেকে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন পদার্থের সাথে তরলের ভিতরে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

সমস্যা সমাধানের প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	7.8	$Y = \frac{FL}{Al}$	৭.৯
২	7.9	$Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}$	৭.৯
৩	7.11	$B = \frac{pV}{v}$	৭.৯
৪	7.12	$n = \frac{F}{A\theta}$	৭.৯
৫	7.13	$\sigma = \frac{dL}{Dl}$	৭.১০
৬	7.14	$\sigma = -\frac{\Delta r}{r} \frac{Lo_o}{\Delta L}$	৭.১০
৭	7.16	$W = \frac{1}{2} \frac{YAl^2}{L}$	৭.১১
৮	7.17	$U = \frac{1}{2} \frac{Yl^2}{L^2}$	৭.১১
৯	7.19	$F = \eta A \frac{dv}{dy}$	৭.১৬
১০	7.22	$F = 6\pi r\eta v$	৭.১৭
১১	7.23	$v = \frac{2r^2 (\rho_s - \rho_l)g}{9\eta}$	৭.১৮
১২	7.25	$T = \frac{F}{l}$	৭.২০
১৩	7.27	$W = \Delta AT$	৭.২২
১৪	7.28	$W = 4\pi (Nr^2 - R^2)T$	৭.২২
১৫	7.32	$T = \frac{rh\pi g}{2 \cos \theta}$	৭.২৩
১৬	7.34	$T = \frac{rh\pi g}{2}$	৭.২৩

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১। 1 m দৈর্ঘ্য এবং 5×10^{-4} m ব্যাসবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে 19.6 N বল প্রয়োগ করলে এটি বৃদ্ধি পেয়ে 1.02 m হয়। তারের ইয়ং গুণাঙ্ক বের কর।

আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{Al} = \frac{FL}{\pi r^2 l}$$

$$= \frac{19.6 \text{ N} \times 1 \text{ m}}{\pi \times (2.5 \times 10^{-4} \text{ m})^2 \times 0.02 \text{ m}}$$

$$= 4.99 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$$

উ: $4.99 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$

এখানে,

তারের আদি দৈর্ঘ্য, $L = 1 \text{ m}$

তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 1.02 \text{ m} - 1 \text{ m} = 0.02 \text{ m}$

বল, $F = 19.6 \text{ N}$

তারের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{5 \times 10^{-4} \text{ m}}{2} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}$

ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.২। 1 m দৈর্ঘ্য 1 বর্গ মিলিমিটার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করতে হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

[দি. বো. ২০১৬]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$F = \frac{YAl}{L}$$

$$= \frac{2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2} \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times 1 \text{ m}}{1 \text{ m} \times 10}$$

$$= 2 \times 10^4 \text{ N}$$

উ: $2 \times 10^4 \text{ N}$

এখানে,

ধরি, তারের আদি দৈর্ঘ্য, $L = 1 \text{ m}$

তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 10\% L = \frac{10 L}{100} = \frac{1 \text{ m}}{10}$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$

ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

বল, $F = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৩। একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 2 m, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm^2 । তারটির প্রান্তে 20 N বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর। [$Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$] [কু. বো. ২০০০; য. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$\therefore l = \frac{FL}{AY}$$

$$= \frac{20 \text{ N} \times 2 \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}^2 \times 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

উ: $2 \times 10^{-4} \text{ m}$

এখানে,

তারটির আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2 \text{ m}$

তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = ?$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$

প্রযুক্ত বল, $F = 20 \text{ N}$

ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৪। 2 m দীর্ঘ ও 1 mm ব্যাসের একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.05 cm হলে তারটির ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে? (পয়সনের অনুপাত $\sigma = 0.25$)। [চ. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{dL}{L} \therefore d = \frac{\sigma DL}{L}$$

এখানে,

তারের আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2 \text{ m}$

তারের আদি ব্যাস, $D = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$= \frac{0.25 \times 1 \times 10^{-3} \text{ m} \times 0.05 \times 10^{-2} \text{ m}}{2 \text{ m}}$$

$$= 6.25 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\text{উ: } 6.25 \times 10^{-8} \text{ m.}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } l = 0.05 \text{ cm} = 0.05 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = 0.25$$

$$\text{ব্যাসের হ্রাস, } d = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৫ : 1 m^2 ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট এবং 8 mm পুরুত্বের স্টীল প্লেটের নিচের পৃষ্ঠ দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে উপরের পৃষ্ঠে বল প্রয়োগ করে ব্যবর্তন তৈরি করা হলো। স্টীলের ব্যবর্তন গুণাঙ্ক $8 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ ।

(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত প্লেটের ব্যবর্তন বিকৃতি 0.3 হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে ?

(খ) প্লেটকে 8.5 N s m^{-2} সান্দ্রতার সহগের তরলের 2 mm পুরু স্তরের উপর স্থাপন করে 500 m s^{-1} বেগে গতিশীল করতে সমান বল প্রয়োগ করতে হবে কী ? মতামত দাও। [ব.বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$n = \frac{F}{A\theta}$$

$$\therefore F = n A \theta$$

$$= 8 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2} \times 1 \text{ m}^2 \times 0.3$$

$$= 2.4 \times 10^{10} \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{স্টীল প্লেটের ক্ষেত্রফল, } A = 1 \text{ m}^2$$

$$\text{ব্যবর্তন বিকৃতি, } \theta = 0.3$$

$$\text{ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, } n = 8 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$$

$$\text{প্রযুক্ত বল, } F = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

$$= 8.5 \text{ N s m}^{-2} \times 1 \text{ m}^2 \times 2.5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$$

$$= 2.125 \times 10^6 \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{স্টীল প্লেটের ক্ষেত্রফল, } A = 1 \text{ m}^2$$

$$\text{তরলের সান্দ্রতা সহগ, } \eta = 8.5 \text{ N s m}^{-2}$$

$$\text{বেগের নতি, } \frac{dv}{dy} = \frac{500 \text{ m s}^{-1}}{2 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2.5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

অতএব প্লেটটিকে গতিশীল করতে সমান বল প্রয়োগ করতে হবে না।

উ: (ক) $2.4 \times 10^{10} \text{ N}$; (খ) $2.125 \times 10^6 \text{ N}$ -বল প্রয়োগ করতে হবে অর্থাৎ সমান বল প্রয়োগ করতে হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৬। 200 mm ব্যাসার্ধের একটি ধাতব গোলক একটি তরলের মধ্য দিয়ে $2.1 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ প্রান্ত বেগে পড়ছে। তরলের সান্দ্রতাক্ষ $0.003 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ । তরলের সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০০২; ব. বো. ২০০৭]

আমরা জানি,

$$F = 6\pi r \eta v$$

$$= 6 \times \pi \times 0.2 \text{ m} \times 0.003 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\times 2.1 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

$$= 2.375 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$\text{উ: } 2.375 \times 10^{-4} \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 200 \text{ mm}$$

$$= 0.2 \text{ m}$$

$$\text{বেগ, } v = 2.1 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{সান্দ্রতাক্ষ, } \eta = 0.003 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{সান্দ্র বল, } F = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৭।। পানির উপরিতলে আলতোভাবে রাখা 3 cm দীর্ঘ একটি সুইকে টেনে তুলতে সর্বাধিক যে বলের প্রয়োজন হয় তা নির্ণয় কর। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ।

যেহেতু সূচটির দুই পাশেই পানি আছে সুতরাং দুই পাশেই পৃষ্ঠটানের জন্য বল প্রযুক্ত হয়।

$$\therefore \text{মোট বল, } F = T \times l + T \times l = 2Tl$$

$$= 2 \times 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1} \times 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$= 4.32 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\text{উ: } 4.32 \times 10^{-3} \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{সুইয়ের দৈর্ঘ্য, } l = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{পানির পৃষ্ঠটান, } T = 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৮। একটি তারের ওজন নগণ্য ধরে একে 25°C তাপমাত্রার পানির উপরিভল থেকে 0.5 m লম্বা একটি অনুভূমিক তারকে টেনে তুলতে তারের ওজনসহ সর্বাধিক $72.8 \times 10^{-3}\text{ N}$ বলের প্রয়োজন হয়। পানির পৃষ্ঠটান কত? [য. বো. ২০১৬]

যেহেতু তারটির দুই পাশেই পানি আছে, সুতরাং দুই পাশেই পৃষ্ঠটানের জন্য বল প্রযুক্ত হয়, ফলে তারের মোট $2l$ দৈর্ঘ্যের উপর বল ক্রিয়া করে।

$$\therefore T = \frac{F}{2l} = \frac{72.8 \times 10^{-3}\text{ N}}{2 \times 0.5\text{ m}} \\ = 72.8 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1}$$

$$\text{উ: } 72.8 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.৯। 2 mm ব্যাসের একটি পানির গোলককে ডেঙে দশ লক্ষ সমআয়তন ক্ষুদ্র ফোঁটা তৈরি করলে কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হবে? [পানির পৃষ্ঠটান $= 72 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1}$] [য. বো. ২০০৪; চ. বো. ২০০৩]

আমরা জানি, ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ΔA হলে,

$$W = \Delta AT \\ = 4\pi (Nr^2 - R^2) T$$

এখন, সকল ক্ষুদ্র ফোঁটার মিলিত আয়তন = বড় ফোঁটার আয়তন

$$10^6 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\therefore R = 10^2 r$$

$$\therefore r = \frac{R}{100} = \frac{10^{-3}\text{ m}}{100} = 10^{-5}\text{ m}$$

$$\therefore W = 4 \times \pi \times [10^6 \times (10^{-5}\text{ m})^2 - (10^{-3}\text{ m})^2] \times 72 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1} \\ = 8.95 \times 10^{-5}\text{ J}$$

$$\text{উ: } 8.95 \times 10^{-5}\text{ J.}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১০। একটি সাবানের বুদবুদের ব্যাসার্ধ 0.01 m থেকে বাড়িয়ে 0.1 m করা হয়। এই প্রক্রিয়ায় কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হলো? (সাবান দ্রবণের পৃষ্ঠটান $= 26 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1}$)

আমরা জানি, ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ΔA হলে

$$W = \Delta AT$$

কিন্তু বুদবুদের দুটি পৃষ্ঠ থাকে,

সুতরাং ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি,

$$\Delta A = 2 \times [4\pi (r_2^2 - r_1^2)] \\ = 8 \times \pi \times [(10^{-1}\text{ m})^2 - (10^{-2}\text{ m})^2] \\ = 248.7 \times 10^{-3}\text{ m}^2$$

এখন, সম্পাদিত কাজ,

$$W = \Delta A \times T \\ = 248.7 \times 10^{-3}\text{ m}^2 \times 26 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1} \\ = 6.47 \times 10^{-3}\text{ J}$$

$$\text{উ: } 6.47 \times 10^{-3}\text{ J.}$$

এখানে,

বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $R = 10^{-3}\text{ m}$

এবং ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = ?$

পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1}$

সম্পাদিত কাজ, $W = ?$

ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10^6$

এখানে,

বর্ধিত ব্যাসার্ধ, $r_2 = 0.1\text{ m} = 10^{-1}\text{ m}$

আদি ব্যাসার্ধ, $r_1 = 0.01\text{ m} = 10^{-2}\text{ m}$

পৃষ্ঠটান, $T = 26 \times 10^{-3}\text{ N m}^{-1}$

সম্পাদিত কাজ, $W = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১১। একটি কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ 0.1 mm । একে $60 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ পৃষ্ঠটান এবং 800 kg m^{-3} ঘনত্বের তেলে ডুবালে কৈশিক নলে কত উচ্চতায় তেল উঠবে। স্পর্শ কোণ 20° ।

আমরা জানি,

$$T = \frac{h \rho g r}{2 \cos \theta}$$

$$\therefore h = \frac{2T \cos \theta}{\rho g r}$$

$$\therefore h = \frac{2 \times 60 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1} \times \cos 20^\circ}{800 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 10^{-4} \text{ m}}$$

$$= 0.1438 \text{ m}$$

উ: 0.1438 m .

এখানে,

$$\text{পৃষ্ঠটান, } T = 60 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{তেলের ঘনত্ব, } \rho = 800 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{স্পর্শ কোণ, } \theta = 20^\circ$$

$$\text{কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, } r = 0.1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = ?$$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১২। কোনো পারদ ব্যারোমিটারের নলের ব্যাস 4 mm । পৃষ্ঠটানের জন্য এর মধ্যে কী পরিমাণ ত্রুটি সংযুক্ত হবে? কাচের সাথে পারদের স্পর্শ-কোণ 140° , পারদের পৃষ্ঠটান $465 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$, পারদের ঘনত্ব $13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ । [রা. বি. ২০১২-২০১৩]

ধরা যাক, কৈশিক নলে পারদের উত্থান h

আমরা জানি,

$$T = \frac{h \rho g r}{2 \cos \theta}$$

$$\text{সুতরাং } h = \frac{2T \cos \theta}{r \rho g}$$

$$\therefore h = \frac{2 \times 465 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1} \times \cos 140^\circ}{2 \times 10^{-3} \text{ m} \times 13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= -2.67 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= -0.267 \text{ cm}$$

এখানে,

$$\text{পারদের পৃষ্ঠটান, } T = 465 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{স্পর্শ কোণ, } \theta = 140^\circ$$

$$\text{নলের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{4}{2} \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{পারদের ঘনত্ব, } \rho = 13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{উচ্চতা, } h = ?$$

বিশ্রাংগ চিহ্ন থেকে বোঝা যায় যে, নলের ভেতরে পারদের অবক্ষেপ ঘটেছে অর্থাৎ নিচে নেমে গেছে। সুতরাং ব্যারোমিটারটি প্রকৃত পাঠের চেয়ে 0.267 cm কম পাঠ দেবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১৩। 5 cm ব্যাসার্ধের বুদ্ধবুদ্ধ সৃষ্টি করতে কৃতকাজ কত? পৃষ্ঠটান, $T = 3 \times 10^{-12} \text{ N m}^{-1}$ । [ব. বো. ২০১৬]

আমরা জানি,

$$\text{ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন } \Delta A \text{ হলে } W = \Delta A T$$

কিন্তু বুদ্ধবুদ্ধের দুটি পৃষ্ঠ থাকে, সুতরাং ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি

$$\Delta A = 2 \times [4\pi (r_2^2 - r_1^2)]$$

$$= 8 \times \pi \times [(0.05)^2 - 0]$$

$$= 0.0628 \text{ m}^2$$

অতএব কৃতকাজ,

$$W = \Delta A \times T = 0.0628 \text{ m}^2 \times 3 \times 10^{-12} \text{ N m}^{-1}$$

$$= 1.88 \times 10^{-13} \text{ J}$$

উ: $1.88 \times 10^{-13} \text{ J}$

এখানে,

$$\text{বর্ধিত ব্যাসার্ধ, } r_2 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$\text{আদি ব্যাসার্ধ, } r_1 = 0$$

$$\text{পৃষ্ঠটান, } T = 3 \times 10^{-12} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{কৃতকাজ, } W = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১৪। দুটি তারের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 5 mm। তার দুটিকে সমান বলে টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির তিন গুণ হয়। প্রথম তারের পয়সনের অনুপাত 0.5।

(ক) যখন প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করা হয় তখন এর ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে?

(খ) উদ্দীপকের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত ব্যক্ত কর।

[ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\sigma = \frac{d_1 L}{D l}$$

$$\therefore d_1 = \frac{\sigma_1 D_1 l_1}{L} = \frac{0.5 \times 2 \times 10^{-3} \text{ m} \times L}{L \times 10} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\therefore r_1 = \frac{1 \times 10^{-4} \text{ m}}{2} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

এখানে,

প্রথম তারের দৈর্ঘ্য, $L_1 = L$

প্রথম তারের ব্যাস, $D_1 = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_1 = \frac{L}{10}$

প্রথম তারের পয়সনের অনুপাত, $\sigma_1 = 0.5$

প্রথম তারের ব্যাস হ্রাস d_1

প্রথম তারের ব্যাসার্ধ হ্রাস, $r_1 = \frac{d_1}{2} = ?$

(খ) আমরা জানি, তারের উপাদানের ইয়ং গুণক

$$Y = \frac{FL}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 l}$$

প্রথম তারের ক্ষেত্রে, ইয়ং গুণক

$$Y_1 = \frac{FL}{\pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 l_1} = \frac{4FL}{\pi D_1^2 \times 3l}$$

দ্বিতীয় তারের ক্ষেত্রে, ইয়ং গুণক

$$Y_2 = \frac{FL}{\pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 l_2} = \frac{4FL}{\pi D_2^2 \times l}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{Y_1}{Y_2} &= \frac{4F \times L}{\pi D_1^2 \times 3l} \times \frac{\pi D_2^2 l}{4F \times L} \\ &= \frac{D_2^2}{3D_1^2} = \frac{(5 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{3 \times (2 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 2.08 \end{aligned}$$

বা, $Y_1 = 2.08 Y_2$

$\therefore Y_1, Y_2$ এর চেয়ে বড় সুতরাং প্রথম তারটি দ্বিতীয় তারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক।

উ: (ক) $5 \times 10^{-5} \text{ m}$; (খ) প্রথম তার বেশি স্থিতিস্থাপক।

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $L_1 = L_2 = L$

প্রথম তারের ব্যাস, $D_1 = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

দ্বিতীয় তারের ব্যাস, $D_2 = 5 \text{ mm} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$

উভয় তারের প্রযুক্ত বল, $= F$

দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_2 = l$

প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_1 = 3l$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১৫। রতন 0.1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.50 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তারে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে এবং ধারণা করল ঘূর্ণন সংখ্যা 600 rpm, তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 10^{-6} m^2 এবং অসহ পীড়ন $4.8 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$ । তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ ।

(ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত তারটিকে বস্তু সমেত ঝুলিয়ে দেওয়া হলে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর।

(খ) রতনের ঘূর্ণন সংখ্যার ধারণার সত্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$\therefore Y = \frac{MgL}{Al}$$

$$\therefore l = \frac{MgL}{AY}$$

$$= \frac{0.1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times 0.5 \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}^2 \times 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 2.45 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$= 2.45 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $L = 0.50 \text{ m}$

ঝুলানো ভর, $m = 0.1 \text{ kg}$

তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 10^{-6} \text{ m}^2$

অসহ পীড়ন, $\frac{F}{A} = 4.8 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$

$$\therefore \text{অসহ বল, } F = 4.8 \times 10^7 \text{ N m}^{-2} \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$= 48 \text{ N}$$

ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = ?$

কৌণিক বেগ, $\omega = ?$

(খ) আবার,

কেন্দ্রমুখী বল, $F = m\omega^2 r$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{F}{mr}} = \sqrt{\frac{48 \text{ N}}{0.1 \text{ kg} \times 0.50 \text{ m}}} = 30.98 \text{ rad s}^{-1} = \frac{30.98}{2\pi} \text{ rev} \times (60) \text{ min}^{-1}$$

$$= 295.87 \text{ rev min}^{-1} \approx 296 \text{ rpm}$$

উ : (ক) $2.45 \times 10^{-3} \text{ mm}$; (খ) 296 rpm অর্থাৎ রতনের প্রাপ্ত ঘূর্ণন সংখ্যা তার ধারণার চেয়ে কম। সুতরাং তার ধারণা সঠিক ছিল না।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১৬। সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তারের ব্যাস যথাক্রমে 1 mm, 2 mm এবং 3 mm। তার তিনটিতে সমান বল $5 \times 10^3 \text{ N}$ প্রয়োগের ফলে এদের দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি যথাক্রমে 5%, 2% এবং 1% হলো।

(ক) প্রথম তারটির একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক শক্তি নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে কোন তারটির স্থিতিস্থাপক সীমা সবচেয়ে বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও।

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{একক আয়তনে স্থিতিশক্তি, } U = \frac{1}{2} \frac{Yl^2}{L^2}$$

আবার, ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{\pi r^2 l}$

$$Y_1 = \frac{5 \times 10^3 \text{ N} \times L \times 20}{3.14 \times (0.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times L}$$

$$= 1.27 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$$

$$\therefore U_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1.27 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2} \times (L/20)^2}{L^2}$$

$$= 1.589 \times 10^8 \text{ J m}^{-3}$$

এখানে

প্রথম তারের ব্যাস, $d_1 = 1 \text{ mm}$

$$\therefore \text{প্রথম তারের ব্যাসার্ধ, } r_1 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

তারের দৈর্ঘ্য, $L_1 = L_2 = L_3 = L$

প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_1 = \frac{L}{20}$

প্রযুক্ত বল, $F = 5 \times 10^3 \text{ N}$

প্রথম তারের ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y_1 = ?$

সঞ্চিত শক্তি, $U_1 = ?$

(খ) যে তার বেশি স্থিতিস্থাপক অর্থাৎ যে তারের উপাদানের স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক বেশি সেই তারের স্থিতিস্থাপক সীমা বেশি হবে।

$$Y_2 = \frac{FL}{\pi r_2^2 l_2}$$

$$= \frac{5 \times 10^3 \text{ N} \times L \times 50}{\pi \times (1 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times L}$$

$$= 7.96 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$$

$$Y_3 = \frac{FL}{\pi r_3^2 l_3}$$

$$= \frac{5 \times 10^3 \text{ N} \times L \times 100}{\pi \times (1.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times L}$$

$$= 7.08 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$$

$$\therefore Y_1 > Y_2 > Y_3$$

সুতরাং প্রথম তারের স্থিতিস্থাপক সীমা বেশি।

উ: (ক) $1.59 \times 10^8 \text{ J m}$; (খ) প্রথম তারের স্থিতিস্থাপক সীমা বেশি।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১৭। রিমি পরীক্ষা করে দেখলো যে, 4 mm ব্যাসের একটি লোহার গোলক কেরোসিন তেলে $4 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ে। রিমির ধারণা হলো কেরোসিন অপেক্ষা গ্লিসারিনে গোলকটির প্রান্তবেগ বেশি হবে। লোহার ঘনত্ব 7800 kg m^{-3} , কেরোসিনের ঘনত্ব 800 kg m^{-3} , গ্লিসারিনের ঘনত্ব 1250 kg m^{-3} , গ্লিসারিনের সান্দ্রতাক্ষ 1.6 N m s^{-2} ।

(ক) সান্দ্র বল নির্ণয় কর।

(খ) উদ্ভীর্ণকের তথ্যের ভিত্তিতে রিমির ধারণা সঠিক কি না তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[সি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{সান্দ্রবল, } F = 6 \pi r \eta_1 v_1$$

$$\text{কেরোসিনের সান্দ্রতাক্ষ, } \eta_1 = \frac{2r^2(\rho - \rho_1)g}{9v_1}$$

$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times (7800 \text{ kg m}^{-3} - 800 \text{ kg m}^{-3}) \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{9 \times 4 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}}$$

$$= 1.52 \text{ N m s}^{-2}$$

$$\therefore \text{কেরোসিনের সান্দ্রবল, } F = 6 \times \pi \times 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\times 1.52 \text{ N m s}^{-2} \times 4 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

$$= 2.3 \times 10^{-3} \text{ N}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\text{গ্লিসারিনে প্রান্ত বেগ, } v_2 = \frac{2r^2(\rho - \rho_2)g}{9\eta_2}$$

এখানে,

$$\text{গোলকের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{4 \text{ mm}}{2} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{কেরোসিনে প্রান্ত বেগ, } v_1 = 4 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{কেরোসিনের সান্দ্রতাক্ষ, } \eta_1 = ?$$

$$\text{লোহার ঘনত্ব, } \rho = 7800 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{কেরোসিনের ঘনত্ব, } \rho_1 = 800 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{সান্দ্রবল, } F = ?$$

$$\text{গ্লিসারিনের ঘনত্ব, } \rho_2 = 1250 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{গ্লিসারিনের সান্দ্রতাক্ষ, } \eta_2 = 1.6 \text{ N m s}^{-2}$$

$$\text{গ্লিসারিনে প্রান্ত বেগ, } v_2 = ?$$

$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times (7800 \text{ kg m}^{-3} - 1250 \text{ kg m}^{-3}) \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{9 \times 1.6 \text{ N m s}^{-2}}$$

$$= 0.0356 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.56 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় যে, গ্লিসারিনে প্রান্তবেগ কেরোসিনে প্রান্ত বেগের চেয়ে কম। সুতরাং রিমির ধারণা ভুল ছিল।

উ: (ক) $2.3 \times 10^{-3} \text{ N}$; (খ) রিমির ধারণা ভুল।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১৮। তমালিকা ভিন্ন ব্যাসের একই পদার্থের দুটি ধাতব গোলক তার্পিন তেলের মধ্যে ছেড়ে দিল। গোলক দুটি প্রান্তিক বেগে তার্পিন তেলের তলায় গিয়ে পড়ল। বড় গোলকটি প্রান্তিক বেগে ৩ সেকেন্ডে ২১ cm পথ অতিক্রম করে। ধাতব পদার্থের ঘনত্ব $4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, তেলের ঘনত্ব $8.9 \times 10^2 \text{ kg m}^{-3}$ এবং বড় গোলকের ব্যাস ৬ cm। [তার্পিন তেলের সান্দ্রতাক্ষ $1.5 \times 10^{-2} \text{ Pa s}$]।

(ক) প্রান্তিক বেগের সময় বড় গোলকটির প্রযুক্ত সান্দ্রবল নির্ণয় কর।

(খ) ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ ২ cm হলে, কোন গোলকটি আগে নিচে পতিত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। [ব. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{সান্দ্রবল, } F = 6\pi r \eta v$$

$$F_1 = 6 \times \pi \times 3 \times 10^{-2} \text{ m} \times 1.5 \times 10^{-2} \text{ Pa s} \times 7 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

$$= 5.93 \times 10^{-4} \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{বড় গোলকের ব্যাসার্ধ, } r_1 = \frac{6 \text{ cm}}{2} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

বড় গোলকের প্রান্তিক বেগ,

$$v_1 = \frac{21 \text{ cm}}{3 \text{ s}} = 7 \text{ cm s}^{-1}$$

$$= 7 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

তেলের সান্দ্রতাক্ষ, $\eta = 1.5 \times 10^{-2} \text{ Pa s}$

সান্দ্র বল, $F_1 = ?$

(খ) তার্পিন তেলে যে গোলকের প্রান্তিক বেগ বেশি সেটি আগে নিচে পতিত হবে।

ছোট গোলকের প্রান্তিক বেগ v_2 এবং ব্যাসার্ধ r_2 হলে,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$v_2 = \frac{r_2^2}{r_1^2} v_1$$

$$= \frac{(2 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \times 7 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}}{(3 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$= 0.031 \text{ m s}^{-1} = 3.1 \text{ cm s}^{-1}$$

এখানে,

$$r_1 = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$r_2 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$v_1 = 7 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

$$v_2 = ?$$

যেহেতু বড় গোলকের প্রান্তিক বেগ ছোট গোলকের চেয়ে বেশি, সুতরাং বড় গোলকটি আগে নিচে পতিত হবে।

উ: (ক) $5.93 \times 10^{-4} \text{ N}$; (খ) বড় গোলক।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.১৯। ০.২ mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে প্রথম ও দ্বিতীয় তরলে ডুবালে যথাক্রমে 4° ও 140° স্পর্শ কোণ তৈরি হয়। প্রথম ও দ্বিতীয় তরলের পৃষ্ঠটান যথাক্রমে $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ এবং $465 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ।

(ক) কৈশিক নলে যে পরিমাণ প্রথম তরল উপরে উঠে তা বের কর।

(খ) উদ্দীপকের কৈশিক নলে তরলের উত্থান না পতন বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [রা. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{প্রথম তরলের পৃষ্ঠটান, } T_1 = \frac{r h_1 \rho_1 g}{2 \cos \theta_1}$$

$$\text{কিন্তু ঘনত্ব, } \rho_1 = \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{m_1}{V_1}$$

$$\therefore T_1 = \frac{r h_1 m_1 g}{2 V_1 \cos \theta_1}$$

আবার কৈশিক নলে তরলের আয়তন, $V_1 = \pi r^2 h_1$

$$\therefore T_1 = \frac{r h_1 m_1 g}{2 \pi r^2 h_1 \cos \theta_1} = \frac{m_1 g}{2 \pi r \cos \theta_1}$$

$$\begin{aligned} \therefore m_1 &= \frac{2 \pi r T_1 \cos \theta_1}{g} \\ &= \frac{2 \times \pi \times 0.2 \times 10^{-3} \text{ m} \times 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1} \times \cos 4^\circ}{9.8 \text{ m s}^{-2}} \\ &= 9.2 \times 10^{-6} \text{ kg} \end{aligned}$$

(খ) উদ্দীপকে প্রদত্ত স্পর্শ কোণ ও পৃষ্ঠটানের মান থেকে প্রতীয়মান হয় যে, প্রথম তরলটি পানি এবং দ্বিতীয় তরলটি পারদ।

আমরা জানি,

$$h = \frac{2T \cos \theta}{r \rho g}$$

$$\therefore h_1 = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1} \times \cos 4^\circ}{0.2 \times 10^{-3} \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 0.073 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{2 \times 465 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1} \times \cos 140^\circ}{0.2 \times 10^{-3} \text{ m} \times 13596 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} \\ &= -0.00267 \text{ m} \end{aligned}$$

$\therefore |h_1| > |h_2|$ সুতরাং কৈশিক নলে পানির উত্থান বেশি হবে।

উ: (ক) $9.2 \times 10^{-6} \text{ kg}$; (খ) উত্থান বেশি হবে।

এখানে,

$$\text{নলের ব্যাসার্ধ, } r = 0.2 \text{ mm} = 0.2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{প্রথম তরলের পৃষ্ঠটান, } T_1 = 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{প্রথম তরলের স্পর্শ কোণ, } \theta_1 = 4^\circ$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{দ্বিতীয় তরলের পৃষ্ঠটান, } T_2 = 465 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{দ্বিতীয় তরলের স্পর্শ কোণ, } \theta_2 = 140^\circ$$

$$\text{নলে প্রথম তরলের ভর, } m_1 = ?$$

সুতরাং,

$$\text{প্রথম তরলের ঘনত্ব, } \rho_1 = 1000 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{দ্বিতীয় তরলের ঘনত্ব, } \rho_2 = 13596 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{প্রথম তরলের উত্থান, } h_1 = ?$$

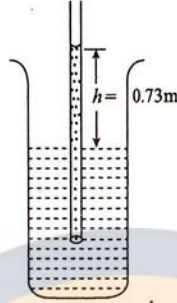
$$\text{দ্বিতীয় তরলের পতন, } h_2 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৭.২০। চিত্রে পানিপূর্ণ বীকারে ডুবানো কৈশিক নলের ব্যাস 0.04 mm ।

(ক) উদ্দীপকের আলোকে পানির তলটান নির্ণয় কর।

(খ) কৈশিক নলের ব্যাসার্ধের কী পরিবর্তনে পানির উচ্চতা 0.80 m হবে নির্ণয়পূর্বক কারণ বিশ্লেষণ কর।

[চ. বো. ২০১৬]



(ক) আমরা জানি,

$$T = \frac{r h \rho g}{2}$$

$$= \frac{0.02 \times 10^{-3} \text{ m} \times 0.73 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{2}$$

$$= 0.0715 \text{ N m}^{-1}$$

$$= 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

এখানে,

নলের ব্যাসার্ধ, $r = 0.02 \text{ mm} = 0.02 \times 10^{-3} \text{ m}$

তরল স্তরের উচ্চতা, $h = 0.73 \text{ m}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$

অভিকর্ষণ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

পানির তলটান, $T = ?$

$$(খ) r_2 = \frac{2T}{h_2 \rho g} = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}}{0.80 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 1.825 \times 10^{-5} \text{ m} = 0.018 \text{ mm}$$

$$\therefore \Delta r = 0.02 \text{ mm} - 0.018 \text{ mm} = 0.002 \text{ mm}$$

$$= 0.002 \text{ mm}$$

কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ 0.002 mm কমাতে হবে।

কৈশিক নলের মধ্যে তরল পদার্থের উচ্চতা নলের ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক অর্থাৎ ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে তরল স্তরের উচ্চতা বৃদ্ধি পায়।

উ: (ক) $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$; (খ) 0.002 mm কমাতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.২১। একই আকারের দশটি পানির ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হলো। প্রতিটি ফোঁটার ব্যাস $5 \times 10^{-7} \text{ m}$ । পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ।

(ক) উদ্দীপকের বড় ফোঁটার ব্যাস নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কিনা—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[দি. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি, 10 টি ছোট ফোঁটার মোট আয়তন একটি বড় ফোঁটার আয়তনের সমান।

$$10 \times \frac{4}{3} \pi d^3 = \frac{4}{3} \pi D^3$$

$$\text{বা, } D^3 = 10 \times d^3$$

$$\therefore D = [10 \times (5 \times 10^{-7} \text{ m})^3]^{\frac{1}{3}}$$

এখানে,

ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $d = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$

ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10$

বড় ফোঁটার ব্যাস, $D = ?$

$$= 1.077 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(খ) আমরা জানি, ছোট ফোঁটাগুলো একত্রিত হয়ে বড় ফোঁটায় পরিণত হওয়ার ফলে কৃতকাজ

$$\begin{aligned} W &= 4 \pi (Nr^2 - R^2) \times T \\ &= 4 \pi \times [10 \times (2.5 \times 10^{-7} \text{ m})^2 \\ &\quad - (5.386 \times 10^{-7} \text{ m})^2] \times 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1} \\ &= 3.03 \times 10^{-13} \text{ J} \end{aligned}$$

এই কাজের ফলে উৎপন্ন চাপ H হলে এবং তার ফলে পানির তাপমাত্রা বৃদ্ধি $\Delta\theta$ হলে $H = ms \Delta\theta$

$$\text{বা, } \Delta\theta = \frac{H}{ms}$$

এখানে, m = পানির ভর এবং s = পানির আপেক্ষিক তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

পানির ঘনত্ব ρ এবং আয়তন V হলে,

$$\begin{aligned} m &= \rho V = \rho \times \frac{4}{3} \pi R^3 \\ &= 100 \text{ kg m}^{-3} \times \frac{4}{3} \pi \times (5.386 \times 10^{-7})^3 \\ &= 6.544 \times 10^{-16} \text{ kg} \\ \text{সুতরাং, } \Delta\theta &= \frac{3.03 \times 10^{-13} \text{ J}}{6.544 \times 10^{-16} \text{ kg} \times 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} \\ &= 0.11 \text{ K} \\ &= 0.11^\circ \text{C} \end{aligned}$$

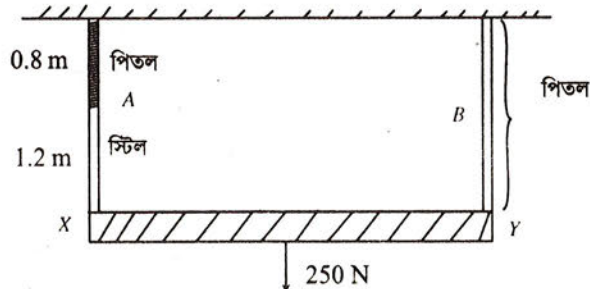
অর্থাৎ উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রা 0.11 K বা 0.11°C বৃদ্ধি পাবে।

উ: (ক) $1.077 \times 10^{-6} \text{ m}$; (খ) পানির তাপমাত্রা 0.11 K বা, 0.11°C বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.২২। একটি 250 N ওজনের ভারী সুষ্ম ধাতব বার XY সমান দৈর্ঘ্যের দুটি তার A ও B দ্বারা অনুভূমিক তলে ঝুলানো আছে। যা চিত্রে দেখানো হয়েছে (অসম্প্রসারিত অবস্থা)। প্রতিটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ । B তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি 2.5×10^{-4} , A তারের 0.8 m পিতলের বাকি 1.2 m স্টিলের।

স্টিলের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক = $2 \times 10^{11} \text{ Pa}$

পিতলের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক = $1 \times 10^{11} \text{ Pa}$



(ক) B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর।

(খ) বারের কোন প্রান্ত বেশি নিচু হবে? যাচাই কর।

[য. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি

$$U = \frac{1}{2} Y \times \left(\frac{l}{L}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2} \times (2.5 \times 10^{-4})^2$$

$$= 3125 \text{ J}$$

(খ) আমরা জানি, $Y_1 = \frac{FL_1}{Al_1}$

$$\text{বা, } l_1 = \frac{FL_1}{AY_1}$$

$$= \frac{250 \text{ N} \times 0.8 \text{ m}}{2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \times 1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 8 \times 10^{-3} \text{ m}$$

আবার, $l_1 = \frac{FL_2}{AY_2}$

$$= \frac{250 \text{ N} \times 1.2 \text{ m}}{2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \times 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\therefore A \text{ তারের মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, } l_A = l_1 + l_2$$

$$= 8 \times 10^{-3} \text{ m} + 6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 14 \times 10^{-3} \text{ m}$$

B তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l_B হলে,

$$l_B = \frac{FL}{AY_2}$$

$$= \frac{250 \text{ N} \times 2 \text{ m}}{2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \times 1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 20 \times 10^{-3} \text{ m}$$

এখানে, $l_B > l_A$

\therefore বারের Y প্রান্ত বেশি নিচু হবে।

উ: (ক) 3125 J; (খ) Y প্রান্ত বেশি নিচু হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৭.২৩। দুটি অবলম্বন হতে 1 m দৈর্ঘ্যের একই উপাদানের দুটি তারের প্রত্যেকটির মুক্তপ্রান্তে 0.05 kg ভর ঝুলানো হলো। তারগুলোর ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 4 mm (ইয়ং এর গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$)।

(ক) প্রথম তারটির একক আয়তনে স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) ভরসহ প্রত্যেকটি ঝুলানো তার সরল দোলকের ন্যায় আচরণ করলে কোনটি ধীরে চলছে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর।

(ক) আমরা জানি,

$$\text{স্থিতিশক্তি, } U = \frac{1}{2} Y l^2$$

আবার, তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,

$$l = \frac{FL}{\pi r^2 Y}$$

$$= \frac{0.49 \text{ N} \times 1 \text{ m}}{\pi \times (1 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

এখানে,

B তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$

B তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = 1 \times 10^{11} \text{ Pa}$
 $= 1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

B তারের বিকৃতি, $\frac{l}{L} = 2.5 \times 10^{-4}$

B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি, $U = ?$

এখানে,

প্রত্যেক তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$

বল, $F = 250 \text{ N}$

B তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\frac{l}{L} = 2.5 \times 10^{-4}$

A তারের পিতল অংশের দৈর্ঘ্য, $L_1 = 0.8 \text{ m}$

A তারের স্টিলের অংশের দৈর্ঘ্য, $L_2 = 1.2 \text{ m}$

পিতলের ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y_1 = 1 \times 10^{11} \text{ Pa}$
 $= 1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

স্টিলের তারের ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y_2 = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

B তারের দৈর্ঘ্য, $L = 2 \text{ m}$

A তারের পিতল অংশের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_1 = ?$

A তারের স্টিলের অংশের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l_2 = ?$

এখানে,

তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

তারের আদি দৈর্ঘ্য, $L = 1 \text{ m}$

প্রযুক্ত বল, $F = mg = 0.05 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$
 $= 0.49 \text{ N}$

তারের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2 \text{ mm}}{2} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$= 7.8 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\therefore U = \frac{\frac{1}{2} \times 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2} \times (7.8 \times 10^{-7} \text{ m})^2}{(1 \text{ m})^2}$$

$$= 0.06084 \text{ J}$$

(খ) 'ক' অংশ থেকে প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি

$$l_1 = 7.8 \times 10^{-7} \text{ m}$$

দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,

$$l_2 = \frac{FL}{\pi r^2 Y} = \frac{0.49 \times 1 \text{ m}}{\pi \times (2 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 1.95 \times 10^{-7} \text{ m}$$

এখানে, $l_1 > l_2$

আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল, T দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক অর্থাৎ $T \propto \sqrt{L}$ ।

সুতরাং যে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বেশি তার দোলনকাল বেশি হবে অর্থাৎ সেটি ধীরে চলবে। যেহেতু প্রথম তারের দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি দ্বিতীয় তারের চেয়ে বেশি হচ্ছে। সুতরাং তার দুটি দোলকের ন্যায় আচরণ কালে প্রথম তারটি ধীরে চলবে।

উ: (ক) 0.06084 J; (খ) প্রথম তারটি ধীরে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ-৭.২৪। 2 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তারকে টেনে 0.1 mm প্রসারিত করা হলো। যদি তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ হয়, তবে তারটি প্রসারিত করতে কাজের পরিমাণ কী হবে? [রা. বো. ২০১২]

আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2} \frac{YA l^2}{L}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2} \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times (10^{-4} \text{ m})^2}{2 \text{ m}}$$

$$= 5 \times 10^{-4} \text{ J}$$

উ: $5 \times 10^{-4} \text{ J}$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.২৫। 2 m দীর্ঘ এবং 1 mm ব্যাসবিশিষ্ট তারকে 10 N ভার প্রয়োগে টানা হলো। কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । [দি. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$W = \frac{1}{2} \frac{Y \pi r^2 l^2}{L}$$

আবার আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{\pi r^2 l}$$

$$\text{বা, } l = \frac{FL}{\pi r^2 Y}$$

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $L = 2 \text{ m}$

$$\text{তারের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{1 \text{ mm}}{2} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

বল, $F = 10 \text{ N}$

ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

কৃতকাজ, $W = ?$

$$= \frac{10 \text{ N} \times 2 \text{ m}}{\pi \times (0.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}} = 1.27 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\therefore W = \frac{1}{2} \times \frac{2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2} \times \pi \times (0.5 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \times (1.27 \times 10^{-4} \text{ m})^2}{2 \text{ m}}$$

$$\text{বা, } W = 6.33 \times 10^{-4} \text{ J}$$

উ: $6.33 \times 10^{-4} \text{ J}$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.২৬। একটি অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের (cube) প্রতি বাহুর (side) দৈর্ঘ্য 10 cm। এর ওপর 100 N ব্যবর্তন বল প্রযুক্ত হলো। ঘনকের ওপরের পৃষ্ঠ নিচের পৃষ্ঠের সাপেক্ষে 0.01 cm সরে গেল। ব্যবর্তন পীড়ন, ব্যবর্তন বিকার ও ব্যবর্তন গুণাঙ্ক বের কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\text{ব্যবর্তন পীড়ন} &= \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল}} \\ &= \frac{F}{A} = \frac{100 \text{ N}}{10^{-2} \text{ m}^2} \\ &= 10^4 \text{ N m}^{-2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ব্যবর্তন বিকার, } \theta &= \frac{\text{সরণ}}{\text{ঘনকের বাহু}} = \frac{x}{L} \\ &= \frac{0.01 \times 10^{-2} \text{ m}}{0.1} = 1 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, } n = \frac{\text{ব্যবর্তন পীড়ন}}{\text{ব্যবর্তন বিকার}}$$

$$\therefore n = \frac{10^4 \text{ N m}^{-2}}{10^{-3}} = 10^7 \text{ N m}^{-2}$$

$$\text{উ: } 10^4 \text{ N m}^{-2}; 1 \times 10^{-3}; 10^7 \text{ N m}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.২৭। $2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ চাপে সীসার ঘনত্ব কত হবে ?

[সীসার স্বাভাবিক ঘনত্ব $\rho = 11.4 \text{ g cm}^{-3}$ এবং সীসার আয়তন গুণাঙ্ক $0.80 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$]

আমরা জানি,

$$\text{আয়তন গুণাঙ্ক, } B = \frac{Vp}{v}$$

$$\begin{aligned}\text{বা, } \frac{V}{v} &= \frac{B}{p} \\ &= \frac{0.80 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}}{2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}} = 40\end{aligned}$$

$$\therefore v = \frac{V}{40}$$

ধরা যাক, চাপ প্রয়োগের ফলে সীসার নতুন আয়তন হলো V' এবং নতুন ঘনত্ব হলো ρ'

চাপ প্রদানের পূর্বে সীসার ভর = চাপ প্রদানের পর সীসার ভর

$$V\rho = V'\rho' \text{ বা, } \rho' = \frac{V\rho}{V'}$$

$$\text{কিন্তু } V' = V - v = V - \frac{V}{40} = \frac{39V}{40}$$

$$\text{সুতরাং } \rho' = \frac{V\rho}{\frac{39V}{40}} \text{ বা, } \rho' = \frac{40\rho}{39}$$

$$\therefore \rho' = \frac{40 \times 11.4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}}{39} = 11.692 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{উ: } 11.692 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

এখানে

$$\text{বল, } F = 100 \text{ N}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য, } L = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\text{ক্ষেত্রফল, } A &= L \times L = 0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m} \\ &= 10^{-2} \text{ m}^2\end{aligned}$$

$$\text{সরণ, } x = 0.01 \text{ cm}$$

$$= 0.01 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{ব্যবর্তন পীড়ন} = ?$$

$$\text{ব্যবর্তন বিকার, } \theta = ?$$

$$\text{ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, } n = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.২৮। 10^{-6} m ব্যাসবিশিষ্ট 2500 টি পানির ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরি করল। এতে নির্গত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$] [ব. বো. ২০০৯]

আমরা জানি, ক্ষেত্রফলের পরিবর্তন ΔA হলে,

$$W = \Delta A \times T$$

$$= 4\pi (Nr^2 - R^2)T$$

এখন,

$$2500 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\text{বা, } R^3 = 2500 r^3$$

$$\therefore R = 13.57r$$

$$= 13.57 \times 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$= 6.785 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\therefore W = 4\pi [2500 \times (0.5 \times 10^{-6} \text{ m})^2 - (6.785 \times 10^{-6} \text{ m})^2] \times 72 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$= 5.24 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$\text{উ: } 5.24 \times 10^{-10} \text{ J}$$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.২৯। পানির ভেতর দিয়ে 10^{-5} m ব্যাসার্ধের একটি বায়ু বুদবুদ উঠছে। পানির সান্দ্রতাক $10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$ এবং ঘনত্ব 10^3 kg m^{-3} । পানির ঘনত্বের তুলনায় বায়ুর ঘনত্ব অগ্রাহ্য করে বুদবুদটির উর্ধ্বমুখী বেগ বের কর।

আমরা জানি, পানির মধ্যে বায়ু বুদবুদের উর্ধ্বমুখী বেগের জন্য, সান্দ্র বল = উর্ধ্বমুখী লব্ধি বল

বা, $F = \text{অপসারিত পানির ওজন} - \text{বুদবুদের ওজন}$

$$6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a g$$

$$6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g \quad [\because \text{বায়ুর ঘনত্ব, } \rho_a \text{ নগণ্য}]$$

$$\text{সুতরাং } v = \frac{2r^2 \rho g}{9\eta}$$

$$v = \frac{2 \times (10^{-5} \text{ m})^2 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{9 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}}$$

$$= 2.18 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 2.18 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.৩০। পানির একটি ফোঁটা বায়ুর মধ্য দিয়ে পতিত হচ্ছে। ফোঁটাটির অন্ত্যবেগ

$1.2 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ এবং বায়ুর জন্য $\eta = 1.8 \times 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$ হলে পানির ফোঁটাটির ব্যাস কত? [চ. বো. ২০০৭]

আমরা জানি, ফোঁটার ব্যাসার্ধ r হলে,

$$v = \frac{2r^2 (\rho_s - \rho_f) g}{9\eta}$$

$$\text{বা, } r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2(\rho_s - \rho_f) g}}$$

এখানে,

$$\text{ক্ষুদ্র ফোঁটার ব্যাসার্ধ, } r = \frac{1 \times 10^{-6} \text{ m}}{2} = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{পৃষ্ঠটান, } T = 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{ফোঁটার সংখ্যা, } N = 2500$$

$$\text{বৃহৎ ফোঁটার ব্যাসার্ধ, } R = ?$$

$$\text{নির্গত শক্তি, } W = ?$$

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{পানির ঘনত্ব, } \rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{সান্দ্রতা সহগ, } \eta = 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$$

$$\text{উর্ধ্বমুখী বেগ, } v = ?$$

এখানে,

$$\text{অন্ত্যবেগ, } v = 1.2 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{সান্দ্রতা সহগ, } \eta = 1.8 \times 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{পানির ঘনত্ব, } \rho_s = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$= \sqrt{\frac{9 \times 1.8 \times 10^{-5} \text{ N s m}^{-2} \times 1.2 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}}{2 (10^3 \text{ kg m}^{-3} - 1.21 \text{ kg m}^{-3}) \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}}$$

বায়ুর ঘনত্ব, $\rho_f = 1.21 \text{ kg m}^{-3}$
বাস, $d = ?$

$$= 9.97 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\therefore d = 2r = 1.99 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{উ: } 1.99 \times 10^{-5} \text{ m.}$$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.৩১। ছয় পা বিশিষ্ট $3.0 \times 10^{-3} \text{ g}$ ভরের একটি পোকা পানির উপরিতলে দাঁড়িয়ে থাকতে পারে। ছয়টি পা সমান ভর বহন করলে এবং পোকার পায়ের তলা $2.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের গোলক আকৃতির হলে, পানির সাথে পোকার পায়ের স্পর্শ কোণ কত হবে ?

[পানির পৃষ্ঠটান $7.2 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

[বুয়েট ২০০৭-২০০৮]

আমরা জানি, সাম্যাবস্থায়

$$T \cos \theta \times 2 \pi r = mg$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{mg}{T \times 2 \pi r}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{5 \times 10^{-7} \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{7.2 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1} \times 2 \times \pi \times 2 \times 10^{-5} \text{ m}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = 0.54157$$

$$\therefore \theta = 57.2^\circ$$

$$\text{উ: } 57.2^\circ$$

এখানে,

$$\text{পোকার ভর, } M = 3.0 \times 10^{-3} \text{ g}$$

$$= 3.0 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

$$\text{পোকার এক পায়ের ভর, } m = \frac{M}{6}$$

$$= \frac{3.0 \times 10^{-6} \text{ kg}}{6} = 5 \times 10^{-7} \text{ kg}$$

$$\text{পায়ের তলার বক্রতার ব্যাসার্ধ, } r = 2 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\text{পানির পৃষ্ঠটান, } T = 7.2 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{স্পর্শকোণ, } \theta = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ-৭.৩২। 2 mm ব্যাসের একটি ইস্পাতের তার 20° তাপমাত্রায় দুটি বিন্দুর মধ্যে টান টান অবস্থায় রাখা আছে। যদি তাপমাত্রা 10°C এ নেমে আসে তাহলে তারটির মধ্যে কত টেনশন (বল) তৈরি হবে বের কর। (ইস্পাতের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি গুণাঙ্ক $= 1.1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ এবং তারটির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= 2.1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$)

[বুয়েট ২০১৩-২০১৪]

আমরা জানি,

$$\text{তারের আদি দৈর্ঘ্য } L, \text{ দৈর্ঘ্য পরিবর্তন } l \text{ হলে, } \alpha = \frac{l}{L \Delta \theta}$$

$$\therefore l = L \alpha \Delta \theta$$

আবার আমরা জানি, তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A হলে

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$\text{বা, } F = \frac{Y A l}{L} = \frac{Y \pi r^2 l}{L}$$

$$= \frac{Y \pi r^2 L \alpha \Delta \theta}{L}$$

$$= Y \pi r^2 \alpha \Delta \theta$$

$$= 2.1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2} \times \pi \times (10^{-3} \text{ m})^2 \times 1.1 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \times 10^\circ\text{C}$$

$$= 72.53 \text{ N}$$

$$\text{উ: } 72.53 \text{ N}$$

এখানে,

$$\text{তারের ব্যাস, } d = 2 \text{ mm}$$

$$\text{তারের ব্যাসার্ধ, } r = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{তাপমাত্রার পরিবর্তন, } \Delta \theta = 20^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C}$$

$$= 10^\circ\text{C}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি গুণাঙ্ক} = \text{দৈর্ঘ্য প্রসারাক্ষ,}$$

$$\alpha = 1.1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$$

$$\text{ইয়ং গুণাঙ্ক } Y = 2.1 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$$

$$\text{বল, } F = ?$$

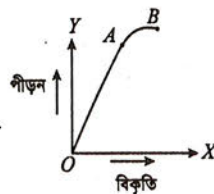
অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

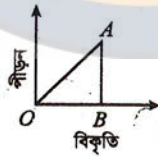
সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

- ১। স্থিতিস্থাপক সীমা হচ্ছে—
 - (ক) প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে যে ধর্মের জন্য বিকৃত বস্তু আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায়। ☐
 - (খ) বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন হয় ☐
 - (গ) যে মানের বল পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে ☐
 - (ঘ) সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় ☐
- ২। ইয়ং এর গুণাক্ষের মাত্রা সমীকরণ— [জ. বি. ২০১৭-২০১৮; চ. বি. ২০১৬-২০১৭; ঢা. বো. ২০১৬]
 - (ক) $[Y] = [ML^{-2} T^{-1}]$ ☐ (খ) $[Y] = [ML^{-1} T^{-1}]$ ☐
 - (গ) $[Y] = [ML^{-1} T^{-2}]$ ☐ (ঘ) $[Y] = [M^{-1} L^{-1} T^{-1}]$ ☐
- ৩। এসআই পদ্ধতিতে পীড়নের একক কোনটি ?
 - (ক) $N m^{-1}$ ☐ (খ) $N m$ ☐
 - (গ) $N m^{-2}$ ☐ (ঘ) $\frac{m}{N}$ ☐
- ৪। অসহ বল কোনটি ?
 - (ক) বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উদ্ভূত বল ☐
 - (খ) বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর যে পরিবর্তন হয় ☐
 - (গ) সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় ☐
 - (ঘ) সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বস্তুটি পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় ☐
- ৫। পীড়নের মাত্রা কোনটি ? [ই. বি. ২০১৭-২০১৮; কু. বি. ২০১৬-২০১৭; কু. বো. ২০১৫]
 - (ক) MLT^{-2} ☐ (খ) $ML^{-2}T$ ☐
 - (গ) $ML^{-1}T^{-2}$ ☐ (ঘ) $M^{-1}LT^{-2}$ ☐
- ৬। A ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো বস্তুতে লম্বভাবে F বল প্রয়োগ করা হলে,
 - (ক) পীড়ন $= \frac{A}{F}$ ☐ (খ) পীড়ন $= F \times A$ ☐
 - (গ) পীড়ন $= \frac{F}{A}$ ☐ (ঘ) পীড়ন $= AF^{-1}$ ☐
- ৭। L দৈর্ঘ্যের কোনো বস্তুর উপর দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করলে যদি এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন l হয় তাহলে দৈর্ঘ্য বিকৃতি কোনটি ?
 - (ক) $\frac{l}{L}$ ☐ (খ) $\frac{L}{l}$ ☐
 - (গ) $\frac{l}{A}$ ☐ (ঘ) $L \times l^2$ ☐

৮।



- চিত্রের পীড়ন এবং বিকৃতির মধ্যকার লেখচিত্রে OA রেখার ঢাল কি নির্দেশ করে? [কু. বো. ২০১৬]
- (ক) নতি বিন্দু ☐ (খ) ইয়ং এর গুণাঙ্ক ☐
- (গ) ভঙ্গুর বিন্দু ☐ (ঘ) স্থায়ী বিকৃতি ☐
- ৯। পয়সনের অনুপাত হচ্ছে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে—
- (ক) দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত ☐
- (খ) আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত ☐
- (গ) ব্যবর্তন পীড়ন ও ব্যবর্তন বিকৃতির অনুপাত ☐
- (ঘ) পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত ☐
- ১০। নিচের কোন রাশিটির কোনো মাত্রা নেই?
- (ক) ইয়ং গুণাঙ্ক ☐ (খ) আয়তন গুণাঙ্ক ☐
- (গ) দৃঢ়তার গুণাঙ্ক ☐ (ঘ) পয়সনের অনুপাত ☐
- ১১। নিচের কোনটির স্থিতিস্থাপকতা সর্বাপেক্ষা বেশি? [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) ইস্পাত ☐ (খ) রবার ☐
- (গ) তামা ☐ (ঘ) সোনা ☐
- ১২। 10^8 N m^{-2} পীড়নের প্রয়োগ 1 m দীর্ঘ একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেল 10^{-3} m । তারটির ইয়ং গুণাঙ্ক কত?
- (ক) 10^5 N m^{-2} ☐ (খ) 10^{11} N m^{-2} ☐
- (গ) 10^{11} N m^{-2} ☐ (ঘ) 10^{-5} N m^{-2} ☐
- ১৩। নিচের কোনটি স্থিতিস্থাপকতার জন্য সঠিক সমীকরণ?
- (ক) $Y = \frac{pV}{v}$ ☐ (খ) $B = \frac{dL}{Dl}$ ☐
- (গ) $n = \frac{F}{A\theta}$ ☐ (ঘ) $\sigma = \frac{MgL}{\pi r^2 l}$ ☐
- ১৪। পয়েস (poise) কীসের একক? [দি. বো. ২০১৭]
- (ক) ইয়ং গুণাঙ্ক ☐ (খ) স্ফন্যমাত্রা ☐
- (গ) পৃষ্ঠটান ☐ (ঘ) সান্দ্রতা গুণাঙ্ক ☐
- ১৫। চিত্রে বিকৃতি বনাম পীড়ন লেখচিত্রের ΔOAB এর ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে— [দি. বো. ২০১৬]



- (ক) ইয়ং গুণাঙ্ক ☐ (খ) সর্বমোট কৃতকাজ ☐
- (গ) একক আয়তনের বিভব শক্তি ☐ (ঘ) পয়সনের অনুপাত ☐
- ১৬। পৃষ্ঠটানের মাত্রা কোনটি?
- (ক) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ ☐ (খ) $\text{M}^2\text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$ ☐
- (গ) $\text{M}^{-2}\text{L}^2\text{T}^2$ ☐ (ঘ) $\text{M}^0\text{L}^2\text{T}^{-2}$ ☐
- ১৭। পৃষ্ঠটানের একক কোনটি? [ব. বো. ২০১৫]
- (ক) N m ☐ (খ) N m^{-1} ☐
- (গ) N m^2 ☐ (ঘ) $\frac{\text{m}}{\text{N}}$ ☐

১৮। সংসক্তি বল হচ্ছে—

- (ক) বিভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল
 (খ) একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল
 (গ) একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক বিকর্ষণ বল
 (ঘ) বিভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে পারস্পরিক বিকর্ষণ বল

☐
☐
☐
☐

১৯। আসঞ্জন বল হচ্ছে—

- (ক) একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল
 (খ) বিভিন্ন পদার্থের অণুর ভেতর পারস্পরিক বিকর্ষণ বল
 (গ) একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক বিকর্ষণ বল
 (ঘ) বিভিন্ন পদার্থের অণুর ভেতর পারস্পরিক আকর্ষণ বল

[চ. বো. ২০১৯]

☐
☐
☐
☐

২০। বৃষ্টির একটি বড় ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত হলে ফোঁটাগুলোর সর্বমোট—

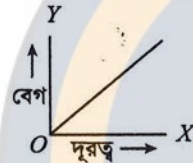
[ঢা. বো. ২০১৬]

- (ক) ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় ☐ (খ) ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় ☐
 (গ) আয়তন হ্রাস পায় ☐ (ঘ) ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে ☐

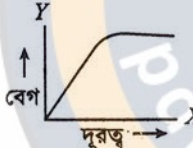
২১। বৃষ্টির ফোঁটা বাতাসের মধ্য দিয়ে পড়তে থাকলে দূরত্ব বনাম বেগ লেখচিত্রের প্রকৃতি কোনটি ?

[ব. বো. ২০১৬]

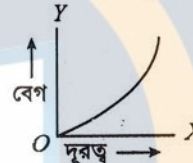
(ক)



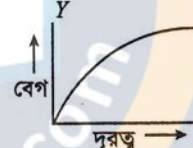
(গ)



(খ)



(ঘ)



☐
☐

২২। নিচের কোনটি পৃষ্ঠতন্ত্রের একক ?

[ঢা. বো. ২০১৬]

- (ক) $N\ m$ ☐ (খ) $N^{-1}\ m$ ☐
 (গ) $N\ m^{-2}$ ☐ (ঘ) $N\ m^{-1}$ ☐

২৩। যে সব তরল পদার্থ কাচ ভিজায় তাদের ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ—

- (ক) প্রায় 90° ☐ (খ) প্রায় 0° ☐
 (গ) 90° -এর চেয়ে বড় ☐ (ঘ) 90° -এর চেয়ে ছোট ☐

২৪। আয়তন গুণাক্ষের বিপরীত রাশি কোনটি ?

[চ. বো. ২০১৬]

- (ক) পয়সনের অনুপাত ☐ (খ) ইয়ং গুণাক্ষ ☐
 (গ) সংনম্যতা ☐ (ঘ) দৃঢ়তার গুণাক্ষ ☐

২৫। সান্দ্রতা সহগের মাত্রা কোনটি ?

[বুয়েট ২০১১-২০১২; কুয়েট ২০০৭-২০০৮; জা. বি. ২০১৭-২০১৮;

রা. বি. ২০১৪-২০১৫; চ. বো. ২০১৪-২০১৫, ২০১৭; রা. বো. ২০১৫, ২০১৭; ব. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৯]

- (ক) MLT^{-1} ☐ (খ) $ML^{-1}T$ ☐
 (গ) $ML^{-1}T^{-1}$ ☐ (ঘ) $M^{-1}LT$ ☐

২৬। গ্যাসের সান্দ্রতা সহগ-এর কেলভিন বা পরম তাপমাত্রার—

- (ক) সমানুপাতিক ☐ (খ) ব্যস্তানুপাতিক ☐
 (গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ☐

২৭। যেসব তরল পদার্থ কাচ ভিজায় না তাদের ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ— [মেরিন একাডেমি ২০১৫-২০১৬; দি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৯]

- (ক) প্রায় 90° ☐ (খ) প্রায় 0° ☐
 (গ) 90° -এর চেয়ে বড় ☐ (ঘ) 90° -এর চেয়ে ছোট ☐

২৮। কাচ ও বিশুদ্ধ পারদের বেলায় স্পর্শ কোণের মান— [বুয়েট ২০০৭-২০০৮; সি.কৃ.বি. ২০১৭-২০১৮]

- (ক) 0° ☐ (খ) প্রায় 139° ☐
 (গ) 90° ☐ (ঘ) 8° ☐

২৯। 100g ভরের একটি বস্তু পানির মধ্যে পড়ায় তার উপর ক্রিয়ারত প্লবতা 0.981 N হলে সাদ্ৰ বল হবে— [ব. বো. ২০১৭]

- (ক) 9.81 N ☐ (খ) 0.981 N ☐
 (গ) 1.962 N ☐ (ঘ) 0 ☐

৩০। যখন পানিতে কিছু ডিটারজেন্ট মেশানো হয় তখন এর পৃষ্ঠটান— [রা. বি. ২০১৫-২০১৬; দি. বো. ২০১৫]

- (ক) অপরিবর্তিত থাকে ☐ (খ) বৃদ্ধি পায় ☐
 (গ) হ্রাস পায় ☐ (ঘ) হ্রাসও পেতে পারে বৃদ্ধিও পেতে পারে ☐

৩১। পদার্থের আন্তঃআণবিক বলের বেলায় নিচের কোন উক্তিটি সঠিক ?

- (ক) অণুগুলোর মধ্যকার দূরত্ব r এর পরিবর্তনের সাথে আন্তঃআণবিক বলের পরিবর্তন ঘটে
 (খ) যত বৃদ্ধি পায় আন্তঃআণবিক বল তত আকর্ষণধর্মী হয়
 (গ) r যত হ্রাস পায় আন্তঃআণবিক বল তত বিকর্ষণধর্মী হয়
 (ঘ) উপরের সবকটি উক্তি সঠিক

৩২। নিচের কোনটি কঠিন পদার্থের বৈশিষ্ট্য নয় ?

- (ক) কঠিন পদার্থের অণুগুলো খুব কাছাকাছি থাকে ☐
 (খ) কঠিন পদার্থের অণুগুলো এদের গড় অবস্থানকে ঘিরে স্পন্দিত হয় ☐
 (গ) কঠিন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যবর্তী বল তত প্রবল নয় ☐
 (ঘ) কঠিন পদার্থ নির্দিষ্ট আকার থাকে ☐

৩৩। অ-পোলার অণুগুলোর মধ্যকার বন্ধনকে কী বলে ?

- (ক) আয়নিক বন্ধন ☐ (খ) সমযোজী বন্ধন ☐
 (গ) দ্বিপোল-দ্বিপোল ☐ (ঘ) ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন ☐

৩৪। পানির অণুর মধ্যকার বন্ধনকে কী বলে ?

- (ক) আয়নিক বন্ধন ☐ (খ) সমযোজী বন্ধন ☐
 (গ) দ্বিপোল-দ্বিপোল বন্ধন ☐ (ঘ) ধাতব বন্ধন ☐

৩৫। স্থিতিস্থাপকতার সীমার মধ্যে আকার পীড়ন ও আকার বিকৃতির অনুপাত হচ্ছে— [ঢা. বো. ২০১৫]

- (ক) ইয়ং-এর গুণক ☐ (খ) আয়তন গুণক ☐
 (গ) দৃঢ়তার গুণক ☐ (ঘ) পয়সনের অনুপাত ☐

৩৬। কোনো পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে নিট বল শূন্য হয় যখন— [ঢা. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৫]

- (ক) $r = r_0$ ☐ (খ) $r < r_0$ ☐
 (গ) $r > r_0$ ☐ (ঘ) $r \gg r_0$ ☐

৩৭। কোনটির ক্ষেত্রে ভ্যানডার ওয়ালস বল বিদ্যমান ? [রা. বো. ২০১৫]

- (ক) সোডিয়াম ও ক্লোরিন পরমাণুর বন্ধন ☐ (খ) অক্সিজেন অণুর বন্ধন ☐
 (গ) সিলিকন পরমাণুর বন্ধন ☐ (ঘ) তামার পরমাণুর বন্ধন ☐

- ৩৮। প্রভাব গোলকের ব্যাসার্ধ কোনটি ? [রা. বো. ২০১৫]
- (ক) 10^{-15} m ☐ (খ) 10^{-10} m ☐
- (গ) 10^{-9} m ☐ (ঘ) 10^{-18} m ☐
- ৩৯। নিচের কোন সম্পর্কটি স্টোকস এর সূত্র ? [মেরিন একাডেমি ২০১৭-২০১৮; কু. বো. ২০১৫]
- (ক) $F \propto \eta r v$ ☐ (খ) $F \propto \pi r v$ ☐
- (গ) $F \propto \pi \eta v$ ☐ (ঘ) $F \propto \eta r v$ ☐
- ৪০। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের একক কোনটি ? [কু. বো. ২০১৫; ঢা. বো. ২০১৬]
- (ক) rad s^{-1} ☐ (খ) J s^{-1} ☐
- (গ) N s m^{-2} ☐ (ঘ) N m^{-2} ☐
- ৪১। পানির পৃষ্ঠটান কোনটি ? [কু. বো. ২০১৫]
- (ক) $7.35 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ☐ (খ) $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ☐
- (গ) $550 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ☐ (ঘ) $6.314 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$ ☐
- ৪২। রূপা ও বিশুদ্ধ পানির মধ্যকার স্পর্শকোণ (প্রায়) কত ? [কু. বো. ২০১৫]
- (ক) 0° ☐ (খ) 8° ☐
- (গ) 90° ☐ (ঘ) 140° ☐
- ৪৩। নিচের কোন পদার্থের সান্দ্রতা সবচেয়ে বেশি ? [সি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৬]
- (ক) তেল ☐ (খ) দুধ ☐
- (গ) মধু ☐ (ঘ) পানি ☐
- ৪৪। কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তি সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠটানের— [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) অর্ধেক ☐ (খ) সমান ☐
- (গ) দ্বিগুণ ☐ (ঘ) তিনগুণ ☐
- ৪৫। তরল ও কঠিন পদার্থের মধ্যকার স্পর্শকোণ নিচের কোনটি হলে তরল পদার্থ, কঠিন পদার্থকে ভিজাবে না ? [রা. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৬]
- (ক) 0° ☐ (খ) 40° ☐
- (গ) 60° ☐ (ঘ) 120° ☐
- ৪৬। পয়সনের অনুপাতের মান কোনটি ? [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৪]
- (ক) $-\frac{1}{2} < \sigma < 1$ ☐ (খ) $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$ ☐
- (গ) $\frac{1}{2} < \sigma < 1$ ☐ (ঘ) $1 < \sigma < 2$ ☐
- ৪৭। তিনটি বিবৃতি দেওয়া হলো—
- (i) সর্বাপেক্ষা কম ফে বলের ক্রিয়ায় বস্তু ছিঁড়ে যায় বা ভেঙে যায় তাকে অসহ বল বলে
- (ii) বিভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলের নাম সংসক্তি বল
- (iii) তরলের মুক্ততলের একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত বিভব শক্তিকে বলা হয় তরলের পৃষ্ঠশক্তি
- নিচের কোনটি সঠিক ?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৪৮। তিনটি সমীকরণ হলো (এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে) —

(i) $Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}$ (ii) $F = 6\pi r \eta v$ (iii) $v = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{9\eta}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও iii ☐ (খ) i ও ii ☐
(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৪৯। তিনটি সূত্রের গাণিতিক রূপ —

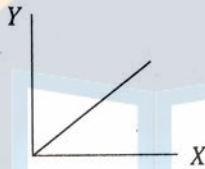
(i) ছকের সূত্র : পীড়ন \propto বিকৃতি (ii) সান্দ্রতা সংক্রান্ত নিউটনের সূত্র : $F \propto A \frac{dv}{dy}$

(iii) স্টোকসের সূত্র : $F = 6\pi r \eta$

নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও iii ☐ (খ) i ও ii ☐
(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৫০।



একজন ছাত্র কোনো ধাতব তারের ইয়ংগুণাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য পাঠ নিয়ে উপরের লেখচিত্রটি আঁকল। কিন্তু সে X ও Y অক্ষে কী থাকবে তা লিখতে ভুলে গেল। X এবং Y -অক্ষে যথাক্রমে কী থাকলে ভুল বলা যাবে না ?

- (i) ঝুলানো ওজন ও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি
(ii) প্রযুক্ত পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি
(iii) প্রযুক্ত পীড়ন ও উৎপন্ন বিকৃতি

নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) ii ও iii ☐
(গ) i, ii ও iii ☐ (ঘ) i ও iii ☐

৫১। পানির পৃষ্ঠটান হ্রাস পায় —

- (i) তাপমাত্রা হ্রাস পেলে (ii) তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে (iii) সাবানের ফেনা মিশালে

নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৫২। একটি কৈশিক নলকে গ্লিসারিনে ডুবালে —

- (i) কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয়
(ii) তরল পৃষ্ঠ অবতল আকার ধারণ করে
(iii) কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ হয়

নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

[দি. বো. ২০১৫]

[দি. বো. ২০১৫]

৫৩। অভিন্ন একক ও মাত্রার জোড়া হচ্ছে—

[সি. বো. ২০১৫]

(i) কাজ ও পৃষ্ঠশক্তি (ii) পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি (iii) অনুভূমিক পাল্লা ও সরণ
নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

○

(খ) i ও iii

○

(গ) ii ও iii

○

(ঘ) i, ii ও iii

○

৫৪। স্পর্শকোণ 120° হলে কৈশিক নলে তরল—

[বি. বো. ২০১৫]

(i) উপরে উঠবে (ii) নিচে নামবে (iii) অপরিবর্তিত থাকবে
নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i

○

(খ) ii

○

(গ) i ও iii

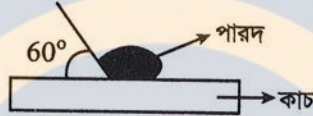
○

(ঘ) ii ও iii

○

৫৫। চিত্রানুসারে—

[ডি. বো. ২০১৬]



(i) সংসক্তি বল > আসঞ্জন বল (ii) আসঞ্জন বল > সংসক্তি বল (iii) 60° হলো স্পর্শ কোণ
নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i

○

(খ) i ও iii

○

(গ) i ও ii

○

(ঘ) ii ও iii

○

সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B এবং C-এ একই মানের পীড়ন $5 \times 10^{12} \text{ N m}^{-2}$ প্রয়োগের ফলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে 5%, 2% এবং 1% হলে (৫৬) ও (৫৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[বি. বো. ২০১৫]

৫৬। B তারের বিকৃতি—

(ক) 2

○

(খ) 0.2

○

(গ) 0.02

○

(ঘ) 0.002

○

৫৭। A, B ও C তারের ইয়ং গুণাক্ষ যথাক্রমে Y_A , Y_B এবং Y_C হলে—

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) $Y_A > Y_C > Y_B$

○

(খ) $Y_A < Y_B < Y_C$

○

(গ) $Y_A > Y_B > Y_C$

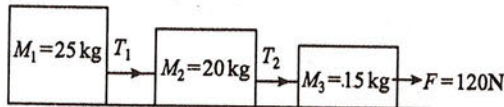
○

(ঘ) $Y_B < Y_A < Y_C$

○

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৫৮ ও ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[রা. বো. ২০১৬]



উপরের চিত্রে অনুভূমিক মসৃণ তলে একই সরলরেখা বরাবর তিনটি বস্তু উপেক্ষণীয় ভরের দুটি তার দ্বারা পরস্পর যুক্ত আছে এবং বল প্রয়োগে টানা হচ্ছে।

৫৮। সৃষ্ট ত্বরণের মান—

(ক) 2 m s^{-2}

○

(খ) 4.8 m s^{-2}

○

(গ) 6 m s^{-2}

○

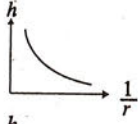
(ঘ) 8 m s^{-2}

○

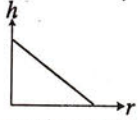
- ৫৯। T_1 ও T_2 এর অনুপাত—
 (ক) 5 : 4 ☐ (খ) 4 : 5 ☐
 (গ) 5 : 9 ☐ (ঘ) 9 : 5 ☐
- ৬০। কাচ ও পারদের স্পর্শ কোণ θ হবে— [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
 (ক) $0 < \theta < 90^\circ$ ☐ (খ) $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ☐
 (গ) $\theta = 90^\circ$ ☐ (ঘ) $\theta = 180^\circ$ ☐
- ৬১। কপূরের পানিতে নাচা বা 'Dancing of Camphor on water' পদার্থের কোন ধর্মের জন্য ঘটে? [খু. বি. ২০০৭-২০০৮]
 (ক) তলটান ☐ (খ) সান্দ্রতা ☐
 (গ) স্থিতিস্থাপকতা ☐ (ঘ) পরিবাহিতা ☐
- ৬২। কোন ধর্মের কারণে পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয়? [রয়েট ২০১৪-২০১৫; বুয়েট ২০০৯-২০১০, ২০১২-২০১৩; ঢা. বো.. ২০১৯]
 (ক) সান্দ্রতা ☐ (খ) স্থিতিস্থাপকতা ☐
 (গ) পৃষ্ঠটান ☐ (ঘ) কৈশিকতা ☐
- ৬৩। l দৈর্ঘ্যের একটি বর্গাকার কাঠামোকে সাবানের পানিতে ডুবানো হলো। যখন কাঠামোটিকে বাইরে আনা হলো তখন তার উপর একটি সাবানের ফিল্ম পাওয়া যায়। সাবানের দ্রবণের পৃষ্ঠটান T হলে কাঠামোটির উপর বলের মান হবে— [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
 (ক) $8Tl$ ☐ (খ) $4Tl$ ☐
 (গ) $10Tl$ ☐ (ঘ) $12Tl$ ☐
- ৬৪। যদি স্পর্শ কোণ 90° এর কম হয়, তবে তরলের পৃষ্ঠ কেমন হবে? [ডেন্টাল কলেজ ২০১৭-২০১৮]
 (ক) অবতল ☐ (খ) উত্তল ☐
 (গ) সমতলাবতল ☐ (ঘ) সমতলোত্তল ☐
- ৬৫। প্রতিটি 10^{-4} m ব্যাসবিশিষ্ট পানির 1000 টি ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বৃহৎ ফোঁটা তৈরি করল। বৃহৎ ফোঁটার ব্যাসার্ধ কত? [রয়েট ২০১৩-২০১৪; চুয়েট ২০১০-২০১১]
 (ক) 10^{-2} m ☐ (খ) $\frac{1}{10}$ m ☐
 (গ) 5×10^{-4} m ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৬৬। পানির উপরিতলে রাখা 0.05 m দীর্ঘ একটি সূঁচকে টেনে তুললে সর্বাধিক যে বলের প্রয়োজন— [বুয়েট ২০০৮-২০০৯]
 (পানির পৃষ্ঠটান = 72×10^{-3} N m $^{-1}$)
 (ক) 7.2×10^{-3} N ☐ (খ) 3.6×10^{-3} N ☐
 (গ) 1.4×10^{-3} N ☐ (ঘ) 7.2×10^{-4} N ☐
- ৬৭। পানির উপর একটি ইস্পাতের ব্লড ভেসে থাকার কারণ— [শা. বি. প্র. বি. ২০০৮-২০০৯]
 (ক) পানির পৃষ্ঠটান ☐ (খ) পানির উর্ধ্বচাপ ☐
 (গ) পানির ঘনত্ব ইস্পাতের ঘনত্বের চেয়ে কম হওয়ার কারণে ☐ (ঘ) পানির সান্দ্রতার কারণে ☐
- ৬৮। সমুদ্রের পানিতে (ঘনত্ব 1.025 g/cc) একটি ট্যাংকারে 10% পানির উপরে থাকে। ট্যাংকারটিকে ডেড সীতে (ঘনত্ব 1.3 g/cc) ভাসানো হলে কত শতাংশ পানির উপর থাকবে? [শা. বি. প্র. বি. ২০০৮-২০০৯]
 (ক) 12.7% ☐ (খ) 15% ☐
 (গ) 29% ☐ (ঘ) 45% ☐

৬৯। কোনো নির্দিষ্ট স্থানে কৈশিক নলে উথিত পানির উচ্চতা (h) ও কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ (r) এর মধ্যে নিম্নের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?

(ক)

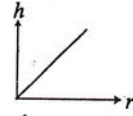


(গ)



○

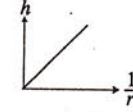
(খ)



○

○

(ঘ)



○

৭০। একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm^2 এবং অসহ ভর 40 kg । তারের অসহ পীড়ন— [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

(ক) $4 \times 10^{-6} \text{ N m}^{-2}$

○

(খ) $3.92 \times 10^{-4} \text{ N m}^{-2}$

○

(গ) $4 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$

○

(ঘ) $3.92 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$

○

৭১। ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নিচের কোনটি?

[সি. বো. ২০১৭]

(ক) $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

○

(খ) $Y = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$

○

(গ) $Y = \frac{\text{কুন্তন পীড়ন}}{\text{কুন্তন বিকৃতি}}$

○

(ঘ) $Y = \frac{\text{কুন্তন পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

○

৭২। একটি আদর্শ দৃঢ় বস্তুর জন্য ইয়ং-এর গুণাঙ্ক—

[দি. বো. ২০১৭]

(ক) 0

○

(খ) ∞

○

(গ) 1

○

(ঘ) -1

○

৭৩। স্থিতিস্থাপকতার সীমার মধ্যে কোনটি সব সময় ধ্রুবক থাকে?

[অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

i. $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ ii. $\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ iii. $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○

(খ) i ও iii

○

(গ) ii ও iii

○

(ঘ) i, ii ও iii

○

৭৪। তরলের পৃষ্ঠটান নির্ভর করে—

[ব. বো. ২০১৭]

i. কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ ii. সংসক্তি বল iii. তরলের ঘনত্ব
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

○

(খ) i ও iii

○

(গ) ii ও iii

○

(ঘ) i, ii ও iii

○

৭৫। 50 km উঁচু থেকে পড়ন্ত দুটি শিলাপিণ্ডের ব্যাসার্ধের অনুপাত 1 : 2। শিলাপিণ্ড দুইটির অন্তবেগের অনুপাত হবে—

[বুয়েট ২০১৩-২০১৪]

(ক) 1 : 9

○

(খ) 9 : 1

○

(গ) 4 : 1

○

(ঘ) 1 : 4

○

৭৬। কোনটি পদার্থের সাধারণ ধর্ম?

[য. বো. ২০১৭]

(ক) পৃষ্ঠশক্তি

○

(খ) সান্দ্রতা

○

(গ) স্থিতিস্থাপকতা

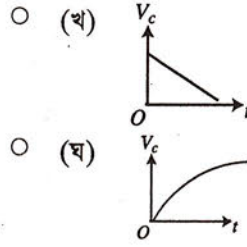
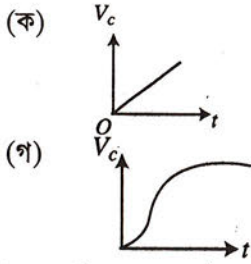
○

(ঘ) পৃষ্ঠটান

○

৭৭। তরলের মধ্যে পড়ন্ত কোনো বস্তুর অন্ত্যবেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়েছে। কোন লেখচিত্রটি সঠিক?

[য. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৭]



৭৮। 3×10^{-3} m ব্যাসার্ধের একটি গোলক কোনো তরলের ভিতর দিয়ে $3 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ প্রান্ত বেগে পড়ছে। ঐ তরলের সান্দ্রতাক $1.5 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$ হলে সান্দ্র বল কত? [কুয়েট ২০০৭-২০০৮]

(ক) $3.54 \times 10^{-6} \text{ N}$ (খ) $3.54 \times 10^{-5} \text{ N}$

(গ) $2.54 \times 10^{-6} \text{ N}$ (ঘ) $2.54 \times 10^{-3} \text{ N}$

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৭৯ নং ও ৮০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

100 cm দীর্ঘ এবং $1 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$ প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং-এর গুণক $1.24 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । একে টেনে 0.2 cm বৃদ্ধি করা হলো। [চ. বো. ২০১৭]

৭৯। কতটুকু কাজ সম্পন্ন হবে?

(ক) 0.114 J (খ) 0.124 J

(গ) 0.248 J (ঘ) 0.288 J

৮০। এক্ষেত্রে—

i. বিকৃতি 0.00 2 ii. পীড়ন $= 2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ iii. পীড়ন \propto বিকৃতি

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮১। কোনো সান্দ্র প্রবাহীতে M ভরের সীসার গোলকের অন্ত্যবেগ V । $64 M$ ভরের অন্য একটি সীসার গোলকের একই সান্দ্র প্রবাহীতে অন্ত্যবেগ কত হবে? [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]

(ক) V (খ) $4V$

(গ) $8V$ (ঘ) $16V$

৮২। গাছের গোড়ায় বালি জমে থাকলে গাছ মরে যায়, কারণ—

[খু. বি. ২০১২-২০১৩]

(ক) বালি অধিক পানি ধরে রাখে (খ) বালি কৈশিক নলের কাজ করতে পারে না, ফলে

(গ) বালি অধিক উত্তপ্ত হয় (ঘ) পানি ধরে রাখতে পারে না, শুষ্ক থাকে

(ঘ) বালি বাতাসের বল সহ্য করতে পারে না

৮৩। একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.2 mm। একে $7.2 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-2}$ পৃষ্ঠটান এবং 10^3 kg m^{-3} ঘনত্বের পানিতে ডুবালে নলের কত m উচ্চতায় পানি উঠবে? [শা. বি.প্র.বি. ২০১৬-২০১৭]

(ক) 0.45 (খ) 0.35

(গ) 0.25 (ঘ) 0.15

৮৪। পয়সনের অনুপাতের মান নিচের কোনটির সমান হতে পারে না?

[বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

(ক) 0.01 (খ) 0.1

(গ) 0.4 (ঘ) 0.6

- ৮৫। বায়ুর সংস্পর্শে 20°C তাপমাত্রায় পানির তলটান কত হবে? [বা. কৃ. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 735 dyne/cm ☐ (খ) 73.5 dyne/cm ☐
- (গ) 73 N m ☐ (ঘ) 7.35 N m ☐
- ৮৬। 30 cm দীর্ঘ, $31 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$ প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $1.5 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । একে টেনে 0.1 cm বৃদ্ধি করতে হলে কতটুকু কাজ সম্পন্ন হবে? [জা. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 7.75 J ☐ (খ) 0.2 J ☐
- (গ) 0.15 J ☐ (ঘ) 0.22 J ☐
- ৮৭। 1 m দীর্ঘ 1mm ব্যাসের একটি তারের দৈর্ঘ্য 0.05 cm বৃদ্ধি করা হলে তারটির ব্যাস হ্রাস পাবে (পয়সনের অনুপাত $\sigma = 0.25$) [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) $1.25 \times 10^{-7} \text{ m}$ ☐ (খ) $1.25 \times 10^{-7} \text{ cm}$ ☐
- (গ) $1.25 \times 10^7 \text{ m}$ ☐ (ঘ) $1.25 \times 10^{-7} \text{ mm}$ ☐
- ৮৮। একই উপাদানে তৈরি ২য় তারের দৈর্ঘ্য ১ম তারের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ কিন্তু ব্যাসার্ধ ১ম তারের অর্ধেক হলে ও সমান ভারে প্রয়োগ করলে ২য় তার ও ১ম তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণের অনুপাত কত? [ঢা. বি. ২০০১-২০০২]
- (ক) same ☐ (খ) 2 ☐
- (গ) $\frac{1}{2}$ ☐ (ঘ) 8 ☐
- ৮৯। $1.5 \times 10^6 \text{ g}$ ভরের একটি লিফট একটি ইস্পাতের তারের সাহায্যে ঝুলানো আছে। এটি উঠার সময় সর্বোচ্চ ত্বরণ 1.2 m s^{-2} এবং অসহ পীড়ন $3.0 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ হলে তারের সর্বনিম্ন ব্যাসার্ধ কত? [চুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- (ক) $4.33 \times 10^{-3} \text{ m}$ ☐ (খ) $4.19 \times 10^{-3} \text{ m}$ ☐
- (গ) $3.7 \times 10^{-3} \text{ m}$ ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৯০। 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হবে— (ইস্পাতের তারের ইয়ং গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$) [চ. বি. ২০১২-২০১৩]
- (ক) 12000 N ☐ (খ) 10000 N ☐
- (গ) 11360 N ☐ (ঘ) None ☐
- ৯১। l দৈর্ঘ্য ও r ব্যাসার্ধের একটি তারে উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক Y । তারের দৈর্ঘ্য $\frac{L}{2}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{r}{2}$ করা হলে ইয়ং গুণাঙ্ক কত হবে? [চ. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $\frac{Y}{2}$ ☐ (খ) Y ☐
- (গ) $2Y$ ☐ (ঘ) $4Y$ ☐
- ৯২। চক ও বোর্ডের অণুর আকর্ষণ বল— [খু. বি. ২০১৬-২০১৭]
- (ক) অভিকর্ষ বল ☐ (খ) সান্দ্রবল ☐
- (গ) সংসক্তি বল ☐ (ঘ) আসঞ্জন বল ☐
- ৯৩। যদি p এবং b যথাক্রমে পীড়ন ও বিকৃতির মান হয়, তবে এদের মধ্যে সঠিক সম্পর্ক হলো— [জা. বি. ২০১০-২০১১]
- (ক) $p = b$ ☐ (খ) $p \propto b$ ☐
- (গ) $p \propto \frac{1}{b}$ ☐ (ঘ) $p \propto \frac{1}{2\pi} b$ ☐
- ৯৪। একটি সাবানের বুদবুদকে 1 cm ব্যাস হতে ধীরে ধীরে আকৃতি বৃদ্ধি করে 10 cm ব্যাসে পরিণত করা হলো। কৃতকার্যের পরিমাণ নির্ণয় কর। (সাবান পানির পৃষ্ঠটান $= 25 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$) [কুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) $1.555 \times 10^{-3} \text{ J}$ ☐ (খ) $1.555 \times 10^{-4} \text{ J}$ ☐
- (গ) $1.550 \times 10^{-3} \text{ J}$ ☐ (ঘ) $1.550 \times 10^{-2} \text{ J}$ ☐

৯৫। একটি সাবানের বুদবুদ (পৃষ্ঠটান 30 dyne/cm) ব্যাসার্ধ 2 cm । বুদবুদের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করার জন্য কাজের পরিমাণ হবে— [কুয়েট ২০০৬-২০০৭]

(ক) 4525 erg

☐

(খ) 2262 erg

☐

(গ) 1130 erg

☐

(ঘ) 9050 erg

☐

৯৬। একটি তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি 0.02 এবং পার্শ্ব বিকৃতি 0.002 হলে এর পয়সনের অনুপাত কত? [রা. বো. ২০১৭]

(ক) 0.00004

☐

(খ) 0.0004

☐

(গ) 0.1

☐

(ঘ) 10

☐

৯৭। তরলে পতনশীল বস্তুর জন্য কোন লেখচিত্রটি সঠিক? (বেগ v , গভীরতা h) [ঢা. বো. ২০১৭]

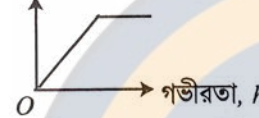
(ক)

v , বেগ



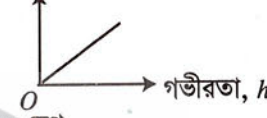
(গ)

v , বেগ

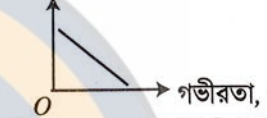


(ঘ)

v , বেগ



(ঘ)



৯৮। 0.2 mm ব্যাসবিশিষ্ট পানির 1000 ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বৃহৎ ফোঁটা তৈরি করে। বৃহৎ ফোঁটাটি তৈরি করতে নির্গত শক্তি নির্ণয় কর। (পানির পৃষ্ঠটান $= 72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$)। [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]

(ক) 82 erg

☐

(খ) 81.31 J

☐

(গ) 81.46 erg

☐

(ঘ) 81 dyne

☐

৯৯। দুটি ভিন্ন প্রস্থচ্ছেদের তারের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক একই। তার দুটি— [রা. বি. ২০১৭-২০১৮]

(ক) ভিন্ন দৈর্ঘ্যের

☐

(খ) ভিন্ন উপাদানের

☐

(গ) একই উপাদানের

☐

(ঘ) যেকোনোটি হতে পারে

☐

১০০। একই ধাতুর তৈরি দুটি গোলক যাদের একটির ব্যাসার্ধ অন্যটির দ্বিগুণ। গোলক দুটিকে তরল পদার্থে পূর্ণ একটি লম্বা জারের ভেতর দিয়ে পড়তে দেয়া হলে, ছোটটির তুলনায় বড়টির টার্মিনাল গতি— [কুয়েট ২০১১-২০১২]

(ক) একই হবে

☐

(খ) দ্বিগুণ হবে

☐

(গ) চারগুণ হবে

☐

(ঘ) অর্ধেক হবে

☐

১০১। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তলটান— [জ. বি. ২০১৫-২০১৬]

(ক) বৃদ্ধি পায়

☐

(খ) শূন্য হয়

☐

(গ) হ্রাস পায়

☐

(ঘ) স্থির থাকে

☐

১০২। একটি কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ 0.1 cm । একে $50 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ পৃষ্ঠটান এবং 1000 kg m^{-3} ঘনত্বের তেলে ডুবালে কৈশিক নলে কত উচ্চতায় তেল উঠবে? (স্পর্শ কোণ $= 20^\circ$)। [কুয়েট ২০১০-২০১১]

(ক) 9.588 mm

☐

(খ) 9.588 cm

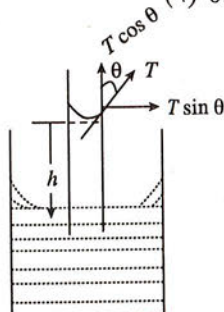
☐

(গ) 9.988 m

☐

(ঘ) 0.1438 m

☐



চিত্রে r ব্যাসার্ধের একটি কাচের কৈশিক নল বিশুদ্ধ পানিতে ডুবালে তা পানিতে h উচ্চতায় উঠে। পরে $2r$ ব্যাসার্ধের উপর একটি কৈশিক নল পানিতে ডুবানো হলো।

উদ্দীপকের আলোকে ১০৩ ও ১০৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

[মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

১০৩। যে উচ্চতায় দ্বিতীয় ক্ষেত্রে পানি উঠবে তা হলো—

(ক) $\frac{h}{2}$ ☐ (খ) h ☐

(গ) $2h$ ☐ (ঘ) $3h$ ☐

১০৪। ১ম ক্ষেত্রে পৃষ্ঠটান T_1 ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে পৃষ্ঠটান T_2 হলে কোন সম্পর্কটি সঠিক?

(ক) $T_2 > T_1$ ☐ (খ) $T_2 < T_1$ ☐

(গ) $T_1 = T_2$ ☐ (ঘ) $2T_1 = T_2$ ☐

১০৫। নিচের কোনটি সঠিক?

[ঢা. বি. ২০১৭-২০১৮]

(ক) $U = \frac{1}{2} \frac{l}{L} Y$ ☐ (খ) $U = \frac{1}{2} \frac{Y A l^2}{L} / A L$ ☐

(গ) $U = \frac{1}{2} A l$ ☐ (ঘ) $U = \frac{1}{2} \frac{A l}{L}$ ☐

১০৬। কোনো তারকে কেটে সমান দুই টুকরা করা হলো। এতে তারের অসহভার হবে—

[য. বো. ২০১৯]

(ক) পূর্বের অর্ধেক ☐ (খ) পূর্বের সমান ☐

(গ) পূর্বের দ্বিগুণ ☐ (ঘ) পূর্বের এক-চতুর্থাংশ ☐

১০৭। আয়তন গুণাঙ্কের অন্য নাম কী?

[ব. বো. ২০১৯]

(ক) অসংনম্যতা ☐ (খ) সংনম্যতা ☐

(গ) কাঠিন্যে গুণাঙ্ক ☐ (ঘ) ইয়ং-এর গুণাঙ্ক ☐

১০৮। অভিন্ন একক ও মাত্রার জোড় হচ্ছে—

i. কাজ ও পৃষ্ঠশক্তি ii. পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি iii. অনুভূমিক পাল্লা ও সরণ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐

(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা

১।(গ)	২।(গ)	৩।(গ)	৪।(গ)	৫।(গ)	৬।(গ)	৭।(ক)	৮।(খ)	৯।(ঘ)	১০।(ঘ)
১১।(ক)	১২।(গ)	১৩।(গ)	১৪।(ঘ)	১৫।(গ)	১৬।(ক)	১৭।(খ)	১৮।(খ)	১৯।(ঘ)	২০।(খ)
২১।(গ)	২২।(ঘ)	২৩।(ঘ)	২৪।(গ)	২৫।(গ)	২৬।(গ)	২৭।(গ)	২৮।(খ)	২৯।(খ)	৩০।(গ)
৩১।(ঘ)	৩২।(গ)	৩৩।(ঘ)	৩৪।(গ)	৩৫।(গ)	৩৬।(ক)	৩৭।(খ)	৩৮।(খ)	৩৯।(ঘ)	৪০।(গ)
৪১।(খ)	৪২।(গ)	৪৩।(গ)	৪৪।(খ)	৪৫।(ঘ)	৪৬।(খ)	৪৭।(খ)	৪৮।(ঘ)	৪৯।(খ)	৫০।(গ)
৫১।(গ)	৫২।(ক)	৫৩।(গ)	৫৪।(খ)	৫৫।(ক)	৫৬।(গ)	৫৭।(খ)	৫৮।(ক)	৫৯।(ঘ)	৬০।(খ)
৬১।(ক)	৬২।(গ)	৬৩।(ক)	৬৪।(ক)	৬৫।(গ)	৬৬।(ক)	৬৭।(ক)	৬৮।(গ)	৬৯।(ঘ)	৭০।(ঘ)
৭১।(ক)	৭২।(খ)	৭৩।(ক)	৭৪।(গ)	৭৫।(ঘ)	৭৬।(গ)	৭৭।(ঘ)	৭৮।(গ)	৭৯।(গ)	৮০।(ঘ)
৮১।(ঘ)	৮২।(খ)	৮৩।(ঘ)	৮৪।(ঘ)	৮৫।(ক)	৮৬।(ক)	৮৭।(ক)	৮৮।(ঘ)	৮৯।(খ)	৯০।(খ)
৯১।(খ)	৯২।(ঘ)	৯৩।(খ)	৯৪।(ক)	৯৫।(ঘ)	৯৬।(গ)	৯৭।(গ)	৯৮।(গ)	৯৯।(গ)	১০০।(গ)
১০১।(গ)	১০২।(ক)	১০৩।(ক)	১০৪।(গ)	১০৫।(খ)	১০৬।(খ)	১০৭।(ক)	১০৮।(গ)		

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

- ১। কোনো বস্তুকে বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করলে যদি বস্তুটি গতিশীল না হয় তাহলেও এর বিভিন্ন অংশের মধ্যে আপেক্ষিক সরণ হয়। বলা যেতে পারে, বস্তুর অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের পরিবর্তন ঘটে; ফলে বস্তুটির আকার বা আকৃতির পরিবর্তন ঘটে। এই অবস্থায় বস্তুর আন্তঃআণবিক বল এই পরিবর্তনকে বাধা দিতে চেষ্টা করে। ফলে বল প্রয়োগ বন্ধ করলে বস্তু আবার আগের অবস্থা ফিরে পায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পদার্থের উপরিউক্ত ধর্মকে কী বলে ?

খ. রবার লোহার চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক—ব্যাখ্যা কর।

গ. 1 বর্গমিলিমিটার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করতে হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে ? ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত ঘটনা কেন ঘটে, আন্তঃআণবিক বলের ধারণা থেকে এর পক্ষে যুক্তি দাও।

- ২। মিতা এক মিটার লম্বা একটি রাবার ও ইস্পাতের তারকে দুটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে আটকিয়ে তার দুটির নিচের প্রান্তে সমান ভরের দুটি ভারী বস্তু ঝুলিয়ে টান টান করে করলো। সে দেখলো ইস্পাতের তুলনায় রাবারের তারটি অনেক বেশি লম্বা হয়েছে। বস্তু দুটি অপসারণের পর দেখা গেল তার দুটি আগের দৈর্ঘ্যে ফিরে আসে। মিতা এখন বস্তু দুটিকে ইস্পাতের তারের সাথে যুক্ত করলো। সে দেখলো তারটি আগের চেয়ে অনেক বেশি লম্বা হয়েছে। বস্তু দুটি অপসারণ করে দেখলো তারটির দৈর্ঘ্য আর এক মিটার হলো না। এরপর ভারী বস্তু দুটি রাবারের তারে সংযুক্ত করলে তারটি ছিঁড়েই গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্থিতিস্থাপকতা কী ?

খ. ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক—ব্যাখ্যা কর।

গ. আন্তঃআণবিক বলের সাহায্যে তার দুটির পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসা ব্যাখ্যা কর।

ঘ. একই ভরের বস্তু দুটি ইস্পাতের তারটিতে সংযুক্ত করলে বল অপসারণে পূর্বের অবস্থায় ফিরে না যাওয়া এবং রাবারের তারটির ছিঁড়ে যাওয়ার কারণ যথাযথ যুক্তিসহকারে বিশ্লেষণ কর।

- ৩। একটি তারকে দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে মুক্ত প্রান্তে ভার প্রয়োগ ক্রমে ক্রমে বৃদ্ধি করলে বিভিন্ন ভারের জন্য মাত্রার পরিবর্তন হচ্ছে বিকৃতি। তারের বিভিন্ন সম্প্রসারণ পাওয়া যায়। একক ক্ষেত্রফলের প্রযুক্ত ভারই হচ্ছে পীড়ন। বলের ক্রিয়ায় বস্তুর বিকৃতি X -অক্ষের এবং পীড়নকে Y -অক্ষের দিকে বসিয়ে লেখচিত্র আঁকলে তাকে পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্র বলা হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্থিতিস্থাপকতা কী ?

খ. ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক—ব্যাখ্যা কর।

গ. আন্তঃআণবিক বলের সাহায্যে পদার্থের স্থিতিস্থাপক ধর্ম ব্যাখ্যা কর।

ঘ. পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্র থেকে পদার্থের স্থিতিস্থাপক আচরণ বিশ্লেষণ কর।

- ৪। বকুল 0.3 m লম্বা এবং 10^{-6} m^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারের এক প্রান্তে 10 kg ভরের একটি বস্তুকে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। তারটির উপাদানের অসহ পীড়ন $4.8 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অসহ পীড়ন কী ?

খ. হকের সূত্রটি বর্ণনা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত তারের অসহ বল কত ?

ঘ. বকুল বস্তুটিকে সর্বনিম্ন কত বেগে ঘুরালে তারটি ছিঁড়ে যাবে ?

- ৫। দুটি তারের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাস যথাক্রমে 1 mm ও 3 mm। উভয়কে সমান বল দ্বারা টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির চারগুণ হয়। প্রথম তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $2.0 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ ।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. বিকৃতির একক কী ?
খ. পয়সনের অনুপাতের কোনো মাত্রা ও একক নেই কেন ?
গ. প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য 5 % বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর।
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা নির্ণয় কর।
- ৬। একটি ধাতব গোলকের উপর $3 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$ আয়তন পীড়ন প্রয়োগ করলে 0.4 আয়তন বিকৃতি হয়।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. স্থিতিস্থাপকতার আয়তন গুণাঙ্ক কী ?
খ. হকের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত গোলকের উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক কত ? উক্ত গোলকের উপর $8 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$ আয়তন পীড়ন প্রযুক্ত হলে আয়তন বিকৃতি কত হবে ?
ঘ. উদ্দীপকের আলোকে পদার্থের আন্তঃআণবিক বল ও স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।
- ৭। তারের সাহায্যে ঝুলানো দোলনায় লোক বসলে তারের দৈর্ঘ্য 1 m থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 1.01 m হয়। দেখা যায় এতে তারের ব্যাস হ্রাস পায়।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু কী ?
খ. অসহ পীড়ন বলতে কী বুঝ ?
গ. পয়সনের অনুপাত 0.2 হলে দোলনার তারের ব্যাস কতটুকু হ্রাস পায় ?
ঘ. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে 1.5 গুণ হলে ব্যাসার্ধে কীরূপ পরিবর্তন আসবে—বিশ্লেষণ কর।
- ৮। দুটি একই রকম পাত্রে সমপরিমাণ পানি ও সমপরিমাণ মধু নিয়ে তা যদি ঢালা যায় তাহলে দেখা যায় যে, পানি ঢালা সহজ আর মধু যেন পড়ছে না। বিজ্ঞানীরা বলেন, প্রবাহিত হওয়ার ক্ষেত্রে মধু পানির চেয়ে বেশি রোধী, তাই পানির তুলনায় মধু বেশি সান্দ্র।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. সান্দ্রতা কী ?
খ. সান্দ্রতা সংক্রান্ত নিউটনের সূত্র ব্যাখ্যা করে সান্দ্রতা সহগ বা সান্দ্রতাক্ষ ব্যাখ্যা কর।
গ. 0.01 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি পাত 2 mm পুরু গ্লিসারিনের একটি স্তরের উপর রাখা হয়েছে। পাতটিকে 0.05 m s^{-1} বেগে চালনা করতে 0.4 N অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হলে, সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মান নির্ণয় কর।
ঘ. কী কারণে পানি মধুর চেয়ে দ্রুত প্রবাহিত হয় ? পানি ও মধুর পাত্রের চাপ বৃদ্ধি করা হলে সান্দ্রতায় কী প্রভাব পড়বে ?
পাত্র দুটির তাপমাত্রা বাড়ালে পানি ও মধুর সান্দ্রতা পরিবর্তিত হবে কি, হলে কেন ?
- ৯। 10^3 kg m^{-3} ঘনত্বের তরলের ভিতর দিয়ে $5 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি বায়ু বুদবুদ উপরে উঠছে। বুদবুদটির উর্ধ্বমুখী বেগ $5.45 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$ এবং লোহার ঘনত্ব $7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. সান্দ্রতা গুণাঙ্ক কাকে বলে ?
খ. সান্দ্রতা সংক্রান্ত নিউটনের সূত্রটি বর্ণনা কর।
গ. উদ্দীপকের তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, তরলের ভিতর দিয়ে বায়ু বুদবুদ উপরে উঠলেও একই ব্যাসার্ধের লোহার গোলক ঐ তরলের ভিতর দিয়ে নিচে পড়বে ?

- ১০। দুটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 2 mm এবং 3 mm। গোলকদ্বয় একই সময় তরলভর্তি একটি লম্বা নলের মধ্যে ছেড়ে দেয়া হলো। ছোট গোলকটি অন্তঃবেগ প্রাপ্ত হওয়ার পর 20 cm অতিক্রম করতে সময় নিল 2.9 s। তরলের ঘনত্ব ও সান্দ্রতা গুণাঙ্ক যথাক্রমে $1.26 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ও 0.83 N s m^{-2} । লোহার ঘনত্ব $7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সান্দ্রতা কাকে বলে ?

খ. পতনশীল গোলক সান্দ্র তরলের মধ্যে ধ্রুব বেগ প্রাপ্ত হয় কেন ?

গ. অন্তঃবেগ প্রাপ্ত হওয়ার পর ছোট গোলকটির উপর সান্দ্রতাজনিত বল নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও কোন গোলকটি আগে নলের নিচে পৌঁছাবে ?

- ১১। ফায়েজা ও রাফিজা পুকুর পাড়ে একটি মাঠে বসে খেলছিল। ফায়েজা হঠাৎ রাফিজাকে বলল, দেখ দেখ রাফিজা পানির উপর দিয়ে কী বড় বড় মশা হেঁটে বেড়াচ্ছে। রাফিজা ও ফায়েজা একটু অবাকই হলো, পানির উপর দিয়ে আবার হাঁটা যায় নাকি ? কিন্তু তারা অবাক বিষয়ে দেখল, সত্যিই মশা পানির উপর দিয়ে হেঁটে বেড়াচ্ছে। মনে হল পানির উপর যেন একটি পাতলা পর্দা টান টান হয়ে আছে এবং তার উপর দিয়ে মশা হেঁটে যাচ্ছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পৃষ্ঠটান কী ?

খ. স্পর্শ কোণ ব্যাখ্যা কর।

গ. আণবিক তত্ত্ব থেকে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা দাও।

ঘ. মশা পানির উপর হাঁটতে পারছে কেন ? যুক্তি দাও। কারণসহ এরকম আরও দুটি ঘটনার ব্যাখ্যা দাও।

- ১২। একটি ক্রটিপূর্ণ পানির কল দিয়ে $4 \times 10^{-7} \text{ m}$ ব্যাসের ফোঁটা ফোঁটা পানি পড়ছিল। এরকম 27 টি পানির ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরি হলো। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পৃষ্ঠটানের একক ও মাত্রা লিখ।

খ. সুই এর ঘনত্ব পানির চেয়ে বেশি হওয়া সত্ত্বেও তা পানিতে ভাসতে পারে কেন ?

গ. বড় পানির ফোঁটার ব্যাস কত হবে নির্ণয় কর।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণ এবং যথাযথ যুক্তির সাহায্যে দেখাও যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত ঘটনায় পানির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে।

- ১৩। ল্যাপ্লাস আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে তরলের পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা প্রদান করেন। নিচের চিত্রে A, B ও C তিনটি তরলের অণুকে প্রভাব গোলকসহ দেখানো হয়েছে। PQ তরল পৃষ্ঠ।

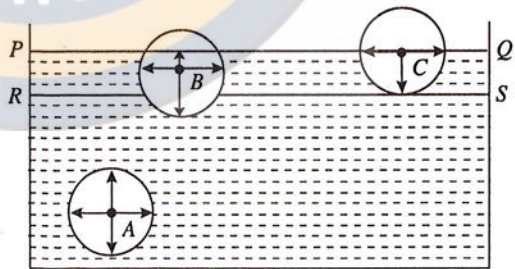
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্পর্শ কোণ কী ?

খ. গাছের গোড়ায় পানি দিলে সে পানি গাছের ডাল পালায় কীভাবে পৌঁছায় ?

গ. উদ্দীপকের চিত্রে কোন অণুটির নিচের দিকে যাওয়ার প্রবণতা বেশি—ব্যাখ্যা কর।

ঘ. উদ্দীপকের চিত্রের আলোকে ল্যাপ্লাসের তত্ত্বের সাহায্যে তরলের পৃষ্ঠটান ব্যাখ্যা কর।



- ১৪। পৃষ্ঠটান তরলের একটি সাধারণ ধর্ম। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. স্পর্শ কোণ কাকে বলে ?

খ. অভিকর্ষের প্রভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয় না কেন ?

গ. 1mm ব্যাসার্ধের একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভূ-পৃষ্ঠে আপতিত হয়ে দশ লক্ষ ক্ষুদ্র পানির ফোঁটায় পরিণত হলো। এতে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

ঘ. সাবান গোলা পানি সাধারণ পানির চেয়ে বেশি ভালোভাবে কাপড় পরিষ্কার করতে পারে—পৃষ্ঠটানের আলোকে এই ঘটনা ব্যাখ্যা কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। আন্তঃআণবিক বল কাকে বলে ?
- ২। পদার্থের আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।
- ৩। আণবিক দূরত্বের পরিবর্তনে আন্তঃআণবিক বলের কিরূপ পরিবর্তন ঘটে ? [সি. বো. ২০১৯]
- ৪। সাম্যাবস্থার তুলনায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব বেশি হলে অনুগুলো আকর্ষণ না বিকর্ষণ বল লাভ করে—ব্যাখ্যা দাও। [কু. বো. ২০১৯]
- ৫। পদার্থের বন্ধন কত প্রকার ও কী কী ব্যাখ্যা করে বোঝাও।
- ৬। বন্ধনশক্তি কাকে বলে ? [সি. বো. ২০১৯]
- ৭। স্থিতিস্থাপকতা কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০১৫]
- ৮। স্থিতিস্থাপক বলের সংজ্ঞা দাও। [ঢা. বো. ২০১৯]
- ৯। বিকৃতি কাকে বলে ? [রা. বো. ২০১৯]
- ১০। পীড়ন কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০১৭; ব. বো. ২০১৬]
- ১১। আন্তঃআণবিক বলের আলোকে পদার্থের স্থিতিস্থাপক আচরণ ব্যাখ্যা কর।
- ১২। কঠিন বস্তুর আন্তঃআণবিক বলই স্থিতিস্থাপকতার কারণ—ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ১৩। পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্রের সাহায্যে কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপক আচরণ ব্যাখ্যা কর।
- ১৪। স্থিতিস্থাপক সীমা বলতে কী বোঝায় ? [কু. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৭; ব. বো. ২০১৯]
- ১৫। নমনীয় বস্তু কী ?
- ১৬। পূর্ণস্থিতিস্থাপক বস্তু কাকে বলে ?
- ১৭। পূর্ণ দৃঢ় বস্তু কাকে বলে ?
- ১৮। স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৯]
- ১৯। একটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি সৃষ্টি হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ২০। স্থিতিস্থাপক সীমা ও স্থিতিস্থাপক ক্লান্তির মধ্যে প্রধান পার্থক্য কী ? [ঢা. বো. ২০১৭]
- ২১। বিকৃতির কোনো মাত্রা ও একক নেই কেন ?
- ২২। অসহ পীড়ন কাকে বলে ?
- ২৩। কৃন্তন বিকৃতি কী ? [কু. বো. ২০১৯]
- ২৪। পিতলের অসহ পীড়ন $3 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ বলতে কী বোঝায় ?
- ২৫। হকের সূত্রটি বিবৃত কর। [য. বো. ২০১৬]
- ২৬। ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ বলতে কী বোঝায় ? [য. বো. ২০১৬]
- ২৭। সীসার আয়তন গুণাঙ্ক $1.6 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ বলতে কী বোঝায় ?
- ২৮। সংনম্যতা কী ? [ঢা. বো. ২০১৯; কু. বো. ২০১৯]
- ২৯। স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কাকে বলে ? বিভিন্ন প্রকার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের সংজ্ঞা দাও।
- ৩০। একটি মোটা ও একটি ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক সমান হবে কিনা ব্যাখ্যা কর।
- ৩১। পয়সনের অনুপাত কাকে বলে ? [দি. বো. ২০১৯]
- ৩২। পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{L_0}{r} \frac{\Delta r}{\Delta L}$; এ সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।
- ৩৩। দেখাও যে, পয়সনের অনুপাতে কোনো মাত্রা বা একক নেই।
- ৩৪। পয়সনের অনুপাত ধনাত্মক বলতে কী বোঝায় ? [দি. বো. ২০১৯]

- ৩৫। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না কেন? [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৩৬। তারের প্রসারণে বিভব শক্তি সঞ্চিত হয়—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৭]
- ৩৭। স্প্রিং তৈরিতে উপাদান হিসেবে তামা ও উস্পাতের মধ্যে কোনটি বেশি পার্থক্য।—ব্যাখ্যা কর। [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ৩৮। স্রোতেরখা প্রবাহ কাকে বলে?
- ৩৯। বিক্ষিপ্ত প্রবাহ কাকে বলে?
- ৪০। প্রবাহীর সান্দ্রতা বলতে কী বোঝায়? [ঢা. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৬, ২০১৭; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৪১। সান্দ্রতা কেন প্রবাহী পদার্থে সৃষ্টি হয়? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৬]
- ৪২। সান্দ্রতা সংক্রান্ত নিউটনের সূত্রটি বর্ণনা কর এবং সেখান থেকে সান্দ্রতা সহগের সংজ্ঞা দাও।
- ৪৩। সান্দ্রতা সহগ কাকে বলে? [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮; চ. বো. ২০১৯]
- ৪৪। সান্দ্রতা সহগের একক কী?
- ৪৫। ঘর্ষণের সাথে সান্দ্রতার সম্পর্ক কী?
- ৪৬। সান্দ্রতা সহগের মাত্রা সমীকরণ লিখ। [য. বো. ২০১৭]
- ৪৭। তরলে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে স্টোকসের সূত্র ব্যাখ্যা কর।
- ৪৮। প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা দাও। [চ. বো. ২০১৫; কু. বো. ২০১৬; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ৪৯। অবাধভাবে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয় না কেন? [দি. বো. ২০১৭]
- ৫০। পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা প্রববেগে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৭]
- ৫১। সান্দ্র তরলের মধ্য দিয়ে ধাতব গোলক পতিত হলে বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের প্রকৃতি কিরূপ? [য. বো. ২০১৯]
- ৫২। বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে কেন? [সি. বো. ২০১৬; ব. বো. ২০১৬; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৫৩। পৃষ্ঠটান কাকে বলে? [চ. বো. ২০১৬; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৫; ব. বা. ২০১৯]
- ৫৪। আণবিক পাল্লা ও প্রভাব গোলক বলতে কী বোঝায়?
- ৫৫। ল্যাপ্লাসের তত্ত্ব বা আণবিক ধারণা থেকে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা দাও।
- ৫৬। সংসক্তি বল কাকে বলে? [কু. বো. ২০১৯; রা. বো. ২০১৬]
- ৫৭। আসঞ্জন বল কাকে বলে?
- ৫৮। পৃষ্ঠশক্তি কী? [ব. বো. ২০১৫ অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৫৯। পৃষ্ঠশক্তি ও পৃষ্ঠটানের মধ্যে সম্পর্ক কী?
- ৬০। একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত করলে তাপমাত্রার কী পরিবর্তন হবে—ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৫]
- ৬১। স্পর্শ কোণ কাকে বলে? [কু. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৫; ঢা. বো. ২০১৬]
- ৬২। বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভিজায় না অথচ আম পাতাকে ভিজায় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৫]
- ৬৩। তরলের ঘনত্বের সাথে স্পর্শ কোণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]
- ৬৪। কাচপৃষ্ঠে সমপরিমাণ তেল ও গ্লিসারিন রাখলে কোনটি বেশি জায়গা জুড়ু থাকবে? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ৬৫। কৈশিকতা কাকে বলে? [রা. বো. ২০১৯]
- ৬৬। জুরিনের সূত্রটি বিবৃত কর।
- ৬৭। কাচের তৈরি কৈশিক নলের মধ্য দিয়ে পানির উপরে উঠার কারণ ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৭]
- ৬৮। কৈশিক নলে পারদের অবনমন হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৯]
- ৬৯। কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে স্পর্শকোণ বৃদ্ধি পায়—ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৬]
- ৭০। শিশির নলে তরলের উত্থান বা পতনের কারণ ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৭]
- ৭১। ছাতার কাপড়ে ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি ভেতরে প্রবেশ করে না কেন—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৬]
- ৭২। শীতল পানি থেকে গরম পানির গতি দ্রুততর কেন? ব্যাখ্যা দাও। [ঢা. বো. ২০১৯]

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

- ১। 0.4 cm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তারে 25 kg এর একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেয়া হলো। তারের 1m দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে 1.02 m হলো। তারের বিকৃতি, পীড়ন ও ইয়ং গুণাঙ্ক বের কর। [উ: 0.02, $1.95 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$, $9.75 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$]
- ২। 3 m দৈর্ঘ্যের একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 4 mm²। এতে 10 kg ভার ঝুলানো হলে (ক) পীড়ন (খ) বিকৃতি ও (গ) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বের কর। [$Y = 1.96 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$]
[উ: (ক) $2.45 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$, (খ) 1.25×10^{-4} (গ) $3.75 \times 10^{-4} \text{ m}$]
- ৩। 3 m লম্বা এবং 1 cm² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর $8.5 \times 10^3 \text{ N}$ বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য 0.2 cm বাড়ে। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক বের কর। [উ: $1.275 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$]
- ৪। $5.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসের একটি তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $9.0 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ । তারটির দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করতে হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [উ: 883.125 N] [চ. বো. ২০০৮]
- ৫। $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে? [$Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$] [উ: $2 \times 10^7 \text{ N}$] [রা. বো. ২০০১; ব. বো. ২০০৪]
- ৬। একটি তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে হলে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর। [উ: $3 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$] [কু. বো. ২০০২; ব. বো. ২০০৭]
- ৭। ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । 5 m দীর্ঘ 2 mm ব্যাসবিশিষ্ট ইস্পাতের তারের 2.5 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির জন্য কত ভর ঝুলাতে হবে? [উ: 320.4 kg]
- ৮। 2 m দীর্ঘ ঝুলন্ত একটি তারের নিচের প্রান্তে 8 kg ভর ঝুলালে এর দৈর্ঘ্য 0.5 mm বাড়ে। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ হলে তারে প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [উ: $1.568 \times 10^{-6} \text{ m}^2$]
- ৯। 6 m দীর্ঘ এবং 1 mm² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি খাড়া তারের প্রান্তে 20 kg এর একটি ভর ঝুলিয়ে দেয়া হলো। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক $2.35 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ হলে তারটি কতটুকু বৃদ্ধি পাবে? [উ: 5 mm] [য. বো. ২০০১]
- ১০। 1 m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ: 0.1] [কু. বো. ২০১২; ব. বো. ২০১২; চ. বো. ২০১৫]
- ১১। 1 m লম্বা ও 1 mm ব্যাসের একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.025 cm হলে তারটির ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে? তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত = 0.1। [উ: $2.5 \times 10^{-8} \text{ m}$] [রা. বো. ২০১৬]
- ১২। একটি তারে 0.01 দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ব বিকৃতি 0.0024 হলে, তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত কত? [উ: 0.24] [সি. বো. ২০১৫]
- ১৩। 0.01 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি পাত 2 mm পুরু গ্লিসারিনের একটি স্তরের উপর রাখা হয়েছে। পাতটিকে 0.05 m s^{-1} বেগে চালনা করতে 0.4 N অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হলে সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মান নির্ণয় কর। [উ: 1.6 N s m^{-2}] [খু. বি. ২০১৭-২০১৮; কু. বো. ২০০৭; য. বো. ২০১২; চ. বো. ২০১১]
- ১৪। কোনো ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল $2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ । একে $1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পুরু তেলের আন্তরকের উপর দিয়ে $4.5 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ বেগে নিয়ে যেতে কত বল প্রয়োজন হবে? তেলের সান্দ্রতা সহগ 2 N s m^{-2} । [উ: 1.2 N]
- ১৫। $2 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল তার্পিন তেলের ভেতর দিয়ে $4 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। যদি লোহা ও তার্পিন তেলের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং $0.87 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ হয়, তবে তার্পিন তেলের সান্দ্রতাক্ষ নির্ণয় কর। [উ: $15.092 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$] [চা. বো. ২০০৭]
- ১৬। পানির উপরিতলে রাখা 0.75 m দীর্ঘ এক খণ্ড তারকে টেনে তুলতে $10.9 \times 10^{-2} \text{ N}$ বল প্রয়োজন হয়। পানির পৃষ্ঠটান কত? [উ: $72.66 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$]

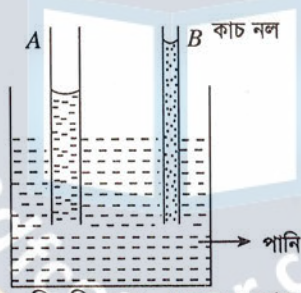
- ১৭। একটি পানির ফোঁটার ব্যাস $2 \times 10^{-3} \text{ m}$ । একে ভেঙে 10^9 টি সমআয়তনের পানির ক্ষুদ্র ফোঁটা তৈরি করতে কী পরিমাণ শক্তি প্রয়োজন হবে? পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ । [উ: $9.034 \times 10^{-4} \text{ J}$] [রা. বো. ২০১২]
- ১৮। 1 cm ব্যাসার্ধের একটি পারদ ফোঁটাকে এক মিলিয়ন সমআয়তন ফোঁটায় বিভক্ত করা হলো। এতে কী পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হলো? পারদের পৃষ্ঠটান $550 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ । [উ: $68.39 \times 10^{-3} \text{ J}$]
- ১৯। 10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি পানিবিন্দু 125টি বিন্দুতে বিভক্ত হলে পৃষ্ঠশক্তি বৃদ্ধি নির্ণয় কর। পানির পৃষ্ঠটান $7.2 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$ । [উ: $36.17 \times 10^{-9} \text{ J}$] [সি. বো. ২০০৭]

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

- ২০। একটি পরীক্ষাগারে দুটি কক্ষ। কক্ষ দুটিতে দুটি তার বুলানো আছে। প্রথম কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 2°C এবং দ্বিতীয় কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 50°C । দ্বিতীয় তারটি প্রথম তার অপেক্ষা মোটা। প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 1m এবং ব্যাস 5 mm; 3 kg ভর বুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য হলো 1 cm এবং ব্যাস 0.01 mm। আবার দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য 3 m ব্যাস 15 mm। সমভর দেওয়ায় দৈর্ঘ্য হলো 3 cm এবং ব্যাস 0.03 mm।
(ক) প্রথম ও দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাতের তুলনা কর।
(খ) তার দুটির মধ্যে কোনটির অসহ ভার বেশি বলে তুমি মনে কর? মতামত ব্যক্ত কর।
[উ: (ক) তারদ্বয়ের পয়সনের অনুপাত একই অর্থাৎ 0.2;
(খ) দ্বিতীয় তারের অসহ ভার প্রথম তারের অসহ ভারের 9 গুণ।] [দি. বো. ২০১৫]

২১।



ওপরের চিত্রে প্রদর্শিত A নলের ব্যাস 0.8 মি. মি. এবং B নলের ব্যাস 0.4 মি. মি.। পানির স্পর্শ কোণ 2° , পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ।

(ক) B নলের পানির উচ্চতা বের কর।

(খ) নল দুটিতে পানির উচ্চতার তারতম্যের কারণ বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 0.57; (খ) h এর সাথে r এর সম্পর্ক নির্ণয় করে দেখাতে হবে $\because r_A > r_B \therefore h_B > h_A$ অর্থাৎ যে নলের ব্যাসার্ধ কম সে নলে তরলের উচ্চতা বেশি হবে।] [সি. বো. ২০১৫]

- ২২। A ও B দুটি তারের বিভিন্ন রাশির মান নিম্নের ছকে প্রদান করা হলো :

তার	দৈর্ঘ্য $L(\text{m})$	ব্যাসার্ধ $r(\text{mm})$	বল $F(\text{N})$	দৈর্ঘ্য প্রসারণ $l(\text{mm})$	ব্যাসের হ্রাস $d(\text{mm})$
A	0.80	0.5	5	7	0.005
B	0.75	0.6	6	8	0.01

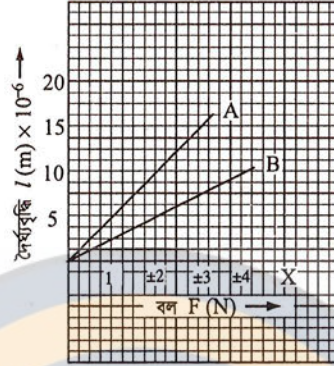
(ক) A তারের পয়সনের অনুপাত হিসাব কর।

(খ) A ও B তারটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 0.57; (খ) A তারের জন্য ইয়ং গুণাঙ্ক $Y_A = 7.27 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ এবং B তারের জন্য $Y_B = 4.97 \times 10^8 \text{ N m}^{-2} \therefore Y_A > Y_B \therefore A$ তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক]

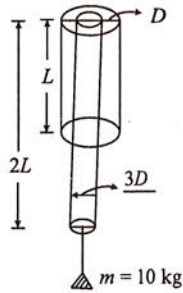
[বি. বো. ২০১৫]

- ২৩। চিত্র অনুসারে A তারের আদি দৈর্ঘ্য 1m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 m m^2 । অপরদিকে 2 m দৈর্ঘ্যের B তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $1.2 \times 10^{11}\text{ N m}^{-2}$ । তার দুটির একটি অপেক্ষাকৃত মোটা এবং অপরটি অধিক স্থিতিস্থাপক। প্রযুক্ত বলের সাথে তার দুটির দৈর্ঘ্যবৃদ্ধির লেখচিত্র চিত্রে প্রদর্শিত হয়েছে। A ও B দুটি তারের একটি দিয়ে বড় একটি বোঝাকে বেঁধে অপর তারটি দিয়ে তা টেনে নিয়ে যাওয়া হলো।



- (ক) A তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।
 (খ) তার দুটির কোনটিকে কোন কাজে ব্যবহার করা উপযোগী তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।
 উ: (ক) $2 \times 10^{11}\text{ N m}^{-2}$;
 (খ) A তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1 \times 10^{-6}\text{ m}^2$ এবং B তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $6.67 \times 10^{-6}\text{ m}^2$ ।
 A তারের ইয়ং গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11}\text{ N m}^{-2}$ এবং B তারের ইয়ং গুণাঙ্ক $= 1.2 \times 10^{11}\text{ N m}^{-2}$ । $\therefore A$ তার অপেক্ষা B তার মোটা এবং B তার অপেক্ষা A তারের স্থিতিস্থাপকতা বেশি। সুতরাং বোঝাটি বাঁধতে B তার এবং টেনে নেওয়ার জন্য A তার ব্যবহার করা উপযোগী। [ঢা. বো. ২০১৭]
- ২৪। A ও B দুটি তরল পদার্থ যাদের ঘনত্ব যথাক্রমে 1000 kg m^{-3} ও 800 kg m^{-3} । প্রথমে A তরল হতে 0.1 m দৈর্ঘ্যের তারকে অনুভূমিকভাবে উপরে উঠানো হলো। পরে 4 mm ব্যাসার্ধের ও $7.8 \times 10^3\text{ kg m}^{-3}$ ঘনত্বের একটি লোহার গোলককে A ও B উভয় তরলে ছেড়ে দিয়ে দেখা গেল তাদের প্রান্তবেগ যথাক্রমে $2.3 \times 10^2\text{ m s}^{-1}$ ও $4 \times 10^2\text{ m s}^{-1}$ [A তরলের পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-2}\text{ N m}^{-1}$ এবং $g = 9.8\text{ m s}^{-2}$].
 (ক) উদ্দীপকের তারটিকে উঠানোর সময় প্রযুক্ত বল এর মান হিসাব কর।
 (খ) উদ্দীপকের কোন তরলটি বেশি সান্দ্র—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।
 উ: (ক) $14.4 \times 10^{-3}\text{ N}$; (খ) A তরলের সান্দ্রতাঙ্ক, $\eta_A = 1.004 \times 10^{-3}\text{ N s m}^{-2}$ এবং B তরলের সান্দ্রতাঙ্ক, $\eta_B = 6.1 \times 10^{-4}\text{ N s m}^{-2}$ । $\therefore \eta_A > \eta_B$ । $\therefore A$ তরল B তরল অপেক্ষা অধিক সান্দ্র। [কু. বো. ২০১৭]
- ২৫। ইতি তার পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে 100 cm লম্বা ও 4 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের নিচ প্রান্তে ভার ঝুলিয়ে এর দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তনের পাঠ নিল এবং তার বাক্ববী বিথীকে বলল যে তার পরীক্ষায় দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তন যথাক্রমে 5% ও 6% পাওয়া গেছে। এটা শুনে বিথী বলল, হতে পারে না। তোমার উপাত্ত সংগ্রহে ভুল হয়েছে। (তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $Y = 2 \times 10^{11}\text{ N/m}^2$)
 (ক) উদ্দীপকে বর্ণিত তারটির দৈর্ঘ্য 10 mm বৃদ্ধি করতে কত ভার চাপতে হবে?
 (খ) বিথীর উক্তির যথার্থতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর।
 [উ: (ক) 8000 N ; (খ) উদ্দীপকে প্রদত্ত পাঠ অনুযায়ী পয়সনের অনুপাত পাওয়া যায় 1.2 কিন্তু বাস্তবে পয়সনের অনুপাতের মান -1 ও $\frac{1}{2}$ এর মধ্যে থাকার কথা। সুতরাং ইতির নেওয়ার পাঠে ভুল ছিল। অর্থাৎ বিথীর উক্তি যথার্থ ছিল।] [রা. বো. ২০১৭]

२७ ।



কটি তারে 10 kg ভর ঝুলানোর ফলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ও ব্যাস তিন-চতুর্থাংশ হয়।

উপাদান	Y-এর মান
অ্যালুমিনিয়াম	$7 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$
লোহা	$11.5 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$
তামা	$13 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$
ইস্পাত	$20 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$

(ক) উদ্দীপকের তারের পয়সনের অনুপাতের মান নির্ণয় কর।

(খ) তারের ব্যাস $D = 4.22 \times 10^{-2}$ mm হলে উদ্দীপকের তথ্য মতে এটি কোন পদার্থের তৈরি, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[উ: (ক) 0.25; (খ) তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 7 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$. অতএব উদ্দীপকের তথ্যমতে এটি অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি।] [সি. বো. ২০১৭]

২৭। 2 mm ও 4 mm ব্যাসের ও অভিন্ন দৈর্ঘ্যের দুটি তার একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে বোঝানো হলো। তার দুটিতে অভিন্ন ওজন প্রয়োগ করার ফলে দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির এক-তৃতীয়াংশ হলো। দ্বিতীয় তারটির পয়সনের অনুপাত 0.4।

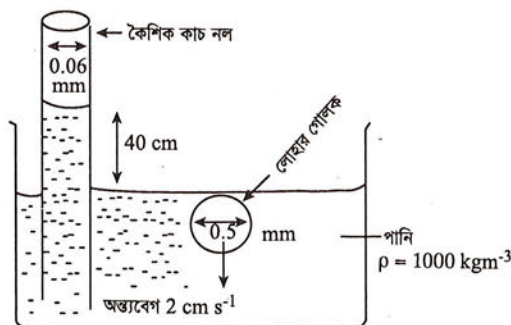
(ক) দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করা হলে ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।

উ: (ক) $4 \times 10^{-3} \text{ m}$ হ্রাস পাবে; (খ) প্রথম তারের ইয়ং গুণাঙ্ক Y_1 , দ্বিতীয় তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক Y_2 এর 1.33 গুণ। অর্থাৎ $Y_1 > Y_2$, অতএব প্রথম তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক।

[চ. বো. ২০১৭]

২৮। তাজিন পরীক্ষাগারে পানির সান্দ্র বল ও পানির বিদ্যুততা নির্ণয়ের জন্য নিচের চিত্রানুযায়ী পরীক্ষা সম্পাদন করে।



(ক) লোহার গোলকের উপর পানির সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [পানির সান্দ্রতা গুণক $3 \times 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$]

(খ) পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানি বিশুদ্ধ কিনা—পরীক্ষালব্ধ ফলাফল বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্ত দাও। [উল্লেখ্য বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$]

[উ: (ক) $2.827 \times 10^{-7} \text{ N}$; (খ) পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানির পৃষ্ঠটান $58.5 \times 10^{-8} \text{ N m}^{-1}$ কিন্তু বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ । সুতরাং পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানি বিশুদ্ধ নয়।]

[অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

- ২৯। 5 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm ব্যাসের তারে 100 kg ভর চাপালে দৈর্ঘ্য 0.3 mm প্রসারিত হয়। তারটির সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত? [উ: 0.147 J] [কুয়েট ২০১৬–২০১৭]
- ৩০। 5 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm ব্যাসবিশিষ্ট তারে 25 kg ভর ঝুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য 0.1 mm প্রসারিত হলে তারটির সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [উ: 0.01225 J] [বুয়েট ২০১৪–২০১৫]
- ৩১। ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm এবং $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ হলে, 5 kg ভর ঘনকের নিচের তলের মাঝ বরাবর ঝুলালে আয়তন গুণাঙ্ক বের কর। [উ: $6.66 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$] [বুয়েট ২০১৫–২০১৬]
- ৩২। 2 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারকে টেনে 0.1 mm প্রসারিত করতে প্রয়োজনীয় কাজের পরিমাণ কত? [উ: $5 \times 10^{-4} \text{ J}$] [কুয়েট ২০১৫–২০১৬]
- ৩৩। একটি তারের $Y = 20 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত পীড়ন কত? [উ: $3 \times 10^{-11} \text{ N m}^{-2}$] [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৫–২০১৬]
- ৩৪। 1 বর্গ সে. মি প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি তারে কত বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে? ($Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$)। [উ: $2 \times 10^{-7} \text{ N}$] [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৬–২০১৭]
- ৩৫। একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ । তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করার জন্য $2 \times 10^6 \text{ N}$ বল প্রয়োগ করা হলে তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক কত হবে? [উ: $2 \times 10^{-11} \text{ N m}^{-2}$] [জা. বি. ২০১৫–২০১৬]
- ৩৬। একটি দেয়াল হতে 4.8 cm ব্যাসার্ধের একটি অ্যালুমিনিয়ামের দণ্ড অনুভূমিকভাবে 5.3 cm প্রক্ষেপিত আছে। দণ্ডটির শেষ প্রান্তে 1200 kg ভরের একটি বস্তু ঝোলানো হলো। অ্যালুমিনিয়ামের ব্যবর্তন-গুণাঙ্ক $3 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ । দণ্ডটির ভরকে উপেক্ষা করে (a) দণ্ডটির ব্যবর্তন পীড়ন এবং (b) দণ্ডটির প্রান্তে উল্লম্ব বিচ্যুতি নির্ণয় কর। [উ: (a) $6.5 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$ (b) $1.148 \times 10^{-3} \text{ cm}$] [বুয়েট ২০১৬–২০১৭]
- ৩৭। $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে? ($Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$) [উ: $7 \times 10^{-2} \text{ N}$] [জা. বি. ২০১৬–২০১৭]
- ৩৮। সমান দৈর্ঘ্যের দুটি ইস্পাতের তারের ব্যাস যথাক্রমে 1.0 mm ও 2.0 mm। তার দুটিকে যথাক্রমে 40 N ও 80 N বল দ্বারা টানা হলে, এদের প্রসারণের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ: 1:1] [বুয়েট ২০০৮–২০০৯]
- ৩৯। একটি পদার্থের দুটি তার A এবং B এর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 1:2 এবং ব্যাসের অনুপাত 2:1। যদি একই বল দ্বারা তার দুটিকে টানা হয়, তখন A এবং B এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অনুপাত কী হবে? [উ: 1:8] [বুয়েট ২০০৬–২০০৭]
- ৪০। একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পায় এবং ব্যাস 5% হ্রাস পায়। পয়সনের অনুপাত কত? [উ: 0.5 [পা.বি.প্র.বি. ২০১৫–২০১৬]
- ৪১। কোনো ধাতুর ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $1 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ এবং দৈর্ঘ্যপীড়ন $1.96 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$ । ধাতুটির দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটলে ধাতুটির প্রতি ঘনমিটারে সর্বোচ্চ কী পরিমাণ স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হতে পারে? [উ: 9.208 J] [বুয়েট ২০০২–২০০৩]
- ৪২। $2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ চাপে সীসার ঘনত্ব কত হবে? সীসার স্বাভাবিক ঘনত্ব $\rho = 11.4 \text{ g cm}^{-3}$ এবং সীসার আয়তন গুণাঙ্ক $0.80 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ । [উ: 11.685 g cm^{-3}] [বুয়েট ২০০৮–২০০৯; কুয়েট ২০০৩–২০০৪]

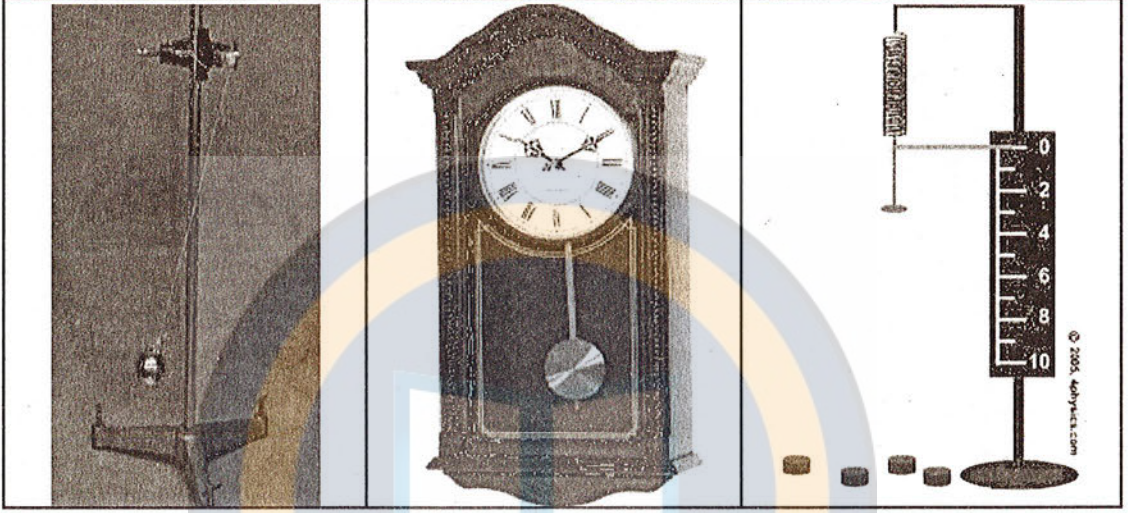
- ৪৩। 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য ৬% বৃদ্ধি করতে কত বল প্রয়োগ করতে হবে ?
[ইস্পাতের $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$] [উ: $1.2 \times 10^4 \text{ N}$] [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৪৪। একটি তারের ০.০১ দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ববিকৃতি ০.০০৪ হলে পরের উপাদানের পয়সনের অনুপাত কত ?
[উ: ০.৪] [কু. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৫। পারদের আয়তন গুণাঙ্ক $2.2 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ । এক লিটার পারদের আয়তন $2 \times 10^6 \text{ m}^{-2}$ হ্রাস করতে (i) কী পরিমাণ কাজ করতে হবে ? (ii) পারদে কী পরিমাণ স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হবে ? [উ : (i) ৪৪ J; (ii) ৪৪ J]
[রুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৪৬। 1 m লম্বা ও 1 mm ব্যাসের একটি তারের এক প্রান্তে 80 N এর একটি ওজন ঝুলাতে হবে। যদি এক্ষেত্রে 1 mm এর বেশি দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি গ্রহণযোগ্য না হয়, তাহলে আমার তার ব্যবহার করা যাবে কি ? [আমার ইয়ং গুণাঙ্ক $= 13 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$] [উ: এক্ষেত্রে আমার তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হবে 0.6 mm , সুতরাং আমার তার ব্যবহার করা যাবে।] [বুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৪৭। বল প্রয়োগের ফলে একটি তারের দৈর্ঘ্য ১% পরিবর্তন হলে এর ব্যাস শতকরা কতভাগ পরিবর্তন হবে ? [পয়সনের অনুপাত ০.২] [উ: ০.২%] [বুয়েট ২০১২-২০১৩]
- ৪৮। দুটি তারের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 3 m এবং এদের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক যথাক্রমে $1.6 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ এবং $1.8 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । তার দুটির দৈর্ঘ্য বরাবর সমান বল প্রয়োগ হলে দেখা যায় দ্বিতীয়টি প্রথমটির দ্বিগুণ প্রসারিত হয়েছে। তার দুটির ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ: ৩ : ২] [রুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৪৯। কোনো তারের দৈর্ঘ্য 3 m এবং ভর 20 g । 50 N টানে এর দৈর্ঘ্য 1 mm বাড়ে। ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। তারের ঘনত্ব $7.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ । [উ: $1.69 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$] [রুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৫০। সমান দৈর্ঘ্যের দুটি ভিন্ন পদার্থের তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হলো। ফলে দ্বিতীয় তারটি প্রথমটির ২.৫ গুণ প্রসারিত হলো। তার দুটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক যথাক্রমে $1.8 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ ও $1.6 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । এদের ব্যাসের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ: ১.৪৯০৭ : ১] [রুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৫১। 50 km উঁচু থেকে পড়ন্ত দুটি শিলাপিণ্ডের ব্যাসার্ধের অনুপাত ১ : ২। শিলাপিণ্ড দুটির অন্ত্যবেগের অনুপাত কত ? [উ: ১ : ৪] [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৫২। 2 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের সাথে 15 kg ভর ঝুলানো আছে। ভর ঝুলানো অবস্থায় তারটির দৈর্ঘ্য 4 m । তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $1.3 \times 10^{10} \text{ N m}^{-2}$ । ভরটি সরিয়ে নিলে তারটির দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ সঙ্কুচিত হবে ? [উ: 0.0225 m] [রুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৫৩। 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ । তারটিতে কত বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের ১০% হবে ? [উ: $2 \times 10^4 \text{ N}$] [রা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৫৪। 1 m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm । তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত কত হবে ? [উ: ০.১] [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৫৫। প্রতিটি 1 mm ব্যাসার্ধের আটটি বৃষ্টির ফোঁটা 5 cm s^{-1} প্রান্তিক বেগ পতনশীল। যদি আটটি ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হয় তাহলে নির্গত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [দেওয়া আছে পানির পৃষ্ঠটান $= 7.4 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$]। [উ: $3.72 \times 10^{-6} \text{ J}$] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৫৬। পানির উপরিতলে পানির ঘনত্ব $1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ হলে 800 atm চাপ গভীরতায় পানির ঘনত্ব কত হবে ? [দেওয়া আছে পানির সংনম্যতা $= 45.8 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ এবং $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ।] [উ: 1069.7 kg m^{-3}] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৫৭। ৪টি সমান মাপের পানির ফোঁটা (ব্যাসার্ধ 5×10^{-4} মিটার) একত্র করে একটি বড় ফোঁটা তৈরি করলে কত শক্তি নির্গত হবে ? মনে কর পানির পৃষ্ঠটান $7.2 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$ । [উ: $9.043 \times 10^{-7} \text{ J}$] [চুয়েট ২০০৫-২০০৬]

- ৫৮। $0.17 \times 10^{-2} \text{ m}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট 25টি পানির ক্ষুদ্র ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরি করলো। এতে নির্গত শক্তির পরিমাণ নির্ণয় কর। [পানির পৃষ্ঠটান $= 7.2 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$] [উ: $4.3 \times 10^{-6} \text{ J}$] [কুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৫৯। $0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক কাচনল পারদে ডুবালে নলের মধ্যে পারদের অবনমন $6.753 \times 10^{-3} \text{ m}$ হয়। কাচের সাথে পারদের স্পর্শ কোণ কত? [উ: $118 \times 6^\circ$] [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৬০। একটি সাবানের বুদবুদকে 1 cm ব্যাস হতে ধীরে ধীরে আকৃতি বৃদ্ধি করে 10 cm ব্যাসে পরিণত করা হলো। কৃতকাজ কত হবে? (সাবানের পানির পৃষ্ঠটান $25 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$)। [উ: $1.55 \times 10^{-3} \text{ J}$] [বুয়েট ২০১১-২০১২; কুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৬১। 2 cm ব্যাসার্ধের একটি সাবানের বুদবুদকে 3 cm ব্যাসার্ধের বুদবুদে পরিণত করতে কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। বুদবুদের পৃষ্ঠটান $7.2 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$ । [উ: $9.043 \times 10^{-7} \text{ J}$] [চুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৬২। কোনো তরলের ফোঁটায় তলশক্তি U । উক্ত ফোঁটা থেকে 1000টি একই রকমের ফোঁটা তৈরি করা হলো। সবকটি ফোঁটার মোট তলশক্তি কত হবে? [উ: $10 U$] [বুটেক্স ২০১৬-২০১৭]
- ৬৩। একটি সাবান পানির পৃষ্ঠটান $3 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$ । একটি সাবান পানির বুদবুদের বাইরে ও ভিতরের চাপের পার্থক্য 4 N m^{-1} হলে বুদবুদটির ব্যাসার্ধ কত? [উ: $3 \times 10^{-2} \text{ m}$] [জা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৬৪। 28°C তাপমাত্রায় পানির উপরিতল থেকে 0.5 m দীর্ঘ তারকে অনুভূমিকভাবে সর্বাধিক $7.3 \times 10^{-3} \text{ N}$ হলে উঠানো গেলে পানির পৃষ্ঠটান কত? [উ: $7.3 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$] [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬৫। 20°C তাপমাত্রায় পানির উপরিতল হতে 0.5 m দীর্ঘ একটি অনুভূমিক তারকে টেনে তুলতে যে সর্বাধিক বলের প্রয়োজন হয় তার মান $7.28 \times 10^{-3} \text{ N}$ । পানির পৃষ্ঠটান বের কর। (তারের ওজন নগণ্য)। [উ: $7.28 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$] [জা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬৬। $1.34 \times 10^{-4} \text{ kg}$ ভর এবং $4.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ ব্যাসবিশিষ্ট একটি কাচের বল $0.943 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-3}$ ঘনত্ব বিশিষ্ট তেলের মধ্য দিয়ে সুষম বেগে 6.4 s সময়ে 0.381 m নিচে পড়ে। তেলের সান্দ্রতা সহগের মান কত? [উ: $0.365 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$] [বুয়েট ২০১৮-২০১৯]
- ৬৭। একটি কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ 0.1 cm । একে $50 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ পৃষ্ঠটান এবং 100 kg m^{-3} ঘনত্বের তেলে ডুবালে কৈশিক নলে কত উচ্চতায় তেল উঠবে? [স্পর্শ কোণ $= 20^\circ$] [উ: 9.588 cm] [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৬৮। 3.0 mm এবং 6.0 mm ব্যাসবিশিষ্ট দুটি কৈশিক নলকে একটি পানির পাত্রে খাড়াভাবে আংশিক ডুবিয়ে রাখলে নল দুটির ভিতর দিয়ে পানি উপরে উঠে যে দুটি তরল অবতল তলের সৃষ্টি করে সেই তল দুটির মধ্যে উচ্চতার পার্থক্য কত? (পরীক্ষাকালীন তাপমাত্রায় পানির পৃষ্ঠটান $7.3 \times 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$, স্পর্শকোণ শূন্য এবং পানির আপেক্ষিক ঘনত্ব $1 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$) [উ: $4.966 \times 10^{-3} \text{ m}$] [বুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- ৬৯। একটি বৃষ্টির ফোঁটা 30 m s^{-1} প্রান্তিক বেগে বায়ুর মধ্য দিয়ে পড়ছে। পানির ঘনত্ব $= 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ এবং পানির সাপেক্ষে বায়ুর ঘনত্ব $= 1.3 \times 10^{-3}$ । বায়ুর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক যদি $1.8 \times 10^{-5} \text{ SI}$ একক হয় তবে বৃষ্টির ফোঁটার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [উ: $4.983 \times 10^{-4} \text{ m}$] [বুয়েট ২০০২-২০০৩]
- ৭০। $4 \times 10^{-4} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি সীসা গোলক গ্লিসারিনের ভিতর দিয়ে $6.5 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ প্রান্ত্যবেগ নিয়ে পড়ছে। সীসার ও গ্লিসারিনের ঘনত্ব যথাক্রমে $11.37 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $1.26 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ হলে গ্লিসারিনের সান্দ্রতাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: 0.542 N s m^{-2}] [কুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৭১। পানির ফোঁটা বায়ুর মধ্য দিয়ে 1.2 cm s^{-1} অভ্যবেগে পতিত হলে ফোঁটাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, বাতাসের সান্দ্রতা সহগ $= 1.8 \times 10^{-4} \text{ N s m}^{-2}$ এবং বাতাসের ঘনত্ব $= 1.21 \times 10^{-3} \text{ g/cc}$ । [উ: $9.97 \times 10^{-6} \text{ m}$] [কুয়েট ২০০১-২০০২]
- ৭২। একটি তারের এক প্রান্তে 10 kg ভরের একটি বস্তুকে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। তারটি 0.3 m লম্বা এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 10^{-6} m^2 । তারটি যে পদার্থে তৈরি তার অসহ পীড়ন $4.8 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$ । বস্তুটিকে সর্বোচ্চ কত কৌণিক বেগে ঘোরানো যেতে পারে নির্ণয় কর। [উ: 4 rad s^{-1}]

- ৭৩। 0.2 mm ব্যাসের একটি কৈশিক নলে পানির আবাহন নির্ণয় কর। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$ ও ঘনত্ব 10^3 kg m^{-3} । [উ: $14.694 \times 10^{-2} \text{ m}$] [ঢা. বো. ২০০৬; রা. বো. ২০০৭; য. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৯]
- ৭৪। $0.8 \times 10^{-3} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক কাচনল পারদে ডুবালে নলের মধ্যে পারদের অবনমন $6.753 \times 10^{-3} \text{ m}$ হয়। কাচের সাথে পারদের স্পর্শকোণ কত? পারদের পৃষ্ঠটান $4.7 \times 10^{-1} \text{ N m}^{-1}$ এবং ঘনত্ব $13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ । [উ: 140°] [ঢা. বো. ২০১১; সি. বো. ২০০৩]
- ৭৫। একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাসার্ধ $5 \times 10^{-4} \text{ m}$ । এটি 0.15 N s m^{-2} সান্দ্রতা সহগ বিশিষ্ট একটি তরলের মধ্য দিয়ে উপরের দিকে উঠলে এর অন্ত্যবেগ কত? তরলটির ঘনত্ব 900 kg m^{-3} । তরলের তুলনায় বায়ুর ঘনত্ব উপেক্ষা কর। [উ: $3.27 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$]
- ৭৬। কোনো তরলের ভেতর দিয়ে $5 \times 10^{-6} \text{ m}$ ব্যাসার্ধের একটি বায়ু বুদবুদ উঠছে। বুদবুদটির উর্ধ্বমুখী বেগ $5.45 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$ । তরলের ঘনত্ব 10^3 kg m^{-3} হলে তরলের সান্দ্রতা সহগ কত? [উ: $10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$]
- ৭৭। দুটি নির্দিষ্ট প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী 50 মিটার লম্বা একটি অ্যালুমিনিয়াম তারের মধ্যে শীতকালে টানা বল 100 kN । শীত ও গ্রীষ্মকালের মধ্যে পারিপার্শ্বিক তাপমাত্রা ব্যবধান 20°C । যদি তারের ব্যাসার্ধ 1 cm , উপাদানের তাপীয় দৈর্ঘ্য প্রসারক $20 \times 10^{-6}/^\circ \text{C}$ এবং ইয়ং এর গুণাক্ষ $1.1 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$ হয় তবে গ্রীষ্মকালে তারের মধ্যে সৃষ্ট বলের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উ: 13816 N] [চুয়েট ২০০৪–২০০৫]
- ৭৮। 130 cm দীর্ঘ এবং 1.1 mm ব্যাসের একটি ইস্পাতের তারকে 830°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করে তারের দুই প্রান্ত দুটি দৃঢ় বন্ধনীর সাথে এরূপ আঁটকিয়ে দেয়া হলো যেন তারটি দুপাশে টানা অবস্থায় থাকে। তারটি ঠাণ্ডা হয়ে 20°C -এ নেমে আসলে তারে কী পরিমাণ টান সৃষ্টি হবে? [ইস্পাতের ইয়ং গুণাক্ষ, $Y = 200 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$, প্রসারক, $\alpha = 11 \times 10^{-6}/^\circ \text{C}$] [উ: 1693 N] [বুয়েট ২০০৩–২০০৪]
- ৭৯। তার্পিন তেলের পৃষ্ঠটান $27 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ এবং ঘনত্ব $0.87 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ । যদি $5.8 \times 10^{-5} \text{ m}$ ব্যাসের একটি কৈশিক নলের গাত্রের সাথে স্পর্শ কোণ 22° হয়, তবে নলটিতে তার্পিন তেল কত উচ্চতায় উঠবে নির্ণয় কর। [উ: 0.202 m] [কুয়েট ২০১৭–২০১৮]
- ৮০। একটি স্টিল তারের উপর 10 N বল প্রয়োগে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় 0.1mm। বলের পরিবর্তন করার ফলে একই দৈর্ঘ্যের এবং দ্বিগুণ ব্যাসার্ধের অন্য একটি তারে সমপরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে।
(ক) উদ্দীপকের প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে কৃতকাজ নির্ণয় কর।
(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বলের পরিবর্তনের পরিমাণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
[উ: (ক) $5 \times 10^{-4} \text{ J}$; (খ) বল 30 N বৃদ্ধি করতে হবে] [ব. বো. ২০১৯]
- ৮১। একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে 200 cm দৈর্ঘ্য ও 1 mm প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন উপাদানের তার A ও B ঝুলিয়ে তারদ্বয়ের নিচে 10 kg করে ভর ঝুলানো হলো। ফলে A তারটির দৈর্ঘ্য 7% ও B তারটির দৈর্ঘ্য 8% বৃদ্ধি পেল। $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ।
(গ) B তারটির একক আয়তনের বিভব শক্তি কত?
(ঘ) সমান বল প্রয়োগে বস্তুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সাথে ইয়ং-এর গুণাক্ষের মধ্যে সম্পর্ক উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
[উ: (ক) $3.92 \times 10^6 \text{ J}$; (খ) A তারের ইয়ং গুণাক্ষ $1.4 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$; B তারের ইয়ং গুণাক্ষ $1.22 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$ অর্থাৎ যে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বেশি সেই তারের ইয়ং গুণাক্ষ কম এবং যে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কম তার ইয়ং গুণাক্ষ বেশি।] [ঢা. বো. ২০১৯]

৮

পর্যাবৃত্তিক গতি PERIODIC MOTION



পূর্বের অধ্যায়গুলোতে আমরা বিভিন্ন প্রকার গতি যেমন, সুষম ত্বরণ গতি, বৃত্তাকার গতি, ঘূর্ণন গতি প্রভৃতি আলোচনা করেছি। আরেক ধরনের গতি হলো পর্যাবৃত্তিক গতি। প্রাকৃতিক ও প্রায়ুক্তিক উভয় জগতে অনেক ঘটনা রয়েছে যা পর্যাবৃত্তিক। পর্যাবৃত্তিক গতির সবচেয়ে সরল উদাহরণ হলো কোনো বস্তুকণার বৃত্তাকার পথে আবর্তন। সূর্যের চারদিকে গ্রহের এবং গ্রহের চার পাশে উপগ্রহের (প্রাকৃতিক বা কৃত্রিম উভয়ই) আবর্তন পর্যাবৃত্তিক। এ অধ্যায়ে আমরা পর্যাবৃত্তিক গতি আলোচনা করবো।

প্রধান শব্দসমূহ :

পর্যাবৃত্তি, স্থানিক পর্যাবৃত্তি, কালিক পর্যাবৃত্তি, পর্যায়কাল, কম্পাঙ্ক, স্পন্দন গতি, সরল দোলন গতি, বিস্তার, দশা, সরল দোলক, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, সেকেন্ড দোলক।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	পর্যাবৃত্ত ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.১
২	পর্যাবৃত্ত গতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.২
৩	সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বলের প্রকৃতি ও বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.৩
৪	সরল ছন্দিত গতি-সংশ্লিষ্ট রাশিসমূহ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.৩, ৮.৬
৫	সরল দোল গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমীকরণ প্রতিপাদন ও এর গাণিতিক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৮.৪, ৮.৫, ৮.৬
৬	দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতির ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.৮, ৮.৯, ৮.১০

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
৭	লেখচিত্র ব্যবহার করে সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর মোট শক্তির সংরক্ষণশীলতা প্রমাণ করতে পারবে।	৮.৭
৮	অল্প বিস্তারে গতিশীল একটি সরল দোলকের গতিকে সরল ছন্দিত গতিরূপে ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৮.১০
৯	সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবে।	৮.১১
১০	ব্যবহারিক : ○ একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করতে পারবে। ○ একটি স্প্রিংকে দোলক হিসেবে ব্যবহার করে বিভিন্ন বস্তুর ভরের তুলনা করতে পারবে।	৮.১২

৮.১। পর্যাবৃত্তি

Periodicity

কোনো ঘটনা, কোনো রাশি বা কোনো অপেক্ষকের (function) বা কোনো কিছু যদি বার বার পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে আমরা বলি পর্যাবৃত্তিক ঘটনা বা রাশি বা অপেক্ষক। যেমন, প্রতি বছর ২৬ মার্চ আমরা স্বাধীনতা দিবস পালন করি, প্রতি বছর ১ বৈশাখ আমাদের বাংলা নববর্ষ। প্রতি সপ্তাহে শুক্রবার সরকারি ছুটি থাকে, ঘড়ির একটা কাঁটা নির্দিষ্ট সময় পরপর একটি নির্দিষ্ট দাগ অতিক্রম করে, সাইন (sine) বা কোসাইন (cosine) ফাংশনগুলো 360° পরপর একই মান গ্রহণ করে। পর্যাবৃত্তি দূরকমের হতে পারে স্থানিক পর্যাবৃত্তি এবং কালিক পর্যাবৃত্তি।

স্থানিক পর্যাবৃত্তি (Spatial periodicity)

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর গতি যদি এমনভাবে পুনরাবৃত্তি হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে তাকে বলে স্থানিক পর্যাবৃত্তি।

ঘড়ির কোনো কাঁটার গতি, সূর্যের চারপাশে গ্রহগুলোর গতি, একটি উল্লম্ব স্প্রিং এর গতি, তরঙ্গের উপরিস্থ কোনো কণার গতি ইত্যাদি স্থানিক পর্যাবৃত্তির উদাহরণ।

কালিক পর্যাবৃত্তি (Temporal periodicity)

সংজ্ঞা : কোনো রাশি বা ফাংশনের মান যদি এমন হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর সেটি একই মান গ্রহণ করে তবে তাকে বলে কালিক পর্যাবৃত্তি।

যেমন, ১৬ ডিসেম্বর আমাদের জাতীয় বিজয় দিবস, প্রতি এক বছর পর পর এর পুনরাবৃত্তি ঘটে; আমরা বাড়িঘরে যে তড়িৎ প্রবাহ ব্যবহার করি সেটি হচ্ছে পর্যাবৃত্ত বা দিক পরিবর্তী প্রবাহ (alternating current বা AC)। এ প্রবাহ আমাদের দেশে প্রতি 0.02 s পরপর একই মান গ্রহণ করে।

এ অধ্যায়ে এবং এ বই-এর অন্যত্র অন্যভাবে উল্লেখ না করলে পর্যাবৃত্তি বলতেই আমরা স্থানিক পর্যাবৃত্তিকে বোঝাবো।

৮.২। পর্যাবৃত্ত গতি

Periodic Motion

সংজ্ঞা : কোনো গতিশীল বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

এ গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরল রেখিক বা আরো জটিল হতে পারে।

ঘড়ির কাঁটার গতি, সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি, বাষ্প বা পেট্রোল ইঞ্জিনের সিলিন্ডারের মধ্যে পিস্টনের গতি পর্যাবৃত্ত গতি।

পর্যায়কাল

সংজ্ঞা : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে সেই সময়কে পর্যায়কাল (T) বলে।

স্পন্দন গতি বা দোলন গতি

কোনো অগ্রপশ্চাৎ পর্যাবৃত্ত গতিকে দোলন গতি বা স্পন্দন গতি বলে।

সংজ্ঞা : পর্যাবৃত্ত গতি সম্পন্ন কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে এর গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

উদাহরণ : স্পন্দন গতির উদাহরণ হচ্ছে সরল দোলকের গতি, কম্পনশীল সুরশলাকা ও গীটারের তারের গতি। কঠিন বস্তুতে পরমাণু স্পন্দিত হয়। বাতাসের মধ্য দিয়ে শব্দ তরঙ্গ সঞ্চালনের সময় বাতাসের অণুগুলো স্পন্দিত হয়।

৮.৩। সরল দোলন গতি বা সরল দোল গতি বা সরল ছন্দিত গতি

Simple Harmonic Motion

আমরা আগেই দেখেছি সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ মানে ও দিকে ধ্রুব থাকে, বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ (কেন্দ্রমুখী ত্বরণ) মানে ধ্রুব থাকলেও এর দিক পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ পর্যাবৃত্তভাবে মানে ও দিকে পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ সরণের ওপর নির্ভর করে। ত্বরণ ও সরণের মানের মধ্যে সবচেয়ে সরল সম্পর্ক হতে পারে কোনো কণার ত্বরণ a , তার সরণ x এর সমানুপাতিক। এ জাতীয় সম্পর্ক যে স্পন্দন গতিতে বজায় থাকে তাকে বলা হয় সরল ছন্দিত স্পন্দন বা সরল দোলন গতি এবং একে নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয়।

সংজ্ঞা : যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এই গতিকে সরল দোলন গতি বলে।

সুতরাং সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে ত্বরণ a এবং সরণ x এর মধ্যে সম্পর্ক হলো,

$$a \propto -x$$

$$\text{বা, } a = -k'x \quad \dots \quad (8.1)$$

যেহেতু বল ত্বরণের সমানুপাতিক, সুতরাং সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি বলও সরণের সমানুপাতিক, অর্থাৎ

$$F \propto -x$$

$$\text{বা, } F = -kx \quad \dots \quad (8.2)$$

এই ধ্রুবক k কে বলা হয় বল ধ্রুবক।

এখানে k' বা k হচ্ছে ধনাত্মক ধ্রুবক। (8.1) এবং (8.2) সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যদিও সরণ বেশি হলে ত্বরণ ও বল বেশি হয় কিন্তু তাদের দিক সর্বদা সরণের দিকের বিপরীত দিকে অর্থাৎ সাম্যাবস্থানের দিকে। এ বল একটি প্রত্যায়নী বল। যে বল সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে সর্বদা সাম্যাবস্থানের দিকে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থানের দিকে ফিরিয়ে আনে তাকে প্রত্যায়নী বল বলা হয় যেমন—স্প্রিং বল, স্থিতিস্থাপক বল ইত্যাদি।

উদাহরণ : সরল দোলন গতির কয়েকটি উদাহরণ হলো কম্পমান সুরশলাকার গতি, স্বল্প বিস্তারে কোনো সরল দোলকের গতি, কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দৃঢ় অবস্থানে আটকে অপর প্রান্তে একটি ভারী বস্তু ঝুলিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে তার গতি প্রভৃতি।

সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে বলের বৈশিষ্ট্য

- ১। এটি একটি পর্যাবৃত্ত বল।
- ২। এটি একটি স্পন্দনশীল বল।
- ৩। যেকোনো সময় বলের মান সাম্যাবস্থান থেকে সরণের মানের সমানুপাতিক।
- ৪। বল সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী।

সরল দোলন গতি সংক্রান্ত কয়েকটি রাশি

পূর্ণ স্পন্দন : সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে একটি সম্পূর্ণ অগ্র-পশ্চাৎ গতিকে পূর্ণ স্পন্দন বা দোলন বলে।

পর্যায়কাল : একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, তাকে পর্যায়কাল T বলে।

কম্পাঙ্ক : একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ দোলন হয় তাকে কম্পাঙ্ক f বলে।

বিস্তার : সরল দোলন গতিশীল কোনো কণা এর সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে যে সর্বোচ্চ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তার বিস্তার বলে।

দশা : সরল দোলন গতিশীল কোনো কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা অর্থাৎ কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়।

৮.৪। সরল দোলন গতির অন্তরক বা ব্যবকলনীয় সমীকরণ**Differential Equation of Simple Harmonic Motion**

সরল দোলন গতির সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি, বল সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী। কোনো কণার উপর ক্রিয়াশীল বল F এবং সরণ x হলে সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে,

$$F \propto -x$$

$$\text{বা, } F = -kx$$

এ ধ্রুবক k কে বলা হয় বল ধ্রুবক। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আবার আমরা জানি বস্তুর ভর m এবং ত্বরণ a হলে, $F = ma$

$$\therefore ma = -kx$$

$$\text{কিন্তু ত্বরণ } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\therefore m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \dots \quad (8.3)$$

আমরা যদি $\frac{k}{m} = \omega^2$ লিখি, তাহলে এ সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \quad \dots \quad (8.4)$$

এ সমীকরণে অন্তরক (derivative) সংশ্লিষ্ট, কাজেই এ সমীকরণটি একটি অন্তরক বা ব্যবকলনীয় সমীকরণ। এ সমীকরণ থেকে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার সরণ x কীভাবে সময় t এর উপর নির্ভর করে তা জানা যায়। কোনো

কণার সরণ x কীভাবে সময় t এর উপর নির্ভর করে তা জানার অর্থই হচ্ছে কণাটির গতি সম্পর্কে জানা। যেহেতু (৪.৪) সমীকরণ সমাধান করলে সময়ের সাথে সরণের সম্পর্ক তথা গতি সম্পর্কে জানা যায়, তাই এ সমীকরণকে সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ বলা হয়। এ সমীকরণের দুটি উল্লেখযোগ্য সাধারণ সমাধান হচ্ছে

$$x = A \sin (\omega t + \delta)$$

এবং $x = B \cos (\omega t + \varphi)$

এই বইয়ের যেখানে প্রয়োজন হয়েছে সেখানে আমরা $x = A \sin (\omega t + \delta)$ এ সমাধানটি ব্যবহার করেছি।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : প্রমাণ কর যে, $x = A \sin (\omega t + \delta)$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \text{ এর একটি সমাধান।}$$

$x = A \sin (\omega t + \delta)$ যে সরল দোলনগতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান আমরা তা নিম্নোক্ত উপায়ে প্রমাণ করতে পারি। $x = A \sin (\omega t + \delta)$ কে সময়ের সাপেক্ষে পরপর দুইবার অন্তরীকরণ করে আমরা পাই,

$$\frac{dx}{dt} = A \frac{d}{dt} [\sin (\omega t + \delta)] = \omega A \cos (\omega t + \delta)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \omega A \frac{d}{dt} [\cos (\omega t + \delta)]$$

$$\text{বা, } \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin (\omega t + \delta)$$

এখন সরল দোলনগতির অন্তরক সমীকরণে $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ এ $x = A \sin (\omega t + \delta)$ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} \text{ এর এই মান অন্তরক সমীকরণে বসালে পাওয়া যায়,}$$

$$\text{বামপক্ষ} = -\omega^2x + \omega^2x = 0$$

$$\text{বা, বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \text{ সমীকরণে } x = A \sin (\omega t + \delta) \text{ বসালে সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।}$$

$$\text{কাজেই } x = A \sin (\omega t + \delta) \text{ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।}$$

৮.৫। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধান

Solution to the Differential Equation of Simple Harmonic Motion

সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ (সমীকরণ ৪.৪)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) + \omega^2x = 0$$

$$\text{বা, } \frac{dv}{dt} + \omega^2x = 0$$

$$\text{বা, } \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv}{dx} = -\omega^2x$$

$$\text{বা, } v dv = -\omega^2x dx$$

$$\text{বা, } \int v \, dv = -\omega^2 \int x \, dx$$

$$\text{বা, } \frac{v^2}{2} = -\omega^2 \frac{x^2}{2} + C, \text{ এখানে } C = \text{যোগজীকরণ ধ্রুবক।} \quad \dots \quad (8.5)$$

$$v = 0 \text{ হলে, } x = A = \text{বিস্তার।}$$

$$\therefore 0 = -\omega^2 \frac{A^2}{2} + C$$

$$\therefore C = \omega^2 \frac{A^2}{2} \quad \dots \quad (8.6)$$

সমীকরণ (8.5) এবং (8.6) থেকে পাওয়া যায়,

$$\therefore \frac{v^2}{2} = -\omega^2 \frac{x^2}{2} + \omega^2 \frac{A^2}{2}$$

$$\text{বা, } v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$\therefore v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{dx}{dt} = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \omega dt$$

উভয় পক্ষকে যোগজীকরণ করে পাই,

$$\sin^{-1} \frac{x}{A} = \omega t + \delta, \text{ এখানে } \delta = \text{যোগজীকরণ ধ্রুবক।}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{A} = \sin(\omega t + \delta)$$

$$\therefore x = A \sin(\omega t + \delta) \quad \dots \quad (8.7)$$

এ সমীকরণ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধান।

৮.৬। সরল দোলন গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশি

Quantities Related to Simple Harmonic Motion

পূর্বের অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান তথা সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ হচ্ছে, (সমীকরণ 8.7)

$$x = A \sin(\omega t + \delta)$$

এখন আমরা এ সমীকরণের বিভিন্ন রাশির ভৌত তাৎপর্য নিয়ে আলোচনা করব।

পর্যায়কাল, T

সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার একটি পূর্ণ দোলনসম্পন্ন হতে যে সময় লাগে তাকে তার পর্যায়কাল T বলে।

(8.7) সমীকরণে সময় t কে $\frac{2\pi}{\omega}$ পরিমাণ বৃদ্ধি করা হলে সরণ হয়

$$x' = A \sin \left[\omega \left(t + \frac{2\pi}{\omega} \right) + \delta \right]$$

$$= A \sin(\omega t + 2\pi + \delta) = A \sin(\omega t + \delta)$$

$$\therefore x' = x$$

দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পর সরণের মান একই হচ্ছে অর্থাৎ $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পর পর রাশিটির পুনরাবৃত্তি ঘটছে। সুতরাং $\frac{2\pi}{\omega}$

হচ্ছে সরল দোলন গতির পর্যায়কাল T ।

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega}$$

পর্যায়কাল ও বল ধ্রুবকের সম্পর্ক

আমরা জানি, $\omega^2 = \frac{k}{m}$ । সুতরাং $T = \frac{2\pi}{\omega}$ সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \dots \quad (8.8)$$

এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সরল দোলন গতির পর্যায়কাল স্পন্দনশীল কণাটির ভর m এবং বল ধ্রুবক k এর সাথে সম্পর্কিত। যেহেতু কোনো কণার ভর m নির্দিষ্ট

$$\therefore T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$$

অর্থাৎ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার পর্যায়কাল বল ধ্রুবকের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

কম্পাঙ্ক, f

কোনো সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণা একক সময়ে যে কয়টি পূর্ণ দোলন বা কম্পন সম্পন্ন করে তাকে তার কম্পাঙ্ক f বলে।

$$\therefore f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \dots \quad (8.9)$$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, ω

সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক ω বলে। পর্যায়কাল এবং কম্পাঙ্ক যথাক্রমে T এবং f হলে,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \dots \quad (8.10)$$

কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এর মাত্রা হচ্ছে T^{-1} এবং একক রেডিয়ান/সেকেন্ড (rad s^{-1})।

বিস্তার, A

(8.7) সমীকরণের ধ্রুবক A এর একটি সরল ভৌত তাৎপর্য আছে। আমরা জানি, sine অপেক্ষকের মান -1 থেকে $+1$ পর্যন্ত হতে পারে। কাজেই মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থান ($x = 0$) থেকে সরণ x এর সর্বোচ্চ মান হতে পারে A । যেহেতু কোনো কণা সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো এক দিকে যে সর্বোচ্চ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিস্তার A বলে, সুতরাং A হচ্ছে সরল দোলন গতির বিস্তার।

দশা, $(\omega t + \delta)$

সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বোঝায়। কোনো একটি মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বলতে ঐ বিশেষ মুহূর্তে বস্তু কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়। (8.7) সমীকরণের $(\omega t + \delta)$ রাশিটি হচ্ছে গতির দশা (Phase)। ধ্রুবক δ হলো দশা ধ্রুবক। একই বিস্তার এবং কম্পাঙ্কের কিন্তু ভিন্ন দশার একাধিক গতি হতে পারে।

যেমন, $\delta = 0^\circ$ হলে

$$x = A \sin (\omega t + \delta) = A \sin (\omega t + 0^\circ)$$

বা, $x = A \sin \omega t$

এখন $t = 0$ হলে সরণ $x = 0$ । অর্থাৎ এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় তার সাম্যাবস্থান থেকে।

আবার, $\delta = \pi/2$ হলে

$$x = A \sin (\omega t + \delta) = A \sin (\omega t + \pi/2) \\ = A \cos \omega t$$

সুতরাং $t = 0$ সময়ে $x = A$ অর্থাৎ সরণ x হচ্ছে সর্বোচ্চ। এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় এক প্রান্ত থেকে। অন্য দশা ফ্রিকের জন্য অন্য আদি সরণ পাওয়া যায়।

কণাটির আদি অবস্থান এবং দ্রুতি দ্বারা সরল দোলন গতির বিস্তার A এবং দশা ফ্রিক δ নির্ণীত হয়। এ দুই আদি শর্ত দ্বারা সঠিকভাবে A এবং δ এর মান নির্ধারিত হয়। একবার গতি শুরু হলে অবশ্য একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের স্পন্দনশীল কণার বিস্তার ও দশা ফ্রিক ফ্রিক থাকে, যদি না অন্যান্য বল ক্রিয়া করে।

বেগ, v

(8.7) সমীকরণকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ v পাওয়া যায়।

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos (\omega t + \delta) \quad \dots \quad (8.11)$$

সরণ দোলন গতির সমীকরণ

$$x = B \cos (\omega t + \delta) \text{ ধরা হলে,}$$

বেগ v হয়,

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega B \sin (\omega t + \delta) \quad \dots \quad (8.11a)$$

বেগ ও সরণের সম্পর্ক

(8.11) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$v = \omega A \sqrt{1 - \sin^2 (\omega t + \delta)} \\ = \omega A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \\ = \omega A \sqrt{\frac{A^2 - x^2}{A^2}} \\ \text{বা, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad \dots \quad (8.12)$$

এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ v তার সরণ x এর উপর নির্ভরশীল।

যখন $x = 0$, অর্থাৎ কণাটি যখন মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থান অতিক্রম করে,

তখন $v = \omega \sqrt{A^2 - 0} = \omega A$ হয় এবং এটিই বেগের সর্বোচ্চ মান।

$$\therefore v_{\max} = \omega A$$

সুতরাং মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ সর্বোচ্চ।

যখন $x = A$, অর্থাৎ কণাটি যখন বিস্তারের প্রান্তে উপস্থিত হয়,

তখন $v = \omega \sqrt{A^2 - A^2} = 0$ এবং এটিই বেগের সর্বনিম্ন মান।

$$\therefore v_{\min} = 0$$

সুতরাং বিস্তারের প্রান্তে মুহূর্তের জন্য কণাটির বেগ শূন্য হয় এবং গতির দিক পাল্টায়।

অতএব, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার বেগ মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে সর্বোচ্চ হয় এবং সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ হ্রাস পেতে থাকে এবং বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য হয়।

ত্বরণ, a

আবার (8.11) সমীকরণকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে আমরা ত্বরণ a পাই,

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) \quad \dots \quad (8.13)$$

সরল দোলন গতির সমীকরণ

$$x = B \cos(\omega t + \delta) \text{ ধরা হলে,}$$

$$\text{ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 B \cos(\omega t + \delta) \quad \dots \quad (8.13a)$$

ত্বরণ ও সরণের সম্পর্ক

(8.13) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$a = -\omega^2 x$$

এ সমীকরণ থেকেও দেখা যায়, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ a তার সরণ x এর উপর নির্ভরশীল।

যখন $x = 0$, অর্থাৎ কণাটি যখন মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থান অতিক্রম করে, তখন

$a = 0$, এবং এটিই ত্বরণের সর্বনিম্ন মান।

$$\therefore a_{\min} = 0$$

আবার, যখন $x = A$, অর্থাৎ কণাটি যখন বিস্তারের প্রান্তে উপস্থিত হয়, তখন

$a = -\omega^2 A$ এবং এটি ত্বরণের সর্বোচ্চ মান। ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় ত্বরণ সরণের বিপরীত অভিমুখী।

$$\therefore a_{\max} = \omega^2 A$$

অতএব, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার ত্বরণ মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে শূন্য হয় এবং সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে ত্বরণ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং বিস্তারের প্রান্তে ত্বরণ সর্বোচ্চ হয়।

সর্বোচ্চ সরণ, দ্রুতি এবং ত্বরণ

(8.7) এবং (8.11) থেকে (8.13) সমীকরণগুলো পর্যালোচনা করলে দেখা যায়, সর্বোচ্চ সরণ হচ্ছে A , সর্বোচ্চ দ্রুতি ωA এবং সর্বোচ্চ ত্বরণ $\omega^2 A$ ।

$$\text{সুতরাং } \left. \begin{array}{l} x_{\max} = A \\ v_{\max} = \omega A \\ a_{\max} = \omega^2 A \end{array} \right\} \quad \dots \quad (8.14)$$

সরল দোলনগতি সম্পন্ন কণার যেকোনো এক দিকে যখন সরণ সর্বোচ্চ হয় তখন তার বেগ শূন্য হয়, কেননা তখন বেগের অভিমুখ পরিবর্তিত হয়। এ মুহূর্তে ত্বরণের মান সর্বোচ্চ হয় কিন্তু এর দিক হয় সরণের বিপরীত দিকে। যখন সরণ শূন্য তখন দ্রুতি সর্বোচ্চ এবং ত্বরণ শূন্য হয়। যখন কোনো কণা সাম্যাবস্থানের দিকে এগুতে থাকে তখন তার দ্রুতি বাড়তে থাকে এবং কণাটি যখন সর্বোচ্চ সরণের দিকে যেতে থাকে তখন দ্রুতি কমতে থাকে।

৮.৭। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে শক্তি**Energy in Simple Harmonic Motion**

ধরা যাক, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার বিস্তার A , কৌণিক কম্পাঙ্ক ω এবং দশা প্রবক δ । t সময়ে কণাটির সরণ x হলে সরল দোলন গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি (সমীকরণ 8.7)

$$x = A \sin(\omega t + \delta)$$

বিভব শক্তি, U

আমরা জানি, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার উপর তার সাম্যাবস্থানের দিকে ক্রিয়াশীল বল $F = -kx$ । এখন বস্তুটিকে $x = 0$ থেকে $x = x$ অবস্থানে সরাতে তার উপর এর সমান ও বিপরীতমুখী বল $F' = kx$ প্রয়োগ করে কাজ করতে হবে। এ বল দ্বারা কৃতকাজ হবে x অবস্থানে কণাটির সঞ্চিত বিভব শক্তি U ।

$$\therefore U = \int_0^x F' dx \quad \text{বা,} \quad U = \int_0^x kx dx$$

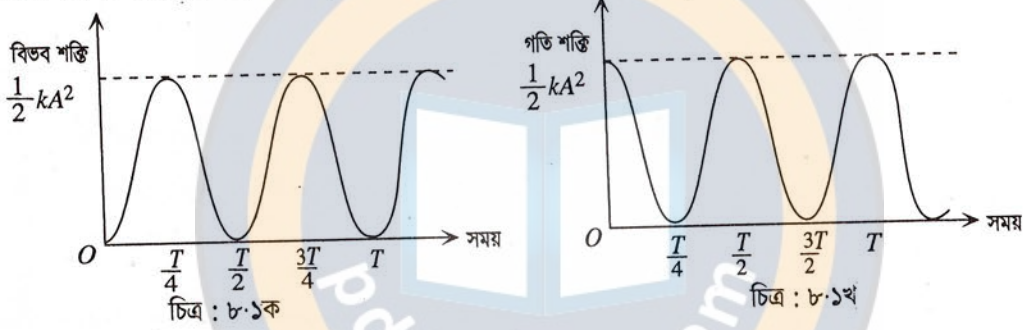
$$= k \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^x = \frac{1}{2} k (x^2 - 0)$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} kx^2$$

যেহেতু $x = A \sin(\omega t + \delta)$

$$\therefore U = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \delta) \quad \dots \quad (8.15)$$

এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\sin^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং বিভব শক্তির সর্বোচ্চ মান $\frac{1}{2} kA^2$ । গতিকালে কণাটির বিভব শক্তি শূন্য থেকে এ সর্বোচ্চ মানের মধ্যে পরিবর্তিত হয়। (8.15) সমীকরণে $\delta = 0$ ধরে বিভব শক্তির পরিবর্তন চ.১ক চিত্রে সময়ের সাথে এবং চ.২খ চিত্রে সরণের সাথে দেখানো হলো।



গতিশক্তি, K

যেকোনো মুহূর্তে কণাটির গতি শক্তি হচ্ছে $K = \frac{1}{2} mv^2$ ।

$$\text{কিন্তু বেগ, } v = \frac{dx}{dt}$$

যেহেতু $x = A \sin(\omega t + \delta)$

$$\therefore v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \delta)$$

$$\text{সুতরাং } K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$

$$\text{আবার, } \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\therefore K = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \delta) \quad \dots \quad (8.16)$$

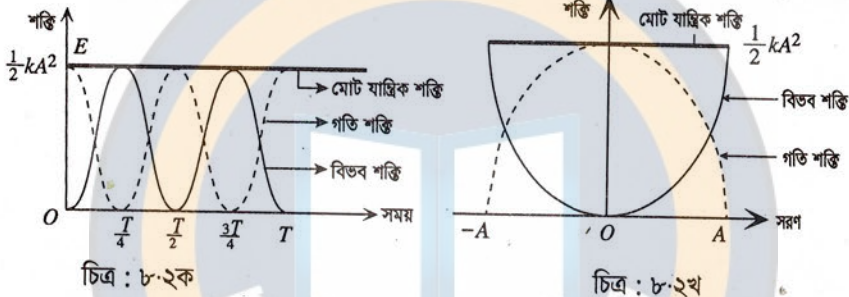
সমীকরণ (8.16) থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\cos^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং কণাটির সর্বোচ্চ গতি শক্তি $\frac{1}{2} kA^2$ । গতিকালে কণাটির গতি শক্তি শূন্য থেকে এই সর্বোচ্চ মানের মধ্যে পরিবর্তিত হতে পারে। $\delta = 0$ ধরে গতিশক্তির এ পরিবর্তন চ.১খ চিত্রে সময়ের সাথে এবং চ.২খ চিত্রে সরণের সাথে দেখানো হলো।

মোট যান্ত্রিক শক্তি, E এবং শক্তির সংরক্ষণশীলতা

মোট যান্ত্রিক শক্তি E হচ্ছে গতিশক্তি এবং বিভব শক্তির সমষ্টি। (8.16) এবং (8.15) সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,

$$\begin{aligned} E &= K + U \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \delta) \\ \therefore E &= \frac{1}{2} kA^2 \end{aligned} \quad \dots \quad \dots \quad (8.17)$$

যেহেতু বল ধ্রুবক k এবং বিস্তার A ধ্রুব সংখ্যা, সুতরাং এ সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, মোট যান্ত্রিক শক্তি E একটি ধ্রুবক, যা আমরা আশা করেছিলাম। কেননা যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি সর্বদা ধ্রুবক। সুতরাং যেকোনো মুহূর্তে বা যেকোনো স্থানে মোট যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে অর্থাৎ একই থাকে এবং তা হচ্ছে $\frac{1}{2} kA^2$ । সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার ৮.১ক লেখচিত্রে প্রদর্শিত বিভব শক্তির এবং ৮.১খ লেখচিত্রে প্রদর্শিত



গতি শক্তির সমষ্টি তথা মোট যান্ত্রিক শক্তি ৮.২ক লেখচিত্রে দেখানো হলো। এ লেখচিত্রটি আদি দশা বা দশা ধ্রুবক $\delta = 0$ এর জন্য অর্থাৎ কণাটির গতিকাল সাম্যাবস্থান থেকে গণনা শুরু করা হয়েছে। ফলে বিভব শক্তির সমীকরণ হচ্ছে $U = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \omega t$ এবং গতিশক্তির সমীকরণ হচ্ছে $K = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \omega t$ । ৮.২ক চিত্রে প্রতিটি মুহূর্তের বিভব শক্তি U নিরেট সরু রেখা (—) দিয়ে, গতি শক্তি K ভগ্ন রেখা (-----) দিয়ে এবং তাদের সমষ্টি তথা মোট যান্ত্রিক শক্তি E নিরেট মোটা রেখা (————) দিয়ে দেখানো হয়েছে। উদাহরণ হিসাবে আমরা এ লেখচিত্রে পাঁচটি বিন্দু বিবেচনা করি। পর্যায়কালের শুরুতে অর্থাৎ $t = 0$ তে, পর্যায়কালের এক-চতুর্থাংশ সময়ে অর্থাৎ $t = \frac{T}{4}$ কালে, পর্যায়কালের অর্ধেক সময়ে অর্থাৎ $t = \frac{T}{2}$ কালে, পর্যায়কালের তিন-চতুর্থাংশ সময়ে অর্থাৎ $t = \frac{3T}{4}$ কালে এবং পর্যায়কালের শেষে অর্থাৎ $t = T$ সময়ে।

$$\begin{aligned} t = 0 \text{ সময়ে, } \quad & \text{বিভব শক্তি, } U = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega \times 0) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 0^\circ = 0 \\ & \text{গতিশক্তি, } K = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega \times 0) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 0^\circ = \frac{1}{2} kA^2 \\ \therefore \text{ মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E &= U + K = 0 + \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} kA^2 \end{aligned}$$

$$t = \frac{T}{4} \text{ সময়ে,}$$

$$\begin{aligned} \text{বিভব শক্তি, } U &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2\left(\omega \times \frac{T}{4}\right) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} kA^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{গতিশক্তি, } K &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\omega \times \frac{T}{4} \right) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \frac{\pi}{2} = 0\end{aligned}$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E = U + K = \frac{1}{2} kA^2 + 0 = \frac{1}{2} kA^2$$

$$t = \frac{T}{2} \text{ সময়ে,}$$

$$\begin{aligned}\text{বিভব শক্তি, } U &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \left(\omega \times \frac{T}{2} \right) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \pi = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{গতিশক্তি, } K &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\omega \times \frac{T}{2} \right) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \pi = \frac{1}{2} kA^2\end{aligned}$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E = U + K = 0 + \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

$$t = \frac{3T}{4} \text{ সময়ে,}$$

$$\begin{aligned}\text{বিভব শক্তি, } U &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \left(\omega \times \frac{3T}{4} \right) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} \right) = \frac{1}{2} kA^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{গতিশক্তি, } K &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\omega \times \frac{3T}{4} \right) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4} \right) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\frac{3\pi}{2} \right) = 0\end{aligned}$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E = U + K = \frac{1}{2} kA^2 + 0 = \frac{1}{2} kA^2$$

$$t = T \text{ সময়ে,}$$

$$\begin{aligned}\text{বিভব শক্তি, } U &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 (\omega \times T) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} \times T \right) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 (2\pi) = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{গতিশক্তি, } K &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 (\omega \times T) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} \times T \right) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 (2\pi) = \frac{1}{2} kA^2\end{aligned}$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E = U + K = 0 + \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

আমরা যদি শক্তিকে সরণের বিপরীতে স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করি তাহলেও সেখানে বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি ধ্রুব দেখতে পাই। এ লেখচিত্রটি ৮.২খ চিত্রে দেখানো হয়েছে। এখানেও বিভব শক্তি U কে নিরেট সরু রেখা (—) দিয়ে, গতিশক্তি K কে ভগ্ন রেখা (-----) দিয়ে এবং তাদের সমষ্টি তথা মোট যান্ত্রিক শক্তি E -কে নিরেট মোটা রেখা (————) দিয়ে প্রকাশ করা হয়েছে। প্রতিটি বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি অর্থাৎ বিভব শক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি $\frac{1}{2} kA^2$ দেখা যাচ্ছে।

সর্বোচ্চ সরণের ক্ষেত্রে অর্থাৎ বিস্তারের প্রান্তে গতিশক্তি শূন্য, কিন্তু বিভব শক্তির মান $\frac{1}{2}kA^2$ । সাম্য অবস্থানে বিভব শক্তি শূন্য, কিন্তু গতিশক্তি $\frac{1}{2}kA^2$ । অন্য সকল অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি এবং বিভব শক্তি উভয়ই থাকে এবং তাদের সমষ্টি হচ্ছে $\frac{1}{2}kA^2$ । (৪.১৭) সমীকরণ থেকে আরো দেখা যায় যে, সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার মোট শক্তি কণাটির বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $E \propto A^2$ ।

৮.৮। সরল দোলন গতির ব্যবহার

Uses of Simple Harmonic Motion

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতি বা সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যাপক ব্যবহার দেখা যায়। এদের মধ্যে সরল দোলক, সুরশলাকা, বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রে তারের কম্পনে, আমাদের স্বরযন্ত্রের ভোকাল কর্ডের সরল দোলন গতির ফলে শব্দ উৎপাদন, লাউড স্পিকারে, মাইক্রোফোনে সরল দোলন গতির ব্যবহার পরিলক্ষিত হয়। সরল দোলন গতির দুটি বিশেষ ও গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ হলো :

১. উল্লম্ব স্প্রিং এর গতি

২. সরল দোলকের গতি

পরবর্তী অনুচ্ছেদসমূহে আমরা এগুলো আলোচনা করব।

৮.৯। উল্লম্ব স্প্রিং-এর দোলন

Oscillation of a Vertical Spring

নিজে কর : উপেক্ষণীয় ভরের একটি স্প্রিং নাও। এর এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে আটকে দাও। অপর প্রান্তে একটি ভারী বস্তু বুলাও। স্প্রিংটি টান টান হয়ে সাম্যাবস্থায় থাকবে। এখন ভারী বস্তুটিকে একটু খানি টেনে ছেড়ে দাও।

বস্তুটি তথা স্প্রিংটি সরল দোলন গতিতে স্পন্দিত হতে থাকে। ৮.৩ চিত্রে এরূপ একটি ব্যবস্থা দেখানো হলো, যেখানে স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক k ।

৮.৩ (ক) চিত্রে স্প্রিংটির শিথিল অবস্থা দেখানো হয়েছে। স্প্রিংটির মুক্ত প্রান্তে একটি ভর m বুলাবার ফলে এটি e পরিমাণ প্রসারিত হয়ে টান টান অবস্থায় সাম্যাবস্থানে থাকে। ৮.৩ (খ) চিত্রে এ সাম্যাবস্থান দেখানো হলো। সাম্যাবস্থায়,

$$\therefore \Sigma F = 0$$

$$\text{বা, } T_0 + W = 0$$

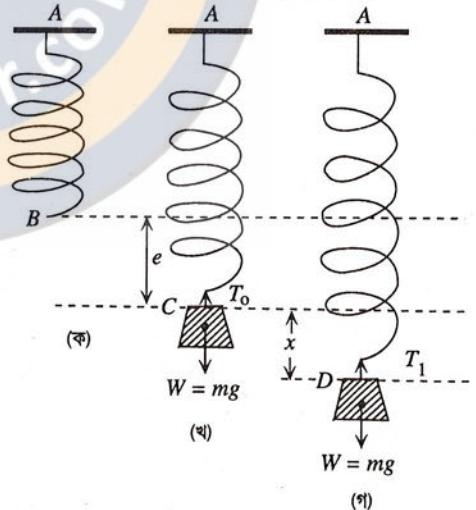
$$\text{বা, } -ke + mg = 0$$

$$[\because T_0 = -kx = -ke]$$

$$\therefore mg = ke \quad \dots \quad (8.18)$$

এখন m ভরটিকে নিচের দিকে আরো x_0 ($x_0 < e$) দূরত্ব পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেয়া হলো। ভরটি উল্লম্ব বরাবর x_0 বিস্তার নিয়ে দুলতে থাকে। ধরা যাক, কোনো এক সময় t তে সাম্যাবস্থান থেকে ভরটির সরণ হয় x (চিত্র ৮.৩গ) এবং ত্বরণ a । ধরা যাক এই অবস্থায় স্প্রিংটিতে টান T_1 ।

এখন, $\Sigma F = ma$ সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই,



চিত্র : ৮.৩

$$W + T_1 = ma$$

$$\text{বা, } mg - k(e + x) = ma \quad [\because T_1 = -k(e + x)]$$

$$\text{বা, } mg - ke - kx = ma$$

$$\therefore ma = -kx \quad [\because (8.18) \text{ সমীকরণ ব্যবহার করে } mg = ke]$$

$$\therefore a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \quad \dots \quad \dots \quad (8.19)$$

সুতরাং m ভরটি সরল দোলন গতিতে স্পন্দিত হয়। এ ক্ষেত্রে কৌণিক কম্পাঙ্ক

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{এবং পর্যায়কাল } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}} \quad \left(\because mg = ke \therefore \frac{m}{k} = \frac{e}{g} \right) \quad \dots \quad (8.20)$$

ঝুলন্ত ভর m এর গতি সরল দোলন গতি হতে হলে নিম্নোক্ত শর্তগুলো পূরণ হতে হবে :

১. স্প্রিংটিকে তার স্থিতিস্থাপক সীমার বাইরে টান টান করা যাবে না, যাতে হকের সূত্র প্রযোজ্য হয়।
২. স্পন্দনের বিস্তার x_0 কণাটির সাম্যাবস্থায় প্রসারণ e এর চেয়ে কম হতে হবে অর্থাৎ $x_0 < e$ ।
৩. স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষণীয় হতে হবে।

স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষণীয় না হলে

ধরা যাক, স্প্রিং-এর ভর m_0 এবং স্প্রিং এর প্রান্তে m_1 ভর বেঁধে ভরটি নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হবে। স্প্রিং এর দোলনকাল T হলে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_0}{k}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{m_1 + m_0}{k}$$

$$m_1 + m_0 = m \text{ ধরলে,}$$

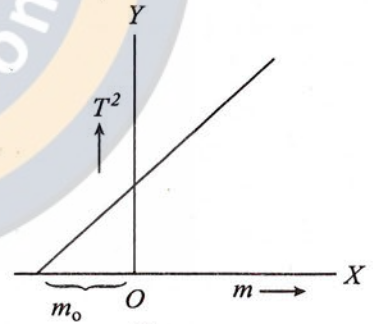
$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

$$\text{কিন্তু, } \frac{4\pi^2}{k} = K = \text{ধ্রুবক}$$

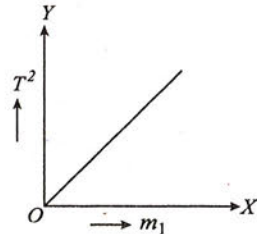
$$\text{সুতরাং } T^2 \propto m$$

এখন X -অক্ষের দিকে m অর্থাৎ $m_1 + m_0$ এবং Y -অক্ষের দিকে T^2 নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (৮.৪) চিত্রের ন্যায় সরল রেখা পাওয়া যাবে। এ লেখ থেকে স্প্রিং এর ভর m_0 নির্ণয় করা যায়।

স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষণীয় হলে $m_0 = 0$ সেক্ষেত্রে লেখটি মূল বিন্দুগামী সরল রেখা হবে (চিত্র ৮.৫)।



চিত্র : ৮.৪



চিত্র : ৮.৫

৮.১০। সরল দোলক

Simple Pendulum

সরল দোলক : একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উল্লম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

কিন্তু বাস্তবে এ রকম কোনো সরল দোলক সম্ভব নয়। কতগুলো গাণিতিক সুবিধার জন্য এরূপ দোলক কল্পনা করা হয়। একটি হালকা সুতার সাহায্যে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি ভারী বস্তু ঝুলিয়ে দিলে এটি স্বাভাবিক অবস্থায় সোজা হয়ে ঝুলে থাকবে। সুতা সমেত বস্তুটিকে সরল দোলক বলা হয় (চিত্র : ৮.৬)।

বব : যে ভারী বস্তুটিকে সুতার সাহায্যে ঝুলিয়ে সরল দোলক তৈরি করা হয় তাকে বব বা পিণ্ড বলে। ৮.৬ চিত্রে C হচ্ছে বব।

ঝুলন বিন্দু : যে বিন্দু থেকে সুতার সাহায্যে ববকে ঝুলানো হয় তাকে ঝুলন বিন্দু বলে। ৮.৬ চিত্রে O হচ্ছে ঝুলন বিন্দু।

কার্যকরী দৈর্ঘ্য : ঝুলন বিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বা দোলক দৈর্ঘ্য বলে।

৮.৬ চিত্রে OC কার্যকরী দৈর্ঘ্য L। ববটি সুযম গোলক হলে ঝুলন বিন্দু থেকে ববের পৃষ্ঠ পর্যন্ত দূরত্বের (l) সাথে ববের ব্যাসার্ধ (r) যোগ করলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়।

$$\therefore L = l + r$$

সরল দোলকের গতি এবং দোলনকালের রাশিমালা

Motion of a Simple Pendulum and its Time Period

ধরা যাক, AB একটি সরল দোলক (চিত্র : ৮.৭)। B এর ভারকেন্দ্র। m এর ভর। দোলকটিকে দুলতে দিলে ধরা যাক, যেকোনো এক সময় সাম্যাবস্থান থেকে θ কোণে AC অবস্থানে আসে। এখন C বিন্দুতে এর ওজন mg খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এ ওজনকে দুটি লম্ব উপাংশে ভাগ করা যায়। একটি সুতার দৈর্ঘ্য বরাবর CD-এর দিকে $mg \cos \theta$ এবং অপরটি এর সাথে লম্বভাবে স্পর্শক বরাবর CE-এর দিকে $mg \sin \theta$ ।

$mg \cos \theta$ উপাংশটি সুতার টান T' দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়, সুতরাং একমাত্র কার্যকরী বল F হচ্ছে $mg \sin \theta$ এবং এর দিক সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থানের দিকে।

$\therefore F = -mg \sin \theta$, যেহেতু কার্যকর বল সরণের বিপরীত দিকে তাই ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে। এই কার্যকরী বলের জন্য ত্বরণ a হলে

$$F = ma$$

$$\therefore ma = -mg \sin \theta$$

$$\text{বা, } a = -g \sin \theta$$

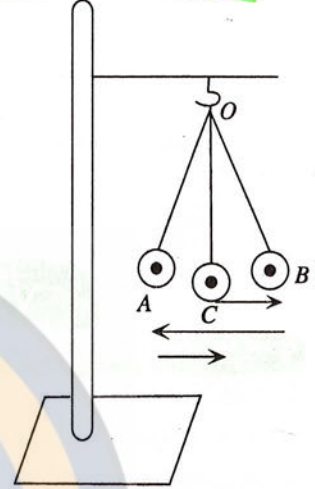
...

...

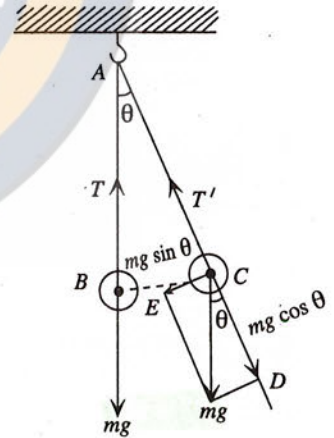
$$(8.21)$$

θ এর মান খুব কম হলে, 4° এর বেশি না হলে $\sin \theta = \theta$ রেডিয়ান লেখা যায়।

ফলে (8.21) সমীকরণ দাঁড়ায়,



চিত্র : ৮.৬



চিত্র : ৮.৭

$$a = -g\theta$$

$$= -g \frac{BC}{AC}$$

যেহেতু BC হচ্ছে সরণ x এবং AC হচ্ছে কার্যকরী দৈর্ঘ্য L

$$\therefore a = -\frac{g}{L}x$$

কিন্তু নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট দোলকের জন্য $\frac{g}{L}$ একটি ধ্রুবক। একে ω^2 দ্বারা প্রকাশ করলে,

$$a = -\omega^2 x$$

$$\text{বা, } a \propto x$$

এটি সরল দোলন গতির শর্ত। সুতরাং স্বল্প বিস্তারে সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি, যেক্ষেত্রে

$$\omega^2 = \frac{g}{L} \text{ বা, } \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

সুতরাং সরল দোলকের দোলন কাল বা পর্যায়কাল

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \dots \quad \dots \quad (8.22)$$

সরল দোলকের সূত্রাবলি

কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি না হলে সরল দোলকের ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত সূত্র চারটি প্রযোজ্য।

প্রথম সূত্র—সমকাল সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরল দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগে। দোলনকাল কৌণিক বিস্তারের ওপর নির্ভর করে না।

দ্বিতীয় সূত্র—দৈর্ঘ্যের সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল (T)-এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L)-এর বর্গমূলের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

অর্থাৎ $T \propto \sqrt{L}$ যখন g ধ্রুব।

তৃতীয় সূত্র—ত্বরণের সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) অপরিবর্তিত থাকলে এর দোলনকাল (T) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

অর্থাৎ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ যখন L ধ্রুব।

চতুর্থ সূত্র—ভরের সূত্র : কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভর, আয়তন, উপাদান ইত্যাদির ওপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভর, আয়তন বা উপাদানের ববের জন্য দোলকের দোলনকাল একই হয়।

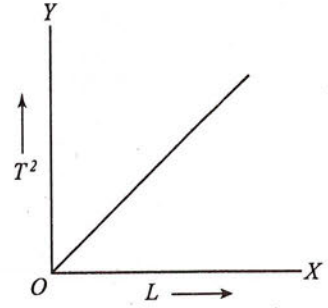
$L-T^2$ লেখচিত্র

সরল দোলকের দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$T \propto \sqrt{L}$$

$$\text{বা, } T^2 \propto L$$

$$\text{বা, } T^2 = \text{ধ্রুব} \times L$$



চিত্র : ৮.৮

একটি ছক কাগজের X -অক্ষের দিকে L এর বিভিন্ন মান এবং Y -অক্ষের দিকে T^2 এর আনুষঙ্গিক মান স্থাপন করে একটি লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে (চিত্র : ৮.৮)। কেননা $T^2 = y$, $L = x$ এবং ধ্রুবক $= m$ ধরা হলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায় $y = m x$ । এটি মূলবিন্দুগামী একটি সরলরেখার সমীকরণ।

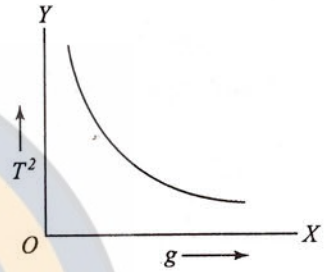
 $g-T^2$ লেখচিত্র

সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 \propto \frac{1}{g}$$

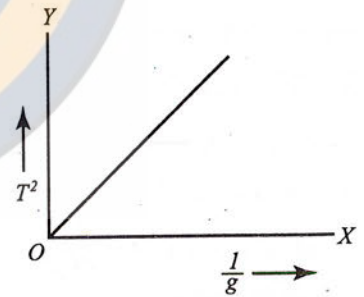
$$\text{বা, } T^2 = \text{ধ্রুব} \times \frac{1}{g}$$



চিত্র : ৮.৯

একটি ছক কাগজে X -অক্ষের দিকে বিভিন্ন স্থানে g -এর মান এবং Y -অক্ষের দিকে T^2 -এর আনুষঙ্গিক মান স্থাপন করে লেখচিত্র আঁকলে আয়তাকার অধিবৃত্ত (Rectangular hyperbola) পাওয়া যাবে (চিত্র : ৮.৯)।

আবার X -অক্ষের দিকে $\frac{1}{g}$ এবং Y -অক্ষের দিকে আনুষঙ্গিক T^2 এর মান নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (৮.১০) চিত্রের ন্যায় মূল বিন্দুগামী সরল রেখা পাওয়া যাবে।



চিত্র : ৮.১০

অল্প বিস্তারে দোলায়মান সরল দোলকের গতিপথ সরলরৈখিক তথা অনুভূমিক। এখন একটি দোলায়মান সরল দোলকের সূতা হঠাৎ করে ছিড়ে গেলে অর্থাৎ সূতার টান শূন্য হয়ে যাওয়ায় ববটি অনুভূমিকভাবে নিষ্কিণ্ড প্রাসের ন্যায় চলে ভূমিতে পতিত হবে। [৩.১০ অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য]

ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহে একটি সরল দোলকের দোলনকাল অসীম হবে। কারণ কৃত্রিম উপগ্রহ একটি অজড় কাঠামো হওয়ায় পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে নিট ত্বরণ শূন্য হবে, ফলে দোলকটি দুলবে না।

সরল দোলকের ব্যবহার : সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি। তাই সরল দোলন গতি তথা সরল দোলকের সাহায্যে আমরা,

১. কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ, g , নির্ণয় করতে পারি
২. পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে পারি
৩. সময় পরিমাপ করতে পারি

১. সরল দোলকের সাহায্যে g -এর মান নির্ণয়

সূত্র : অভিকর্ষ বলের প্রভাবে ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।
সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ থেকে আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \quad \dots \quad (8.23)$$

এই সমীকরণ থেকে কোনো স্থানে L কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সরল দোলকের দোলনকাল T নির্ণয় করে ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ g নির্ণয় করা যায়।

সরল দোলক তৈরি : স্ট্যান্ডের সাহায্যে একটি ছক থেকে কোনো শক্ত সুতা দ্বারা একটি ক্ষুদ্র ভারী গোলক ঝুলিয়ে সরল দোলক তৈরি করা হয় (চিত্র ৮ : ১১)। এ গোলককে বব বলে।

L নির্ণয় : দোলকের ঝুলন বিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দৈর্ঘ্যকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L বলে। প্রথমে একটি মিটার স্কেলের সাহায্যে সুতার ঝুলন বিন্দু অর্থাৎ ছক থেকে ববের উপরিপৃষ্ঠ পর্যন্ত দূরত্ব l মাপে নেয়া হয়। এরপর একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে ববের ব্যাস নির্ণয় করে ব্যাসার্ধ r বের করা হয়। তাহলে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য হয় $L = l + r$ ।

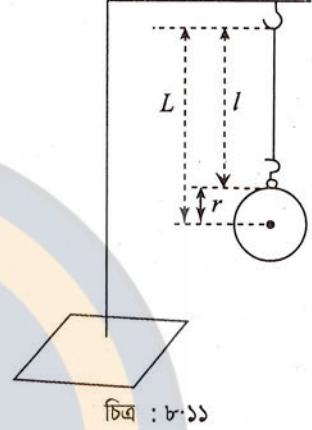
T নির্ণয় : সরল দোলকের একটি পূর্ণ দোলনের যে সময় লাগে তাকে দোলনকাল বলে। দোলকটিকে সাম্যাবস্থা থেকে এক পাশে এমনভাবে একটু টেনে ছেড়ে দেয়া হয় যাতে এটি দুলতে থাকে এবং কৌণিক বিস্তার 4° -এর বেশি না হয়। একটি স্টপওয়াচের সাহায্যে কয়েকটি দোলনের যেমন ২০ বা, ২৫ দোলনের সময় নির্ণয় করে ঐ সময়কে দোলন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে একটি দোলনের সময় অর্থাৎ দোলনকাল T বের করা হয়।

গড় $\frac{L}{T^2}$ নির্ণয় : সুতার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L পরিবর্তন করা হয় এবং বিভিন্ন কার্যকরী দৈর্ঘ্যের জন্য দোলনকাল T নির্ণয় করে প্রতি ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$ বের করে গড় $\frac{L}{T^2}$ নির্ণয় করা হয়। এ গড় মান (৪.২৩) সমীকরণে বসিয়ে g -এর মান হিসাব করা হয়।

লেখ থেকে L ও T^2 নির্ণয়

একটি ছক কাগজের X -অক্ষের দিকে L -এর বিভিন্ন মান এবং Y -অক্ষের দিকে আনুষঙ্গিক T^2 -এর মান স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করা হয়। লেখটি মূলবিন্দুগামী একটি সরলরেখা হয়। এ সরলরেখার ওপর যেকোনো একটি বিন্দু P নিয়ে P থেকে X -অক্ষের ওপর PM এবং Y -অক্ষের ওপর PN লম্ব টানা হয় (চিত্র: ৮.১২)। তাহলে যেকোনো দৈর্ঘ্য $L = OM$ -এর জন্য দোলনকালের বর্গ $T^2 = ON$ পাওয়া যায়।

পদার্থ-১ম (হাসান) -৩৫(ক)



ফলাফল : লেখ থেকে প্রাপ্ত এই L ও T^2 -এর মান (8.23) সমীকরণে বসিয়ে g -এর মান হিসাব করা হয়।

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

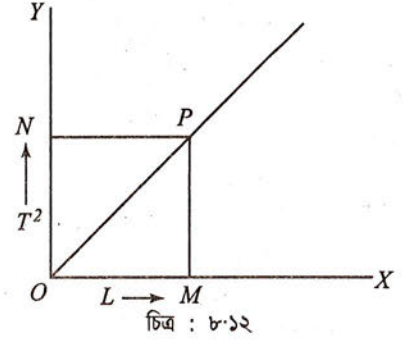
$$= 4\pi^2 \frac{OM}{ON}$$

সতর্কতা : ১. দোলকের বিস্তার যাতে 4° এর বেশি না হয় সে দিকে লক্ষ্য রাখা হয়।

২. দোলনের সংখ্যা সঠিকভাবে গণনা করা হয় অন্যথায় T এর মানে ভুল থেকে যায়। g -এর মানের নির্ভুলতা T এর মানের ওপর অনেকাংশে নির্ভরশীল।

৩. L এর মান যথাসম্ভব বেশি হওয়া বাঞ্ছনীয়।

৪. দোলার সময় সুতা যাতে পাক না খায় এবং বব যাতে একই উল্লম্ব তলে দু'দিকে লক্ষ্য রাখা হয়।



২. সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়

ধরা যাক, পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g'$

পৃথিবীর ভর $= M$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R$

পাহাড়ের উচ্চতা $= h$

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad (8.24)$$

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \dots \quad (8.25)$$

সমীকরণ (8.24) কে (8.25) দ্বারা ভাগ করে,

$$\frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা, } h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] R \quad \dots \quad (8.26)$$

এ সমীকরণের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।

আবার পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দোলনকাল T এবং পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল T' এবং দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য L হলে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ এবং } T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}}$$

$$\therefore \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

(8.26) নং সমীকরণে বসিয়ে আমরা পাই,

$$h = \left[\frac{T'}{T} - 1 \right] R \quad \dots \quad (8.27)$$

T ও T' এর মান নির্ণয় করে এ সমীকরণের সাহায্যেও পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।

৩. সরল দোলকের সাহায্যে সময় নির্ণয়

দোলকের সাহায্যে এক প্রকার ঘড়ি তৈরি করে সময় নির্ণয় করা হয়। এ সকল ঘড়িকে দোলক ঘড়ি বলে। দোলক ঘড়ি এক প্রকার সেকেন্ড দোলক অর্থাৎ দোলনকাল ২ সেকেন্ড। অর্ধদোলনকাল ১ সেকেন্ড বা প্রতি অর্ধদোলনে একটি 'টিক' বা ১টি 'বিট' দেয়। এ সকল দোলক সাধারণত ধাতব পদার্থ দ্বারা নির্মিত হয়। তাপমাত্রার পরিবর্তনের সাথে সাথে দোলকের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে। ফলে দোলনকালেরও পরিবর্তন ঘটে। এ জন্য দোলক ধীরে বা দ্রুত চলে। দোলকপিণ্ডের নিচে জুর সাহায্যে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য নিয়ন্ত্রণ করে দোলনকাল ঠিক করা হয়।

যেহেতু, ১ দিন = ৮৬৪০০ সেকেন্ড

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী একটি দোলক ঘড়ি দিনে ৮৬৪০০ টি অর্ধদোলন দেয়।

দোলক ঘড়ি দ্রুত বা ধীরে চললে নিচের পদ্ধতিতে দোলনকাল নির্ণয় করা যায় :

ধরা যাক, একটি দোলক ঘড়ি দিনে n সেকেন্ড ধীরে চলে।

\therefore দোলকটি $(86400 - n)$ টি অর্ধদোলন দেয় ৮৬৪০০ সেকেন্ডে

দোলকটি ১ টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{86400}{86400 - n}$ সেকেন্ডে

দোলকটি ২ টি অর্ধদোলন দেয় $2 \times \frac{86400}{86400 - n}$ সেকেন্ডে

\therefore দিনে n সেকেন্ড ধীরে চললে দোলনকাল হবে $\frac{2 \times 86400}{86400 - n}$ সেকেন্ড।

আবার, দোলক ঘড়ি দিনে n সেকেন্ড দ্রুত চললে

দোলকটি $(86400 + n)$ টি অর্ধদোলন দেয় ৮৬৪০০ সেকেন্ডে

দোলকটি ১ টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

দোলকটি ২ টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{2 \times 86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

\therefore দিনে n সেকেন্ড দ্রুত চললে দোলনকাল হবে $\frac{2 \times 86400}{86400 + n}$ সেকেন্ড।

দোলক ঘড়ি সংক্রান্ত কয়েকটি ঘটনা

(ক) দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে : আমরা দোলক ঘড়ি বলতে একটি সেকেন্ড দোলককে বুঝি যার দোলনকাল ২ সেকেন্ড। পাহাড়ের উপরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ মানের চেয়ে কম। যেহেতু দোলকের দোলনকাল T অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক, অর্থাৎ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$, তাই পাহাড়ের উপর g -এর মান কমে যাওয়ায় দোলনকাল বেড়ে যাবে। অর্থাৎ ২ s এর চেয়ে বেশি হবে। যেহেতু দোলনকাল বেড়ে যায় তাই ভূ-পৃষ্ঠ অপেক্ষা পাহাড়ের চূড়ায় দোলক ঘড়ি সময় হারাবে বা ধীরে চলবে।

(খ) দোলক ঘড়িকে খনির ভিতরে নিয়ে যাওয়া হলে : খনির ভিতরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের চেয়ে কম। যেহেতু দোলকের দোলনকাল T অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক, অর্থাৎ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$, তাই খনির ভিতরে g -এর মান কমে যাওয়ায় দোলনকাল বেড়ে যাবে অর্থাৎ ২ s এর চেয়ে বেশি হবে। যেহেতু খনির ভিতরে দোলনকাল বেড়ে যায় তাই ভূ-পৃষ্ঠ অপেক্ষা ভূ-অভ্যন্তরে দোলক ঘড়ি সময় হারাবে বা ধীরে চলবে।

পৃথিবীর কেন্দ্রে যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য তাই তাত্ত্বিকভাবে দোলনকাল অসীম হবে। অর্থাৎ ভূ-কেন্দ্রে সরল দোলক দুলবে না।

সেকেন্ড দোলক (Second Pendulum)

সংজ্ঞা : যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

সেকেন্ড দোলক ১ সেকেন্ডে একটি অর্ধদোলন সম্পন্ন করে।

সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

\therefore সেকেন্ড দোলকের জন্য, $2 \text{ s} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $L = \frac{g}{\pi^2} \text{ s}^2$... (8.28)

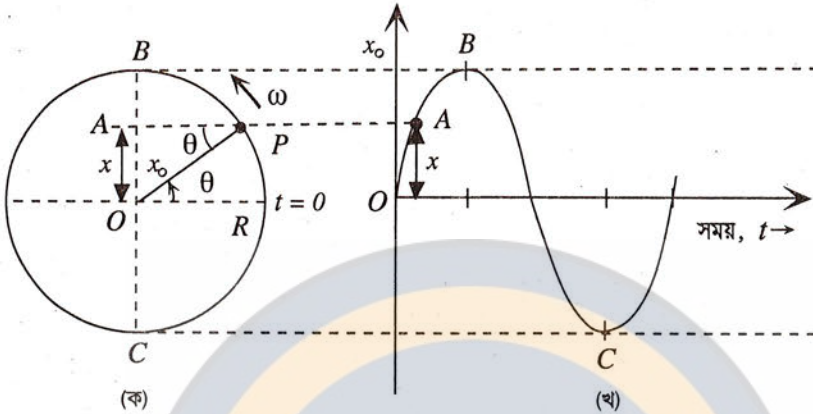
সুতরাং দেখা যায় যে, সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক।

৮.১১। সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক

Relation Between Simple Harmonic Motion and Circular Motion

৮.১৩ ক চিত্রে দেখা যাচ্ছে, একটি কণা P সুস্থম কৌণিক দ্রুতি ω নিয়ে x_0 ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে গতিশীল। আদিতে অর্থাৎ $t = 0$ সময়ে কণাটি R বিন্দুতে এবং t সেকেন্ড পর কণাটির অবস্থান P বিন্দুতে। BC ব্যাসের উপর P বিন্দুর অভিক্ষেপ হলো A । বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে A বিন্দুতে কণাটির সরণ হলো

$$\begin{aligned} x &= x_0 \sin \theta \\ \text{কিন্তু } \theta &= \omega t \\ \therefore x &= x_0 \sin \omega t \end{aligned}$$



চিত্র : ৮.১৩

P কণাটি যখন বৃত্তাকার পথে চলতে থাকে তখন ব্যাস BC এর উপর এর অভিক্ষেপ A বিন্দুটি BC ব্যাস বরাবর স্পন্দিত হতে থাকে। এ ক্ষেত্রে কণাটির বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \omega x_0 \cos \omega t$

$$\text{এবং ত্বরণ, } a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_0 \sin \omega t = -\omega^2 x$$

সুতরাং A বিন্দুটি সুসম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতির সমান কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং $T = \frac{2\pi}{\omega}$ পর্যায়কাল নিয়ে সরল দোলন গতিতে স্পন্দিত হতে থাকে।

যখন P কণাটি সুসম কৌণিক দ্রুতি ω নিয়ে বৃত্তাকার পথে চলতে থাকে, তখন O বিন্দু থেকে A বিন্দুর সরণের পরিবর্তন ৮.১৩খ চিত্রে দেখানো হলো। ৮.১৩ চিত্র থেকে দেখা যায় যে, সরল দোলন গতির নিম্নোক্ত উপায়ে সুসম বৃত্তাকার গতির সাথে সম্পর্কিত।

১. সুসম কৌণিক দ্রুতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে বৃত্তাকার পথের ব্যাসের উপর কণাটির অভিক্ষেপ সরল দোলন গতিসম্পন্ন হয়।
২. সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক আর সুসম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয়।
৩. সরল দোলন গতি এবং সুসম বৃত্তাকার গতির পর্যায়কাল একই হয়।
৪. সরল দোলন গতির বিস্তার বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়।

৮.১২। ব্যবহারিক

Practical

স্প্রিং সংক্রান্ত পরীক্ষণের যান্ত্রিক ব্যবস্থা

কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি স্প্রিং ঝুলানো আছে। স্প্রিং-এর পাশে একটি মিলিমিটারে দাগাক্ষিত মিটার স্কেল খাড়াভাবে রাখা আছে। স্প্রিং-এর প্রান্তে একটি ওজন ধারক সংযুক্ত। স্প্রিং-এর প্রান্তে একটি সূচক অনুভূমিকভাবে আটকানো আছে, স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হলে যেটি স্কেল বরাবর ওঠানামা করতে পারে (চিত্র : ৮.১৪)।

পরীক্ষণের নাম	একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়
পিরিয়ড : ২	

মূল তত্ত্ব : কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

উপেক্ষণীয় ভরের একটি স্প্রিং এর একপ্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে m ভর বেঁধে দিলে এটি প্রসারিত হবে। এখন ভরটি নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হবে। স্প্রিং-এর দোলনকাল T হলে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \dots\dots\dots (1)$$

এখানে k = স্প্রিং ধ্রুবক।

স্প্রিং-এর ভর যদি m_0 হয় এবং স্প্রিং-এর প্রান্তে m_1 ভর ঝুলালে যদি দোলনকাল T_1 হয় এবং m_2 ভর ঝুলালে দোলনকাল T_2 হলে,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_0}{k}} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{এবং } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2 + m_0}{k}} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (2) এবং (3) থেকে m_0 অপসারণ করে আমরা পাই,

$$k = \frac{4\pi^2 (m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)} \dots\dots\dots (4)$$

m_1, m_2, T_1 এবং T_2 পরিমাপ করে স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করা হয়।

যন্ত্রপাতি : প্রয়োজনীয় ভর, ঝুলানোর ব্যবস্থাসহ সূচক লাগানো একটি স্প্রিং, স্কেল ও স্টপওয়াচ।

কাজের ধারা

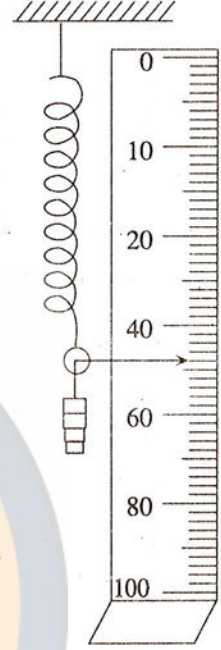
১। স্প্রিং-এর ওজন ধারকে উপযুক্ত ভর ঝুলানো হয় যাতে স্প্রিংটি প্রসারিত হয়। এতে স্প্রিংটি প্রসারিত হয়ে স্থির অবস্থায় আসলে স্প্রিং-এর সাথে লাগানো সূচক এর পাঠ লক্ষ্য করা হয়। এটি স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান।

২। এবার ভরটিকে সামান্য নিচের দিকে টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়। ফলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হয়। স্প্রিং-এ লাগানো সূচকটি যখন সাম্যাবস্থানে আসে তখন স্টপওয়াচ চালিয়ে শূন্য গণনা করা হয়। সূচকটি একই দিক থেকে পুনরায় সাম্যাবস্থানে আসলে গণনা করা হয় এক। এভাবে 20 পর্যন্ত গণনা করা হয়। 20 গণনার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ করে দেওয়া হয়। স্টপওয়াচ যে সময় দেখায় সেটি হচ্ছে 20 দোলনের সময় t_1 । t_1 কে 20 দিয়ে ভাগ করে দোলনকাল T_1 নির্ণয় করা হয়।

৩। একই ভরের জন্য পুরো প্রক্রিয়াটি তিনবার পুনরাবৃত্তি করে গড় T_1 নির্ণয় করা হয়।

৪। এবার স্প্রিং-এর ওজন ধারকে পূর্বের ভরের চেয়ে কিছু কম ভর ঝুলিয়ে উপরে বর্ণিত প্রক্রিয়ায় গড় T_2 নির্ণয় করা হয়।

৫। (4) সমীকরণে মান বসিয়ে k হিসাব করা হয়।



চিত্র : ৮.১৪

স্প্রিং-ধ্রুবক নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	ওজন ধারকে ভর kg	সূচকের অবস্থান cm	20 দোলনের সময় s	দোলন কাল s	গড় দোলন কাল s	দোলন কালের বর্গ s ²	স্প্রিং ধ্রুবক $k = \frac{4\pi^2(m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)}$ N m ⁻¹
1	m ₁				T ₁	T ₁ ²	
2							
3							
1	m ₂				T ₂	T ₂ ²	
2							
3							

হিসাব :

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{4\pi^2(m_1 - m_2)}{(T_1^2 - T_2^2)} = \dots\dots\dots \text{N m}^{-1}$

ফলাফল : স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \dots\dots\dots \text{N m}^{-1}$

সতর্কতা :

- ১। স্প্রিংটি মুক্তভাবে ঝুলাতে হবে।
- ২। খেয়াল রাখতে হবে যেন সূচকটি স্কেলকে স্পর্শ না করে।
- ৩। দোলনের বিস্তার যাতে খুব বেশি না হয় সেদিকে লক্ষ্য রাখতে হবে।
- ৪। যে ওজন চাপানো হবে সেটি যেন স্প্রিং এর স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করে না যায়।
- ৫। ভর চাপানোর পর স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।
- ৬। দোলনকাল খুব সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

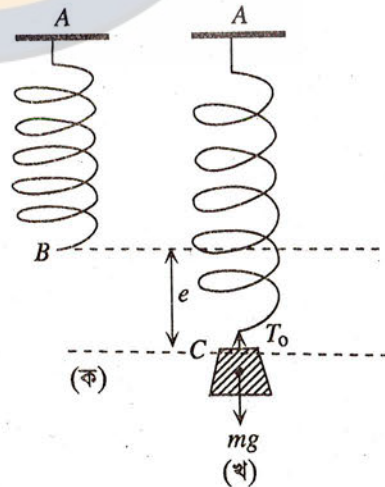
বিকল্প পদ্ধতি (স্প্রিং-এর ভর উপেক্ষা করে) :

মূলতত্ত্ব : কোনো স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

উপেক্ষণীয় ভরের একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে m ভর ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটি x পরিমাণ প্রসারিত হয়ে টানটান অবস্থায় সাম্যাবস্থায় থাকে (চিত্র : ৮.১৫খ)। সাম্যাবস্থায়,

$$\therefore \Sigma F = 0$$

$$\text{বা, } T_0 + W = 0$$



চিত্র : ৮.১৫

$$\text{বা, } -kx + mg = 0$$

$$[\because T_o = -kx]$$

$$\text{বা, } mg = kx$$

$$\therefore k = \frac{mg}{x} \quad \dots \quad \dots \quad (1)$$

বিভিন্ন ভরের জন্য x পরিমাপ করে সমীকরণ (1) এর সাহায্যে স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করা হয়।

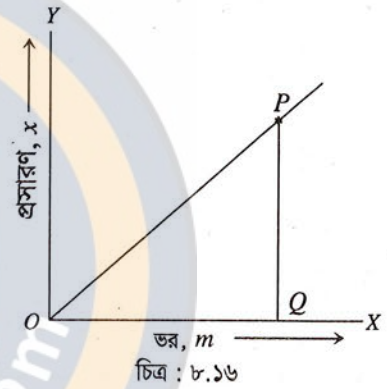
কাজের ধারা :

১। স্প্রিং-এর সাথে লাগানো সূচকের প্রাথমিক পাঠ l_1 লক্ষ্য করা হয়।

২। স্প্রিং-এর ওজন ধারকে m_1 ভর ঝুলানো হয়। স্প্রিংটি প্রসারিত হয়ে স্থির অবস্থানে আসলে সূচকের পাঠ l_2 নেওয়া হয়। $l_2 - l_1$ হচ্ছে m_1 ভরের জন্য স্প্রিং এর প্রসারণ x_1 ।

৩। m_2, m_3, m_4 ও m_5 ভরের জন্য উপরিউক্ত কার্যক্রম পুনরাবৃত্তি করে স্প্রিং এর প্রসারণ যথাক্রমে x_2, x_3, x_4 ও x_5 নির্ণয় করা হয়। লক্ষ্য রাখা হয় যেন প্রতিবার ভর চাপানোর আগে স্প্রিংটি তার প্রাথমিক পাঠ l_1 -এ ফিরে আসে।

৪। X -অক্ষ বরাবর ভর m এবং Y -অক্ষ বরাবর স্প্রিং এর প্রসারণ x বসিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি মূল বিন্দুগামী সরলরেখা পাওয়া যায় (চিত্র : ৮.১৬)। সরল রেখার উপর যেকোনো একটি বিন্দু P নিয়ে PQ লম্ব অঙ্কন করা হয়। এখন $OQ = m$ ভরের জন্য $PQ = x$ স্প্রিং-এর প্রসারণ পাওয়া যায়। লেখচিত্র থেকে $\frac{m}{x}$ নির্ণয় করে (1) সমীকরণ বসিয়ে স্প্রিং ধ্রুবকের মান পাওয়া যায়।



স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	সূচকের আদিপাঠ l_1 cm	ওজন ধারকের ভর m kg	ভর ঝুলানোর পর সূচকের পাঠ l_2 cm	স্প্রিং এর প্রসারণ $x = l_2 - l_1$ cm	স্প্রিং-এর প্রসারণ x m	স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক $k = \frac{mg}{x}$ N m ⁻¹	গড় স্প্রিং ধ্রুবক k N m ⁻¹
1							
2							
3							
4							
5							

হিসাব :

$$k = \frac{mg}{x} = \dots\dots\dots \text{N m}^{-1}$$

ফলাফল :

প্রদত্ত স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \dots\dots\dots \text{N m}^{-1}$

সতর্কতা :

- ১। স্প্রিংটি মুক্তভাবে ঝুলাতে হবে।
- ২। খোয়াল রাখতে হবে যেন সূচকটি স্কেলকে স্পর্শ না করে।
- ৩। যে ভর চাপানো হবে তা যেন স্প্রিং-এর স্থিতিস্থাপকতার সীমা অতিক্রম করে না যায়।
- ৪। ভর চাপানোর আগে ও পরে স্প্রিং এর সাম্যাবস্থান সতর্কতার সাথে নির্ণয় করতে হবে।

পরীক্ষণের নাম	একটি স্প্রিংকে দোলক হিসেবে ব্যবহার করে বিভিন্ন
পিরিয়ড : ২	বস্তুর ভরের তুলনা

মূল তত্ত্ব : উপেক্ষণীয় ভরের একটি পেঁচানো স্প্রিং-এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে m ভর বেঁধে দিলে এটি প্রসারিত হবে। এখন ভরটি নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হবে এবং এটি দোলক হিসেবে কাজ করবে। স্প্রিং-এর দোলনকাল T হলে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \dots\dots\dots (1)$$

এখানে $k =$ স্প্রিং ধ্রুবক।

এখন m_1 ভরের বস্তু ঝুলালে যদি দোলনকাল হয় T_1 এবং m_2 ভরের বস্তু ঝুলালে দোলনকাল T_2 হলে,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \dots\dots\dots (2)$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (2) এবং (3) থেকে,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \dots\dots\dots (4)$$

সমীকরণ (4) এর সাহায্যে দুটি বস্তুর ভরের তুলনা করা হয়।

যন্ত্রপাতি : প্রয়োজনীয় ভর ঝুলাবার ব্যবস্থাসহ সূচক লাগানো একটি স্প্রিং, স্কেল, স্টপওয়াচ ও পরীক্ষণীয় বস্তু।

কাজের ধারা

১। স্প্রিং-এর ওজন ধারকে m_1 ভর ঝুলানো হয়। এতে স্প্রিংটি প্রসারিত হয়ে স্থির অবস্থায় আসলে স্প্রিং-এর সাথে লাগানো সূচকের পাঠ লক্ষ্য করা হয়। এটি স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান।

২। এবার ভরটিকে সামান্য নিচের দিকে টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়। ফলে স্প্রিং-এ দোলন সৃষ্টি হয়। স্প্রিং-এ লাগানো সূচকটি যখন সাম্যাবস্থানে আসে তখন স্টপওয়াচ চালিয়ে গণনা করা হয় শূন্য। সূচকটি একই দিক থেকে পুনরায় সাম্যাবস্থানে

আসলে গণনা করা হয় এক। এভাবে 20 পর্যন্ত গণনা করা হয়। 20 গণনার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ করে দেওয়া হয়। স্টপওয়াচ যে সময় দেখায় সেটি হচ্ছে 20 দোলনের সময় t_1 । t_1 কে 20 দ্বারা ভাগ করে দোলনকাল T_1 নির্ণয় করা হয়।

৩। একইভাবে পুরো প্রক্রিয়াটি তিনবার পুনরাবৃত্তি করে গড় T_1 নির্ণয় করা হয়।

৪। এবার স্প্রিং-এর ওজন ধারকে m_2 ভর বুলিয়ে উপরে বর্ণিত প্রক্রিয়ায় গড় T_2 নির্ণয় করা হয়।

৫। ৪নং সমীকরণে মান বসিয়ে $\frac{m_1}{m_2}$ নির্ণয় করা হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন :

স্প্রিং-এর সাহায্যে ভরের তুলনা করার ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	ওজন ধারকে ভর	সূচকের অবস্থান cm	20 দোলনের সময় s	দোলন কাল s	গড় দোলন কাল s	দোলনকালের বর্গ s ²	ভরের তুলনা $\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$
1	m ₁				T ₁	T ₁ ²	
2							
3							
4	m ₂				T ₂	T ₁ ²	
5							
6							

হিসাব :

$$\text{ভরের তুলনা : } \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} = \dots$$

$$\text{ফলাফল : } \frac{m_1}{m_2} = \dots$$

সতর্কতা :

- ১। স্প্রিংটি মুক্তভাবে ঝুলাতে হবে।
- ২। খেয়াল রাখতে হবে যেন সূচকটি স্কেলকে স্পর্শ না করে।
- ৩। দোলনের বিস্তার যাতে খুব বেশি না হয় সেদিকে লক্ষ্য রাখতে হবে।
- ৪। যে ওজন চাপানো হবে সেটি যেন স্প্রিং এর স্থিতিস্থাপকতার সীমা অতিক্রম করে না যায়।
- ৫। ভর চাপানোর পর স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।
- ৬। দোলনকাল খুব সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

সার-সংক্ষেপ

পর্যাবৃত্তি : কোনো রাশি বা অপেক্ষকের যদি বারবার পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে পর্যাবৃত্তি বলে।

স্থানিক পর্যাবৃত্তি : কোনো বস্তুর গতি যদি এমনভাবে পুনরাবৃত্তি হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে তাকে স্থানিক পর্যাবৃত্তি বলে।

কালিক পর্যাবৃত্তি : কোনো রাশি বা ফাংশনের মান যদি এমন হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর সেটি একই মান গ্রহণ করে তবে তাকে কালিক পর্যাবৃত্তি বলে।

পর্যায়কাল : পর্যাবৃত্ত গতি সম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে সেই সময়কে পর্যায়কাল বলে।

কম্পাঙ্ক : একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ পর্যায় সম্পন্ন হয় তাকে কম্পাঙ্ক বলে।

স্পন্দন গতি : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে তার গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

সরল দোলন গতি : যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর ঐ গতিকে সরল দোলন গতি বলে।

বিস্তার : সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা এর সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো এক দিকে যে সর্বোচ্চ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তার বিস্তার বলে।

সরল দোলক : একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে একটি ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উল্লম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

কার্যকরী দৈর্ঘ্য : ঝুলন বিন্দু থেকে বরের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বলে।

সেকেন্ড দোলক : যে দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	৪.৭	$x = A \sin (\omega t + \delta)$	৮.৫
২	৪.৮	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	৮.৬
৩	৪.১০	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$	৮.৬
৪	৪.১১	$v = \omega A \cos (\omega t + \delta)$	৮.৬
৫	৪.১১a	$v = -\omega B \sin (\omega t + \delta)$	৮.৬
৬	৪.১২	$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$	৮.৬
৭	৪.১৩	$a = -\omega^2 A \sin (\omega t + \delta) = -\omega^2 x$	৮.৬
৮	৪.১৩a	$a = -\omega^2 B \cos (\omega t + \delta)$	৮.৬
৯	৪.১৫	$U = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2 (\omega t + \delta)$	৮.৭
১০	৪.১৬	$K = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2 (\omega t + \delta)$	৮.৭
১১	৪.২০	$T = 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}}$	৮.৯
১২	৪.২২	$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$	৮.১০
১৩	৪.২৬	$h = \left[\left(\frac{g}{g'} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] R$	৮.১০
১৪	৪.২৭	$h = \left[\frac{T'}{T} - 1 \right] R$	৮.১০
১৫	৪.২৮	$L = \frac{g}{\pi^2} s^2$	৮.১০

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১। সরলরেখা বরাবর সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত একটি কণার বিস্তার 0.05 m এবং পর্যায়কাল 12 s। এর সর্বোচ্চ দ্রুতি ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে,

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{2\pi}{T} \\ &= \frac{2\pi \text{ rad}}{12 \text{ s}} \\ &= \frac{\pi}{6} \text{ rad s}^{-1}\end{aligned}$$

$$= 0.52 \text{ rad s}^{-1}$$

$$\begin{aligned}\therefore v_{\max} &= \omega A \\ &= 0.52 \text{ rad s}^{-1} \times 0.05 \text{ m} \\ &= 0.026 \text{ m s}^{-1}\end{aligned}$$

সর্বোচ্চ ত্বরণ

$$\begin{aligned}a_{\max} &= \omega^2 A = (0.52 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.05 \text{ m} \\ &= 0.0135 \text{ m s}^{-2}\end{aligned}$$

$$\text{উ: } 0.0135 \text{ m s}^{-2}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ 6.24 cm s⁻¹ হলে, কণাটির পর্যায়কাল কত? [য. বো. ২০০৩]

আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে, পর্যায়কাল

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\text{আবার, } v_{\max} = \omega A$$

$$\begin{aligned}\therefore \omega &= \frac{v_{\max}}{A} = \frac{6.24 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}}{3 \times 10^{-2} \text{ m}} \\ &= 2.08 \text{ rad s}^{-1}\end{aligned}$$

$$\therefore T = \frac{2 \times \pi}{2.08 \text{ rad s}^{-1}} = 3 \text{ s}$$

$$\text{উ: } 3 \text{ s}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৩। সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর বিস্তার 0.01 m ও কম্পাঙ্ক 12 Hz। বস্তুটির 0.005 m সরণে বেগ কত? [য. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$v = \omega A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

আবার, কৌণিক কম্পাঙ্ক

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f = 2 \times \pi \times 12 \text{ Hz} \\ &= 75.398 \text{ rad s}^{-1}\end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 12 \text{ s}$$

$$\text{বিস্তার, } A = 0.05 \text{ m}$$

$$\text{সর্বোচ্চ দ্রুতি, } v_{\max} = ?$$

$$\text{সর্বোচ্চ ত্বরণ, } a_{\max} = ?$$

এখানে

$$\text{বিস্তার, } A = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\text{সর্বোচ্চ বেগ, } v_{\max} &= 6.24 \text{ cm s}^{-1} \\ &= 6.24 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}\end{aligned}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = ?$$

এখানে,

$$\text{বিস্তার, } A = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{সরণ, } x = 0.005 \text{ m}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = 12 \text{ Hz}$$

$$\text{বেগ, } v = ?$$

$$\therefore v = (75.398 \text{ rad s}^{-1}) (0.01 \text{ m}) \sqrt{1 - \frac{(0.005 \text{ m})^2}{(0.01 \text{ m})^2}}$$

$$= 0.65 \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৪। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 0.05 m হলে কণাটির (ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক (খ) আদি দশা নির্ণয় কর।

[ঢা. বো. ২০০২]

আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2\pi \text{ rad}}{30 \text{ s}}$$

$$= 0.209 \text{ rad s}^{-1}$$

$$= 0.21 \text{ rad s}^{-1}$$

আবার,

$$y = A \sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{বা, } 0.05 \text{ m} = 10 \text{ m} \times \sin(\omega \times 0 + \delta)$$

$$\therefore \sin \delta = \frac{0.05 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0.005$$

$$\therefore \delta = 0.2865 \text{ deg} = 0.005 \text{ rad}$$

$$\text{উ: } 0.21 \text{ rad s}^{-1}; 0.2865 \text{ deg.}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৫। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে আবদ্ধ 50 g ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। গতির বিস্তার হচ্ছে 12 cm এবং পর্যায়কাল 1.70 s। বের কর: (ক) কম্পাঙ্ক, (খ) স্প্রিং ধ্রুবক, (গ) বস্তুর সর্বোচ্চ দ্রুতি, (ঘ) বস্তুর সর্বোচ্চ ত্বরণ, (ঙ) সরণ যখন 6 cm তখন দ্রুতি, (চ) যখন $x = 6 \text{ cm}$ তখন ত্বরণ।

আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2\pi \text{ rad}}{1.70 \text{ s}}$$

$$= 3.696 \text{ rad s}^{-1}$$

$$(\text{ক}) f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.70 \text{ s}}$$

$$= 0.59 \text{ Hz}$$

$$(\text{খ}) \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\therefore k = \omega^2 m$$

$$= (3.696 \text{ rad s}^{-1})^2 \times (0.05 \text{ kg})$$

$$= 0.68 \text{ Nm}^{-1}$$

এখানে,

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 30 \text{ s}$$

$$\text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = ?$$

আদিতে

$$\text{সময়, } t = 0$$

$$\text{সরণ, } y = 0.05 \text{ m}$$

$$\text{আদি দশা, } \delta = ?$$

এখানে,

$$\text{ভর, } m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$$

$$\text{বিস্তার, } A = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 1.70 \text{ s}$$

$$(\text{ক}) \text{ কম্পাঙ্ক, } f = ?$$

$$(\text{খ}) \text{ স্প্রিং ধ্রুবক, } k = ?$$

$$(\text{গ}) \text{ সর্বোচ্চ দ্রুতি, } v_{\max} = ?$$

$$(\text{ঘ}) \text{ সর্বোচ্চ ত্বরণ, } a_{\max} = ?$$

$$(\text{ঙ}) \text{ সরণ, } x = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$$

$$\text{দ্রুতি, } v = ?$$

$$\begin{aligned} \text{(গ)} \quad v_{\max} &= \omega A \\ &= 3.696 \text{ rad s}^{-1} \times 0.12 \text{ m} \\ &= 0.44 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(চ)} \quad \text{সরণ, } x &= 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m} \\ \text{ত্বরণ, } a &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ঘ)} \quad a_{\max} &= \omega^2 A \\ &= (3.696 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.12 \text{ m} = 1.64 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ঙ)} \quad v &= \omega A \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \\ &= (3.696 \text{ rad s}^{-1}) \times (0.12 \text{ m}) \times \sqrt{1 - \frac{(0.06 \text{ m})^2}{(0.12 \text{ m})^2}} \\ &= 0.38 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(চ)} \quad a &= -\omega^2 x \\ &= -(3.69 \text{ rad s}^{-1})^2 \times 0.06 \text{ m} = -0.82 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

উ: 0.59 Hz; 0.68 N m⁻¹; 0.44 m s⁻¹; 1.64 m s⁻²; 0.38 m s⁻¹; -0.82 m s⁻².

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৬। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলালে এটি 8 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে এরপর একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল কত হবে? [কু. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}} \\ &= 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{0.08 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}} \\ &= 0.57 \text{ s} \end{aligned}$$

উ: 0.57 s

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৭। 1 m কার্যকরী দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে 2টি দোলন সম্পন্ন করে। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ \text{বা, } T^2 &= 4\pi^2 \frac{L}{g} \\ \text{বা, } g &= 4\pi^2 \times \frac{L}{T^2} \\ \therefore g &= 4\pi^2 \times \frac{1 \text{ m}}{(0.5 \text{ s})^2} \\ &= 157.92 \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

উ: 157.92 m s⁻²

এখানে,

$$\text{স্প্রিং-এর প্রসারণ, } e = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = ?$$

এখানে,

$$\text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য, } L = 1 \text{ m}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = 2 \text{ s}^{-1}$$

$$\therefore \text{দোলনকাল, } T = \frac{1}{f} = 0.5 \text{ s}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৮। একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 98 cm এবং এর দোলনকাল 2 s হলে ববের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$)

সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L হলে,

আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখানে,

$$\text{সুতার দৈর্ঘ্য, } l = 98 \text{ cm} = 0.98 \text{ m}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\text{বা, } L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{কিন্তু, } L = l + r$$

$$\therefore l + r = \frac{gT^2}{4\pi^2} \quad \text{বা, } r = \frac{gT^2}{4\pi^2} - l$$

$$\therefore r = \frac{9.8 \text{ m s}^{-2} \times (2 \text{ s})^2}{4\pi^2} - 0.98 \text{ m} = 0.0129 \text{ m}$$

উ: 1.29 cm.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.৯। যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$, সেখানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য কত? [দি. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2 \text{ s})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times \pi^2}$$

$$= 0.9929 \text{ m}$$

$$= 99.29 \text{ cm}$$

উ: 99.29 cm.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১০। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ। দ্বিতীয় সরল দোলকের দোলনকাল 3 s হলে প্রথমটির দোলনকাল বের কর। [চ. বো. ২০০৭]

ধরা যাক, প্রথম সরল দোলক ও দ্বিতীয় সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য যথাক্রমে L_1 ও L_2 এবং দোলনকাল যথাক্রমে T_1 এবং T_2 ।

$$\therefore \text{প্রথম দোলকের জন্য, } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{দ্বিতীয় দোলকের জন্য, } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (2)$$

(1) সমীকরণকে (2) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে

আমরা পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad \text{বা, } T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times T_2$$

$$\therefore T_1 = \sqrt{\frac{2L_2}{L_2}} \times 3 \text{ s} = 3 \text{ s} \sqrt{2} = 4.24 \text{ s}$$

উ: 4.24 s.

দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

ববের ব্যাসার্ধ, $r = ?$

এখানে,

দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

দোলকের দৈর্ঘ্য, $L = ?$

এখানে,

$$L_1 = 2L_2$$

$$T_2 = 3 \text{ s}$$

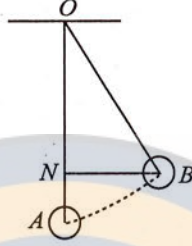
$$T_1 = ?$$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

৮.১১। চিত্রে একটি সেকেন্ড দোলক দেখানো হলো, যা ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। $OA = 2 \text{ m}$ এবং $BN = 0.5 \text{ m}$ । B দোলকটির সর্বোচ্চ অবস্থান। বরের ভর 5 g । দোলকটিকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে ৪১ ও ৪ গুণ। পৃথিবীতে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

[দি. বো. ২০১৬]



(ক) চাঁদে দোলকটির দোলনকাল কত হবে ?

(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত দোলকটি পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থান কালে A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে কিনা-উদ্দীপকের তথ্যমতে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

(ক) দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এবং ভূ-পৃষ্ঠ এবংচাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \quad \text{এবং} \quad T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}}$$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$$

$$\text{কিন্তু } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \quad \text{এবং} \quad g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

এখানে,

ভূ-পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_e = 2 \text{ s}$ ধরা যাক, চাঁদের ভর $= M_m$ \therefore পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M_m$ চাঁদের ব্যাসার্ধ $= R_m$ \therefore পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 4 R_m$ চাঁদে দোলনকাল, $T_m = ?$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{M_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{M_m}} = \sqrt{\frac{81 M_m \times R_m^2}{(4 R_m)^2 \times M_m}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore T_m = \frac{9}{4} T_e = \frac{9}{4} \times 2 \text{ s} = 4.5 \text{ s}$$

(খ) ধরা যাক, A বিন্দুতে বিভব শক্তি, $U_A = 0$ B সর্বোচ্চ বিন্দু হওয়ায়, B বিন্দুতে বেগ শূন্য অর্থাৎ গতিশক্তি, $K_B = 0$ B বিন্দুতে বিভবশক্তি, $U_B = mg \times AN$ $\therefore B$ বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = U_B + K_B = mg \times AN + 0 = mg \times AN$ A বিন্দুতে গতিশক্তি, $K_A = \frac{1}{2} m v_A^2$ কিন্তু $v_A^2 = v_B^2 + 2gh = 0 + 2g \times AN$

$$\therefore K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m \times 2g \times AN = mg \times AN$$

সুতরাং $E_A = K_A + U_A = mg \times AN + 0 = mg \times AN$

$\therefore E_A = E_B = mg \times AN$

সুতরাং A ও B বিন্দুতে মোট শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে না।

উ: (ক) 4.5 s (খ) পরিবর্তন হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ-৮.১২। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য তাপের ফলে এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.01 s হলো। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় কত সেকেন্ড ধীরে চলবে? [চ. বো. ২০০৯; রুয়েট ২০০৪-২০০৫]

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = 2 s

অর্থাৎ 2 সেকেন্ডে 2 টি বিট দেয়,

বা, 1 সেকেন্ডে 1 টি বিট দেয়,

বা, 1 ঘণ্টায় 3600 টি বিট দেয়।

ধরা যাক, পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় n টি বিট দেয়।

এ অবস্থায় দোলনকাল 2.01 s।

অর্থাৎ 2.01 সেকেন্ডে 2 টি বিট দেয়

বা, 1 সেকেন্ডে $\frac{2}{2.01}$ টি বিট দেয়

বা, 1 ঘণ্টায় $\frac{2 \times 3600}{2.01}$ টি বিট দেয়

$\therefore n = \frac{2 \times 3600}{2.01} = 3582$

\therefore প্রতি ঘণ্টায় দোলকটি $3600 - 3582 = 18$ টি বিট হারায়।

সুতরাং দোলকটি ঘণ্টায় 18 s ধীরে চলে।

উ: 18 s.

গাণিতিক উদাহরণ-৮.১৩। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য শৈত্যের ফলে হ্রাস পেল। এর ফলে দোলনকাল এমন হলো যে, দোলকটি দিনে 10 s ফাস্ট যায়। পরিবর্তিত দোলনকাল কত? [কু. বো. ২০০৬]

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = 2 s

অর্থাৎ 2 সেকেন্ডে 2 টি বিট বা অর্ধদোলন দেয়

বা, 1 সেকেন্ডে 1 টি অর্ধদোলন দেয়

যেহেতু 1 দিন = 86400 সেকেন্ড

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী একটি ঘড়ি দিনে 86400টি অর্ধদোলন দেয়।

দোলকটি দিনে n সেকেন্ড দ্রুত বা ফাস্ট চললে,

দোলকটি $(86400 + n)$ টি অর্ধদোলন দেয় 86400 সেকেন্ডে

বা, দোলকটি 1 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

বা, দোলকটি 2 টি অর্ধদোলন দেয় $\frac{2 \times 86400}{86400 + n}$ সেকেন্ডে

এখন $n = 10$ s হলে, দোলকটির দোলনকাল হবে $\frac{2 \times 86400}{86410} = 1.99$ s

উ: 1.99 s

গাণিতিক উদাহরণ-৮.১৪। তানজিনা 100 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করল। 4° কৌণিক বিস্তারে দোলকটি 2 s দোলনকাল সহকারে দোল দেয়। তাকে দোলনকাল 50% বাড়াতে বলায় সে কার্যকর দৈর্ঘ্য 150 cm নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করল।

(ক) তানজিনার তৈরি সেকেন্ড দোলকটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ?

(খ) 150 cm দৈর্ঘ্যের দোলকটি কী উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} = 3.14 \text{ rad s}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\text{বা, } L_2 = \frac{T_2^2}{T_1^2} \times L_1 = \frac{(1.5 T)^2}{T^2} \times L_1$$

$$= 2.25 \times 100 \text{ cm}$$

$$= 225 \text{ cm}$$

দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করার জন্যে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 225 cm হওয়া প্রয়োজন কিন্তু তানজিনা 150 cm দৈর্ঘ্যের দোলক নেওয়ায় উদ্দীপকের শর্ত পূরণ হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৫। 50 g ভরবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 s এবং বিস্তার 10 cm। দোলনরত অবস্থায় যখন এর বব মধ্যস্থানে আসে তখন ববটি ভূমি হতে 45 cm উপরে অবস্থান করে।

(ক) দোলনরত ববের সর্বোচ্চ বেগ কত ?

(খ) দোলনরত বব যখন মধ্যস্থানে আসে তখন সুতাটি ছিড়ে গেলে এর গতি প্রকৃতি বিশ্লেষণ করে সাম্যাবস্থান থেকে কত দূরে ভূমিতে পতিত হবে তার গাণিতিক পরিমাপ কর। [কু. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{দোলকের ববের সর্বোচ্চ বেগ, } v_{\max} = \omega A$$

$$\text{আবার, } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v_{\max} = \frac{2\pi}{T} A = \frac{2 \times \pi \times 0.1 \text{ m}}{2 \text{ s}}$$

$$= 0.314 \text{ m s}^{-1}$$

(খ) ববটি সাম্যাবস্থায় এলে যদি সুতাটি ছিড়ে যায় তাহলে ববটি অনুভূমিকভাবে নিষ্কিণ্ড বস্তুর ন্যায় পরাবৃত্তাকার পথে ভূমিতে পতিত হবে।

আমরা জানি,

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$$

$$-0.45 \text{ m} = -\frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times \frac{x^2}{(0.314 \text{ m s}^{-1})^2}$$

এখানে,

$$\text{দোলকের দোলনকাল, } T = 2 \text{ s}$$

$$\text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = ?$$

এখানে,

$$\text{দোলকের দৈর্ঘ্য, } L_1 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$\text{দোলকের দোলনকাল, } T_1 = 2 \text{ s}$$

$$\text{পরিবর্তিত দোলনকাল, } T_2 = 50\% T + T = 1.5 T$$

$$\text{পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, } L_2 = ?$$

এখানে,

$$\text{দোলকের ববের কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = ?$$

$$\text{দোলকের দোলনকাল, } T = 2 \text{ s}$$

$$\text{দোলকের বিস্তার, } A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{সর্বোচ্চ বেগ, } v_{\max} = ?$$

এক্ষেত্রে,

সাম্যাবস্থানে বেগ তথা এই ক্ষেত্রে

$$\text{আদি বেগ, } v_0 = 0.314 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{ভূমি থেকে ববের উচ্চতা, } y = -45 \text{ cm}$$

$$= -0.45 \text{ m} \text{ [} \cdot \text{° নিম্নমুখী]}]$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{2 \times 0.45 \text{ m} \times (0.314 \text{ m s}^{-1})^2}{9.8 \text{ m s}^{-2}}} \\ = 0.095 \text{ m} = 9.5 \text{ cm}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$
অনুভূমিক দূরত্ব, $x = ?$

অর্থাৎ ববটি পরাবৃত্তাকার পথে 9.5 cm দূরে ভূমিতে পতিত হবে।

উ: (ক) 0.314 m s^{-1} ; (খ) 9.5 cm.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৬। মতিন একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে গেলে সঠিক সময় পায় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে সে লক্ষ্য করল যে, দোলকটি ঘণ্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

(ক) পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল বের কর।

(খ) উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ে উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা—গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [য. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, যেহেতু 1 দিন = 86400 s

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী দোলক ঘড়ি দিনে 86400টি অর্ধদোলন দেয়। দোলক ঘড়ি সময় হারালে অর্থাৎ ধীরে চললে, যদি দিনে n সেকেন্ড ধীরে চলে তাহলে সেটি,

$(86400 - n)$ টি অর্ধদোলন দেবে 86400 সেকেন্ডে

\therefore 1টি অর্ধদোলন দেবে $\frac{86400}{86400 - n}$ সেকেন্ডে

\therefore দোলকটির দোলনকাল হবে, $T = 2 \times \frac{86400}{86400 - n} \text{ s}$

এখন যেহেতু মতিনের সরল দোলক পাহাড়ের চূড়ায় ঘণ্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায় সুতরাং সেটি দিনে সময় হারাবে, $n = 30 \text{ s} \times 24 = 720 \text{ s}$.

\therefore পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটির দোলনকাল হবে,

$$T = \frac{2 \times 86400}{86400 - 720} \text{ s} = 2.0168 \text{ s}$$

(খ) এখন পাহাড়ের উচ্চতা h , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এবং পৃথিবীর ভর M , পাহাড়ের পাদদেশে এবং পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g' হলে আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} \text{ এবং } g' = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{(R + h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\therefore h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] R$$

আবার পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দোলনকাল T এবং পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল T' হলে,

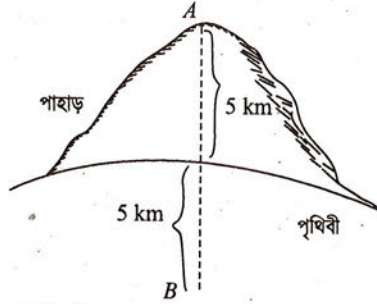
$$\frac{T'^2}{T^2} = \frac{g}{g'} \quad \text{বা, } \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\therefore h = \left[\frac{T'}{T} - 1 \right] R = \left[\frac{2.0168 \text{ s}}{2 \text{ s}} - 1 \right] \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 53.76 \times 10^3 \text{ m} = 53.76 \text{ km}.$$

\therefore উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যের সাহায্যেই পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব।

উ: (ক) 2.0168 s; (খ) 53.76 km.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৭।



(ক) পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে A ও B স্থানের মধ্যে কোথায় একটি সরল দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। [ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) পাহাড়ের পাদদেশে এবং পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g এবং g_A হলে,

$$\frac{g_A}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$g_A = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2 \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 5 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= 9.78 \text{ m s}^{-2}$$

(খ) সরল দোলকের ত্বরণের সূত্র থেকে আমরা জানি,

সরল দোলকের দোলনকাল, $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ অর্থাৎ যে স্থানে g -এর মান কম সেখানে দোলকের দোলনকাল বেশি অর্থাৎ সে স্থানে দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে।

আমরা জানি, পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দু B-তে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_B = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

$$= 9.8 \text{ m s}^{-2} \left(1 - \frac{5 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$= 9.79 \text{ m s}^{-2}$$

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ পাহাড়ের উচ্চতা, $h = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}$ পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = ?$

এখানে,

দোলকের দৈর্ঘ্য, L ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ A অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = 9.78 \text{ m s}^{-2}$ ভূ-অভ্যন্তরে দূরত্ব, $h = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ B অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_B = ?$

যেহেতু A অবস্থানে g এর মান B অবস্থানে g এর মানের চেয়ে কম, সুতরাং A অবস্থানে দোলনকাল B অবস্থানে দোলনকালের চেয়ে বেশি অর্থাৎ A অবস্থানে দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে।

উ: (ক) 9.78 m s^{-2} ; (খ) A অবস্থানে অধিক দীর্ঘে চলবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৮। একটি সেকেন্ড দোলক 'ক' অঞ্চল থেকে 'খ' অঞ্চলে নেওয়া হলো।

$$g_k = 9.78 \text{ m s}^{-2}$$

$$g_x = 9.83 \text{ m s}^{-2}$$

(ক) 'ক' অঞ্চলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) 'খ' অঞ্চলে দোলকটি দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও।

[সি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$T_k = 2\pi \sqrt{\frac{L_k}{g_k}}$$

$$\text{বা, } L_k = \frac{T_k^2 \times g_k}{4\pi^2}$$

$$= \frac{(2s)^2 \times 9.78 \text{ m s}^{-2}}{4 \times \pi^2}$$

$$= 0.9919 \text{ m} = 99.19 \text{ cm}$$

$$(\text{খ}) T_x = 2\pi \sqrt{\frac{L_k}{g_x}}$$

$$= 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{0.9919 \text{ m}}{9.83 \text{ m s}^{-2}}}$$

$$= 1.993 \text{ s}$$

$$\Delta T = T_k - T_x = 2 \text{ s} - 1.99 \text{ s} = 0.01 \text{ s}$$

$$\therefore T_x < T_k$$

\therefore 'খ' অঞ্চলে দোলনকাল হ্রাস পেয়েছে; এটি যুক্তিযুক্ত। কারণ দোলনকাল (T) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক অর্থাৎ যে স্থানে g -এর মান বেশি সে স্থানে দোলনকাল কম হবে।

উ: (ক) 0.99 m; (খ) 0.01 s হ্রাস পাবে।

$$\text{গাণিতিক উদাহরণ ৮.১৯।} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \text{ -----(i)}$$

$$x = a \sin(\omega t + \delta) \text{ -----(ii)}$$

আদি সরণ 3 সে.মি, বিস্তার 10 সে.মি. এবং পর্যায়কাল 20 সেকেন্ড।

(ক) সমীকরণ (ii) হতে আদি দশার মান নির্ণয় কর।

(খ) সমীকরণ (i) কে সমাধান করে (ii) সমীকরণ পাওয়া সম্ভব কীনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যুক্তি দাও।

[মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$x = a \sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{বা, } 0.03 = 0.1 \sin(\omega \times 0 + \delta)$$

$$\text{বা, } \sin \delta = \frac{0.03}{0.1}$$

$$\therefore \delta = \sin^{-1}\left(\frac{0.03}{0.1}\right) = 17.46^\circ$$

এখানে,

$$\text{আদি সময়, } t = 0$$

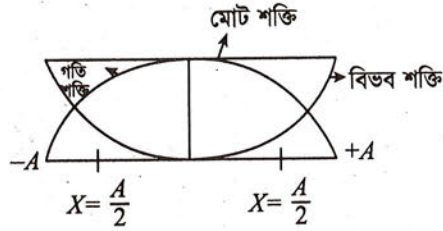
$$\text{আদি সরণ, } x = 3 \text{ cm} = 0.03$$

$$\text{বিস্তার, } a = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{আদি বেগ, } \delta = ?$$

(খ) দেখাতে হবে যে, $x = a \sin(\omega t + \delta)$ হচ্ছে অন্তরীকরণ সমীকরণ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$ এর একটি সমাধান।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২০। চিত্রে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত 1 kg ভরের বস্তুর শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz.



(ক) $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হবে কী? বিশ্লেষণ করে

মতামত দাও।

[ব. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি, বস্তুর বেগ,

$$\begin{aligned} v &= \omega \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 2\pi f \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 2\pi \times 12 \text{ Hz} \times \sqrt{(0.01\text{m})^2 - (0.005\text{m})^2} \\ &= 0.65 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

বিস্তার, $A = 0.01\text{m}$

কম্পাঙ্ক, $f = 12 \text{ Hz}$

সরণ, $x = \frac{A}{2} = \frac{0.01\text{m}}{2} = 0.005\text{m}$

বস্তুর বেগ, $v = ?$

(খ) আমরা জানি, মোট শক্তি, $E = K + U$

$x = A$ অবস্থানে,

$$\begin{aligned} \text{গতিশক্তি, } K_1 &= \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) \\ &= \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - A^2) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং বিভব শক্তি, } U_1 &= \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m^2 \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1\text{kg} \times (75.4 \text{ rad s}^{-1})^2 \\ &\quad \times (0.01\text{m})^2 \\ &= 0.28 \text{ J} \end{aligned}$$

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 1 \text{ kg}$

বিস্তার, $A = 0.01 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi \text{ rad} \times 12 \text{ s}^{-1} \\ &= 75.4 \text{ rad s}^{-1} \end{aligned}$$

$x = A$ অবস্থা

মোট শক্তি, $E_1 = ?$

$x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে মোট শক্তি, $E_2 = ?$

$$\therefore x \text{ অবস্থানে মোট শক্তি, } E_1 = K_1 + U_1 = 0 + 0.28 \text{ J} = 0.28 \text{ J}$$

আবার, $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_2 = K_2 + U_2$

$$\text{গতিশক্তি } K_2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \left\{ A^2 - \left(\frac{A}{2} \right)^2 \right\} = \frac{1}{2} m \omega^2 \times \frac{3A^2}{4} = \frac{3}{8} m \omega^2 A^2$$

$$\text{এবং বিভব শক্তি, } U_2 = \frac{1}{2} m \omega^2 \left(\frac{A}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} m \omega^2 A^2$$

$$\therefore \text{মোট যান্ত্রিক শক্তি, } E_2 = K_2 + U_2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{8} m \omega^2 A^2 + \frac{1}{8} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{4} m \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 1 \text{ kg} \times (75.4 \text{ rad s}^{-1})^2 \times (0.01 \text{ m})^2 \\ &= 0.28 \text{ J} \end{aligned}$$

অতএব গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে,

$$x = A \text{ অবস্থানে এবং } x = \frac{A}{2} \text{ অবস্থানে বস্তুটির মোট যান্ত্রিক শক্তি একই অর্থাৎ } 0.28 \text{ J}$$

সুতরাং $x = A$ এবং $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তি নিত্যতা সূত্র পালিত হয়।

উ: (ক) 0.65 m s^{-1} ; (খ) $x = A$ এবং $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হয়।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২১। একটি সরল দোলকের ববের ভর $1.2 \times 10^{-2} \text{ kg}$ । এটি 51 mm বিস্তারে দুলছে। এটি 25 টি দোলন সম্পন্ন করতে 49.75 সে সময় নেয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

(ক) দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) দোলকটিকে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 53760 m উচ্চতায় নিয়ে গেলে ববের সর্বোচ্চ সরণে ববের উপর প্রত্যায়নী বলের কিরূপ পরিবর্তন হবে যাচাই কর। [য. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(1.99 \text{ s}) \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{4 \times \pi^2} = 0.98 \text{ m}$$

(খ) আমরা জানি,

$$g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} g$$

$$= \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 53760 \text{ m})^2} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$= 9.64 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{আবার, } T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}}$$

$$= 2\pi \times \sqrt{\frac{0.98 \text{ m}}{9.64 \text{ m s}^{-2}}}$$

$$= 2.003 \text{ s}$$

পৃথিবীপৃষ্ঠে প্রত্যায়নী বল,

$$F = kA = m \omega^2 A = m \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times 51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg} \times \left(\frac{2\pi}{1.99 \text{ s}}\right)^2 \times 51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 6.1 \times 10^{-3} \text{ N}$$

আবার, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 53760 m উচ্চতায় ববের সর্বোচ্চ সরণে প্রত্যায়নী বল,

$$F' = m \omega'^2 A = m \left(\frac{2\pi}{T'}\right)^2 A$$

$$= 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg} \times \frac{4\pi^2}{4.012 \text{ s}^2} \times 51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 6.02 \times 10^{-3} \text{ N}$$

সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, $F > F'$ অর্থাৎ ববের সর্বোচ্চ সরণে প্রত্যায়নী বলের মান ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 53760 m উচ্চতায় 1.31% হ্রাস পাবে।

এখানে,

$$\text{সরল দোলকের দোলন কাল, } T = \frac{t}{N} = \frac{49.75 \text{ s}}{25} = 1.99 \text{ s}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = ?$

এখানে,

ববের ভর, $m = 1.2 \times 10^{-2} \text{ kg}$

বিস্তার, $A = 51 \text{ mm} = 51 \times 10^{-3} \text{ m}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

দোলনকাল, $T = 1.99 \text{ s}$

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = 0.98 \text{ m}$

পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

সর্বোচ্চ সরণ, $x = A = 51 \times 10^{-3} \text{ m}$

প্রত্যায়নী বল, $F = ?$

পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = 53760 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = ?$

দোলনকাল, $T' = ?$

প্রত্যায়নী বল, $F' = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২২। পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল ২ s। একে চন্দ্রপৃষ্ঠে নেয়া হলো। চন্দ্রপৃষ্ঠে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের ৪১ গুণ এবং ৪ গুণ। অথবা, একটি সেকেন্ড দোলক ভূপৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে চন্দ্রে নিয়ে গেলে দোলনকাল কত হবে? পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের ৪১ গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের ৪ গুণ।

[ঢা. বো. ২০০৫; রা. বো. ২০০৭, ২০০৩; ব. বো. ২০০১; সি. বো. ২০০৭, ২০০১; কুয়েট ২০০৩-২০০৪; রুয়েট ২০০৫-২০০৬; বুয়েট ১৯৯৭-১৯৯৮]

দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L এবং পৃথিবী ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_e এবং g_m হলে,

$$\text{পৃথিবীপৃষ্ঠে } T_e = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_e}} \quad \dots (1)$$

$$\text{চন্দ্রপৃষ্ঠে } T_m = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_m}} \quad \dots (2)$$

(২) সমীকরণকে (১) সমীকরণ দিয়ে ভাগ করে,

$$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}} \quad \text{কিন্তু } g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \text{ এবং } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{M_e R_m^2}{M_m R_e^2}} = \sqrt{\frac{81 M_m \times R_m^2}{M_m \times (4 R_m)^2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore T_m = \frac{9}{4} \times T_e = \frac{9}{4} \times 2 \text{ s} = 4.5 \text{ s}$$

উ: ৪.৫ s.

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৩। একটি স্থির লিফটের মধ্যে রাখা সরল দোলকের দোলনকাল T । যদি দোলকটি উপরের দিকে $g/4$ ত্বরণ নিয়ে উঠে, তাহলে দোলকটির দোলনকাল কত হবে? [বুয়েট ২০০৩-২০০৪]

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখন দোলকের দৈর্ঘ্য L এবং স্থির লিফটে ও চলন্ত লিফটে দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে T_1 ও T_2 এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_1 ও g_2 হলে

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_1}} \text{ এবং } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_2}}$$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$$

$$\text{বা, } T_2 = T_1 \times \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

কিন্তু লিফটটি যেহেতু $\frac{g}{4}$ ত্বরণে উপরে উঠছে

$$\text{সুতরাং } g_2 = g + \frac{g}{4}$$

এখানে,

ধরা যাক,

$$\text{চন্দ্রের ভর} = M_m$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ভর, } M_e = 81 M_m$$

$$\text{চন্দ্রের ব্যাসার্ধ} = R_m$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R_e = 4 R_m$$

$$\text{পৃথিবীর পৃষ্ঠে দোলনকাল, } T_e = 2 \text{ s}$$

$$\text{চন্দ্রপৃষ্ঠে দোলনকাল, } T_m = ?$$

$$\therefore T_2 = T \times \sqrt{\frac{g}{g + \frac{g}{4}}} = T \times \sqrt{\frac{4g}{5g}} = T \times \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} T$$

$$\text{উ: } \frac{2}{\sqrt{5}} T$$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৪। একটি সেকেন্ড দোলক ঘড়ি পাহাড়ের পাদদেশে সঠিক সময় দেয় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় উঠালে ২ ঘণ্টায় ৪ সেকেন্ড সময়ের পার্থক্য দেখায়। পৃথিবীর ব্যাস ১২৮০০ km হলে (i) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (ii) পাহাড়ের চূড়ায় সঠিকভাবে কাজ করতে হলে দোলকের দৈর্ঘ্য কত % পরিবর্তন করতে হবে?

[বুয়েট ২০১৭-২০১৮]

(i) আমরা জানি, যেহেতু ১ দিন = ৮৬৪০০ s

সুতরাং সঠিক সময় নির্দেশকারী দোলক ঘড়ি দিনে ৮৬৪০০টি অর্ধদোলন দেয়। পাহাড়ের চূড়ায় দোলক ঘড়ি সময় হারায় অর্থাৎ ধীরে চলে। যদি দিনে n সেকেন্ড ধীরে চলে তাহলে সেটি,

$(86400 - n)$ টি অর্ধদোলন দেবে ৮৬৪০০ সেকেন্ড

$$\therefore 1 \text{ টি অর্ধদোলন দেবে } \frac{86400}{86499 - n} \text{ সেকেন্ড}$$

$$\therefore \text{দোলকটির দোলনকাল হবে, } T = 2 \times \frac{86400}{86499 - n} \text{ s}$$

যেহেতু দোলক ঘড়িটি পাহাড়ের চূড়ায় ২ ঘণ্টায় ৪ s সময় হারায়

সুতরাং সেটি দিনে সময় হারায়, $n = 4 \text{ s} \times 24 = 96 \text{ s}$

$$\therefore \text{পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, } T' = \frac{2 \times 86400}{86400 - 96} \text{ s}$$

$$= \frac{2 \times 86400}{86304} \text{ s} = 2.002225 \text{ s}$$

এখন পাহাড়ের উচ্চতা h , পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = \frac{12800 \text{ km}}{2} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং পৃথিবীর ভর M , পাহাড়ের পাদদেশে ও পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g' হলে আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} = \text{এবং } g' = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{(R + h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$$

$$\therefore h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] R$$

আবার পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দোলনকাল T এবং পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল T' হলে,

$$\frac{T'^2}{T^2} = \frac{g}{g'} \text{ বা, } \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\therefore h = \left[\frac{T'}{T} - 1 \right] R = \left[\frac{2.002225 \text{ s}}{2} - 1 \right] \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 7.12 \text{ km}$$

$$(ii) \text{ আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

এখন পাহাড়ের পাদদেশে দোলকের দৈর্ঘ্য, দোলনকাল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে L , T ও g হলে, এবং পাহাড়ের শীর্ষে দোলকের দৈর্ঘ্য, দোলনকাল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে L' , T' ও g' হলে

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ এবং } T' = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g'}}$$

পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি সঠিকভাবে কাজ করার অর্থ $T = T'$

$$\therefore \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{\frac{L'}{g'}}$$

$$\text{বা, } L' = \frac{L}{g} \times g' \quad \text{বা, } L' = \frac{L \times GM}{\frac{GM}{R^2} \times (R+h)^2}$$

$$\text{বা, } L' = \frac{R^2}{(R+h)^2} L$$

$$\text{বা, } L' = \frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7.12 \times 10^3 \text{ m})^2} L$$

$$\text{বা, } L' = 0.9978 L$$

$$\therefore \Delta L = L - L' = L - 0.9978 L = 0.0022 L$$

$$\therefore \frac{\Delta L}{L} = 0.0022 \times 100\% = 0.22\%$$

সুতরাং পাহাড়ের শীর্ষে দোলকটি সঠিকভাবে কাজ করতে হলে দোলকটির দৈর্ঘ্য 0.22% কমাতে হবে।

উ : (i) 7.12 km ; (ii) 0.22% কমাতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৫। যখন 1 kg আদর্শ ভর একটি চলমান প্লাটফর্মের উপর রাখা হয়, তখন স্পন্দনের হার 125 vib min⁻¹। কোন অজানা ভরের জন্য স্পন্দনের হার 243 vib min⁻¹ হবে? চলমান প্লাটফর্মের ভর অগ্রাহ্য কর।

[বুয়েট ২০১০-২০১১]

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{1}{f_1} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \quad \text{এবং } \frac{1}{f_2} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}$$

$$\therefore \frac{f_2}{f_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\therefore m_2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \times m_1 = \left(\frac{125 \text{ vib min}^{-1}}{243 \text{ vib min}^{-1}}\right)^2 \times 1 \text{ kg} = 0.2646 \text{ kg}$$

$$\text{উ : } 0.2646 \text{ kg}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৮.২৬। কল্পনা কর যে, পৃথিবীর ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করা হলো এবং বস্তুটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে লাগলো। পৃথিবীকে একটি সুসম গোলক মনে করে এবং বাধাদানকারী সকল বল উপেক্ষা করে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $5 \times 10^5 \text{ m}$ দূরত্বে বস্তুটির ত্বরণ ও দোলনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

[বুয়েট ২০১৭-২০১৮]

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় তথা কেন্দ্র থেকে $r = R - h = 5 \times 10^5 \text{ m}$ দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ g_c হলে আমরা জানি,

$$g_c = g \left(1 - \frac{h}{R}\right) = g \left(1 - \frac{R-r}{R}\right) = g \left(1 - 1 + \frac{r}{R}\right)$$

$$\therefore g_c = \frac{r}{R} g = \frac{5 \times 10^5 \text{ m} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} = 0.77 \text{ m s}^{-2}$$

আবার আমরা জানি, $F = -kx$ (এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন বল ও সরণের বিপরীতমুখিতা নির্দেশ করে।)

$$\text{বা, } mg_c = kr \quad \text{বা, } \frac{mgr}{R} = kr$$

এখানে,

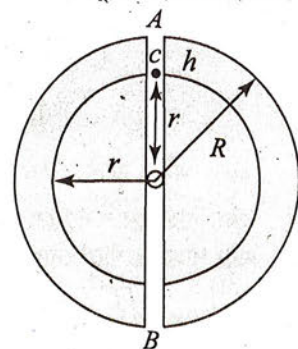
আদর্শ ভর, $m_1 = 1 \text{ kg}$

আদর্শ ভরের জন্য কম্পাঙ্ক, $f_1 = 125 \text{ vib min}^{-2}$

অজানা ভরের জন্য কম্পাঙ্ক, $f_2 = 243 \text{ vib min}^{-2}$

বল ধ্রুবক = k

অজানা ভর, $m_2 = ?$



$$\text{বা, } k = \frac{mg}{R}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার পর্যায়কাল, } T &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{mR}{mg}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{9.8 \text{ m s}^{-2}}} = 5077.58 \text{ s} \\ &= 1 \text{ hr } 24 \text{ min } 37.58 \text{ s} \end{aligned}$$

উ : 0.77 m s^{-2} , 5077.58 s বা, $1 \text{ hr } 24 \text{ min } 37.58 \text{ s}$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

- ১। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থা থেকে এর সরণের—
 (ক) ব্যস্তানুপাতিক ☐ (খ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ☐
 (গ) সমানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গের সমানুপাতিক ☐
- ২। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার অন্তরক সমীকরণ $4 \frac{d^2x}{dt^2} + 100x = 0$ হলে কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত হবে? [সি. বো. ২০১৬]
 (ক) 2 rad s^{-1} ☐ (খ) 4 rad s^{-1} ☐
 (গ) 5 rad s^{-1} ☐ (ঘ) 100 rad s^{-1} ☐
- ৩। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার অন্তরক সমীকরণ হচ্ছে $5 \frac{d^2x}{dt^2} + 180x = 0$ । কণাটির পর্যায়কাল কত হবে?
 (ক) 0.95 s ☐ (খ) 1.05 s ☐
 (গ) 37.68 s ☐ (ঘ) 0.52 s ☐
- ৪। সরল গতিসম্পন্ন কোনো কণার ভর m এবং বল ধ্রুবক k হলে, কৌণিক কম্পাঙ্ক কত হবে?
 (ক) $\omega = \sqrt{mk}$ ☐ (খ) $\omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$ ☐
 (গ) $\omega = \frac{k}{m}$ ☐ (ঘ) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ☐
- ৫। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার পর্যায়কাল এর বল ধ্রুবকের— [কু. বো. ২০১৬]
 (ক) সমানুপাতিক ☐ (খ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ☐
 (গ) ব্যস্তানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ☐
- ৬। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার কম্পাঙ্ক-এর বল ধ্রুবকের—
 (ক) সমানুপাতিক ☐ (খ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ☐
 (গ) ব্যস্তানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ☐

৭। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ কত হবে?

[রা. বো. ২০১৫]

(ক) $v_{max} = \frac{\omega}{A}$

○

(খ) $v_{max} = \frac{A}{\omega}$

○

(গ) $v_{max} = \omega A$

○

(ঘ) $v_{max} = \omega^2 A$

○

৮। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ কত হবে?

[য. বো. ২০১৫]

(ক) $a = \omega x^2$

○

(খ) $a = -\omega^2 x$

○

(গ) $a = -\omega x$

○

(ঘ) $a = \omega^2 x$

○

৯। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ $x = 10 \sin(6\pi t + 3\pi)$ কণাটির কম্পাঙ্ক কত?

[য. বো. ২০১৭]

(ক) 1.5 Hz

○

(খ) 3 Hz

○

(গ) 6 Hz

○

(ঘ) 10 Hz

○

১০। দৃঢ়ভাবে আটকানো k বল ধ্রুবকের একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্তে m ভর ঝুলিয়ে একটু টেনে ছেড়ে দিলে যে সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি হবে তার পর্যায়কাল কত হবে?

(ক) $T = 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}}$

○

(খ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

○

(গ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{e}}$

○

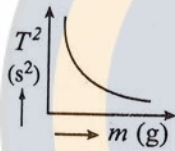
(ঘ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

○

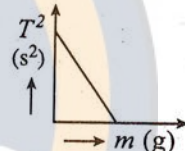
১১। একটি স্প্রিং-এর T^2 বনাম m এর লেখচিত্র কোনটি?

[য. বো. ২০১৬]

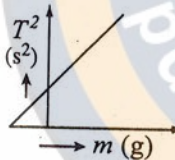
(ক)



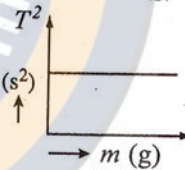
(খ)



(গ)



(ঘ)



১২। কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল-এর কার্যকরী দৈর্ঘ্যের—

(ক) সমানুপাতিক

○

(খ) ব্যস্তানুপাতিক

○

(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক

○

(ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

○

১৩। সেকেন্ড দোলক হচ্ছে যে সরল দোলকের দোলনকাল—

(ক) এক সেকেন্ড

○

(খ) দুই সেকেন্ড

○

(গ) তিন সেকেন্ড

○

(ঘ) চার সেকেন্ড

○

১৪। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য—

[ডেন্টাল কলেজ ২০১৭-২০১৮; য. বো. ২০১৬;

মেরিন একাডেমি ২০১৭-২০১৮, ২০১৫-২০১৬;]

(ক) 0.496 m

○

(খ) 0.993 m

○

(গ) 0.971 m

○

(ঘ) 0.248 m

○

১৫। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত একটি কণার পর্যায়কাল 20 s হলে এর কৌণিক কম্পাঙ্ক কত?

(ক) $\omega = \frac{\pi}{20} \text{ rad s}^{-1}$

○

(খ) $\omega = \frac{\pi}{10} \text{ rad s}^{-1}$

○

(গ) $\omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad s}^{-1}$

○

(ঘ) $\omega = \frac{\pi}{15} \text{ rad s}^{-1}$

○

- ১৬। একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল ২ s এর কম্পাঙ্ক কত ?
 (ক) ২ Hz ☐ (খ) ১ Hz ☐
 (গ) ০.৫ Hz ☐ (ঘ) ৪ Hz ☐
- ১৭। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ায় এর দোলন কাল—
 (ক) হ্রাস পাবে ☐ (খ) বৃদ্ধি পাবে ☐
 (গ) কোনো পরিবর্তন হবে না ☐ (ঘ) যেকোনোটি সত্য ☐
- ১৮। একটি সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল বৃদ্ধি পেয়েছে। দোলনকাল ২ s করতে হলে এর দৈর্ঘ্য—
 (ক) বাড়াতে হবে ☐ (খ) কমাতে হবে ☐
 (গ) কিছুই করতে হবে না ☐ (ঘ) সবকিছুই ঠিক ☐
- ১৯। $2 \frac{d^2x}{dt^2} + 32x = 0$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ? [রা. বো. ২০১৫]
 (ক) ৩২ rad s⁻¹ ☐ (খ) ১৬ rad s⁻¹ ☐
 (গ) ৮ rad s⁻¹ ☐ (ঘ) ৪ rad s⁻¹ ☐
- ২০। একটি সরল দোলকের দোলনকাল ১ দোলকটির দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে পরিবর্তিত দোলনকাল কত হবে ?
 (ক) $\sqrt{2} T$ ☐ (খ) $2 T$ ☐
 (গ) $\frac{1}{2} T$ ☐ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}} T$ ☐
- ২১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণা তুরণ সেন রাশিটির সমানুপাতিক— [ব. বো. ২০১৬]
 (ক) বল ☐ (খ) সরণ ☐
 (গ) পর্যায়কাল ☐ (ঘ) বেগ ☐
- ২২। পর্যায়কাল দ্বিগুণ করতে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কতগুণ করতে হবে ? [মেরিন একাডেমী ২০১৭-২০১৮]
 (ক) $\frac{1}{4}$ ☐ (খ) $\frac{1}{2}$ ☐
 (গ) ২ ☐ (ঘ) ৪ ☐
- ২৩। সরল দোলকের দৈর্ঘ্য ও দোলনকাল সংক্রান্ত কোন সমীকরণটি সঠিক নয় ?
 (ক) $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ☐ (খ) $T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2 \times T_2}}$ ☐
 (গ) $T_2 = T_1 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ ☐ (ঘ) $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$ ☐
- ২৪। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা যখন সাম্যাবস্থা অতিক্রম করে তখন এর—
 (ক) গতিশক্তি সর্বনিম্ন এবং বিভব শক্তি সর্বোচ্চ ☐
 (খ) গতিশক্তি সর্বোচ্চ এবং বিভব শক্তি সর্বোচ্চ ☐
 (গ) গতিশক্তি সর্বোচ্চ এবং বিভব শক্তি সর্বনিম্ন ☐
 (ঘ) গতিশক্তি সর্বনিম্ন এবং বিভব শক্তি সর্বনিম্ন ☐
- ২৫। কোনো সরল দোলকের দোলনকাল অর্ধেক করার জন্য—
 (ক) দৈর্ঘ্য এক-চতুর্থাংশ করতে হবে ☐ (খ) দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করতে হবে ☐
 (গ) বরের ভর দ্বিগুণ করতে হবে ☐ (ঘ) বরের ভর অর্ধেক করতে হবে ☐
- ২৬। একটি সরল দোলন গতির জন্য কৌণিক সরণ নিচের কোনটির চেয়ে বেশি হতে পারবে না ? [দি. বো. ২০১৬]
 (ক) ৩° ☐ (খ) ৪° ☐
 (গ) ৫° ☐ (ঘ) ৬° ☐
- ২৭। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ ৪ cm হলে এর তুরণ ৬৪ cms⁻² হয়। এর পর্যায়কাল—
 (ক) $\frac{\pi}{2}$ s ☐ (খ) $\frac{\pi}{4}$ s ☐
 (গ) π s ☐ (ঘ) 2π s ☐

- ২৮। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার বিস্তার A । এর সরণ কত হলে শক্তির অর্ধেক গতিশক্তি এবং অর্ধেক বিভবশক্তি হবে ?
- (ক) $\frac{A}{3}$ ☐ (খ) $\frac{A}{2}$ ☐
 (গ) $\frac{A}{\sqrt{2}}$ ☐ (ঘ) $\frac{A}{2\sqrt{2}}$ ☐
- ২৯। একজন বালিকা একটি দোলনায় বসে দোল খাচ্ছে। বালিকাটি ওঠে দাঁড়ালে দোলনকালের কী পরিবর্তন হবে ?
- (ক) হ্রাস পাবে ☐
 (খ) বৃদ্ধি পাবে ☐
 (গ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐
 (ঘ) বালিকাটির উচ্চতার উপর নির্ভর করে বৃদ্ধি বা হ্রাস পেতে পারে ☐
- ৩০। কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে যায় তাহলে তাকে কেমন পর্যাবৃত্তি বলে ?
- (ক) কালিক পর্যাবৃত্তি ☐ (খ) স্থানিক পর্যাবৃত্তি ☐
 (গ) উভয়ই ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ৩১। প্রতি এক বছর পর পর আমাদের জাতীয় বিজয় দিবস ১৬ই ডিসেম্বর আসে, এটি কী ধরনের পর্যাবৃত্তির উদাহরণ ?
- (ক) কালিক পর্যাবৃত্তি ☐ (খ) স্থানিক পর্যাবৃত্তি ☐
 (গ) উভয়ই ☐ (ঘ) কোনোটি নয় ☐
- ৩২। সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল একটি কণার দোলনকাল 10 s। কোন সমীকরণটি এর ত্বরণ 'a' এবং সরণ 'x' এর সম্পর্ক প্রকাশ করে ? [ঢা. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৫]
- (ক) $a = -10 \pi x$ ☐ (খ) $a = -(20 \pi) x$ ☐
 (গ) $a = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$ ☐ (ঘ) $a = -(20 \pi)^2 x$ ☐
- ৩৩। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' এর — [ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) বর্গমূলের সমানুপাতিক ☐ (খ) সমানুপাতিক ☐
 (গ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক ☐ (ঘ) ব্যস্তানুপাতিক ☐
- ৩৪। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতিপথের মধ্য অবস্থানে— [ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বোচ্চ ☐ (খ) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বনিম্ন ☐
 (গ) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বাধিক ☐ (ঘ) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বনিম্ন ☐
- ৩৫। দোলকের ববের ভর বেশি হলে, দোলনকাল কী হবে ? [রা. বো. ২০১৫]
- (ক) বাড়বে ☐ (খ) কমবে ☐
 (গ) ভরের বর্গমূলের সমানুপাতিক হবে ☐ (ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে ☐
- ৩৬। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য L , ভর M এবং কম্পাঙ্ক f । এর কম্পাঙ্ক $2f$ করতে হলে — [রা. বো. ২০১৫]
- (ক) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে $4L$ করতে হবে ☐ (খ) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে $2L$ করতে হবে ☐
 (গ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{2}$ করতে হবে ☐ (ঘ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{4}$ করতে হবে ☐
- ৩৭। একটি সেকেন্ড দোলকের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে যেতে সময় লাগে— [ব. বো. ২০১৫]
- (ক) 0.5 s ☐ (খ) 1 s ☐
 (গ) 1.5 s ☐ (ঘ) 2 s ☐

- ৩৮। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণের সমীকরণ— [ব. বো. ২০১৫]
- (ক) $a = A \sin \omega t$ ☐ (খ) $a = A \omega \cos \omega t$ ☐
- (গ) $a = -A \omega^2 \sin \omega t$ ☐ (ঘ) $a = -A \omega^2 \cos \omega t$ ☐
- ৩৯। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত ১ : ২ হলে, এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত? [সি. বো. ২০১৫]
- (ক) $1 : \sqrt{2}$ ☐ (খ) $1 : 2$ ☐
- (গ) $1 : 4$ ☐ (ঘ) $2 : 1$ ☐
- ৪০। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ সরণ কত হবে? [য. বো. ২০১৬]
- (ক) $x_{max} = A$ ☐ (খ) $x_{max} = \omega^2 A$ ☐
- (গ) $x_{max} = \omega A$ ☐ (ঘ) $x_{max} = \omega^2 x$ ☐
- ৪১। সরল দোলকের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়— [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) মুক্তিবৈগ ☐ (খ) পাহাড়ের উচ্চতা ☐
- (গ) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ☐ (ঘ) পৃথিবীর আবর্তন বেগ ☐
- ৪২। একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক— [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) ০.৫ Hz ☐ (খ) ১ Hz ☐
- (গ) ২ Hz ☐ (ঘ) ৪ Hz ☐
- ৪৩। মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক কত হবে? [য. বো. ২০১৫]
- (ক) ০ Hz ☐ (খ) ১ Hz ☐
- (গ) ২ Hz ☐ (ঘ) অসীম ☐
- ৪৪। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি সম্পন্ন কোনো কণার ক্ষেত্রে— [চ. বো. ২০১৬]
- (i) কণার বেগ সাম্যাবস্থানে সর্বোচ্চ হয় (ii) সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ হ্রাস পায়
- (iii) বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও iii ☐ (খ) i ও ii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৪৫। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার ক্ষেত্রে $\frac{1}{2} k A^2$ হচ্ছে—
- (i) সর্বোচ্চ গতিশক্তি (ii) সর্বোচ্চ বিভব শক্তি (iii) মোট শক্তি
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও iii ☐ (খ) i ও ii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৪৬। দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে যা ঘটে তা হলো, ঘড়িটি— [ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৬]
- (i) সময় লাভ করবে (ii) সময় হারাতে (iii) ধীরে চলবে
- নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐
- ৪৭। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ— [সি. বো. ২০১৬]
- (i) মধ্যবিন্দুতে সর্বোচ্চ (ii) সর্বোচ্চ সরণে শূন্য (iii) সাম্যাবস্থায় সর্বনিম্ন

নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ☐
 (গ) i ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৪৮। সরল দোলনগতির উদাহরণ—

(i) সেকেন্ড দোলক (ii) উল্লম্ব স্প্রিং (iii) হাত পাখা
 নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৪৯। সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির সম্পর্কের ক্ষেত্রে। নিম্নোক্ত ধারণা হলো—

(i) সরল দোলন গতির বিস্তার বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়
 (ii) সুযম বৃত্তাকার গতি এবং সরল দোলন গতির পর্যায়কাল একই হয়
 (iii) সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং সুযম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয় না
 নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৫০। সরল দোলন গতির বিশেষ ও গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ হলো—

(i) উল্লম্ব স্প্রিং-এর গতি (ii) তাৎক্ষণিক গতি (iii) সরল দোলকের গতি
 নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৫১। একটি সরল দোলককে ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহের ভেতরে নিলে—

(i) অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হবে (ii) দোলনকাল অসীম হবে (iii) দোলকটি স্থির থাকবে
 নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৫২। কম্পাঙ্কের একক হলো—

(i) cycle s^{-1} (ii) cycle s (iii) hertz
 নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
 (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

নিম্নের উদ্দীপকটির আলোকে ৫৩ নং ও ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ, $x = \sqrt{3} \sin 2\pi t$

৫৩। কণাটির পর্যায়কাল কত ?

- (ক) 1s ☐ (খ) 0.5 s ☐
 (গ) 2 s ☐ (ঘ) 2π s ☐

৫৪। সাম্যাবস্থা থেকে 1m দূরে গতিশক্তি ও বিভব শক্তির অনুপাত—

- (ক) 2 : 1 ☐ (খ) 1 : 2 ☐
 (গ) $1 : \sqrt{3}$ ☐ (ঘ) $\sqrt{3} : 1$ ☐

একটি সরল দোলকের বিস্তার A এবং দোলনকাল T , দোলকটি $x = \frac{A}{2}$ সরণের সময়কাল t সেকেন্ড।

নিম্নোক্ত ৫৫ নং ও ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[চ. বো. ২০১৭]

৫৫। দোলকটির সর্বোচ্চ বেগ—

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| (ক) $\frac{2\pi}{T}$ | <input type="radio"/> | (খ) $\frac{2\pi A}{T}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $\frac{\pi A}{T}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $\frac{\pi A}{2T}$ | <input type="radio"/> |

৫৬। উদ্দীপকের সময়কাল $t =$ কত?

- | | | | |
|-------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|
| (ক) $\frac{T}{2}$ | <input type="radio"/> | (খ) $\frac{T}{4}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $\frac{T}{8}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $\frac{T}{12}$ | <input type="radio"/> |

সরলহর্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ হলো $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল $= 30$ s এবং আদি সরণ $= 5$ cm। ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

[কু. বো. ২০১৫]

৫৭। কোনো কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক হলো—

- | | | | |
|---|-----------------------|---|-----------------------|
| (ক) $\frac{\pi}{2} \text{ rad s}^{-1}$ | <input type="radio"/> | (খ) $\frac{\pi}{4} \text{ rad s}^{-1}$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $\frac{\pi}{12} \text{ rad s}^{-1}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $\frac{\pi}{15} \text{ rad s}^{-1}$ | <input type="radio"/> |

৫৮। কণার সর্বোচ্চ বেগ হলো—

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|
| (ক) 3.14 m s^{-1} | <input type="radio"/> | (খ) 2.09 m s^{-1} | <input type="radio"/> |
| (গ) 1.04 m s^{-1} | <input type="radio"/> | (ঘ) -28 m s^{-1} | <input type="radio"/> |

একটি সেকেন্ড দোলকের সিলিন্ডার আকৃতির বব পানিপূর্ণ অবস্থায় আছে। ববের দৈর্ঘ্য 8 cm। ৫৯ ও ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

[ব. বো. ২০১৫]

৫৯। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত?

- | | | | |
|--------------|-----------------------|--------------|-----------------------|
| (ক) 95 cm | <input type="radio"/> | (খ) 99 cm | <input type="radio"/> |
| (গ) 103 cm | <input type="radio"/> | (ঘ) 107 cm | <input type="radio"/> |

৬০। ববটি অর্ধেক খালি করলে, এক্ষেত্রে দোলনকাল হবে—

- | | | | |
|--------------|-----------------------|--------------|-----------------------|
| (ক) 1.99 s | <input type="radio"/> | (খ) 2 s | <input type="radio"/> |
| (গ) 2.01 s | <input type="radio"/> | (ঘ) 2.03 s | <input type="radio"/> |

৬১। একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার কৌণিক কম্পাঙ্ক হবে—

[বুয়েট ২০১৩-২০১৪]

- | | | | |
|---------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|
| (ক) 1.0 rev/s | <input type="radio"/> | (খ) 0.5 rev/s | <input type="radio"/> |
| (গ) 0.017 rev/s | <input type="radio"/> | (ঘ) 60.0 rev/s | <input type="radio"/> |

৬২। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য কতগুণ বাড়াতে হবে?

[কুয়েট ২০১৭-২০১৮; রা. বি. ২০১৭-২০১৮]

- | | | | |
|----------------|-----------------------|----------------|-----------------------|
| (ক) 1.25 গুণ | <input type="radio"/> | (খ) 1.52 গুণ | <input type="radio"/> |
| (গ) 1.35 গুণ | <input type="radio"/> | (ঘ) 1.75 গুণ | <input type="radio"/> |

৬৩। কোনো ব্যক্তি একটি স্থির লিফটের ভিতরে একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল পান T । যদি লিফট $g/3$ ত্বরণে উপরে উঠতে থাকে তাহলে পর্যায়কাল হবে— [বুয়েট ২০০৬-২০০৭; চুয়েট ২০১২-২০১৩; রা. বি. ২০১২-২০১৩]

- | | | | |
|--------------------------|-----------------------|----------------------------|-----------------------|
| (ক) $\sqrt{3} T$ | <input type="radio"/> | (খ) $\frac{\sqrt{3}}{2} T$ | <input type="radio"/> |
| (গ) $\frac{T}{\sqrt{3}}$ | <input type="radio"/> | (ঘ) $\frac{T}{3}$ | <input type="radio"/> |

- ৬৪। একটি দোলক ঘড়ি পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে কী ঘটবে? [বুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- (ক) সময় লাভ করবে ☐ (খ) সময় হারাবে ☐
- (গ) সময় একই থাকবে ☐ (ঘ) ঘড়ি বন্ধ হয়ে যাবে ☐
- ৬৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য তিনগুণ বৃদ্ধি করা হলে দোলনকাল কত হবে? [কুয়েট ২০১২-২০১৩]
- (ক) ৪ s ☐ (খ) ৫ s ☐
- (গ) ৬ s ☐ (ঘ) ১৬ s ☐
- ৬৬। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ। দ্বিতীয় সরল দোলকের দোলনকাল ৩ s হলে প্রথমটির দোলনকাল কত? [রুয়েট ২০১৩-২০১৪; কুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- (ক) ৪.২৪ s ☐ (খ) ৪.৫৪ s ☐
- (গ) ৫.৫৪ s ☐ (ঘ) ৫.২৪ s ☐
- ৬৭। একটি দোলকের দোলনকাল ২ s এর বেশি। ফলে তা দৈনিক ২০ s ধীরে চলে। এর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে ঠিক ২ s দোলনকালে দুলবে? [চুয়েট ২০১৫-২০১৬, ২০১০-২০১১]
- (ক) ২০% ☐ (খ) ১৯৯% ☐
- (গ) ০.০৪৬% ☐ (ঘ) ২০০% ☐
- ৬৮। একটি সরল দোলকের পর্যায়কাল দ্বিগুণ করতে হলে এর দৈর্ঘ্য অবশ্যই— [কুয়েট ২০০৫-২০০৬]
- (ক) $\frac{1}{3}$ কমাতে হবে ☐ (খ) $\frac{1}{2}$ কমাতে হবে ☐
- (গ) ২ গুণ বাড়াতে হবে ☐ (ঘ) ৪ গুণ বাড়াতে হবে ☐
- ৬৯। L দৈর্ঘ্য ও k স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে কেটে সমান চার টুকরা করা হলে, প্রতি টুকরা স্প্রিং-এর ধ্রুবক হবে— [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) $\frac{k}{4}$ ☐ (খ) $\frac{k}{2}$ ☐
- (গ) $2k$ ☐ (ঘ) $4k$ ☐
- ৭০। ৪০ cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক প্রতি মিনিটে ৪০ দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য ১৬০ cm করা হয়, তবে ৬০ বার দুলতে কত সময় নেবে? [[রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) ৩ min ☐ (খ) ৬ min ☐
- (গ) ৯ min ☐ (ঘ) ১২ min ☐
- ৭১। একটি সরল দোলককে পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতায় নেওয়া হলে দোলনকাল কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? [শা. বি. প্র. বি. ২০০৯-২০১০]
- (ক) $\frac{1}{4}$ ☐ (খ) $\frac{1}{2}$ ☐
- (গ) ২ ☐ (ঘ) ৪ ☐
- ৭২। সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ কোনটি? [শা. বি. প্র. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $y = A \sin(kx - \omega t)$ ☐ (খ) $y = A \sin(vt - x)$ ☐
- (গ) $y = a \cos(\omega t + \delta)$ ☐ (ঘ) $y = A \cos(kx + \delta)$ ☐
- ৭৩। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো বস্তুর সরণ ও গতির মধ্যে দশা পার্থক্য হবে— [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- (ক) $\frac{\pi}{2}$ ☐ (খ) π ☐
- (গ) ০ ☐ (ঘ) $\frac{\pi}{3}$ ☐

৭৪। একটি স্প্রিং (বল ধ্রুবক k) কে কেটে দুই অংশে এমনভাবে ভাগ করা হলো যে একটির দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ।
অধিকতর লম্বা স্প্রিংটির ধ্রুবক বলের মান কত? [বুয়েট ২০০৯-২০১০]

- (ক) $\frac{2}{3}k$ ☐ (খ) $\frac{3}{2}k$ ☐
(গ) $3k$ ☐ (ঘ) $2k$ ☐

৭৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে এর দোলনকাল কত হবে? [কুয়েট ২০০৮-২০০৯; ই. বি. ২০১৭-২০১৮]

- (ক) 2 ☐ (খ) $2\sqrt{2}$ ☐
(গ) 4 ☐ (ঘ) $\sqrt{2}$ ☐

৭৬। কুমিল্লায় অবস্থিত একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে অবস্থিত দোলকের চেয়ে 10% বেশি হলে কোনো বস্তুকে রাজশাহী থেকে কুমিল্লা নেওয়া হলে তার ওজন কত হবে? [রয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) 10% বেশি ☐ (খ) 10% কম ☐
(গ) সমান থাকবে ☐ (ঘ) 101/2 বেশি ☐

৭৭। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 0.1 m, পর্যায়কাল 4 s এবং আদিদশা 30° । উক্ত কণাটির দোলনগতির সমীকরণ কোনটি? [খ. বি ২০১৪-২০১৫]

- (ক) $x = 0.3 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ☐ (খ) $x = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ☐
(গ) $x = 0.1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ☐ (ঘ) $x = 1.0 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{6}\right)$ ☐

৭৮। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটি একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্ক হবে— [জা. বি. ২০১১-২০১২]

- (ক) 1.11 Hz ☐ (খ) 11.1 Hz ☐
(গ) 2.11 Hz ☐ (ঘ) 21.1 Hz ☐

৭৯। একটি বস্তু 4 cm বিস্তারে সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন করছে। সাম্যাবস্থা থেকে কত দূরত্বে বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি সমান হবে? [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]

- (ক) $\sqrt{2}$ cm ☐ (খ) $2\sqrt{2}$ cm ☐
(গ) 2 cm ☐ (ঘ) 1 cm ☐

৮০। কোনো কম্পাঙ্কের সরল দোলনগতির ত্বরণ a এবং সরণ x -এর সম্পর্কটি $a = -\omega^2 x$ সমীকরণের সাথে সম্পর্কিত? [বুয়েট ২০১১-২০১২]

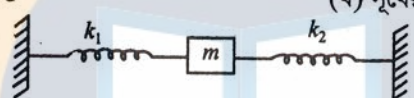
- (ক) ω ☐ (খ) $2\pi\omega$ ☐
(গ) $\frac{\omega}{2\pi}$ ☐ (ঘ) $\frac{2\pi}{\omega}$ ☐

৮১। একটি বস্তু $x = 2 \cos(50t)$ অনুসারে সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে, যেখানে x -এর পরিমাপ মিটারে এবং t -এর পরিমাপ সেকেন্ডে। এর সর্বোচ্চ বেগ m s^{-1} এককে হবে— [বুয়েট ২০১২-২০১৩]

- (ক) $100 \sin(50t)$ ☐ (খ) $100 \cos(50t)$ ☐
(গ) 100 ☐ (ঘ) 200 ☐

৮২। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.02 m s^{-1} এবং কণাটির বিস্তার 5 mm হলে কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [কুয়েট ২০১৬-২০১৭]

- (ক) 1.26 s ☐ (খ) 1.36 s ☐
(গ) 1.52 s ☐ (ঘ) 1.57 s ☐

- ৮৩। দুটি স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে 9.8 m s^{-2} ও 9.78 m s^{-2} হলে, ঐ দুই স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য কত হবে? [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 0.005 m (খ) 0.003 m
(গ) 0.002 m (ঘ) 0.004 m
- ৮৪। যদি কোনো পাহাড়ের শীর্ষে এবং খনির গভীরে সরল দোলকের দোলনকাল সমান হয়, তাহলে পাহাড়ের উচ্চতা ও খনির গভীরতার অনুপাত হবে— [খু. বি. ২০১২-২০১৩]
- (ক) $3 : 4$ (খ) $4 : 3$
(গ) $1 : 2$ (ঘ) $2 : 1$
- ৮৫। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz । বস্তুটির সরণ $5 \times 10^{-3} \text{ m}$ হলে, এর গতিবেগ কত? [কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 0.755 m s^{-1} (খ) 0.653 m s^{-1}
(গ) 6.52 m s^{-1} (ঘ) 0.564 m s^{-1}
- ৮৬। সরল দোলকের সাম্যাবস্থায় সর্বোচ্চ হয়— [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) ত্বরণ (খ) সরণ
(গ) প্রত্যায়নী বল (ঘ) বেগ
- ৮৭। নিচের কোনটি দোলনগতির উদাহরণ? [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]
- (ক) ঘড়ির কাঁটার গতি (খ) সুরশলাকার গতি
(গ) বৈদ্যুতিক পাখার গতি (ঘ) সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি
- ৮৮।
- 
- চিত্রে m ভরের বস্তুটিকে টেনে ছেড়ে দিলে স্পন্দনের কম্পাঙ্ক হবে— [ঢা. বো. ২০১৭, ২০১৯; চ. বো. ২০১৭]
- (ক) $f = \frac{1}{\alpha\pi} \sqrt{\frac{k_1 - k_2}{m}}$ (খ) $f = \frac{1}{\alpha\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$
(গ) $f = \frac{1}{\alpha\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 - k_2}}$ (ঘ) $f = \frac{1}{\alpha\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$
- ৮৯। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দনরত বস্তুকণার বিস্তার A ও সরণ x হলে ত্বরণ সর্বনিম্ন হবে— [য. বো. ২০১৯]
- (ক) $x = A$ অবস্থানে (খ) $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে
(গ) $x = \frac{A}{4}$ অবস্থানে (ঘ) $x = 0$ অবস্থানে
- ৯০। একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক— [সি. বো. ২০১৯]
- (ক) 0.25 Hz (খ) 0.5 Hz
(গ) 1 Hz (ঘ) 1 Hz
- বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(গ)	২।(গ)	৩।(খ)	৪।(ঘ)	৫।(ঘ)	৬।(খ)	৭।(গ)	৮।(খ)	৯।(খ)	১০।(খ)
১১।(গ)	১২।(গ)	১৩।(খ)	১৪।(খ)	১৫।(খ)	১৬।(গ)	১৭।(খ)	১৮।(খ)	১৯।(ঘ)	২০।(ক)
২১।(খ)	২২।(ঘ)	২৩।(খ)	২৪।(গ)	২৫।(ক)	২৬।(খ)	২৭।(ক)	২৮।(গ)	২৯।(ক)	৩০।(খ)
৩১।(ক)	৩২।(গ)	৩৩।(খ)	৩৪।(ঘ)	৩৫।(ঘ)	৩৬।(ঘ)	৩৭।(খ)	৩৮।(গ)	৩৯।(গ)	৪০।(ক)
৪১।(খ)	৪২।(ক)	৪৩।(ঘ)	৪৪।(ঘ)	৪৫।(ঘ)	৪৬।(গ)	৪৭।(ক)	৪৮।(ক)	৪৯।(ক)	৫০।(খ)
৫১।(ঘ)	৫২।(খ)	৫৩।(ক)	৫৪।(ক)	৫৫।(খ)	৫৬।(গ)	৫৭।(ঘ)	৫৮।(খ)	৫৯।(খ)	৬০।(গ)
৬১।(গ)	৬২।(ক)	৬৩।(খ)	৬৪।(খ)	৬৫।(ক)	৬৬।(ক)	৬৭।(গ)	৬৮।(ঘ)	৬৯।(ঘ)	৭০।(ক)
৭১।(গ)	৭২।(গ)	৭৩।(ক)	৭৪।(খ)	৭৫।(খ)	৭৬।(ক)	৭৭।(গ)	৭৮।(ক)	৭৯।(খ)	৮০।(গ)
৮১।(গ)	৮২।(ঘ)	৮৩।(গ)	৮৪।(গ)	৮৫।(খ)	৮৬।(ঘ)	৮৭।(খ)	৮৮।(ঘ)	৮৯।(ঘ)	৯০।(খ)

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

- ১। সরলরৈখিক গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ মানে ও দিকে ধ্রুব থাকে। বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ মানে ধ্রুব থাকলেও এর দিক পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ পর্যায়বৃত্তভাবে মানে ও দিকে পরিবর্তিত হয়। স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণ সরণের উপর নির্ভর করে। ত্বরণ ও সরণের মানের মধ্যে সবচেয়ে সহজ সম্পর্ক হতে পারে, কোনো কণার ত্বরণ a , তার সরণ x এর সমানুপাতিক।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. সরল দোলন গতি কী ?
খ. সরল দোলক বলতে কী বোঝ ?
গ. কোনো সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ 6.24 cm s^{-1} হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ?
ঘ. সরল দোলন গতির জন্য একটি অন্তরক সমীকরণ নির্ণয় করে যথাযথ যুক্তির সাহায্যে দেখাও যে,
 $x = A \sin(\omega t + \delta)$ এই সমীকরণের একটি সমাধান।
- ২। সরল দোলন গতিসম্পন্ন 0.2 kg ভরের একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 5 \sin(\omega t + \delta)$ । কণাটির পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 0.05 m।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী ?
খ. সকল সরল দোলন গতি পর্যাবৃত্ত গতি কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত গতি সরল দোলন গতি নয়—ব্যাখ্যা কর।
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক ও আদি দশা নির্ণয় কর।
ঘ. এই সমীকরণ সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সমীকরণ—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
- ৩। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ $x = A \sin(\omega t + \delta)$ । এখানে কণাটির ভর $m = 1 \text{ kg}$, বিস্তার $A = 10 \text{ m}$, কৌণিক কম্পাঙ্ক $\omega = 1 \text{ rad s}^{-1}$ এবং আদি দশা $\delta = 0.573^\circ$ ।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. পর্যায়কাল কী ?
খ. বিস্তার বলতে কী বুঝ ?
গ. উদ্দীপকের কণাটির বেগ ও ত্বরণের জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।
ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ গতিশক্তি ও বিভব শক্তি সমান। উদ্দীপকের কণার ক্ষেত্রে এই মান কত ?
- ৪। $x = 10 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ মিটার একটি কণার গতির সমীকরণ। কণাটি 5 সেকেন্ডে একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব গেল।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
ক. দশা কী ?
খ. সরল দোলন গতির উদাহরণ দাও।
গ. দেখাও যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত সমীকরণটি সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।
ঘ. প্রদত্ত সময় শেষে কণাটির ত্বরণের মান গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।
- ৫। নুসরাত একটি হালকা সুতার সাহায্যে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি ভারী বস্তু ঝুলিয়ে দিল। দেখা গেল এটি সোজা হয়ে ঝুলে রইল। তার ছোট ভাই এসে জিজ্ঞেস করল আপু তুমি কী করছ ? সে বললো আমি একটি সরল দোলক দিয়ে পরীক্ষা করব যে, $\frac{L}{T^2}$ ধ্রুব কি-না ?

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলক কী ?

খ. বৈশিষ্ট্যসহ সরল ছন্দিত স্পন্দন কী তা ব্যাখ্যা কর।

গ. চন্দ্রপৃষ্ঠে ও পৃথিবীপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 16 : 81 পৃথিবীর পৃষ্ঠে 'g' এর মান 9.81 m s^{-2} হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে 'g' এর মান কত ?

ঘ. আসলেই কী নুসরাতের সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি ? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে যথাযথ যুক্তি সহকারে তোমার মতামত দাও।

- ৬। মিতু 40 cm দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করলো। এটি প্রতি মিনিটে 40 বার দোলন দেয়। এর দৈর্ঘ্য 160 cm করায় দেখা গেল প্রতি মিনিটে এর দোলন সংখ্যা কমে গেছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কী ?

খ. সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হতে পারে কি ? কেন ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সরল দোলকের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পর দোলকটির দোলন কাল কত হবে ?

ঘ. মিতু যদি তার দোলকের দৈর্ঘ্য না বাড়িয়ে দোলন কাল 50% বাড়াতে চাইতো তাহলে দোলকটির দৈর্ঘ্যের কীরূপ পরিবর্তন করতে হতো—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে নির্ণয় কর।

- ৭। মামুন একটি সরল দোলক তৈরি করলো যার কার্যকরী দৈর্ঘ্য 75 cm এবং ভর 10 g। মামুনের অবস্থানে g এর মান 9.8 m s^{-2} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি লেখ।

খ. সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন কোথায় হবে ? সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বেগের মান কত ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দোলকটির দোলন কালের জন্য একটি রাশিমালা প্রতিপাদন করে এর দোলনকাল নির্ণয় কর।

ঘ. মামুন দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করে এটিকে একটি সেকেন্ড দোলকে রূপান্তর করলো। সেকেন্ড দোলকটিকে প্রথমে 5 km উঁচু একটি পাহাড়ে চুড়ায় এবং পড়ে 5 km গভীর কোনো খনিতে নিয়ে গেলে কোথায় দোলকটি ধীরে চলবে—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

- ৮। একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে আটকে অপর প্রান্তে $\frac{1}{2} \text{ kg}$ এর একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে এটি 10 cm প্রসারিত হলো। বস্তুটিকে একটুখানি টেনে ছেড়ে দিলে এটি দুলতে থাকে। স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক k।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 1800 N m^{-1} বলতে কী বোঝায় ?

খ. সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধানটি লিখ এবং বিভিন্ন রাশির ব্যাখ্যা দাও।

গ. প্রমাণ কর যে, উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর গতি সরল দোলন গতি।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর কম্পাঙ্কের একটি রাশিমালা নির্ণয় করে তার কম্পাঙ্ক বের কর।

- ৯। $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ। এর সমাধান লিখতে বলায় শামীম লিখলো $x = B \cos(\omega t + \alpha)$ এবং রিমঝিম লিখলো $x = C \tan(\omega t + \phi)$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পর্যাবৃত্ত গতি কী ?

খ. কালিক পর্যাবৃত্তি বলতে কী বুঝ ?

গ. দেখাও যে, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে শামীম ও রিমঝিমের সমাধান যথার্থ কি না যাচাই কর।

- ১০। মাসুম উপেক্ষণীয় ব্যাসার্ধের বব নিয়ে 90 cm এবং 80 cm দীর্ঘ সুতা দিয়ে যথাক্রমে A ও B দুটি সরল দোলক তৈরি করলো। B দোলকটির দোলন কাল নির্ণয় করে সে পেল 1.795 s।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

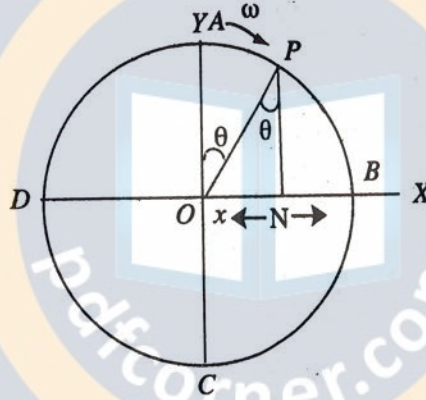
ক. সরল দোলক কী ?

খ. সরল দোলকের দশা বলতে কী বুঝ ?

গ. মাসুমের অবস্থানে g এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. উক্ত অবস্থানে A এর সুতা ব্যবহার করে মাসুম কি একটি সেকেন্ড দোলক তৈরি করতে পারবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর।

- ১১। একটি কণা O বিন্দুকে কেন্দ্র করে 0.02 m ব্যাসার্ধের ABCD বৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাঁটার গতির দিকে 1 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরছে এবং 10 সেকেন্ড সময়ে A বিন্দু থেকে P বিন্দুতে আসে।



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলন গতি কী ?

খ. সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার সরণের সাথে বেগের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত কণাটির X-অক্ষ বরাবর গতির অন্তরক সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

ঘ. যদি কণাটির আদি দশা 0 হয় তবে P বিন্দুতে কণাটির X বরাবর সরণ কত হবে ?

- ১২। সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণার t এর অপেক্ষক হিসেবে সরণের সমীকরণ হচ্ছে $x = A \sin(\omega t + \delta)$ ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সেকেন্ড দোলক কী ?

খ. একটি স্প্রিং এর ক্ষেত্রে পর্যায়কালের সাথে বল ধ্রুবক ও ভরের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

গ. সরণের অপেক্ষক হিসেবে উদ্দীপকে উল্লেখিত কণার বেগের জন্য একটি রাশিমালা নির্ণয় কর।

ঘ. কণাটির গতিশক্তি ও বিভব শক্তি হিসাব করে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, এর মোট শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- ১। পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৭]
- ২। স্থানিক পর্যাবৃত্তি কাকে বলে ?
- ৩। কালিক পর্যাবৃত্তি বলতে কী বোঝায় ? [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৪। সরল দোলন গতির সংজ্ঞা দাও বা বলতে কী বুঝ বা কাকে বলে ? [য. বো. ২০১৫; ২০১৬]
- ৫। সকল সরল দোলন গতি পর্যাবৃত্ত গতি কিন্তু সকল পর্যাবৃত্ত গতি সরল দোলন গতি নয়—ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২০১৬]
- ৬। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে সংজ্ঞা দাও :
(ক) দোলনকাল বা পর্যায়কাল [ঢা. বো. ২০১৬] (খ) কম্পাঙ্ক (গ) বিস্তার (ঘ) দশা [দি. বো. ২০১৫; রা. বো. ২০১৯]
- ৭। পর্যাবৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধ্রুব থাকে ? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]
- ৮। সরল দোলন গতির উদাহরণ দাও।
- ৯। ঘড়ির কাঁটার গতি কি সরল দোলন গতির ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]
- ১০। প্রত্যায়নী বল কাকে বলে ? [কু. বো. ২০১৫]
- ১১। বল ধ্রুবক বা স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে ? [রা. বো. ২০১৯; দি. বো. ২০১৯, ২০১৭]
- ১২। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি লেখ।
- ১৩। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৫]
- ১৪। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটির সমাধানটি লেখ।
- ১৫। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ প্রতিপাদন কর এবং সমাধান উল্লেখ কর।
- ১৬। দেখাও যে, $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের একটি সমাধান।
- ১৭। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ নির্ণয় কর।
- ১৮। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে কণার বেগ ও ত্বরণের জন্য সমীকরণ নির্ণয় কর।
- ১৯। সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর বেগ সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন কোথায় হবে ? সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বেগের মান কত ?
- ২০। সরল দোলন গতিসম্পন্ন ত্বরণ কোন অবস্থানে সবচেয়ে বেশি হয় ?
- ২১। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার দোলনকাল এর সরণ ও ত্বরণের সাথে কী রূপে সম্পর্কিত ?
- ২২। সরল দোল গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ কি না ? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]
- ২৩। সরল স্পন্দন গতিসম্পন্ন বস্তুর গতি শক্তি ও বিভব শক্তির সাথে সরণের সম্পর্ক কী ?
- ২৪। সরল দোলন গতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে দেখাও যে, এর সর্বাধিক বিভব শক্তির মান $\frac{1}{2}kA^2$ ।
- ২৫। সরল দোলন গতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে দেখাও যে, এর সর্বাধিক গতি শক্তির মান $\frac{1}{2}kA^2$ ।
- ২৬। সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে কণার বিভব শক্তি ও গতি শক্তির রাশিমালা নির্ণয় কর।
- ২৭। দেখাও যে, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার মোট শক্তি $E = \frac{1}{2}kA^2$ বা, তার দোলনের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।
- ২৮। লেখচিত্রের সাহায্যে সরল দোলন গতিতে পর্যায়কালের বিভিন্ন বিন্দুতে বিভব শক্তি ও গতি শক্তির তারতম্য বর্ণনা কর এবং দেখাও যে, তাদের সমষ্টি সর্বদা ধ্রুব থাকে।
- ২৯। দেখাও যে, যেকোনো মুহূর্তে সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতিশক্তি ও বিভব শক্তির যোগফল ধ্রুব থাকে।

- ৩০। একটি স্প্রিং-এর ক্ষেত্রে পর্যায়কালের সাথে বল ধ্রুবক ও ভরের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।
- ৩১। স্প্রিংজনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{e}{g}}$ ।
- ৩২। সরল দোলক কাকে বলে ?
- ৩৩। সরল দোলকের ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত রাশিগুলোর সংজ্ঞা দাও :
(ক) বব (খ) ঝুলন বিন্দু (গ) কার্যকরী দৈর্ঘ্য (ঘ) পূর্ণ দোলন (ঙ) বিস্তার (চ) দোলনকাল (ছ) কম্পাঙ্ক (জ) দশা।
- ৩৪। সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৬]
- ৩৫। দোলনরত একটি সরল দোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না কেন ? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]
- ৩৬। দেখাও যে, স্বল্প বিস্তারে স্পন্দিত সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি।
- ৩৭। সরল দোলকের দোলনকালের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
- ৩৮। সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয় কেন ? [সি. বো. ২০১৯]
- ৩৯। সেকেন্ড দোলক কী বা কাকে বলে ?
- ৪০। সেকেন্ড দোলক অবশ্যই সরল দোলক কিন্তু সরল দোলক সেকেন্ড দোলক হতেও পারে নাও হতে পারে—ব্যাখ্যা কর।
- ৪১। একটি দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে এটি সঠিক সময় দিবে কী ? [রা. বো. ২০১৯]
- ৪২। পৃথিবীর কেন্দ্রে সরল দোলকের দোলনকাল কীরূপ হবে?—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৪৩। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৪৪। দেখাও যে, “কোনো বৃত্তের ব্যাসের উপর ঐ বৃত্ত বরাবর সমকৌণিক গতির অভিক্ষেপকে সরল ছন্দিত স্পন্দন”—বিবেচনা করা যেতে পারে।
- ৪৫। গ্রীষ্মকালে দোলনঘড়ি ধীরে চলে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৭; অভিনু প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৪৬। সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কিনা ? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

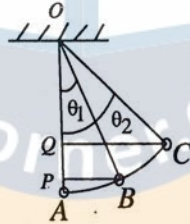
- ১। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.2 m s^{-1} । কণাটির বিস্তার 0.004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ? [উ: 0.1256 s]
- ২। একটি 2.5 kg ভরের বস্তু প্রতি সেকেন্ডে 3 বার সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। যখন সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণ হয় 5 cm তখন এর ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল পুনরানয়ন বল হিসাব কর। [উ: -17.75 m s^{-2} ; 44.37 N]
- ৩। 0.05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 2 s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি নির্ণয় কর। [উ: 0.628 m s^{-1}]
- ৪। যখন 1.000 kg এর একটি প্রমাণ ভর উপেক্ষণীয় ভরের একটি উল্লম্ব স্প্রিং-এর সাথে সংযুক্ত করা হয়, তখন তার পর্যায়কাল হয় 1.43 s । যখন অন্য একটি অজ্ঞাত ভর প্রমাণ ভরের বস্তুকে প্রতিস্থাপিত করে তখন পর্যায়কাল হয় 1.85 s । নির্ণয় কর (ক) অজ্ঞাত ভর (খ) স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক। [উ: (ক) 1.67 kg (খ) 19.3 N m^{-1}]
- ৫। 20.0 kg ভরের এক শিশু 3.0 m দৈর্ঘ্যের দোলনা 0.2 m বিস্তারে দুলতে থাকে। নির্ণয় কর :
(ক) পর্যায়কাল এবং কম্পাঙ্ক f (খ) শিশুটির সর্বোচ্চ বেগ। [উ: (ক) 3.46 s ; 0.29 Hz (খ) 0.36 m s^{-1}]
- ৬। 99 cm লম্বা সুতার সাহায্যে 1.8 cm ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলক বেঁধে তৈরি একটি সরল দোলক দুলতে দিলে এর দোলনকাল কত হবে ? ($g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$) [উ: 2.004 s]
- ৭। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 s । যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হয় তবে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য বের কর। [উ: 80.43 cm]

- ৮। একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য ৯৯ cm এবং দোলনকাল ২ s। যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} হয় তবে দোলকপিণ্ডের ব্যাসার্ধ বের কর। [উ: 0.29 cm]
- ৯। ৪০ cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক এক মিনিটে ৪০ বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য ১৬০ cm করা হয় তবে ৬০ বার দুলতে কত সময় নেবে বের কর। [উ: ৩ min] [ঢা. বো. ২০০৮; রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ১০। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত ৩ : ২ হলে এদের দৈর্ঘ্যের তুলনা কর। [উ: ৯ : ৪]
- ১১। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত ১৬ : ২৫ হলে এদের দোলনকালের অনুপাত বের কর। [উ: ৪ : ৫]
- ১২। একটি সরল দোলক A এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B এর দৈর্ঘ্যের ৪ গুণ। দোলক B এর দোলনকাল ২ s হলে এর দোলনকাল কত হবে? [উ: ৪ s]
- ১৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৪১ : ১৬। পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g'-এর মান 9.81 m s^{-2} হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে 'g'-এর মান কত? [উ: 1.94 m s^{-2}] [ঢা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- ১৪। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য যদি ২.৫ গুণ বৃদ্ধি করা হয়, তবে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। [উ: ৩.৭৪ s]
- ১৫। একটি সেকেন্ড দোলককে মঙ্গলপৃষ্ঠে নেয়া হলো। মঙ্গলপৃষ্ঠে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। মঙ্গলের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের ০.১০৭ এবং ০.৫৩ গুণ। [উ: ৩.২৪ s]
- ১৬। কোনো সুউচ্চ পাহাড়ে নিয়ে যাওয়ায় একটি সরলদোলক ১০ ঘণ্টায় ১১৯০ টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করলো। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠে দোলকটি ৩ s-এ একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ ৬৪০০ km এবং সর্বোচ্চ শৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা ৮.৮৫৪ km। [ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2}]
- (ক) সরলদোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- (খ) পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় কত উচ্চ বা নিচু ছিল তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।
- [উ: (ক) ২.২৩ m; (খ) পাহাড়টির উচ্চতা ৫.৩৩৩ km অর্থাৎ

এভারেস্টের চেয়ে $4.854 \text{ km} - 5.333 \text{ km} = 3.521 \text{ km}$ নিচু ছিল।]

[ঢা. বো. ২০১৭]

১৭।



চিত্রে একটি সরল দোলক যার সুতার দৈর্ঘ্য ১.১ m এবং ববের ব্যাসার্ধ ১.৫ cm ভর ৬০ gm এবং OA সাম্যাবস্থান। চিত্রে $QC = 3 \text{ cm}$ এবং $PB = 2 \text{ cm}$ [$g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$]

(ক) সরল দোলকটির দোলনকাল হিসাব কর।

(খ) সরল দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[উ: ২.১২ s; (খ) A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মান যথাক্রমে, ০, $1.05 \times 10^{-2} \text{ N}$ এবং $1.58 \times 10^{-2} \text{ N}$]

[কু. বো. ২০১৭]

- ১৮। একদল শিক্ষার্থী পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে ৫০০ gm ভরের একটি বস্তুকে তারের প্রান্তে আংটায় ঝুলিয়ে দোল দিল। তারা দেখল যে, এটি প্রতি সেকেন্ডে ৫ বার স্পন্দিত হচ্ছে। বস্তুটির সর্বাধিক সরণ ৫ cm এবং বিস্তার ১০ cm।

(ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত হবে?

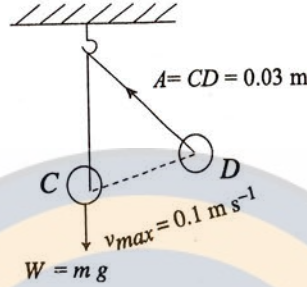
(খ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের ১০ গুণ হবে—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[উ: (ক) 2.72 m s^{-1} ; (খ) বস্তুর ওজন ৪.৯ N এবং সরণের জন্য ক্রিয়ারত বল ৪৯ N অর্থাৎ ক্রিয়ারত বল ওজনের ১০ গুণ হবে।]

[রা. বো. ২০১৭]

- ১৯। সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল একটি কণার ভর 100 gm কণাটির সর্বাধিক বিস্তার 10 cm। সাম্যাবস্থান হতে সর্বাধিক বিস্তারের অবস্থানে পৌছাতে সময় লাগে 0.5 সে।
 (ক) উদ্দীপকের কণাটির 8 cm সরণে বেগ নির্ণয় কর।
 (খ) সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।
 [উ: (ক) 0.188 ms^{-1} ; (খ) সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি এবং বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তির মান $3.158 \times 10^{-3} \text{ J}$ অর্থাৎ গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির মান সমান।] [চ. বো. ২০১৭]

২০।



আদিবা পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সরল দোলক (চিত্রানুযায়ী) নিয়ে কাজ করছিল। সে একটি নির্দিষ্ট সরণে সাম্যাবস্থা থেকে সরল দোলকটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সমান পেল।

(ক) উদ্দীপকের সরল দোলকটির পর্যায়কাল কত?

(খ) আদিবার পরীক্ষায় লব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য কিনা—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 1.885 s; (খ) সাম্যাবস্থা থেকে $\frac{A}{\sqrt{2}}$ বা, 0.2 m সরণে দোলকটির বিভব শক্তি ও গতি শক্তি সমান।

অর্থাৎ আদিবার পরীক্ষালব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য।]

[সি. বো. ২০১৭]

- ২১। A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m এবং B স্থানে 0.9 m। দোলকে ব্যবহৃত ববের ব্যাসার্ধ 0.75 cm।

(ক) A দোলকটির ববের কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

(খ) A-হতে B-তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন বাড়বে না, কমবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

[উ: (ক) $3.1416 \text{ rad s}^{-1}$; (খ) B স্থানে ওজন A স্থানের ওজনের 0.9 গুণ। অর্থাৎ A হতে B-তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে ওজন কমবে।] [দি. বো. ২০১৭]

- ২২। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন একটি বস্তুর বেগ 3 m s^{-1} যখন সরণ 4 m এবং বেগ 4 m s^{-1} যখন সরণ 3 m।

(ক) দোলনের বিস্তার ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

(খ) বস্তুটির ভর 50 kg হলে, দোলনের মোটশক্তি নির্ণয় কর।

[উ: (ক) 5 m, 6.28 s; (খ) 625.66 J]

[বুয়েট ২০০৫–২০০৬]

- ২৩। একটি বস্তুকণা সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলছে যার গতির সমীকরণ $x = 6 \cos \left(3\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ m}$; $t = 2 \text{ s}$ পরে বস্তুটির সরণ, বেগ ও ত্বরণ কত? [উ: 3 m, -48.97 m s^{-1} , -266.48 m s^{-2}] [কুয়েট ২০০৬–২০০৭]

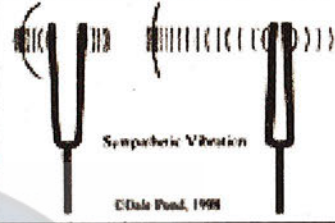
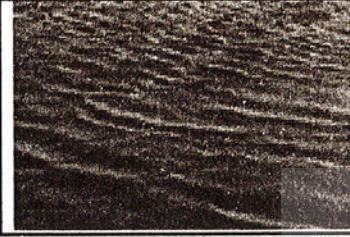
- ২৪। $3 \frac{d^2x}{dt^2} + 27x = 0$ সমীকরণটি একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন বর্ণনা করে। এই স্পন্দনের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত?

[উ: 3 rad] [ঢা. বি. ২০১৫–২০১৬, ২০১৩–২০১৪]

- ২৫। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 20 \sin(\omega t + \delta)$ । এই গতির পর্যায়কাল 30 s এবং আদি সরণ 5 cm হলে কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক, আদি দশা ও 10 s পরে দশা নির্ণয় কর।
[উ: 0.209 rad s^{-1} ; 14.47° ; 134.47°] [কুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ২৬। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে 40 g ভরের একটি বস্তু সরল স্পন্দনে স্পন্দিত হওয়ার সময় বস্তুটি তার সাম্যাবস্থান থেকে সর্বাধিক 12 cm দূরে সরে যাচ্ছে এবং বস্তুটির পর্যায়কাল 1.5 s। স্প্রিং-এর সাম্যাবস্থান থেকে 6 cm দূরের অবস্থানে বস্তুটির দ্রুতি কত?
[উ: 0.435 m s^{-1}] [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ২৭। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্নকারী কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.02 m s^{-1} । কণাটির বিস্তার 5 mm হলে কণাটির পর্যায়কাল কত?
[উ: 1.57 s] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ২৮। একটি বস্তু $x = 3 \cos(40t)$ অনুসারে সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে, যেখানে x -এর পরিমাপ মিটারে এবং t এর পরিমাপ সেকেন্ডে। এর সর্বোচ্চ বেগের মান কত?
[উ: 120 m s^{-1}] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ২৯। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.03 m s^{-1} ও বিস্তার 0.006 m হলে পর্যায়কাল কত?
[উ: 1.26 s] [মা. ভা. বি. প্র. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৩০। একটি ওজন মাপার স্প্রিং নিজের উপর দাঁড়ানোর পর তুমি লক্ষ্য করলে যে সাম্যাবস্থায় আসার পূর্বে নিজের কাঁটাটি সাম্যাবস্থার দুপাশে কয়েকবার দোল খায়। দোলনকাল 0.8 s হলে এবং তোমার ভর 64 kg হলে নিজের স্প্রিং ধ্রুবক কত?
[উ: 3947.84 N m^{-1}] [বুয়েট ২০০১-২০০২]
- ৩১। 1 m কার্যকরী দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের বরের ভর 300 g, দোলকটিকে সাম্যাবস্থা থেকে 60° কোণে নিয়ে গিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। ববটির গতিশক্তি বের কর যখন এটি সাম্যাবস্থা দিয়ে অতিক্রম করে এবং যখন সুতা সাম্যাবস্থার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে।
[উ: 1.47 J; 1.07 J] [কুয়েট ২০০১৫-২০১৬]
- ৩২। একটি লিফটের ছাদ থেকে একটি সরল দোলক ঝুলানো আছে। লিফট চলার সময় এই দোলকের দোলনকাল লিফটের স্থির অবস্থানের তুলনায় যদি অর্ধেক হয় তাহলে লিফটের ত্বরণের মান ও দিক নির্ণয় কর।
[উ: 29.4 m s^{-1} উর্ধ্বমুখী] [কুয়েট ১৯৯৫-১৯৯৬, ২০০৫-২০০৬]
- ৩৩। একটি হালকা স্প্রিংয়ে $50 \times 10^{-3} \text{ kg}$ ঝুলানো হলে, $10 \times 10^{-2} \text{ m}$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে। দোলনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর।
[উ: 0.634 s] [জা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- ৩৪। $I_1 = I_{o1} \sin 300t$ এবং $I_2 = I_{o2} \sin [300(t + T/6)]$ সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত (ক) প্রবাহের মধ্যে দশা পার্থক্য কত? (খ) দ্বিতীয় প্রবাহের দশা কত? (গ) প্রথম প্রবাহের কম্পাঙ্ক কত?
[উ: (ক) 50 T; (খ) 50 T; (গ) $\frac{150}{\pi} \text{ Hz}$ বা 47.75 Hz] [কুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৩৫। সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin\left(12t - \frac{\pi}{3}\right)$, যেখানে y -এর একক মিটার, t এর একক সেকেন্ড এবং দশার একক রেডিয়ান। 6.28 s সময়ে বস্তুটির ত্বরণ কত?
[উ: 1.25 km s^{-2}] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৩৬। সরল দোলনগতি সম্পন্ন কোনো বস্তু কণার গতির সমীকরণ $x = 20 \sin\left(31t - \frac{\pi}{6}\right)$ হলে সর্বাধিক বেগ কত m s^{-1} ?
[উ: 620 m s^{-1}] [শা.বি.প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৩৭। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে উক্ত দোলক দিনে কত সময় হারাবে?
[উ: 428.79 s] [বুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৩৮। একটি পাহাড়ের পাদদেশে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয়। এটিকে পাহাড়ের সর্বোচ্চ শৃঙ্গে নিয়ে গেলে প্রতিদিন 2 মিনিট ধীরে চলে। পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km)।
[উ: 8.9 km] [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৩৯। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য ঢাকায় 100 cm এবং কাঠমুন্ডুতে 95 cm। কোনো বস্তুকে কাঠমুন্ডু হতে ঢাকায় আনলে এর ওজনের কী পরিবর্তন হবে?
[উ: 0.05% বৃদ্ধি পাবে] [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]

- ৪০। যদি কোনো স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1 m হয়, তবে যে দোলক সেই স্থানে প্রতি মিনিটে 2000 দোল দেয় এর দৈর্ঘ্য বের কর।
[উ: 2.25 m] [রুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৪১। পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 s। একে চন্দ্রপৃষ্ঠে নিলে এর দোলনকাল হয় 4.5 s। পৃথিবীর ভর ও চন্দ্রের ভরের অনুপাত 81 হলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও চন্দ্রের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর।
[উ: 4 : 1]
[রুয়েট ২০০৩-২০০৪, ২০১১-২০১২]
- ৪২। কোনো সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 200% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে?
[উ: $2\sqrt{3}$ s]
[বুয়েট ২০০৫-২০০৬; রুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৪৩। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে 95 cm এবং চট্টগ্রামে 100 cm। কোনো বস্তুর ওজন রাজশাহীতে 95 gm-wt হলে চট্টগ্রামে এর ওজন কত? [উ: 100 gm-wt]
[রুয়েট ২০০৯-২০১০, ২০০৬-২০০৭; চুয়েট ২০০৪-২০০৫]
- ৪৪। সরল হ্রদিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 20 \sin(\omega t + \delta)$ । এই গতির পর্যায়কাল 20 s এবং আদি সরণ 5 cm হলে কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক, আদি দশা ও 10 s পরে দশা নির্ণয় কর।
[উ: 0.209 rad s^{-1} ; 14.477° বা, 0.2527 rad ; 134.43° বা 2.346 rad] [রুয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৪৫। একটি বস্তুর সরল হ্রদিত গতি $x = 10 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ m সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। $t = 2$ s সময়ে উক্ত বস্তুর (ক) সরণ, (খ) বেগ ও (গ) ত্বরণ নির্ণয় কর।
[উ: (ক) 67.07 m; (খ) 111.07 m s^{-1} ; (গ) 1744.71 m s^{-2}] [বুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৪৬। প্রমাণ কর যে, একটি প্রাটফর্ম 4.9 m বিস্তারে কাঁপতে শুরু করলে এর উপর একজন মানুষ দাঁড়িয়ে থাকলে, তার পা প্রাটফর্ম হতে আলাদা হবার জন্য প্রাটফর্মের কৌণিক কম্পাঙ্ক $\sqrt{2}$ হতে হবে।
[রুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৪৭। 2 m s^{-1} বেগে চলন্ত 4 kg ভরের একটি বস্তু, স্প্রিংযুক্ত ভারশূন্য ও 100 N m^{-1} স্প্রিং ধ্রুবক সম্পন্ন বাষ্পারের সঙ্গে সংঘর্ষ হয়। স্প্রিংটির সর্বোচ্চ সংকোচন কত হবে?
[উ: 0.4 m] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]
- ৪৮। 2 N m^{-1} স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য সাম্যাবস্থান থেকে 0.1 m বৃদ্ধি করলে এর বিভবশক্তি কত হবে?
[উ: 0.001 J] [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৪৯। একটি 10 m দৈর্ঘ্যের স্কেল ভারকেন্দ্র বরাবর ঝুলিয়ে স্কেলটির একটি দোলন সম্পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে?
[উ: 6.34 s] [য. বি. প্র. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫০। একটি দোলকের দোলনকাল 2 s এর বেশি। ফলে দৈনিক 20 s ধীরে চলে। এর দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করলে ঠিক 2 s দোলনকালে দুলবে?
[উ: দৈর্ঘ্য 0.046% হ্রাস করতে হবে।] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬; কুয়েট ২০১০-২০১১]
- ৫১। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে হলে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কতটুকু পরিবর্তন করতে হবে?
[উ: 125% বাড়তে হবে।] [চুয়েট ২০০৩-২০০৪; সি. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৩; য. বো. ২০০৮; ব. বো. ২০০৮, ২০১২; কু. বো. ২০০৯]
- ৫২। তাপের ফলে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.041 s হলো। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘণ্টায় কত ধীরে চলবে?
[উ: 72.24 s] [রুয়েট ২০০৪-২০০৫]
- ৫৩। যদি 60 kg ওজনের একটি লোক 4 m দৈর্ঘ্যের একটি দোলনায় বসে 3 m বিস্তারে দুলতে থাকে, তাহলে লোকটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি কত?
[উ: 661.5 J] [ঢা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৫৪। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ পরিবর্তন করলে এর দোলনকাল দ্বিগুণ হবে?
[উ: দৈর্ঘ্য 4 গুণ করতে হবে।] [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]
- ৫৫। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 2.5 গুণ বৃদ্ধি করলে এর দোলনকাল কত হবে?
[উ: 3.74 s] [য. বি. প্র. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৫৬। পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 : 16। পৃথিবীপৃষ্ঠে g -এর মান 9.81 m s^{-2} হলে চন্দ্রপৃষ্ঠে g -এর মান কত?
[উ: 1.94 m s^{-2}] [কু. বো. ২০০৭; রা. বো. ২০০৮, ২০১১]

- ৫৭। কোনো স্প্রিং-এর একপ্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্ক কত হবে? [উ: 1.11 Hz] [য. বো. ২০০১; সি. বো. ২০১০]
- ৫৮। A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 98 cm এবং B স্থানে 96 cm। কোনো বস্তুকে A স্থান থেকে B স্থানে নিয়ে গেলে এর ওজন কতগুণ বাড়বে বা কমবে? [উ: $\frac{1}{49}$ গুণ কমবে।]
- ৫৯। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য ঢাকায় 100 cm এবং রাজশাহীতে 96 cm। কোনো বস্তুকে রাজশাহী থেকে ঢাকায় নিলে এর ওজন কতগুণ বাড়বে? [উ: $\frac{1}{24}$ গুণ বাড়বে] [রয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৬০। একটি সেকেন্ড পেডুলাম বিশিষ্ট ঘড়ি প্রতিদিন আধা মিনিট (30 s) লাভ করে। পেডুলামটি সঠিক সময় দিতে হলে এর সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটাতে হবে? ($g = 980 \text{ cm s}^{-2}$) [উ: দৈর্ঘ্য 10006945 গুণ বা, 0.6945% বাড়াতে হবে।] [রয়েট ২০০৭-২০০৮]
- ৬১। ভূ-পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81 m s^{-2} । 8.85 km উঁচু A পাহাড়ের নিকটবর্তী অপর একটি পাহাড় B তে নিয়ে সরল দোলককে দোলালে তা এক ঘণ্টায় 1780 টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে।
(ক) সরল দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত?
(খ) B পাহাড়টির উচ্চতা A পাহাড়ের তুলনায় বেশি উঁচু কি-না—গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।
[উ: (ক) 0.994 m; (খ) B পাহাড়ের উচ্চতা 71.9 km অর্থাৎ B পাহাড়টি A পাহাড়ের তুলনায় বেশি উঁচু।]
[রা. বো. ২০১৯]
- ৬২। রতন কলেজের গ্রীষ্মের ছুটি কাটাতে দাদার বাড়িতে বেড়াতে গিয়ে ধাতব পেডুলামযুক্ত একটি দেয়াল ঘড়ি দেখতে পেল যার পেডুলামটি 1 s সময়ে বাম দিক হতে ডান দিকে যায়। ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে 120 s সময় হারাল। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6450 \text{ km}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$]
(ক) উদ্দীপকের আলোকে পাহাড়ের উচ্চতা কত?
(খ) ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে যাওয়ার পরও দোলনকাল অপরিবর্তিত রাখতে কী ব্যবস্থা নিতে হবে—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।
[উ: (ক) 8.97 km; (খ) দৈর্ঘ্য 0.276 cm কমাতে হবে।] [ঢা. বো. ২০১৯]
- ৬৩। 9.81 m s^{-2} অভিকর্ষজ ত্বরণ বিশিষ্ট কোনো স্থান হতে আবার একটি খনির গভীরে ও একটি পাহাড়ের চূড়ায় একটি সেকেন্ড দোলককে নিয়ে দেখলো, উভয় স্থানে দোলকটি ঘণ্টায় 30 s ধীরে চলে। আবিরের বন্ধু জিসান বলল, এই তথ্যাবলি হতে পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$]
(ক) খনির গভীরে দোলকটির দোলনকাল নির্ণয় কর।
(খ) জিসানের উক্তির সঠিকতা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর।
[উ: (ক) 2.0168 s; (খ) 53.78 km অর্থাৎ জিসানের উক্তি সঠিক] [কু. বো. ২০১৯]
- ৬৪। কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 sec। উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m s^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। এরপর দোলকটিকে 712 km উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়ায় নেয়া হলো।
(ক) উদ্দীপকের দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 40% বৃদ্ধি করলে দোলনকাল কত হবে? নির্ণয় কর।
(খ) উদ্দীপকের পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি সেকেন্ড দোলক হবে কি? গাণিতিক মতামত দাও।
[উ: (ক) 2.13 s; (খ) পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল $2.00025 \text{ s} \approx 2 \text{ s}$ অর্থাৎ পাহাড়ের চূড়ায় দোলনটি সেকেন্ড দোলক হবে।]
[চ. বো. ২০১৯]



আমাদের দৈনন্দিন জীবনে শক্তি ও তথ্য আদান প্রদানের অন্যতম মাধ্যম হচ্ছে তরঙ্গ। তরঙ্গ ব্যতিরেকে আমরা সূর্য থেকে আলো বা তাপ কোনোটাই পেতাম না। শুনতে বা শোনাতে পারতাম না কোনো কথা। আমরা যা কিছু শুনি তাই শব্দ। আমরা প্রতিনিয়ত নানা রকম শব্দ শুনে থাকি-যার মধ্যে কিছু শব্দ শুনতে ভালো লাগে আর কিছু শব্দ আমাদের বিরক্তি উৎপাদন করে। কিছু শব্দ আছে যা আমাদের কানের জন্য ক্ষতিকর। শব্দ দূষণ থেকে বাঁচতে হলে এ সকল শব্দ সম্পর্কে পরিষ্কার ধারণা থাকা দরকার। বর্তমান অধ্যায়ে বিভিন্ন প্রকার শব্দ সম্পর্কে সচেতন করার পাশাপাশি শব্দের তীব্রতা, বিট, অনুনাদ, তারের কম্পন ইত্যাদি নিয়েও বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

প্রধান শব্দসমূহ :

তরঙ্গ, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, আড়তরঙ্গ, লম্বিক তরঙ্গ, অগ্রগামী তরঙ্গ, স্থির তরঙ্গ, মুক্ত কম্পন, পরবশ কম্পন, তরঙ্গের তীব্রতা, তীব্রতা লেভেল, বেল, ডেসিবেল, বিট, সুর ও স্বর, মৌলিক সুর ও উপসুর, হারমোনিক, অক্টব, নয়েজ ও সঙ্গীত গুণ।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	তরঙ্গের উৎপত্তি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.১
২	তরঙ্গের মাধ্যমে শক্তির সঞ্চালন প্রক্রিয়া ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.২
৩	বিভিন্ন প্রকার তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.৫
৪	তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৯.৬
৫	তরঙ্গের তীব্রতার গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৯.১১
৬	উপরিপাতন নীতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.৭
৭	স্থির তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ করতে পারবে।	৯.৮
৮	অনুনাদ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.১০
৯	শব্দের তীব্রতা ও তীব্রতার লেভেল ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.১১, ৯.১২
১০	বিটের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও বিশ্লেষণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.১৩, ৯.১৪
১১	স্বরগ্রাম ও হারমোনিক্স ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.১৭
১২	সংগীতগুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.১৮
১৩	দৈনন্দিন জীবনে সোরগোল ও সংগীতগুণের প্রভাব ব্যাখ্যা করতে পারবে।	৯.১৯
১৪	ব্যবহারিক : ○ মেলডিঁর পরীক্ষার সাহায্যে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে পারবে।	৯.২৬

৯.১। তরঙ্গের উৎপত্তি

Production of Wave

পুকুরের, লেকের বা খালের স্থির পানিতে যদি একটি ঢিল ফেলা হয় তাহলে ঢিলটি যেখানে পানিতে প্রবেশ করে সেখানে একটি আলোড়ন সৃষ্টি হয়, কিন্তু আলোড়ন ঐ জায়গায় আবদ্ধ না থেকে চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে এবং কালক্রমে আলোড়ন পুকুরের সমগ্র অংশেই বিস্তৃত হয়।

যখন ঢিলটি পুকুরের পানি স্পর্শ করে তখন ঐ স্থানের পানির কণাগুলো আন্দোলিত হয়। এই কণাগুলো আবার তাদের পার্শ্ববর্তী স্থির পানির কণাগুলোকে আন্দোলিত করে। এভাবে কণা থেকে কণাতে স্থানান্তরিত আন্দোলন (disturbance) অবশেষে পুকুরের পাড়ে পৌঁছে। কিন্তু এই আন্দোলনের ফলে পানির কোনো কণাই তার সাম্য অবস্থান থেকে খুব বেশি দূরে সরে যায় না; বরং সাম্য অবস্থানকে মাঝখানে রেখে শুধু উপর-নিচে পর্যাবৃত্ত গতিতে দুলতে থাকে। প্রতিটি কণার এ ধরনের গতির ফলে যে আন্দোলন পানির উপর দিয়ে চলে যায় তাকে তরঙ্গ বলে।

সংজ্ঞা : যে পর্যাবৃত্ত আন্দোলন কোনো জড় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে অগ্রসর হয়ে একস্থান থেকে অন্যস্থানে শক্তি সঞ্চারিত করে কিন্তু মাধ্যমের কণাগুলোকে স্থায়ীভাবে স্থানান্তরিত করে না তাকে তরঙ্গ বলে।

উপরে আমরা যে তরঙ্গের কথা বলেছি অর্থাৎ পানিতে ঢিল ফেলার ফলে উৎপন্ন তরঙ্গ, আমরা যখন কথা বলি তখন বাতাসে যে তরঙ্গ উৎপন্ন হয় বা একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনে আটকে যদি অন্য প্রান্ত টেনে ছেড়ে দেওয়া যায় তাহলে তাতে যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয়, তাদেরকে বলা হয় যান্ত্রিক তরঙ্গ। যান্ত্রিক তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্যে জড় মাধ্যমের প্রয়োজন হয়। শূন্য স্থানের মধ্য দিয়ে যান্ত্রিক তরঙ্গ সঞ্চালিত হতে পারে না। এ অধ্যায়ে শুধুমাত্র যান্ত্রিক তরঙ্গ সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

আরেক ধরনের তরঙ্গ আছে যেগুলো সঞ্চালনের জন্য কোনো জড় মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। এগুলো শূন্য স্থানের মধ্য দিয়েই স্বচ্ছন্দে সঞ্চালিত হয়। এদেরকে বলা হয় তাড়িতচৌম্বক তরঙ্গ। দ্বাদশ শ্রেণিতে তোমরা এ সম্পর্কে বিস্তারিত জানবে। সূর্য থেকে যে আলো আমাদের পৃথিবীতে আসে তা তাড়িতচৌম্বক তরঙ্গ। গামা রশ্মি, এক্সরে, বেতার তরঙ্গ এসবই তাড়িতচৌম্বক তরঙ্গ। শূন্য স্থানে সকল তাড়িতচৌম্বক তরঙ্গের বেগ $299,792,458 \text{ m s}^{-1}$ বা $3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ।

তৃতীয় আর এক ধরনের তরঙ্গ রয়েছে যাদেরকে বলা হয় বস্তু তরঙ্গ (Matter wave)। পদার্থ সৃষ্টিকারী কণাসমূহ যথা ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন, পরমাণু, অণু ইত্যাদির সাথে এই তরঙ্গ সংশ্লিষ্ট। এ তরঙ্গ সম্পর্কেও তোমরা দ্বাদশ শ্রেণিতে জানতে পারবে। পদার্থের কোয়ান্টাম প্রকৃতির সাথে এ তরঙ্গ সম্পর্কযুক্ত। ইলেকট্রনের সাথে সংশ্লিষ্ট বস্তুতরঙ্গ ব্যবহার করা হয় ইলেকট্রন মাইক্রোস্কোপে।

৯.২। তরঙ্গ ও শক্তি

Wave and Energy

উপরের আলোচনায় আমরা দেখেছি পুকুরের স্থির পানিতে ঢিল ফেললে কীভাবে তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। ঢিলটিকে ছোঁড়ার জন্যে হাতের মাধ্যমে আমরা এর উপর বল প্রয়োগ করে স্থানান্তরিত করি। আমাদের হাত থেকে শক্তি ঢিলে স্থানান্তরিত হয়। ঢিলটি যখন পানিপৃষ্ঠ স্পর্শ করে তখন এই শক্তি ঢিল থেকে পানি কণাতে স্থানান্তরিত হয়ে পানির কণাকে আন্দোলিত করে তথা কম্পিত করে। এ আন্দোলন পার্শ্ববর্তী পানির কণাগুলোকেও আন্দোলিত করে। ফলে আন্দোলন কণা থেকে কণাতে ছড়িয়ে পড়ে। অর্থাৎ শক্তি যা হাত থেকে ঢিলের মাধ্যমে পানি কণাতে পৌঁছেছিল তা কণা থেকে কণায় ছড়িয়ে পড়ে। এভাবে শক্তি এক স্থান থেকে অন্যস্থানে তরঙ্গ আকারে সঞ্চালিত হয়।

৯.৩। তরঙ্গ সংক্রান্ত কতিপয় রাশি

Few Terms Regarding Wave

১. পূর্ণ কম্পন বা স্পন্দন বা দোলন : তরঙ্গ সৃষ্টিকারী বা তরঙ্গের উপরস্থ কোনো কম্পনশীল কণা একটি বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে আবার একই দিক থেকে সেই বিন্দুতে ফিরে আসলে একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হয়।

২. পর্যায়কাল বা দোলনকাল : তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তাকে ঐ তরঙ্গের পর্যায়কাল T বলে।

৩. কম্পাঙ্ক : তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণা একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে তাকে ঐ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক f বলে।

কোনো কণা t সময়ে N সংখ্যক কম্পন সম্পন্ন করলে কম্পাঙ্ক, $f = \frac{N}{t}$

কম্পাঙ্কের একক s^{-1} । একে হার্জ (hertz) বলে। একে Hz দিয়ে প্রকাশ করা হয়। কোনো কণা এক সেকেন্ডে একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করলে তার কম্পাঙ্কে এক হার্জ বলে।

আবার, পর্যায়কাল T হলে, T সময়ে সম্পন্ন হয় 1টি কম্পন

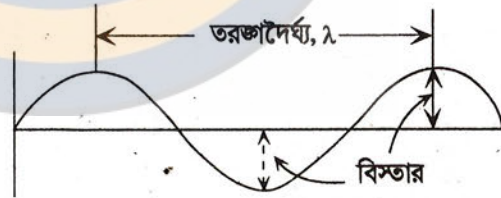
∴ একক সময়ে সম্পন্ন হয় $\frac{1}{T}$ টি কম্পন

$$\text{সুতরাং, } f = \frac{1}{T} \quad \dots \quad (9.1)$$

৪. বিস্তার (Amplitude) : তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণা স্থির বা সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে সর্বাধিক যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে ঐ তরঙ্গের বিস্তার বলে (চিত্র : ৯.১)।

৫. দশা : তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কম্পনশীল কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বোঝায়। কোনো একটি মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বলতে ঐ বিশেষ মুহূর্তে কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়।

৬. তরঙ্গদৈর্ঘ্য (Wave length) : তরঙ্গ সৃষ্টিকারী কোনো কম্পনশীল কণার বা তরঙ্গের উপরস্থ কোনো কণার একটি কম্পন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, সেই সময়ে তরঙ্গ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে। তরঙ্গের উপরে অবস্থিত পর পর দুটি সম দশাসম্পন্ন কণার দূরত্বই তরঙ্গদৈর্ঘ্য।



চিত্র : ৯.১

তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে λ (ল্যামডা) দ্বারা প্রকাশ করা হয় (চিত্র : ৯.১)।

তরঙ্গস্থিত কোনো কণার 1 টি কম্পনে তরঙ্গ অতিক্রম করে λ দূরত্ব

$$\therefore N \text{ কম্পনে তরঙ্গের অতিক্রান্ত দূরত্ব, } S = N\lambda \quad \dots \quad (9.2)$$

৭. তরঙ্গ বেগ (Wave velocity) : তরঙ্গ নির্দিষ্ট দিকে একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গ বেগ বলে।

৮. কৌণিক কম্পাঙ্ক (Angular frequency) : সময়ের সাথে তরঙ্গের উপর অবস্থিত কোনো কণার দশার পরিবর্তনের হারকে ঐ তরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে। একটি পূর্ণ কম্পনে অর্থাৎ T সময়ে দশার পরিবর্তন হয় 2π , সুতরাং

$$\text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (9.3)$$

কৌণিক কম্পাঙ্কের একক রেডিয়ান/সেকেন্ড (rad s^{-1})

৯. তরঙ্গ মুখ (Wave front) : পানির মধ্যে আন্দোলন সৃষ্টি করে তরঙ্গ উৎপন্ন হলে তরঙ্গ বৃত্তের আকারে পানির উপর বিস্তৃত হয়। একটু লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে, বৃত্তের উপরস্থ পানি কণাগুলো একবার উপরে উঠছে ও একবার নিচে নামছে বা তরঙ্গচূড়া (crest) ও তরঙ্গখাঁজ (trough) উৎপন্ন হচ্ছে। তরঙ্গচূড়ায় অবস্থিত সকল কণার দশা একই আবার তেমনি তরঙ্গখাঁজে অবস্থিত সকল কণার দশা সমান। কোনো তরঙ্গের উপর অবস্থিত সম দশাসম্পন্ন কণাগুলোর গতিপথ (locus)-কে তরঙ্গ মুখ বলে।

৯.৪। তরঙ্গ বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে সম্পর্ক : $v = f\lambda$

Relation between Wave Velocity, Frequency and Wave Length : $v = f\lambda$

তরঙ্গ সৃষ্টিকারী কোনো কম্পনশীল কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে, সেই সময়ে তরঙ্গ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ বলে। পর্যায়কাল T হলে,

T সময়ে তরঙ্গ অতিক্রম করে λ দূরত্ব

\therefore একক সময়ে তরঙ্গ অতিক্রম করে $\frac{\lambda}{T}$ দূরত্ব

কিন্তু তরঙ্গ একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গ বেগ v বলে।

$$\therefore v = \frac{\lambda}{T}$$

আবার কম্পনশীল বস্তু একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে তাকে কম্পাঙ্ক f বলে।

$$\therefore f = \frac{1}{T}$$

$$\text{সুতরাং } v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda \quad \dots \quad \dots \quad (9.4)$$

অর্থাৎ তরঙ্গ বেগ = কম্পাঙ্ক \times তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

যেহেতু নির্দিষ্ট কোনো তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকে কাজেই তরঙ্গ এক মাধ্যম থেকে অন্য মাধ্যমে প্রবেশ করলে তার বেগ বদলে যাওয়ার কারণে তরঙ্গদৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয়। তরঙ্গদৈর্ঘ্য কম্পাঙ্কের ব্যস্তানুপাতিক।

৯.৫। তরঙ্গের প্রকারভেদ

Types of Waves

মাধ্যমের কণাগুলো যদি সরল দোলন গতি সম্পন্ন হয় তাহলে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাকে সরল দোলন তরঙ্গ বা সরল ছন্দিত তরঙ্গ (Simple harmonic wave) বলে। সরল দোলন তরঙ্গ সাধারণত দু'রকমের হয়; যথা :

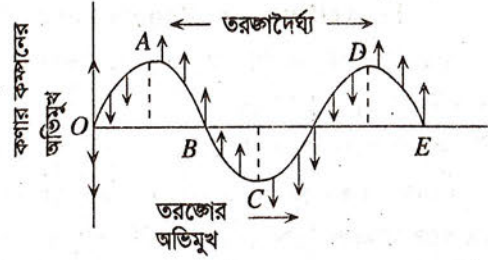
১. আড় তরঙ্গ (transverse wave) ও
২. লম্বিক তরঙ্গ (longitudinal wave)।

১. আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ

সংজ্ঞা : যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমকোণে অগ্রসর হয়, সেই তরঙ্গকে আড় তরঙ্গ বলে।

পানি তরঙ্গ, টানা তারের তরঙ্গ ইত্যাদি আড় তরঙ্গের উদাহরণ।

৯.২ চিত্রে একটি আড় তরঙ্গ দেখানো হয়েছে। এখানে মাধ্যমের কণার কম্পনের অভিমুখ তরঙ্গের গতির অভিমুখের সাথে সমকোণে আছে। যেকোনো মুহূর্তে কণাগুলোর কম্পনের অভিমুখ ছোট ছোট তীর চিহ্ন দ্বারা দেখানো হয়েছে। ধনাত্মক দিকে সর্বাধিক সরণযুক্ত A বা D বিন্দুকে বলা হয় তরঙ্গচূড়া (crest) এবং ঋণাত্মক দিকে সর্বাধিক সরণযুক্ত C বিন্দুকে বলা হয় তরঙ্গখাঁজ (trough)। একটি তরঙ্গচূড়া ও একটি তরঙ্গখাঁজ নিয়ে একটি তরঙ্গ গঠিত হয়।



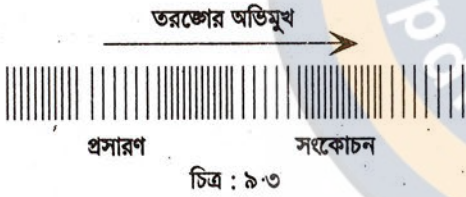
চিত্র : ৯.২

নিজে কর : একটি সরু তার বা সুতা নিয়ে টান টান করে এর দুই প্রান্ত দুটি দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকাও। এখন তার বা সুতার যে কোনো বিন্দুকে ধরে যেকোনো এক দিকে একটুখানি টেনে ছেড়ে দাও।

তারটি বা সুতা তার দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে অর্থাৎ আড়াআড়িভাবে কাঁপছে। আর একটি তরঙ্গ এ তার বা সুতার দৈর্ঘ্য বরাবর অগ্রসর হচ্ছে। যেহেতু এই ক্ষেত্রে তার বা সুতার কণাগুলোর কম্পনের দিক এবং তরঙ্গের দিক পরস্পর সমকোণে তাই এটি একটি আড় তরঙ্গ।

২. লম্বিক তরঙ্গ বা দীঘল বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ

সংজ্ঞা : যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমান্তরালে অগ্রসর হয়, সেই তরঙ্গকে লম্বিক তরঙ্গ বলে।



চিত্র : ৯.৩

৯.৩ চিত্রে বায়ু মাধ্যমে লম্বিক তরঙ্গের উদ্ভব দেখানো হয়েছে। চিত্রে একটি বায়ুস্তম্ভকে কতগুলো সমান স্তরে ভাগ করা হয়েছিল। এ স্তরগুলোর মধ্য দিয়ে শব্দ তরঙ্গ প্রবাহিত হলে স্তরগুলো ডানে ও বামে আন্দোলিত হয়। এখানে মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের অভিমুখ তরঙ্গের অভিমুখের সমান্তরাল বলে কতগুলো বায়ুস্তর খুব ঘেষাঘেষি করে আছে যাকে বলা হয় সঙ্কোচন এবং কতগুলো বায়ুস্তর ফাঁকা ফাঁকা হয়ে আছে যাকে

প্রসারণ বলা হয়। একটি সঙ্কোচন ও একটি প্রসারণ নিয়ে একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য গঠিত হয়।

নিজে কর : একটি লম্বা স্প্রিং এর এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনের সাথে বেঁধে অন্য প্রান্ত একটি সুর শলাকার এক বাহুর সাথে আটকে দাও (চিত্র : ৯.৪)। এখন একটি রাবার প্যাড দিয়ে সুর শলাকাকে আঘাত কর।



চিত্র : ৯.৪

সুর শলাকার বাহুগুলো স্পন্দিত হবে। দেখা যায় স্প্রিং-এ পর্যায়ক্রমে সঙ্কোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি হচ্ছে এবং একটি তরঙ্গ স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বরাবর অগ্রসর হচ্ছে। স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বরাবর সৃষ্টি এই তরঙ্গই লম্বিক তরঙ্গ, কেননা তরঙ্গ গতির দিক আর স্প্রিং এর কণাগুলোর কম্পনের দিক সমান্তরাল।

৯.৬। অগ্রগামী তরঙ্গ বা চলমান তরঙ্গ

Travelling or Progressive Waves

আমরা আগেই দেখেছি পানিতে ঢিল ছুড়লে তরঙ্গ সৃষ্টি হয় এবং তা চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। আমরা যখন কথা বলি বা শব্দ সৃষ্টি করি তখন চারপাশে সে শব্দ ছড়িয়ে পড়ে। অর্থাৎ এ সকল তরঙ্গ মাধ্যমের ভিতর দিয়ে অগ্রসর হয় বা চলে। তাই এই সকল তরঙ্গকে বলা হয় অগ্রগামী তরঙ্গ বা চলমান তরঙ্গ।

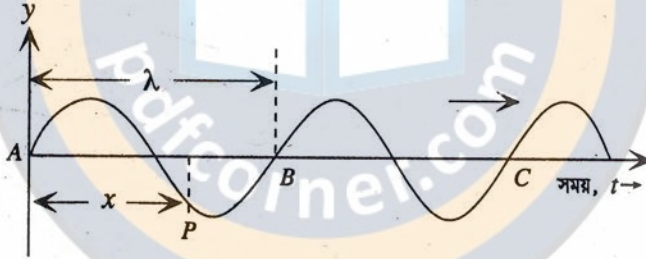
সংজ্ঞা : যখন কোনো মাধ্যমের ভেতর পর্যাবৃত্ত আন্দোলন এক স্তর থেকে অন্য স্তরে তরঙ্গ আকারে সঞ্চালিত হতে হতে সামনের দিকে একটি নির্দিষ্ট বেগে অগ্রসর হয় তখন তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

পানিতে ঢিল ফেললে অগ্রগামী আড় তরঙ্গের সৃষ্টি হয়।

মাধ্যমের কণাগুলো সরল দোলন গতিতে আন্দোলিত হলে অগ্রগামী তরঙ্গের উদ্ভব হয়। এখন একটি কণা থেকে আন্দোলন পরবর্তী কণাতে পৌছতে কিছু সময়ের প্রয়োজন হয়। সুতরাং তরঙ্গের অভিমুখ বরাবর কণাগুলোর দশার পরিবর্তন ঘটতে থাকে। তরঙ্গ যদি বাম দিক থেকে ডান দিকে যায়, তবে বাম দিকের কোনো কণা যখন আন্দোলিত হয় তার কিছুক্ষণ পরে ডান দিকের কণা আন্দোলিত হবে। ফলে এদের মধ্যে দশার পার্থক্য ঘটবে। ডান দিকের কণার দশা কোণ বাম দিকের কণার দশা কোণের চেয়ে কম হবে।

অগ্রগামী তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা

ধরা যাক, একটি অগ্রগামী তরঙ্গ A থেকে C বরাবর এগুচ্ছে (চিত্র : ৯.৫)। যেহেতু মাধ্যমের কণাগুলো সরল ছন্দিত স্পন্দনে আন্দোলিত হয়, সেহেতু A বিন্দুস্থ কণার সরণকে নিচের সমীকরণ দিয়ে প্রকাশ করা যায়,



চিত্র : ৯.৫

$$y = a \sin \omega t$$

এখানে, $y = t$ সময়ে ABC রেখা বা সাম্যাবস্থা থেকে কণাটির সরণ,

a = কণার বিস্তার

ω = কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক

যদি কণাটির কম্পাঙ্ক f হয়, তাহলে $\omega = 2\pi f$

$$\therefore y = a \sin 2\pi ft$$

...

...

$$(9.5)$$

আবার A বিন্দুস্থ কণাটি যখন সাম্যাবস্থা অতিক্রম করে তখন B বিন্দুস্থ কণাটিও একই দিকে সাম্যাবস্থা অতিক্রম করে।

সুতরাং এরা সমদশা সম্পন্ন কণা। সমদশা সম্পন্ন পরপর দুটি কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব হচ্ছে তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ । আর তরঙ্গস্থিত কোনো কণা একটি কম্পনে 2π কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে, অর্থাৎ তরঙ্গের λ দূরত্ব অতিক্রম কালে কোনো কণার অতিক্রান্ত কৌণিক দূরত্ব 2π তথা দশার পরিবর্তন 2π । সুতরাং সমদশা সম্পন্ন পরপর দুটি কণার আসলে দশার পার্থক্য

2π । এখানে $\lambda = AB$ । তরঙ্গ A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যাওয়ার সময় কণার দশার পরিবর্তন হয় 2π । অতএব, তরঙ্গ A বিন্দু থেকে x দূরত্বে P বিন্দুতে যাওয়ার সময় কণার দশার পরিবর্তন,

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

এখন, P বিন্দুতে অবস্থিত কণার সরণ y হলে,

$$y = a \sin (\omega t - \phi)$$

$$= a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad \dots \quad \dots \quad (9.6)$$

$$= a \sin (\omega t - kx) \quad \dots \quad \dots \quad (9.7)$$

এখানে, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ = তরঙ্গ সংখ্যা

$$\text{আবার, } y = a \sin \left(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

$$= a \sin \left(\frac{2\pi v t}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad [\because v = f \lambda \therefore f = v/\lambda]$$

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \quad \dots \quad \dots \quad (9.8)$$

A বিন্দুতে অবস্থিত কণা থেকে অপর যেকোনো কণার দূরত্ব x জানা থাকলে উপরিউক্ত সমীকরণের সাহায্যে কণাটির যেকোনো মুহূর্তে সরণ নির্ণয় করা যায়। তাই এ সমীকরণকে মাধ্যমের কণাগুলোর সরণের সাধারণ সমীকরণ বলে। একে অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণও বলে।

তরঙ্গ ডান দিক থেকে বাম দিকে গেলে কণাটির সরণ হবে,

$$y = a \sin (\omega t + kx) \quad \dots \quad \dots \quad (9.9)$$

$$\text{বা, } y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x) \quad \dots \quad \dots \quad (9.10)$$

৯.৭। তরঙ্গের উপরিপাতন

Superposition of Waves

যখন কোনো মাধ্যমের কোনো বিন্দুতে একই সঙ্গে দুটি তরঙ্গ আপতিত হয় তখন প্রত্যেক তরঙ্গের প্রভাবে সাম্যাবস্থা থেকে মাধ্যমের কণার সরণ হয়। এ কণার লব্ধি সরণ প্রত্যেক তরঙ্গের জন্য কণার সরণের ভেক্টর সমষ্টির সমান। একে তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি বলে।

নীতি : কোনো কণার উপর একই সময়ে দুটি তরঙ্গ আপতিত হলে সাম্যাবস্থান থেকে কণাটির লব্ধি সরণ হবে তরঙ্গ দুটির জন্য কণাটির সরণদ্বয়ের ভেক্টর সমষ্টির সমান।

যদি দুটি তরঙ্গের ফলে মাধ্যমের কোনো কণার সরণ একই দিকে হয় তাহলে কণাটির লব্ধি সরণ হবে প্রত্যেক তরঙ্গ দ্বারা সৃষ্ট সরণের মানের যোগফলের সমান। আবার মাধ্যমের কণার সরণ যদি বিপরীত দিকে হয় তাহলে লব্ধি সরণ হবে দুটি

সরণের মানের পার্থক্যের সমান অর্থাৎ একটি তরঙ্গের জন্য মাধ্যমের মধ্যে কণার সরণ যদি হয় y_1 এবং অপর তরঙ্গের জন্য যদি y_2 হয় তাহলে লব্ধি সরণ,

$$\vec{y} = \vec{y}_1 + \vec{y}_2$$

একই দিক থেকে বা বিপরীত দিক থেকে আগত দুটি আড় তরঙ্গ বা দুটি লম্বিক তরঙ্গ যদি কোনো কণার উপর উপরিপাতিত হয় ফলে উভয় তরঙ্গের জন্য কণাটির সরণ হয় একই দিকে বা বিপরীত দিকে। ফলে উপরিউক্ত ভেক্টর সমীকরণকে আমরা লিখতে পারি,

$$y = y_1 \pm y_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (9.11)$$

কোনো পুকুরে কাছাকাছি দুটি ঢিল ফেলে তরঙ্গের উপরিপাতন লক্ষ্য করা যায়। পানির তরঙ্গ দুদিক থেকে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হয়। পানির যে বিন্দুতে দুটি তরঙ্গচূড়া একই দিক থেকে পরস্পরের সাথে মিলিত হয় সেখানে তরঙ্গচূড়ার উচ্চতা অনেক বেড়ে যায়। আবার যেখানে দুটি তরঙ্গখাঁজ একই দিক থেকে পরস্পরের সাথে মিলিত হয় সেখানে তরঙ্গখাঁজের গভীরতা সর্বাধিক হয়। কিন্তু কোনো বিন্দুতে একটি তরঙ্গচূড়া যদি অপরটির তরঙ্গখাঁজের সাথে মিলিত হয় তাহলে সেখানে পানিতে কোনোরূপ বিচলন বা আন্দোলন দেখা যায় না। অর্থাৎ তরঙ্গ দুটি পরস্পরের প্রভাব নাকচ করে দিয়েছে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড :

দশা পার্থক্য ও পথ পার্থক্যের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

ধরা যাক, একই বিস্তার a এবং একই তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ বিশিষ্ট দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ যথাক্রমে S_1 ও S_2 বিন্দু থেকে একই বেগ v নিয়ে একই দিকে চলতে চলতে তারা এক সময় P বিন্দুতে উপরিপাতিত (চিত্র : ৯.৬)। তরঙ্গ দুটির জন্য ঐ বিন্দুতে অবস্থিত কোনো কণার t সময় পরে সরণ যথাক্রমে y_1 ও y_2 হলে,

$$y_1 = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x_1)$$

$$y_2 = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x_2)$$

এখানে, প্রথম তরঙ্গটি ঐ বিন্দুতে যেতে $S_1P = x_1$ পথ এবং দ্বিতীয় তরঙ্গটি $S_2P = x_2$ পথ অতিক্রম করেছে।

P বিন্দুতে S_1 ও S_2 থেকে আগত তরঙ্গের দশাকোণ যথাক্রমে,

$$\frac{2\pi}{\lambda} (vt - x_1) \text{ এবং } \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x_2)।$$

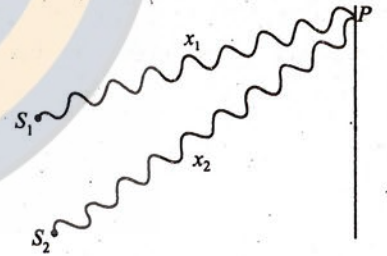
অতএব P বিন্দুতে তরঙ্গদ্বয়ের

$$\text{দশা পার্থক্য, } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x_1) - \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x_2)$$

$$\text{বা, } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (9.12)$$

$$\text{পথপার্থক্য} = x_2 - x_1 = \Delta x \text{ ধরলে, } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$$

$$\text{অতএব, দশা পার্থক্য} = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{পথ পার্থক্য}$$



চিত্র : ৯.৬

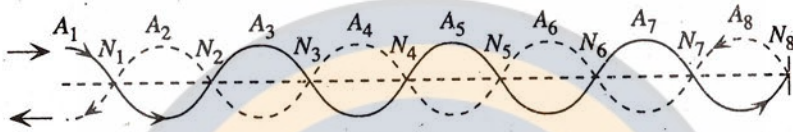
৯.৮। স্থির তরঙ্গ

Standing or Stationary Wave

তরঙ্গ যেকোনো মাধ্যমের মধ্য দিয়ে অগ্রসর হতেই থাকবে এমন কোনো কথা নেই। তরঙ্গ যদি মাধ্যমের কোনো সীমিত স্থানে সীমাবদ্ধ থাকে তথা স্থির থাকে, তাহলে সেই তরঙ্গকে স্থির তরঙ্গ বলা হয়। এ তরঙ্গ কোনো দিকে অগ্রসর হয় না, সৃষ্ট স্থানেই সীমাবদ্ধ থাকে।

সংজ্ঞা : কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একই মানের বেগে বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর আপতিত হলে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

স্থির তরঙ্গ সৃষ্টির শর্ত : সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একই মানের বেগে বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর উপরিপাতিত হলে স্থির তরঙ্গের উদ্ভব হয়।



চিত্র : ৯.৭

পরীক্ষা : একটি তারের একপ্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে বেঁধে অন্যপ্রান্ত ধরে উপর নিচে আড়াআড়িভাবে দোলালে একটি তরঙ্গ তার বেয়ে অগ্রসর হবে এবং বদ্ধপ্রান্তে প্রতিফলিত হয়ে আবার ফিরে আসবে। এ প্রতিফলিত তরঙ্গ যখন নতুন অগ্রগামী তরঙ্গের উপর আপতিত হবে তখন স্থির তরঙ্গের উদ্ভব হবে (চিত্র : ৯.৭)।

এ তরঙ্গ তার বেয়ে অগ্রসর না হয়ে বরং তারের ঐ অংশের মধ্যে উৎপন্ন ও বিলুপ্ত হয়। তরঙ্গের উদ্ভবের সময় দেখা যায় যে, তারের কোনো কোনো জায়গায়, যেমন N_1, N_2, N_3 ইত্যাদি বিন্দুতে কোনো স্পন্দন নেই, আবার কোনো কোনো জায়গায়, যেমন A_1, A_2, A_3 ইত্যাদিতে স্পন্দনের বিস্তার সব সময় সর্বাধিক (চিত্র ৯.৭)।

সুস্পন্দ বিন্দু (Antinode) : স্থির তরঙ্গের উপরস্থ যে সকল বিন্দুতে কণার স্পন্দনের বিস্তার সর্বাধিক হয় অর্থাৎ কণার সরণ সর্বোচ্চ হয় সেই সকল বিন্দুকে সুস্পন্দ বিন্দু বলে।

নিষ্পন্দ বিন্দু (Node) : স্থির তরঙ্গের উপরস্থ যে সকল বিন্দুতে কণার কোনো বিস্তার নেই অর্থাৎ কণার সরণ শূন্য হয় সেই সকল বিন্দুকে নিষ্পন্দ বিন্দু বলে।

নিষ্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুর অবস্থানগুলো স্থির। পর পর দুটি সুস্পন্দ বা দুটি নিষ্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অর্ধেক।

স্থির তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা

ধরা যাক, একই বিস্তার a এবং একই তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ বিশিষ্ট দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একই বেগ v নিয়ে একই অক্ষ X -অক্ষ বরাবর পরস্পর বিপরীত দিকে অগ্রসর হচ্ছে। ধরা যাক, তরঙ্গ দুটি একে অপরের উপর আপতিত হলো। যে তরঙ্গটি X -অক্ষ বরাবর বামদিক থেকে ডানদিকে গতিশীল তার জন্য x বিন্দুতে t সময়ে কোনো কণার সরণ y_1 এবং ডান দিক থেকে বামদিকে গতিশীল তরঙ্গের জন্য ঐ কণার সরণ y_2 হলে আমরা জানি,

$$y_1 = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$$

$$y_2 = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x)$$

সুতরাং কণাটির লব্ধি সরণ, y হবে

$$y = y_1 + y_2$$

$$= a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) + a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x)$$

$$= a \left[\sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) + \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x) \right]$$

$$= 2a \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt \right) \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

$$[\because \sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2} \text{ এবং } \cos(-\theta) = \cos \theta]$$

$$= A \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt \quad \dots \quad \dots \quad (9.13)$$

$$\text{এখানে, } A = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \quad \text{বা, } A = 2a \cos kx$$

(9.13) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, সমপাতিত তরঙ্গ দুটি সরল ছন্দিত স্পন্দন উৎপন্ন করে যার তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ এবং বিস্তার $A = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$ । এই সরল দোলন গতি অগ্রগামী তরঙ্গ নয় কারণ এতে দশার কোনো পার্থক্য নেই। অর্থাৎ এ সমীকরণে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণের ন্যায় দশা কোণের ভেতর $(vt - x)$ জাতীয় কোনো রাশি অন্তর্ভুক্ত নেই। সুতরাং এ সমীকরণ স্থির তরঙ্গ প্রকাশ করে। এ তরঙ্গের উপরস্থ প্রতিটি কণা A বিস্তার নিয়ে সরল দোলন গতি সম্পন্ন করছে। নির্দিষ্ট বিন্দুতে এ বিস্তার ধ্রুবক, কিন্তু বিভিন্ন বিন্দুতে x এর মানের উপর নির্ভর করে বিস্তারের মানও বিভিন্ন হবে।

সুস্পন্দ বিন্দু : যে সকল বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক তথা লব্ধি বিস্তার সর্বোচ্চ অর্থাৎ $A = \pm 2a$ হবে সেখানে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে। অর্থাৎ যে সকল বিন্দুতে $\cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 1$ হবে সে সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি। সুতরাং যে সকল বিন্দুতে,

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi, \dots, n\pi \quad \text{হবে } (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{বা, } x = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \dots, \frac{n\lambda}{2} \quad \text{হবে } (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{বা, } x = 0, \frac{2\lambda}{4}, \frac{4\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4}, \dots, \frac{2n\lambda}{4} \quad \text{হবে } (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

সেই সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

সুতরাং স্থির তরঙ্গের উপর যে সকল বিন্দু $\frac{\lambda}{4}$ এর জোড় গুণিতক দূরে অবস্থিত সেই সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি হবে।

নিষ্পন্দ বিন্দু : যে সকল বিন্দুতে সরণ নেই তথা বিস্তার $A = 0$ সে সকল বিন্দুতে নিষ্পন্দ বিন্দুর উদ্ভব হবে। অর্থাৎ যে সকল বিন্দুতে $\cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$ হবে সে সকল বিন্দুতে নিষ্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে। সুতরাং যে সকল বিন্দুতে

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots \quad \dots \quad (2n+1) \frac{\pi}{2} \quad \text{হবে } (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

বা, $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots (2n+1) \frac{\lambda}{4}$ হবে।

সেই সকল বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

সুতরাং স্থির তরঙ্গের উপর যে সকল বিন্দু $\frac{\lambda}{4}$ এর বিজোড় গুণিতক দূরে অবস্থিত সেই সকল বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি হবে।

৯.৯। মুক্ত কম্পন ও পরবশ কম্পন

Free and Forced Vibration

মুক্ত কম্পন

প্রত্যেক স্পন্দনশীল বস্তুরই একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক আছে। কোনো বস্তুকে বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে সামান্য আন্দোলিত করলে দেখা যায় যে, বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হচ্ছে। এ কম্পাঙ্ক বস্তুর ঘনত্ব, আকৃতি ও স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে। এ ধরনের কম্পনকে স্বাভাবিক বা মুক্ত কম্পন (Natural or Free vibration) বলে আর এ কম্পাঙ্ককে স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক বলে।

সংজ্ঞা : যেকোনো আকার, গঠন বা আকৃতির বস্তুকে আন্দোলিত করলে তা একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক রক্ষা করে স্পন্দিত হয়। এ স্পন্দনকে স্বাভাবিক বা মুক্ত কম্পন বলে।

একটি সরল দোলককে সাম্যাবস্থা থেকে সামান্য সরিয়ে ছেড়ে দিলে দেখা যায় যে, এটি একটি নির্দিষ্ট পর্যায়কাল বা কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হচ্ছে।

পরবশ কম্পন

একটি পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করে কোনো বস্তুকে কম্পিত করলে বস্তুটি প্রথমে তার নিজস্ব স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার চেষ্টা করে কিন্তু ধীরে ধীরে দেখা যাবে যে, বস্তুটি পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক অনুযায়ী স্পন্দিত হচ্ছে।

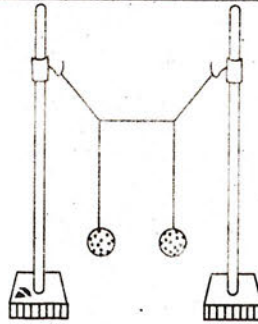
বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক যাই হোক না কেন, পর্যাবৃত্ত বলটি যতক্ষণ ক্রিয়াশীল থাকবে বস্তুটিও পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক অনুসারে কম্পিত হবে। এ ধরনের কম্পনকে পরবশ কম্পন বলা হয়।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্কের চেয়ে ভিন্নতর হলে বস্তুটি প্রথমে অনিয়মিতভাবে কম্পিত হয় পরে আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে কম্পিত হতে থাকে। এ ধরনের কম্পনকে পরবশ বা আরোপিত কম্পন বলে।

পরবশ কম্পনের উদাহরণ

নিজে কর : একটি সুরশলাকা নাও। এটাকে রাবার প্যাডে আঘাত করে স্পন্দনশীল সুরশলাকাকে বায়ু মাধ্যমে ধর। কী রকম শব্দ শুনতে পাচ্ছে। এবার সুরশলাকাকে রাবার প্যাডে আঘাত করে এই স্পন্দনশীল সুরশলাকাকে টেবিলের উপর চেপে ধর। কি রকম শব্দ শুনতে পাচ্ছে?

প্রথম ক্ষেত্রে শব্দ খুব ক্ষীণ হলেও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ঘরের যে কোনো জায়গা থেকেই শব্দ বেশ জোরে শোনা যাবে। এ অবস্থায় টেবিল পরবশ কম্পনে কম্পিত হয়, ফলে টেবিল সংলগ্ন সমস্ত বায়ুই কম্পিত হবে। বেশি পরিমাণে বায়ু কম্পিত হওয়ায় শব্দের তীব্রতা বেড়ে যায়। শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পেলেও এক্ষেত্রে শব্দ বেশিক্ষণ স্থায়ী হয় না।



চিত্র : ৯.৮ (ক)

পরীক্ষা : দোলকের দোলন থেকে আমরা পরবশ কম্পনের উদাহরণ পাই। একটি রবারের সুতা থেকে একই দৈর্ঘ্যের দুটি সরল দোলক ঝুলিয়ে দেওয়া হলো (চিত্র : ৯.৮ ক)। এবার একটি দোলককে আন্দোলিত করে ছেড়ে দিলে দেখা যাবে যে, কিছুক্ষণের মধ্যে অপর দোলকটিও দুলতে শুরু করেছে।

এক্ষেত্রে সুতার মাধ্যমে প্রথম দোলকের আন্দোলন দ্বিতীয় দোলকে সঞ্চারিত হওয়ার ফলে দ্বিতীয় দোলকটি পরবশ কম্পনে কম্পিত হয়। প্রথম দোলকের শক্তি এভাবে দ্বিতীয় দোলকে সঞ্চারিত হওয়ার কিছুক্ষণের মধ্যে প্রথম দোলকটি থেমে যায় শুধু দ্বিতীয় দোলকটি দুলতে থাকে। দ্বিতীয় দোলকটি কিছুক্ষণ আন্দোলিত হওয়ার পর দেখা যাবে যে, প্রথম দোলকটি আবার দুলতে শুরু করেছে এবং দ্বিতীয় দোলকটি থেমে গেছে। এভাবে পর্যায়ক্রমে বেশ কয়েক বার কম্পনের ফলে একটি থেকে অন্যটিতে শক্তির স্থানান্তর হবে।

৯.১০। অনুনাদ

Resonance

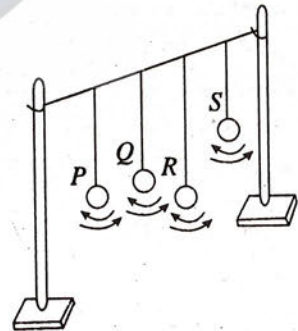
বাইরে থেকে পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করে যখন কোনো বস্তুকে আন্দোলিত করা হয় তখন যদি প্রযুক্ত বলের পর্যায়কাল বা কম্পাঙ্ক কম্পমান বস্তুর পর্যায়কাল থেকে ভিন্ন হয় তাহলে বস্তুটি খুবই অল্প বিস্তারে কম্পিত হয় এবং কম্পনের স্থায়িত্ব হয় খুব অল্প। কিন্তু উভয়ের পর্যায়কাল বা কম্পাঙ্ক যদি অভিন্ন হয় তাহলে কম্পনের বিস্তার ও স্থায়িত্ব অনেক বেড়ে যায়। এই ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক আর তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারসহকারে কম্পিত হতে থাকে। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

সুতরাং বলা যায়, অনুনাদ একটি বিশেষ ধরনের পরবশ কম্পন।

পরীক্ষা : দুটি শক্ত কাঠের অবলম্বনে একগাছা রবারের ফিতার দুই প্রান্ত অনুভূমিক করে বাঁধা হয়। রবারের ফিতায় চারটি সরল দোলক বেঁধে পাশাপাশি ঝুলিয়ে দেওয়া হয়। এদের মধ্যে P ও Q -এর দৈর্ঘ্য সমান। P ও Q -এর চেয়ে R -এর দৈর্ঘ্য কিছুটা বেশি এবং S -এর দৈর্ঘ্য কিছুটা কম (চিত্র : ৯.৮ খ)। এখন P দোলকটি অল্প টেনে ছেড়ে দিলে দেখা যায় যে, প্রায় সঙ্গে সঙ্গে Q দোলকটিও দুলতে শুরু করেছে। R ও S দোলক দুটিও প্রায় একই সঙ্গে দুলতে আরম্ভ করে, কিন্তু এদের বিস্তার কম হয় এবং কিছুক্ষণ পরে ওরা স্থির হয়ে যায়। তবে আরো কিছুক্ষণ পরে দেখা যায় যে, R ও S আবার দুলতে শুরু করেছে।

P ও Q -এর দৈর্ঘ্য সমান হওয়ায় এদের কম্পাঙ্কও সমান। P দোলকের দোলন শুরু হলে ফিতার মাধ্যমে তা অন্য তিনটি দোলকে সঞ্চারিত হয় বা এরা পরবশ কম্পনে কম্পিত হয়। Q দোলকের নিজস্ব কম্পাঙ্ক পরবশ কম্পাঙ্ক অর্থাৎ P দোলকের কম্পাঙ্কের সমান হওয়ায় এর বিস্তার (Q দোলকের বিস্তার) P দোলকের সমান হয় অর্থাৎ অনুনাদ সৃষ্টি হয়। কিন্তু R ও S দোলক দুটির কম্পাঙ্ক পরবশ কম্পাঙ্কের সমান নয় বলে ওদের ক্ষেত্রে অনুনাদ সৃষ্টি হবে না। তাই ওরা প্রথমে অনিয়মিতভাবে অল্প বিস্তারে দুলতে থাকে এবং অবশেষে থেমে যায়। থেমে যাওয়ার পর আবার দুলতে শুরু করার কারণ হচ্ছে রবারের ফিতার মধ্য দিয়ে কম্পনের পুনঃসঞ্চার।

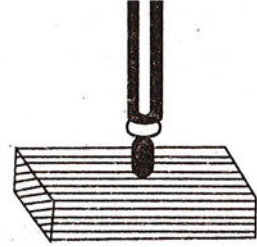


চিত্র : ৯.৮ (খ)

প্রত্যেক কম্পনক্ষম বস্তুরই একটি নিজস্ব এবং নির্দিষ্ট কম্পাঙ্ক থাকে। কোনো ঝুলন্ত ব্রিজেরও একটি কম্পাঙ্ক থাকে। এ কম্পাঙ্কের মান ব্রিজের উপাদান, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ইত্যাদির ওপর নির্ভর করে। সৈন্যদল যখন ব্রিজের ওপর দিয়ে মার্চ করে যায় তখন আরোপিত কম্পন সৃষ্টি হয় কারণ নিয়মিত পা ফেলার অর্থ একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের সৃষ্টি করা। এর ফলে যে কম্পনের সৃষ্টি হয়

তার কম্পাঙ্কও নির্দিষ্ট। এখন এ কম্পাঙ্ক যদি ব্রিজের স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হয় তাহলে অনুনাদ সৃষ্টি হয়, ফলে ব্রিজটি বিপুল বিস্তারে আন্দোলিত হতে থাকে। এতে করে ব্রিজটি ভেঙে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। সে কারণে সৈন্যদেরকে ব্রিজের ওপর দিয়ে মার্চ না করে অনিয়মিতভাবে পা ফেলে যেতে বলা হয়।

অনুনাদী বাক্স (Resonance Box) : অনেক সময় সুরশলাকাকে একটি ফাঁকা কাঠের বাক্সের উপর লাগানো হয় (চিত্র : ৯.৯)। ঐ বাক্সের আকার এমন করা হয় যেন এর ভেতরস্থ বায়ুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক সুরশলাকার কম্পাঙ্কের সমান হয়। এখন সুরশলাকা কম্পিত হলে বাক্সের ভেতরের বায়ুও কম্পিত হয় এবং অনুনাদ সৃষ্টি করে ফলে শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়। এ ধরনের বাক্সে অনুনাদের দ্বারা সুরশলাকার শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি করা হয় বলে এদেরকে অনুনাদী বাক্স বলে। এ একই প্রক্রিয়ায় বেহালা, সেতার, তবলা, এস্রাজ প্রভৃতি বাদ্যযন্ত্রের শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি করা হয়। এ সব যন্ত্রের তারগুলো একটি বায়ুপূর্ণ ফাঁপা বাক্সের উপর আটকানো থাকে। যখন কম্পনশীল তার শব্দ নিঃসরণ করে তখন বাক্সের ভেতরস্থ বায়ুতে ঐ কম্পন সংবাহিত হয় এবং বায়ু পরবশ কম্পনে কাঁপতে থাকে। এতে শব্দের তীব্রতা খুব বৃদ্ধি পায়।



চিত্র : ৯.৯

৯.১১। তরঙ্গের তীব্রতা

Intensity of Wave

সংজ্ঞা : তীব্রতা হচ্ছে তরঙ্গ সঞ্চালনের পথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত শক্তি।

ব্যাখ্যা : কোনো বিন্দু উৎস থেকে শব্দ উৎপন্ন হলে শব্দ শক্তি গোলাীয় তরঙ্গাকারে (Spherical wave) উৎসের চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। বিন্দু উৎসটিকে কেন্দ্র করে অক্ষিত r ব্যাসার্ধের গোলকের পৃষ্ঠে যদি প্রতি সেকেন্ডে আপতিত শব্দ শক্তির পরিমাণ বা শক্তির হার হয় P , তাহলে A ক্ষেত্রফলের গোলকের পৃষ্ঠের কোনো বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা,

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \dots \quad (9.14)$$

কোনো গোলাীয় তরঙ্গের যেকোনো উৎস দ্বারা সৃষ্ট শব্দের জন্য কোনো বিন্দুর তীব্রতা এ সমীকরণের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়। তীব্রতা পরিমাপ করা হয় $J s^{-1} m^{-2}$ বা, $W m^{-2}$ এককে।

তীব্রতার গাণিতিক রাশিমালা

ধরা যাক, কোনো মাধ্যমের ভিতর দিয়ে a বিস্তার এবং f কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি তরঙ্গ v বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। এ তরঙ্গ সঞ্চালনের পথে মাধ্যমের কোনো বিন্দুর চারদিকে A ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে t সময়ে যদি লম্বভাবে E পরিমাণ শক্তি প্রবাহিত হয়, তাহলে একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে একক সময়ে লম্বভাবে প্রবাহিত শক্তি তথা ঐ বিন্দুতে তরঙ্গের তীব্রতা I হবে,

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{At} \\ \text{বা, } I &= \frac{EL}{ALt} \quad [L = \text{মাধ্যমের একটি অংশের দৈর্ঘ্য}] \\ &= \frac{EL}{Vt} \quad [V = AL = \text{মাধ্যমের একটি অংশের আয়তন}] \\ \therefore I &= \frac{Ev}{V} \quad [v = \frac{L}{t} = \text{তরঙ্গের বেগ}] \end{aligned}$$

আমরা জানি, কণাগুলোর সরল দোলনের ফলে তরঙ্গ সঞ্চালিত হয়। আর সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে মোট শক্তি হলো তার সর্বোচ্চ বিভব শক্তি বা সর্বোচ্চ গতিশক্তির সমান।

$$\therefore E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

যেহেতু সরল দোলন গতি বৃত্তাকার গতিরই একটি অংশ [অষ্টম অধ্যায় দ্রষ্টব্য] এবং সেক্ষেত্রে $v_{\max} = \omega a$ ।

এখানে ω = তরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং a = তরঙ্গের বিস্তার।

$$\therefore E = \frac{1}{2} m (\omega a)^2$$

$$\text{সুতরাং, } I = \frac{1}{2} \frac{m(\omega a)^2}{V} v$$

$$= \frac{1}{2} \rho \omega^2 a^2 v \quad [\text{ঘনত্ব } \rho = \frac{m}{V}]$$

$$= \frac{1}{2} \rho (2\pi f)^2 a^2 v \quad [\text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = 2\pi f]$$

$$= \frac{1}{2} \rho (4\pi^2 f^2) a^2 v$$

$$\text{বা, } I = 2\pi^2 \rho v a^2 f^2 \quad \dots \quad (9.15)$$

শব্দের তীব্রতা : শব্দ এক প্রকার তরঙ্গ। শব্দের তীব্রতা বলতে আমরা বুঝি, শব্দ সঞ্চালনের পথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত শব্দ শক্তির পরিমাণ। শব্দের তীব্রতা নিম্নোক্ত বিষয়গুলোর উপর নির্ভর করে।

(i) **উৎসের বিস্তার :** শব্দ সৃষ্টিকারী বস্তুর কম্পনের বিস্তার বেশি হলে শব্দের তীব্রতা বেশি হয়। শব্দের তীব্রতা তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। শব্দের তীব্রতা I এবং বিস্তার A হলে,

$$I \propto A^2$$

(ii) **উৎসের আকার :** উৎসের আকার বড় হলে শব্দ তরঙ্গ বেশি পরিমাণ শক্তি সঞ্চালিত করতে পারে ফলে তীব্রতা বেড়ে যায়।

(iii) **উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব :** উৎস ও শ্রোতার মধ্যবর্তী দূরত্ব যতো বাড়বে শব্দের তীব্রতা ততো কমে যাবে কারণ বেশি দূরত্ব অতিক্রম করার ফলে শব্দ তরঙ্গের শক্তি কমে যায়। তীব্রতা দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। যদি তীব্রতা I এবং দূরত্ব r হয় তাহলে,

$$I \propto \frac{1}{r^2}$$

(iv) **উৎসের কম্পাঙ্ক :** উৎসের কম্পাঙ্ক বেশি হলে শব্দের তীব্রতা বেশি হয়। শব্দের তীব্রতা উৎসের কম্পাঙ্কের বর্গের সমানুপাতিক। শব্দের তীব্রতা I এবং কম্পাঙ্ক f হলে,

$$I \propto f^2$$

(v) **মাধ্যমের ঘনত্ব :** যে মাধ্যমের মধ্য দিয়ে শব্দ তরঙ্গ সঞ্চালিত হবে তার ঘনত্ব বেশি হলে শব্দের তীব্রতা বেশি হয়।

(vi) **অনুনাদী বস্তুর উপস্থিতি :** উৎসের কাছে কোনো অনুনাদী বস্তু থাকলে শব্দের তীব্রতা বেড়ে যায়। একটি সুরশলাকাকে বাতাসে স্পন্দিত করলে যে শব্দ উৎপন্ন হয় টেবিল বা কোনো ফাঁপা কাঠের বাক্সের সাথে লাগিয়ে স্পন্দিত করলে শব্দের তীব্রতা অনেক বেড়ে যায়। এক্ষেত্রে বেশি আয়তনের বায়ু কম্পিত হয় বলে শব্দের তীব্রতা বেশি হয়।

(vii) মাধ্যমের বেগ : মাধ্যমের বেগের দিকে শব্দতরঙ্গ সঞ্চালিত হলে শব্দের তীব্রতা বেড়ে যায় এবং বিপরীত দিকে সঞ্চালিত হলে তীব্রতা কমে যায়।

৯.১২। প্রমাণ তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

Standard Intensity and Intensity Level

শব্দের তীব্রতা নির্ভর করে প্রধানত এর বিস্তারের উপর। সবচেয়ে জোরালো তীব্রতার যে শব্দতরঙ্গ আমাদের কানে সহনীয় তার বিস্তার 10^{-5} m । পক্ষান্তরে আমাদের কান ক্ষীণতম যে তীব্রতার শব্দতরঙ্গ অনুভব করতে পারে তার বিস্তার প্রায় 10^{-11} m । অর্থাৎ বিস্তারের এই দু সীমান্ত মানের অনুপাত 10^6 । তরঙ্গের তীব্রতা এর বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। সুতরাং মানুষের শ্রবণসীমার দু প্রান্তের তীব্রতার অনুপাত 10^{12} । অর্থাৎ একটি ক্ষীণশব্দ এবং এর প্রায় 10^{12} গুণ বেশি তীব্র শব্দও কানে অনুভূতি সৃষ্টি করতে পারে। শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার একটা বিশাল পাল্লা মানুষের কানের জন্য সংবেদনশীল। এ বিশাল পাল্লার তীব্রতার মানের পরিবর্তন সুস্থভাবে অনুধাবনের জন্য আমরা লগারিদমিক স্কেলের^১ সাহায্য নিই।

কোনো শব্দ শ্রাব্য হতে হলে শব্দের তীব্রতা এবং কম্পাঙ্ক একটা নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকতে হয়। শ্রাব্য শব্দের নিম্নতম তীব্রতাকে শ্রাব্যতার প্রারম্ভ (threshold of audibility) বলে। 1000 Hz কম্পাঙ্কের শব্দের শ্রাব্যতার প্রারম্ভিক সীমা $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ তীব্রতার বা, 10^{-12} W ক্ষমতার সমান।

প্রমাণ তীব্রতা I_0 : 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

প্রমাণ ক্ষমতা : 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট 10^{-12} W ক্ষমতাকে প্রমাণ ক্ষমতা বলে।

শব্দোচ্চতা

Loudness

শব্দোচ্চতা বলতে শব্দ কত জোরে হচ্ছে তা বোঝায়, আর শব্দের তীব্রতা বলতে আমরা বুঝি শব্দ সঞ্চালনের পথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত শব্দ শক্তির পরিমাণ। শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার ওপর নির্ভরশীল হলেও তা তীব্রতার সমানুপাতিক নয়। তীব্রতা শক্তির দ্বারা প্রকাশ করা হয় বলে এটি একটি পরিমিত ভৌতরাশি। কিন্তু শব্দোচ্চতাকে একেবারে নিখুঁতভাবে কোনো ভৌতরাশির সাথে সম্পর্কযুক্ত করা সম্ভব নয়।

প্রকৃতপক্ষে তীব্রতা শ্রোতার কানে যে অনুভূতি সৃষ্টি করে তাই হলো শব্দোচ্চতা এবং তা ব্যক্তি নির্ভর। নির্দিষ্ট তীব্রতার একটি শব্দ ভিন্ন ভিন্ন ব্যক্তির নিকটে ভিন্ন ভিন্ন শব্দোচ্চতার বলে অনুভূত হতে পারে। কাজেই শব্দোচ্চতা নির্ভর করে ব্যক্তির তীব্রতা যাচাই করার ক্ষমতার ওপর।

শব্দের তীব্রতার একক W m^{-2} খুব ছোট হওয়ায় প্রায় একই রকম তীব্রতার দুটি শব্দের তীব্রতার মানের পার্থক্য হবে অনেক বেশি। এর থেকে দুটি শব্দের তীব্রতার সম্যক ধারণা পাওয়া দুঃসাধ্য হয়ে ওঠে। এর জন্য কোনো শব্দের তীব্রতা বোঝার জন্য তীব্রতার পরিবর্তে তীব্রতা লেভেল ব্যবহার করা হয়।

তীব্রতা লেভেল : দেখা গেছে শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ করলে শব্দোচ্চতা দ্বিগুণ হয় না। কিন্তু তীব্রতা দ্বিগুণ করে বাড়ালে বৃদ্ধি পায়। তীব্রতার এ আপেক্ষিক মান অধিক তাৎপর্যপূর্ণ বলে এর পরম মান নির্ণয় করা হয় না। প্রমাণ তীব্রতা I_0 -এর (বা প্রমাণ ক্ষমতা P_0) সাপেক্ষে সকল তীব্রতা পরিমাপ করা হয়। ওয়েবার-ফেচনার (Weber-Fechner)- এর সূত্রানুসারে শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার লগারিদমের সমানুপাতিক। I_0 ও I তীব্রতার দুটি শব্দ তরঙ্গের শব্দোচ্চতা যথাক্রমে L_0 ও L হলে, তীব্রতা লেভেল, $\beta = L - L_0 = a (\log I - \log I_0)$

^১লগারিদমিক স্কেল সম্পর্কে ধারণা পাওয়ার জন্য নিচের সম্পর্কটি বিবেচনা করা যাক :

$$y = \log x$$

এখানে x ও y পরিবর্তী রাশি এবং \log এর ভিত্তি হচ্ছে 10। এ সমীকরণের একটা সুবিধা হচ্ছে আমরা যদি x -কে 10 দ্বারা গুণ করি তাহলে y -এর মান, $\log 10 = 1$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ $y' = \log (10x) = \log 10 + \log x = 1 + \log x$ ।

∴ $y' = 1 + y$ । একইভাবে, আমরা যদি x -কে 10^{12} দ্বারা গুণ করি তাহলে y -এর মান মাত্র 12 বৃদ্ধি পাবে।

$$\beta = a \log \frac{I}{I_0} \quad \dots \quad (9.16)$$

এখানে a একটি সমানুপাতিক প্রবক এবং \log এর ভিত্তি হচ্ছে 10।

তীব্রতা লেভেল পরিমাপ করা হয় বেল (B) এককে। টেলিফোনের আবিষ্কারক গ্রাহাম বেল এই এককের প্রবর্তন করেন। এই একক বেল (B) এর সংজ্ঞা এমনভাবে দেয়া হয় যে, a এর মান 1 হয়। যখন $I = 10I_0$ তখন $\beta = 1B$ ধরলে (9.16) সমীকরণে $a = 1$ হয়।

বেল : প্রমাণ তীব্রতা থেকে 10 গুণ তীব্রতা সম্পন্ন কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেলকে 1 বেল (B) বলে। প্রকৃতপক্ষে বেল হচ্ছে আপেক্ষিক তীব্রতার একক এবং এর দ্বারা তীব্রতার 10 গুণ বৃদ্ধি বোঝায়।

সুতরাং তীব্রতা লেভেলকে বেল এককে প্রকাশ করলে (9.16) সমীকরণ থেকে পাই,

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} \quad \dots \quad (9.17)$$

এ থেকে আমরা তীব্রতা লেভেলের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা পাই—

সংজ্ঞা : কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে।

$$\text{আবার যেহেতু, } \frac{I}{I_0} = \frac{P}{P_0}$$

$$\text{সুতরাং, } \beta = \log \frac{P}{P_0} \quad \dots \quad (9.18)$$

এ ক্ষেত্রে β -কে ক্ষমতা লেভেল (Power level) বলা হয়।

এখানে β হচ্ছে I_0 তীব্রতার [বা P_0 ক্ষমতার] শব্দের সাপেক্ষে I তীব্রতার [বা P ক্ষমতার] শব্দের তীব্রতা লেভেল [বা ক্ষমতা লেভেল]। বেল এককটি বেশ বড় হওয়ায় ব্যবহারিক ক্ষেত্রে এর এক-দশমাংশকে তীব্রতা লেভেলের একক হিসেবে ধরা হয় এবং একে বলা হয় ডেসিবেল (decibel, dB)।

সংজ্ঞা : প্রমাণ তীব্রতা থেকে 10 গুণ তীব্রতা সম্পন্ন কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেলকে 1 বেল বলে। এক বেলের এক-দশমাংশকে এক ডেসিবেল বলে।

কোনো শব্দের তীব্রতা I এবং প্রমাণ তীব্রতা I_0 হলে ডেসিবেল এককে তীব্রতা লেভেল হবে,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} \quad \dots \quad (9.19)$$

এখন $\beta = 1 \text{ dB}$ হলে,

$$1 \text{ dB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \text{ বা, } \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = \frac{1}{10}$$

$$\text{বা, } \frac{I}{I_0} = \text{antilog} \left(\frac{1}{10} \right) = 1.26$$

$$\text{বা, } I = 1.26 I_0$$

অর্থাৎ, শব্দের তীব্রতার 26% পরিবর্তনের জন্য এর তীব্রতার লেভেল 1dB পরিমাণ পরিবর্তিত হয়। যদি $I = I_0$ হয় তবে সমীকরণ (9.18) হবে,

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 0 \text{ dB}$$

আমাদের কানের শ্রুতি শুরু হয় 0 dB থেকে।

$$\text{আবার, } I = 100 I_0 \text{ হলে, } \beta = 10 \log (100) = 10 \log (10^2) = 20 \text{ dB}$$

$$\text{এবং } I = 1000 I_0 \text{ হলে } \beta = 10 \log (1000) = 10 \log (10^3) = 30 \text{ dB}$$

অর্থাৎ দুটি শব্দোক্ততার পার্থক্য 20 dB হলে জোরালো শব্দ দুর্বল শব্দের চেয়ে 100 গুণ তীব্র হয়। আর পার্থক্য 30 dB হলে জোরালো শব্দ 1000 গুণ তীব্র হয়।

সর্বনিম্ন যে তীব্রতার শব্দ আমাদের কানে যন্ত্রণা শুরু হয় তাকে শ্রুতি যন্ত্রণার আরম্ভ (threshold of pain) বলে। এই তীব্রতার মান প্রায় $I = 1 \text{ W m}^{-2}$ । সুতরাং I এর তীব্রতার লেভেল,

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{1}{10^{-12}} \right) = 10 \log 10^{12} = 120 \text{ dB}$$

কোনো শব্দ উৎসের তীব্রতা I_1 থেকে I_2 তে পরিবর্তিত হলে তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন হবে,

$$\beta_2 - \beta_1 = \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \text{ dB} \quad \dots \quad (9.20)$$

অনুরূপভাবে কোনো শব্দ উৎসের ক্ষমতা P_1 থেকে P_2 তে পরিবর্তিত হলে ক্ষমতা লেভেল বা পাওয়ার লেভেলের পরিবর্তন হবে,

$$\Delta\beta = 10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \text{ dB} \quad \dots \quad (9.21)$$

আমাদের কানের শ্রুতির শুরু 0 dB ধরে বিভিন্ন উৎসের শব্দের তীব্রতা, তীব্রতা লেভেল এবং তীব্রতার অনুপাতের মান নিম্নের সারণিতে দেখানো হয়েছে।

সারণি ৯.১

বিভিন্ন উৎসের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

শব্দ উৎস	তীব্রতা W m^{-2}	তীব্রতা লেভেল β (dB)	I/I_0	মন্তব্য
—	10^{-12}	0	10^0	শ্রাব্যতার প্রারম্ভিক সীমা
স্বাভাবিক শ্বাস-প্রশ্বাস	10^{-11}	10	10^1	কিঞ্চিৎ শ্রাব্য
পাতার মর্মর ধ্বনি	10^{-10}	20	10^2	
নির্জন রাস্তা/ফিস ফিস কথা	10^{-9}	30	10^3	খুব শান্ত
লাইব্রেরি	10^{-8}	40	10^4	শান্ত
শান্ত অফিস/ক্লাস রুম	10^{-7}	50	10^5	
স্বাভাবিক কথোপকথন	10^{-6}	60	10^6	
ব্যস্ত সড়ক	10^{-5}	70	10^7	
সাধারণ কারখানা/কোলাহল পূর্ণ অফিস	10^{-4}	80	10^8	সার্বক্ষণিক শ্রবণে শ্রুতির মারাত্মক ক্ষতি
মোটর সাইকেল বা ভারী ট্রাক	10^{-3}	90	10^9	
পাতাল রেল	10^{-2}	100	10^{10}	
ভারী নির্মাণ স্থল	10^{-1}	110	10^{11}	
মাইকযোগে ব্যান্ড সঙ্গীত	10^0	120	10^{12}	শ্রুতি যন্ত্রণার আরম্ভ

শব্দোচ্চতার একক ফন (Phon)। কোনো শব্দের শব্দোচ্চতা ফন এককে পরিমাপ করতে হলে 1000 Hz কম্পাঙ্কের একটি বিশুদ্ধ প্রমাণ সুর নিয়ে তার সাথে ঐ শব্দের তুলনা করা হয়। প্রমাণ সুরের তীব্রতা নিয়ন্ত্রণ করে এর শব্দোচ্চতা ঐ শব্দের শব্দোচ্চতার সমান করা হয়। এই অবস্থায় প্রমাণ সুরের তীব্রতা লেভেল যদি n decibel হয় তাহলে ঐ শব্দের শব্দোচ্চতা হবে n ফন।

৯.১৩। বিট বা স্বরকম্প Beat

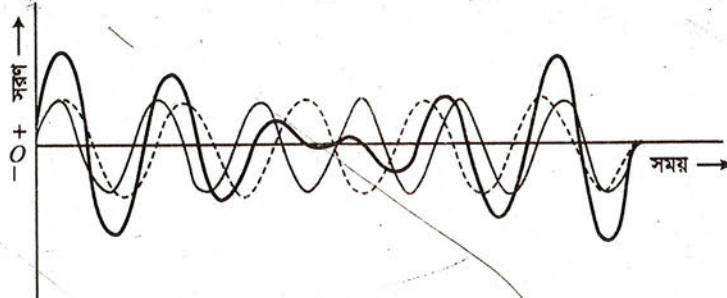
পরীক্ষা : একই কম্পাঙ্কের দুটি সুরশলাকা নেওয়া হয়। শলাকা দুটিকে খাড়াভাবে দুটি ফাঁপা বাস্তের উপর স্থাপন করা হয়। এখন শলাকা দুটিকে কোনো রবার প্যাড বা কাপড় জড়ানো হাঁড়ুড়ি দ্বারা একটির পর আরেকটিকে আঘাত করলে দেখা যাবে যে, তারা একই রকম একটানা শব্দ উৎপন্ন করছে। আবার একই সঙ্গে দুটি শলাকাকে আঘাত করলে দেখা যাবে যে, এখনো একটানা শব্দ হচ্ছে কিন্তু শব্দের তীব্রতা অনেক বেড়ে গেছে। এবার যেকোনো একটি শলাকার বাহুতে কিছু তার জড়িয়ে দিলে এর কম্পাঙ্ক কমে যাবে অর্থাৎ দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্কের মধ্যে কিছুটা পার্থক্য সৃষ্টি হবে। এ অবস্থায় যদি শলাকা দুটিকে একই সাথে আঘাত করে শব্দ উৎপন্ন করা হয় তাহলে আর একটানা শব্দ শোনা যাবে না। শব্দ পর্যায়ক্রমে জোরে এবং বেশ আস্তে শোনা যাবে।

ভিন্ন কম্পাঙ্কের দুটি সুরশলাকা থেকে উৎপন্ন তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার এরকম পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি হয়। একে বিট বলা হয়। শব্দের তীব্রতার একটি বৃদ্ধি এবং একটি হ্রাস নিয়ে একটি বিট গঠিত হয়।

সংজ্ঞা : একই ধরনের এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি হয় তাকে বিট বলে।

৯.১৪। বিট গঠনের কৌশল Formation of Beat

প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি সুরশলাকা নেয়া হয়। এখন এদেরকে রবার প্যাড দ্বারা আঘাত করলে শব্দ উৎপন্ন হয়ে মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হতে থাকবে। এর ফলে মাধ্যমের কোনো এক বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি কোনো এক সময় সমদশায় এবং অপর কোনো এক সময় বিপরীত দশায় মিলিত হবে (চিত্র : ৯.১০)। মাধ্যমের যে বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি একই দশায় মিলিত হয় সেখানে উপরিপাতনের ফলে লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তারের যোগফলের সমান হবে, ফলে শব্দের তীব্রতা বেড়ে যাবে। চিত্রে তরঙ্গ দুটিকে সরু রেখা ও ভগ্ন রেখা এবং লব্ধি তরঙ্গকে অবিচ্ছিন্ন মোটা রেখা দ্বারা দেখানো হয়েছে। যেহেতু সময়ের সাথে সাথে শব্দ তরঙ্গ এগিয়ে চলে তাই প্রতিনিয়ত তরঙ্গদ্বয়ের দশার পরিবর্তন হচ্ছে। তাই যখন বিপরীত দশায় মিলিত হবে তখন লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তারের বিয়োগফলের সমান হবে। ফলে শব্দের তীব্রতা কমে যাবে। এভাবে লব্ধি শব্দের তীব্রতার পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে বা বিট সৃষ্টি হয়।



চিত্র : ৯.১০

৯.১৫। বিটের গাণিতিক বিশ্লেষণ

Mathematical Analysis of Beat

ধরা যাক, সমবিস্তার এবং কম্পাঙ্কের সামান্য পার্থক্য বিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ একই দিকে অগ্রসর হচ্ছে। t সময় পরে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে তরঙ্গদ্বয়ের সরণ যথাক্রমে y_1 ও y_2 হলে,

$$y_1 = a \sin 2\pi f_1 t$$

$$y_2 = a \sin 2\pi f_2 t$$

এখানে, a তরঙ্গদ্বয়ের বিস্তার এবং f_1 ও f_2 যথাক্রমে এদের কম্পাঙ্ক। ধরা যাক, $f_1 > f_2$ ।

এখন, তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট লব্ধি তরঙ্গের সরণ y হলে,

$$y = y_1 + y_2 = a \sin 2\pi f_1 t + a \sin 2\pi f_2 t$$

$$\text{বা, } y = 2a \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right) t \right\} \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right\}$$

$$\text{বা, } y = 2a \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right\} \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right) t \right\} \dots \dots (9.22)$$

(9.22) সমীকরণকে তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ $Y = A \sin 2\pi ft$ -এর সাথে তুলনা করে বলা যায় যে, এটি একটি সরল দোলন গতি সম্পন্ন তরঙ্গের সমীকরণ যার বিস্তার

$$A = 2a \cos \left[2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right]$$

$$\text{এবং কম্পাঙ্ক, } f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

অর্থাৎ দুটি তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে যে নতুন তরঙ্গের উদ্ভব হয় তার বিস্তার A এবং কম্পাঙ্ক f হয় তরঙ্গদ্বয়ের কম্পাঙ্কের গড়ের সমান।

এ নতুন তরঙ্গের বিস্তার A সময় t এর উপর নির্ভরশীল। সময় তথা t অতিবাহিত হওয়ার সাথে সাথে cosine সংশ্লিষ্ট কোণ $\left[2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right]$ বাড়তে থাকে, ফলে cosine এর মানের পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধির ফলে বিস্তার A -এরও পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে। আমরা জানি শব্দের তীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। সুতরাং সময় অতিবাহিত হওয়ার সাথে সাথে বিস্তারের পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধির জন্য শব্দের তীব্রতারও পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে। ফলে বিট সৃষ্টি হয়।

বিটের হার উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান

এখন লব্ধি তরঙ্গের তীব্রতা সবচেয়ে বেশি হবে যখন,

$$\cos \left\{ 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right\} = \pm 1 \text{ হবে।}$$

$$\text{বা, } 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t = 0, \pi, 2\pi \dots m\pi \text{ হবে। } [m = 0, 1, 2 \text{ ইত্যাদি}]$$

$$\text{বা, } t = 0, \frac{1}{f_1 - f_2}, \frac{2}{f_1 - f_2}, \dots \frac{m}{f_1 - f_2} \text{ হবে।}$$

সুতরাং দেখা যায় যে, $t = 0, \frac{1}{f_1 - f_2}, \frac{2}{f_1 - f_2} \dots \dots$ ইত্যাদি সময়ে বিস্তার সর্বাধিক অর্থাৎ $2a$ এর সমান হয়। ফলে প্রবল শব্দ শোনা যায়।

$$\text{অতএব পর পর দুটি প্রবল শব্দ শোনার মধ্যবর্তী সময়} = \frac{1}{f_1 - f_2} \text{ সেকেন্ড} \dots \dots (9.23)$$

আবার লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার সর্বনিম্ন হবে যখন, $\cos \left\{ 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right\} = 0$ হবে।

$$\text{বা, } 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2} \right) t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots \dots (2m + 1) \frac{\pi}{2} \text{ হবে।} \quad [m = 0, 1, 2 \text{ ইত্যাদি}]$$

$$\text{বা, } t = \frac{1}{2(f_1 - f_2)}, \frac{3}{2(f_1 - f_2)} \dots \dots \frac{(2m + 1)}{2(f_1 - f_2)} \text{ হবে।}$$

সুতরাং দেখা যায় যে, $t = \frac{1}{2(f_1 - f_2)}, \frac{3}{2(f_1 - f_2)} \dots \dots$ ইত্যাদি সময়ে বিস্তার শূন্য হয়। ফলে কোনো শব্দ শোনা যায় না।

$$\text{অতএব পর পর দুটি নিঃশব্দ-এর মধ্যবর্তী সময়} = \frac{1}{f_1 - f_2} \text{ সেকেন্ড} \dots \dots (9.24)$$

(9.23) ও (9.24) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, প্রবল শব্দ ও নিঃশব্দ পেতে একই সময় লাগে এবং দুটি প্রবল শব্দের মধ্যে একটি নিঃশব্দ থাকে। সুতরাং দুটি প্রবল শব্দ বা দুটি নিঃশব্দের মধ্যে সময় ব্যবধান $\frac{1}{f_1 - f_2}$ সেকেন্ড। অর্থাৎ

$$\frac{1}{f_1 - f_2} \text{ সেকেন্ডে বিট সংখ্যা} = 1 \text{ টি।}$$

$$\therefore 1 \quad " \quad " \quad " = (f_1 - f_2) \text{ টি}$$

সুতরাং প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট বিট সংখ্যা উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট বিট সংখ্যা N হলে $N = f_1 - f_2$ ।

যদি তরঙ্গ দুটির বিস্তার সমান না হয় তাহলে নিঃশব্দের পরিবর্তে মৃদু শব্দ শোনা যাবে কারণ তখন বিস্তারদ্বয়ের বিয়োগফল শূন্য হবে না।

উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য খুব বেশি হলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিট সংখ্যাও খুব বেশি হয়, ফলে শব্দের তীব্রতার ভ্রাস-বৃদ্ধি এত দ্রুত হয়, তা উপলব্ধি করা যায় না। কানে একটানা শব্দ শোনা যায়। পরীক্ষা করে দেখা গেছে যে, বিটের সংখ্যা সেকেন্ডে 10 এর বেশি হলে কানে তা উপলব্ধি করা সম্ভব হয় না।

বিটের ব্যবহারিক প্রয়োগ

ক. সুর শলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় : বিটের সাহায্যে আমরা কোনো সুরশলাকার অজানা কম্পাঙ্ক বের করতে পারি। যখন একটি জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকা ও অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার মধ্যে কম্পাঙ্কের পার্থক্য বেশি না হয় তখনই কেবল ঐ পদ্ধতিতে অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

এখন f_1 অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকাকে f_2 জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সাথে একসাথে কাঁপিয়ে বিট সৃষ্টি করা হলো। ধরা যাক, প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট বিট সংখ্যা = N

$$\therefore N = f_1 - f_2$$

অজানা কম্পাঙ্ক f_1 , জানা কম্পাঙ্ক f_2 -এর চেয়ে ছোট বা বড় হতে পারে। সুতরাং অজানা কম্পাঙ্ক

$$f_1 = f_2 \pm N \quad \dots \dots (9.25)$$

অজানা কম্পাঙ্ক f_1 এর কম্পাঙ্ক $f_2 + N$ বা, $f_2 - N$ কোনটি হবে তা নির্ণয়ের জন্য আমরা অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার বাহুতে কিছু মোম লাগিয়ে দেই, ফলে এটি ভারী হয় এবং এর কম্পাঙ্ক কমে যায়। এখন বিট সৃষ্টি করলে বিট সংখ্যা N এর চেয়ে বাড়তেও পারে বা কমেতেও পারে। যদি বিট সংখ্যা বেড়ে যায় তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক f_1 , জানা কম্পাঙ্ক f_2 এর চেয়ে ছোট হবে, অর্থাৎ $f_1 = f_2 - N$ হবে। আর যদি বিট সংখ্যা কমে যায় তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক f_1 , জানা কম্পাঙ্ক f_2 এর চেয়ে বড় হবে, অর্থাৎ $f_1 = f_2 + N$ ।

অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকায় মোম লাগালে যদি বিট সংখ্যা বাড়ে তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের চেয়ে ছোট হবে আর যদি বিট সংখ্যা কমে তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের চেয়ে বড় হবে।

[দ্রষ্টব্য : অজানা বা জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার যেকোনো একটিতে ভর সংযুক্ত করে বা যেকোনোটির ভর কমিয়ে বিটের হ্রাস বৃদ্ধি লক্ষ্য করে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। জানা বা অজানা কোন সুরশলাকার কম্পাঙ্ক বেশি বিটের হ্রাস বৃদ্ধি লক্ষ্য করে নিম্নোক্ত উপায়ে তা সহজে নির্ণয় করা যায়।

১. যে সুরশলাকার বাহুর ভর বাড়ালে অর্থাৎ যার কম্পাঙ্ক কমালে বিট বাড়বে (অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য বাড়বে) তার কম্পাঙ্ক অন্যটির চেয়ে কম।

২. যে সুরশলাকার বাহুর ভর বাড়ালে অর্থাৎ যার কম্পাঙ্ক কমালে বিট কমে (অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য কমে) তার কম্পাঙ্ক অন্যটির চেয়ে বেশি।

৩. যে সুরশলাকার বাহুর ভর কমালে অর্থাৎ যার কম্পাঙ্ক বাড়ালে বিট বাড়বে (অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য বাড়বে) তার কম্পাঙ্ক অন্যটির চেয়ে বেশি।

৪. যে সুরশলাকার বাহুর ভর কমালে অর্থাৎ যার কম্পাঙ্ক বাড়ালে বিট কমে (অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য কমে) তার কম্পাঙ্ক অন্যটির চেয়ে কম।]

খ. খনিতে দূষিত গ্যাসের অস্তিত্ব নির্ণয় : বিটের সাহায্যে খনিতে দূষিত বায়ু আছে কিনা তা নির্ণয় করা যায়। যে খনির বায়ু দূষিত বলে সন্দেহ করা হয় তার খানিকটা বায়ু একটি অর্গান নলে নেওয়া হয়। অপর একটি অর্গান নলে বিশুদ্ধ বায়ু নেওয়া হয়। এখন নল দুটিকে একত্রে বাজালে যদি বিটের সৃষ্টি হয় তাহলে বুঝতে হবে বায়ু দূষিত। কারণ বায়ু দূষিত হলে তার ঘনত্ব বিশুদ্ধ বায়ুর ঘনত্বের চেয়ে আলাদা হবে ফলে নলদ্বয় থেকে সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্কের পার্থক্য থাকবে। ফলে বিট সৃষ্টি হবে। আর যদি খনির বায়ু বিশুদ্ধ হয় তাহলে কম্পাঙ্কের কোনো প্রভেদ থাকবে না। ফলে বিটও শোনা যাবে না। সুতরাং বিটের সাহায্যে খনিতে দূষিত গ্যাসের অস্তিত্ব নির্ণয় করা যায়।

৯.১৬। সুশ্রাব্য শব্দ

Musical sound

যে সমস্ত শব্দ আমাদের গুনতে ভাল লাগে তাদেরকে আমরা সুশ্রাব্য বা সুরসমৃদ্ধ শব্দ বলি। আবার যেগুলো আমাদের কাছে বিরক্তিকর তাদেরকে কলরব বা সুরবর্জিত শব্দ বলি।

আমরা জানি, উৎসের কম্পন থেকে শব্দ সৃষ্টি হয়। তাই শব্দ শ্রুতিমধুর হওয়া বা শ্রুতিকটু হওয়া নির্ভর করে উৎসের ওপর। দেখা গেছে উৎসের পর্যাবৃত্ত গতির ফলে যে শব্দ উৎপন্ন হয় তা সুশ্রাব্য বা সুরসমৃদ্ধ। আবার উৎসের কম্পন যদি অনিয়মিত এবং ক্ষণস্থায়ী হয় তাহলে যে শব্দ উৎপন্ন হয় তা সুরবর্জিত বা অপসুর শব্দ।

সুশ্রাব্য শব্দে নিচের বৈশিষ্ট্যগুলো দেখা যায়: (ক) শব্দোচ্চতা ও তীব্রতা (Loudness and Intensity), (খ) তীক্ষ্ণতা (Pitch) এবং (গ) গুণ বা জাতি (Quality or Timbre)।

৯.১১ ও ৯.১২ অনুচ্ছেদে আমরা শব্দোচ্চতা ও তীব্রতা সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করেছি। এখানে আমরা তীক্ষ্ণতা ও গুণ বা জাতি সম্পর্কে সংক্ষিপ্ত ধারণা দেওয়ার চেষ্টা করবো।

তীক্ষ্ণতা (Pitch) : তীক্ষ্ণতা হচ্ছে সুশ্রাব্য শব্দের বৈশিষ্ট্য। শব্দের এই বৈশিষ্ট্য দ্বারা খাদের সুর ও চড়া সুরের মধ্যে পার্থক্য করা যায়। উৎসের কম্পাঙ্কের ওপর শব্দের তীক্ষ্ণতা নির্ভর করে। কম্পাঙ্ক যত বাড়ে সুর তত চড়া হয় অর্থাৎ সুরের তীক্ষ্ণতা বাড়ে কিন্তু তাই বলে কম্পাঙ্ক ও তীক্ষ্ণতা এক জিনিস নয়। তীক্ষ্ণতা হচ্ছে কানের একটা বিশেষ অনুভূতি কিন্তু উৎসের কম্পাঙ্ক হচ্ছে যান্ত্রিক আন্দোলন। যেহেতু তীক্ষ্ণতা শব্দের কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক তাই তীক্ষ্ণতাকে সাধারণত কম্পাঙ্ক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

গুণ বা জাতি (Quality or Timbre) : যে বৈশিষ্ট্যের দ্বারা একই তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতার দুটি শব্দকে পরস্পর থেকে আলাদা করা যায় তাকে শব্দের গুণ বা জাতি বলে। এক সাথে কয়েকটি বাদ্যযন্ত্র (যেমন বেহালা, গিটার, বাঁশি) যদি একই তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতায় বাজানো হয় তাহলেও আমরা কোন সুরটি কোন যন্ত্রের তা সহজে বুঝতে পারি। শব্দের গুণ বা জাতির জন্য এটা সম্ভব হয়। আসলে কোনো বাদ্যযন্ত্রই একটি কম্পাঙ্কবিশিষ্ট বিশুদ্ধ সুর উৎপন্ন করে না। মূল সুরের সাথে সব সময়ই কয়েকটি উপসুর মিশে থাকে। মূল সুরের কম্পাঙ্ক দ্বারা স্বরের কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা হয়। কিন্তু স্বরের গুণ নির্ভর করে এর মূল সুরের সাথে যতগুলো উপসুর মিশে আছে তাদের আপেক্ষিক তীব্রতা এবং তারা যে ক্রমে সাজানো আছে তার ওপর।

৯.১৭। হারমোনিক এবং স্বরগ্রাম

Harmonic and Musical Scale

সুর ও স্বর (Tone and Note)

কোনো উৎস থেকে নিঃসৃত শব্দ যদি একটিমাত্র কম্পাঙ্ক থাকে তাহলে সেই শব্দকে সুর (Tone) বলে। যেমন, সুরশলাকা থেকে নিঃসৃত শব্দ, কারণ এর একটিই কম্পাঙ্ক। আবার কোনো শব্দের মধ্যে যদি একাধিক কম্পাঙ্ক থাকে তাহলে সেই শব্দকে স্বর (Note) বলে। অর্থাৎ স্বর হচ্ছে একাধিক সুরের সমষ্টি। আমরা যে কথা বলি তা স্বর, কারণ তা অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমষ্টি। সাধারণভাবে বলা যায়, উৎসের সরল দোলন গতির জন্য সুর এবং পর্যাবৃত্ত গতির জন্য স্বর উৎপন্ন হয়।

প্রত্যেক স্বরই দুই বা ততোধিক সুরের সমষ্টি। কোনো স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যার কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বা মৌলিক সুর (Fundamental tone) বলে। অন্য সকল সুর যার কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি তাদের উপসুর (Overtone) বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সম্মেলন বা হারমোনিক (Harmonic) বলে। কাজেই, সকল হারমোনিক উপসুর, কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়। আবার কোনো সুরের কম্পাঙ্ক যদি অন্য একটি সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হয়, তাহলে দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির অষ্টক (octave) বলে। উপসুর যদি মূল সুরের দ্বিগুণ হয় তাহলে তাকে দ্বিতীয় হারমোনিক বা অষ্টক, তিনগুণ হলে তৃতীয় হারমোনিক, চারগুণ হলে চতুর্থ হারমোনিক ইত্যাদি বলে। যেমন কোনো অর্গান থেকে নিঃসৃত নিচের কম্পাঙ্কগুলো আছে :

256, 268, 502, 512, 620, 768, 1020, 1280 Hz.

এখানে 256 Hz মূল সুর। 512 Hz হচ্ছে মূল সুরের অষ্টক বা দ্বিতীয় হারমোনিক এবং 768 Hz ও 1280 Hz হচ্ছে যথাক্রমে তৃতীয় ও পঞ্চম হারমোনিক। 256 Hz ছাড়া অন্যান্য কম্পাঙ্কের সুর হচ্ছে উপসুর।

সুর, স্বর এবং অষ্টকের উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে, কোনো সুরশলাকাকে আঘাত করলে যে শব্দ সৃষ্টি হয় তা সুর কারণ তাতে মাত্র একটি কম্পাঙ্কের শব্দ থাকে। আবার বেহালার ছড় টেনে কোনো শব্দ উৎপন্ন করলে তাকে স্বর বলা হয়, কারণ এতে একাধিক কম্পাঙ্কের শব্দ মিশ্রিত থাকে। স্বরগ্রামের প্রথম সাঁর কম্পাঙ্কের চেয়ে শেষ সাঁর কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ হওয়ায় শেষ সাঁকে প্রথম সাঁর অষ্টক বলা হয়।

সুর বিরাম (Musical Interval)

দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে অবকাশ বা ব্যবধান বা বিরাম (Interval) বলে। সঙ্গীতে দুটি সুরের মধ্যে পার্থক্য আমাদের কানে ধরা পড়ে কম্পাঙ্কের এ অনুপাতের জন্য কম্পাঙ্কের জন্য নয়। ধরা যাক, A, B, C, D ইত্যাদি কয়েকটি সুরের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_1, f_2, f_3, f_4 ইত্যাদি। তা হলে,

$$B \text{ ও } A\text{-এর মধ্যে সুর বিরাম} = \frac{f_2}{f_1}$$

$$C \text{ ও } B\text{-এর মধ্যে সুর বিরাম} = \frac{f_3}{f_2}$$

$$D \text{ ও } C\text{-এর মধ্যে সুর বিরাম} = \frac{f_4}{f_3}$$

$$\text{এ অবস্থায় } D \text{ ও } A\text{-এর মধ্যে সুর বিরাম হবে, } \frac{f_4}{f_1} = \frac{f_4}{f_3} \times \frac{f_3}{f_2} \times \frac{f_2}{f_1}$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, দুটি শব্দের সুর বিরাম এদের মধ্যবর্তী সুর বিরামগুলোর গুণফলের সমান।

দুই বা ততোধিক স্বর এক সাথে বাজালে তাদের মিলিত শব্দকে স্বর সংগতি (Chord) বলে। স্বরের মিলন শ্রুতিমধুর হলে তাকে স্বরসমতা বা সমসংগতি (Conchord or Consonance) এবং শ্রুতিকটু হলে স্বর বিষমতা বা বিষম সংগতি (Dischord or Disonance) বলে।

এখন যে সব স্বরের সুর বিরামগুলো সরল অনুপাতে অর্থাৎ 1, 2, 3 ইত্যাদি ছোট পূর্ণ সংখ্যার অনুপাতের দ্বারা প্রকাশ করা যায় তাদেরকে স্বর সংগতি বলে। বিভিন্ন সুর বিরামকে বিভিন্ন নামে অভিহিত করা হয়। নিচে কয়েকটি সুর বিরামের নামের তালিকা দেওয়া হলো :

সুর বিরাম	নাম	সুর বিরাম	নাম
1 : 1	সমায়ন (Unison)	3 : 2	গুরু পঞ্চম (Major fifth)
2 : 1	অষ্টক (Octave)	5 : 3	গুরু ষষ্ঠক (Major sixth)
3 : 1	পঞ্চম (Fifth)	8 : 5	লঘু ষষ্ঠক (Minor sixth)
5 : 4	গুরু তিস্রক (Major third)	8 : 9	গুরু সুর (Major tone)
6 : 5	লঘু তিস্রক (Minor third)	10 : 9	লঘু সুর (Minor tone)
		16 : 15	অর্ধ সুর (Semi tone)

৯.১৮। স্বরগ্রাম

Musical Scale

সঙ্গীতের ক্ষেত্রে দেখা যায় যে, দুই বা ততোধিক সুরের তীক্ষ্ণতা বা কম্পাঙ্কের অনুপাত যদি সরল পূর্ণসংখ্যার অনুপাতের সমান হয় তাহলে তাদের সম্মিলনে শ্রুতিমধুর শব্দের উৎপত্তি হয়। এ ঘটনার উপর ভিত্তি করে স্বরগ্রাম তৈরি করা হয়েছে।

স্বরগ্রাম বলতে আমরা নির্দিষ্ট কম্পাঙ্ক বা তীক্ষ্ণতার কয়েকটি সাজানো সুরকে বুঝি। যেকোনো সুর ও তার অষ্টক বা দ্বিগুণ কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুরের মধ্যে কয়েকটি নির্দিষ্ট সুর আমাদের কানে সহজে সাড়া দেয়। এ সুরগুলোর মধ্যে সমসংগতি বজায় থাকে বলে এরা সঙ্গীত গুণসম্পন্ন হয়। এরূপ সমসংগতিপূর্ণ সুরসমষ্টিকে স্বরগ্রাম বলে। স্বরগ্রামের সবচেয়ে ছোট কম্পাঙ্কের সূচনা সুরকে টোনিক বা প্রধান সুর (Tonic or key tone) বলে।

কোনো নির্দিষ্ট সুর ও এর অষ্টকের মধ্যবর্তী ছয়টি বিশেষ সুরকে সাজিয়ে একটি স্বরগ্রাম তৈরি করা হয় যাতে শ্রুতিমধুর সুরের সৃষ্টি হয়। এ স্বরগ্রামে আটটি ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্কের সমসংগতিপূর্ণ সুর থাকে বলে একে ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম বলে। ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের বিভিন্ন সুরের কম্পাঙ্ক ও সুর বিরাম নিচে দেওয়া হলো :

নাম (বাংলাদেশি)	সা	রে	গা	মা	পা	ধা	নি	সা
নাম (পাশ্চাত্য)	do	re	mi	fa	sol	la	ti	do
প্রতীক	C	D	E	F	G	A	B	C
প্রকৃত কম্পাঙ্ক (Hz)	256	288	320	341	384	427	480	512
C-এর সাপেক্ষে কম্পাঙ্কের অনুপাত	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
দুটি পর পর সুরের অবকাশ		$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের সুবিধে হচ্ছে এতে যথাসম্ভব বেশি স্বরসংগতি বজায় রাখার চেষ্টা করা হয়েছে। উপরের তালিকা থেকে দেখা যায় যে, ডায়াটোনিক স্বরগ্রামে সুর বিরামগুলো তিন প্রকারের; যথা $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{16}{15}$ । এদের যথাক্রমে মেজর টোন, মাইনর টোন ও সেমিটোন বলে। সুর বিরামের এ ব্যবধানের জন্য স্কেলে সব সময় C-কে প্রধান সুর বা key tone ধরে বাজাতে হয়।

গান গাওয়ার সময় গায়ক গায়িকার গলায় স্বরের সাথে মিল রেখে স্বরগ্রামের যেকোনো প্রধান স্বরকে (Key tone) বেছে নেওয়া হয়। ফলে অনেক সময় মাত্র সাতটা সুর দিয়ে কাজ চলে না তাই শ্রুতিমধুর্য এবং কণ্ঠস্বরের প্রকৃতির উপযোগী করার জন্য এক অষ্টকের মধ্যে আরো পাঁচটি সুরকে স্বরগ্রামভুক্ত করা হয়েছে। এ নতুন স্বরগ্রামকে সমীকৃত স্বরগ্রাম (Tempered scale) বলে।

সংগীতের কয়েকটি ব্যবহারিক শব্দ

নিচের শব্দগুলো প্রায়ই সংগীতের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়ে থাকে :

(১) ত্রয়ী (Triad) : যখন তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হয় তখন তারা মিলে সুমধুর সুর উৎপাদন করে। শব্দের এরূপ সমন্বয়কে সঙ্গীতে ত্রয়ী বলে।

(২) স্বরসংগতি (Chord) : যখন ত্রয়ীর সাথে অতিরিক্ত একটি শব্দ এমনভাবে মিলিত হয় যাতে অতিরিক্ত শব্দ ত্রয়ীর নিম্নতম শব্দের অষ্টক হয় অর্থাৎ এদের কম্পাঙ্কের অনুপাত যদি 4 : 5 : 6 : 8 হয় তাহলে এদের সমন্বয়ে শ্রুতিমধুর সুর উৎপাদন হয়। এ সমন্বয়কে স্বরসংগতি বলে।

(৩) সমতান (Harmony) : কতগুলো শব্দ যদি এক সঙ্গে উৎপাদন হয়ে একতানের সৃষ্টি করে, তবে তাকে সমতান বলে।

(৪) স্বরমধুর্য বা মেলডি (Melody) : যদি কয়েকটি শব্দ একের পর এক উচ্চারিত হয়ে একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে স্বরমধুর্য বা মেলডি বলে।

(৫) সলো (Solo) : একটি মাত্র বাদ্যযন্ত্র বাজালে যে সুরের সৃষ্টি হয় তাকে সলো বা একক সঙ্গীত বলে।

(৬) অর্কেস্ট্রা (Orchestra) : যখন অনেকগুলো বাদ্যযন্ত্র একসঙ্গে বাজিয়ে একটি সমতান বা একটি মেলডি অথবা একটি সমতান ও মেলডি উভয়ই সৃষ্টি করা হয় তখন তাকে অর্কেস্ট্রা বলে।

৯.১৯। সঙ্গীত গুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান

Contribution of Physics on Analysis of Musical Quality

সঙ্গীত গুণ সৃষ্টিতে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান অস্বীকার করার উপায় নেই। সকল বাদ্যযন্ত্র পদার্থবিজ্ঞানের কোনো না কোনো বিষয়ের উপর ভিত্তি করেই তৈরি করা হয়েছে। গিটার, পিয়ানো, ভায়োলিন ইত্যাদি তৈরি করা হয় তারে কম্পন সৃষ্টির মাধ্যমে। সব ধরনের ঢোলে পর্দায় কম্পন সৃষ্টির মাধ্যমে সুর সৃষ্টি করা হয়। জাইলোফোনে ষ্টিলের দণ্ডে কম্পনের মাধ্যমে সুর সৃষ্টি করা হয়। পানিতে কম্পন সৃষ্টি করে জলতরঙ্গে সুর তোলা হয়। সব ধরনের বাঁশিতে বায়ুস্তম্ভের কম্পনের ফলে স্থির তরঙ্গ তৈরি করে সুর সৃষ্টি করা হয়। পদার্থবিজ্ঞানকে এড়িয়ে কোনো বাদ্যযন্ত্র তৈরি করা সম্ভব নয়। বাদ্যযন্ত্রে সৃষ্ট সকল শব্দই পদার্থবিজ্ঞানের তত্ত্ব দ্বারা বিশ্লেষণ করা সম্ভব।

৯.২০। নয়েজ ও সঙ্গীত গুণ এবং এদের প্রভাব

Noise and Musical Quality and their Influences

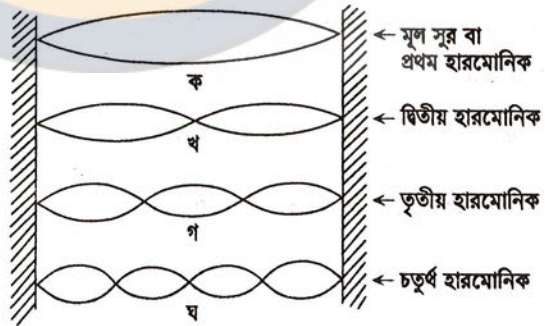
আমরা অর্থবহ যে সমস্ত শব্দ শুনি তার বেশির ভাগ অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্টি। এ কম্পাঙ্কগুলো যদি পরস্পরের সরল গুণিতক হয় তাহলে এদের দ্বারা উৎপন্ন শব্দ আমাদের কাছে সঙ্গীত গুণ সম্পন্ন মনে হবে। আর যদি পরস্পরের সাথে সম্পর্কবিহীন অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে শব্দ সৃষ্টি হয় তাহলে সে শব্দ আমাদের কাছে নয়েজ বা গোলমাল বলে মনে হবে।

নয়েজ-এর ফলে সৃষ্ট শব্দ দূষণের ব্যাপক প্রভাব রয়েছে আমাদের জীবনে। শব্দ দূষণ মানুষ ও অন্যান্য প্রাণীর স্বাভাবিক কাজ-কর্মকে ব্যাহত করে ভারসাম্য বিনষ্ট করে। বহিরাঙ্গনের শব্দ দূষণের মূল উৎস হচ্ছে নির্মাণ স্থলের শব্দ এবং বিভিন্ন যন্ত্রচালিত যানবাহন যেমন গাড়ি, রেলগাড়ি, এরোপ্লেন ইত্যাদি দ্বারা সৃষ্ট শব্দ। নিম্ন মানের নগর পরিকল্পনা শব্দ দূষণকে বাড়িয়ে দেয় বহুল পরিমাণে। শব্দ দূষণের ফলে হাইপারটেনশন এবং হৃদরোগের ঝুঁকি বেড়ে যায়। মানুষের শ্রবণশক্তিও ক্ষতিগ্রস্ত হয়। মানুষের মনোজগতের উপরও এর বিপুল প্রভাব পড়ে। শব্দ দূষণের ফলে মানুষের মেজাজের উপর নিয়ন্ত্রণ হ্রাস পায়। পক্ষান্তরে সঙ্গীতগুণ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে এসব সমস্যা থেকে আমাদেরকে নিরাপদ রাখে।

৯.২১। তারের কম্পন

Vibration of String

শব্দবিজ্ঞানে তার বা string বলতে যেকোনো উপাদানের একটি সুক্ষম প্রস্থচ্ছেদের নমনীয় অংশকে বোঝায় যার দৈর্ঘ্য প্রস্থচ্ছেদের চেয়ে অনেক বেশি। এ রকম একটি তারকে আড় এবং দীঘল দুভাবেই স্পন্দিত করা যায়। ভিজা ফ্লানেল বা রজনে আবৃত স্যাময় চামড়া দ্বারা একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর ঘর্ষণ করলে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। আবার একটি তারের দু প্রান্ত কোনো শক্ত অবলম্বনের সাথে টান টান করে বেঁধে তারের মাঝখানে দৈর্ঘ্যের সাথে সমকোণে টেনে ছেড়ে দিলে তারে আড় তরঙ্গ সৃষ্টি হয় (চিত্র : ৯.১১ক)।



চিত্র : ৯.১১

এ অবস্থায় তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বিভিন্ন বিন্দুগুলোর বিস্তার বিভিন্ন হবে। তারের দুই প্রান্ত আবদ্ধ থাকায় ঐ দুই প্রান্তে কোনো কম্পন হবে না। ঐ দুই স্থানকে নিষ্পন্দ বিন্দু বলে। তারের মাঝখানে তারের কম্পন বিস্তার সবচেয়ে বেশি হয় বলে

একে সুস্পন্দ বিন্দু বলে। কাজেই সমগ্র তারটি যখন একটি বৃত্তাংশে কম্পিত হয় তখন তারের দুই প্রান্তে দুটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং তারের মাঝখানে একটি সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হয়। তারের আড়কম্পনের জন্যে এসময়ে যে সুর নির্গত হয় তাকে মূল সুর বলে। মূল সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম। একে প্রথম হারমোনিকও বলা হয় (চিত্র : ৯.১১ক)।

টানা তারের মধ্যবিন্দু বাম হাত দিয়ে স্পর্শ করে থাকলে তারটি দুভাগে বিভক্ত হয়ে যাবে। এবার এক অংশের মধ্যবিন্দু আড়াআড়িভাবে অল্প টেনে ছেড়ে দিলে এবং তার থেকে বাম হাত সরিয়ে নিলে তারটিতে (৯.১১খ) চিত্রের ন্যায় কম্পন সৃষ্টি হবে। তারটির মধ্যবিন্দু এবং দুপ্রান্তে নিস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হবে এবং দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মাঝে একটি করে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে। অর্থাৎ মোট তিনটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং দুটি সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হবে। এসময় যে সুর নির্গত হবে তাকে বলা হয় দ্বিতীয় হারমোনিক। দ্বিতীয় হারমোনিকের কম্পাঙ্ক প্রথম হারমোনিকের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ বলে একে অষ্টকও বলা হয়। এভাবে টানা তারে তৃতীয় (চিত্র : ৯.১১গ) চতুর্থ (চিত্র : ৯.১১ঘ) ইত্যাদি হারমোনিক তৈরি করা যায়। মূল সুর ছাড়া যত সুর সৃষ্টি হয় তাকে উপসুর বলে। প্রথম হারমোনিক ছাড়া সকল হারমোনিকই উপসুর।

৯.২২। টানা তারে আড় কম্পনের সূত্রাবলি

Laws of Transverse Vibration of Stretched String

কোনো তারকে একটি নির্দিষ্ট বল দ্বারা টান টান করে রেখে তারটিকে দৈর্ঘ্যের সাথে সমকোণে টেনে ছেড়ে দিলে এতে আড় তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। এ আড় তরঙ্গ যে মূল সুর উৎপন্ন করে তার কম্পাঙ্ক কতগুলো সূত্র মেনে চলে।

ফরাসি গণিতজ্ঞ মার্সেন (Marsenne) 1636 সালে এ সূত্রগুলো আবিষ্কার করেন।

১. দৈর্ঘ্যের সূত্র : কোনো কম্পমান তারের টান (T) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (μ) স্থির থাকলে, তারের কম্পাঙ্ক (f) তারের দৈর্ঘ্যের (l) ব্যস্তানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ } f \propto \frac{1}{l} \text{ যখন } T \text{ ও } \mu \text{ স্থির থাকে।}$$

২. টানের সূত্র : কোনো কম্পমান তারের দৈর্ঘ্য (l) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (μ) স্থির থাকলে তারের কম্পাঙ্ক (f) টানের (T) বর্গমূলের সমানুপাতিক হয়।

$$\text{অর্থাৎ } f \propto \sqrt{T}, \text{ যখন } l \text{ ও } \mu \text{ স্থির থাকে।}$$

৩. ভরের সূত্র : কোনো কম্পমান তারের টান (T) ও দৈর্ঘ্য (l) স্থির থাকলে তারের কম্পাঙ্ক (f) প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভরের (μ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ } f \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}} \text{ যখন } l \text{ ও } T \text{ স্থির থাকে।}$$

যখন সবগুলো রাশি পরিবর্তিত হয় তখন

$$f \propto \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ বা, } f = K \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

এখানে K হচ্ছে সমানুপাতিক ধ্রুবক। মূল সুরের পরীক্ষার সাহায্যে যার মান পাওয়া যায় $\frac{1}{2}$ । সুতরাং টানা তারের আড়কম্পনের কম্পাঙ্কের রাশিমালা,

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \dots \quad \dots \quad (9.26)$$

মূল সুরের ক্ষেত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda = 2l$

$$\therefore f = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \dots \quad (9.27)$$

$$\text{বা, } f\lambda = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\therefore \text{তরঙ্গ বেগ, } v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad [v = f\lambda] \quad \dots \quad (9.28)$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : টানা তারে আড় কম্পনের বেগ ও কম্পাঙ্কের রাশিমালা নির্ণয় কর।

কোনো তারকে একটি নির্দিষ্ট বল দ্বারা টান টান করে রেখে তারটিকে দৈর্ঘ্যের সাথে সমকোণে টেনে ছেড়ে দেয়া যায় তাহলে এতে আড় তরঙ্গের সৃষ্টি হবে। এই তরঙ্গ তারের মধ্য দিয়ে একটি নির্দিষ্ট বেগে সঞ্চালিত হয়। বেগের মান নির্ভর করে তারের ঘনত্ব এবং তারের ওপর প্রযুক্ত টানের ওপর।

T টানে রাখা CC তারটিকে দৈর্ঘ্যের সাথে সমকোণে টেনে ছেড়ে দিলে তারে আড় কম্পনের উদ্ভব হবে। ফলে তারের বিচ্যুত অংশের শীর্ষ AEB একটি বৃত্তচাপের আকার ধারণ করবে (চিত্র ৯.১২.১)। ধরা যাক, আড় তরঙ্গ বাম থেকে ডানে v বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। তরঙ্গ বেগ নির্ণয়ের জন্য আমরা তারের ওপর সৃষ্ট তরঙ্গ গতির সাপেক্ষে তারের বৃত্তাকার গতির বেগ v নির্ণয় করি। এই বৃত্তাকার গতির জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বলের মান হিসাব করা যাক।

ধরা যাক, AEB চাপের দৈর্ঘ্য $= S$
একক দৈর্ঘ্যের ভর $= \mu$

ভর, $m = \mu S$

ব্যাসার্ধ $= R$

$$\therefore \text{কেন্দ্রমুখী বল} = \frac{mv^2}{R} = \frac{\mu S v^2}{R} \quad \dots \quad (9.29)$$

এই কেন্দ্রমুখী বল A ও B বিন্দুতে চাপের স্পর্শক বরাবর প্রযুক্ত টান T থেকে পাওয়া যায়। স্পর্শকদ্বয়কে পেছন দিকে বর্ধিত করলে তারা P বিন্দুতে মিলিত হয়। সুতরাং টানদ্বয়ের লব্ধি P বিন্দুতে ক্রিয়া করে। ধরি, AEB চাপের কেন্দ্র O । AO এবং BO যোগ করি।

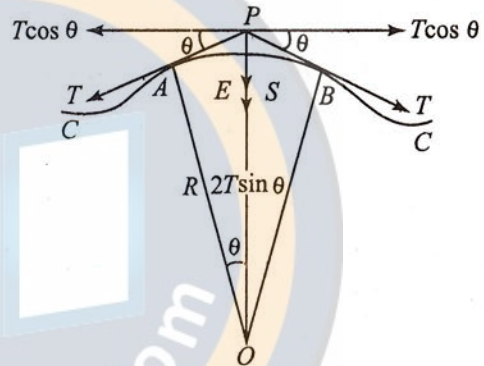
ধরি, $\angle AOP = \angle BOP = \theta$ । এখন P বিন্দুতে টানদ্বয়কে দুটি লম্ব উপাংশে বিভাজিত করলে $T \cos \theta$ উপাংশদ্বয় পরস্পরকে নাকচ করে দেয় এবং PO বরাবর ক্রিয়াশীল মোট বল হয় $2T \sin \theta$ যা কেন্দ্রমুখী বল হিসেবে ক্রিয়া করে।

$$\therefore \frac{\mu S v^2}{R} = 2T \sin \theta$$

$$= 2T \theta \quad [\because \theta \text{ খুব ছোট}]$$

$$= 2T \frac{S/2}{R} \left[\because \theta = \frac{\text{চাপ } AE}{\text{ব্যাসার্ধ } R} = \frac{S/2}{R} \right] = \frac{TS}{R}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \dots \quad (9.30)$$



কম্পাঙ্ক

যখন তারটি মূল সুর উৎপন্ন করে তখন তারের দুটি প্রান্তে দুটি নিম্পন্দ বিন্দু ও মাঝখানে একটি সুস্পন্দ বিন্দু থাকে। এখন তারের দৈর্ঘ্য l এবং আড় কম্পনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে, এক্ষেত্রে দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হবে, $l = \lambda/2$ । আড় কম্পনের কম্পাঙ্ক f হলে আমরা জানি, $v = f\lambda$

$$\therefore v = 2fl$$

V -এর সমীকরণে মান বসিয়ে আমরা পাই, $2fl = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

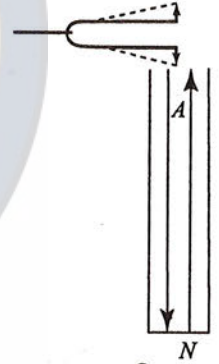
$$\therefore \text{কম্পাঙ্ক } f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \dots \dots \dots (9.31)$$

তারটিকে টান রাখার জন্য প্রয়োজনীয় ভর M এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ g হলে, $T = Mg$ । সুতরাং উপরোক্ত সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}} \dots \dots \dots (9.32)$$

৯.২৩। বায়ুস্তম্ভের কম্পন**Vibration of Air Column**

কলমের ক্রিপের মুখে, কাচের শিশি বা চাবির খোলা মুখে ফুঁ দিয়ে শ্রুতিমধুর শব্দ শোনা যায়। এর কারণ সীমাবদ্ধ বায়ুস্তম্ভে একই সঙ্গে সম্পূর্ণ এক রকম দুটি বিপরীতগামী তরঙ্গ প্রবাহিত হলে বায়ুস্তম্ভের স্থির তরঙ্গের উদ্ভব হয়। বাঁশি, সানাই, ক্লারিওনেট ইত্যাদি বাদ্যযন্ত্রে এ ধরনের কম্পনের ওপর নির্ভর করে সুর সৃষ্টি করা হয়। যখন এক মুখ বন্ধ কোনো নলে ফুঁ দেয়া হয় কিংবা কম্পমান সুরশলাকা ধরা হয়, তখন একটি দীঘল তরঙ্গ A থেকে N -এর দিকে বায়ুস্তম্ভের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হয় এবং নলের বন্ধমুখে গিয়ে প্রতিফলিত হয়ে আবার A -এর দিকে ফিরে আসে (চিত্র : ৯.১৩)। কিন্তু A থেকে ক্রমাগত নতুন তরঙ্গ N -এর দিকে যেতে থাকায় আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গ মিলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে। এ কম্পন সৃষ্টি করার জন্য সাধারণত দু প্রকার নল ব্যবহার করা যেতে পারে; যথা- (১) এক মুখ খোলা ও এক মুখ বন্ধ নল, যাকে বন্ধ নল বা closed pipe বলা হয় এবং (২) দু মুখ খোলা নল, যাকে খোলা নল বা open pipe বলে। নিচে এ দু প্রকার নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনের প্রকৃতি ও নিঃসৃত সুরের কম্পাঙ্ক সম্পর্কে আলোচনা করা হলো।



চিত্র : ৯.১৩

৯.২৪। বন্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন**Vibration of Air Column in a Closed Pipe**

কোনো এক মুখ বন্ধ নলের খোলামুখে ফুঁ দিলে বা কোনো কম্পমান সুরশলাকা ধরলে একটি দীঘল তরঙ্গ বায়ুস্তম্ভের ভেতর দিয়ে বন্ধমুখ অর্থাৎ N মুখের দিকে অগ্রসর হয় এবং বন্ধ দেয়ালে প্রতিফলিত হয়ে পুনরায় A মুখের দিকে অগ্রসর হয়। ইতোমধ্যে আর একটি নতুন তরঙ্গ আবার N মুখের দিকে অগ্রসর হলে দুটি বিপরীতমুখী তরঙ্গ একে অপরের ওপর পড়ে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে। স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হলে, বায়ু মাধ্যমে সুস্পন্দ বিন্দু ও নিম্পন্দ বিন্দু উৎপত্তি হবে। চিত্রের সাহায্যে দীঘল তরঙ্গ প্রকাশ করা অসুবিধাজনক বলে, আমরা সাধারণত প্রতীক হিসেবে এদেরকে আড় তরঙ্গের চিত্র দ্বারা প্রকাশ করে থাকি।

নলের N মুখ বন্ধ থাকায় ঐ জায়গায় বায়ুকণা স্পন্দিত হতে পারে না। সুতরাং সেখানে সব সময় একটি নিম্পন্দ বিন্দুর উৎপত্তি হবে। পক্ষান্তরে A মুখ খোলা থাকায় ঐ জায়গায় বায়ুকণা স্পন্দনের সর্বাধিক সুবিধা পায় বলে সেখানে সব সময় একটি সুস্পন্দ বিন্দুর উদ্ভব হবে। স্থির তরঙ্গের জন্য সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের যে সুর উৎপন্ন হয় তাকে মূল সুর

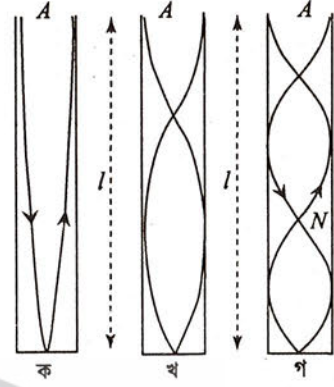
(Fundamental Tone) বলে। এ ক্ষেত্রে নলের মধ্যে শুধু একটি মাত্র সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দু থাকে (চিত্র : ৯.১৪ক)।

নলের এই সুর হবে সম্ভাব্য সকল সুরের মূল সুর বা খাদের সুর। এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য সবচেয়ে বেশি। একে প্রথম সমমেল বা প্রথম হারমোনিকও বলে।

নলের মুখে আরো জোরে ফুঁ দিলে নলের বায়ুস্তম্ভের সৃষ্টি স্থির তরঙ্গের দৈর্ঘ্য কমে যায়। ফলে নলের বদ্ধমুখের নিস্পন্দ বিন্দুও খোলা মুখের সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে যথাক্রমে একটি সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর উদ্ভব হতে পারে (চিত্র : ৯.১৪খ)। এ অবস্থায় বায়ুস্তম্ভের মধ্যে যে সুর উৎপন্ন হয় তাকে প্রথম উপসুর (First overtone) বলে। এ সুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের তিন গুণ বলে একে তৃতীয় সমমেল বা তৃতীয় হারমোনিক বলে।

খোলা মুখে আরো জোরে ফুঁ দিলে দ্বিতীয় উপসুরের সৃষ্টি হয়। এ অবস্থায় কম্পনের মধ্যে আরো একটি করে সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দু থাকে (চিত্র : ৯.১৪গ)। এ সুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের পাঁচগুণ বলে একে পঞ্চম সমমেল বা পঞ্চম হারমোনিক বলা হয়।

খোলা মুখে আরো জোরে ফুঁ দিলে তৃতীয়, চতুর্থ ইত্যাদি উপসুর উৎপন্ন হবে এবং এদের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে মূল সুরের কম্পাঙ্কের সাতগুণ, নয়গুণ ইত্যাদি হবে। সুতরাং বদ্ধ নলে মূল সুরের অযুগ্ম সমমেল বা হারমোনিক পাওয়া যায় বা বদ্ধ নলের উপসুরগুলো কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের বিজোড় গুণিতক।



চিত্র : ৯.১৪

৯.২৫। খোলা নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন

Vibration of Air Column in a Open Pipe

যখন খোলা নলের যেকোনো খোলা মুখে ফুঁ দেয়া হয় বা অন্য কোনো উপায়ে বায়ুস্তম্ভকে আন্দোলিত করা হয় তখন তরঙ্গ এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তের দিকে অগ্রসর হয়। অন্য প্রান্তে উপস্থিত হলে এ তরঙ্গ হঠাৎ প্রসারিত হওয়ার সুযোগ পায়। ফলে তরঙ্গের এক অংশ মুক্ত বায়ুতে সম্প্রসারিত হয় এবং অপর অংশ ঐ প্রান্তে প্রতিফলিত হয়ে নলের মধ্যে মূল তরঙ্গের বিপরীত দিকে প্রবাহিত হয়। মূল তরঙ্গ ও প্রতিফলিত তরঙ্গ একে অপরের ওপর পড়ে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে, ফলে সুরের উৎপত্তি হয়।

নলের দুই মুখ খোলা থাকায় ঐ দু জায়গায় বায়ুকণা স্পন্দিত হওয়ার সবচেয়ে বেশি সুবিধা পায়। ফলে এ দু মুক্ত প্রান্তে সব সময় দুটি সুস্পন্দ বিন্দু উৎপন্ন হয়। বায়ুস্তম্ভের সহজতম কম্পনে সুস্পন্দ বিন্দু দুটির মাঝে একটি নিস্পন্দ বিন্দু থাকতে পারে (চিত্র : ৯.১৫ক) এবং এর ফলে যে সুর উৎপন্ন হবে তাকে মূল সুর বলে।

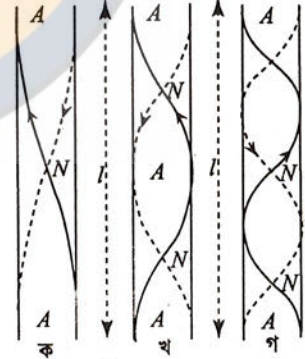
এর সুর হবে খোলা নলের সম্ভাব্য সকল সুরের মধ্যে মূল সুর খাদের সুর। এ তরঙ্গদৈর্ঘ্য সবচেয়ে বেশি এবং কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম। একে প্রথম সমমেল বা প্রথম হারমোনিকও বলে।

নলের মুখে জোরে ফুঁ দিলে পরবর্তী সম্ভাব্য কম্পনে নলে মোট তিনটি সুস্পন্দ বিন্দু ও দুটি নিস্পন্দ বিন্দু গঠিত হতে পারে (চিত্র : ৯.১৫খ)। এ অবস্থায় যে সুরের সৃষ্টি হয় তাকে প্রথম উপসুর বলে।

এ সুরের কম্পাঙ্ক মূল কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ বলে একে দ্বিতীয় সমমেল বা দ্বিতীয় হারমোনিক বা অষ্টক বলে।

নলে যদি আরো জোরে ফুঁ দেয়া যায় তাহলে দ্বিতীয় উপসুরের সৃষ্টি হয়। এ অবস্থায় নলে মোট চারটি সুস্পন্দ ও তিনটি নিস্পন্দ বিন্দু গঠিত হতে পারে (চিত্র : ৯.১৫গ)।

এ সুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের তিনগুণ বলে একে তৃতীয় সমমেল বা তৃতীয় হারমোনিক বলে।



চিত্র : ৯.১৫

এভাবে অন্যান্য উপসুরের উৎপত্তি হলে দেখানো যেতে পারে যে, এদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চার, পাঁচ, ছয়গুণ ইত্যাদি হবে। সুতরাং বলা যায়, খোলা নলে মূল সুরের জোড় ও বিজোড় সকল প্রকার সমমেল বা হারমোনিক পাওয়া যায়। সেজন্য খোলা নল থেকে নির্গত সুর অনেক বেশি শ্রুতিমধুর। এ কারণে দুই মুখ খোলা বাঁশি থেকে নির্গত সুর এক মুখ খোলা বাঁশি থেকে নির্গত সুরের চেয়ে বেশি শ্রুতিমধুর তথা উৎকৃষ্ট। এক মুখ খোলা বাঁশিতে যেখানে মূল সুরের গুণু বিজোড় সমমেল বা হারমোনিক পাওয়া যায় দু মুখ খোলা বাঁশিতে সেখানে জোড় ও বিজোড় সকল প্রকার সমমেল বা হারমোনিক পাওয়া যায়।

৯.২৬। ব্যবহারিক

Practical

পরীক্ষণের নাম	মেলডিংর পরীক্ষার সাহায্যে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয়
পিরিয়ড : ২	

[পরীক্ষণটি দুই ব্যবস্থায় করা যায়। যথা— (ক) আড় কম্পন ব্যবস্থা ও (খ) লম্বিক কম্পন ব্যবস্থা। যেকোনো একটি ব্যবস্থায় করলেই চলবে।]

মূলতত্ত্ব : একটি সরু সূতার এক প্রান্ত সুরশলাকার একটি বাহুর সাথে আটকে অপর প্রান্ত কপিকলের উপর দিয়ে নিয়ে নিচের প্রান্তে একটি পাল্লা বেঁধে দেওয়া হয় (চিত্র : ৯.১৬)।



চিত্র : ৯.১৬

(ক) আড় কম্পন ব্যবস্থা : এ ব্যবস্থায় সুরশলাকার বাহুকে অনুভূমিকভাবে রাখা হয় ফলে সুরশলাকার বাহু সূতার দৈর্ঘ্য বরাবর থাকে। (চিত্র : ৯.১৬ক)। এখন সুরশলাকার বাহুতে আঘাত করে বা বৈদ্যুতিক প্রণালিতে সুরশলাকায় কম্পন সৃষ্টি করলে সূতায় আড় কম্পন সৃষ্টি হবে যা সূতা বরাবর সঞ্চালিত হয়ে কপিকলে বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হবে। এতে করে তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে সূতায় স্থির তরঙ্গের উদ্ভব হবে এবং সূতার দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে বেশ কয়েকটি লুপ তৈরি হবে। এক্ষেত্রে সূতার কম্পাঙ্ক সুরশলাকার কম্পাঙ্কের সমান হয়। যদি s সংখ্যক লুপের দৈর্ঘ্য L হয় তাহলে পরপর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{L}{s} \text{ বা, } \lambda = \frac{2L}{s}$$

$$\text{সূতার কম্পাঙ্ক, } f = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{\frac{2L}{s}} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

এখানে, M = পাল্লার চাপানো ভর + পাল্লার ভর।

g = অভিকর্ষজ ত্বরণ।

$T = Mg$ = পাল্লার চাপানো ওজন + পাল্লার ওজন।

μ = সূতার একক দৈর্ঘ্যের ভর।

$$\therefore f = \frac{s}{2L} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}} \dots\dots\dots(1)$$

(খ) লম্বিক কম্পন ব্যবস্থা : এ ব্যবস্থায় সুরশলাকাটিকে উল্লম্বভাবে রেখে রবার প্যাড দিয়ে বাহুতে আঘাত করে বা বৈদ্যুতিক প্রণালিতে সুরশলাকায় কম্পন সৃষ্টি করা হয় (চিত্র : ৯.১৫খ)। আগের মতো সুতায় স্থির তরঙ্গের উদ্ভব হয়। এক্ষেত্রে যে সময়ে সুরশলাকাটি একটি পূর্ণ কম্পন করে সে সময়ে সুতাটি অর্ধেক কম্পন সম্পন্ন করে। সুতরাং সুরশলাকার কম্পাঙ্ক,

$$f = 2 \times \text{সুতার কম্পাঙ্ক} = 2 \times \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

যদি s সংখ্যক লুপের দৈর্ঘ্য L হয় তাহলে পর পর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{L}{s} \quad \text{বা,} \quad \lambda = \frac{2L}{s}$$

$$\text{সুতরাং} \quad f = 2 \times \frac{1}{\frac{2L}{s}} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$f = \frac{s}{L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\text{বা,} \quad f = \frac{s}{L} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}} \dots\dots\dots(2)$$

এখানে, M = পাল্লায় চাপানো ভর + পাল্লার ভর

g = অভিকর্ষজ ত্বরণ

μ = সুতার একক দৈর্ঘ্যের ভর

যন্ত্রপাতি : মেল্‌ডির যন্ত্র, মিটার স্কেল, ওজন বাক্সসহ নিক্তি, পিনসহ স্ট্যান্ড।

কাজের ধারা :

১। নিক্তির সাহায্যে মেল্‌ডির যন্ত্রের পাল্লার ভর নির্ণয় করা হয়।

২। মেল্‌ডির যন্ত্রের সুতাটি খুলে নিয়ে নিক্তির সাহায্যে ভর এবং মিটার স্কেলের সাহায্যে দৈর্ঘ্য পরিমাপ করে একক দৈর্ঘ্যের ভর নির্ণয় করা হয়।

৩। সরু সুতার এক প্রান্ত অনুভূমিকভাবে রাখা সুরশলাকার বাহুর সাথে আটকে সুতাটিকে কপিকলের উপর দিয়ে নিয়ে সুতার প্রান্তে পাল্লা বেঁধে দেওয়া হয়।

৪। পাল্লায় সামান্য ওজন রেখে সুতাটাকে টান টান করা হয়।

৫। রবার প্যাডের সাহায্যে বা বৈদ্যুতিক প্রণালিতে সুরশলাকায় কম্পন সৃষ্টি করা হয়।

৬। সুতায় দৈর্ঘ্য এবং পাল্লার ওজন নিয়ন্ত্রণ করে সুতায় কয়েকটি লুপ তৈরি করা হয়।

৭। দুটি পিন স্ট্যান্ড নিয়ে দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর ঠিক পাশে বসানো হয়। মিটার স্কেলের সাহায্যে পিনদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, L , পরিমাপ করা হয় এবং লুপ সংখ্যা গণনা করা হয়।

৮। পাল্লার ভর অপরিবর্তিত রেখে তিনবার L পরিমাপ করে গড় L নির্ণয় করা হয়।

৯। পাল্লা ভর পরিবর্তন করে উপরিউক্ত পদ্ধতিতে তিনবার L নির্ণয় করা হয়।

১০। (1) নং সমীকরণে L , s , M , g এবং μ এর মান বসিয়ে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক f হিসাব করা হয়।

১১। এবার সুরশলাকাটিকে উল্লম্বভাবে স্থাপন করে উপরিউক্ত কাজের ধারা অনুযায়ী লম্বিক কম্পন ব্যবস্থার জন্য L ও s নির্ণয় করে (২) নং সমীকরণের সাহায্যে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক f হিসাব করা হয়।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন

সূতার দৈর্ঘ্য, $L = \dots\dots\dots$ m

সূতার ভর, $m \dots\dots\dots$ kg

সূতার একক দৈর্ঘ্যের ভর, $\mu = \frac{m}{L} = \dots\dots\dots$ kg m⁻¹

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8$ m s⁻¹

আড় কম্পন ব্যবস্থায় কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	পাল্লায় ভর	পাল্লায় চাপানো ভর	মোট ভর	লুপ সংখ্যা	লুপগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব	সুরশলাকার কম্পাঙ্ক	গড় কম্পাঙ্ক
	m_1 kg	m_2 kg	$M = m_1 + m_2$ kg	s	L m	$f = \frac{s}{2L} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$ Hz	f Hz
1							
2							
3							

লম্বিক কম্পন ব্যবস্থায় কম্পাঙ্ক নির্ণয়ের ছক

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	পাল্লায় ভর	পাল্লায় চাপানো ভর	মোট ভর	লুপ সংখ্যা	লুপগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব	সুরশলাকার কম্পাঙ্ক	গড় কম্পাঙ্ক
	m_1 kg	m_2 kg	$M = m_1 + m_2$ kg	s	L m	$f = \frac{s}{L} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$ Hz	f Hz
1							
2							
3							

হিসাব

আড় কম্পন ব্যবস্থায় : $f = \frac{s}{2L} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$

লম্বিক কম্পন ব্যবস্থায় : $f = \frac{s}{L} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$

ফলাফল :

সতর্কতা

১। তারের ভর সতর্কতার সাথে নির্ণয় করা হয়।

২। লুপের সংখ্যা সঠিকভাবে গণনা করা হয়।

৩। পিন স্ট্যান্ড ঠিক নিম্পন্দ বিন্দুতে বসানো হয়।

৪। সরু তার ব্যবহার করা হয়।

৫। পাল্লায় পরিমিত ভর ব্যবহার করা হয়।

সার-সংক্ষেপ

তরঙ্গ : যে পর্যাবৃত্ত আন্দোলন কোনো জড় মাধ্যমে এক স্থান হতে অন্য স্থানে শক্তি ও তথ্য সঞ্চারিত করে কিন্তু মাধ্যমের কণাগুলোকে স্থানান্তরিত করে না তাকে তরঙ্গ বলে।

তরঙ্গদৈর্ঘ্য : তরঙ্গ সৃষ্টিকারী কোনো কম্পনশীল বস্তুর একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হতে যে সময় লাগে সেই সময়ে তরঙ্গ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে।

আড় তরঙ্গ : যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমকোণে অগ্রসর হয়, তাকে আড় তরঙ্গ বলে।

লম্বিক তরঙ্গ : যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমান্তরালে অগ্রসর হয় সে তরঙ্গকে লম্বিক তরঙ্গ বলে।

অগ্রগামী তরঙ্গ : যখন কোনো মাধ্যমের ভেতর পর্যাবৃত্ত আন্দোলন এক স্তর থেকে অন্য স্তরে তরঙ্গ আকারে সঞ্চালিত হতে হতে সামনের দিকে একটি নির্দিষ্ট বেগে অগ্রসর হয় তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

স্থির তরঙ্গ : কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একই মানের বেগে বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অপরের উপর আপতিত হলে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

মুক্ত কম্পন : যে কোনো আকার, গঠন বা আকৃতির বস্তুকে আন্দোলিত করলে তা একটি নিজস্ব কম্পাঙ্ক রক্ষা করে স্পন্দিত হয়। এ স্পন্দনকে মুক্ত কম্পন বলে।

পরবশ কম্পন : কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পনের কম্পাঙ্কের চেয়ে ভিন্নতর হলে বস্তুটি প্রথমে অনিয়মিতভাবে কম্পিত হয় পরে আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে কম্পিত হতে থাকে। এ ধরনের কম্পনকে পরবশ কম্পন বলে।

অনুনাদ : কোনো বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক আর তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কম্পিত হতে থাকে। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

তরঙ্গের তীব্রতা : তরঙ্গের তীব্রতা হচ্ছে শব্দ সঞ্চালনের পথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্যদিয়ে প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত শক্তির পরিমাণ। তীব্রতা, $I = \frac{P}{A}$ এখানে, P = ক্ষমতা বা প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত শক্তি এবং A = পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল। তীব্রতার একক $J s^{-1} m^{-2}$ বা, $W m^{-2}$ ।

প্রমাণ তীব্রতা : $1000 Hz$ কম্পাঙ্কবিশিষ্ট $10^{-12} W m^{-2}$ তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।

বেল : প্রমাণ তীব্রতা থেকে দশগুণ তীব্রতা সম্পন্ন কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেলকে এক বেল (B) বলে।

ডেসিবেল : প্রমাণ তীব্রতা থেকে 10 গুণ তীব্রতা সম্পন্ন কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেলকে 1 বেল বলে। এক বেলের এক-দশমাংশকে এক ডেসিবেল বলে।

বিট : একই ধরনের এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের তীব্রতার যে পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি হয় তাকে বিট বলে।

সুর ও স্বর : কোনো উৎস থেকে নিঃসৃত শব্দে যদি একটিমাত্র কম্পাঙ্ক থাকে তাহলে সেই শব্দকে সুর বলে। আর শব্দের মধ্যে যদি একাধিক কম্পাঙ্ক থাকে তাহলে সেই শব্দকে স্বর বলে।

মৌলিক সুর ও উপসুর : কোনো স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যার কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মৌলিক সুর বলে অন্য সকল সুরই উপসুর।

হারমোনিক : সুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মৌলিক সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে হারমোনিক বলে।

অষ্টক : কোনো সুরের কম্পাঙ্ক যদি অন্য একটি সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হয় তাহলে দ্বিতীয়টিকে প্রথমটির অষ্টক বলে।

নয়েজ ও সঙ্গীত গুণ : আমরা অর্থবহ যে সমস্ত শব্দ শুনি তার বেশিরভাগ অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্টি। এ কম্পাঙ্কগুলো যদি পরস্পরের সরল গুণিতক হয় তাহলে এদের দ্বারা উৎপন্ন শব্দ আমাদের কাছে সঙ্গীত গুণসম্পন্ন মনে হবে। আর যদি পরস্পরের সাথে সম্পর্কবিহীন অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে শব্দ সৃষ্টি হয় তাহলে সে শব্দ আমাদের কাছে নয়েজ বা গোলমাল বলে মনে হবে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	৭.৪	$v = f\lambda$	৯.৪
২	৭.৫	$y = a \sin 2\pi ft$	৯.৬
৩	৭.৬	$y = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$	৯.৬
৪	৭.৭	$y = a \sin (\omega t - kx)$	৯.৬
৫	৭.৮	$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$	৯.৬
৬	৭.৯	$y = a \sin (\omega t + kx)$	৯.৬
৭	৭.১০	$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt + x)$	৯.৬
৮	৭.১২	$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$	৯.৭
৯	৭.১৩	$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt$	৯.৮
১০	৭.১৪	$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi r^2}$	৯.১১
১১	৭.১৭	$\beta = \log \frac{I}{I_0}$	৯.১২
১২	৭.১৮	$\beta = \log \frac{P}{P_0}$	৯.১২
১৩	৭.১৯	$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB}$	৯.১২
১৪	৭.২০	$\beta_2 - \beta_1 = \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \text{ dB}$	৯.১২
১৫	৭.২১	$\Delta\beta = 10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \text{ dB}$	৯.১২
১৬	৭.২৫	$f_1 = f_2 \pm N$	৯.১৫
১৭	৭.২৬	$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$	৯.২২
১৮	৭.২৮	$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$	৯.২২
১৯	৭.৩২	$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$	৯.২২

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১। P এবং Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 m s^{-1} এবং 340 m s^{-1} । মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.2 m হলে, সুরশলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কতদূর যাবে ?

[ঢা. বো. ২০১২; কু. বো. ২০০৬]

ধরি, শব্দের কম্পাঙ্ক, f

$$\lambda_Q - \lambda_P = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \frac{v_Q}{f} - \frac{v_P}{f} = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{বা, } v_Q - v_P = 0.2 \text{ m} \times f$$

$$\text{বা, } f = \frac{340 \text{ m s}^{-1} - 300 \text{ m s}^{-1}}{0.2 \text{ m}} = 200 \text{ Hz}$$

$$\therefore \lambda_Q = \frac{340 \text{ m s}^{-1}}{200 \text{ Hz}} = 1.7 \text{ m}$$

$$\therefore S = N \lambda_Q = 50 \times 1.7 \text{ m} = 85 \text{ m}$$

উ: 85 m

এখানে,

$$P \text{ মাধ্যমে শব্দের বেগ, } v_P = 300 \text{ m s}^{-1}$$

$$Q \text{ মাধ্যমে শব্দের বেগ, } v_Q = 340 \text{ m s}^{-1}$$

$$P \text{ মাধ্যমে তরঙ্গদৈর্ঘ্য} = \lambda_P$$

$$Q \text{ মাধ্যমে তরঙ্গদৈর্ঘ্য} = \lambda_Q$$

$$\lambda_Q - \lambda_P = 0.2 \text{ m}$$

$$Q \text{ মাধ্যমে কম্পনসংখ্যা, } N = 50$$

$$Q \text{ মাধ্যমে অতিক্রান্ত দূরত্ব, } S = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২। কোনো মাধ্যমে 640 Hz ও 480 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 1 m হলে ঐ মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের বেগ কত ? [কু. বো. ২০০৯; রা. বো. ২০১১; চ. বো. ২০১০, ২০০৮]

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 1 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \frac{v}{f_2} - \frac{v}{f_1} = 1 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \frac{v}{480 \text{ Hz}} - \frac{v}{640 \text{ Hz}} = 1 \text{ m}$$

$$\text{বা, } 640 \text{ Hz} \times v - 480 \text{ Hz} \times v = 1 \text{ m} \times 480 \text{ Hz} \times 640 \text{ Hz}$$

$$\text{বা, } 160 \text{ Hz} \times v = 1 \text{ m} \times 480 \text{ Hz} \times 640 \text{ Hz}$$

$$\therefore v = 1920 \text{ m s}^{-1}$$

উ: 1920 m s⁻¹

এখানে,

$$\text{প্রথম কম্পাঙ্ক, } f_1 = 640 \text{ Hz}$$

$$\text{দ্বিতীয় কম্পাঙ্ক, } f_2 = 480 \text{ Hz}$$

$$\text{প্রথম তরঙ্গদৈর্ঘ্য} = \lambda_1$$

$$\text{দ্বিতীয় তরঙ্গদৈর্ঘ্য} = \lambda_2$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 1 \text{ m}$$

$$\text{তরঙ্গ বেগ, } v = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩। তিনটি সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 123, 369 এবং 615 Hz। তাদের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৯]

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = \frac{v}{f_1} : \frac{v}{f_2} : \frac{v}{f_3}$$

$$= \frac{1}{f_1} : \frac{1}{f_2} : \frac{1}{f_3}$$

$$= \frac{1}{123 \text{ Hz}} : \frac{1}{369 \text{ Hz}} : \frac{1}{615 \text{ Hz}}$$

$$= 5 : 1.67 : 1$$

উ: 5 : 1.67 : 1

এখানে,

$$\text{প্রথম সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক, } f_1 = 123 \text{ Hz}$$

$$\text{দ্বিতীয় সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক, } f_2 = 369 \text{ Hz}$$

$$\text{তৃতীয় সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক, } f_3 = 615 \text{ Hz}$$

$$\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৪। দুইটি সুরশলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য 218 Hz। বাতাসে শলাকা দুটি যে তরঙ্গ উৎপন্ন করে, তাদের একটির দুটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপরটির তিনটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। শলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [চ. বো. ২০০৯]

শর্ত মোতাবেক,

$$2\lambda_1 = 3\lambda_2 \therefore \lambda_1 = \frac{3}{2} \lambda_2$$

বাতাসে শব্দের বেগ v হলে,

$$v = f_1 \lambda_1 = f_2 \lambda_2$$

$$\text{বা, } f_1 \times \frac{3}{2} \lambda_2 = f_2 \lambda_2$$

$$\text{বা, } f_1 = \frac{2}{3} f_2$$

$$\therefore f_1 < f_2$$

$$\therefore f_1 \sim f_2 = f_2 - f_1 = 218 \text{ Hz}$$

$$\text{বা, } f_2 - \frac{2}{3} f_2 = 218 \text{ Hz}$$

$$\therefore f_2 = 218 \text{ Hz} \times 3 = 654 \text{ Hz}$$

$$\therefore f_1 = 654 \text{ Hz} - 218 \text{ Hz} = 436 \text{ Hz}$$

$$\text{উ: } 436 \text{ Hz ; } 654 \text{ Hz}$$

এখানে,

প্রথম সুরশলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, λ_1

দ্বিতীয় সুরশলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, λ_2

প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, f_1

দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, f_2

$$f_1 \sim f_2 = 218 \text{ Hz}$$

$$f_1 = ?$$

$$f_2 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৫। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20 \pi x}{17} \right)$ মিটার হলে এর বিস্তার, কম্পাঙ্ক, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৩]

প্রদত্ত সমীকরণ, $y = 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20 \pi x}{17} \right)$ কে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = a \sin \left(\omega t - \frac{2 \pi x}{\lambda} \right) \text{ -এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$\text{বিস্তার, } a = 0.1 \text{ m}$$

$$\omega = 2 \pi f = 200 \pi$$

$$\therefore \text{কম্পাঙ্ক, } f = 100 \text{ Hz}$$

$$\frac{2 \pi x}{\lambda} = \frac{20 \pi x}{17}$$

$$\therefore \text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda = \frac{17}{10} = 1.7 \text{ m}$$

$$\text{তরঙ্গ বেগ, } v = f \lambda$$

$$= 100 \times 1.7 = 170 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{উ: } 0.1 \text{ m; } 100 \text{ Hz; } 1.7 \text{ m; } 170 \text{ m s}^{-1}$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৬। একটি তারের উপর উৎপন্ন অনুপ্রস্থ তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 0.5 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.5} - \frac{x}{50} \right)$, এখানে, x এবং y সেন্টিমিটারে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটির বিস্তার, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

[ঢা. বো. ২০১১]

প্রদত্ত সমীকরণ,

$$y = 0.5 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.5} - \frac{x}{50} \right)$$

বা, $y = 0.5 \sin \left(\frac{2\pi t}{0.5} - \frac{2\pi x}{50} \right)$ সমীকরণকে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \text{ -এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$\text{বিস্তার, } a = 0.5 \text{ cm} \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{0.5} \therefore \text{কম্পাঙ্ক, } f = 2 \text{ Hz}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2 \text{ Hz}} = 0.5 \text{ s}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{50}$$

$$\therefore \text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda = 50 \text{ cm}$$

উ: 0.5 cm; 50 cm; 2 Hz; 0.5 s

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৭। কোনো তরঙ্গের বিস্তার 0.4 m হলে, $t = \frac{T}{4}$ সময় কম্পনের উৎস হতে $x = \frac{\lambda}{8}$ দূরত্বে

অবস্থিত বিন্দুর সাম্যাবস্থান হতে সরণ কত হবে ?

[ব. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

$$y = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

$$= 0.4 \text{ m} \sin \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} - \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{8} \right)$$

$$= 0.4 \text{ m} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = 0.4 \text{ m} \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= 0.4 \text{ m} \sin 45^\circ = 0.28 \text{ m}$$

উ: 0.28 m

গাণিতিক উদাহরণ-৯.৮। কোনো একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 480 Hz। তরঙ্গ পূর্ণ পর পর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0.346 m। মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর।

[ব. বো. ২০১২]

ধরা যাক, তরঙ্গদৈর্ঘ্য = λ

পর পর দুটি নিম্পন্দ বিন্দু মধ্যবর্তী দূরত্ব = $\frac{\lambda}{2}$

$$\therefore \frac{\lambda}{2} = 0.346 \text{ m} \therefore \lambda = 0.692 \text{ m}$$

$$\text{তরঙ্গ বেগ, } v = f\lambda = 480 \text{ Hz} \times 0.692 \text{ m}$$

$$= 332.16 \text{ m s}^{-1}$$

উ: 332.16 m s⁻¹

এখানে,

বিস্তার, $a = 0.4 \text{ m}$

$$\text{সময়, } t = \frac{T}{4}$$

$$\text{দূরত্ব, } x = \frac{\lambda}{8}$$

সরণ, $y = ?$

এখানে,

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = 480 \text{ Hz}$$

$$\text{তরঙ্গ বেগ, } v = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৯। কোনো শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা $2 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$ হলে শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেলে নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} = 10 \log \frac{2 \times 10^{-8}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 10 \log 2 \times 10^4 \text{ dB} = 43 \text{ dB}\end{aligned}$$

উ: 43 dB

এখানে,

$$\text{তীব্রতা, } I = 2 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{প্রমাণ তীব্রতা, } I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{তীব্রতা লেভেল, } \beta = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১০। কোনো শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} W m^{-2} । (ক) শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। (খ) শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে? [রা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 10 \log \frac{I_1}{I_0} \text{ dB} \\ &= 10 \log \frac{10^{-8}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 10 \log 10^4 \text{ dB} = 40 \text{ dB}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার, } \beta_2 &= 10 \log \frac{I_2}{I_0} \text{ dB} \\ &= 10 \log \frac{3 \times 10^{-8}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 10 \log (3 \times 10^4) \text{ dB} = 44.77 \text{ dB}\end{aligned}$$

উ: 40 dB এবং 44.77 dB

এখানে,

$$\text{প্রমাণ তীব্রতা, } I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$$

প্রথম ক্ষেত্রে

$$\text{শ্রেণিকক্ষের তীব্রতা, } I_1 = 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{তীব্রতা লেভেল, } \beta_1 = ?$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে

$$\text{শ্রেণিকক্ষের তীব্রতা, } I_2 = 3I_1$$

$$= 3 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{তীব্রতা লেভেল, } \beta_2 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১১। একটি অ্যামপ্লিফায়ার থেকে নিঃসৃত শব্দের ক্ষমতা 10 mW থেকে 20 mW-এ পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতা লেভেলের কত ডেসিবেল পরিবর্তন হবে? [সি. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\Delta\beta &= 10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \text{ dB} \\ &= 10 \log \left(\frac{20 \text{ mW}}{10 \text{ mW}} \right) \text{ dB} \\ &= 10 \log 2 \text{ dB} = 3 \text{ dB}\end{aligned}$$

উ: 3 dB.

এখানে,

$$\text{অ্যামপ্লিফায়ারের প্রাথমিক ক্ষমতা, } P_1 = 10 \text{ mW}$$

$$\text{অ্যামপ্লিফায়ারের পরিবর্তিত ক্ষমতা, } P_2 = 20 \text{ mW}$$

$$\text{তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন, } \Delta\beta = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১২। দুটি সুরশলাকা A ও B একই সময় শব্দায়িত হওয়ায় প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট উৎপন্ন হয়। কিন্তু A-তে খানিকটা ওজন লাগালে বিটের সংখ্যা কমে যায়। B-এর কম্পাঙ্ক 256 Hz হলে A-এর কম্পাঙ্ক বের কর।

$$\text{আমরা জানি, } f_A = f_B \pm N$$

$$= 256 \text{ Hz} \pm 5 \text{ Hz} = 261 \text{ Hz} \text{ বা } 251 \text{ Hz}$$

যেহেতু A শলাকার ভর বাড়ালে অর্থাৎ কম্পাঙ্ক কমাতে বিট কমে,

অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য কমে, কাজেই A-এর কম্পাঙ্ক B-এর

কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি ছিল।

$$\therefore f_A = 261 \text{ Hz}$$

উ: 261 Hz.

এখানে,

$$B\text{-এর কম্পাঙ্ক, } f_B = 256 \text{ Hz}$$

$$\text{বিটের হার, } N = 5 \text{ s}^{-1} = 5 \text{ Hz}$$

$$A\text{-এর কম্পাঙ্ক, } f_A = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১৩। একটি সুর 512 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকার সাথে প্রতি সেকেন্ডে 4 টি বিট এবং 514 Hz কম্পাঙ্কের অপর একটি সুরশলাকার সাথে প্রতি সেকেন্ডে 6 টি বিট উৎপন্ন করে। সুরটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০০৯; চ. বো. ২০০৫]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} f &= f_1 \pm N \\ &= 512 \text{ Hz} \pm 4 \text{ Hz} \\ &= 508 \text{ Hz বা, } 516 \text{ Hz} \end{aligned}$$

কিন্তু কম্পাঙ্ক বাড়লে বিটের হার বাড়ে,

অর্থাৎ কম্পাঙ্কের পার্থক্য বাড়ে,

কাজেই অজানা সুরের কম্পাঙ্ক জানা সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে কম ছিল।

$$\therefore f = 508 \text{ Hz}$$

উ: 508 Hz.

এখানে,

$$1\text{ম ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক, } f_1 = 512 \text{ Hz}$$

$$\text{বিটের হার, } N = 4 \text{ Hz}$$

$$2\text{য় ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক, } f_2 = 514 \text{ Hz}$$

$$\text{বিটের হার, } N' = 6 \text{ Hz}$$

$$\text{সুরটির কম্পাঙ্ক, } f = ?$$

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১৪। A এবং B দুটি সুরশলাকা একটি গ্যাসে 1 m এবং 1.01 m তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট উৎপন্ন হয়। B-এর কম্পাঙ্ক 512 Hz. 'A' শলাকার বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় একত্রে শব্দায়িত করলে একই সংখ্যক বিট উৎপন্ন হয়।

(ক) গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের 'A' সুরশলাকার কম্পাঙ্ক ভর বৃদ্ধির পূর্বে না পরে 'B' এর চেয়ে বেশি ছিল। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= f \lambda \\ &= 512 \text{ s}^{-1} \times 1.01 \text{ m} \\ &= 517.12 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(খ) আমরা জানি, } f_2 &= f_1 \pm N = 512 \text{ Hz} \pm 6 \text{ Hz} \\ &= 518 \text{ Hz বা, } 506 \text{ Hz} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda = 1.01 \text{ m}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = 512 \text{ Hz}$$

$$\text{তরঙ্গ বেগ, } v = ?$$

এখানে,

$$\text{জানা শলাকার কম্পাঙ্ক, } f_1 = 512 \text{ Hz.}$$

$$\text{বিটের হার, } N = 6 \text{ s}^{-1} = 6 \text{ Hz}$$

$$\text{অজানা শলাকার কম্পাঙ্ক, } f_2 = ?$$

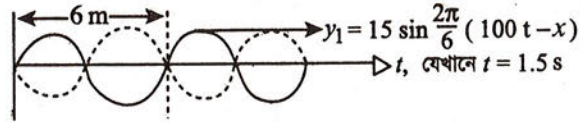
অজানা সুরশলাকায় তার জড়ালে ভর বাড়ে ফলে কম্পাঙ্ক কমে যায়। সুতরাং 506 Hz হতে পারে না কেননা তাহলে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক কমে গিয়ে বিটের সংখ্যা বেড়ে যেত।

$$\therefore f_2 = 518 \text{ Hz.}$$

ব্যাখ্যা : আপাতদৃষ্টিতে মনে হয় অজানা শলাকার কম্পাঙ্ক ঠিক আছে। কিন্তু তা নয়, অজানা শলাকার ভর সংযুক্ত করার ফলে এর কম্পাঙ্ক ভর সংযুক্তির আগে জানা সুরশলাকার কম্পাঙ্কের চেয়ে যত বেশি ছিল ভর সংযুক্তির পর কম্পাঙ্ক তত কমে গেছে। ফলে কম্পাঙ্কের পার্থক্যের কোনো পরিবর্তন হচ্ছে না। কাজেই বিট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকছে।

উ: (ক) 517.12 m s⁻¹ ; (খ) ভরবৃদ্ধির আগে বেশি ছিল।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১৫। নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।



উদ্দীপকে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের মুক্ত প্রান্তের প্রতিফলন দেখানো হয়েছে।

(ক) উদ্দীপক অনুসারে তরঙ্গটি প্রতিফলনের পর লব্ধি তরঙ্গ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে $x = \frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে y -এর জন্য একটি লেখচিত্র গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর।

(যেমন- $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}$ এবং T)

[চ. বো. ২০১৬]

(ক) প্রদত্ত সমীকরণ, $Y_1 = 15 \sin \frac{2\pi}{6} (100t - x)$

তরঙ্গটি প্রতিফলনের পর প্রতিফলিত তরঙ্গের সমীকরণ

$$y_2 = 15 \sin \frac{2\pi}{6} (100t + x)$$

তরঙ্গ দুটি উপরপাতিত হয়ে স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন করে। স্থির তরঙ্গের উপরস্থ কোনো কণার লব্ধি সরণ y হলে,

$$y = y_1 + y_2 = 15 \sin \frac{2\pi}{6} (100t - x) + 15 \sin \frac{2\pi}{6} (100t + x)$$

$$= 15 \times 2 \sin \left(\frac{2\pi}{6} \times 100t \right) \cos \left(\frac{2\pi}{6} x \right)$$

$$= 30 \cos \frac{2\pi}{6} x \sin \frac{2\pi}{6} 100t$$

$$= A \sin \frac{2\pi}{6} 100t$$

অর্থাৎ তরঙ্গটি প্রতিফলনের পর লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = A \sin \frac{2\pi}{6} \times 100t$$

এখানে, $A =$ লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার $= 30 \cos \frac{2\pi}{6} x$

(খ) আমরা জানি, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt$$

$$= \left(2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt$$

$$= \left(2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} \right) \sin \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{T} t \quad [\because v = f\lambda = \frac{\lambda}{T}]$$

$$\therefore y = (2a \cos \pi) \sin \frac{2\pi}{T} t$$

যখন, $t = 0$

$$\text{তখন, } y = 2a \cos \pi \sin 0^\circ = 0$$

যখন, $t = \frac{T}{4}$

$$\text{তখন, } y = 2a \cos \pi \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}$$

$$= 2a \cos \pi \sin \frac{\pi}{2}$$

$$= -2a = -30 \text{ cm}$$

$$[\because a = 15 \text{ cm}]$$

$$\text{যখন, } t = \frac{T}{2}$$

$$\text{তখন, } y = 2a \cos \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}$$

$$= 2a \cos \pi \sin \pi$$

$$= 0$$

$$\text{যখন, } t = \frac{3T}{4}$$

$$\text{তখন, } y = 2a \cos \pi \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4}$$

$$= 2a \cos \pi \sin \frac{2\pi}{T}$$

$$= 2a = 2 \times 15 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

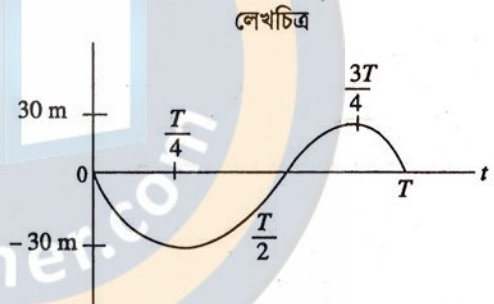
$$\text{যখন, } t = T$$

$$\text{তখন, } y = 2a \cos \pi \sin \frac{2\pi}{T} T$$

$$= 0$$

$$x = \frac{\lambda}{2} \text{ দূরত্বে } y \text{ এর বিভিন্ন মান}$$

t	y	
0	0	0
$\frac{T}{4}$	-2a	-30 cm
$\frac{T}{2}$	0	0
$\frac{3T}{4}$	3a	30 cm
T	0	0



গাণিতিক উদাহরণ ৯.১৬। ০.৫ m লম্বা একটি তারকে ৫০ N বল দ্বারা টানা হলো। যদি তারের ভর ০.০০৫ kg হয়, তবে মৌলিক কম্পাঙ্ক কত? [ঢা. বো. ২০১১; কু. বো. ২০১২; রা. বো. ২০০১; য. বো. ২০০২;

ব. বো. ২০০৮]

তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর μ হলে, আমরা জানি,

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ কিন্তু } \mu = \frac{m}{l}$$

$$\therefore f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{Tl}{m}} = \frac{1}{2 \times 0.5 \text{ m}} \sqrt{\frac{50 \text{ N} \times 0.5 \text{ m}}{0.005 \text{ kg}}}$$

$$= 70.71 \text{ s}^{-1}$$

$$= 70.71 \text{ Hz}$$

$$\text{উ: } 70.71 \text{ Hz}$$

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.5 \text{ m}$

টান, $T = 50 \text{ N}$

ভর, $m = 0.005 \text{ kg}$

কম্পাঙ্ক, $f = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১৭। একটি তারের দৈর্ঘ্য 0.50 m এবং টান 3 kg-এর ওজনের সমান। তারটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। তারটির এক মিটার দৈর্ঘ্যের ভর 5 g ও $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ । [চ. বো. ২০১১]

আমরা জানি,

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 0.5 \text{ m}} \sqrt{\frac{29.4 \text{ N}}{0.005 \text{ kg}}}$$

$$= 76.68 \text{ Hz}$$

উ: 76.68 Hz

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.5 \text{ m}$

টান, $T = 3 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 29.4 \text{ N}$

এক মিটার দৈর্ঘ্যের ভর, $\mu = 5 \text{ g m}^{-1} = 0.005 \text{ kg m}^{-1}$

কম্পাঙ্ক, $f = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১৮। 1.5 m দৈর্ঘ্যের একটি স্টিলের তার একটি স্থির বিন্দু থেকে উল্লম্বভাবে ঝুলিয়ে এর নিম্ন প্রান্তে 9 N ওজন ঝুলিয়ে দেওয়া হলো। তারটি টেনে ছেড়ে দিলে তারটি হতে উৎপন্ন মৌলিক কম্পাঙ্কের পরিমাণ বের কর। স্টিলের তারটির ভর $0.15 \times 10^{-3} \text{ kg}$ । [ব. বো. ২০১১]

তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর μ হলে, আমরা জানি,

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

কিন্তু, $\mu = \frac{m}{l}$

$$\therefore f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{Tl}{m}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 1.5 \text{ m}} \sqrt{\frac{9 \text{ N} \times 1.5 \text{ m}}{0.15 \times 10^{-3} \text{ kg}}} = 100 \text{ Hz}$$

উ: 100 Hz

গাণিতিক উদাহরণ ৯.১৯। একটি তারের ভর 3 g এবং দৈর্ঘ্য 60 cm। তারটি কত বল দ্বারা টানা দিলে এর কম্পনের ফলে সৃষ্ট প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্ক হবে 200 Hz? [দি. বো. ২০১১]

আমরা জানি, প্রথম উপসুরের কম্পাঙ্ক

$$f = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{আবার, } \mu = \frac{m}{l}$$

$$\therefore f = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{Tl}{m}}$$

এখানে,

তারের দৈর্ঘ্য, $l = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$

তারের ভর, $m = 3 \text{ g} = 3 \times 10^{-3} \text{ kg}$

কম্পাঙ্ক, $f = 200 \text{ Hz}$

বল, $T = ?$

$$\text{বা, } 200 \text{ Hz} = \frac{1}{0.6 \text{ m}} \sqrt{\frac{T \times 0.6 \text{ m}}{3 \times 10^{-3} \text{ kg}}}$$

$$\text{বা, } \frac{T \times 0.6 \text{ m}}{3 \times 10^{-3} \text{ kg}} = (200 \text{ Hz} \times 0.6 \text{ m})^2$$

$$\therefore T = \frac{(200 \text{ Hz} \times 0.6 \text{ m})^2 \times 3 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0.6 \text{ m}} = 72 \text{ N}$$

উ: 72 N

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২০। একটি টানা তারের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন না করে এর উপর প্রযুক্ত টান চারগুণ করা হলো। তারের কম্পাঙ্কের কত পরিবর্তন হবে? [ঢা. বো. ২০০৮; সি. বো. ২০০৯]

তারের দৈর্ঘ্য ও একক দৈর্ঘ্যের ভর স্থির থাকলে

আমরা জানি, $f \propto \sqrt{T}$

$$\text{সুতরাং } \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\text{এখানে, } T_2 = 4T_1$$

$$\therefore \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{T_1}{4T_1}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f_2 = 2f_1$$

উ: কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ হবে।

ধরা যাক,

প্রাথমিক টান, T_1

প্রাথমিক কম্পাঙ্ক, f_1

\therefore চূড়ান্ত টান, $T_2 = 4T_1$

চূড়ান্ত কম্পাঙ্ক, $f_2 = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২১। ২০ cm দীর্ঘ একটি তার কোনো একটি সুরশলাকার সাথে ঐকতানে আছে। টান দ্বিগুণ করলে ঐকতানে আনতে কত দৈর্ঘ্যের প্রয়োজন হবে? [চ. বো. ২০০১]

তারটির একক দৈর্ঘ্যের ভর = μ

এবং প্রাথমিক ও শেষ কম্পাঙ্ক

f_1 ও f_2 হলে,

$$f_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \text{ এবং } f_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

এখন প্রশ্নানুসারে, $f_1 = f_2$

$$\therefore \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

$$\text{বা, } l_2 = l_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 20 \text{ cm} \times \sqrt{\frac{2T_1}{T_1}} \\ = 20 \text{ cm} \times \sqrt{2} = 28.28 \text{ cm}$$

উ: ২৮.২৮ cm.

এখানে,

তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য, $l_1 = 20 \text{ cm}$

তারের প্রাথমিক টান, T_1

তারের শেষ টান, $T_2 = 2T_1$

তারের শেষ দৈর্ঘ্য, $l_2 = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২২। দুটি সদৃশ তার ঐকতানে আছে। ০.৩৬ m দৈর্ঘ্যের একটি তার ১০০ kg-এর ওজন দ্বারা টানা দেওয়া আছে। অপর একটি তার ২২০ kg-এর ওজন দ্বারা টানা দেওয়া থাকলে, দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বের কর। [চ. বো. ২০০২; সি. বো. ২০১১]

যেহেতু তার দুটি সদৃশ, সুতরাং তাদের একক দৈর্ঘ্যের ভর সমান। ধরা যাক, তারদ্বয়ের একক দৈর্ঘ্যের ভর μ এবং তার দুটির কম্পাঙ্ক f_1 এবং f_2 ।

$$\therefore f_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \text{ এবং } f_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

তারদ্বয় ঐকতানে থাকায়, $f_1 = f_2$

$$\therefore \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

$$\therefore l_2 = l_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 0.36 \text{ m} \times \sqrt{\frac{220 \text{ kg-wt}}{100 \text{ kg-wt}}} = 0.53 \text{ m}$$

উ: ০.৫৩ m

এখানে,

প্রথম তারের দৈর্ঘ্য, $l_1 = 0.36 \text{ m}$

প্রথম তারের টান, $T_1 = 100 \text{ kg-wt}$

দ্বিতীয় তারের টান, $T_2 = 220 \text{ kg-wt}$

দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য, $l_2 = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২৩। এক মিটার লম্বা একটি কম্পমান তার 40 N বল দ্বারা টানা অবস্থায় 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকার সাথে ঐকতান হয়। যদি তারটির টানা বল পরিবর্তন করে 20 N করা হয় তবে এর দৈর্ঘ্যকে কিরূপ পরিবর্তন করলে আবার ঐ সুরশলাকার সাথে ঐকতানে আসবে ?

তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর μ , প্রাথমিক

ও শেষ কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_1 ও f_2 এবং

শেষ দৈর্ঘ্য l_2 হলে,

$$f_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \text{ এবং } f_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

এখন, প্রশ্নানুসারে, $f_1 = f_2$

$$\therefore \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

$$\text{বা, } l_2 = l_1 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 1 \text{ m} \times \sqrt{\frac{20 \text{ N}}{40 \text{ N}}} = 0.7071 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta l = l_1 - l_2 = 1 \text{ m} - 0.7071 \text{ m} = 0.2929 \text{ m} = 29.29 \text{ cm}$$

সুতরাং তারের দৈর্ঘ্য 29.29 cm কমাতে হবে।

উ: দৈর্ঘ্য 29.29 cm কমাতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২৪। একটি সনোমিটারের তার 350 Hz কম্পাঙ্কের একটি টিউনিং ফর্কের সাথে ঐকতানে থাকে। তারের টান ঠিক রেখে সনোমিটারের তারের দৈর্ঘ্য 1.5% বৃদ্ধি করলে প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বিট শোনা যাবে ?

আমরা জানি,

$$f_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$f_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\therefore \frac{f_1}{f_2} = \frac{l_2}{l_1}$$

$$\text{বা, } \frac{350 \text{ Hz}}{f_2} = \frac{101.5l_1}{100l_1}$$

$$\therefore f_2 = \frac{350 \times 100}{101.5} \text{ Hz} = 344 \text{ Hz}$$

$$\therefore N = f_1 - f_2 = 350 \text{ Hz} - 344 \text{ Hz} = 6 \text{ Hz}$$

উ: 6টি।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২৫। দুটি সুরশলাকা একই সাথে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বিট সৃষ্টি করে। একটি শলাকা কোনো টানা তারের 1.18 m দৈর্ঘ্যের সাথে ও অপরটি ঐ একই তারের 1.20 m দৈর্ঘ্যের সাথে ধ্বনি সমন্বয় করে, টান অপরিবর্তিত আছে। সুরশলাকা দুটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$f_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 1.18 \text{ m}} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \dots (1)$$

$$f_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 1.20 \text{ m}} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \dots (2)$$

(1) কে (2) দ্বারা ভাগ করে,

এখানে,

তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য, $l_1 = 1 \text{ m}$

তারের প্রাথমিক টান, $T_1 = 40 \text{ N}$

তারের শেষ টান, $T_2 = 20 \text{ N}$

দৈর্ঘ্য পরিবর্তন, $\Delta l = ?$

এখানে,

টিউনিং ফর্কের কম্পাঙ্ক, $f_1 = 350 \text{ Hz}$

সনোমিটার তারের দৈর্ঘ্য $= l_1$

তারের টান $= T$

তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর $= \mu$

তারের দৈর্ঘ্য 1.5% বৃদ্ধি করলে

$$\text{দৈর্ঘ্য হবে, } l_2 = l_1 + \frac{l_1 \times 1.5}{100} = \frac{101.5l_1}{100}$$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করার পর কম্পাঙ্ক $= f_2$

শ্রুত বিট সংখ্যা, $N = f_1 - f_2$

ধরা যাক,

শলাকা দুটির কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_1 ও f_2 ,

তারের টান T এবং একক দৈর্ঘ্যের ভর μ

প্রথম ক্ষেত্রে তারের দৈর্ঘ্য, $l_1 = 1.18 \text{ m}$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1.20}{1.18}$$

$$\therefore f_2 = \frac{1.18}{1.20} f_1 \quad \dots \quad (3)$$

(3) সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $f_1 > f_2$

$$\therefore N = f_1 - f_2 \text{ বা, } 5 \text{ Hz} = f_1 - \frac{1.18}{1.20} f_1$$

$$\text{বা, } 5 \text{ Hz} = \frac{0.02}{1.20} f_1$$

$$\therefore f_1 = \frac{5 \text{ Hz} \times 1.20}{0.02} = 300 \text{ Hz}$$

$$f_2 = f_1 - 5 \text{ Hz} = 300 \text{ Hz} - 5 \text{ Hz} = 295 \text{ Hz}$$

উ: 300 Hz, 295 Hz.

গাণিতিক উদাহরণ-৯.২৬। সালাম 300 Hz কম্পাঙ্ক ও 0.25 cm বিস্তারের শব্দ তরঙ্গ পরপর বায়ু ও পানিতে প্রেরণ করে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4.16 m পেল। উভয় মাধ্যমে শব্দের বেগ ও তীব্রতা ভিন্ন ভিন্ন পাওয়া গেল। সালাম বলল শব্দের বেগ ও তীব্রতার মান বায়ু মাধ্যম থেকে পানি মাধ্যমে বেশি পাওয়া যাবে। বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ 352 m s^{-1} । বায়ু ও পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 1.293 kg m^{-3} ও 1000 kg m^{-3} ।

(ক) উদ্দিপক অনুসারে পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সালামের বক্তব্যের সঠিকতা যাচাই কর।

[রুয়েট ২০০৪-২০০৫; সি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

পানি ও বায়ুতে তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_w ও λ_a হলে,

$$\lambda_w - \lambda_a = 4.16 \text{ m} \quad \dots (1)$$

$$\text{আমরা জানি, } v_w = f \lambda_w \quad \dots (2)$$

কিন্তু (1) সমীকরণ থেকে $\lambda_w = 4.16 + \lambda_a$

আবার, $v_a = f \lambda_a$

$$\therefore \lambda_a = \frac{v_a}{f} = \frac{352}{300} \text{ m} \therefore \lambda_w = \left(4.16 + \frac{352}{300} \right) \text{ m}$$

এখন (2) সমীকরণে মান বসিয়ে,

$$v_w = 300 \times \left(4.16 + \frac{352}{300} \right) \text{ m s}^{-1} = (300 \times 4.16 + 352) \text{ m s}^{-1}$$

$$= (1248 + 352) \text{ m s}^{-1} = 1600 \text{ m s}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\text{শব্দের তীব্রতা, } I_a = 2 \pi^2 \rho_a v_a a^2 f^2$$

$$I_a = 2 \times \pi^2 \times 1.293 \text{ kg m}^{-3} \times 352 \text{ m s}^{-1} \times (0.25 \times 10^{-2})^2 \times (300 \text{ s}^{-1})^2$$

$$= 5053.5 \text{ Wm}^{-2}$$

$$\text{আবার, } I_w = 2 \times \pi^2 \rho_w v_w a^2 f^2$$

$$= 2 \pi^2 \times 1000 \text{ kgm}^{-3} \times 1600 \text{ m s}^{-1}$$

$$\times (0.25 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \times (300 \text{ s}^{-1})^2$$

এখানে,

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = 300 \text{ Hz}$$

$$\text{বায়ুতে শব্দের বেগ, } v_a = 352 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{পানিতে শব্দের বেগ, } v_w = ?$$

এখানে,

$$\text{বায়ুর ঘনত্ব, } \rho_a = 1.293 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{বায়ুতে শব্দের বেগ, } v_a = 352 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{শব্দতরঙ্গের বিস্তার, } a = 0.25 \text{ cm}$$

$$= 0.25 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{কম্পাঙ্ক, } f = 300 \text{ Hz} = 300 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{পানির ঘনত্ব, } \rho_w = 1000 \text{ kg m}^{-3}$$

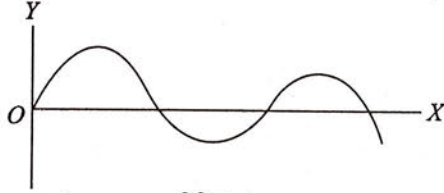
$$\text{পানিতে শব্দের বেগ, } v_w = 1600 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 17765287.92 \text{ W m}^{-2}$$

∴ $v_w > v_a$ এবং $I_w > I_a$ ∴ সালামের বক্তব্য সঠিক।

উ: (ক) 1600 m s^{-1} ; (খ) সালামের বক্তব্য সঠিক।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২৭। নিম্নে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ দেওয়া হলো :



$$Y = 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20\pi}{17} x \right)$$

এখানে, Y mm এককে, t s এককে এবং x m এককে

(ক) O বিন্দু হতে 0.25 m ও 1.0 m দূরের দুটি বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য কত?

(খ) উদ্দীপকে, বিস্তার ও কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ এবং একই মাধ্যমে বিপরীতমুখী হলে তরঙ্গটির সমীকরণ কিরূপ হবে?

বিশ্লেষণ কর।

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, দশা পার্থক্য

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times \Delta x = \frac{2 \times \pi \times 0.75 \text{ m}}{1.7 \text{ m}} = 2.77 \text{ rad বা } 248.78^\circ$$

এখানে,

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 1.7 \text{ m}$

পথপার্থক্য, $\Delta x = 1.0 \text{ m} - 0.25 \text{ m} = 0.75 \text{ m}$

দশাপার্থক্য, $\delta = ?$

(খ) প্রদত্ত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y = 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20\pi}{17} x \right)$$

অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ

$$Y = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \text{ এর সাথে তুলনা করে,}$$

বিস্তার, $a = 0.1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}$

$\omega = 2\pi f = 200\pi$ ∴ কম্পাঙ্ক, $f = 100 \text{ Hz}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{20\pi}{17} \therefore \text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda = 1.7 \text{ m}$$

বিপরীতমুখী তরঙ্গটির জন্য

বিস্তার, $a' = 2a = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$

কম্পাঙ্ক, $f' = 2f = 2 \times 100 \text{ Hz} = 200 \text{ Hz}$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega' = 2\pi f' = 2\pi \times 200 \text{ Hz} = 400\pi \text{ rad s}^{-1}$

$$\text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{f \lambda}{f'} = \frac{100 \text{ Hz} \times 1.7 \text{ m}}{200 \text{ Hz}} = 0.85 \text{ m}$$

বিপরীতমুখী তরঙ্গটির সমীকরণ,

$$Y' = a' \sin \left(\omega' t + \frac{2\pi}{\lambda'} x \right) = 0.2 \sin \left(400 \pi t + \frac{2\pi}{0.85} x \right)$$

$$Y' = 0.2 \sin \left(400 \pi t + \frac{200\pi}{85} x \right)$$

উ: (ক) 2.77 rad বা, 248.78° (খ) $Y' = 0.2 \sin \left(400 \pi t + \frac{200\pi}{85} x \right)$

গাণিতিক উদাহরণ : ৯.২৮। শামীম কোনো এক মাধ্যমে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ দেখল যার সমীকরণ—

$$Y = 0.5 \sin (200 \pi t - 0.602 \pi x)$$

তখন সে উক্ত তরঙ্গের সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দ অন্য এক মাধ্যমে করায় তরঙ্গবেগ বৃদ্ধি পেল এবং দেখতে পেল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য ০.২ m হলো।

(ক) উদ্দীপকের তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও বেগ নির্ণয় কর।

(খ) দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গবেগ প্রথম মাধ্যমের চেয়ে কত বৃদ্ধি পাবে ?

[য. বো. ২০১৬]

(ক) প্রদত্ত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $Y = 0.5 \sin (200 \pi t - 0.602 \pi x)$ -এর সাথে অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ

সমীকরণ, $Y = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$ -কে তুলনা করে পাই,

$$\omega = 2 \pi f = 200 \pi \quad \therefore \text{কম্পাঙ্ক, } f = 100 \text{ Hz}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 0.602 \pi \text{ m}^{-1} \quad \therefore \text{তরঙ্গদৈর্ঘ্য, } \lambda = \frac{2}{0.602} = 3.32 \text{ m}$$

$$\text{তরঙ্গ বেগ, } v = f \lambda = 100 \text{ Hz} \times 3.32 \text{ m} = 332 \text{ m s}^{-1}$$

(খ) দ্বিতীয় মাধ্যমে কম্পাঙ্ক, $f' =$ প্রথম মাধ্যমে কম্পাঙ্ক, $f = 100 \text{ Hz}$

দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ' হলে,

$$\text{প্রশ্নমতে, } \lambda' - \lambda = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{বা, } \lambda' = 0.2 \text{ m} + 3.32 \text{ m} = 3.52 \text{ m}$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গবেগ, } v' = f' \lambda' = 100 \text{ Hz} \times 3.52 \text{ m} = 352 \text{ m s}^{-1}$$

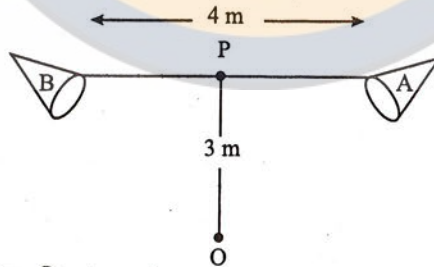
$$\therefore \text{তরঙ্গবেগের পার্থক্য, } \Delta v = v' - v = 352 \text{ m s}^{-1} - 332 \text{ m s}^{-1} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

অর্থাৎ দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গবেগ 20 m s^{-1} বৃদ্ধি পাবে।

উ: (ক) 3.32 m এবং 332 m s^{-1}

(খ) 20 m s^{-1} বৃদ্ধি পাবে

গাণিতিক উদাহরণ ৯.২৯। শাহীন তার কলেজের একটি অনুষ্ঠানে ৪ m দৈর্ঘ্যের স্টেজ তৈরি করল। স্টেজের একপ্রান্তে ১ mW ক্ষমতার একটি স্পীকার A স্থাপন করল; স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে সোজাসুজি ৩ m দূরে O বিন্দুতে একজন শ্রোতার নিকট শব্দের তীব্রতা কম হওয়ায় সে স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে অপর প্রান্তে একই দূরত্বে ও একই ক্ষমতার অপর একটি স্পীকার B স্থাপন করল। নিচের চিত্রে তা দেখানো হলো :



(ক) স্পীকার A-এর জন্য O বিন্দুতে তীব্রতা কত?

(খ) স্পীকার A ও স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে কী?—

বিশ্লেষণ কর।

[রা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা,

$$I_A = \frac{P_A}{A} = \frac{P_A}{4 \pi r^2}$$

এখানে,

$$r = AO = (2 \text{ m})^2 + (3 \text{ m})^2 = \sqrt{13} \text{ m}$$

$$\text{স্পীকারের ক্ষমতা, } P_o = 1 \text{ mW} = 1 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$I_A = \frac{1 \times 10^{-3} \text{ W}}{4 \times \pi \times (\sqrt{13} \text{ m})^2}$$

$$= 6.12 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$$

(খ) আমরা জানি, তীব্রতা লেভেল,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB}$$

$$\therefore \beta = 10 \log \frac{6.12 \times 10^{-6}}{10^{-12}} \text{ dB}$$

$$= 67.87 \text{ dB}$$

দুটি স্পীকার অন করায় O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হবে, সুতরাং মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল,

$$\beta = 10 \log \frac{2 I_A}{I_0} \text{ dB}$$

$$= 10 \log \frac{2 \times 6.12 \times 10^{-6}}{10^{-12}} \text{ dB}$$

$$= 70.88 \text{ dB}$$

একটি স্পীকার অন করলে তীব্রতা লেভেল পাওয়া যায় 67.87 dB আর দুটি একসঙ্গে অন করলে সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল হয় 70.88 dB, সুতরাং দেখা যায় যে, উভয় স্পীকারের সুইচ অন করলে শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে না তবে কিছু বাড়বে।

উ: (ক) $6.12 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$; (খ) তীব্রতা লেভেল বাড়বে কিন্তু দ্বিগুণ হবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩০। $Y = 6 \sin \left(8 \pi t - \frac{\pi x}{25} \right)$ একটি চলমান তরঙ্গের সমীকরণ নির্দেশ করে; যেখানে x ও y কে সেন্টিমিটারে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটি 0.09 kg m^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হচ্ছে।

(ক) উদ্দীপকে বর্ণিত তরঙ্গের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) তরঙ্গটি শ্রাব্য কিনা—তীব্রতা লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে প্রমাণ কর।

[চ. বো. ২০১৫]

(ক) প্রদত্ত সমীকরণ, $Y = 6 \sin \left(8 \pi t - \frac{\pi x}{25} \right)$

চলমান তরঙ্গে সমীকরণ, $Y = a \sin \left(\omega t - \frac{2 \pi}{\lambda} x \right)$ -এর সাথে তুলনা করে পাই,

বিস্তার, $a = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$;

আবার, $\omega = 2 \pi f = 8 \pi$ \therefore কম্পাঙ্ক, $f = 4 \text{ Hz}$

$\frac{2 \pi}{\lambda} = \frac{\pi}{25 \text{ cm}}$ \therefore তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$

তরঙ্গবেগ, $v = f \lambda = 4 \text{ s}^{-1} \times 0.5 \text{ m} = 2 \text{ m s}^{-1}$

(খ) আমরা জানি,

শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB}$

আবার, শব্দের তীব্রতা, $I = 2 \pi^2 \rho v a^2 f^2$

$$\text{বা, } I = 2 \times \pi^2 \times 0.09 \text{ kg m}^{-3} \times 2 \text{ m s}^{-1}$$

$$\times (0.06 \text{ m})^2 \times (4 \text{ s}^{-1})^2$$

$$= 0.2 \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{এবং তীব্রতা লেভেল, } \beta = 10 \log \frac{0.2}{10^{-12}} \text{ dB}$$

$$= 113 \text{ dB}$$

এখানে,

মাধ্যমের ঘনত্ব, $\rho = 0.09 \text{ kg m}^{-3}$

তরঙ্গের বেগ, $v = 2 \text{ m s}^{-1}$

বিস্তার, $a = 0.06 \text{ m}$

কম্পাঙ্ক, $f = 4 \text{ s}^{-1}$

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

তরঙ্গের তীব্রতা, $I = ?$

তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

∴ 0 dB তীব্রতা লেভেল হচ্ছে শ্রাব্যতার প্রারম্ভিক সীমা এবং 120 dB থেকে শ্রুতি যন্ত্রণার শুরু। প্রদত্ত তরঙ্গ দ্বারা উৎপন্ন শব্দের তীব্রতা লেভেল 113 dB, অতএব তরঙ্গটি শ্রাব্য।

উ: (ক) 4 Hz ; (খ) তরঙ্গটি শ্রাব্য।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩১। তিনটি সুরশলাকা যাদের প্রথম দুটির গায়ে কম্পাঙ্ক 450 Hz লেখা আছে যার একটির বাহু কিছুটা ক্ষয়ে গেছে। তৃতীয় সুরশলাকার গায়ে কম্পাঙ্কের মান লেখা নেই। তৃতীয় সুরশলাকাটিকে পৃথকভাবে অপর দুটির সাথে স্পন্দিত করলে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বিট সৃষ্টি হয়। আবার প্রথম দুটি একই সাথে স্পন্দিত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট সৃষ্টি হয়। [১ম সুরশলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা 10^{-7} W m^{-2}]

(ক) ১ম সুরশলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেল এককে নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের তথ্যসমূহ হতে ৩য় সুরশলাকাটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত লেখ। [ব. বো. ২০১৫]

$$\begin{aligned} \text{(ক) আমরা জানি, } \beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} \\ &= 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 50 \text{ dB} \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি,

$$f_2 = f_1 \pm N_1$$

প্রশ্নমতে, $f_2 > f_1$

$$\begin{aligned} \therefore f_2 &= f_1 + N_1 = 450 \text{ Hz} + 6 \text{ Hz} \\ &= 456 \text{ Hz} \end{aligned}$$

আবার প্রশ্নমতে,

$$f_3 = f_1 \pm N_2 = f_2 \pm N_2$$

$$\begin{aligned} &= 450 \text{ Hz} \pm 3 \text{ Hz} = 456 \text{ Hz} \pm 3 \text{ Hz} \\ \therefore f_3 &= 450 \text{ Hz} + 3 \text{ Hz} = 456 \text{ Hz} - 3 \text{ Hz} \\ &= 453 \text{ Hz} \end{aligned}$$

উ: (ক) 50 dB ; (খ) সম্ভব

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩২। নাকিস তাদের টিভিতে T-20 বিশ্বকাপের বাংলাদেশ বনাম ভারত খেলাটি দেখছিল। তখন টিভির শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$, টান টান উত্তেজনার মুহূর্তে মিছু ব্লেডার মেশিন চালু করল যার তীব্রতা লেভেল 85 dB। এবার নাকিস টিভির সাউন্ড বাড়িয়ে দিল যার তীব্রতা লেভেল 78 dB।

(ক) নাকিস তীব্রতা লেভেল কতটুকু বাড়িয়ে ছিল ?

(খ) উদ্দীপকের ব্লেডার চালু অবস্থায় সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল অস্বস্তিকর হবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৬; ব. বো. ২০১৬]

$$\begin{aligned} \text{(ক) } \beta_1 &= 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} \\ &= 10 \log \frac{1 \times 10^{-6}}{10^{-12}} \text{ dB} \\ &= 60 \text{ dB} \\ \Delta\beta &= \beta_3 - \beta_1 = 78 \text{ dB} - 60 \text{ dB} = 18 \text{ dB} \end{aligned}$$

$$\text{(খ) } \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \text{ dB}$$

$$\text{বা, } 85 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \text{ dB}$$

এখানে,

$$\text{শব্দের তীব্রতা, } I = 10^{-7} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{প্রমাণ তীব্রতা, } I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{তীব্রতা লেভেল, } \beta = ?$$

$$\text{প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, } f_1 = 450 \text{ Hz}$$

$$\text{২য় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, } f_2 = ?$$

$$\text{৩য় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, } f_3 = ?$$

$$\begin{aligned} \text{১ম ও ২য় সুরশলাকার মধ্যকার বিট সংখ্যা, } N_1 &= 6 \text{ s}^{-1} \\ &= 6 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{৩য় ও ১ম বা ২য় সুরশলাকার মধ্যকার বিট সংখ্যা,} \\ N_2 &= 3 \text{ s}^{-1} = 3 \text{ Hz} \end{aligned}$$

এখানে,

$$\text{টিভির শব্দের প্রাথমিক তীব্রতা, } I = 1 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{প্রমাণ তীব্রতা, } I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{টিভির শব্দের প্রাথমিক তীব্রতা লেভেল, } \beta_1 = ?$$

$$\text{ব্লেডারের তীব্রতা লেভেল, } \beta_2 = 85 \text{ dB}$$

$$\text{টিভির চূড়ান্ত তীব্রতা লেভেল, } \beta_3 = 78 \text{ dB}$$

$$\text{টিভির তীব্রতা লেভেল বৃদ্ধি, } \Delta\beta = \beta_3 - \beta_1 = ?$$

$$\text{সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল, } \beta = ?$$

$$\text{বা, } \log \frac{I_2}{I_0} = 8.5$$

$$\text{বা, } \frac{I_2}{I_0} = (10)^{8.5}$$

$$\therefore I_2 = (10)^{8.5} I_0 = (10)^{8.5} \times (10^{-12} \text{ W m}^{-2}) = 3.2 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$$

অনুরূপভাবে,

$$\beta_3 = 10 \log \frac{I_3}{I_0} \text{ dB}$$

$$\text{বা, } 78 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_3}{I_0} \text{ dB}$$

$$\text{বা, } \log \frac{I_3}{I_0} = 7.8 \quad \text{বা, } \frac{I_3}{I_0} = (10)^{7.8}$$

$$\text{বা, } I_3 = (10)^{7.8} \times (10^{-12} \text{ W m}^{-2}) = 6.3 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$$

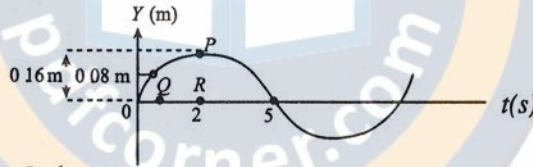
$$\text{উৎসদ্বয়ের মোট তীব্রতা, } I = I_2 + I_3 = 3.2 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2} + 6.3 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2} = 3.8 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{উৎসদ্বয়ের সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল, } \beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} = 10 \log \frac{3.8 \times 10^{-4}}{10^{-12}} \text{ dB} = 86 \text{ dB}$$

সাধারণত 50 dB থেকে 60 dB পর্যন্ত তীব্রতা লেভেলের শব্দ আমাদের জন্যে মোটামুটি স্বস্তিদায়ক। কিন্তু উৎসদ্বয়ের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল 86 dB, সুতরাং এ শব্দ অস্বস্তিকর হবে।

উ: (ক) 18 dB বৃদ্ধি পেয়ে ছিল; (খ) অস্বস্তিকর হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩৩।



(ক) R বিন্দুতে কণাটির সরণ নির্ণয় কর।

(খ) Q বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$y = a \sin \omega t$$

$$= a \sin \left(\frac{2\pi}{T} \right) t$$

$$= 0.16 \text{ cm} \times \sin \left(\frac{2\pi}{10 \text{ s}} \right) \times 2 \text{ s}$$

$$= 0.152 \text{ m}$$

এখানে,

$$\text{বিস্তার, } a = 0.16 \text{ m}$$

$$\text{পর্যায়কাল, } T = 5 \times 2 = 10 \text{ s}$$

$$\text{সময়, } t = 2 \text{ s}$$

$$\text{সরণ, } y = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$Q \text{ বিন্দুতে স্থিতিশক্তি, } E_p = \frac{1}{2} m \omega^2 y^2$$

$$\text{এবং } Q \text{ বিন্দুতে গতিশক্তি, } E_k = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2)$$

$$\therefore \frac{E_p}{E_k} = \frac{\frac{1}{2} m \omega^2 y^2}{\frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2)} = \frac{y^2}{a^2 - y^2}$$

এখানে,

$$\text{সাম্যাবস্থান থেকে } Q \text{ বিন্দুর সরণ, } y = 0.08 \text{ m}$$

$$\text{তরঙ্গের বিস্তার, } a = 0.16 \text{ m}$$

$$\text{তরঙ্গের কৌণিক বেগ, } \omega = 0.2 \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\text{তরঙ্গটিতে কণার ভর = } m$$

$$\frac{E_p}{E_k} = ?$$

$$= \frac{(0.08 \text{ m})^2}{(0.16 \text{ m})^2 - (0.08 \text{ m})^2} = \frac{6.4 \times 10^{-3}}{0.0192} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore E_k = 3 E_p$$

অতএব গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে Q বিন্দুতে গতিশক্তি, স্থিতিশক্তির ৩ গুণ।

উ: (ক) 0.152 m; (খ) Q বিন্দুতে গতিশক্তি, স্থিতিশক্তির তিন গুণ।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩৪। বায়ুতে দুটি শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ করা হলো।

$$Y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 16.35 (105.1 \pi t - x)$$

$$Y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110 (15.764 \pi t - 0.15 x)$$

এখানে সব কয়টি রাশি SI এককে প্রকাশিত। বায়ুর ঘনত্ব 1.29 kg m^{-3} ।

(ক) তরঙ্গদ্বয় একই সময়ে শব্দায়িত করা হলে প্রতি সে. উৎপন্ন বিট নির্ণয় কর।

(খ) দ্বিতীয় তরঙ্গের মাধ্যমে উৎপন্ন শব্দটি হাসপাতালের পরিবেশের জন্য উপযুক্ত হবে কিনা-তীব্রতার লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে যাচাই কর।

[য. বো. ২০১৭]

(ক) উদ্দীপকে প্রদত্ত তরঙ্গ

$$y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 16.35 (105.1 \pi t - x)$$

$$\text{এবং } y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110 (15.764 \pi t - 0.15 x)$$

$$y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin (1718.355 \pi t - 16.35 x)$$

$$y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin (17304 \pi t - 16.5 x)$$

সমীকরণ দুটিকে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = a \sin \left(2 \pi f t - \frac{2 \pi}{\lambda} x \right) \text{ -এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$2 \pi f_1 = 1718.385 \pi \therefore f_1 = 859.1925 \text{ Hz} \approx 859 \text{ Hz}$$

$$\text{এবং } 2 \pi f_2 = 1734.04 \pi \therefore f_2 = 867.03 \text{ Hz} \approx 867 \text{ Hz}$$

$$\text{আমরা জানি, বিট সংখ্যা } N = f_1 \sim f_2 \text{ বা, } N = 867 - 859 = 8 \text{ s}^{-1}$$

$$\therefore \text{ প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিট সংখ্যা} = 8$$

(খ) দ্বিতীয় তরঙ্গের সমীকরণ

$$y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110 (15.764 \pi t - 0.15 x) \text{ -এর ক্ষেত্রে}$$

$$= 0.25 \times 10^{-2} \sin 110 \times 0.15 (105.09 \pi t - x)$$

সমীকরণটিকে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$$y = a \sin \frac{2 \pi}{\lambda} (vt - x) \text{ -এর সাথে তুলনা করে পাই,}$$

$$\text{বিস্তার, } a = 0.25 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{2 \pi}{\lambda} = 110 \times 0.15 \therefore \lambda = \frac{2 \pi}{110 \times 0.15} = 0.3808 \text{ m}$$

$$\text{বিস্তার, } a = 0.25 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{এবং কম্পাঙ্ক, } f = 867 \text{ Hz [‘ক’ অংশ থেকে]}$$

$$\text{বায়ুর ঘনত্ব, } \rho = 1.29 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{বেগ, } v = 105.09 \pi = 330.15 \text{ m s}^{-1}$$

$$\therefore \text{ শব্দ তরঙ্গে তীব্রতা, } I = 2 \pi^2 f^2 a^2 \rho v$$

$$= 2 \pi^2 \times (867 \text{ s}^{-1})^2 \times (0.25 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \times 1.29 \text{ kg m}^{-3} \times 330.15 \text{ m s}^{-1}$$

$$= 3.95 \times 10^4 \text{ W m}^{-2}$$

$$\therefore \text{তীব্রতা লেভেল, } \beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \text{ dB}$$

$$= 10 \log \frac{3.95 \times 10^4}{10^{-12}} \text{ dB} = 165.97 \text{ dB}$$

আমরা জানি, আমাদের কানে শ্রুতি যন্ত্রণার শুরু 120 dB থেকে, সুতরাং 165.97 dB-এর শব্দ হাসপাতালের পরিবেশের জন্য উপযুক্ত নয়।

উ: (ক) 8 Hz; (খ) হাসপাতালের পরিবেশের জন্য উপযুক্ত নয়।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩৫। প্রতি সেকেন্ডে 5টি বিট সৃষ্টি করার লক্ষ্যে দুটি সুরশলাকা A ও B নেয়া হলো। A সুরশলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা $1.01 \times 10^5 \text{ W m}^{-2}$ এবং বিস্তার 0.02 m। B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 161 Hz। (মাধ্যমের ঘনত্ব 1.25 kg m^{-3} এবং শব্দের বেগ 350 m s^{-1})।

(ক) B সুরশলাকার 250 কম্পনে শব্দ কত দূরত্ব অতিক্রম করবে নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বিট উৎপন্ন করতে হলে A সুরশলাকার কী পরিবর্তন আনা প্রয়োজন গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

(ক) আমরা জানি,

$$S_B = N \lambda_B$$

$$\text{আমরা, } v = f_B \lambda_B$$

$$\text{বা, } \lambda_B = \frac{v}{f_B}$$

$$\therefore S_B = N \times \frac{v}{f_B}$$

$$= \frac{250 \times 350 \text{ m s}^{-1}}{161 \text{ s}^{-1}}$$

$$= 543.5 \text{ m}$$

(খ) আমরা জানি,

$$I = 2 \pi^2 \rho v a^2 f_A^2$$

$$f_A^2 = \frac{1.01 \times 10^5 \text{ W m}^{-2}}{2 \times \pi^2 \times 1.25 \text{ kg m}^{-3} \times 350 \text{ m s}^{-1} \times (0.02 \text{ m})^2}$$

$$\text{বা, } f_A^2 = 29.238 \times 10^3$$

$$\therefore f_A = 171 \text{ Hz}$$

এখানে,

B সুরশলাকার কম্পন সংখ্যা, $N = 250$

B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 161 \text{ Hz}$

শব্দের বেগ, $v = 350 \text{ m s}^{-1}$

B সুরশলাকার শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_B = ?$

এখানে,

A সুরশলাকার শব্দের তীব্রতা,

$$I = 1.01 \times 10^5 \text{ W m}^{-2}$$

মাধ্যমের ঘনত্ব, $\rho = 1.25 \text{ kg m}^{-3}$

শব্দের বেগ, $v = 350 \text{ m s}^{-1}$

বিস্তার, $a = 0.02 \text{ m}$

A সুরশলাকার শব্দের কম্পাঙ্ক, $f_A = ?$

A ও B সুরশলাকা দুটি একত্রে শব্দায়িত করে 5 টি বিট সৃষ্টি করতে হলে এদের কম্পাঙ্কের পার্থক্য 5 Hz হওয়া প্রয়োজন। কিন্তু উদ্দীপক অনুসারে B এর কম্পাঙ্ক 161 Hz এবং A এর কম্পাঙ্ক 171 Hz অর্থাৎ এদের কম্পাঙ্কের পার্থক্য 10 Hz। এখন এদের একত্রে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বিট সৃষ্টি করতে হলে A-এর কম্পাঙ্ক 5 Hz কমাতে হবে। এজন্য A-এর বাহুতে তার জড়িয়ে বা মোম লাগিয়ে এর ভর এমনভাবে বাড়ানো হয় যাতে করে এর কম্পাঙ্ক 5 Hz কমে কম্পাঙ্ক 266 Hz হয়।

উ: (ক) 543.5 m; (খ) A এর বাহুর ভর বাড়িয়ে কম্পাঙ্ক 5 Hz কমাতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩৬। একটি পোল্ডিফার্মের মালিক তার ফার্মের মুরগির সংখ্যা 500 থেকে বাড়িয়ে 2000 করার সিদ্ধান্ত নিলেন। এর ফলে ফার্মের শব্দের তীব্রতার লেভেল কত বৃদ্ধি পাবে ?

[শ্রাব্যতার ন্যূনতম সীমা = $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$]

ধরা যাক, ফার্মে যখন 500 মুরগি ছিল তখন শব্দের তীব্রতা I

মুরগির সংখ্যা চারগুণ করা হলে শব্দের তীব্রতা হবে $4I$ । উভয় ক্ষেত্রে শব্দের তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে

β_{500} ও β_{2000} হলে,

$$\beta_{2000} - \beta_{500} = 10 \log (I_{2000} / I_{500}) \text{ dB} = 10 \log [4I / I] \text{ dB}$$

$$= 10 \log 4 \text{ dB} = 6 \text{ dB}$$

উ: 6 dB.

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩৭। একটি ভ্যাকুয়াম ক্রিনার ও একটি টেলিভিশনের শব্দের তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 85 dB এবং 78 dB। এদের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। শ্রাব্যতার ন্যূনতম সীমা $= 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ [রুয়েট ২০০৭-২০০৮]

আমরা জানি,

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \text{ dB}$$

$$\text{বা, } 85 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \text{ dB}$$

$$\text{বা, } \log \frac{I_1}{I_0} = 8.5$$

$$\text{বা, } \frac{I_1}{I_0} = (10)^{8.5}$$

$$\therefore I_1 = (10)^{8.5} I_0$$

$$= (10)^{8.5} (10^{-12} \text{ W m}^{-2})$$

$$= 3.2 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$$

অনুরূপভাবে,

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \text{ dB}$$

$$\text{বা, } 78 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \text{ dB বা, } \log \frac{I_2}{I_0} = 7.8 \text{ বা, } \frac{I_2}{I_0} = (10)^{7.8}$$

$$\text{বা, } I_2 = (10)^{7.8} I_0 = [(10)^{7.8}] \times [10^{-12} \text{ W m}^{-2}] = 0.6 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{উৎসদ্বয়ের মোট তীব্রতা, } I = I_1 + I_2 = 3.2 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2} + 0.6 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$$

$$= 3.8 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2}$$

উৎসদ্বয়ের সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ dB} = 10 \log \frac{3.8 \times 10^{-4} \text{ W m}^{-2}}{10^{-12} \text{ W m}^{-2}} \text{ dB} = 10 \log 3.8 \times 10^8 \text{ dB} = 86 \text{ dB}$$

উ : 86 dB.

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩৮। একটি সুরশলাকা একটি টান টান তারের 20 cm ও 25 cm দৈর্ঘ্যের সাথে শব্দায়িত করলে যথাক্রমে 25 টি ও 10 টি বিট উৎপন্ন হয়। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। তারের টান ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর যথাক্রমে 12.25 N ও $2.5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}$ ।

ধরা যাক, তার দুটির কম্পাঙ্ক

যথাক্রমে f_1 ও f_2 এবং শলাকার

কম্পাঙ্ক f হলে আমরা জানি,

এখানে,

তারের টান, $T = 12.25 \text{ N}$

তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর, $\mu = 2.5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}$

$$f_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 0.20 \text{ m}} \sqrt{\frac{12.25 \text{ N}}{2.5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}}}$$

$$= 175 \text{ s}^{-1}$$

$$= 175 \text{ Hz}$$

$$\text{এবং } f_2 = \frac{1}{2l_2} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 0.25 \text{ m}} \sqrt{\frac{12.25 \text{ N}}{2.5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}}} = 140 \text{ s}^{-1} = 140 \text{ Hz.}$$

তারটির কম্পাঙ্ক কমলে বিটের সংখ্যা কমে বলে,

$$f_1 - f = 25 \text{ Hz}$$

$$\text{বা, } f = f_1 - 25 \text{ Hz} = 175 \text{ Hz} - 25 \text{ Hz} = 150 \text{ Hz}$$

উ: 150 Hz.

গাণিতিক উদাহরণ ৯.৩৯। একটি অ্যামপ্লিফায়ার থেকে নিঃসৃত শব্দের ক্ষমতা 20 mW থেকে 40 mW-এ পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতা লেভেলের কত ডেসিবেল পরিবর্তন হবে? [বি. স. ভে. ক. ২০১৭-২০১৮]

আমরা জানি,

$$\Delta\beta = 10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \text{ dB} = 10 \log \left(\frac{40 \text{ mW}}{20 \text{ mW}} \right) \text{ dB}$$

$$= 10 \log 2 \text{ dB} = 3 \text{ dB}$$

উ: 3 dB.

এখানে,

অ্যামপ্লিফায়ারের প্রাথমিক ক্ষমতা, $P_1 = 10 \text{ mW}$

অ্যামপ্লিফায়ারের পরিবর্তিত ক্ষমতা, $P_2 = 20 \text{ mW}$

তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন, $\Delta\beta = ?$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ডরাট কর :

১। কোনো বস্তু t সময়ে N সংখ্যক কম্পন সম্পন্ন করলে এর কম্পাঙ্ক কত হবে?

(ক) $f = \frac{t}{N}$

(খ) $f = \frac{N}{t}$

○

(গ) $f = Nt$

(ঘ) কোনটিই নয়

○

২। একটি পূর্ণ কম্পনে T সময়ে দশার পরিবর্তন 2π হলে কৌণিক কম্পাঙ্ক কত হবে?

(ক) $\omega = 2\pi T$

(খ) $\omega = 2\pi f$

○

(গ) $\omega = \frac{2\pi}{f}$

(ঘ) $\omega = \frac{T}{2\pi}$

○

৩। কোনো তরঙ্গের কম্পাঙ্ক f এবং পর্যায়কাল T হলে এদের মধ্যে সম্পর্ক—

(ক) $T = \frac{1}{f}$

(খ) $T = f$

○

(গ) $T = \frac{1}{f^2}$

(ঘ) $f = \frac{1}{T^2}$

○

৪। কোনো তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ কম্পাঙ্ক f তরঙ্গ বেগ v এর মধ্যে সঠিক সম্পর্ক কোনটি?

[মেডিকেল ভর্তি পরীক্ষা ২০১৭-২০১৮]

- (ক) $f = v\lambda$ ☐ (খ) $\lambda = fv$ ☐
 (গ) $v = f\lambda$ ☐ (ঘ) $f = \frac{\lambda}{v}$ ☐

৫। নিম্নোক্ত তরঙ্গের কোনটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গ নয়?

- (ক) পানি তরঙ্গ ☐ (খ) শব্দ তরঙ্গ ☐
 (গ) আলোক তরঙ্গ ☐ (ঘ) বেতার তরঙ্গ ☐

৬। নিম্নোক্ত তরঙ্গের কোনটি লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ?

[দি. বো. ২০১৯; চ. বো. ২০১৯]

- (ক) তাপ তরঙ্গ ☐ (খ) বেতার তরঙ্গ ☐
 (গ) পানি তরঙ্গ ☐ (ঘ) শব্দ তরঙ্গ ☐

৭। নিচের কোনটি কম্পাঙ্কের একক?

- (ক) m ☐ (খ) cm ☐
 (গ) rad ☐ (ঘ) Hz ☐

৮। নিচের কোনটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একক নয়?

- (ক) m ☐ (খ) cm ☐
 (গ) μm ☐ (ঘ) Hz ☐

৯। কোনো তরঙ্গের উপর সমদশা সম্পন্ন কণাগুলোর গতিপথকে কী বলে?

- (ক) তরঙ্গদৈর্ঘ্য ☐ (খ) কম্পাঙ্ক ☐
 (গ) বিস্তার ☐ (ঘ) তরঙ্গমুখ ☐

১০। দুটি তরঙ্গের পথ পার্থক্য x এবং দশা পার্থক্য δ হলে তাদের মধ্যে সম্পর্ক—

[সি. বো. ২০১৬]

- (ক) $x = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ ☐ (খ) $x = \frac{\lambda}{2\pi} \delta$ ☐
 (গ) $x = \frac{\pi}{2\lambda} \delta$ ☐ (ঘ) $x = \pi\lambda$ ☐

১১। কোনো চলমান তরঙ্গের সমকোণে একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শক্তি লম্বভাবে প্রবাহিত হয় তাকে ঐ তরঙ্গের কী বলে?

- (ক) দশা ☐ (খ) তীব্রতা ☐
 (গ) তরঙ্গমুখ ☐ (ঘ) অগ্রগামী তরঙ্গ ☐

১২। যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমকোণে অগ্রসর হয় তাকে কী বলে?

- (ক) দীঘল তরঙ্গ ☐ (খ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য ☐
 (গ) আড় তরঙ্গ ☐ (ঘ) অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ ☐

১৩। যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমান্তরালে অগ্রসর হয় তাকে কী বলে?

- (ক) স্থির তরঙ্গ ☐ (খ) দীঘল তরঙ্গ ☐
 (গ) আড় তরঙ্গ ☐ (ঘ) অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ☐

১৪। যখন দুটি সদৃশ অগ্রগামী তরঙ্গ পরস্পরের উপর উপরিপাতিত হয়, তখন লব্ধি তরঙ্গের বেগ—

- (ক) বৃদ্ধি পায় ☐ (খ) হ্রাস পায় ☐
 (গ) শূন্য হয়ে যায় ☐ (ঘ) অপরিবর্তিত থাকে ☐

১৫। স্থির তরঙ্গের নিম্পন্দ বিন্দুতে কণার বেগ কত?

- (ক) শূন্য ☐ (খ) সর্বাধিক ☐
 (গ) সর্বনিম্ন কিন্তু শূন্য নয় ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐

- ১৬। আড়তরঙ্গ চেনা যাবে নিচের কোন বৈশিষ্ট্য দ্বারা ? [ব. বো. ২০১৬]
- (ক) অপবর্তন ☐ (খ) সমবর্তন ☐
 (গ) ব্যতিচার ☐ (ঘ) প্রতিফলন ☐
- ১৭। নিচের কোনটি যান্ত্রিক তরঙ্গ নির্দেশ করে ?
- (ক) শব্দ তরঙ্গ ☐ (খ) আলোক তরঙ্গ ☐
 (গ) এক্স-রশ্মি ☐ (ঘ) বেতার তরঙ্গ ☐
- ১৮। ২ m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একটি তরঙ্গের বেগ 300 m s^{-1} হলে এর কম্পাঙ্ক কোনটি ?
- (ক) 150 Hz ☐ (খ) 300 Hz ☐
 (গ) 600 Hz ☐ (ঘ) 302 Hz ☐
- ১৯। কোনো স্থির তরঙ্গের পরস্পর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 75 cm। এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে—
- (ক) 1.5 m ☐ (খ) 3 m ☐
 (গ) 0.75 m ☐ (ঘ) কোনটিই নয় ☐
- ২০। একটি ঘরের এক প্রান্তে একজন বংশীবাদক কেবলমাত্র একটি সুর বাজিয়ে চলেছেন যা অপর প্রান্ত থেকে প্রতিফলিত হয়ে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করছে। পরিমাপ করে দেখা গেল প্রতি 1 m পর পর শব্দের তীব্রতা সর্বনিম্ন। সুরের কম্পাঙ্ক কত ? বায়ুতে শব্দের বেগ 332 m s^{-1} ।
- (ক) 166 Hz ☐ (খ) 332 Hz ☐
 (গ) 664 Hz ☐ (ঘ) 1328 Hz ☐
- ২১। একটি স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গগুলোর বিস্তার A হলে সুস্পন্দ বিন্দুগুলোর বিস্তার কত হবে ? [ব. বো. ২০১৬]
- (ক) $\pm 2A$ ☐ (খ) $\pm A$ ☐
 (গ) $\pm \frac{A}{2}$ ☐ (ঘ) 0 ☐
- ২২। শব্দের তীব্রতার সাথে বিস্তারের সম্পর্ক কোনটি ?
- (ক) $I \propto A$ ☐ (খ) $A \propto I$ ☐
 (গ) $I \propto A^2$ ☐ (ঘ) $I \propto \frac{1}{A^2}$ ☐
- ২৩। উৎস থেকে দূরত্বের সাথে শব্দের তীব্রতার সম্পর্ক কোনটি ?
- (ক) $I \propto r^2$ ☐ (খ) $I \propto r$ ☐
 (গ) $I \propto \frac{1}{r^2}$ ☐ (ঘ) $r \propto \frac{1}{I^2}$ ☐
- ২৪। 1000 Hz কম্পাঙ্কের কোনো শব্দের শ্রুতির প্রারম্ভ সীমার তীব্রতা কত ?
- (ক) 10^{12} W m^{-2} ☐ (খ) $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ ☐
 (গ) 10^{10} W m^{-2} ☐ (ঘ) $10^{-10} \text{ W m}^{-2}$ ☐
- ২৫। কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল 1dB হলে তখন তার তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার কত গুণ হবে ? [রা. বো. ২০১৬]
- (ক) $10^{0.1}$ ☐ (খ) $10^{0.01}$ ☐
 (গ) 10 ☐ (ঘ) $\frac{1}{10}$ ☐
- ২৬। উৎসের কম্পাঙ্কের সাথে তীব্রতার সম্পর্ক কোনটি ? [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) $I \propto f$ ☐ (খ) $I \propto f^2$ ☐
 (গ) $I \propto \frac{1}{f}$ ☐ (ঘ) $I \propto \frac{1}{f^2}$ ☐
- ২৭। সুর হচ্ছে কোনো উৎস থেকে নিঃসৃত শব্দে যদি কম্পাঙ্কের সংখ্যা—
- (ক) একটি হয় ☐ (খ) দুটি হয় ☐
 (গ) তিনটি হয় ☐ (ঘ) অসংখ্য ☐

- ২৮। স্বর হচ্ছে কোনো উৎস থেকে নিঃসৃত শব্দ যদি কম্পাঙ্কের সংখ্যা—
 (ক) একটি হয় ☐ (খ) একের অধিক হয় ☐
 (গ) কোনো কম্পাঙ্ক থাকে না ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐
- ২৯। মূল সুর বা মৌলিক সুর হচ্ছে কোনো স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে যার কম্পাঙ্ক—
 (ক) সবচেয়ে বেশি ☐ (খ) সবচেয়ে কম ☐
 (গ) সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ ☐ (ঘ) সবচেয়ে বেশি কম্পাঙ্কের অর্ধেক ☐
- ৩০। সমসংগতিপূর্ণ স্বর সমষ্টিকে বলা হয়— [কু. বো. ২০১৬]
 (ক) স্বরগ্রাম ☐ (খ) মূল সুর ☐
 (গ) হারমোনিক ☐ (ঘ) উপসুর ☐
- ৩১। অষ্টক হচ্ছে সেই উপসুর যার কম্পাঙ্ক অন্য একটি সুরের কম্পাঙ্কের—
 (ক) সমান ☐ (খ) দ্বিগুণ ☐
 (গ) তিনগুণ ☐ (ঘ) চারগুণ ☐
- ৩২। f_1 ও f_2 কম্পাঙ্কের দুটি সুরের সুর বিরাম হচ্ছে—
 (ক) $f_1 \times f_2$ ☐ (খ) $f_1 + f_2$ ☐
 (গ) $f_1 - f_2$ ☐ (ঘ) $f_2 \div f_1$ ☐
- ৩৩। দুটি উৎসের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_1 ও f_2 হলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিটসংখ্যা হবে— [য. বো. ২০১৬]
 (ক) $f_1 \times f_2$ ☐ (খ) $f_1 + f_2$ ☐
 (গ) $f_1 \sim f_2$ ☐ (ঘ) $f_1 \div f_2$ ☐
- ৩৪। অজানা কম্পাঙ্কের বাহুতে মোম লাগালে যদি বিট সংখ্যা কমে তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের—
 (ক) ছোট হবে ☐ (খ) বড় হবে ☐
 (গ) সমান হবে ☐ (ঘ) অর্ধেক হবে ☐
- ৩৫। অজানা কম্পাঙ্কের বাহুতে মোম লাগালে যদি বিট সংখ্যা বাড়ে তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের—
 (ক) ছোট হবে ☐ (খ) বড় হবে ☐
 (গ) সমান হবে ☐ (ঘ) দ্বিগুণ হবে ☐
- ৩৬। অনুবাদ হবে যখন কোনো বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের—
 (ক) চেয়ে বড় হবে ☐ (খ) চেয়ে ছোট হবে ☐
 (গ) সমান হবে ☐ (ঘ) দ্বিগুণ হবে ☐
- ৩৭। বিট কোন ঘটনার ফল? [সি. বো. ২০১৬]
 (ক) অনুবাদ ☐ (খ) প্রতিফলন ☐
 (গ) উপরিপাতন ☐ (ঘ) অপবর্তন ☐
- ৩৮। A ও B দুটি সুরশলাকা সেকেন্ডে 10টি বিট উৎপন্ন করে। B-এর কম্পাঙ্ক 480 Hz হলে A-এর কম্পাঙ্ক কত? $(f_A < f_B)$
 (ক) 465 Hz ☐ (খ) 490 Hz ☐
 (গ) 470 Hz ☐ (ঘ) 495 Hz ☐
- ৩৯। শব্দের তীব্রতা লেভেল মাপার একক হচ্ছে—
 (ক) Hz ☐ (খ) $W m^{-2}$ ☐
 (গ) dB ☐ (ঘ) $W m^{-1}$ ☐
- ৪০। কোনো শব্দের সূচন তীব্রতা কত বৃদ্ধি করলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল 1dB বৃদ্ধি পায়? [কু. বো. ২০১৬]
 (ক) 126% ☐ (খ) 12.61% ☐
 (গ) 26% ☐ (ঘ) 1.26% ☐

- ৪১। একমুখ বন্ধ একটি নলে একটি শব্দতরঙ্গ সৃষ্টি করা হলো। নলের দৈর্ঘ্য এমনভাবে ঠিক করা হলো যেন নলের ভেতরে শব্দ সর্বোচ্চ জোড়ালো হয়। নলের ভেতরে শব্দ তরঙ্গের প্রকৃতি কী হবে? [ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) লম্বিক এবং স্থির ☐ (খ) লম্বিক এবং অগ্রগামী ☐
 (গ) আড় ও অগ্রগামী ☐ (ঘ) আড় ও স্থির ☐
- ৪২। শব্দের তীব্রতার একক কোনটি? [ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) $J s^{-2} m^{-2}$ ☐ (খ) $\frac{J}{s m^2}$ ☐
 (গ) $J^{-1} s^2 m^2$ ☐ (ঘ) $\frac{J s^{-2}}{m^{-2}}$ ☐
- ৪৩। দুইটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ার লব্ধি শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে চারবার পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি পায়। এ থেকে বোঝা যায় প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিট সংখ্যা— [ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) ০ ☐ (খ) ২ ☐
 (গ) ৪ ☐ (ঘ) ৮ ☐
- ৪৪। কোন তীব্রতা লেভেলকে কানের শ্রুতির শুরু বলে? [কু. বো. ২০১৫]
- (ক) 1dB ☐ (খ) 0 dB ☐
 (গ) 10 dB ☐ (ঘ) 2 dB ☐
- ৪৫। শব্দের তীব্রতা পরিমাপের একক কোনটি? [কু. বো. ২০১৫]
- (ক) Hz ☐ (খ) $W m^{-2}$ ☐
 (গ) $W m^{-1}$ ☐ (ঘ) dB ☐
- ৪৬। শব্দের কোন তিনটি কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে ত্রয়ীর সৃষ্টি হয়? [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) 128 Hz, 192Hz, 256 Hz ☐ (খ) 192 Hz, 256Hz, 320 Hz ☐
 (গ) 256 Hz, 320 Hz, 384 Hz ☐ (ঘ) 320 Hz, 384 Hz, 448 Hz ☐
- ৪৭। শব্দের তীব্রতা— [চ. বো. ২০১৫]
- (ক) $I = 2\pi f^2 a^2 \rho v$ ☐ (খ) $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$ ☐
 (গ) $I = 2\pi f^2 a^2 \rho v^2$ ☐ (ঘ) $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v^2$ ☐
- ৪৮। নিচের কোনটি হারমোনিক? [ব. বো. ২০১৫]
- (ক) 50, 75 এবং 125 Hz ☐ (খ) 75, 100 এবং 125 Hz ☐
 (গ) 75, 125 এবং 175 Hz ☐ (ঘ) 50, 100 এবং 150 Hz ☐
- ৪৯। বস্তুর কম্পাঙ্ক আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের সমান হলে কী ঘটবে? [ব. বো. ২০১৫]
- (ক) বিট ☐ (খ) ব্যতিচার ☐
 (গ) স্থির তরঙ্গ ☐ (ঘ) অনুনাদ ☐
- ৫০। স্থির তরঙ্গের পরপর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [রয়েট ২০১১-২০১২; বুয়েট ২০০৭-২০০৮
 সি. বো. ২০১৫; য. বো. ২০১৬; মা. বো. ২০১৮]
- (ক) $\frac{\lambda}{4}$ ☐ (খ) $\frac{\lambda}{2}$ ☐
 (গ) $\frac{3\lambda}{4}$ ☐ (ঘ) λ ☐
- ৫১। কোনো স্থির তরঙ্গে পরপর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 50 cm। তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) 50 cm ☐ (খ) 75 cm ☐
 (গ) 100 cm ☐ (ঘ) 200 cm ☐

- ৫২। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার ৭ গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল কত ডেসিবেল ? [সি. বো. ২০১৫]
- (ক) 0.095 ☐ (খ) 0.95 ☐
- (গ) 9.54 ☐ (ঘ) 95.4 ☐

- ৫৩। প্রমাণ তীব্রতার ক্ষেত্রে— [রা. বো. ২০১৫]
- (ক) কম্পাঙ্ক 1000Hz ও তীব্রতা $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ ☐
- (খ) কম্পাঙ্ক 100Hz ও তীব্রতা $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ ☐
- (গ) কম্পাঙ্ক 1000Hz ও তীব্রতা $10^{-10} \text{ W m}^{-2}$ ☐
- (ঘ) কম্পাঙ্ক 100Hz ও তীব্রতা $10^{-10} \text{ W m}^{-2}$ ☐

- ৫৪। স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হয় যখন—
- (i) সমান তরঙ্গদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি তরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে এসে পরস্পরের উপর উপরিপতিত হয়
- (ii) সমান তরঙ্গদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি তরঙ্গ একই দিকে ধাবমান হয়
- (iii) ভিন্ন তরঙ্গদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি তরঙ্গ পরস্পরের উপর উপরিপতিত হয়
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও iii ☐ (খ) ii ☐
- (গ) i ☐ (ঘ) iii ☐

- ৫৫। যখন শব্দ বায়ু থেকে পানিতে প্রবেশ করে তখন বদলে যায়— [য. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৫]

- (i) বেগ (ii) কম্পাঙ্ক (iii) তরঙ্গদৈর্ঘ্য
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) ii ও iii ☐
- (গ) i ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

- ৫৬। তিনটি বিবৃতি দেওয়া হলো—

- (i) হারমোনিক হচ্ছে যে উপসুরের কম্পাঙ্ক মৌলিক সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক
- (ii) শব্দ তরঙ্গ এক প্রকার যান্ত্রিক তরঙ্গ
- (iii) দুটি উৎসের কম্পাঙ্ক সমান হলে বিট সৃষ্টি হয়
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও iii ☐ (খ) i ও ii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

- ৫৭। তিনটি বিবৃতি দেওয়া হলো—

- (i) তীব্রতা হচ্ছে তরঙ্গ সঞ্চালনের পথে লম্বভাবে অবস্থিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত শক্তি
- (ii) 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।
- (iii) অনুনাদ হচ্ছে এক প্রকার পরবশ কম্পন
- নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও iii ☐ (খ) i ও ii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

- ৫৮। শব্দের তীব্রতা—

- (i) উৎস থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক
- (ii) উৎসের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক
- (iii) উৎসের কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

☐

(খ) ii ও iii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৫৯। বিট ব্যবহার করা হয়—

(i) শব্দের বেগ নির্ণয় করতে

(ii) অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে

(iii) বাদ্যযন্ত্রের সুর মিলাতে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

☐

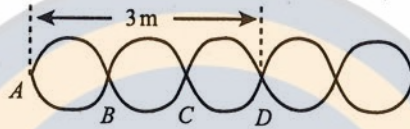
(খ) i ও iii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐


উপরের উদ্দীপকের সাহায্যে ৬০ ও ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[চ. বো. ২০১৬]

৬০। তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত ?

(ক) 0.5 m

☐

(খ) 1 m

☐

(গ) 2 m

☐

(ঘ) 3 m

☐

৬১। তরঙ্গের বেগ 200 m s^{-1} হলে পর্যায়কাল কত সেকেন্ড ?

(ক) 0.015

☐

(খ) 0.01

☐

(গ) 0.005

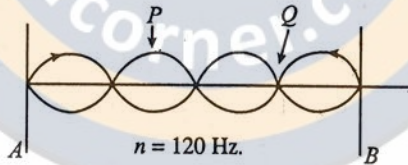
☐

(ঘ) 0.0025

☐

একটি স্থির তরঙ্গের চিত্র নিম্নরূপ :

[চা. বো. ২০১৬]



উদ্দীপকের আলোকে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬২। P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব—

(ক) $\frac{3}{4} \lambda$

☐

(খ) $\frac{\lambda}{4}$

☐

(গ) $\frac{\lambda}{2}$

☐

(ঘ) λ

☐

৬৩। P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 75 cm হলে 5 সেকেন্ডে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গের অতিক্রান্ত দূরত্ব—

(ক) 750 m

☐

(খ) 600 m

☐

(গ) 350 m

☐

(ঘ) 120 m

☐

কোনো একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 480 Hz। পরপর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.75 m। নিম্নোক্ত ৬৪ নং ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬৪। তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত ?

- (ক) 0.75 m ☐ (খ) 1.50 m ☐
(গ) 3.00 m ☐ (ঘ) 3.50 m ☐

৬৫। মাধ্যমে তরঙ্গবেগ কত ?

- (ক) 240 m s⁻¹ ☐ (খ) 920 m s⁻¹ ☐
(গ) 720 m s⁻¹ ☐ (ঘ) 740 m s⁻¹ ☐

উদ্দীপকের আলোকে ৬৬ ও ৬৭ নং প্রশ্ন দুটির উত্তর দাও :

[রা. বো. ২০১৬]

100 Hz ও 110 Hz কম্পাঙ্কের দুটি সুরশলাকা যথাক্রমে A ও B। B এর বাহুতে সামান্য পরিমাণ মোম লাগিয়ে A ও B কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বিট উৎপন্ন হয়।

৬৬। B এর বাহুতে মোম লাগানোর পূর্বে A ও B কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বিট উৎপন্ন হবে ?

- (ক) 5 টি ☐ (খ) 10 টি ☐
(গ) 15 টি ☐ (ঘ) 20 টি ☐

৬৭। B এর বাহুতে মোম লাগানোর পর A ও B এর কম্পাঙ্কের অনুপাত—

- (ক) 10 : 11 ☐ (খ) 20 : 21 ☐
(গ) 11 : 10 ☐ (ঘ) 21 : 20 ☐

একটি শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা 10⁻⁸ W m⁻²। নিম্নোক্ত ৬৮ নং ও ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও : [দি. বো. ২০১৫]

৬৮। শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা লেভেল হবে—

- (ক) 40 dB ☐ (খ) 50 dB ☐
(গ) 45 dB ☐ (ঘ) 55 dB ☐

৬৯। শ্রেণি কক্ষে শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল হবে—

- (ক) 45 dB ☐ (খ) 44.50 dB ☐
(গ) 44.77 dB ☐ (ঘ) 46 dB ☐

৭০। পরবশ কম্পন অনুবাদ হবে না, যদি না পরবশ কম্পন সৃষ্টিকারী তরঙ্গদ্বয়ের সমান হয়—

[অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

- (ক) কম্পাঙ্ক ☐ (খ) বিস্তার ☐
(গ) তরঙ্গবেগ ☐ (ঘ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য ☐

৭১। একটি টানা তারের দৈর্ঘ্য l ও একক দৈর্ঘ্যের ভর m এবং কম্পাঙ্ক f । এর কম্পাঙ্ক $2f$ করতে—

[অভিন্ন প্রশ্ন-২০১৮]

i. দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{1}{2}$ করতে হবে ii. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে $2l$ করতে হবে iii. তারের টান 4 গুণ করতে হবে
নিচের কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) i ও iii ☐
(গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৭২। টানা তারে স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন হওয়ার কারণ কোনটি ?

[মাদ্রাসা. বোর্ড ২০১৮]

- (ক) ব্যতিচার ☐ (খ) স্বরকম্প ☐
(গ) অনুবাদ ☐ (ঘ) মেলডি ☐

৭৩। একটি শব্দ তরঙ্গ এক মাধ্যম হতে অন্য মাধ্যমে প্রবেশ করলে পরিবর্তিত হয়—

[বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

- (ক) কম্পাঙ্ক ও বেগ ☐ (খ) কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য ☐
(গ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও বেগ ☐ (ঘ) কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও বেগ ☐

৭৪। একটি তরঙ্গের দুটি বিন্দুর মধ্যে পথ পার্থক্য $\frac{\lambda}{4}$ । এই দুই বিন্দুর মধ্যে দশা পার্থক্য নির্ণয় কর।

[কুয়েট ২০১৩-২০১৪]

- (ক) $\frac{\pi}{4}$ ☐ (খ) $\frac{2\pi}{3}$ ☐
 (গ) $\frac{\pi}{6}$ ☐ (ঘ) $\frac{\pi}{2}$ ☐

৭৫। ভূমিকম্প হতে উৎপন্ন শব্দ কোন পর্যায়ের শব্দ?

[চুয়েট ২০০৯-২০১০]

- (ক) শ্রাব্য তরঙ্গ ☐ (খ) শব্দের তরঙ্গ ☐
 (গ) শব্দোত্তর তরঙ্গ ☐ (ঘ) তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ ☐

৭৬। একটি সুরশলাকা ২.৫ m দীর্ঘ তরঙ্গদৈর্ঘ্য তৈরি করতে পারে। যদি ঐ তরঙ্গের বেগ 340 m s^{-1} হয়, তবে সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত?

[কুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) 316 Hz ☐ (খ) 613 Hz ☐
 (গ) 631 Hz ☐ (ঘ) 136 Hz ☐

৭৭। কোনো শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-7} W m^{-2} । শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কতটুকু বাড়বে? (প্রমাণ তীব্রতা $= 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$)।

[বুয়েট ২০১৭-২০১৮]

- (ক) 2.75 dB ☐ (খ) 2.50 dB ☐
 (গ) 2.25 dB ☐ (ঘ) 3.01 dB ☐

৭৮। একটি তরঙ্গের তীব্রতা সরাসরি যার সমানুপাতিক, তা হলো—

[বুয়েট ২০১১-২০১২]

- (ক) স্পন্দনের বিস্তার ☐ (খ) স্পন্দনের বিস্তারের বর্গ ☐
 (গ) স্পন্দনের কম্পাঙ্ক ☐ (ঘ) পিচ ☐

৭৯। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.2 \sin \pi (500t - x)$ সরণ মিটারে ও সময় সেকেন্ডে প্রকাশ করা আছে; এ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক কত?

[চুয়েট ২০১১-২০১২]

- (ক) 500 Hz ☐ (খ) 250 Hz ☐
 (গ) 1000 Hz ☐ (ঘ) উপরের কোনোটিই নয় ☐

৮০। সরল হ্রদিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর সমীকরণ $y = 10 \sin \left(12t - \frac{\pi}{6} \right)$; এখানে y-এর একক মিটার t-এর একক সেকেন্ড এবং দশা প্রবকের একক rad। বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি কত?

[কুয়েট ২০১৪-২০১৫]

- (ক) 10 m s^{-1} ☐ (খ) 12 m s^{-1} ☐
 (গ) $\frac{\pi}{6} \text{ m s}^{-1}$ ☐ (ঘ) 120 m s^{-1} ☐

৮১। $y = 2 \sin (3140 t - x)$ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক হবে—

[বুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) 3140 Hz ☐ (খ) 1570 Hz ☐
 (গ) 150000 Hz ☐ (ঘ) 500 Hz ☐

৮২। I ও 4I তীব্রতা সম্পন্ন দুটি তরঙ্গের উপরিপাতন হলে, সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন আলোর তীব্রতা হবে—

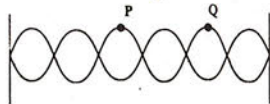
[বুয়েট ২০১১-২০১২; ২০০৮-২০০৯]

- (ক) 5I, 3I ☐ (খ) 9I, I ☐
 (গ) 9I, 3I ☐ (ঘ) 5I, I ☐

- ৮৩। সলো কীভাবে সৃষ্টি হয়? [বি. ম. ভে. ক. ২০১৭-২০১৮]
- (ক) একটিমাত্র বাদ্যযন্ত্র বাজিয়ে ☐ (খ) কয়েকটি শব্দ একর পর এক উচ্চারণ করে ☐
- (গ) অনেকগুলো বাদ্যযন্ত্র একসঙ্গে বাজিয়ে ☐ (ঘ) কতগুলো শব্দ এক সঙ্গে উচ্চারণ করে ☐
- ৮৪। একটি টানা তারে প্রবাহিত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 10 \sin \left(\frac{t}{0.02} - \frac{x}{100} \right)$, যেখানে x ও y -এর একক সেন্টিমিটার এবং t -এর একক সেকেন্ড। তরঙ্গটির গতিবেগ কত? [চুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 500 cm s^{-1} ☐ (খ) 50 m s^{-1} ☐
- (গ) 10 m s^{-1} ☐ (ঘ) 400 cm s^{-1} ☐
- ৮৫। দুটি একই প্রকার তরঙ্গের একটিকে সাইন ও অপরটিকে কোসাইন ফাংশন দ্বারা প্রকাশ করলে তাদের মধ্যে দশা পার্থক্য কত? [কু. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) ০ ☐ (খ) $\frac{\pi}{2}$ ☐
- (গ) $\frac{\pi}{4}$ ☐ (ঘ) $\frac{\pi}{3}$ ☐
- ৮৬। 300 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ তরঙ্গের পানি ও বাতাসে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4.16 m। শব্দের গতি বাতাসে 352 m s^{-1} হলে পানিতে শব্দের গতি কত? [ঢা. বি. ২০১০-২০১১; জা. বি. ২০১১-২০১২; ২০০৯-২০১০; কু. বি. ২০১০-২০১১]
- (ক) 800 m s^{-1} ☐ (খ) 1200 m s^{-1} ☐
- (গ) 1600 m s^{-1} ☐ (ঘ) 1800 cm s^{-1} ☐
- ৮৭। একটি সুস্পন্দ বিন্দু ও একটি সন্নিহিত নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী ব্যবধান— [জা. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $\frac{\lambda}{2}$ ☐ (খ) $\frac{3\lambda}{2}$ ☐
- (গ) $\frac{\lambda}{4}$ ☐ (ঘ) $\frac{3\lambda}{4}$ ☐
- ৮৮। নিচের কোন ভৌত প্রক্রিয়া শব্দ-তরঙ্গ দ্বারা প্রদর্শিত হয় না? [ঢা. বি. ২০১২-২০১৩]
- (ক) প্রতিসরণ ☐ (খ) ব্যতিচার ☐
- (গ) সমবর্তন ☐ (ঘ) অপবর্তন ☐
- ৮৯। শব্দ তরঙ্গকে বায়ুতে সমবর্তন করা যায় না, কারণ এ ধরনের তরঙ্গ হলো— [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) চলমান ☐ (খ) স্থির ☐
- (গ) অনুপ্রস্থ ☐ (ঘ) অনুদৈর্ঘ্য ☐
- ৯০। একটি শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা 10^{-7} W m^{-2} । শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে তীব্রতা লেভেল কত হবে? [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 53 dB ☐ (খ) 53.01 dB ☐
- (গ) 55.06 dB ☐ (ঘ) 53.02 dB ☐
- ৯১। একটি ভ্যাকুয়াম ক্লিনার ও একটি টিভির তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 86 dB এবং 84 dB। এদের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল কত? প্রমাণ তীব্রতা $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ [রুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 85 dB ☐ (খ) 87 dB ☐
- (গ) 89 dB ☐ (ঘ) 88 dB ☐

- ৯২। একটি শব্দ তরঙ্গ বায়ুতে ৩ মিনিটে 1080 m দূরত্ব অতিক্রম করে। এই শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 60 cm হলে তরঙ্গের পর্যায়কাল কত? [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- (ক) 10 s ☐ (খ) 1 s ☐
 (গ) 0.1 s ☐ (ঘ) এর কোনোটিই নয় ☐
- ৯৩। তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে পথপার্থক্য 0.325 m এবং দশা পার্থক্য 3.14 রেডিয়ান হলে, তরঙ্গের দৈর্ঘ্য কত? [রুয়েট ২০১২-২০১৩]
- (ক) 0.46 m ☐ (খ) 0.65 cm ☐
 (গ) 0.65 m ☐ (ঘ) 0.56 m ☐
- ৯৪। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 m s^{-1} এবং 350 m s^{-1} । মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য পার্থক্য 0.1 m হলে সুরশলাকার 55 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কতদূর যাবে? [কুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- (ক) 77 m ☐ (খ) 60 m ☐
 (গ) 38.5 m ☐ (ঘ) 30.5 m ☐
- ৯৫। দুটি সুসংহত একবর্ণী তরঙ্গ একটি বিন্দুতে আপতিত হলে, নিচের কোন বক্তব্যটি এদের জন্য সত্য নয়? [বুয়েট ২০১১-২০১২]
- (ক) এদের আলোক দূরত্ব একই ☐ (খ) এদের দশার পার্থক্য অপরিবর্তনশীল ☐
 (গ) এদের বিস্তার প্রায় একই রকম ☐ (ঘ) এদের দশা একই ☐
- ৯৬। একটি অডিও ক্যাসেট প্রেয়ার ও একটি টেলিভিশনের তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 93 dB এবং 85 dB। এদের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 92.82 dB ☐ (খ) 93 dB ☐
 (গ) 93.33 dB ☐ (ঘ) 93.64 dB ☐
- ৯৭। দুটি তরঙ্গের প্রতিটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য 12 cm করে। যদি একটি থেকে অপরটি 14 cm অগ্রগামী হয় তবে এদের মধ্যে দশা পার্থক্য— [ঢা. বি. ২০০২-২০০৩]
- (ক) $\frac{\pi}{3}$ ☐ (খ) $\frac{\pi}{4}$ ☐
 (গ) $\frac{\pi}{5}$ ☐ (ঘ) $\frac{\pi}{6}$ ☐
- ৯৮। সমুদ্রে নোঙর করা একটি জাহাজের ক্যাপ্টেন লক্ষ্য করেন যে, ঢেউয়ের শীর্ষগুলো পরস্পর থেকে 16m দূরে এবং প্রতি 2 s পরপর একটি ঢেউ আসছে। ঢেউগুলোর বেগ কত? [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) 8 m s^{-1} ☐ (খ) 16 m s^{-1} ☐
 (গ) 32 m s^{-1} ☐ (ঘ) 64 m s^{-1} ☐
- ৯৯। একটি তরঙ্গের সমীকরণ $y = 15 \sin(10x - 20t)$ দিয়ে নির্দেশিত হলে তরঙ্গটির বেগ কত একক? [কু. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 0.75 ☐ (খ) 0.5 ☐
 (গ) 2 ☐ (ঘ) 3 ☐
- ১০০। চলমান তরঙ্গের সমীকরণ $y = 100 \sin 2\pi(340t - 0.15x)$, এখানে x এবং y-এর একক মিটার, t-এর একক সেকেন্ড। তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [ঢা. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 10 m ☐ (খ) 340 m ☐
 (গ) 0.15 m ☐ (ঘ) 6.67 m ☐

- ১০১। কোনো গ্যাসে 50 cm ও 50.5 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুটি তরঙ্গ প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বিট উৎপন্ন করলে ঐ গ্যাসে শব্দের বেগ কত ? [শে. বা. কৃ. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 320 m s^{-1} (খ) 315 m s^{-1}
- (গ) 310 m s^{-1} (ঘ) 303 m s^{-1}
- ১০২। দুটি শব্দের ক্রিয়ায় প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বিট উৎপন্ন হয়। পরপর সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন শব্দের মধ্যে সময়ের পার্থক্য কত ? [রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) 5 s (খ) 1 s
- (গ) 0.1 s (ঘ) কোনোটিই নয়
- ১০৩। গ্যাস মাধ্যমে শব্দের বেগ এর উষ্ণতার— [জা. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) বর্গের সমানুপাতিক (খ) সমানুপাতিক
- (গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক
- ১০৪। নিচের কোনটি তরঙ্গকে প্রকাশ করে না ? [জ. বি. ২০১২-২০১৩]
- (ক) $y = f(x + vt)$ (খ) $y = y_m \sin k(x + vt)$
- (গ) $y = y_m \log(x - vt)$ (ঘ) $y = f(x^2 - vt^2)$
- ১০৫। λ তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুটি তরঙ্গের বিস্তার যথাক্রমে A এবং A/2। তরঙ্গদ্বয় 180° দশা বৈষম্য নিয়ে কোনো মাধ্যমে আপতিত হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হবে তার বিস্তার হবে— [রা. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 2 A (খ) 0.5 A
- (গ) 0 (ঘ) 0.2 A
- ১০৬। নির্দিষ্ট একটি টানা তার 1000 Hz কম্পাঙ্ক সৃষ্টি করে। যদি একই তার উপরিউক্ত কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ কম্পাঙ্ক সৃষ্টি করে, তাহলে তারের টান হবে— [বুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) দ্বিগুণ (খ) চারগুণ
- (গ) অর্ধেক (ঘ) এক-চতুর্থাংশ
- ১০৭। 0°C তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ কত হবে ? [বা. কৃ. বি. ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 320 m s^{-1} (খ) 332 m s^{-1}
- (গ) 335 m s^{-1} (ঘ) 340 m s^{-1}
- ১০৮। দুটি স্পন্দনরত কণার সরণ যথাক্রমে $x = A \sin(\omega t)$ ও $x = A \cos(\omega t)$ হলে এদের মধ্যে দশার পার্থক্য— [ঢা. বি. (৭ কলেজ) ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 2π (খ) π
- (গ) $\frac{\pi}{2}$ (ঘ) $\frac{\pi}{3}$
- নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১০৯ ও ১১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- $y = 0.6 \sin 0.12 x \cos 24 t$ একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ যা নিম্নলিখিত চিত্র দ্বারা প্রকাশিত। x ও y মিটার এককে। [অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]



- ১০৯। স্থির তরঙ্গ গঠনকারী তরঙ্গের বেগ—

- (ক) 100 m s^{-1} (খ) 200 m s^{-1}
- (গ) 300 m s^{-1} (ঘ) 400 m s^{-1}

১১০। তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে—

(ক) $PQ = \frac{\lambda}{2}$

(খ) $PQ = \frac{3\lambda}{4}$

(গ) $PQ = \lambda$

(ঘ) $PQ = \frac{5\lambda}{4}$

১১১। পরবশ কম্পন অনুবাদ হবে না, যদি না পরবশ কম্পন সৃষ্টিকারী তরঙ্গদ্বয়ের সমান হয়—

[অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

(ক) কম্পাঙ্ক

(খ) বিস্তার

(গ) তরঙ্গবেগ

(ঘ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য

১১২। একটি পিয়ানো তারের দৈর্ঘ্য L এবং ভর M । যদি এর মূল কম্পাঙ্ক f হয়, তবে তারে টান হলো—

[ঢা. বি. ২০১৮-২০১৯]

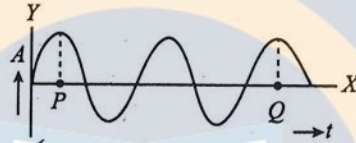
(ক) $2Mf^2/L$

(খ) $2MLf^2$

(গ) $4f^2L^3/M$

(ঘ) $4fM/L$

১১৩।



প্রদর্শিত তরঙ্গের P ও Q বিন্দুর দশা পার্থক্য কত ?

[ঢা. বো. ২০১৯]

(ক) $\frac{\pi}{2}$

(খ) π

(গ) 2π

(ঘ) 4π

১১৪। তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত ৪: ৫: ৬ হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপাদিত হয় তাকে কী বলে ?

[ঢা. বো. ২০১৯]

(ক) সমমেল

(খ) ত্রয়ী

(গ) সমতান

(ঘ) স্বরসঙ্গতি

১১৫। দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে ২৬০ Hz এবং ২৫৫ Hz। তারা কত সময় পরপর বীট উৎপন্ন করবে ?

[ঢা. বো. ২০১৯]

(ক) ০.১ s

(খ) ০.২ s

(গ) ০.৫ s

(ঘ) ০.৮ s

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১১৬ ও ১১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২২.৫ cm ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশার পার্থক্য ৩.১৪ rad। উৎসের কম্পাঙ্ক ৪২০ Hz।

১১৬। তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত ?

[য. বো. ২০১৯]

(ক) ০.২৫ m

(খ) ০.৪৫ m

(গ) ০.৭৫ m

(ঘ) ৪৫ m

১১৭। উদ্দীপক অনুসারে

i. তরঙ্গ বেগ 189 m s^{-1} ; ii. উৎপন্ন শব্দ শোনা যাবে; iii. পর্যায়কাল হবে ২.৩৮ s

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(খ)	২।(খ)	৩।(ক)	৪।(গ)	৫।(খ)	৬।(ঘ)	৭।(ঘ)	৮।(ঘ)	৯।(ঘ)	১০।(খ)
১১।(খ)	১২।(গ)	১৩।(খ)	১৪।(ঘ)	১৫।(ক)	১৬।(খ)	১৭।(ক)	১৮।(ক)	১৯।(ক)	২০।(ক)
২১।(ক)	২২।(গ)	২৩।(গ)	২৪।(খ)	২৫।(ক)	২৬।(খ)	২৭।(ক)	২৮।(খ)	২৯।(খ)	৩০।(ক)
৩১।(খ)	৩২।(ঘ)	৩৩।(গ)	৩৪।(খ)	৩৫।(ক)	৩৬।(গ)	৩৭।(গ)	৩৮।(গ)	৩৯।(গ)	৪০।(গ)
৪১।(ক)	৪২।(খ)	৪৩।(গ)	৪৪।(খ)	৪৫।(খ)	৪৬।(গ)	৪৭।(খ)	৪৮।(ঘ)	৪৯।(ঘ)	৫০।(খ)
৫১।(গ)	৫২।(গ)	৫৩।(ক)	৫৪।(ক)	৫৫।(গ)	৫৬।(খ)	৫৭।(গ)	৫৮।(ক)	৫৯।(গ)	৬০।(গ)
৬১।(খ)	৬২।(ক)	৬৩।(খ)	৬৪।(খ)	৬৫।(গ)	৬৬।(খ)	৬৭।(খ)	৬৮।(ক)	৬৯।(গ)	৭০।(ক)
৭১।(খ)	৭২।(ক)	৭৩।(গ)	৭৪।(ঘ)	৭৫।(গ)	৭৬।(ঘ)	৭৭।(ঘ)	৭৮।(খ)	৭৯।(খ)	৮০।(ঘ)
৮১।(ঘ)	৮২।(ক)	৮৩।(ক)	৮৪।(খ)	৮৫।(খ)	৮৬।(গ)	৮৭।(গ)	৮৮।(গ)	৮৯।(ঘ)	৯০।(খ)
৯১।(ঘ)	৯২।(গ)	৯৩।(গ)	৯৪।(গ)	৯৫।(ঘ)	৯৬।(ঘ)	৯৭।(ক)	৯৮।(ক)	৯৯।(গ)	১০০।(ঘ)
১০১।(ঘ)	১০২।(গ)	১০৩।(গ)	১০৪।(ঘ)	১০৫।(খ)	১০৬।(খ)	১০৭।(খ)	১০৮।(গ)	১০৯।(খ)	১১০।(গ)
১১১।(ক)	১১২।(খ)	১১৩।(ঘ)	১১৪।(খ)	১১৫।(খ)	১১৬।(খ)	১১৭।(ঘ)			

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

১। রফিক ও শফিক দুই বন্ধু। একদিন বিকেল বেলা দীঘির পাড়ে বসে গল্প করছিল। হিমেল হাওয়া বইছিল। দীঘির পানিতে সুন্দর ঢেউ খেলে যাচ্ছে। রফিক বলল শব্দ এক রকমের তরঙ্গ যার তরঙ্গদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক, বেগ ও তীব্রতা আছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তরঙ্গ কী ?

খ. তরঙ্গের বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

গ. কোনো মাধ্যমে 480 Hz এবং 320 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2 m হলে মাধ্যমে শব্দের বেগ কত ?

ঘ. শব্দের তীব্রতা কী কী বিষয়ের উপর নির্ভর করে ? তরঙ্গ সঞ্চালনে মাধ্যমের ঘনত্ব কমে গেলে তরঙ্গের তীব্রতার কী ঘটবে ? কেন ঘটবে ? তরঙ্গের কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পেলে এর পর্যায়কালের কী পরিবর্তন ঘটবে ? যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

২। একটি সুরশলাকা A মাধ্যমে একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করলে তরঙ্গ 10 cm দূরত্ব অতিক্রম করে। মাধ্যম B তে সুরশলাকার একটি পূর্ণ কম্পনে তরঙ্গ 15 cm দূরত্ব অতিক্রম করে। মাধ্যম A তে শব্দের বেগ 3 m s^{-1} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তরঙ্গদৈর্ঘ্য কী ?

খ. তরঙ্গ কত প্রকার ও কী কী উদাহরণসহ বুঝিয়ে দাও।

গ. সুরশলাকাটির পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

ঘ. কোন মাধ্যমে শব্দের বেগ বেশি হবে ? গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

৩। দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 490 Hz এবং 350 Hz। প্রথম সুরশলাকাটি যে সময়ে বাতাসে 200 বার কম্পন দেয় সে সময় এটি দ্বারা সৃষ্ট শব্দতরঙ্গ বাতাসে 140 m দূরত্ব অতিক্রম করে। অন্য মাধ্যমে সুরশলাকা দুটির উৎপন্ন শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য হয় 2 m।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তরঙ্গের দশা কী ?

খ. আড় তরঙ্গ ব্যাখ্যা কর।

গ. বাতাসে প্রথম সুরশলাকা থেকে উৎপন্ন শব্দের বেগ কত ?

ঘ. দ্বিতীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ কত ছিল ? বিশ্লেষণ কর।

- ৪। কোনো সমুদ্র সৈকতে মাইক থেকে বাতাসে 332 m s^{-1} বেগে ভেসে আসা শব্দের কম্পাঙ্ক 300 Hz । সমুদ্রের পানিতে ঐ শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য বাতাসে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পাঁচগুণ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সরল দোলন গতি কী ?

খ. কীভাবে স্থির তরঙ্গের উৎপত্তি হয় ব্যাখ্যা কর।

গ. সমুদ্রের পানিতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত ?

ঘ. 20 s সময়ে বাতাসের তুলনায় পানিতে শব্দতরঙ্গ কত বেশি দূরত্ব অতিক্রম করবে—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

- ৫। একটি সুরশলাকা যে সময়ে 200 বার কম্পন দেয় সে সময় এটি দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ বাতাসে 140 m দূরত্ব অতিক্রম করে। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 500 Hz ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অগ্রগামী তরঙ্গ কী ?

খ. অনুবাদ কীভাবে সৃষ্টি হয় ব্যাখ্যা কর।

গ. বাতাসে উদ্দীপকে উল্লেখিত তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. বাতাসে অপর একটি উৎস 1570 rad s^{-1} কৌণিক দ্রুতির একটি তরঙ্গ সৃষ্টি করে। এই তরঙ্গের উপরস্থ কোনো কণার 200 কম্পনে তরঙ্গটি আদি তরঙ্গের চেয়ে কত কম বা বেশি দূরত্ব অতিক্রম করবে গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর।

- ৬। আমরা জানি মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের ফলে তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। এ তরঙ্গের একটি গুরুত্বপূর্ণ রাশি হচ্ছে তরঙ্গদৈর্ঘ্য। তরঙ্গ দু'প্রকার—আড় তরঙ্গ ও লম্বিক তরঙ্গ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তরঙ্গদৈর্ঘ্য কী ?

খ. আড় তরঙ্গ ও লম্বিক তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য বর্ণনা কর।

গ. দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 128 Hz এবং 384 Hz । বায়ুতে শলাকা দুটি হতে সৃষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।

ঘ. কোনো মাধ্যমে লম্বিক তরঙ্গ কীভাবে সৃষ্টি হয় ? একপ্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সাথে বাঁধা একটি স্প্রিং-এর অপর প্রান্ত একটি সুরশলাকার এক বাহুর সাথে বেঁধে সুরশলাকার বাহুকে স্পন্দিত করলে কী ঘটবে এবং কেন ঘটবে ?

- ৭। কোন মাধ্যমের কণাগুলো সরল ছন্দিত স্পন্দনে আন্দোলিত হলে চলমান বা অগ্রগামী তরঙ্গের উদ্ভব হয়। এ আন্দোলন একটি কণা থেকে পরবর্তী কণায় পৌঁছাতে কিছুটা সময় প্রয়োজন হয়। ফলে তরঙ্গের অভিমুখ বরাবর কণাগুলোর দশা পরিবর্তন ঘটতে থাকে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তরঙ্গের দশা কাকে বলে ?

খ. চলমান তরঙ্গ ও স্থির তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.1 \sin (200 \pi t - \frac{20 \pi}{17} x)$ মিটার হলে এই তরঙ্গের বিস্তার, কম্পাঙ্ক, তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. অগ্রগামী তরঙ্গ সৃষ্টিকারী মাধ্যমের কণাগুলোর সাধারণ সমীকরণকে $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ কে $y = a \sin (\omega t - kx)$ রূপে প্রকাশ কর। এ থেকে দেখাও যে, কণার সর্বোচ্চ বেগ ωa এবং সর্বোচ্চ ত্বরণের মান $\omega^2 a$ ।

৮। নাবিলা একটি তারের এক প্রান্ত একটি দৃঢ় অবলম্বনে বেঁধে অন্য প্রান্ত ধরে উপরের ও নিচে আড়াআড়িভাবে দোলাচ্ছিল। নাবিলার পদার্থবিজ্ঞানের ছাত্র ডাইয়া নাবিলার এই খেলা দেখছিলেন। তিনি লক্ষ্য করলেন যে, নাবিলার দোলনের ফলে তারে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হচ্ছে তার কোনো কোনো স্থানে কোনো স্পন্দন নেই, আবার কোনো স্থানে স্পন্দন সর্বাধিক। সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর ধারণা তার মাথায় এসে গেল।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু কাকে বলে ?

খ. চিত্র অঙ্কন করে সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর ব্যাখ্যা দাও।

গ. স্থির তরঙ্গের লব্ধি সরণের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

ঘ. স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু উভয়ের শর্ত আলোচনা কর।

৯। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 5 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.3} - \frac{x}{30} \right)$ । এখানে x ও y সেন্টিমিটারে এবং t সেকেন্ডে প্রকাশ করা হয়েছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

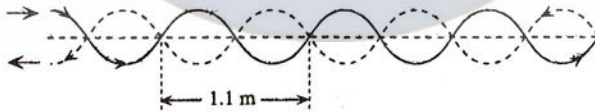
ক. স্থির তরঙ্গ কী ?

খ. তরঙ্গের উপরিপাতন ব্যাখ্যা কর।

গ. তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক ও বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ প্রতিপাদন কর।

১০। নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর।



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পরবশ কম্পন কী ?

খ. চিত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. চিত্রের তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 320 Hz হলে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত আলোচনা কর।

১১। জাতীয় দিবসের প্যারেডের মহড়ায় বাদক দলের দুই সদস্য পরস্পর ঠিক মুখোমুখি ও কাছাকাছি দাঁড়িয়ে বিউগিল বাজাচ্ছেন। বিউগিল দুটি হতে একই কম্পাঙ্ক, 10^{-8} m বিস্তার এবং 3 m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ নির্গত হচ্ছে। শব্দের বেগ 350 m s^{-1} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. কম্পাঙ্ক কী ?

খ. প্রমাণ তীব্রতা বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত তরঙ্গ দুটির সম্মিলিত বিস্তার গাণিতিকভাবে প্রকাশ কর।

ঘ. উপরিপাতনে সৃষ্ট নতুন তরঙ্গটির সাথে আদি তরঙ্গদ্বয়ের কী কী মৌলিক পার্থক্য বিদ্যমান বিশ্লেষণ কর।

- ১২। মুনতাসির লেকের শান্ত পানিতে একটি টিল ছুড়ে মারাতে সৃষ্ট ঢেউগুলো চারদিকে ছড়িয়ে পড়লো। ঢেউগুলো স্থির অবস্থান থেকে 5 cm উপরে নিচে ও উঠানামা করতে লাগলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অনুনাদ কী ?

খ. তীব্রতা লেবেল বলতে কী বুঝ ?

গ. লেকে সৃষ্ট তরঙ্গটিকে $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ আকারে প্রকাশ কর। তরঙ্গটির পর্যায়কাল ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য ছিল যথাক্রমে 0.04 s এবং 20 cm।

ঘ. টিলটির পানিতে পড়ার স্থান থেকে 5 m দূরে 10 সেকেন্ড পর কম্পমান কণার তাৎক্ষণিক বেগের সাথে তরঙ্গবেগের তুলনা কর।

- ১৩। একটি অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকাকে 512 Hz কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সাথে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট সৃষ্টি হয়। এক টুকরা তারের সাহায্যে অজানা সুর শলাকার ভর বাড়িয়ে পুনরায় শব্দায়িত করলে 8 টি বিট উৎপন্ন হয়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বিট কী ?

খ. সকল অনুনাদ পরবশ কম্পন কিন্তু সকল পরবশ কম্পন অনুনাদ নয়—ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ? একে তুমি কীভাবে ব্যাখ্যা করবে ?

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বিটের হার উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান।

- ১৪। A ও B দুটি সুর শলাকা একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট সৃষ্টি হয়। কিন্তু A তে খানিকটা মোম লাগালে বিট সংখ্যা কমে যায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মৌলিক সুর কী ?

খ. সকল হারমোনিকই উপসুর, কিন্তু সকল উপসুরই হারমোনিক নয়—ব্যাখ্যা কর।

গ. B এর কম্পাঙ্ক 480 Hz হলে A এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

ঘ. বিট গণনার সাহায্যে কীভাবে উক্ত সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায় আলোচনা কর।

- ১৫। A ও B দুটি সুরশলাকা। শলাকাদ্বয় একটি গ্যাসে 50 cm এবং 50.5 cm দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। A ও B শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট সৃষ্টি হয়। B এর কম্পাঙ্ক 510 Hz।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. উপসুর কী ?

খ. টানা তারের আড়কম্পনের ভরের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. উক্ত গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. A কে একটু ঘষে পুনরায় ধ্বনিত করলে একই সংখ্যক বিট উৎপন্ন হয়। ঘষার পূর্বে ও পরে A এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর এবং ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর।

১৬। একটি তারকে 2.5 kg ওজনের বল দ্বারা টান দেওয়া হলে এর থেকে 125 Hz কম্পাঙ্কের মৌলিক সুর নির্গত হয়। তারটির একক দৈর্ঘ্যের ভর 0.0098 kg m^{-1} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তীব্রতা লেভেল কী ?

খ. মানুষের শ্রবণ সীমার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} বলতে কী বুঝ ?

গ. তারটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

ঘ. তারটির দৈর্ঘ্য পরিবর্তন না করে এর উপর প্রযুক্ত টান চারগুণ করলে তারের কম্পাঙ্কের কীরূপ পরিবর্তন ঘটবে ব্যাখ্যা দাও।

১৭। দুটি সুরশলাকা একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট উৎপন্ন হয়। একটি সুরশলাকা কোনো টানা তারের 1.18 m দৈর্ঘ্যের সাথে এবং অপরটি একই তারের 1.20 m দৈর্ঘ্যের সাথে ধ্রুনি সমন্বয় করে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. সুর কী ?

খ. কোনো পর্যাবৃত্ত বল দ্বারা কোনো বস্তুকে কম্পিত করলে কী ধরনের কম্পনের সৃষ্টি হবে ব্যাখ্যা কর।

গ. সুরশলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

ঘ. প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক আরো 10 Hz বৃদ্ধি করতে হলে তারের দৈর্ঘ্য কী পরিবর্তন আনতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণ করে নির্ণয় কর।

১৮। A ও B দুটি সদৃশ তার একতানে আছে। 110 cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট A তারটি 10 kg ওজন বল দ্বারা টানা দেওয়া আছে। উক্ত তার দুটির সাথে সদৃশ অপর একটি 16 cm দীর্ঘ তার C-এর ভর 3.2 g।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. অনুবাদ কী ?

খ. টানা দেওয়া তারের টানের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত B তারটি 23 kg ওজন বল দ্বারা টানা দেওয়া থাকলে এর দৈর্ঘ্য কত ?

ঘ. 105 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তরঙ্গ উৎপন্নকারী একটি সুরশলাকার সাথে A ও B তার একতানিক হলে, ঐদিন বাতাসে শব্দের বেগ কত ছিল গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে বের কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

১। সংজ্ঞা দাও বা কাকে বলে বা কী ?

(ক) পর্যাবৃত্ত গতি [কু. বো. ২০১৭]

(গ) সরল ছন্দিত গতি

(ঙ) পূর্ণকম্পন

(ছ) কম্পাঙ্ক

(ঝ) দশা [ঢা. বো. ২০১৯]

(ট) তীব্রতা বা প্রাবল্য

(ঢ) অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বা আড়তরঙ্গ

(ণ) অগ্রগামী তরঙ্গ [সি. বো. ২০১৬; মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

(থ) তরঙ্গ চূড়া

(খ) স্পন্দন গতি

(ঘ) তরঙ্গ

(চ) পর্যায়কাল

(জ) বিস্তার [ঢা. বো. ২০১৯]

(ঞ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য

(ঠ) তরঙ্গ বেগ

(ড) লম্বিক তরঙ্গ

(ত) স্থির তরঙ্গ [ব. বো. ২০১৬; য. বো. ২০১৯]

(দ) তরঙ্গ খাঁজ

(ধ) সুস্পন্দ বিন্দু

(প) বেল

(ব) পরবশ কম্পন [চ. বো. ২০১৭]

(ম) তরঙ্গ মুখ [কু. বো. ২০১৭; সি. বো. ২০১৭]

(ন) নিস্পন্দ বিন্দু

(ফ) ডেসিবেল

(ভ) অনুদাদ [য. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৭]

(য) কৌণিক কম্পাঙ্ক

২। তরঙ্গ কত প্রকার ও কী কী উদাহরণসহ বুঝিয়ে দাও।

৩। তরঙ্গদৈর্ঘ্য, তরঙ্গবেগ ও কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

অথবা, $v = f\lambda$ সম্পর্কটি দেখাও বা প্রতিপাদন কর।

৪। অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

৫। অগ্রগামী তরঙ্গে মাধ্যমের কণাগুলোর সরণের সাধারণ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর।

৬। অগ্রগামী তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

৭। অগ্রগামী তরঙ্গের ক্ষেত্রে দেখাও যে, $y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ ৮। দেখাও যে, $y = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$

সমীকরণটিকে নিম্নোক্ত রূপেও লেখা যায় :

(i) $a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$ (ii) $a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ (iii) $a \sin 2\pi f \left(t - \frac{x}{v} \right)$ ৯। একটি স্থির তরঙ্গ অঙ্কন কর এবং এতে λ চিহ্নিত কর।১০। একটি স্থির তরঙ্গ অঙ্কন কর এবং এতে $\frac{3}{4} \lambda$ চিহ্নিত কর।

১১। তরঙ্গের উপরিপাতন বলতে কী বোঝায় ?

১২। স্থির তরঙ্গের সমীকরণ বা গাণিতিক রাশিমালা নির্ণয় কর।

১৩। স্থির তরঙ্গের সমীকরণ প্রতিপাদন করে সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত আলোচনা কর।

১৪। গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে স্থির তরঙ্গের ব্যাখ্যা দাও।

১৫। স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু উদ্ভবের শর্ত ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৫]

১৬। স্থির তরঙ্গে নিস্পন্দ বিন্দু উদ্ভবের শর্ত ব্যাখ্যা কর।

১৭। সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দুর দশা পার্থক্য 90° হয় কেন ? ব্যাখ্যা কর। [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]

১৮। স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয় কেন ? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]

১৯। অগ্রগামী ও স্থির তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য আলোচনা কর।

২০। মুক্ত কম্পন ও পরবশ কম্পন ব্যাখ্যা কর। অনুদাদ কী ?

২১। তরঙ্গের তীব্রতা কাকে বলে ? [সি. বো. ২০১৫]

২২। তরঙ্গের তীব্রতা কোন কোন বিষয়ের উপর নির্ভর করে ? [দি. বো. ২০১৯]

২৩। তীব্রতার জন্য রাশিমালা নির্ণয় কর।

২৪। তরঙ্গের বিস্তারের সাথে তীব্রতার পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৬]

২৫। অনুবাদী বস্তুর উপস্থিতি মাধ্যমের শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার উপর কিভাবে প্রভাব বিস্তার করে ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৯]

২৬। শ্রাব্যতার প্রারম্ভ কাকে বলে ?

২৭। শব্দ কাকে বলে ? [সি. বো. ২০১৯]

২৮। মানুষের শ্রাব্যতার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} —ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১৭]

- ২৯। প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে? [রা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৫]
- ৩০। একটি দোলায়মান সেকেন্ড দোলক শব্দ উৎপন্ন করে না কেন? [রা. বো. ২০১৬]
- ৩১। শব্দের তীব্রতা লেভেল কী? [দি. বো. ২০১৯]
- ৩২। শব্দের তীব্রতা লেভেল 20 dB বলতে কী বুঝ? [চা. বো. ২০১৯]
- ৩৩। কোনো শ্রেণিকক্ষের তীব্রতা 10^{-6} W m^{-2} বলতে কী বুঝ? [ব. বো. ২০১৫; চা. বো. ২০১৬]
- ৩৪। ডেসিবেল কী? [দি. বো. ২০১৫]
- ৩৫। সুর ও স্বর কাকে বলে?
- ৩৬। হারমোনিক বলতে কী বোঝায়?
- ৩৭। মূল সুর বা মৌলিক সুর কাকে বলে?
- ৩৮। উপসুর কী?
- ৩৯। সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়—ব্যাখ্যা কর।
[য. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১৫; সি. বো. ১৬]
- ৪০। অষ্টক বলতে কী বুঝ?
- ৪১। ত্রয়ীর মধ্যে কোনো অষ্টক নেই কেন? [কু. বো. ২০১৭]
- ৪২। মেলডি কী? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ৪৩। সুর বিরাম কাকে বলে?
- ৪৪। সমসংগতি কাকে বলে?
- ৪৫। ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম কী?
- ৪৬। ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন?—ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৭]
- ৪৭। সমীকৃত স্বরগ্রাম কাকে বলে?
- ৪৮। বিট কাকে বলে? [চা. বো. ২০১৭; রা. বো. ২০১৫, ২০১৭; দি. বো. ২০১৫; অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৪৯। প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বিট বলতে কী বুঝ? [দি. বো. ২০১৫]
- ৫০। বিটের গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।
- ৫১। দেখাও যে, বিট উৎপন্নের হার উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান।
- ৫২। বিটের সাহায্যে কীভাবে অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়—ব্যাখ্যা কর।
- ৫৩। স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক কাকে বলে?
- ৫৪। পরবশ কম্পন বলতে কী বোঝায়? [রা. বো. ২০১৭; য. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৭]
- ৫৫। অনুনাদ কাকে বলে? [রা. বো. ২০১৬; য. বো. ২০১৭; দি. বো. ২০১৭; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮;
চ. বো. ২০১৯]
- ৫৬। পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। [চা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৫]
- ৫৭। অনুনাদ একটি বিশেষ ধরনের আরোপিত কম্পন—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৭; ব. বো. ২০১৯]
- ৫৮। সকল অনুনাদই আরোপিত কম্পন কিন্তু সকল আরোপিত কম্পন অনুনাদ নয়—ব্যাখ্যা কর।
- ৫৯। সৈন্যদলের কোনো ব্রিজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৫]
- ৬০। টানা তারের আড়কম্পনের সূত্রগুলো বিবৃত কর।
- ৬১। সুশ্রাব্য শব্দ কাকে বলে?

- ৬২। সুশ্রাব্য শব্দের বৈশিষ্ট্যগুলো কী কী? [সি. বো. ২০১৫]
- ৬৩। বড় বড় হল রুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেল জাতীয় বোর্ড লাগানো হয় কেন? [রা. বো. ২০১৯]
- ৬৪। সঙ্গীত গুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান ব্যাখ্যা কর।
- ৬৫। সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে নিরাপদে রাখে— ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২০১৯]
- ৬৬। আমাদের জীবনে নয়েজ ও সঙ্গীতগুণের প্রভাব ব্যাখ্যা কর।
- ৬৭। শব্দের পিচ বা তীক্ষ্ণতা কাকে বলে? [রা. বো. ২০১৬]
- ৬৮। তীক্ষ্ণতা ও কম্পাঙ্ক একই কি না? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৯]
- ৬৯। শব্দের গুণ বা জাতি কাকে বলে?
- ৭০। ফন কী? ব্যাখ্যা কর।
- ৭১। ভাইব্রেশন মোডে থাকা মোবাইল কোনো টেবিলের উপর রাখলে অপেক্ষাকৃত জোরালো শব্দ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]

ঘ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

- ১। বাতাসে একটি সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 50 cm এবং অপর একটি সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 70 cm। প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 350 Hz হলে দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কত হবে? [উ: 250 Hz] [রা. বো. ২০১০]
- ২। একটি শব্দ তরঙ্গ বায়ুতে 3 মিনিটে 1020 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে; এই শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 50 cm হলে তরঙ্গের পর্যায়কাল কত? [উ: 0.088 s] [কু. বো. ২০০৩]
- ৩। একটি সুরশলাকা A মাধ্যমে 10 cm এবং B মাধ্যমে 15 cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তরঙ্গ সঞ্চালন করে। A মাধ্যমে শব্দের বেগ 3 m s^{-1} হলে B মাধ্যমে শব্দ 5 s-এ কত দূরত্ব অতিক্রম করবে বের কর। [উ: 22.5 m] [কু. বো. ২০০৩]
- ৪। একটি সুরশলাকা দুটি মাধ্যমে যথাক্রমে 10 cm এবং 15 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তরঙ্গ সৃষ্টি করে। প্রথম মাধ্যমে সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ যদি 10 সেকেন্ডে 4000 m দূরত্ব অতিক্রম করে তবে দ্বিতীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ কত? [উ: 600 m s^{-1}]
- ৫। A-মাধ্যমে শব্দের বেগ B-মাধ্যমে শব্দের বেগের চেয়ে 5 গুণ বেশি। B-মাধ্যমে একটি শব্দ উৎসের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 10 cm হলে A-মাধ্যমে শব্দ উৎসের 100 বার কম্পনে শব্দ কত দূর যাবে? [উ: 50 m] [বি. বো. ২০০৩]
- ৬। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 m s^{-1} এবং 350 m s^{-1} । মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.1 m হলে সুরশলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কতদূর যাবে? [উ: 35 m] [য. বো. ২০০৬]
- ৭। কোনো মাধ্যমে 480 Hz এবং 320 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2 m হলে মাধ্যমে শব্দের বেগ কত? [উ: 1920 m s^{-1}] [ঢা. বো. ২০০৩; রা. বো. ২০০৬; ব. বো. ২০১০, ২০০৮; সি. বো. ২০১২, ২০১৪; দি. বো. ২০১০]
- ৮। কোনো মাধ্যমে 512 Hz ও 480 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.75 m। ঐ মাধ্যমে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ: 5760 m s^{-1}]

- ৯। 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকা হতে বাতাসে ও পানিতে উৎপন্ন তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 3.9 m। বায়ুতে শব্দের বেগ 345 m s^{-1} হলে পানিতে শব্দের বেগ কত? [উ: 1593 m s^{-1}] [ঢা. বো. ২০০৯; সি. বো. ২০০৭]
- ১০। 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরশলাকা হতে বাতাসে ও পানিতে উৎপন্ন তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4 m। বায়ুতে শব্দের বেগ 345 m s^{-1} হলে পানিতে শব্দের বেগ কত? [উ: 1625 m s^{-1}] [কু. বো. ২০০৮]
- ১১। 300 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4.16 m। বায়ুতে শব্দের বেগ 352 m s^{-1} হলে পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ: 1600 m s^{-1}] [য. বো. ২০১২; চ. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০১]
- ১২। দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য 118 Hz। বাতাসে শলাকা দুটি যে তরঙ্গ উৎপন্ন করে, তাদের একটির দুটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপরটির তিনটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। শলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: 236 Hz ও 354 Hz] [ঢা. বো. ২০১০; কু. বো. ২০০৮; সি. বো. ২০১০]
- ১৩। একটি সুরশলাকা যে সময়ে 200 বার কম্পন দেয় সে সময়ে এটি দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ বাতাসে 140 m দূরত্ব অতিক্রম করে। সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 500 Hz হলে বায়ুতে শব্দের বেগ কত? [উ: 350 m s^{-1}] [ঢা. বো. ২০০৩; য. বো. ২০০১০]
- ১৪। কোনো এক সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের কম্পন 512 Hz। তরঙ্গের পর পর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0.50 m। মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর। [উ: 256 m s^{-1}] [রা. বো. ২০১৫; দি. বো. ২০১১]
- ১৫। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 5 \sin (200 \pi t - 1.57 x)$; এখানে সবকিছু রাশি এসআই এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উ: 5 m; 100 Hz; 400 m s^{-1} ; 0.01 s] [ঢা. বো. ২০০৯; কু. বো. ২০১২; রা. বো. ২০১৭; য. বো. ২০১১; চ. বো. ২০১১; ব. বো. ২০০৮; দি. বো. ২০০৯]
- ১৬। $y = 10 \sin (240 \pi t - 0.16 \pi x)$, এখানে সবকিছু রাশি SI এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, পর্যায়কাল ও শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ: 10 m, 120 Hz, 0.0083 s, 1500 m s^{-1}] [ব. বো. ২০০৯]
- ১৭। একটি তারের মধ্য দিয়ে অগ্রগামী আড়তরঙ্গের সমীকরণ হচ্ছে $y = 90 \sin \pi (20 t - 0.1x)$, এখানে y এবং x মিটার এবং t সেকেন্ডে প্রকাশিত। তরঙ্গটির (i) বিস্তার; (ii) তরঙ্গদৈর্ঘ্য; (iii) কম্পাঙ্ক ও (iv) তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর। [উ: (i) 90 m; (ii) 20 m; (iii) 10 Hz; (iv) 200 m s^{-1}] [চ. বো. ২০০৮]
- ১৮। কোনো কক্ষের শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-7} \text{ W m}^{-2}$ । শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। [উ: 53 dB]
- ১৯। কোনো শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা 10^{-7} W m^{-2} । শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে? [উ: 54.77 dB]
- ২০। কোনো শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} W m^{-2} । শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেলে নির্ণয় কর। শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে? [উ: 40 dB, 43 dB] [রা. বো. ২০০৭; দি. বো. ২০০৯]
- ২১। একটি সঙ্গীতানুষ্ঠানের অ্যাম্প্লিফায়ার থেকে 1 W ক্ষমতার শব্দ উৎপন্ন হলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল কত? [উ: 120 dB]
- ২২। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 100 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডেসিবেল? [উ: 20 dB] [য. বো. ২০০৫; ব. বো. ২০১০];
- ২৩। দুটি সুরেলী কাঁটা একত্রে শব্দায়িত করলে 3 সেকেন্ডে 15 টি বিট উৎপন্ন হয়। একটি সুরেলী কাঁটার কম্পাঙ্ক প্রতি সেকেন্ডে 252 Hz হলে, অপরটির কম্পাঙ্ক কত? [উ: 247 Hz বা, 257 Hz]

- ২৪। A ও B দুটি সুরশলাকাকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৫ টি বিট উৎপন্ন হয়। A -এর বাহুতে মোম লাগালে বিটের সংখ্যা ৪টি হয়। B -এর কম্পাঙ্ক ৩৮০ Hz হলে A -এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: ৩৮৫ Hz] [কু. বো. ২০০৮]
- ২৫। দুটি সুরশলাকা A ও B একত্রে কম্পিত হলে প্রতি সেকেন্ডে ৪টি বিট উৎপন্ন হয়। কিন্তু A -তে খানিকটা মোম লাগালে বিট সংখ্যা কমে যায়। B -এর কম্পাঙ্ক ২৫৬ Hz হলে, A -এর কম্পাঙ্ক কত? [উ: ২৬০ Hz] [রা. বো. ২০০৮]
- ২৬। A ও B দুটি সুরশলাকাকে একসাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বিট শোনা যায়। A -এর ভর কমালে বিট কমে যায়। B -এর কম্পাঙ্ক ৪৩০ Hz হলে A -এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: ৪২৫ Hz]
- ২৭। A ও B দুটি সুরশলাকা একত্রে শব্দায়িত করলে ৩ সেকেন্ডে ১৫টি বিট শোনা যায়। A -এর বাহুতে ভর লাগালে বিট বাড়ে। A -এর কম্পাঙ্ক ৩০০ Hz হলে B -এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: ৩০৫ Hz]
- ২৮। কোনো মাধ্যমে A ও B দুটি সুরশলাকা একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৭ টি বিট উৎপন্ন হয়। A -এর ভর কমালে বিট কমে। A -এর কম্পাঙ্ক ৪৫০ Hz হলে B -এর কম্পাঙ্ক কত? [উ: ৪৫৭ Hz]
- ২৯। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা একসাথে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেন্ডে ৫ টি বিট উৎপন্ন করে। A -কে একটু ঘষা হলো। এতে বিটের সংখ্যা বৃদ্ধি পেল। B -এর কম্পাঙ্ক ৫১০ Hz হলে ঘষার পূর্বে A এর কম্পাঙ্ক কত ছিল? [উ: ৫১৫ Hz]
- ৩০। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা একসাথে ধ্বনিত হলে প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বিট উৎপন্ন হয়। A -কে একটু ঘষা হলে বিট সংখ্যা বৃদ্ধি পায়। B -এর কম্পাঙ্ক ৫১৫ Hz হলে ঘষার পূর্বে A -এর কম্পাঙ্ক কত ছিল? [উ: ৫২০ Hz] [ঢা. বো. ২০০৮]
- ৩১। A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক ২৮৮ Hz। A এবং B সুরশলাকাদ্বয়কে একই সাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে ৪টি বিট শোনা যায়। A -কে কিছু ঘষে A এবং B -কে পুনরায় একই সাথে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে ৫ টি বিট শোনা যায়। B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: ২৮৪ Hz]
- ৩২। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা একত্রে ধ্বনিত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৫ টি বিট উৎপন্ন হয়। A -কে একটু ঘষে পুনরায় ধ্বনিত করলে একই সংখ্যক বিট উৎপন্ন হয়। B -এর কম্পাঙ্ক ৫১০ Hz। ঘষার পূর্বে ও পরে A -এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর এবং ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর। [উ: ৫০৫ Hz ও ৫১৫ Hz]
- ৩৩। দুটি সুরশলাকা A ও B একই সময়ে শব্দায়িত হওয়ায় প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বিট সৃষ্টি করে। A -এর বাহুতে একখণ্ড তার জড়ালে আবার তারা প্রতি সেকেন্ডে ৫ টি বিট সৃষ্টি করে। B -এর কম্পাঙ্ক ৩২০ Hz হলে A -এর কম্পাঙ্ক কত? [উ: ৩২৫ Hz] [ঢা. বো. ২০১০]
- ৩৪। কোনো গ্যাসে ০.৫০ m ও ০.৫০৫ m তরঙ্গদৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি তরঙ্গ প্রতি সেকেন্ডে ৬ টি বিট উৎপন্ন করলে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ: ৩০৩ m s⁻¹] [শে. বা. কু. বি. ২০১৪-২০১৫]
- ৩৫। A ও B দুটি সুরশলাকা কোনো গ্যাসীয় মাধ্যমে ২ m এবং ২.০২ m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে ১২ সেকেন্ডে ৪০টি বিট উৎপন্ন করে। B এর কম্পাঙ্ক ৩৩৩ Hz। A -এর বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় শব্দায়িত করলে সমসংখ্যক বিট উৎপন্ন করে।
(ক) গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।
(খ) উদ্দীপকের A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক ভর বৃদ্ধির আগে না পরে B এর কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি ছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উ: ৬৭২.৬৬ m s⁻¹; (খ) ভর বৃদ্ধির আগে বেশি ছিল।]

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

- ৩৬। একটি গিটারের তিনটি সদৃশ এবং সমদৈর্ঘ্যের তার A , B , C -কে যথাক্রমে ১০০ N, ২০০ N ও ২৫০ N মানের বল দ্বারা টানা আছে। A তারটি ৫০ Hz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন করে। রিপন অবাক হয়ে লক্ষ্য করল B ও C একত্রে কম্পিত করলে বিট শোনা যাচ্ছে কিন্তু A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বিট শোনা যাচ্ছে না।

(ক) B তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বিট শোনা যায় না কেন—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও।

উ: (ক) 70.7 Hz ; (খ) A তারের কম্পাঙ্ক 50 Hz এবং C তারের কম্পাঙ্ক 79 Hz সুতরাং A ও C তার একত্রে কম্পিত করলে $79 \text{ Hz} - 50 \text{ Hz} = 29 \text{ Hz}$ বিট উৎপন্ন হয়। কিন্তু বিটের সংখ্যা 10-এর বেশি হলে আমাদের কানে তা উপলব্ধি করা সম্ভব হয় না। তাই A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বিট শোনা যায় না।

[য. বো. ২০১৫]

৩৭। $y = 6 \sin \left(8\pi t - \frac{\pi x}{25} \right)$ একটি চলমান তরঙ্গের সমীকরণ নির্দেশ করে; যেখানে x ও y কে সেন্টিমিটারে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটি 0.09 kg m^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হচ্ছে।

(ক) উদ্দীপকে বর্ণিত তরঙ্গের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) তরঙ্গটি শ্রাব্য কিনা—তীব্রতা লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে প্রমাণ কর।

উ: (ক) 4 Hz ; (খ) তরঙ্গটির শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = 133 \text{ dB}$ । আমাদের কান 0 dB থেকে শুনতে শুরু করে। 120 dB -এ শ্রুতি যন্ত্রণার শুরু। তাই 133 dB এর শব্দ শোনা গেলেও কানের জন্য মারাত্মক ক্ষতিকর।

[চ. বো. ২০১৫]

৩৮। $y_1 = 0.1 \sin \left(200\pi t - \frac{20\pi}{17} x \right)$ এবং $y_2 = 0.1 \sin \left(200\pi t + \frac{20\pi}{17} x \right)$



উদ্দীপকে X ও Y মিটারে এবং সময় t সেকেন্ড ধরে নিম্নলিখিত প্রশ্নের উত্তর দাও:

(ক) প্রথম তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে উপরিপাতনের ফলে কোন ধরনের তরঙ্গ সৃষ্টি হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামতের ব্যাখ্যা কর।

উ: (ক) 170 m s^{-1} ; (খ) উদ্দীপকের তরঙ্গদ্বয়ের উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট লব্ধি তরঙ্গটি হবে

$y = 0.2 \cos \left(\frac{20\pi}{17} x \right) \sin (200\pi t)$ এ সমীকরণে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণের ন্যায় দশা কোণের ভিতর $(vt - x)$ জাতীয় কোনো রাশি অন্তর্ভুক্ত নেই। সুতরাং এ সমীকরণ স্থির তরঙ্গ প্রকাশ করে।

[দি. বো. ২০১৫]

৩৯। বায়ু মাধ্যমে C সুরশলাকাটি A ও B দুটি সুরশলাকার সাথে ৫টি করে বিট উৎপন্ন করে। A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 385 Hz । B সুরশলাকা হতে বায়ু মাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ হলো—

$$y = 0.9 \sin 10\pi \left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8} \right)$$

(ক) B সুরশলাকা হতে নির্গত তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কীভাবে নিশ্চিত হওয়া যায় তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

উ: (ক) 0.96 m ; (খ) A সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 385 Hz এবং B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 375 Hz

∴ A ও B সুরশলাকা দুটি C সুরশলাকার সাথে ৫টি বিট উৎপন্ন করে অতএব C এর কম্পাঙ্ক 380 Hz]

[ঢা. বো. ২০১৭]

৪০। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ যা পরবর্তী স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে। $y = 0.5 \sin \left(800\pi t - \frac{2\pi}{0.5} x \right)$

(ক) অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে যে স্থির তরঙ্গটি সৃষ্টি হবে তার কম্পাঙ্ক এবং মূল তরঙ্গটির কম্পাঙ্কের তুলনামূলক বিশ্লেষণ গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 200 m s^{-1} ; (খ) মূল তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 400 Hz এবং লব্ধি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 400 Hz , অর্থাৎ লব্ধি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক মূল তরঙ্গের কম্পাঙ্কের সমান।] [কু. বো. ২০১৭]

৪১। $y = 0.5 \sin 2\pi (50t - 0.75x)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ।

(ক) তরঙ্গটি ৬ সে. এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে?

(খ) যদি এরূপ আর একটি তরঙ্গ বিপরীত দিক হতে পরস্পরের উপর আপতিত হয় তবে সৃষ্ট তরঙ্গটি কীরূপ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[উ: (ক) 400 m ; (খ) লব্ধি তরঙ্গটি হবে $y = A \sin (100\pi t)$,

এখানে A লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার, $A = \cos (1.5\pi x)$] [রা. বো. ২০১৭]

৪২। একটি সনোমিটারে সদৃশ ও সমদৈর্ঘ্যের তিনটি তার A , B ও C -এ যথাক্রমে 200 , 225 ও 250 N বল ঝুলিয়ে টানটান করা হলো। A তারটিকে শব্দায়িত করায় 100 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন হলো। দুটি করে তার একসাথে শব্দায়িত করলে বিট উৎপন্ন হয় কিনা পরীক্ষা করা হলো।

(ক) উদ্দীপকের দ্বিতীয় তারটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) বিট উৎপন্নের পরীক্ষার ফলাফল গাণিতিক বিশ্লেষণ পূর্বক আলোচনা কর।

[উ: (ক) 106 Hz ; (খ) $f_A = 100 \text{ Hz}$, $f_B = 106 \text{ Hz}$, $f_C = 112 \text{ Hz}$

A ও B তারের মধ্যবর্তী বিটসংখ্যা, $N_1 = 6 \text{ s}^{-1}$ । A ও C তারের মধ্যবর্তী বিটসংখ্যা, $N_2 = 11 \text{ s}^{-1}$ এবং B ও C তারের মধ্যবর্তী বিট সংখ্যা $N_3 = 6 \text{ s}^{-1}$ । আমাদের কান যেহেতু 10 s^{-1} এর বেশি বিট শনাক্ত করতে পারে না তাই A ও C তারের মধ্যবর্তী বিট শোনা যাবে না কিন্তু A ও B এবং B ও C তারের মধ্যবর্তী বিট শোনা যাবে।]

[চ. বো. ২০১৭]

৪৩। 16 m দীর্ঘ টানা তারে আড়া কম্পন সৃষ্টি করতে পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করা হলে সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হবে $y = 2 \sin \pi \left(30t - \frac{x}{4} \right)$; সকল রাশি SI এককে প্রকাশিত।

(ক) টানা তারে যে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হবে এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকে বর্ণিত তারটিতে আন্দোলনের ফলে জোড় সংখ্যক লুপ সৃষ্টি হবে কি-না? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[উ: (ক) 15 Hz ; (খ) ৪টি লুপ অর্থাৎ জোড় সংখ্যক লুপ সৃষ্টি হবে।] [ব. বো. ২০১৭]

৪৪। পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষার্থী লিয়ানা দুটি সুর শলাকা নিয়ে দেখল যে, একটির গায়ে 312 Hz লেখা আছে। সে শলাকা দুটি একত্রে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বিট শুনতে পেল। এবার সে অজানা সুর শলাকার গায়ে তার পেঁচিয়ে একইভাবে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বিট শুনতে পেল। এখানে জানা সুর শলাকা থেকে সৃষ্ট শব্দের বেগ 340 m s^{-1} ।

(ক) কতটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে জানা কম্পাঙ্কের সুর শলাকার সৃষ্ট শব্দ 130 m দূরত্ব অতিক্রম করবে?

(খ) লিয়ানা ভর বাড়ানোর পূর্বে ও পরে নির্ণীত অজানা কম্পাঙ্কের মধ্যে কোনো পার্থক্য পেয়েছিল কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উ: (ক) ১১৭ টি পূর্ণ কম্পন; (খ) কম্পাঙ্কের পার্থক্য 12 Hz ।] [সি. বো. ২০১৭]

৪৫। রেকর্ডিং কাজে ব্যবহৃত একটি গ্রামোফোন রেকর্ড প্রতি মিনিটে ১০ টি ঘূর্ণন সম্পন্ন করে। এতে ২ টি ট্র্যাক-এর ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6 cm এবং 8 cm ।

(ক) গ্রামোফোন-এর ট্র্যাক দুটির রৈখিক দ্রুতি নির্ণয় কর।

(খ) যদি গ্রামোফোন রেকর্ডটি ১০% বেশি কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরে তবে শব্দের তীব্রতার কোনো পরিবর্তন হবে কী? বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 0.063 m s^{-1} এবং 0.083 m s^{-1} ; শব্দের তীব্র ১.২১ গুণ বৃদ্ধি পাবে।] [ব. বো. ২০১৭]

৪৬। A ও B দুটি সুর শলাকা একটি গ্যাসে 50 cm ও 51 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6 টি বিট শোনা যায়। A -এর কম্পাঙ্ক 500 Hz।

(ক) গ্যাসটিতে শব্দের বেগ কত হবে হিসাব কর।

(খ) B শলাকাটিকে একটু ঘষে পুনরায় শব্দায়িত করলে বিট সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না—ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর।

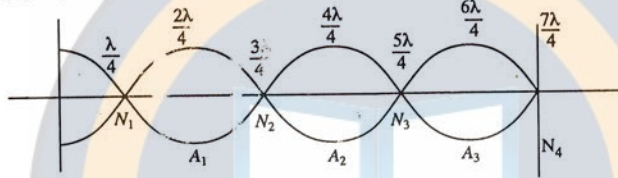
[উ: 250 m s^{-1} ; (খ) $f_A = 500 \text{ Hz}$ এবং ঘষার পূর্বে B এর কম্পাঙ্ক $f_B = 494 \text{ Hz}$ । B -কে ঘষার পর বিট সংখ্যা একই থাকে অর্থাৎ B -এর কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পেয়ে পার্থক্য আবার 6 হলে সমান সংখ্যক বিট শোনা যাবে অর্থাৎ B -এর কম্পাঙ্ক $500 + 6 = 506 \text{ Hz}$ হলে পুনরায় একই সংখ্যক বিট শোনা যাবে।] [দি. বো. ২০১৭]

৪৭। দুটি খুঁটির সাথে 2 m দীর্ঘ একটি তার টানটান করে বাঁধা আছে। তারটির মাঝখানে টান দিয়ে ছেড়ে দিলে 4টি লুপ উৎপন্ন হয়। এ ক্ষেত্রে তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 2 Hz।

(ক) উদ্দীপকে সৃষ্ট তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।

(খ) এ ধরনের তরঙ্গের কোনো বিন্দুতে স্পন্দন সর্বোচ্চ এবং কোনো বিন্দুতে স্পন্দন সর্বনিম্ন হওয়ার কারণ চিত্রসহ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 2 m s^{-1} ; (খ) স্থির তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা নির্ণয় করে চিত্র ঐকে দেখাতে হবে স্থির তরঙ্গের উপর যে



সকল বিন্দু $\frac{\lambda}{4}$ এর জোড় গুণিতক দূরত্বে অবস্থিত সেই সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ (চিত্রে A_1, A_2, A_3) এবং যে সকল বিন্দু $\frac{\lambda}{4}$ এর বিজোড় গুণিতক দূরত্বে অবস্থিত সেই সকল বিন্দুকে নিস্পন্দ বিন্দু (চিত্রে N_1, N_2, N_3, N_4) সৃষ্টি হয়।

[মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭]

৪৮। ব্যাডমিন্টন খেলার রেফারি বাঁশি বাজিয়ে $y_1 = 10 \sin \pi \left(200t - \frac{x}{3.4} \right)$ তরঙ্গের শব্দ সৃষ্টি করে খেলোয়াড়দের মনোযোগ আকর্ষণ করল। শব্দটি 40 m দূরের একটি দেয়ালে প্রতিফলিত হয়ে রেফারির কাছে ফিরে আসল। রেফারি থেকে দেয়ালের দিকে 13.6 m দূরে রীতা এবং 18.7 m দূরে মিতা নামের খেলোয়াড় দাঁড়িয়ে ছিল।

(ক) রেফারির সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) প্রতিফলনের পর রীতা ও মিতা উভয়েই কি সমান জোরালো শব্দ শুনতে পাবে? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[উ: 100 Hz; (খ) মিতা ও রীতা কর্তৃক শ্রুত শব্দের তীব্রতা বিস্তারের উপর নির্ভর করবে। মিতার অবস্থানে স্থির তরঙ্গের বিস্তার 0 এবং রীতার অবস্থানে স্থির তরঙ্গের বিস্তার 20 m। অর্থাৎ প্রতিফলনের পর মিতা কোনো শব্দ শুনতে পাবে না। পক্ষান্তরে রীতা সর্বাধিক জোরালো শব্দ শুনতে পাবে।]

[অভিনু প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৪৯। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 5 \sin (300 \pi t - 1.57 x)$, এখানে সবকিছু রাশি SI এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উ: 5 m, 150 Hz, 600 m s^{-1} ; $6.67 \times 10^{-3} \text{ s}$]

[রুয়েট ২০১৫–২০১৬]

৫০। সমুদ্রের তলদেশে কোনো উৎস হতে 660 কম্পাঙ্কের সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ সমুদ্রপৃষ্ঠ হতে 1 km উচ্চতায় পৌঁছাতে 3.33 s সময় লাগলে শব্দের উৎসটি সমুদ্রের তলদেশে কত গভীরে অবস্থান করছে নির্ণয় কর। (বায়ু ও পানিতে 660 কম্পাঙ্কের শব্দ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 1.85 m এবং বাতাসে শব্দের বেগ 330 m s^{-1})।

[উ: 465.3 m] [রুয়েট ২০০১–২০১২]

- ৫১। কোনো সুরশলাকা একটি মাধ্যমে 5 cm দৈর্ঘ্যের এবং 350 m s^{-1} বেগের শব্দতরঙ্গ উৎপন্ন করে। অপর একটি মাধ্যমে তরঙ্গ বেগ যদি 332.5 m s^{-1} হয় তবে ঐ মাধ্যমে সুরশলাকার 100 কম্পনে শব্দ কতদূর করে? [উ: 4.75 m] [চুয়েট ২০০৮-২০০৯]
- ৫২। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 m s^{-1} এবং 350 m s^{-1} । মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য এর পার্থক্য 0.1 m হলে সুরশলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কত দূর যাবে? [উ: 35 m] [পা.বি.প্র.বি ২০১৫-২০১৬]
- ৫৩। বায়ুতে 664 Hz কম্পাঙ্কের একটি সুরেলী কাঁটা আছে। কাঁটাটির 100 পূর্ণ কম্পনকালে সৃষ্ট শব্দ কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? বাতাসে শব্দের বেগ 332 m s^{-1} । [উ: 50 m] [মেরিন একাডেমি ২০১৫-২০১৬]
- ৫৪। একটি অডিও ক্যাসেট প্লেয়ার ও একটি টেলিভিশনের তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 93 dB এবং 85 dB । এদের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল কত? [উ: 93.66 dB] [কুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৫৫। কোনো শব্দের তীব্রতার লেভেল প্রাথমিকের দ্বিগুণ হলে পরিবর্তিত তীব্রতা কত? [উ: 100 J] [বুটেক্স ২০১৫-২০১৬]
- ৫৬। একটি খামারের মালিক তার ফার্মের মুরগির সংখ্যা 500 থেকে 1000 করার সিদ্ধান্ত নিলেন। এর ফলে ফার্মের শব্দের তীব্রতা লেভেল কত বৃদ্ধি পাবে? [উ: 3 dB] [বঙ্গবন্ধু বি. প্র. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৫৭। দুটি $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ দশা পার্থক্যের সদৃশ অগ্রগামী তরঙ্গ একই দিকে ধাবিত হচ্ছে। যদি তরঙ্গ দুটির প্রত্যেকটির বিস্তার y_m হয় তবে লব্ধি তরঙ্গটির বিস্তার কত? [উ: $\sqrt{2} y_m$] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- ৫৮। A মাধ্যমে শব্দের বেগ B মাধ্যমে শব্দের বেগের 5 গুণ। মাধ্যম দুটিতে একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 400 cm । B মাধ্যমে শব্দের বেগ 380 m s^{-1} হলে শব্দের উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: 380 Hz] [বুয়েট ১৯৯৯-২০০০]
- ৫৯। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হচ্ছে $y = 100 \sin \pi \left(\frac{x}{100} - \frac{t}{0.25} \right)$; এখানে সবকিছু রাশি SI এককে হলে তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য, পর্যায়কাল, কম্পাঙ্ক এবং বেগ নির্ণয় কর। [উ: 200 m ; 0.05 s ; 2 Hz ; 400 m s^{-1}] [কুয়েট ২০০৪-২০০৫]
- ৬০। দেখাও যে, শব্দের তীব্রতার স্তর যখন 1 ডেসিবেল পরিবর্তিত হয় তখন তীব্রতা শতকরা 26 ভাগ পরিবর্তিত হয়। [বুয়েট ২০০২-২০০৩]
- ৬১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার সমীকরণ $y = 10 \sin (\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল 30 s এবং আদিসরণ 0.05 m হলে, তরঙ্গটির (ক) কোণিক কম্পাঙ্ক, (খ) আদি দশা নির্ণয় কর। [উ: $\frac{\pi}{15} \text{ rad s}^{-1}$ (খ) 0.287° বা, $5 \times 10^{-3} \text{ rad}$] [চুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৬২। একটি শব্দতরঙ্গ বায়ুতে 3 মিনিটে 1080 m দূরত্ব অতিক্রম করে। এই শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 60 cm হলে তরঙ্গের পর্যায়কাল কত? [উ: 0.1 s] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৬৩। একটি সরল ছন্দিত তরঙ্গ গ্যাসের মধ্য দিয়ে $+X$ অক্ষের দিকে চলমান এবং এর বিস্তার 2 cm , বেগ 30 m s^{-1} এবং কম্পাঙ্ক 300 s^{-1} । মূল বিন্দু হতে 100 cm দূরত্বে 6 s পরে অগ্রগামী তরঙ্গটির সরণ কত? [উ: 0] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৬৪। কোনো ব্যক্তি একটি পাহাড়ে দাঁড়িয়ে শব্দ করলেন এবং শব্দ প্রতিধ্বনিত হয়ে 3 s পর ঐ ব্যক্তির নিকট পৌঁছাল। প্রতিধ্বনি শোনার পর ব্যক্তিটি পাহাড়ের 500 ft অগ্রসর হয়ে পুনরায় শব্দ করলেন এর প্রতিধ্বনি 2 s পরে শুনতে পেলেন। শব্দের গতি এবং পাহাড় থেকে ব্যক্তির প্রথম অবস্থানের মধ্যে দূরত্ব FPS সিস্টেমে কত হবে? [উ: 1000 ft/s ; 1500 ft] [কুয়েট ২০১১-২০১২]
- ৬৫। একটি ড্যাকুয়াম ক্রিনার ও একটি টেলিভিশনের শব্দের তীব্রতা যথাক্রমে 80 dB এবং 78 dB । এদের সম্মিলিত শব্দের তীব্রতার মাত্রা কত? [উ: 82.12 dB] [বুয়েট ২০১২-২০১৩]
- ৬৬। একটি পাথর কোনো কুয়ার মধ্যে ছেড়ে দিলে সে পাথরটি কুয়ার তলায় 100 m s^{-1} বেগে গিয়ে পড়ে। পাথর পড়ার শব্দ ফেলার 15 s পরে শোনা গেল; শব্দের গতিবেগ বের কর। [উ: 106.4 m s^{-1}] [কুয়েট ২০০৯-২০১০]

৬৭। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 5 \sin (300 \pi t - 1.57x)$, এখানে সব কয়টি রাশি এসআই এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

[উ: 5 m; 150 Hz, 600.3 m s⁻¹; 6.67 × 10⁻³ s] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

৬৮। একটি টানা তারের ভর 50 g এবং দৈর্ঘ্য 2 m। এর সাথে 5 kg ভরের বস্তু ঝুলালে মূল সুরের কম্পাঙ্ক কত?

[উ: 11.07 Hz] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

৬৯। 60 cm দীর্ঘ একটি তার প্রতি সেকেন্ডে 120 বার কাঁপে। যদি এর দৈর্ঘ্য 40 cm করা হয় এবং টান 4 গুণ বৃদ্ধি করা হয়। তাহলে তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উ: 360 Hz] [কুয়েট ২০১০-২০১১]

৭০। দুটি একই ধরনের তার সমকম্পাঙ্কে তির্যক কম্পনে কম্পিত হচ্ছে। যখন একটি তারের টান 2.01% বৃদ্ধি করা হয় এবং তার দুটিকে একত্রে কম্পিত করা হয়, তখন প্রতি সেকেন্ডে 3টি স্বরকম্প উৎপন্ন হয়। তার দুটির প্রারম্ভিক কম্পনাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উ: 300 Hz] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]

৭১। একটি সুতায় দুটি তরঙ্গের মিলনের ফলে যে স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তার সমীকরণ হচ্ছে $y = 5 \sin \frac{\pi x}{3} \cos 40 \pi t$, যেখানে x ও y হলো সেন্টিমিটারে এবং t হলো সেকেন্ডে। (ক) তরঙ্গ দুটির প্রত্যেকটির বিস্তার ও বেগ কত? (খ) দুটি পরপর নিম্নস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

[উ: (ক) 2.5 cm, 120 cm s⁻¹; (খ) 3 cm]

[বুয়েট ২০১৬-২০১৭]

৭২। একটি খোলা অর্গান নল 256 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি সুরশলাকার সাথে 8 টি স্বরকম্প উৎপন্ন করে। সুরশলাকা কর্তৃক নিঃসৃত সুরের কম্পাঙ্ক অপেক্ষাকৃত কম। অর্গান নলের দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ বাড়ালে, এটি সুরশলাকার সাথে একতালে বাজবে? গুরু বায়ুতে শব্দের বেগ = 286 m s⁻¹।

[উ: 1.69 cm] [কুয়েট ২০০৫-২০০৬]

৭৩। 1m ও 1.01 m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি শব্দ তরঙ্গ প্রতি সেকেন্ডে 3 টি বিট উৎপন্ন করে। বাতাসে শব্দের বেগ কত?

[উ: 303 m s⁻¹] [কুয়েট ২০০৬-২০০৭]

৭৪। একটি সুতা $y = 5 \cos \frac{\pi x}{3} \sin 40 \pi t$ সমীকরণ অনুযায়ী স্পন্দিত হচ্ছে। যে তরঙ্গ দুটির উপরিপাতনের ফলে স্পন্দনটির সৃষ্টি হয় তার বিস্তার ও বেগ নির্ণয় কর। এখানে x ও y এর একক হচ্ছে cm এবং t এর একক হচ্ছে s।

[উ: 2.5 cm; 120 cm s⁻¹] [বুয়েট ২০১৩-২০১৪]

৭৫। একটি লাউড স্পিকারের শঙ্কু (cone) 262 Hz কম্পাঙ্কের সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের বিস্তার $A = 1.5 \times 10^{-4}$ m এবং $t = 0$ সময়ে সরণ $x = A$ হয়। শঙ্কুর কেন্দ্রের গতি বর্ণনাকারী সমীকরণটি নির্ণয় কর। শঙ্কুর বেগ ও ত্বরণকে সময়ের ফাংশন হিসেবে প্রকাশ কর।

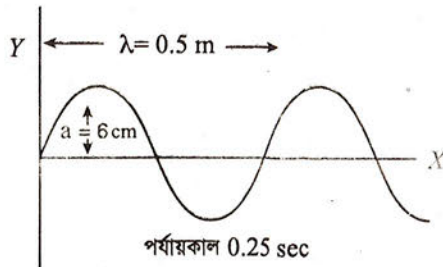
[উ: $x = 1.5 \times 10^{-4} \cos 524 \pi t$;

$v = -0.24693 \sin 524 \pi t$; $a = -406.493 \cos 524 \pi t$] [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

৭৬। একটি ফাঁকা মাঠে অনুষ্ঠিত কনসার্টে ব্যবহৃত একটি লাউড স্পিকার 250 W উৎপন্ন করে। লাউড স্পিকার হতে 20 m ও 30 m দূরে শব্দের তীব্রতা কত হবে? এই 10 m এর ব্যবধানে শব্দের ধ্বনি ডেসিবেলে কতটুকু হ্রাস পাবে?

[উ: 0.04976 W m⁻², 0.022116 W m⁻²; 3.52 dB] [বুয়েট ২০০২-২০০৩]

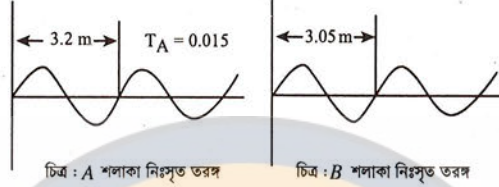
৭৭।



তরঙ্গটি 0.09 kg m⁻³ ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্যদিয়ে সঞ্চালিত। [$I_0 = 10^{-12}$ W m⁻²] সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা লেভেল কত নির্ণয় কর।

[উ: 113 dB] [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

- ৭৮। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20 \pi}{17} x \right)$ SI একক হলে এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? [উ: 1.7 m] [জা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- ৭৯। তিনটি সুরশলাকা নেওয়া হলো যাদের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 105 Hz, 315 Hz এবং 525 Hz। শলাকা তিনটি দিয়ে বায়ুতে শব্দ সৃষ্টি করলে সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত কী হবে? [উ: 15 : 5 : 3] [ঢা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- ৮০। নিচের চিত্রে কোনো এক পরীক্ষাগারে দুটি সুর শলাকা A ও B কে শব্দায়িত করলে যে তরঙ্গ উৎপন্ন হয় তার লেখচিত্র দেখানো হলো :



(ক) পরীক্ষাগারে A শলাকার দ্বারা সৃষ্ট শব্দের বেগ কত নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের সুর শলাকা দুটি একত্রে বাজালে বিট উৎপন্ন করবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 320 m s^{-1} ; (খ) সুর শলাকার দুটির কম্পাঙ্কের পার্থক্য 4.91 Hz অতএব এদেরকে একত্রে বাজালে বিট উৎপন্ন হবে।] [কু. বো. ২০১৯]

- ৮১। P, Q ও R তিনটি সুরশলাকা একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে রাখা হলো। P সুরশলাকার 4টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য Q-এর 5টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। তাদের মধ্যে কম্পাঙ্কের পার্থক্য 60 Hz , কিন্তু R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $Y = 0.2 \sin 2\pi \left(100 t - \frac{x}{15} \right) \text{ m}$

(ক) উদ্দীপকের P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) কী পদক্ষেপ নিলে R সুরশলাকার তরঙ্গ দ্বারা স্থির তরঙ্গ পাওয়া যাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

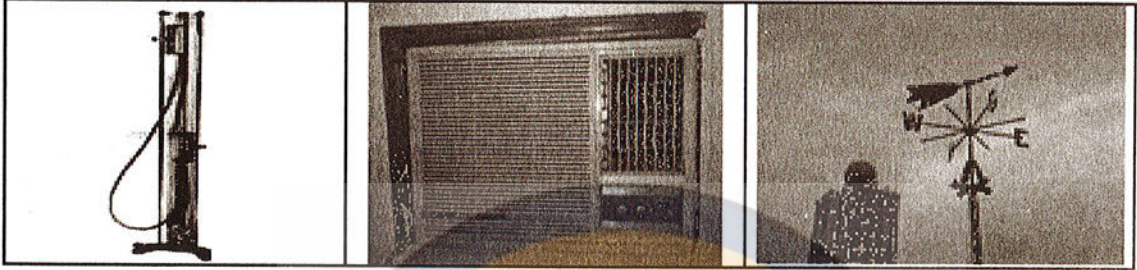
[উ: (ক) $f_P = 240 \text{ Hz}$ এবং $f_Q = 300 \text{ Hz}$; (খ) $y = 0.4 \cos \frac{2\pi}{15} x \sin \frac{2\pi}{15} (300 t)$ যা একটি স্থির তরঙ্গ] [চ. বো. ২০১৯]

- ৮২। A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের সমীকরণটি হলো $y = 0.7 \sin \pi (500t - 1.47x)$ । সমীকরণটিতে উল্লিখিত সকল রাশি SI এককে প্রকাশ করা হয়েছে। অপর একটি B সুরশলাকা সনোমিটারের তারের 0.25 m দৈর্ঘ্যে সৃষ্ট মূল সুরের সাথে ঐকতান সৃষ্টি করে। সনোমিটারের তারটি 5 kg-wt বল দ্বারা টানা এবং তারটির 1 m দৈর্ঘ্যের ভর 3 gm ।

(ক) A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? নির্ণয় কর।

(খ) A ও B কে একত্রে কাঁপানো হলে বিট শোনা যাবে কি না তা বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) 0.735 m ; (খ) সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 255 Hz এবং B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 250 Hz , সুতরাং এদেরকে একত্রে কাঁপানো হলে 5টি বিট উৎপন্ন হবে।] [দি. বো. ২০১৯]



তাপে কঠিন, তরল ও বায়বীয় পদার্থের প্রসারণ ঘটলেও এ তিন রকম পদার্থের প্রসারণ এক রকম হয় না। কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণে চাপের ভূমিকা খুবই নগণ্য; কিন্তু গ্যাসীয় বা বায়বীয় পদার্থের আয়তন চাপের উপরও নির্ভরশীল। এ অধ্যায়ে আমরা গ্যাসীয় পদার্থের প্রসারণে চাপ ও তাপমাত্রার প্রভাব, গ্যাস সূত্রাবলি, আদর্শ গ্যাস সমীকরণ, গড় বর্গ বেগ ও মূল গড় বর্গ বেগ, স্বাধীনতার মাত্রা, শক্তির সমবিভাজন নীতি ইত্যাদি নিয়ে আলোচনা করব।

প্রধান শব্দসমূহ :

আদর্শ গ্যাস, বয়েলের সূত্র, চার্লসের সূত্র, চাপীয় সূত্র, স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারক, স্থির আয়তনের গ্যাসের চাপ প্রসারক, প্রমাণ তাপমাত্রা, প্রমাণ চাপ, গড় বর্গবেগ, মূল গড় বর্গবেগ, স্বাধীনতার মাত্রা, শক্তির সমবিভাজন নীতি, সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ, পরম আর্দ্রতা, শিশিরাক্ষ, আপেক্ষিক আর্দ্রতা।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

ক্রমিক নং	শিখন ফল	অনুচ্ছেদ
১	আদর্শ গ্যাসের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১০.২
২	বয়েলের সূত্র ও চার্লসের সূত্রের সমন্বয়ে $pV = RT$ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা করতে পারবে।	১০.৪
৩	ব্যবহারিক : ○ বয়েলের সূত্র যাচাই করতে পারবে।	১০.৭
৪	গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য বর্ণনা করতে পারবে।	১০.৮
৫	গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্যের আলোকে গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১০.৯, ১০.১০
৬	গ্যাসের গতিতত্ত্ব ব্যবহার করে আদর্শ গ্যাসের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।	১০.১১, ১০.১২
৭	শক্তির সমবিভাজন নীতি বর্ণনা করতে পারবে।	১০.১৫
৮	জলীয় বাষ্প ও বায়ুর চাপের সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	১০.১৮
৯	শিশিরাক্ষ ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।	১০.১৯
১০	ব্যবহারিক : ○ নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রের সাহায্যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করতে পারবে।	১০.২২

১০.১। আদর্শ গ্যাস

Ideal Gas

পরীক্ষা করে দেখা গেছে একই পরিমাণের বিভিন্ন গ্যাস একই আয়তনের বিভিন্ন পাত্রে একই তাপমাত্রায় রেখে যদি চাপ পরিমাপ করা হয় তাহলে প্রত্যেকের চাপ প্রায় সমান পাওয়া যায়। তাপমাত্রা আরো বাড়িয়ে যদি আবার চাপ পরিমাপ করা হয় তাহলে গ্যাসগুলোর চাপের মান আরো কাছাকাছি পাওয়া যায়। তাপমাত্রা যত বাড়ান যাবে চাপের পার্থক্য ততই কমতে থাকবে। তাপমাত্রা আরো বাড়িয়ে চাপ পরিমাপ করতে থাকলে একসময় দেখা যাবে প্রত্যেকটি গ্যাসই $pV = nRT$ সমীকরণ মেনে চলছে। এখানে p = গ্যাসের চাপ, V = গ্যাসের আয়তন, n = গ্যাসের মোল সংখ্যা, R = সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, প্রত্যেক গ্যাসের জন্যে যার মান $8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ এবং T = কেলভিন এককে গ্যাসের তাপমাত্রা। এ সমীকরণকে বলা হয় আদর্শ গ্যাস সমীকরণ। উচ্চ তাপমাত্রা ও নিম্নচাপে সকল গ্যাস এ সমীকরণ মেনে চলে। যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রা ও চাপে এই সমীকরণ মেনে চলে তারাই আদর্শ গ্যাস। প্রকৃতিতে অবশ্য এমন কোনো গ্যাসের অস্তিত্ব নেই যা প্রকৃতপক্ষে আদর্শ। উচ্চতাপমাত্রা ও নিম্নচাপে সকল গ্যাসই আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে। আদর্শ গ্যাসের আচরণ থেকেই আমরা বাস্তব গ্যাস সম্পর্কে ধারণা পেতে পারি। তাই আমরা সকল গ্যাস সমীকরণ আদর্শ গ্যাসের উপর ভিত্তি করে প্রতিপাদন করি।

১০.২। গ্যাস সূত্রাবলি

Gas Laws

গ্যাসের তিনটি চলরাশি যথা : চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার যেকোনো একটি স্থির থাকলে অন্য দুটি পরিবর্তিত হওয়ার সময় নির্দিষ্ট সূত্র মেনে চলে। তাই চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্কসূচক তিনটি সূত্র আছে। এগুলোকে গ্যাসীয় সূত্র বলে। এ সূত্রগুলো হলো

১. বয়েলের সূত্র : এ সূত্র তাপমাত্রা স্থির থাকলে আয়তন ও চাপের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।
২. চার্লসের সূত্র : এ সূত্র চাপ স্থির থাকলে আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।
৩. চাপীয় সূত্র : এ সূত্র আয়তন স্থির থাকলে চাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

১. বয়েলের সূত্র

রবার্ট বয়েল নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় আয়তন ও চাপের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করে এ সূত্র উপস্থাপিত করেন।

সূত্র : কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা স্থির থাকলে তার আয়তন চাপের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

এ সূত্রানুসারে কোনো গ্যাসের ভর ও তাপমাত্রা স্থির থাকলে আয়তন চাপের উপর নির্ভর করে। চাপ দ্বিগুণ করলে আয়তন অর্ধেক হয়, চাপ তিনগুণ করলে আয়তন এক-তৃতীয়াংশ হয়। কোনো স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V এবং চাপ p হলে,

$$V \propto \frac{1}{p} \text{ যখন তাপমাত্রা ও ভর স্থির থাকে।}$$

$$\text{বা, } V = \text{ধ্রুবক} \times \frac{1}{p}$$

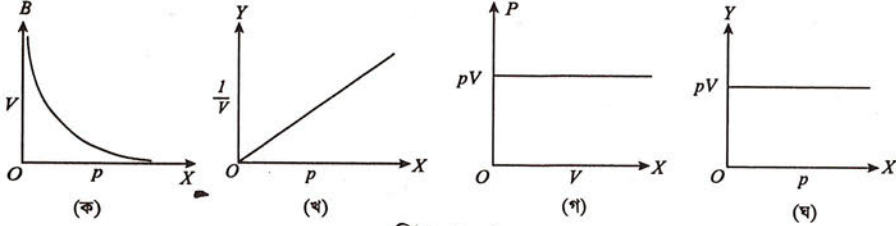
$$\text{বা, } pV = \text{ধ্রুবক, } K$$

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এ সমানুপাতিক ধ্রুবক K এর মান গ্যাসের ভর, তাপমাত্রা ও এককের উপর নির্ভর করে। সুতরাং যদি স্থির তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের p_1, p_2, \dots, p_n চাপে আয়তন যথাক্রমে V_1, V_2, \dots, V_n হয় তবে,

বয়েলের সূত্রানুসারে আমরা পাই,

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \dots = p_n V_n = \text{ধ্রুবক, } K \quad \dots \quad (10.1)$$

সমীকরণ (10.1) থেকে দেখা যায় যে, চাপ ও আয়তন পরস্পরের ব্যস্তানুপাতিক। তাই চাপ ও আয়তনের বিভিন্ন মানের জন্য স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন (V) ও চাপ p এর লেখচিত্র আয়তাকার অধিবৃত্ত (Rectangular hyperbola) হয় (চিত্র ১০.১ ক)।



চিত্র : ১০.১

আবার X -অক্ষের দিকে P এবং Y অক্ষের $\frac{1}{V}$ নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (১০.১খ) চিত্রের ন্যায় হবে। এক্ষেত্রে স্থির তাপমাত্রায় p এর সাথে $\frac{1}{V}$ বৃদ্ধি পায় বা p -হ্রাস পেলে $\frac{1}{V}$ -হ্রাস পায়।

উল্লেখ্য যে X -অক্ষের দিকে V এবং Y -অক্ষের দিকে p নিয়ে লেখ আঁকলে সেটিও (১০.১ক) চিত্রের ন্যায় হবে। আবার X -অক্ষের দিকে $\frac{1}{V}$ এবং Y -অক্ষের দিকে p -দিয়ে লেখ আঁকলে সেটিও (১০.১ খ) চিত্রের ন্যায় হবে।

আবার X -অক্ষের দিকে V বা p এবং Y -অক্ষের দিকে pV নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (১০.১গ) বা (১০.১ঘ) চিত্রের ন্যায় X -অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা পাওয়া যাবে।

২. চার্লসের সূত্র

স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা ও আয়তনের মধ্যকার সম্পর্ক অনুসন্ধান করে জ্যাকুইস চার্লস ১৭৮৭ সালে একটি সূত্র প্রকাশ করেন যা চার্লসের সূত্র নামে পরিচিত।

সূত্র : স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার আয়তনের $\frac{1}{273}$ অংশ যথাক্রমে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

এ নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ হচ্ছে স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগ। এটি নির্দেশ করে স্থির চাপে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস বৃদ্ধি করলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে আয়তনের কতটুকু প্রসারণ হবে। একে γ_p দিয়ে সূচিত করা হয়। সকল গ্যাসের জন্য আয়তন প্রসারণ সহগের মান $\frac{1}{273}^\circ\text{C}^{-1}$ বা, $0.00366^\circ\text{C}^{-1}$ অর্থাৎ চাপ স্থির রেখে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের 1m^3 গ্যাসের তাপমাত্রা 1°C বাড়ালে এর আয়তন 0.00366m^3 বাড়ে।

চার্লসের সূত্র অনুসারে স্থির চাপে 0°C তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V_0 হলে 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রার পরিবর্তনের জন্য এর আয়তন $\frac{1}{273} \times V_0$ হারে পরিবর্তিত হবে। $\theta^\circ\text{C}$ তাপমাত্রার পরিবর্তনের জন্য আয়তনের পরিবর্তন হবে $\frac{\theta}{273} \times V_0$ । সুতরাং $\theta^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় যদি ঐ গ্যাসের আয়তন V হয় তবে চার্লসের সূত্রানুসারে,

১৮০২ সালে সম্পূর্ণ স্বতন্ত্রভাবে গে-লুসাক একই সূত্র প্রকাশ করেন।

$$V = V_0 + \frac{\theta}{273} V_0$$

$$\text{বা, } V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273} \right) \quad \dots \quad (10.2)$$

$$\text{বা, } V = \frac{V_0}{273} (273 + \theta)$$

$$\text{বা, } V = \frac{V_0}{273} T$$

এখানে T হচ্ছে $\theta^\circ\text{C}$ তাপমাত্রার আনুষঙ্গিক পরম বা কেলভিন তাপমাত্রা।

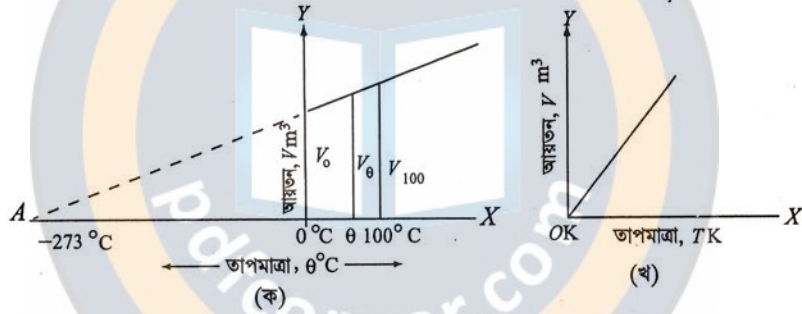
যেহেতু $\frac{V_0}{273}$ একটি ধ্রুব রাশি

সুতরাং $V \propto T$ যখন চাপ ও ভর স্থির থাকে।

অতএব চার্লসের সূত্রকে লেখা যায়,

স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর পরম বা কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

অর্থাৎ গ্যাসের ভর ও চাপ স্থির রেখে কেলভিন তাপমাত্রা দ্বিগুণ করা হলে আয়তন দ্বিগুণ হবে, কেলভিন তাপমাত্রা তিনগুণ করা হলে আয়তন তিনগুণ হবে।



চিত্র : ১০.২

যদি কোনো ছক কাগজে X -অক্ষের দিকে তাপমাত্রা এবং Y -অক্ষের দিকে আনুষঙ্গিক আয়তন স্থাপন করে একটি লেখ অঙ্কন করা যায় তবে তা Y -অক্ষকে ছেদকারী একটি সরলরেখা হবে (চিত্র : ১০.২ ক)। এটি নির্দেশ করে যে তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের প্রসারণ সুসম হয়। লেখ থেকে 0°C তাপমাত্রায় বায়ুর আয়তন V_0 এবং যেকোনো সুবিধাজনক তাপমাত্রা θ° বায়ুর আয়তন V_θ নির্ণয় করে $V_\theta = V_0 (1 + \gamma_p \theta)$ সূত্র থেকে γ_p হিসাব করা যায়। বাতাসের জন্য γ_p -এর প্রাপ্ত মান $0.00366^\circ\text{C}^{-1}$ অর্থাৎ প্রায় $\frac{1}{273}^\circ\text{C}^{-1}$ এবং চার্লসের সূত্র মান্যকারী অন্যান্য গ্যাসের ক্ষেত্রেও একই মান পাওয়া যায়। এর থেকে চার্লসের সূত্রের সত্যতা প্রমাণিত হয়।

লেখচিত্রের [চিত্র (১০.২ক)] সরল রেখাটিকে পেছন দিকে বর্ধিত করলে এটি X -অক্ষকে -273°C এ ছেদ করে, যার অর্থ হচ্ছে -273°C তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন তাত্ত্বিকভাবে শূন্য হয়। তাপমাত্রা -273°C থেকে কমালে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হয়। কিন্তু ঋণাত্মক আয়তন অর্থহীন। এটি অসম্ভব, অবাস্তব, তা হতে পারে না। কাজেই কোনো তাপমাত্রাই -273°C এর নিচে থাকতে পারে না। সুতরাং সর্বনিম্ন কল্পনাযোগ্য যে তাপমাত্রা তা হচ্ছে -273°C । এর নিচে কোনো তাপমাত্রা শুধু আমাদের এ পৃথিবীতে কেন মহাবিশ্বে কোথাও থাকতে পারে না। এ জন্য এ -273°C তাপমাত্রাকে সর্বনিম্ন তাপমাত্রা বা পরমশূন্য তাপমাত্রা বলা হয়।

আবার X -অক্ষের দিকে কেলভিন স্কেলে তাপমাত্রা এবং Y -অক্ষের দিকে আনুষঙ্গিক আয়তন স্থাপন করে লেখ আঁকলে (১০.২খ) চিত্রের ন্যায় মূল বিন্দুগামী সরলরেখা পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে মূল বিন্দু পরম শূন্য তাপমাত্রা নির্দেশ করছে।

পরমশূন্য তাপমাত্রা : যে তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন শূন্য হয়, যার নিচে কোনো তাপমাত্রা থাকা সম্ভব নয়, কারণ তাহলে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হতে হয়, যা অসম্ভব, সেই সর্বনিম্ন কল্পনাযোগ্য তাপমাত্রাকে বলে পরমশূন্য তাপমাত্রা।

তাপমাত্রার পরম স্কেল : পরমশূন্য তাপমাত্রাকে শূন্য ধরে তাপমাত্রার যে স্কেল গণনা করা হয়, যার এক ভাগ সেলসিয়াস স্কেলের এক ভাগের সমান তাকে তাপমাত্রার পরম স্কেল বলে।

লর্ড কেলভিনের নামানুসারে এ স্কেলকে কেলভিন স্কেল বলে। সাধারণত পরম তাপমাত্রা বা কেলভিন তাপমাত্রাকে T এবং সেলসিয়াস স্কেলে তাপমাত্রাকে θ দিয়ে নির্দেশ করা হয়, সুতরাং

$$T = 273 + \theta \quad \dots \quad (10.3)$$

৩. চাপীয় সূত্র

এ সূত্রের সাহায্যে স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক পাওয়া যায়।

সূত্র : স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার চাপের $\frac{1}{273}$ অংশ যথাক্রমে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

এ নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ হচ্ছে স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারণ সহগ। এটি নির্দেশ করে স্থির আয়তনে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস বৃদ্ধি করলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক চাপে চাপের কতটুকু বৃদ্ধি ঘটে। একে γ দিয়ে সূচিত করা হয়।

চাপের সূত্রানুসারে স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C তাপমাত্রায় p_0 হলে 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য এর চাপ $\frac{1}{273} \times p_0$ হারে পরিবর্তিত হবে। $\theta^\circ\text{C}$ তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য চাপের পরিবর্তন হবে $\frac{\theta}{273} p_0$ । সুতরাং $\theta^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের চাপ যদি p হয় তবে চাপীয় সূত্রানুসারে,

$$p = p_0 + \frac{\theta}{273} p_0$$

$$\text{বা, } p = p_0 \left(1 + \frac{\theta}{273} \right) \quad \dots \quad (10.4)$$

$$\text{বা, } p = \frac{p_0}{273} (\theta + 273) \quad \text{বা, } p = \frac{p_0}{273} T$$

এখানে T হচ্ছে $\theta^\circ\text{C}$ তাপমাত্রার আনুষঙ্গিক পরম বা কেলভিন তাপমাত্রা। যেহেতু $\frac{p_0}{273}$ একটি ধ্রুব রাশি সুতরাং

$p \propto T$ যখন আয়তন ও ভর স্থির থাকে।

অতএব চাপের সূত্রকে লেখা যায়,

স্থির আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ এর পরম বা কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

অর্থাৎ গ্যাসের ভর ও আয়তন স্থির রেখে কেলভিন তাপমাত্রা দ্বিগুণ করা হলে চাপ দ্বিগুণ হবে, কেলভিন তাপমাত্রা তিনগুণ করা হলে চাপ তিন গুণ হবে।

১০.৩। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপ

Standard Temperature & Pressure (S.T.P.)

প্রমাণ তাপমাত্রা : যে তাপমাত্রায় প্রমাণ চাপে বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় বা পানি জমে বরফে পরিণত হয় সেই তাপমাত্রাকে প্রমাণ তাপমাত্রা বলে। সেলসিয়াস স্কেলে এটি 0°C এবং কেলভিন এককে 273.15 K ।

প্রমাণ চাপ : সমুদ্রপৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 273.15 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে প্রমাণ চাপ বলে।

\therefore প্রমাণ চাপ = 760 mm পারদস্তম্ভ চাপ

$$\begin{aligned}
 &= 0.76 \text{ m} \times 13596 \text{ kg m}^{-3} \times 9.806 \text{ m s}^{-2} \\
 &= 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} \\
 &= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

চাপের বিভিন্ন এককের মধ্যে সম্পর্ক

চাপের একক প্যাস্কেল (P_a)। এ ছাড়াও চাপের কয়েকটি একক এখনও প্রচলিত আছে।

1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = $1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mm পারদ চাপ} = 76 \text{ cm পারদ চাপ}$
 প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপ পূর্বে স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপ বা N.T.P নামে পরিচিত ছিল।

১০.৪। আদর্শ গ্যাস সমীকরণ বা গ্যাস সূত্রাবলির সমন্বয় $pV = nRT$

Ideal Gas Equation : $pV = nRT$

ধরা যাক, m ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন, চাপ ও পরম তাপমাত্রা যথাক্রমে V , p এবং T ।

বয়েলের সূত্র থেকে আমরা পাই, $V \propto \frac{1}{p}$, যখন m এবং T ধ্রুব

এবং চার্লসের সূত্র থেকে আমরা পাই, $V \propto T$, যখন m এবং p ধ্রুব।

অনুপাতের সূত্রানুসারে, $V \propto \frac{T}{p}$ যখন m ধ্রুব

$$\text{বা, } V = K \frac{T}{p}$$

$$\text{বা, } \frac{pV}{T} = K$$

$$\text{বা, } pV = KT$$

...

...

(10.5)

এখানে K একটি ধ্রুব সংখ্যা, এর মান গ্যাসের ভর, m উপর নির্ভর করে।

যদি T_1, T_2, \dots, T_n কেলভিন তাপমাত্রায় এবং p_1, p_2, \dots, p_n চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন যথাক্রমে V_1, V_2, \dots, V_n হয়, তাহলে উপরিউক্ত সমীকরণ অনুসারে,

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \dots = \frac{p_n V_n}{T_n} = K, \text{ ধ্রুবক} \quad \dots \quad (10.6)$$

যদি এক মোল (mole) বা এক গ্রাম অণু গ্যাস বিবেচনা করা হয় তাহলে সকল গ্যাসের জন্য এই ধ্রুব সংখ্যার মান একই হয়। তখন এই ধ্রুবককে R দিয়ে নির্দেশ করা হয়, অন্যক্ষেত্রে একে K দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

সুতরাং এক মোল গ্যাসের জন্য

$$\frac{pV}{T} = R$$

$$\text{বা, } pV = RT$$

...

...

(10.7)

এখানে R হচ্ছে মোলার গ্যাস ধ্রুবক এবং V হচ্ছে এক মোল গ্যাসের আয়তন। অ্যাভোগাড্রোর অনুকম্প অনুসারে অভিন্ন চাপ ও তাপমাত্রায় যেকোনো গ্যাসের এক মোল একই আয়তন দখল করে এবং প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে এই আয়তন হচ্ছে 22.4 litre বা, $22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ । সুতরাং R -এর মান সকল গ্যাসের জন্য একই। এজন্য R -কে সর্বজনীন বা বিশ্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে। R -এর মান এস আই বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে $8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ।

যদি এক মোল বা এক গ্রাম অণু গ্যাস না নিয়ে m পরিমাণ গ্যাস নেওয়া হয় যার আয়তন V এবং ঐ গ্যাসের আণবিক ভর যদি M হয়, তবে এক মোল বা এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন হবে $\frac{M}{m} V$ । সুতরাং (10.7) সমীকরণে V -এর পরিবর্তে $\frac{M}{m} V$ বসিয়ে আমরা পাই,

$$p \frac{M}{m} V = R T$$

$$\text{বা, } pV = \frac{m}{M} RT \quad \dots \quad (10.8)$$

কিন্তু $\frac{m}{M}$ হচ্ছে গ্যাসের মোলের সংখ্যা যা পূর্ণ সংখ্যা বা ভগ্নাংশ হতে পারে। একে n দিয়ে প্রকাশ করা হলে উপরিউক্ত সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$pV = nRT \quad \dots \quad (10.9)$$

এ সমীকরণ হচ্ছে বয়েল ও চার্লসের সূত্রের সংযুক্ত রূপ। এ সমীকরণকে সাধারণত গ্যাস সমীকরণ বা আদর্শ গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ বলা হয়। কেননা, যেকোনো ভরের গ্যাসের চাপ, আয়তন এবং তাপমাত্রা জেনে এর ভৌত অবস্থা পরিপূর্ণভাবে জানা যায়।

যে সকল গ্যাস বয়েল ও চার্লসের সূত্র যুগ্মভাবে (অর্থাৎ 10.9 সমীকরণ) মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে। এজন্য (10.9) সমীকরণকে আদর্শ গ্যাস সমীকরণও বলে। বাস্তবে কোনো গ্যাসই আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে না। কেবলমাত্র নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায় গ্যাস এ সমীকরণ মেনে চলে।

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : দেখাও যে, একক চাপে কোনো আদর্শ গ্যাসের এক মোলের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রার লেখচিত্রের ঢালই হচ্ছে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক R ।

এক মোল গ্যাসের জন্য আদর্শ গ্যাস সমীকরণ হচ্ছে $pV = RT$

একক চাপের ক্ষেত্রে $p = 1$ একক

$$\therefore V = RT \text{ অর্থাৎ } V \propto T$$

$$\text{বা, } \frac{V}{T} = R$$

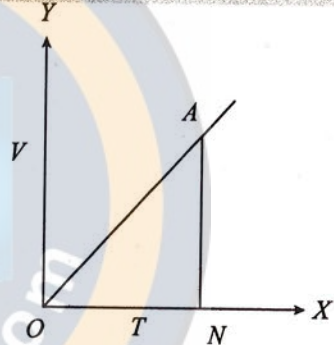
এখন X -অক্ষের দিকে পরম বা কেলভিন তাপমাত্রা T এবং Y -অক্ষের দিকে একক চাপে এক মোল গ্যাসের আয়তন নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে সেটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে (চিত্র : ১০.৩)। এই সরলরেখা X -অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ট্যানজেন্টই হচ্ছে $V-T$ রেখার ঢাল।

সরল রেখার উপরস্থ A বিন্দু থেকে Y -অক্ষের উপর অঙ্কিত লম্ব AN । এখন $ON = T$ ধরলে $AN = V$ হবে।

$$\text{সুতরাং } OA \text{ রেখার ঢাল} = \tan \angle AON = \frac{AN}{ON}$$

$$\therefore V-T \text{ রেখার ঢাল, } = \frac{AN}{ON} = \frac{V}{T} = R$$

অর্থাৎ একক চাপের গ্যাসের এক মোলের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রা লেখচিত্রের ঢালই হচ্ছে ঐ গ্যাসের সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক।



চিত্র : ১০.৩

১০.৫। গ্যাস ধ্রুবকের মান

Magnitude of Gas Constant

(ক) সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক R -এর মান : এক মোল গ্যাসের জন্য গ্যাস ধ্রুবককে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বা মোলার গ্যাস ধ্রুবক R বলা হয়।

এক মোল গ্যাসের জন্য $pV = RT$ এই সমীকরণ যেকোনো আদর্শ গ্যাসের বেলায় সকল তাপমাত্রা ও চাপের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। অর্থাৎ

$$R = \frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

এখানে V_0 হচ্ছে প্রমাণ চাপ p_0 এবং প্রমাণ তাপমাত্রা T_0 তে যেকোনো গ্যাসের এক মোলের আয়তন।

এখন, প্রমাণ চাপ, $p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

এবং প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_0 = 273.15 \text{ K}$

এবং অ্যাভোগাড্রোর অনুকল্প অনুসারে প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে যেকোনো গ্যাসের এক মোল 22.4 litre অর্থাৎ $22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ আয়তন দখল করে। সুতরাং $V_0 = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$

$$\therefore R = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{(1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}) \times (22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1})}{273.15 \text{ K}}$$

$$= 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

(খ) গ্যাস ধ্রুবক K -এর মান : (10.5) এবং (10.9) সমীকরণ তুলনা করে আমরা দেখি,

$$K = nR = \frac{m}{M} R \quad \dots \quad (10.10)$$

গ্যাস ধ্রুবক K -এর মান গ্যাসের মোলের সংখ্যা অর্থাৎ এর ভর ও আণবিক ভরের উপর নির্ভর করে।
সুতরাং 1 মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাস ধ্রুবক R এবং n মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাস ধ্রুবক হলো nR ।

১০.৬। তাপমাত্রা ও চাপের সাথে গ্যাসের ঘনত্বের পরিবর্তন

Variation of Density of a Gas with Temperature and Pressure

m ভরবিশিষ্ট কোনো গ্যাসের p_1 চাপে এবং T_1 তাপমাত্রায় যদি আয়তন V_1 এবং ঘনত্ব ρ_1 হয় এবং ঐ গ্যাসের p_2 চাপে এবং T_2 তাপমাত্রায় আয়তন V_2 এবং ঘনত্ব ρ_2 হয় তবে

$$\rho_1 = m/V_1$$

$$\text{বা, } V_1 = m/\rho_1$$

$$\text{এবং } \rho_2 = m/V_2$$

$$\text{বা, } V_2 = m/\rho_2$$

$$\text{এখন, } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ সম্পর্কে } V_1 \text{ এবং } V_2 \text{ -এর মান বসিয়ে আমরা পাই,}$$

$$\frac{p_1 m}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2 m}{\rho_2 T_2} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } \frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } \frac{\rho_1 T_1}{p_1} = \frac{\rho_2 T_2}{p_2} = \text{ধ্রুবক} \quad \dots \quad (10.11)$$

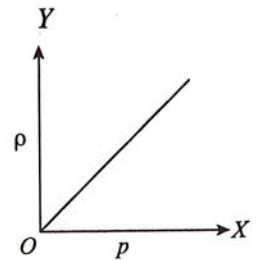
$$\text{অর্থাৎ } \frac{\rho T}{p} = \text{ধ্রুবক}$$

এ সম্পর্ক চাপ ও তাপমাত্রার সাথে ঘনত্বের পরিবর্তন নির্দেশ করে।

যদি তাপমাত্রা স্থির থাকে অর্থাৎ $T_1 = T_2$ হয় তবে (10.11) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$\text{বা, } \frac{\rho_1}{p_1} = \frac{\rho_2}{p_2} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } \rho = \text{ধ্রুবক} \times p$$



চিত্র : ১০.৪ (ক)

বা, $\rho \propto p$

সুতরাং স্থির তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের ঘনত্ব এর চাপের সমানুপাতিক।

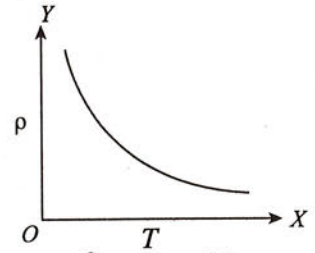
আবার যদি চাপ স্থির থাকে, অর্থাৎ $p_1 = p_2$ হয় তবে

$$\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } \rho \propto \frac{1}{T}$$

সুতরাং স্থির চাপে গ্যাসের ঘনত্ব এর পরম তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক।

X -অক্ষের দিকে চাপ p এবং Y -অক্ষের দিকে ঘনত্ব ρ নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (১০.৪ক) চিত্রের ন্যায় মূল বিন্দুগামী সরলরেখা পাওয়া যাবে। আবার X -অক্ষের দিকে তাপমাত্রা T এবং Y -অক্ষের ঘনত্ব ρ নিয়ে অঙ্কিত লেখচিত্রটি (১০.৪খ) চিত্রের ন্যায় আয়তাকার অধিবৃত্ত হবে।



চিত্র : ১০.৪ (খ)

কর্মকাণ্ড : X -অক্ষের দিকে p এবং Y -অক্ষের দিকে $\frac{\rho T}{p}$ নিয়ে লেখচিত্রটি কেমন হবে ঐকে দেখাও।

১০.৭। ব্যবহারিক-১

Practical-1

বয়েলের যন্ত্রের বর্ণনা : এ যন্ত্রের AB ও CD দুটি কাচ নল আছে। AB একটি সুযম প্রস্ফেদের নল যার উপরের মুখ বন্ধ। CD নলের দুই মুখ খোলা। নলদ্বয় একটি লম্বা রবারের নল দ্বারা সংযুক্ত করা থাকে (চিত্র-১০.৫)। নল দুটি একটি কাচের ফ্রেমের সাথে লাগানো স্কেলের দু পাশে আটকানো থাকে। স্কেলের সাহায্যে পারদের উচ্চতার অবস্থান ও পার্থক্য নির্ণয় করা যায়। CD নলকে প্রয়োজন মতো ওঠানো নামানো যায়। AB নলের উপরের অংশে বায়ু আবদ্ধ অবস্থায় থাকে। AB নলের ভেতর যে বায়ু থাকে তার আয়তন নলের অভ্যন্তরীণ প্রস্ফেদের ক্ষেত্রফল ও বায়ুপূর্ণ অংশের দৈর্ঘ্যের গুণফলের সমান। যেহেতু নলের অভ্যন্তরীণ প্রস্ফেদ নলের সর্বত্র সমান, সুতরাং এর ভেতরের বায়ুর আয়তন ঐ দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক হবে। বায়ুপূর্ণ স্থানের দৈর্ঘ্য স্কেলের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

পরীক্ষণের নাম	বয়েল-এর সূত্রের সত্যতা যাচাই এবং p - V
পিরিয়ড : ২	লেখচিত্র অঙ্কন।

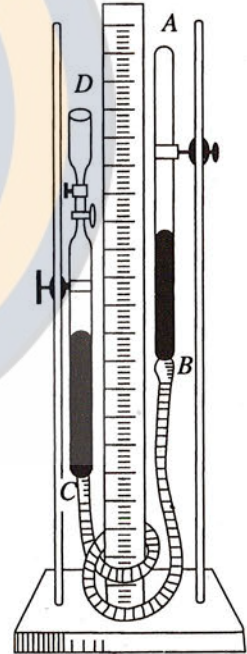
মূল তত্ত্ব : স্থির তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক। কোনো নির্দিষ্ট ভরবিশিষ্ট গ্যাসের আয়তন যদি V এবং চাপ p হয় তাহলে স্থির তাপমাত্রায়

$$V \propto \frac{1}{p}, \text{ যখন ভর ও তাপমাত্রা ধ্রুব।}$$

বা, $pV = K$. ধ্রুবসংখ্যা।

যন্ত্রপাতি এবং অন্যান্য দ্রব্যাদি : বয়েল-এর যন্ত্র, ব্যারোমিটার, থার্মোমিটার ইত্যাদি।

১. পরীক্ষা শুরু করার আগে ব্যারোমিটার থেকে বায়ুমণ্ডলের চাপ জেনে নেওয়া হয়।



চিত্র : ১০.৫

ক. বায়ুমণ্ডলের চাপ

২. খোলা নল CD কে ওঠানামা করিয়ে এমন উচ্চতায় রাখা হয় যেন উভয় নলের পারদস্তম্ভ একই সমতলে থাকে। এ অবস্থায় AB নলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হয়।

৩. এখন স্কেল থেকে AB নলের বন্ধ মুখের ও উভয় নলের পারদ তলের পাঠ নেওয়া হয়। এ দুই পাঠের পার্থক্য থেকে AB নলে আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায়।

খ. বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে বেশি চাপের জন্য

৪. এবার CD নলকে ধীরে ধীরে উপরে ওঠানো হলো। এ অবস্থায় CD নলের পারদস্তম্ভ AB নলের পারদস্তম্ভের উপর থাকে এবং AB নলে আবদ্ধ বায়ুচাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে বেশি হয়।

৫. দু নলের পারদস্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য নির্ণয় করা হয়। এ পার্থক্য থেকে অতিরিক্ত চাপ পাওয়া যায়। বায়ুমণ্ডলের চাপের মানের সাথে এ চাপ যোগ করে মোট চাপ পাওয়া যায়। ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা H m এবং দু নলের পারদস্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য h m হলে মোট চাপ $p = (H + h)$ m পারদস্তম্ভ চাপ। সমগ্র প্রক্রিয়া ৫/৬ বার পুনরাবৃত্তি করা হয়।

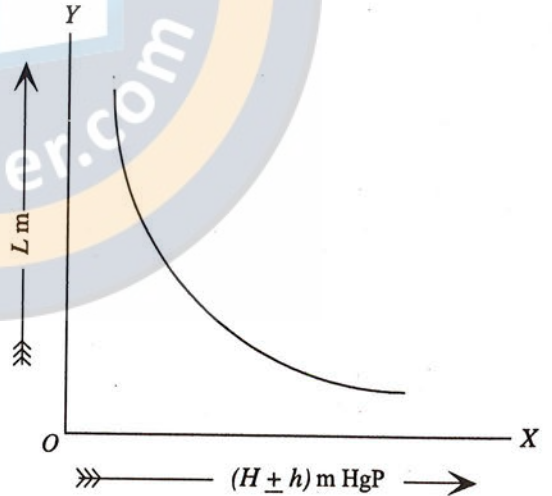
গ. বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে কম চাপের জন্য

৬. CD নলকে ধীরে ধীরে নিচে এমনভাবে নামানো হয় যে খোলা নলের পারদের উচ্চতা বন্ধ নলের পারদের উচ্চতার চেয়ে কম হয়। এ অবস্থায় AB নলের আবদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে কম।

৭. আগের মতো উভয় নলে পারদস্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য নির্ণয় করে অতিরিক্ত চাপ পাওয়া যায়। বায়ুমণ্ডলের চাপ থেকে এ চাপ বিয়োগ করে মোট চাপ নির্ণয় করা হয়। ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা H m এবং নলদ্বয়ে পারদস্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য h m হলে, মোট চাপ $p = (H - h)$ m পারদস্তম্ভ চাপ। সমগ্র প্রক্রিয়াটি ৫/৬ বার পুনরাবৃত্তি করা হয়।

৮. প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ ছকে বসিয়ে প্রয়োজনীয় হিসাবের সাহায্যে বয়েল-এর সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করা হয়।

৯. X -অক্ষের দিকে মোট চাপ $(H \pm h)$ এবং Y অক্ষের দিকে L স্থাপন করে লেখচিত্র আঁকলে একটি আয়তাকার অধিবৃত্ত পাওয়া যাবে (চিত্র : ১০.৬)।



চিত্র : ১০.৬

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন

১. ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা, $H = \dots\dots\dots$ m HgP

২. পরীক্ষাগারের তাপমাত্রা, $\theta = \dots\dots\dots$ °C

বয়েল-এর সূত্র প্রমাণের ছক

চাপ	পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	আবদ্ধ নলের উপর প্রান্তের পাঠ a	আবদ্ধ নলের পারদ শীর্ষের পাঠ b	খোলা নলের পারদ শীর্ষের পাঠ c	বায়ু-স্তম্ভের দৈর্ঘ্য $a-b = L$	বদ্ধ ও খোলা নলের পারদ শীর্ষের পাঠের পার্থক্য $c-b = h$	আবদ্ধ বায়ুর মোট চাপ $p = H \pm h$	গুণফল $pV = (H \pm h) \times L$	মন্তব্য
		m	m	m	m	m	m HgP		
বায়ু মণ্ডলীয় চাপে									
বায়ু মণ্ডলীয় চাপের চেয়ে বেশি চাপে									
বায়ু মণ্ডলীয় চাপের চেয়ে কম চাপে									

ফলাফল : যেহেতু চাপ ও আয়তনের গুণফল সব সময় একই হয় সুতরাং বয়েল-এর সূত্র প্রমাণিত।

ছক কাগজে মোট চাপ $(H \pm h)$ কে X - অক্ষ বরাবর এবং দৈর্ঘ্য L কে Y -অক্ষ বরাবর নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে একটি আয়তাকার অধিবৃত্ত পাওয়া যায়। ১০.৬ লেখচিত্রের কয়েকটি বিন্দু হতে চাপ $(H \pm h)$ বের করে সংশ্লিষ্ট L দিয়ে গুণ করলে গুণফলের মান প্রতিক্ষেত্রে একই হয়। অর্থাৎ বয়েলের সূত্রের সত্যতা প্রমাণিত হয়।

সতর্কতা

১. নল দুটি সম্পূর্ণ খাড়া হওয়া প্রয়োজন।
২. প্রত্যেকবার পাঠ নিয়ে পরবর্তী পাঠের জন্য কিছু সময় অপেক্ষা করতে হয়।
৩. দৃষ্টিভ্রমজনিত ত্রুটি পরিহার করে পাঠ নিতে হবে।
৪. তাপমাত্রার যাতে পরিবর্তন না হয় সে জন্য CD নলকে খুব ধীরে ধীরে ওঠানামা করাতে হয়।

১০.৮। গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্যসমূহ

Fundamental Postulates of Gas Molecules

- ১। সকল গ্যাস অণুর সমন্বয়ে গঠিত। একটি গ্যাসের সকল অণু সদৃশ এবং একটি গ্যাসের অণু অন্য গ্যাসের অণু থেকে ভিন্ন।
- ২। গ্যাসের অণুগুলোর আকার অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের তুলনায় নগণ্য।
- ৩। গ্যাসের অণুগুলো কঠিন স্থিতিস্থাপক সদৃশ গোলক বিশেষ এবং অণুগুলোর নিজেদের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল নেই। এদের শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি।
- ৪। গ্যাসের অণুগুলো অক্রম বা এলোমেলো (random) গতিতে গতিশীল এবং এগুলো নিউটনের গতিসূত্রসমূহ মেনে চলে। অণুগুলো সকল দিকে গতিশীল এবং এদের বেগের মান বিভিন্ন।
- ৫। অণুগুলো নিরবচ্ছিন্নভাবে একে অপরের সাথে এবং আধারের দেয়ালের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হচ্ছে। দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে একটি অণু সরলরেখায় চলে। দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে একটি অণু যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে মুক্ত পথ বলে।

৬। একটি সংঘর্ষে যে সময় ব্যয় হয় তা দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ের তুলনায় নগণ্য।

৭। সংঘর্ষগুলো সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক।

১০.৯। গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব

Molecular Kinetic Theory of Gases

পদার্থ মাত্রই অণু দিয়ে গঠিত। তাপ শক্তির একটি রূপ এবং তা পদার্থের অণুগুলোর গতির সাথে সম্পর্কিত। পদার্থের অণুগুলো সব সময়ই গতিশীল। বায়বীয় পদার্থের অণুগুলো মোটামুটি স্বাধীনভাবে কোনো বদ্ধ স্থানের মধ্যে নড়াচড়া করতে পারে। বায়বীয় পদার্থের আচরণের নিয়মগুলো পেতে যে তত্ত্ব সৃষ্টি হয়েছে সেই তত্ত্বই গ্যাসের গতিতত্ত্ব নামে পরিচিত। গতিতত্ত্বের মূল কথা হল তাপীয় উত্তেজনার ফলে গ্যাসের অণুগুলো অক্রম বা এলোমেলো (random) গতিতে গতিশীল। গ্যাসের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি গ্যাসের পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। যখন গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় তখন অণুগুলোর গড় গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। যখন গ্যাস থেকে তাপ অপসারণ করা হয় তখন অণুগুলোর গড় গতিশক্তি হ্রাস পায়। সুতরাং পরমশূন্য তাপমাত্রায় গতিশক্তি শূন্য হবে। এর অর্থ পরমশূন্য তাপমাত্রায় অণুগুলো স্থির অবস্থায় থাকবে এবং কোনো গতি শক্তি থাকবে না। কিন্তু পরমশূন্য তাপমাত্রায় পৌঁছার পূর্বেই সকল গ্যাস তরল বা কঠিন অবস্থায় রূপান্তরিত হয়ে যায়। গ্যাসের নানাবিধ আচরণের সাথে যেমন গ্যাসের ব্যাপন (diffusion), অভিস্রবণ (osmosis), স্বতঃবাপ্পীভবন (evaporation), বাষ্পচাপ, গ্যাসের প্রসারণ, ব্রাউনীয় গতি ইত্যাদির মোটামুটি ব্যাখ্যা গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে পাওয়া যায়। ব্রাউনীয় গতি থেকে গতিতত্ত্বের প্রত্যক্ষ প্রমাণও পাওয়া যায়।

যে গ্যাসের অণুগুলো যেকোনো তাপমাত্রা এবং চাপে গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যগুলো মেনে চলে এবং স্বীকার্য থেকে লব্ধ সূত্রানুযায়ী আচরণ করে সে গ্যাসকে আদর্শ গ্যাস বলে। প্রকৃতপক্ষে কোনো গ্যাসই আদর্শ গ্যাসের মতো আচরণ করে না এটি কেবল কল্পনা মাত্র। তবুও আমরা এ আদর্শ গ্যাসের যাবতীয় সূত্র থেকে প্রকৃত গ্যাসের আচরণ সম্পর্কে ধারণা পেতে পারি।

১০.১০। গড়বেগ, গড় বর্গ বেগ, মূল গড় বর্গ বেগ এবং সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ

Mean Velocity, Mean Square Velocity, Root Mean Square Velocity & Most Probable velocity

গড় বেগ (Mean Velocity)

সংজ্ঞা : গ্যাস অণুগুলোর বেগের গাণিতিক গড়কে তাদের গড় বেগ বলে।

কোনো গ্যাসের N সংখ্যক অণুর প্রতিটির বেগ যথাক্রমে $c_1, c_2, c_3, \dots, c_N$ হলে, অণুগুলোর গড় বেগ হবে,

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_N}{N} \quad \dots \quad (10.12)$$

গড় বর্গ বেগ (Mean Square Velocity)

সংজ্ঞা : কোনো গ্যাসের সকল অণুর বেগের বর্গের গড়কে গড় বর্গ বেগ বলে।

কোনো গ্যাসের N সংখ্যক অণুর প্রতিটির বেগ যথাক্রমে $c_1, c_2, c_3, \dots, c_N$ হলে অণুগুলোর বেগের বর্গের সমষ্টি

$$c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + \dots + c_N^2$$

$$\text{এবং গড় বর্গ বেগ } \bar{c^2} = \frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + \dots + c_N^2}{N} \quad \dots \quad (10.13)$$

মূল গড় বর্গ বেগ বা গড় বর্গবেগের বর্গমূল (Root Mean Square Velocity)

যেহেতু গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে গ্যাসের অণুগুলো ইতস্তত বিক্ষিপ্তভাবে সকল দিকে বিভিন্ন বেগে গতিশীল। সুতরাং কোনো গ্যাসের বিপুল সংখ্যক অণুর বেগের সমষ্টি তথা গড়বেগ শূন্য হবে, যা অর্থহীন। এজন্য অণুগুলোর গড়বেগের পরিবর্তে মূল গড় বর্গবেগ নেওয়া হয় যা অণুগুলোর বেগের প্রতিনিধিত্বশীল মান।

সংজ্ঞা : কোনো গ্যাসের সকল অণুর বেগের বর্গের গড়মানের বর্গমূলকে মূল গড় বর্গ বেগ বা গড় বর্গবেগের বর্গমূল (rms velocity) বলে।

কোনো গ্যাসের N সংখ্যক অণুর প্রতিটির বেগ যথাক্রমে $c_1, c_2, c_3 \dots c_N$ হলে

বেগের গড় বর্গের মূল c বা, c_{rms} বা $\sqrt{c^2}$ হবে,

$$C_{rms} = \sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + \dots + c_N^2}{N}} \dots \dots (10.14)$$

সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ (Most Probable Velocity)

সংজ্ঞা : কোনো গ্যাসের বেশিরভাগ অণুগুলো যে বেগে গতিশীল থাকে তাকে সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ বলে।

১০.১১। আদর্শ গ্যাসের চাপের রাশিমালা

Expressions for the Pressure of a Perfect Gas

ধরা যাক, একটি ঘনাকৃতি পাত্রে গ্যাস আবদ্ধ আছে (চিত্র ১০.৭)। পাত্রের দেয়ালগুলো সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক।
ধরা যাক, l = পাত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য।

$\therefore l^3$ = পাত্রের আয়তন তথা গ্যাসের আয়তন = V

m = প্রতিটি অণুর ভর।

N = অণুর সংখ্যা।

$\therefore mN$ = গ্যাসের মোট ভর = M

প্রথমে একটি অণুর কথা বিবেচনা করা যাক, যেটি X -

অক্ষ বরাবর পাত্রের A দেয়ালের দিকে u_1 বেগে গতিশীল।

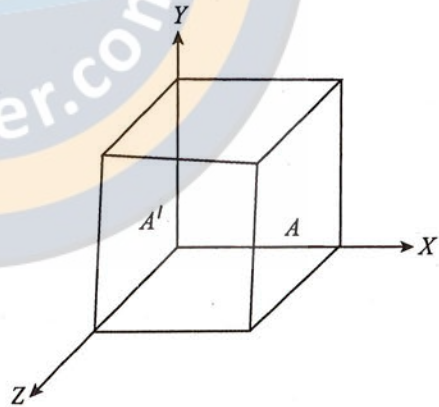
সুতরাং অণুটি X -অক্ষের সাথে লম্বভাবে অবস্থিত A দেয়ালে u_1 বেগে ধাক্কা খায়। ধাক্কাটি সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বলে অণুটি $-u_1$ বেগে বিপরীত দিকে চলতে থাকবে। এ ধাক্কার ফলে A -এর সাথে লম্ব বরাবর অণুটির ভরবেগের পরিবর্তন হবে $-mu_1 - (mu_1) = -2mu_1$ ।
ভরবেগের নিত্যতার সূত্রানুসারে এই ধাক্কার অর্থাৎ সংঘর্ষের ফলে A দেয়ালটিরও সমান এবং বিপরীত ভরবেগের পরিবর্তন হবে $2mu_1$ ।

ধরা যাক, t সময়ে ভরবেগের এ পরিবর্তন সাধিত হয়।

$\therefore t$ = A দেয়ালে অণুটির পরপর দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী সময়।

= অণুটির A দেয়াল থেকে A' দেয়ালে গিয়ে পুনরায় A তে ফিরে আসার সময়।

= অণুটির $2l$ দূরত্ব অতিক্রম করার সময়।



চিত্র : ১০.৭

$$= \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{বেগ}}$$

$$= \frac{2l}{u_1}$$

সুতরাং অণুটির সাথে সংঘর্ষের ফলে A দেয়ালের ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2mu_1}{t} = \frac{2mu_1 u_1}{2l} = \frac{mu_1^2}{l}$$

কিন্তু নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে A দেয়ালের এ ভরবেগের পরিবর্তনের হার এর উপর প্রযুক্ত বলের সমান। অর্থাৎ

$$A \text{ দেয়ালের উপর প্রযুক্ত বল} = \frac{mu_1^2}{l}$$

$$\text{সুতরাং } A \text{ দেয়ালের একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল} = \frac{mu_1^2}{l \cdot l^2}$$

$$\text{অতএব } A \text{ দেয়ালের উপর চাপ} = \frac{mu_1^2}{l^3}$$

পাত্রের মধ্যে মোট N সংখ্যক অণু থাকলে এবং X অক্ষ বরাবর অণুগুলোর বেগ যথাক্রমে u_1, u_2, \dots, u_N , হলে A দেয়ালের উপর মোট চাপ

$$p = \frac{m}{l^3} (u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_N^2)$$

এখন X -অক্ষ বরাবর অণুগুলোর গড় বর্গ বেগ \bar{u}^2 হলে

$$\bar{u}^2 = \frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_N^2}{N}$$

$$\text{বা, } u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_N^2 = N \bar{u}^2$$

$$\therefore p = \frac{m}{l^3} N \bar{u}^2$$

এখন ধরা যাক, অণুগুলো X -অক্ষ বরাবর গতিশীল না হয়ে যেকোনো দিকে গতিশীল। একটি অণুর কথা বিবেচনা করা যাক, যেকোনো দিকে যার বেগ c এবং X, Y ও Z - অক্ষ বরাবর তার বেগের উপাংশ যথাক্রমে u, v ও w (চিত্র : ১০.৮)।

$$\text{সুতরাং } c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

এখন যেকোনো দিকে অণুগুলোর গড় বর্গ বেগ \bar{c}^2 এবং X, Y ও Z অক্ষ বরাবর অণুগুলোর গড় বর্গ বেগ যথাক্রমে \bar{u}^2, \bar{v}^2 এবং \bar{w}^2 হলে

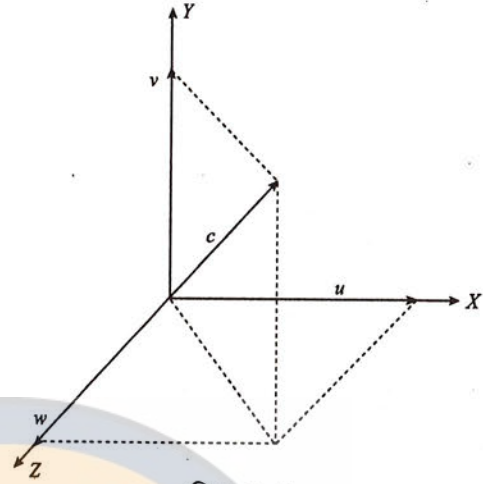
$$\bar{c}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$$

যেহেতু বিপুল সংখ্যক অণু এলোমেলো গতিতে গতিশীল এবং বিশেষ কোনো দিকে তাদের বেগের উপাংশ কম বা বেশি হওয়ার কোনো কারণ নেই, তাই আশা করা যায়,

$$\bar{u}^2 = \bar{v}^2 = \bar{w}^2$$

$$\therefore \bar{c}^2 = 3 \bar{u}^2$$

$$\text{অতএব } \bar{u}^2 = \frac{1}{3} \bar{c}^2$$



চিত্র : ১০.৮

$$\therefore p = \frac{1}{3} \frac{m}{l^3} N \bar{c}^2$$

$$\text{বা, } p = \frac{1}{3} \frac{m N}{V} \bar{c}^2$$

$$[\because l^3 = V]$$

$$\therefore pV = \frac{1}{3} m N \bar{c}^2 \quad \dots \quad (10.15)$$

$$\text{বা, } pV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2 \quad [\text{গ্যাসের মোট ভর } M = mN] \quad \dots \quad (10.16)$$

$$\text{বা, } p = \frac{1}{3} \frac{m N}{V} \bar{c}^2 \quad \dots \quad (10.17)$$

পাত্রের একক আয়তনে অণুর সংখ্যা $\frac{N}{V} = n$ হলে, (10.17) সমীকরণ

$$p = \frac{1}{3} m n \bar{c}^2 \quad \dots \quad (10.18)$$

পাত্রের মধ্যবর্তী গ্যাসের মোট ভর, $M = m N$ এবং ঘনত্ব $\rho = \frac{m N}{V}$ হওয়ায় সমীকরণ (10.13) থেকে আমরা পাই,

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{c}^2 \quad \dots \quad (10.19)$$

আবার সমীকরণ (10.15) থেকে

$$\begin{aligned} pV &= \frac{1}{3} m N \bar{c}^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} m N \bar{c}^2 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} M \bar{c}^2 \quad [\text{গ্যাসের ভর } M = mN] \end{aligned}$$

$$pV = \frac{2}{3} E \quad \left[\text{এখানে গ্যাসের গতিশক্তি, } E = \frac{1}{2} M \bar{c}^2 \right] \quad \dots \quad (10.20)$$

$$\therefore p = \frac{2}{3} \frac{E}{V}$$

অর্থাৎ গ্যাসের চাপ এর একক আয়তনের অণুগুলোর গতিশক্তির দুই-তৃতীয়াংশ।

এক মোল তথা একগ্রাম অণু গ্যাস বিবেচনা করা হলে আমরা জানি,

$$pV = R T$$

$$\text{বা, } \frac{2}{3} E = R T$$

$$\text{বা, } E = \frac{3}{2} R T \quad \dots \quad (10.21)$$

সুতরাং T কেলভিন তাপমাত্রায় প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি $= \frac{3}{2} R T$

$$\therefore n \text{ মোল গ্যাসের মোট গতিশক্তি, } E = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R T \quad \dots \quad (10.22)$$

আবার, এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে $pV = R T$ এবং $pV = \frac{1}{3} m N \bar{c}^2$

$$\therefore \frac{1}{3} m N \bar{c}^2 = R T$$

$$\text{বা, } \bar{c}^2 = \frac{3 R T}{m N} = \frac{3 R T}{M} \quad [\text{এখানে } m N = M = \text{এক মোল গ্যাসের ভর}]$$

$$\therefore \sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \dots \quad (10.23)$$

যেহেতু M এবং R ধ্রুব

$$\sqrt{\bar{c}^2} \propto \sqrt{T} \quad \text{বা, } c_{rms} \propto \sqrt{T}$$

অর্থাৎ কোনো গ্যাসের মূল গড় বর্গ বেগ তার কেলভিন তাপমাত্রার বর্গ মূলের সমানুপাতিক। এর থেকে দেখা যায়, শূন্য কেলভিন (0 K) তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের মূল গড় বর্গ বেগ শূন্য হবে। এর অর্থ শূন্য কেলভিন (0 K) তাপমাত্রায় অণুগুলো স্থির অবস্থায় থাকবে এবং কোনো গতিশক্তি থাকবে না।

যেকোনো পদার্থের এক মোলে তথা এক গ্রাম অণুতে অণুর সংখ্যাকে অ্যাভোগাড্রোর সংখ্যা N_A বলে। কোনো পদার্থের এক গ্রাম অণুতে অণুর সংখ্যা N_A সব সময়ই ধ্রুবক এবং তা হচ্ছে $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ । সুতরাং প্রতি অণুর গড় গতিশক্তি হচ্ছে,

$$\bar{E} = \frac{E}{N_A} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} kT \quad \dots \quad (10.24)$$

এখানে $k = \frac{R}{N_A}$ হচ্ছে প্রতি অণুর জন্য গ্যাস ধ্রুবক এবং একে বোলজম্যান ধ্রুবক (Boltzman constant) বলে।

এর মান $1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ ।

$$\text{প্রত্যেক অণুর ভর } m \text{ এবং অণুগুলোর গড় বর্গ বেগ } \bar{c}^2 \text{ হলে এর গড় গতিশক্তি } E = \frac{1}{2} m \bar{c}^2 \quad \dots \quad (10.25)$$

সমীকরণ (10.24) ও (10.25) থেকে আমরা পাই,

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m \bar{c}^2 \quad \dots \quad (10.26)$$

$$\text{বা, } \bar{c}^2 = \frac{3kT}{m}$$

উভয় পক্ষকে বর্গমূল করে মূল গড় বর্গ বেগ পাওয়া যায়,

সুতরাং মূল গড় বর্গ বেগ

$$\sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \dots \quad (10.27)$$

R এবং k এর মধ্যে পার্থক্য হলো R হচ্ছে প্রতি মোলের জন্য গ্যাস ধ্রুবক আর k হচ্ছে প্রতি অণুর জন্য গ্যাস ধ্রুবক।

কর্মকাণ্ড : E বনাম T লেখচিত্রটি কেমন হবে ঐকে দেখাও।

১০.১২। গ্যাসের গতিতত্ত্ব ও আদর্শ গ্যাসের সূত্র

Kinetic Theory of Gas and Ideal Gas laws

১. বয়েলের সূত্র : গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ (10.16) থেকে আমরা জানি $pV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2$ ।

তাপমাত্রা স্থির থাকলে \bar{c}^2 ধ্রুব এবং গ্যাসের ভর M ধ্রুব হওয়ায় $\frac{1}{3} M \bar{c}^2$ ধ্রুব।

$$\therefore pV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2 = \text{ধ্রুব}$$

$$\text{বা, } V \propto \frac{1}{p}$$

অর্থাৎ স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক। এটাই বয়েলের সূত্র।

২. চার্লসের সূত্র : গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ (10.21) থেকে আমরা জানি গ্যাস অণুর গতিশক্তি কেলভিন

তাপমাত্রার সমানুপাতিক,

$$\text{অর্থাৎ } E \propto T$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} M \bar{c}^2 \propto T$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} M \bar{c}^2 = KT \text{ [এখানে } K \text{ একটি ধ্রুবক]}$$

সুতরাং সমীকরণ (10.16) থেকে আমরা পাই,

$$pV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} M \bar{c}^2 = \frac{2}{3} KT$$

$$\text{বা, } V = \frac{2K}{3p} \times T$$

চাপ স্থির থাকলে $\frac{2K}{3p}$ ধ্রুব থাকে।

সুতরাং স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটাই চার্লসের সূত্র।

৩. চাপীয় সূত্র : গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ (10.21) থেকে আমরা জানি গ্যাস অণুর গতিশক্তি কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক। অর্থাৎ $E \propto T$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} M \bar{c}^2 \propto T$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} M \bar{c}^2 = KT \text{ [এখানে } K \text{ একটি ধ্রুবক]}$$

সুতরাং (10.16) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$pV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} M \bar{c}^2 = \frac{2}{3} KT$$

$$\text{বা, } P = \frac{2K}{3V} \times T$$

আয়তন স্থির থাকলে $\frac{2K}{3V}$ ধ্রুব থাকে।

সুতরাং স্থির আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ এর কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটাই চাপীয় সূত্র।

৪. আদর্শ গ্যাস সমীকরণ : গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ (10.21) থেকে আমরা জানি গ্যাস অণুর গতিশক্তি কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক। অর্থাৎ

$$E \propto T$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} M \bar{c}^2 \propto T$$

সুতরাং (10.16) সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$pV = \frac{1}{3} M \bar{c}^2$$

$$\text{অতএব, } pV \propto T$$

$$\text{সুতরাং, } pV = KT$$

যদি এক মোল গ্যাস বিবেচনা করা হয় যার আয়তন V

$$\text{তাহলে, } pV = RT \text{ হবে।}$$

এখানে R হচ্ছে সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক। আবার n মোল গ্যাসের জন্যে,

$$pV = nRT। \text{ এটিই হচ্ছে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ।}$$

১০.১৩। গড় মুক্ত পথ বা গড় নির্বাহ দূরত্ব

Mean Free Path

আদর্শ গ্যাসের অণুগুলো সব সময়ই পরস্পরের সাথে এবং আধারের দেওয়ালের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হচ্ছে। দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী স্থানে অণুগুলো মুক্তস্থানে বিচরণ করে বলে নিউটনের গতিসূত্র অনুযায়ী এদের গতি সরলরেখায় হয়ে থাকে। প্রতিটি সংঘর্ষের পর অণুর বেগের দিক পরিবর্তিত হয়। পর পর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বকে বলে মুক্ত পথ। ১০.৯ চিত্রে A বিন্দু থেকে একটি অণু B-তে গিয়ে অন্য অণুর সাথে ধাক্কা খাচ্ছে এবং BC পথে যাচ্ছে। C বিন্দুতে আবার আর একটি অণুর সাথে ধাক্কা খেয়ে CD পথে যাচ্ছে।

এই AB, BC, CD, DE, EF ইত্যাদি প্রত্যেকটি দূরত্বই মুক্ত পথ। যেহেতু অণুগুলোর গতি অক্রম, তাই বেশির ভাগ ক্ষেত্রেই যেকোনো দুটি মুক্ত পথ সমান হয় না। এই মুক্ত পথগুলোর গড় নিলে যে দূরত্ব পাওয়া যায় তাই গড় মুক্ত পথ।

সংজ্ঞা : কোনো অণুর পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বগুলোর গড় নিলে যে দূরত্ব পাওয়া যায় তাকেই গড় মুক্ত পথ বলে।

যদি N সংখ্যক ধাক্কার ভেতর অণু মোট l দূরত্ব অতিক্রম করে তবে গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \frac{l}{N}$ ।

গড় মুক্ত পথের হিসাব : ক্লসিয়াসের পদ্ধতি

ধরা যাক, কোনো গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n এবং প্রতিটি অণুর ব্যাস σ । আমরা যে অণুটির গড় মুক্ত পথ নির্ণয় করছি হিসাবের সুবিধার জন্য কেবলমাত্র সে অণুটিকে গতিশীল ধরে বাকি অণুগুলোকে স্থির বিবেচনা করছি।



চিত্র : ১০.১০

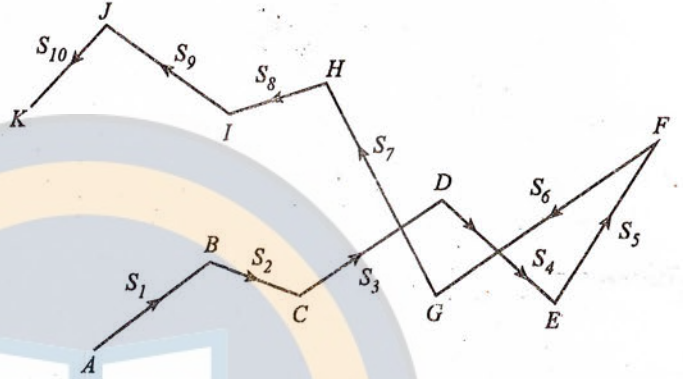
$\pi\sigma^2 l$ আয়তনে মোট অণুর সংখ্যা হবে $n\pi\sigma^2 l$ । অর্থাৎ l দূরত্ব অতিক্রম করার সময় C অণুটি $n\pi\sigma^2 l$ সংখ্যক বার ধাক্কা খাবে।

যেহেতু কোনো অণুর পর পর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বগুলোর গড় নিলে যে দূরত্ব পাওয়া যায় তাকে গড় মুক্ত পথ বলে।

$$\text{অতএব গড় মুক্ত পথ, } \lambda = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{ধাক্কা সংখ্যা}} = \frac{l}{n\pi\sigma^2 l}$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{n\pi\sigma^2}$$

$$(10.28)$$



চিত্র : ১০.৯

১০.১০ চিত্রে আমরা C অণুটির গড় মুক্ত পথ হিসাব করতে চাই। C অণুটি l দূরত্ব অতিক্রম করার সময় অন্য যে সকল অণুর কেন্দ্র C অণুটির কেন্দ্র থেকে σ দূরে, (চিত্রে A ও B অণুদ্বয়) অথবা σ অপেক্ষা কম দূরে থাকবে তাদের সাথে ধাক্কা খাবে। অর্থাৎ σ ব্যাসার্ধ ও l দৈর্ঘ্যের একটি সিলিন্ডারের মধ্যে যে সকল অণুর কেন্দ্র থাকবে C অণুটি কেবলমাত্র তাদের সাথে ধাক্কা খাবে। এ সিলিন্ডারের আয়তন $\pi\sigma^2 l$ । এখন একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n হলে

গড় মুক্ত পথের সাথে আণবিক ব্যাস, σ ও একক আয়তনে গ্যাসের অণুর সংখ্যা n -এর উপরিউক্ত সম্পর্ক নির্ণয় করেন ক্লসিয়াস।

এখন ধরা যাক, একটি অণুর ভর = m । যেহেতু একক আয়তনে অণুর সংখ্যা n , কাজেই

একক আয়তনে অণুর ভর = mn = গ্যাসের ঘনত্ব ρ । (10.28) সমীকরণের হর ও লবকে m দিয়ে গুণ করে আমরা পাই,

$$\lambda = \frac{m}{\pi \sigma^2 mn} = \frac{m}{\pi \sigma^2 \rho}$$

$$\text{বা, } \lambda \propto \frac{1}{\rho} \text{ [কারণ } m, \pi \text{ ও } \sigma^2 \text{ ধ্রুব]}$$

সুতরাং গড় মুক্ত পথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক। কিন্তু গ্যাসের ঘনত্ব, গ্যাসের চাপের সমানুপাতিক এবং পরম তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক। কাজেই গড় মুক্ত পথ গ্যাসের চাপের ব্যস্তানুপাতিক এবং পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

গড় মুক্ত পথের অন্যান্য রাশিমালা

ক্লসিয়াসের পদ্ধতিতে গড় মুক্ত পথ গণনা নির্ভুল নয়। কারণ, যে অণুর গড় মুক্ত পথ নির্ণয় করা হয়েছে সেটি ছাড়া অন্য অণুগুলোকে স্থির ধরা হয়েছে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে সকল অণুই গতিশীল। বোলজম্যান সকল অণুর গড়বেগ সমান ধরে গড় মুক্ত পথের রাশিমালা নির্ণয় করেন, $\lambda = \frac{3}{4\pi \sigma^2 n}$... (10.29)

পরে ম্যাক্সওয়েল তাঁর বেগ বণ্টনের সূত্রের সাহায্যে গড় মুক্ত পথের রাশিমালা নির্ণয় করেন,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n} \quad \dots \quad (10.30)$$

গড় মুক্তপথ নির্ণয়ের জন্যে (10.30) সমীকরণটি ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

কর্মকাণ্ড : (ক) গড় মুক্ত পথ সংক্রান্ত ক্লসিয়াস ও বোলজম্যানের ও ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ তুলনা কর।

গড় মুক্ত পথের ক্লসিয়াসের সমীকরণ হচ্ছে—

$$\lambda_C = \frac{1}{n\pi\sigma^2} \quad \dots \quad (10.31)$$

এবং বোলজম্যানের সমীকরণ হচ্ছে,

$$\lambda_B = \frac{3}{4n\pi\sigma^2} \quad \dots \quad (10.32)$$

এবং গড় মুক্তপথের ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ হচ্ছে,

$$\lambda_M = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi\sigma^2} \quad \dots \quad (10.33)$$

$$\therefore \frac{\lambda_C}{\lambda_B} = \frac{1}{n\pi\sigma^2} \div \frac{3}{4n\pi\sigma^2} = \frac{4}{3}$$

অর্থাৎ $\lambda_C : \lambda_B = 4 : 3$

$$\text{এবং } \frac{\lambda_C}{\lambda_M} = \frac{1}{n\pi\sigma^2} \div \frac{1}{\sqrt{2}n\pi\sigma^2} = \sqrt{2}$$

অর্থাৎ, $\lambda_C : \lambda_M = \sqrt{2} : 1$

১০.১৪। স্বাধীনতার মাত্রা

Degrees of Freedom

পরীক্ষা নিরীক্ষার সময় আমরা জড় জগতের যে সীমিত অংশ বিবেচনা করি তাকে বলা হয় সিস্টেম বা ব্যবস্থা। সিস্টেমের বাইরে যা কিছু তাকে বলা হয় পরিবেশ। পিস্টন লাগানো কোনো সিলিভারের মধ্যে কিছু গ্যাস আবদ্ধ থাকলে তাকে আমরা সিস্টেম বলি। সিলিভারের চারপাশে যা কিছু আছে তা হচ্ছে এর পরিবেশ।

সংজ্ঞা : কোনো গতিশীল সিস্টেমের অবস্থান সম্পূর্ণভাবে বোঝাতে মোট যে সংখ্যক স্বাধীন রাশির প্রয়োজন হয় তাকে বা গতিশীল সিস্টেমের মোট গতিশক্তির রাশিমালায় যে কয়টি স্বাধীন বর্গ রাশি পাওয়া যায় সেই সংখ্যাকে স্বাধীনতার মাত্রার সংখ্যা বলে।

উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টিকে আরো একটু পরিষ্কার করা যায়। ধরা যাক, একটা পোকা কোনো রশি বেয়ে চলছে। এক্ষেত্রে পোকাটির স্বাধীনতার মাত্রা হবে এক। কারণ পোকাটির অবস্থানকে আমরা একটি মাত্র অক্ষের সাহায্যে প্রকাশ করতে পারি। আবার পোকাটির X -অক্ষ বরাবর বেগ v_x হলে এর গতিশক্তি হবে $\frac{1}{2}mv_x^2$, এখানে m হচ্ছে পোকাটির ভর। এখানে গতিশক্তির রাশিমালায় একটি মাত্র বর্গরাশি অর্থাৎ v_x^2 রয়েছে তাই পোকাটির স্বাধীনতার মাত্রা এক।

পোকাটি যদি কোনো দেয়াল বেয়ে চলতে থাকে তাহলে তার অবস্থান প্রকাশ করতে দুটি অক্ষের সাহায্য নিতে হবে। v_x এবং v_y যদি X ও Y অক্ষ বরাবর পোকাটির বেগের উপাংশ হয় তাহলে পোকাটির গতিশক্তি হবে $\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2$ । গতিশক্তির রাশিমালায় দুটি স্বাধীন বর্গরাশি থাকায় এর স্বাধীনতার মাত্রা হবে দুই। যে পোকা উড়তে পারে না তার ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা দুইয়ের অধিক হওয়া সম্ভব নয়। কিন্তু পোকাটি যদি উড়তে থাকে তাহলে তার অবস্থান বোঝাতে তিনটি অক্ষের প্রয়োজন হবে সে ক্ষেত্রে এর স্বাধীনতার মাত্রা হবে তিন।

গতি তত্ত্বের স্বীকার্য অনুসারে, আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর ভর অত্যন্ত নগণ্য এবং এরা এলোমেলো গতিতে যেকোনো দিকে গতিশীল। এভাবে গতিশীল কোনো একটি অণুর যেকোনো মুহূর্তের অবস্থান নির্দেশ করতে কমপক্ষে তিনটি স্থানাঙ্ক (x, y, z) -এর প্রয়োজন হয়। তাই আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা ৩।

স্বাধীনতার মাত্রাকে এভাবেও বলা যায়—

কোনো গতিশীল সিস্টেমের অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করতে যতগুলো স্থানাঙ্কের প্রয়োজন হয় তার সংখ্যাই হচ্ছে স্বাধীনতার মাত্রা।

কোনো সিস্টেমের স্বাধীনতার মাত্রার সংখ্যা = সিস্টেমের উপাদানগুলোর অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করতে প্রয়োজনীয় মোট স্থানাঙ্কের সংখ্যা এবং উপাদানগুলোর পরস্পরের ভিতর স্বতন্ত্রভাবে যে সম্পর্ক রয়েছে তার অন্তর ফলের সমান।

কোনো গ্যাস অণুতে x সংখ্যক পরমাণু থাকলে স্বাধীনতার মাত্রা সর্বাধিক হবে $3x$ । এখন এক পরমাণু গ্যাসের বেলায় $x = 1$, কাজেই এক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা হবে ৩। দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসের বেলায় $x = 2$, কাজেই স্বাধীনতার মাত্রা হওয়া উচিত $3 \times 2 = 6$ । কিন্তু পরমাণু দুটি পরস্পরের মধ্যে নির্দিষ্ট দূরত্ব বজায় রাখায় অর্থাৎ পরমাণু দুটির মধ্যে একটি সম্পর্ক থাকায় স্বাধীনতার মাত্রা হবে $(3 \times 2 - 1) = 5$ । বহু পারমাণবিক যেমন ত্রি-পারমাণবিক গ্যাসের ক্ষেত্রে পরমাণু তিনটি, অণুর ভিতরে দুভাবে সজ্জিত থাকতে পারে। যেমন মাঝখানে একটি এবং দুপাশে দুটি বা ত্রিভুজের তিন কোণে তিনটি। প্রথম ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা হবে $(3 \times 3 - 2) = 7$ এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে হবে $(3 \times 3 - 3) = 6$

১০.১৫। শক্তির সমবিভাজন নীতি

Principle of Equipartition of Energy

নীতি : তাপীয় সাম্যাবস্থায় আছে এমন তাপ গতীয় সিস্টেমের মোট শক্তি বিভিন্ন স্বাধীনতার মাত্রার ভেতর সমভাবে বন্টিত হয় এবং প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রা পিছু শক্তির পরিমাণ হয় $\frac{1}{2}kT$ ।

আমরা জানি, এক-পারমাণবিক গ্যাসের (যেমন He, Ne ইত্যাদি) একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা ৩। অতএব শক্তির সমবিভাজন নীতি অনুসারে একটি অণুর গড় গতিশক্তি $= \frac{3}{2}kT$ । দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসের (যেমন, O_2 , N_2 , CO_2 ইত্যাদি)।

একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা, 5, অতএব প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি $= \frac{5}{2} kT$ ।

একটি অণুর কথা বিবেচনা করা যাক, যেকোনো দিকে যার বেগ c এবং X , Y এবং Z অক্ষ বরাবর তার বেগের উপাংশ যথাক্রমে u , v এবং w । সুতরাং

$$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

এখন গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে একেকটি অণু বিভিন্ন দিকে অক্রম বা এলোমেলো গতিতে গতিশীল। কাজেই গ্যাসের সকল অণুর বেগের জন্য গড় বর্গ বেগ \bar{c}^2 এবং X , Y , ও Z -অক্ষ বরাবর সেই সকল বেগের উপাংশগুলোর গড় বর্গ বেগ যথাক্রমে \bar{u}^2 , \bar{v}^2 ও \bar{w}^2 হলে

$$\bar{c}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$$

এবং যেহেতু কোনো বিশেষ দিকে বেগের উপাংশগুলোর বর্গের গড় মান কম বা বেশি হওয়ার কোনো কারণ নেই, তাই

$$\bar{u}^2 = \bar{v}^2 = \bar{w}^2$$

এক্ষেত্রে বেগের উপাংশগুলোর আনুষঙ্গিক গতিশক্তি সমান হয়। অর্থাৎ

$$\frac{1}{2} m \bar{u}^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{1}{2} m \bar{w}^2$$

$$\text{কিন্তু } \bar{c}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$$

$$\text{এবং } \bar{u}^2 = \bar{v}^2 = \bar{w}^2$$

$$\therefore \frac{1}{2} m \bar{u}^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{1}{2} m \bar{w}^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} m \bar{c}^2$$

আবার সমীকরণ (10.26) থেকে আমরা জানি,

$$\frac{1}{2} m \bar{c}^2 = \frac{3}{2} k T$$

$$\therefore \frac{1}{2} m \bar{u}^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{1}{2} m \bar{w}^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} k T = \frac{1}{2} k T$$

সুতরাং প্রত্যেক অণুর রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা প্রতি গড় গতিশক্তি হলো $\frac{1}{2} kT$ । এটাই শক্তির সমবিভাজন নীতি।

আবার কম্পনরত কণার ক্ষেত্রে অর্ধেক গতিশক্তি এবং বাকি অর্ধেক বিভবশক্তি। সুতরাং

$$\text{প্রতি কণার মোটশক্তি} = \text{গতিশক্তি} + \text{বিভবশক্তি} = \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = kT।$$

১০.১৬। বাষ্প ও গ্যাস

Vapour and Gas

বাষ্প বলতে আমরা কোনো পদার্থের গ্যাসীয় অবস্থাকে বুঝি যা 'কক্ষ তাপমাত্রায় তরল বা কঠিন অবস্থায় থাকে। পক্ষান্তরে কোনো গ্যাস কক্ষ তাপমাত্রায় সর্বদা গ্যাসীয় অবস্থাতেই থাকে, তরল বা কঠিন অবস্থা প্রাপ্ত হয় না। যেমন, জলীয় বাষ্প (water vapour) হচ্ছে একটি বাষ্প যা 'কক্ষ তাপমাত্রায় পানি অর্থাৎ তরল পদার্থ। আবার নাইট্রোজেন হচ্ছে একটি গ্যাস যা 'কক্ষ তাপমাত্রাতেও গ্যাসীয় অবস্থায় থাকে।

বাষ্প ও গ্যাসের মধ্যকার একটা মৌলিক পার্থক্য হচ্ছে বাষ্পকে শুধুমাত্র চাপ প্রয়োগ করে তরলে রূপান্তরিত করা যায় কিন্তু কোনো গ্যাসকে তরলে পরিণত করার জন্য এর উপর চাপ প্রয়োগের সাথে সাথে তাপমাত্রাও হ্রাস করতে হয়।

পদার্থের জন্য একটা নির্দিষ্ট তাপমাত্রা আছে যাকে ক্রান্তি তাপমাত্রা বা সংকট তাপমাত্রা (critical temperature) বলে। কোনো বাষ্পের তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রার চেয়ে বেশি হলে যত প্রবল চাপ প্রয়োগ করা হোক না কেন সেটি তরলে পরিণত হবে না। সুতরাং বলা যায়, সকল বাষ্পই সংকট তাপমাত্রার উপরে গ্যাস আবার সকল গ্যাস সংকট তাপমাত্রার

নিচে বাষ্প। বিভিন্ন পদার্থের জন্যে সংকট তাপমাত্রার মান বিভিন্ন, যেমন পানির জন্যে এই তাপমাত্রার মান 374°C বা 647 K অর্থাৎ সর্বোচ্চ 647 K তাপমাত্রা পর্যন্ত পানি তরল অবস্থায় থাকতে পারে। আবার অ্যামোনিয়ার (NH_3) সংকট তাপমাত্রা হচ্ছে 132°C বা 405 K । উল্লেখ্য যে, পানির হিমাক্ষ 0°C বা 273.15 K এবং অ্যামোনিয়ার হিমাক্ষ -77.73°C বা 195.27 K ।

প্রশ্ন হচ্ছে সংকট তাপমাত্রার উপরে কোনো বাষ্পকে চাপ প্রয়োগ করলে রূপান্তরিত করা যায় না কেন? সংকট তাপমাত্রার উপরে কোনো পদার্থের তরল ও বাষ্পীয় অবস্থার ঘনত্ব এক হয়ে যাওয়ায় কেবলমাত্র একটি অবস্থায়ই বিরাজ করে যা হচ্ছে বাষ্পীয় অবস্থা অর্থাৎ সংকট তাপমাত্রার উপরে তরল ও বাষ্পের মধ্যকার সকল পার্থক্য তিরোহিত হয় আর সে কারণে শুধুমাত্র চাপ প্রয়োগে তা সে যত প্রবলই হোক না কেন বাষ্পকে তরলে রূপান্তরিত করা যায় না।

১০.১৭। সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ

Saturated and Unsaturated Vapour Pressure

কোনো তরল পদার্থকে একটি আবদ্ধ পাত্রে রেখে বাষ্পায়নের সুযোগ দিলে দেখা যাবে যে, ঐ পাত্র ক্রমশ বাষ্প দ্বারা পূর্ণ হচ্ছে। বাষ্পের অণুগুলো পাত্রের মধ্যে ইতস্তত বিক্ষিপ্তভাবে চারদিকে ছুটাছুটি করে বেড়ায়। ছুটাছুটি করার সময় অণুগুলো পরস্পরের সাথে এবং পাত্রের গায়ে ধাক্কা খায়। ফলে পাত্রের গায়ে চাপের সৃষ্টি হয়। এ চাপকে বাষ্পচাপ (Vapour pressure) বলে। বাষ্পের অণুগুলো বিক্ষিপ্তভাবে ঘুরাফেরা করার সময় কিছু কিছু অণু তরলের মধ্যে ফিরে আসে। ক্রমে এমন একটা অবস্থার সৃষ্টি হয় যখন বাষ্পে রূপান্তরিত হওয়া অণুর সংখ্যা এবং তরলে ফিরে আসার অণুর সংখ্যা সমান হয় অর্থাৎ বলা যেতে পারে ঐ স্থানে যতটুকু বাষ্প থাকা সম্ভব তা পূর্ণ হয়েছে এবং এর চেয়ে বেশি বাষ্প আর ঐ স্থানে থাকতে পারে না। তাই বাষ্পায়িত সমস্ত অণুগুলো পুনরায় তরলে ফিরে আসে। এ অবস্থায় বলা হয় যে, ঐ স্থান বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়েছে। এ অবস্থায় বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে। কোনো স্থানের বাষ্প ধারণ ক্ষমতার চেয়ে কম বাষ্প থাকলে এ বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে এবং ঐ বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।

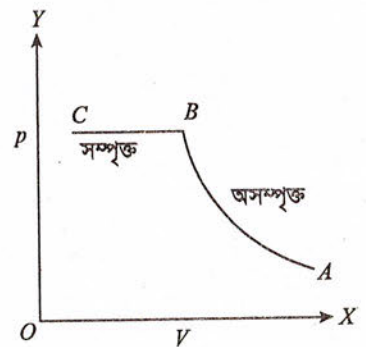
সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপের সংজ্ঞা : কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প সর্বাধিক যে চাপ দিতে পারে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ (Saturated Vapour Pressure বা S. V. P) বা সর্বোচ্চ বাষ্পচাপ (Maximum vapour pressure) বা শুধু বাষ্পচাপ (Vapour pressure) বলে।

আবার কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্পচাপ যদি সর্বোচ্চ বাষ্পচাপের চেয়ে কম হয় তাহলে সেই চাপকে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।

জলীয় বাষ্পরেখা ও গ্যাস সূত্রাবলি

পরীক্ষার সাহায্যে অসম্পৃক্ত ও সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ ও আয়তন পরিমাপ করে X-অক্ষের দিকে বাষ্পের আয়তন এবং Y-অক্ষের দিকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ নিয়ে লেখচিত্র আঁকলে (১০.১১) চিত্রের ন্যায় লেখচিত্র পাওয়া যাবে।

লেখচিত্রের AB অংশ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বাষ্পের আয়তনের ব্যস্তানুপাতিক অর্থাৎ অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে। B বিন্দুতে অসম্পৃক্ত বাষ্প সম্পৃক্ত হতে শুরু করে এবং ঐ তাপমাত্রায় বাষ্পের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ পাওয়া যায়। এ অবস্থায় চাপ বৃদ্ধির সাথে সাথে বাষ্প ঘনীভূত হতে শুরু করে এবং বাষ্পের খানিকটা অংশ তরলে রূপান্তরিত হয় যদিও বাষ্পচাপ সম্পৃক্ত বাষ্প চাপে স্থির থাকে। BC অংশে তরল ও সম্পৃক্ত বাষ্প সহাবস্থান করে। C বিন্দুতে সমুদয় বাষ্প তরলের রূপান্তরিত হয়। লেখচিত্রের BC অংশ থেকে দেখা যায় যে সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে না। এক্ষেত্রে কিছু বাষ্প ঘনীভূত হয়ে যাওয়ায় বাষ্পের ভর হ্রাস পায় বলে সম্পৃক্ত বাষ্প আর বয়েলের সূত্র মেনে চলে না। কারণ বয়েলের সূত্র নির্দিষ্ট ভরের বাষ্প বা গ্যাসের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।



চিত্র : ১০.১১

সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্পের পার্থক্য

সম্পৃক্ত বাষ্প	অসম্পৃক্ত বাষ্প
১। কোনো আবদ্ধ স্থানে তরল সংলগ্ন বাষ্পকে ঐ তাপমাত্রার সম্পৃক্ত বাষ্প বলে। সম্পৃক্ত বাষ্প সর্বোচ্চ চাপ প্রয়োগ করে।	১। যদি কোনো আবদ্ধ স্থানে কিছু বাষ্প থাকে কিন্তু কোনো তরল না থাকে তবে ঐ বাষ্প অসম্পৃক্ত বা সদ্য সম্পৃক্ত। আবদ্ধ স্থানের আয়তন সামান্য কমালে যদি কিছু বাষ্প তরলে পরিণত হয় তাহলে ঐ বাষ্প সদ্য সম্পৃক্ত আর না হলে অসম্পৃক্ত।
২। সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে না।	২। অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে।
৩। সম্পৃক্ত বাষ্প চার্লস-এর সূত্র মেনে চলে না।	৩। অসম্পৃক্ত বাষ্প চার্লস-এর সূত্র মেনে চলে।
৪। তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ সম্পৃক্ত বাষ্পকে অসম্পৃক্ত করা হয়।	৪। তাপমাত্রা কমিয়ে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়।

১০.১৮। জলীয় বাষ্পের চাপ ও বায়ুর চাপের সম্পর্ক

Relation between Vapour Pressure and Air Pressure

পৃথিবীর সাগর, মহাসাগর, খাল-বিল, নদী-নালা, পুকুর প্রভৃতি থেকে প্রতিনিয়ত পানি বাষ্পীভূত হচ্ছে এবং এ জলীয় বাষ্প বায়ুমণ্ডলে মিশে যাচ্ছে। এ জলীয় বাষ্প শুষ্ক বায়ুর চেয়ে হালকা অর্থাৎ জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব শুষ্ক বায়ুর ঘনত্বের চেয়ে কম। বায়ুতে জলীয় বাষ্প থাকলে সেই বায়ুকে বলা হয় আর্দ্র বায়ু।

আমরা জানি বায়ুমণ্ডল চাপ দেয়। এ চাপের মধ্যে আছে শুষ্ক বায়ুর চাপ এবং জলীয় বাষ্পের চাপ। আমরা এখন তাদের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করবো।

কোনো এক সময়ে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা, T

ঐ সময় বায়ুমণ্ডলের চাপ, P

ঐ সময় বায়ুমণ্ডলে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ, f

ঐ সময় শুষ্ক বায়ুর চাপ, P_a

ঐ সময় অর্থাৎ T তাপমাত্রা ও P_a চাপে বায়ুর ঘনত্ব ρ_a

STP তে তাপমাত্রা, $T_0 = 273 \text{ K}$

STP তে বায়ুর চাপ, $P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

STP তে বায়ুর ঘনত্ব $\rho_0 = 1.293 \text{ kg m}^{-3}$

সুতরাং ডাল্টনের আংশিক চাপের সূত্রানুসারে ঐ সময়ের শুষ্ক বায়ুর চাপ,

$$P_a = P - f$$

এখন গ্যাসের সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$\frac{P_a}{\rho_a T} = \frac{P_o}{\rho_o T_o} \quad \left[\because \frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \right]$$

$$\text{বা, } \frac{P - f}{\rho_a T} = \frac{P_o}{\rho_o T_o}$$

$$\text{বা, } P - f = \frac{\rho_a T}{\rho_o T_o} P_o$$

$$\therefore f = P - \frac{\rho_a T}{\rho_o T_o} P_o$$

$$\therefore f = P - \frac{\rho_a T}{\rho_o T_o} P_o \quad \dots \quad (10.34)$$

এটি হচ্ছে জলীয় বাষ্পের চাপ ও বায়ুর চাপের মধ্যকার সম্পর্ক।

১০.১৯। আর্দ্রতা Humidity

পৃথিবীর চারভাগের তিনভাগই জলাশয়। জলাশয়গুলো থেকে প্রতিনিয়ত পানি বাষ্পীভূত হয়ে বায়ুমণ্ডলে মিশে যাচ্ছে। ফলে বায়ুমণ্ডল ভিজা থাকে তথা আর্দ্র থাকে। বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন সময়ে বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বিভিন্ন হয়। এটা নির্ভর করে স্থান ও আবহাওয়ার উপর। আবার একই স্থানে বিভিন্ন ঋতু ও সময়ে বায়ুমণ্ডলে অবস্থিত জলীয় বাষ্পের তারতম্য হয়। বর্ষাকালে বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প বেশি থাকে এবং শীতকালে কম থাকে। আমরা এ অনুচ্ছেদে বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্পের উপস্থিতি তথা বায়ুমণ্ডলের আর্দ্রতা নিয়ে আলোচনা করব।

আর্দ্রতা (Humidity) : কোনো স্থানের বায়ুতে কতটুকু জলীয়বাষ্প আছে অর্থাৎ বায়ু কতখানি শুষ্ক বা ভিজা আর্দ্রতা দিয়ে তাই নির্দেশ করা হয়।

পরম আর্দ্রতা (Absolute humidity) : বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের ভরকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

কোনো স্থানের পরম আর্দ্রতা 5 g m^{-3} বলতে বোঝায় ঐ স্থানের প্রতি ঘনমিটার বায়ুতে 5 g জলীয়বাষ্প আছে।

শিশিরাঙ্ক (Dewpoint) : নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুর জলীয়বাষ্প ধারণ করার ক্ষমতা সীমাবদ্ধ। তাপমাত্রা বাড়লে ঐ স্থানের জলীয়বাষ্প ধারণ করার ক্ষমতা বেড়ে যায়। যখন কোনো স্থানে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সর্বোচ্চ পরিমাণ জলীয়বাষ্প থাকে, তখন ঐ স্থানকে জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত বলা হয়। বায়ু জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হলে ঐ বায়ু আর জলীয়বাষ্প ধারণ করতে পারে না, তখন জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশিরে পরিণত হয়।

কোনো স্থানের তাপমাত্রা কমলে ঐ স্থানের জলীয়বাষ্প ধারণ ক্ষমতা কমে যায়। তাপমাত্রা ক্রমশ কমতে থাকলে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ুমণ্ডল ঐ স্থানের জলীয়বাষ্প দ্বারাই সম্পৃক্ত হয়। ঐ তাপমাত্রায় বায়ুতে অবস্থিত জলীয়বাষ্প তখন শিশিরে পরিণত হয়। এ তাপমাত্রাই শিশিরাঙ্ক।

সংজ্ঞা : যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে অবস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাকে শিশিরাক্ষ বলে।

কোনো স্থানের তাপমাত্রা 30°C এবং শিশিরাক্ষ 22°C বলতে বোঝা যায় ঐ স্থানে 30°C তাপমাত্রায় যে পরিমাণ জলীয়বাষ্প আছে তা দ্বারা ঐ স্থানের বায়ু অসম্পৃক্ত কিন্তু তাপমাত্রা কমিয়ে 22°C করা হলে ঐ জলীয়বাষ্প দ্বারাই ঐ স্থানের বায়ু সম্পৃক্ত হয়।

কোনো স্থানের জলীয়বাষ্পের চাপ ঐ স্থানের জলীয়বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। জলীয়বাষ্পের পরিমাণ যত বেশি হবে তার চাপও তত বেশি হবে। কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানের অসম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ এবং শিশিরাক্ষে ঐ স্থানের সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ সমান হবে (কারণ একই পরিমাণ জলীয়বাষ্প দ্বারা শিশিরাক্ষে ঐ স্থানের বায়ু সম্পৃক্ত হয়)।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা (Relative humidity) : আবহাওয়া বিজ্ঞানে বায়ুমণ্ডলে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণের চেয়ে বায়ুমণ্ডলের সম্পৃক্ততার মাত্রা অর্থাৎ বায়ুমণ্ডল কতখানি শুষ্ক বা ভেজা তা বেশি প্রয়োজন হয়। আপেক্ষিক আর্দ্রতা দিয়ে তাই বোঝানো হয়।

সংজ্ঞা : কোনো তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের ভর এবং ঐ একই তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয়বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

$$\therefore \text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের ভর}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয়বাষ্পের ভর}}$$

কিন্তু নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানের জলীয়বাষ্পের চাপ ঐ স্থানের জলীয়বাষ্পের ভরের সমানুপাতিক।

$$\therefore \text{আ: আর্দ্রতা} = \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ স্থানে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ স্থানকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয়বাষ্পের চাপ}}$$

কিন্তু কোনো তাপমাত্রায় কোনো স্থানে জলীয়বাষ্পের চাপ ঐ স্থানে শিশিরাক্ষে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপের সমান।

$$\therefore \text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{শিশিরাক্ষে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ}}$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে R , শিশিরাক্ষে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপকে f , বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপকে F দিয়ে প্রকাশ করলে, $R = \frac{f}{F}$

আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে সাধারণত শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়।

$$\therefore R = \frac{f}{F} \times 100\% \quad \dots \quad \dots \quad (10.35)$$

তাৎপর্য : কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% বলতে বোঝা যায়, বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ স্থানকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয়বাষ্পের প্রয়োজন তার শতকরা 60 ভাগ জলীয়বাষ্প ঐ স্থানের বায়ুতে আছে।

বিভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ কত রেনো (Regnaults) পরীক্ষার সাহায্যে সেগুলো নির্ণয় করে একটি তালিকা তৈরি করেছেন। নিম্নে সেই তালিকা প্রদান করা হলো :

সারণি-১০.১ : বিভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ (রেনোর তালিকা)

তাপমাত্রা (°C)	চাপ (mm HgP)	তাপমাত্রা (°C)	চাপ (mm HgP)
0	4.58	28	28.35
2	5.29	30	31.83
4	6.10	32	35.66
6	7.01	34	39.90
8	8.05	36	44.42
10	9.21	38	49.58
12	10.52	40	55.32
14	11.99	50	92.51
16	13.63	60	149.38
18	15.48	70	233.70
20	17.54	80	355.10
22	19.83	90	525.76
24	22.38	100	760.00
26	25.21		

নির্ণয় কর : রেনোর তালিকা থেকে 31°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বের কর। 19.5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ কত হবে? 14°C এবং 24°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ থেকে 19.5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বের কর। এ দুই হিসাব থেকে 19.5°C তাপমাত্রায় নির্ণীত সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের মানের পার্থক্যের কারণ ব্যাখ্যা কর।

১০.২০। আর্দ্রতামাপক যন্ত্র ও আর্দ্রতা নির্ণয়

Hygrometers and Determination of Humidity

কোনো স্থানের কোনো সময়ের আর্দ্রতা পরিমাপের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয় তাকে আর্দ্রতামাপক যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার বলে। আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের কার্যপ্রণালির উপর ভিত্তি করে এদের চারটি শ্রেণিতে ভাগ করা যায়; যথা :

- ১। সিক্ত ও শুষ্ক বালব আর্দ্রতামাপক যন্ত্র (Wet and dry bulb hygrometer),
- ২। শিশিরাক্ত আর্দ্রতামাপক যন্ত্র (Dewpoint hygrometer),
- ৩। রাসায়নিক আর্দ্রতামাপক যন্ত্র (Chemical hygrometer) এবং
- ৪। কেশ আর্দ্রতামাপক যন্ত্র (Hair hygrometer)।

সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্র বা মেসনের আর্দ্রতামাপক যন্ত্র

যন্ত্রের বর্ণনা : এ যন্ত্রে একই রকম দুটি পারদ থার্মোমিটার আছে যেগুলো পাশাপাশি উল্লম্বভাবে একটি কাঠের ফ্রেমের সাথে লাগানো থাকে। একটি থার্মোমিটার বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা প্রদান করে, অন্যটির বাল্বে মসলিনের বা লিনেনের সলতে জড়ানো থাকে এবং এ সলতে একটি পাত্রে রাখা পানির মধ্যে ডুবানো থাকে। পানি মসলিন বা লিনেন বেয়ে উপরে ওঠে এবং থার্মোমিটারের বাল্বকে সব সময় ভিজা রাখে (চিত্র : ১০.১২)।

মসলিন বা লিনেন থেকে পানি বাষ্পায়িত হয় ফলে সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটার শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটারের চেয়ে কম তাপমাত্রা নির্দেশ করে। এ দু তাপমাত্রার পার্থক্য বায়ুমণ্ডলের আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভর করে। বায়ুমণ্ডলের আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন দ্রুত হয়, ফলে দু তাপমাত্রার পার্থক্য বেশি হয়, অপরপক্ষে আর্দ্রতা বেশি হলে তাপমাত্রার পার্থক্য কম হয়। আর যদি বায়ুমণ্ডল জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, তবে কোনো বাষ্পায়ন হয় না ফলে উভয় থার্মোমিটারের পাঠ একই হয়।

পরীক্ষা : যে স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করতে হবে সেই স্থানে যন্ত্রটিকে রেখে এর থার্মোমিটার দুটির পাঠ নেয়া হয়। এরপর গ্লেসিয়ারের উৎপাদকের সাহায্যে শিশিরাক্ষ বের করে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা হয়। মনে করা যাক, শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটারে নির্দেশিত তাপমাত্রা যথাক্রমে θ_1 ও θ_2 এবং ঐ সময়ের শিশিরাক্ষ θ । তাহলে গ্লেসিয়ারের সূত্রানুসারে,

$$\theta_1 - \theta = G (\theta_1 - \theta_2)$$

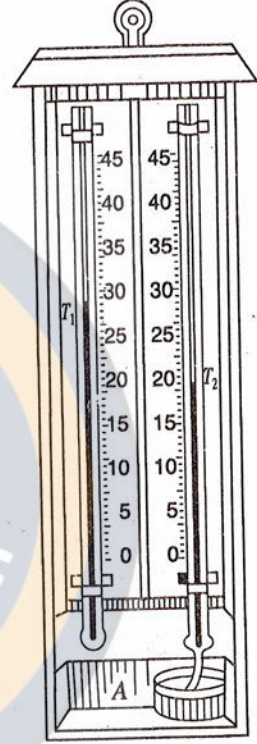
$$\text{বা, } \theta = \theta_1 - G (\theta_1 - \theta_2) \quad \dots (10.36)$$

এ সমীকরণ থেকে শিশিরাক্ষ নির্ণয় করা যায়, এখানে G হচ্ছে $\theta_1^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক (সারণি ১০.২ দ্রষ্টব্য)। শিশিরাক্ষ পাওয়া গেলে রেনোর তালিকা থেকে শিশিরাক্ষে (θ) সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ f , বায়ুর তাপমাত্রায় (θ_1) সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ F নির্ণয় করে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা যায়।

$$\text{সুতরাং, } R = \frac{f}{F} \times 100\%$$

সতর্কতা

- ১। সুবেদী থার্মোমিটার ব্যবহার করা হয়।
- ২। থার্মোমিটার দুটির পারদস্তম্ভ স্থির অবস্থানে এলে পাঠ নেয়া হয়।
- ৩। মসলিন বা লিনেনের সলতে যাতে থার্মোমিটারের বাল্বকে আবৃত রাখে সে দিকে লক্ষ রাখা হয়।
- ৪। সলতের নিচের প্রান্ত যাতে পাত্রের পানিতে ডুবে থাকে সে দিকে লক্ষ রাখা হয়।



চিত্র : ১০.১২

সারণি ১০.২

বিভিন্ন তাপমাত্রায় গ্লোসিয়ারের উৎপাদক

শুষ্ক বালবের তাপমাত্রা (°C)	গ্লোসিয়ারের উৎপাদক (G)	শুষ্ক বালবের তাপমাত্রা (°C)	গ্লোসিয়ারের উৎপাদক G	শুষ্ক বালবের তাপমাত্রা (°C)	গ্লোসিয়ারের উৎপাদক G
4	7.82	19	1.81	34	1.61
5	7.28	20	1.79	35	1.60
6	6.62	21	1.77	36	1.59
7	5.77	22	1.75	37	1.58
8	4.92	23	1.74	38	1.57
9	4.04	24	1.72	39	1.56
10	2.06	25	1.70	40	1.55
11	2.02	26	1.69	41	1.54
12	1.99	27	1.68	42	1.53
13	1.95	28	1.67	45	1.52
14	1.92	29	1.66	46	1.51
15	1.90	30	1.65	47	1.50
16	1.87	31	1.64	48	1.49
17	1.85	32	1.63	49	1.48
18	1.83	33	1.62	50	1.47

১০.২১। আর্দ্রতামিতি সংক্রান্ত কয়েকটি ঘটনা

Few Phenomena Related To Hygrometry

১. আমাদের স্বাচ্ছন্দ্যবোধ অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল : আমাদের শরীর থেকে প্রতিনিয়ত ঘাম বের হয়। এ ঘাম শুকানোর হার নির্ভর করে বায়ুর জলীয়বাষ্প তথা আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ কম থাকে, ফলে বাষ্পায়ন বেশি হয়। শরীরের ঘাম বাষ্পীভূত হওয়ার সময় প্রয়োজনীয় সুগুণতাপ আমাদের শরীর থেকে সংগ্রহ করে, ফলে শরীর কিছু তাপ হারায় এবং আমরা ঠাণ্ডা অনুভব করি। কিন্তু যদি বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি হয় অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হয় তবে শরীরের ঘাম কম শুকায় এবং আমরা অস্বস্তিবোধ করি। গরমের দিনে অর্থাৎ বর্ষাকালে বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে বলে আমাদের অস্বস্তিবোধ হয়। তাই বলা চলে আমাদের স্বাচ্ছন্দ্যবোধ অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল।

২. একই তাপমাত্রায় যেখানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি সেখানে বেশি অস্বস্তিবোধ হয় : দুটি স্থানের তাপমাত্রা যদি একই হয় তবে স্থান দুটির যেটিতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হবে সে স্থানের বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকায় সেখানে বাষ্পায়ন কম হবে। ফলে আমাদের শরীর থেকে নির্গত ঘাম সেখানে কম শুকাবে, এর জন্য কম সুগুণতাপের প্রয়োজন হবে। সুতরাং বেশি আর্দ্রতার স্থানে ঘাম বাষ্পায়নের জন্য শরীর কম সুগুণতাপ সরবরাহ করবে, পক্ষান্তরে কম আপেক্ষিক আর্দ্রতার স্থানে শরীর বেশি তাপ হারাবে এবং বেশি স্বস্তিবোধ হবে আর বেশি আপেক্ষিক আর্দ্রতার স্থানে বেশি অস্বস্তিবোধ হয়।

৩. একই তাপমাত্রায় ঢাকা অপেক্ষা চট্টগ্রামে বেশি অস্বস্তিকর বোধ হয় : চট্টগ্রাম সমুদ্রের নিকটে অবস্থিত আর ঢাকা সমুদ্র থেকে বহু দূরে। সমুদ্র থেকে প্রতিনিয়ত বাষ্পায়ন প্রক্রিয়ায় যে জলীয়বাষ্পের সৃষ্টি হচ্ছে তা চট্টগ্রামের বায়ুতে থেকে যাচ্ছে। ঢাকা দূরে হওয়ায় স্বভাবতই সেখানকার বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম। তাই ঢাকা ও চট্টগ্রামের তাপমাত্রা এক থাকলেও চট্টগ্রামের বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি হওয়ায় সেখানকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি। ফলে ঢাকার চেয়ে

চট্টগ্রামের বায়ুতে শরীর থেকে নির্গত ঘাম কম শুকাবে এবং ঘাম বাষ্পায়নের জন্য চট্টগ্রামে কম সুগুতাপের প্রয়োজন হবে। তাই ঢাকার তুলনায় চট্টগ্রামে শরীর কম তাপ হারাবে ফলে চট্টগ্রামে বেশি অস্বস্তিবোধ হবে।

৪. বর্ষাকাল অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় দ্রুত শুকায় : শীতকালের চেয়ে যদিও বর্ষাকালে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা বেশি থাকে তথাপি ভিজা কাপড় শীতকালেই দ্রুত শুকায়। ভিজা কাপড় শুকানো অর্থাৎ ভিজা কাপড়ের পানির বাষ্পায়ন নির্ভর করে আপেক্ষিক আর্দ্রতা তথা বায়ুমণ্ডলের জলীয়বাষ্পের উপর। বর্ষাকালে বায়ুতে শীতকালের চেয়ে বেশি জলীয়বাষ্প থাকে, ফলে বর্ষাকালে পানির বাষ্পায়ন কম হয়। এ কারণে ভিজা কাপড়ের পানি বর্ষাকালের চেয়ে শীতকালে দ্রুত বাষ্পায়িত হয়, ফলে শীতকালে ভিজা কাপড় বর্ষাকালের চেয়ে দ্রুত শুকায়।

৫. শিশিরাক্ষের উপর তাপমাত্রার প্রভাব : যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাকে শিশিরাক্ষ বলে। যদি কোনো ঘরের বায়ু এবং এতে অবস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকে তাহলে তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে ঐ ঘরের শিশিরাক্ষের কোনো পরিবর্তন হবে না। কারণ ঘরে অবস্থিত নির্দিষ্ট পরিমাণ বায়ু নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে; তাপমাত্রা পরিবর্তিত হলে এর কোনোটাই পরিবর্তিত হয় না বলে শিশিরাক্ষের কোনো পরিবর্তন হবে না।

অনুরূপভাবে যদি তাপমাত্রা কমানো যায় তাহলেও মোট জলীয় বাষ্পের পরিমাণ ঠিক থাকে বলে শিশিরাক্ষের কোনো পরিবর্তন হবে না।

১০.২২। ব্যবহারিক-২ Practical-2

পরীক্ষণের নাম	শীতলীকরণ পদ্ধতিতে কোনো তরল পদার্থের আপেক্ষিক
পিরিয়ড : ২	তাপ নির্ণয়

মূল তত্ত্ব : নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রটি হলো “কোনো বস্তুর তাপ বর্জনের হার বস্তু এবং তার পারিপার্শ্বিকের তাপমাত্রার পার্থক্যের সমানুপাতিক।” যদি কোনো তরল পদার্থকে তার পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে বেশি তাপমাত্রায় রাখা হয় তাহলে উষ্ণ তরল পদার্থ কর্তৃক বর্জিত তাপের হার নির্ভর করে-

১. তরল পদার্থের তাপমাত্রার উপর, ২. পারিপার্শ্বিকের তাপমাত্রার উপর, ৩. তরল পদার্থের মুক্ততলের ক্ষেত্রফলের উপর, ৪. তরল পদার্থ যে পাত্রে রাখা হয় সেই পাত্রের উপাদানের উপর এবং ৫. পাত্রের দেয়ালের ক্ষেত্রফলের উপর।

যদি দুটি ভিন্ন তরলের ক্ষেত্রে উপরিউক্ত শর্তগুলো অভিন্ন হয় তাহলে তাদের তাপ বর্জনের হার একই হবে। তাপ বর্জনের হার তরল পদার্থ দুটির প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।

m_1 ভরের ও s_1 আপেক্ষিক তাপের ক্যালরিমিটারে রাখা s আপেক্ষিক তাপের M তরলের তাপমাত্রা θ_1 থেকে θ_2 -তে নেমে আসতে যদি t_1 সময় লাগে তাহলে তরল পদার্থ ও ক্যালরিমিটার কর্তৃক তাপ হারানোর হার

$$\frac{(Ms + m_1s_1)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1}$$

একই ক্যালরিমিটারে তরল পদার্থের সমআয়তনের m_2 ভরের এবং s_2 আপেক্ষিক তাপের পানির তাপমাত্রা একই পরিমাণ অর্থাৎ θ_1 থেকে θ_2 -তে নেমে আসতে যদি t_2 সময় লাগে তাহলে পানি ও ক্যালরিমিটার কর্তৃক তাপ হারানোর হার,

$$\frac{(m_2s_2 + m_1s_1)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2}$$

শীতলীকরণ অথবা একই রূপ থাকায় তাপ বর্জনের এই দুই হার সমান।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{(Ms + m_1s_1)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1} = \frac{(m_2s_2 + m_1s_1)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2}$$

$$\therefore s = \frac{1}{M} \left((m_1s_1 + m_2s_2) \frac{t_1}{t_2} - m_1s_1 \right) \dots \dots (1)$$

যন্ত্রপাতি বং অন্যান্য দ্রব্যাদি

ক্যালরিমিটার, থার্মোমিটার, পানি, তরল, নিক্তি, ষ্টপওয়াচ, দুই দেয়াল বিশিষ্ট আবেষ্টনী পাত্র ইত্যাদি।

কাজের ধারা

১. আলোড়কসহ একটি ক্যালরিমিটার ভালোভাবে পরিষ্কার করে নিক্তির সাহায্যে ভর নির্ণয় করে আবেষ্টনীর মধ্যে নির্দিষ্ট জায়গায় রাখা হলো।

২. ক্যালরিমিটারের নিচ থেকে প্রায় দুই-তৃতীয়াংশ উপরে একটি দাগকাটা হলো।

৩. একটি বিকারে কিছু পরিমাণ পানি নিয়ে প্রায় 70°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হলো। এবার এই পানি ক্যালরিমিটারের মধ্যে ঢেলে নির্দিষ্ট দাগ পর্যন্ত পূর্ণ করা হলো। এখন ক্যালরিমিটারটিকে আবেষ্টনীর মধ্যে বসিয়ে ঢাকনা দিয়ে ঢেকে ঢাকনার ছিদ্রের মধ্য দিয়ে আলোড়ক ও থার্মোমিটার প্রবেশ করিয়ে দেয়া হলো। আবেষ্টনীর দুই দেওয়ালের মধ্যবর্তী স্থানে কিছু ঠাণ্ডা পানি ঢেলে দেওয়া হলো।

৪. আলোড়ক দিয়ে পানি ধীরে ধীরে নাড়া হয় এবং তাপমাত্রা 65°C হলে ষ্টপওয়াচ চালিয়ে দেওয়া হয় এবং প্রতি এক মিনিট পর পর পানির তাপমাত্রার পাঠ নেওয়া হয়। পানির তাপমাত্রা যখন কক্ষ তাপমাত্রার চেয়ে 5° -এর বেশি দেখা যাবে তখন পাঠ নেওয়া বন্ধ করে দিতে হবে। এবার ক্যালরিমিটারটিকে আবেষ্টনীর বাইরে এনে অপরিবাহী বস্তুর উপর রেখে ঠাণ্ডা হতে দেওয়া হয়। পানির তাপমাত্রা কক্ষতাপমাত্রার সমান হলে ঢাকনা ও থার্মোমিটার সরিয়ে আলোড়ক ও পানিসহ ক্যালরিমিটারের ভর নির্ণয় করা হয়। এ ভর থেকে প্রথম ভর বাদ দিয়ে পানির ভর m_2 নির্ণয় করা হয়।

৫. এখন ক্যালরিমিটার থেকে পানি বের করে মুছে শুকিয়ে নেওয়া হয়। এরপর ইতোমধ্যে একটি বিকারে পরীক্ষাধীন তরল পদার্থ নিয়ে প্রায় 70°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হয়। উত্তপ্ত তরল পদার্থ দ্বারা ক্যালরিমিটারের দাগ পর্যন্ত পূর্ণ করে ক্যালরিমিটারটিকে আবেষ্টনীর মধ্যে বসিয়ে দেয়া হলো। ক্যালরিমিটারটিকে ঢাকনা দিয়ে ঢেকে ঢাকনার ছিদ্রের মধ্য দিয়ে আলোড়ক ও থার্মোমিটার প্রবেশ করিয়ে দেওয়া হলো। আবেষ্টনীর দু দেয়ালের মধ্যবর্তী স্থানে কিছু ঠাণ্ডা পানি ঢেলে ৪নং কাজের ধারায় বর্ণিত প্রক্রিয়ায় তাপমাত্রা ও তরলের ভর M নির্ণয় করে প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ হুকে বসানো হলো।

৬. লেখ কাগজে X -অক্ষের দিকে সময় এবং Y -অক্ষের দিকে তাপমাত্রা বসিয়ে পানি ও তরলের জন্য দুটি লেখচিত্র অঙ্কন করা হলো (চিত্র : ১০.১৩)। লেখচিত্র থেকে তরল ও পানির তাপমাত্রা $\theta_1^{\circ}\text{C}$ থেকে $\theta_2^{\circ}\text{C}$ -এ নামতে কী পরিমাণ সময় লাগল তা নির্ণয়ের জন্য θ_1 ও θ_2 দিয়ে X -অক্ষের সমান্তরাল দুটি রেখা টানা হলো।

৭. লেখচিত্র থেকে t_1 ও t_2 এর মান জেনে (১) নং সমীকরণের সাহায্যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করা হলো।

পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন

১. আলোড়কসহ ক্যালরিমিটারের ভর,

$$m_1 = \dots \text{ kg}$$

২. ক্যালরিমিটারের উপাদানের আপেক্ষিক তাপ,

$$s_1 = \dots \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

৩. আলোড়কসহ ক্যালরিমিটার ও পানির ভর,

$$m'_2 = \dots \text{ kg}$$

৪. পানির ভর, $m_2 = m'_2 - m_1 = \dots \text{ kg}$

৫. আলোড়কসহ ক্যালরিমিটার ও তরলের ভর,

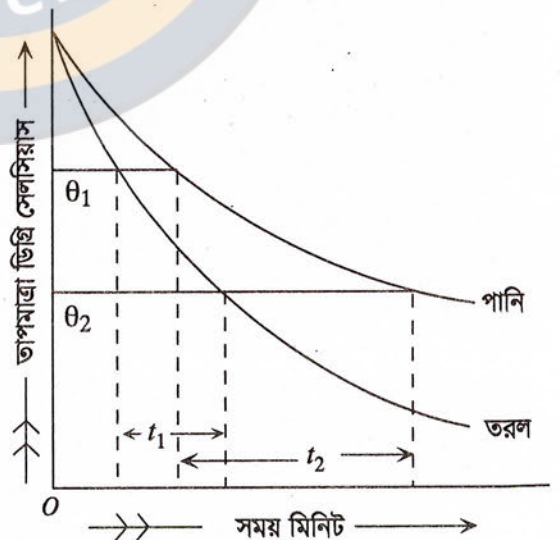
$$M' = \dots \text{ kg}$$

৬. তরলের ভর, $M = M' - m_1 = \dots \text{ kg}$

৭. পানির আপেক্ষিক তাপ,

$$s_2 = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

৮. তরলের আপেক্ষিক তাপ $= s = \dots ?$



চিত্র : ১০.১৩

সময়-তাপমাত্রা ছক

সময় মিনিটে	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
পানির তাপমাত্রা °C										
তরলের তাপমাত্রা °C										

শীতলীকরণ লেখ (Cooling Graphs)

তরলের তাপমাত্রা $\theta_1^\circ\text{C}$ (.....) থেকে $\theta_2^\circ\text{C}$ (.....)-এ নামতে

প্রয়োজনীয় সময় (লেখ থেকে), $t_1 = \dots\dots\dots$ মিনিট।

পানির তাপমাত্রা $\theta_1^\circ\text{C}$ (.....) থেকে $\theta_2^\circ\text{C}$ (.....)-এ নামতে

প্রয়োজনীয় সময় (লেখ থেকে), $t_2 = \dots\dots\dots$ মিনিট।

হিসাব

$$s = \frac{1}{M} [(m_1 s_1 + m_2 s_2) \frac{t_1}{t_2} - m_1 s_1]$$

ফলাফল

প্রদত্ত তরলের আপেক্ষিক তাপ, $s = \dots\dots\dots \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$

সতর্কতা

১. পানি ও তরলের আয়তন সমান নেওয়া হয়।
২. বাষ্পীভবনের ফলে পানি ও তরলের ভর যাতে কমে না যায়, সেজন্য এদেরকে স্ফুটনাঙ্কের বেশ কিছু নিচের তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করতে হবে।
৩. পানি ও তরল ক্যালরিমিটারের পরিবর্তে বিকারে রেখে উত্তপ্ত করা হয়।
৪. ক্যালরিমিটারের বাইরের তাপমাত্রার সমতা বজায় রাখার জন্য আবেষ্টনীর দুই দেয়ালের মধ্যবর্তী অংশে পানি দ্বারা পূর্ণ করা হয়।
৫. ক্যালরিমিটার সুপরিবাহক ধাতুর তৈরি হওয়া এবং ক্যালরিমিটারের দেয়াল পাতলা হওয়া উচিত।
৬. থার্মোমিটারে তাপমাত্রার মান সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করা হয়।

সার-সংক্ষেপ

আদর্শ গ্যাস : যে সকল গ্যাস বয়েল এবং চার্লসের সূত্র যুগ্মভাবে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

বয়েলের সূত্র : কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা স্থির থাকলে তার আয়তন চাপের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

চার্লসের সূত্র : স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার আয়তনের $\frac{1}{273}$ অংশ যথাক্রমে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

চাপীয় সূত্র : স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার চাপের $\frac{1}{273}$ অংশ যথাক্রমে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগ বা আয়তন প্রসারক, γ_p : স্থির চাপে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস বৃদ্ধি করলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক আয়তনে আয়তনের যে প্রসারণ হয় তাকে স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারক বলে।

স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারণ সহগ বা চাপ প্রসারাক্ষ, γ : স্থির আয়তনে 0°C তাপমাত্রার নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস বৃদ্ধি করলে ঐ গ্যাসের প্রতি একক চাপে চাপের যে বৃদ্ধি ঘটে তাকে স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারাক্ষ বলে।

প্রমাণ তাপমাত্রা : যে তাপমাত্রায় প্রমাণ চাপে অর্থাৎ 760 mm পারদ চাপে বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় বা পানি জমে বরফে পরিণত হয় সেই তাপমাত্রাকে প্রমাণ তাপমাত্রা বলে।

প্রমাণ চাপ : সমুদ্রপৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 273.15 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে প্রমাণ চাপ বলে।

গড় বর্গ বেগ : কোনো গ্যাসের সকল অণুর বেগের বর্গের গড়কে গড় বর্গ বেগ বলে।

মূল গড় বর্গ বেগ : কোনো গ্যাসের সকল অণুর বেগের বর্গের গড়মানের বর্গমূলকে মূল গড় বর্গ বেগ বলে।

স্বাধীনতার মাত্রা : কোনো গতিশীল সিস্টেমের অবস্থান সম্পূর্ণরূপে বোঝাতে মোট যে সংখ্যক স্বাধীন রাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

শক্তির সমবিভাজন নীতি : তাপীয় সাম্যাবস্থায় আছে এমন গতিয় সিস্টেমের মোট শক্তি বিভিন্ন স্বাধীনতার মাত্রার ভেতর সমভাবে বন্টিত হয় এবং প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রা পিছু শক্তি পরিমাণ হয় $\frac{1}{2}kT$

পরম অর্দ্রতা : বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের ভরকে ঐ স্থানের পরম অর্দ্রতা বলে।

শিশিরাক্ষ : যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে অবস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাকে শিশিরাক্ষ বলে।

আপেক্ষিক অর্দ্রতা : কোনো তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে অবস্থিত জলীয়বাষ্পের ভর এবং ঐ একই তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয়বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক অর্দ্রতা বলে।

সমস্যা সমাধানে প্রয়োজনীয় সমীকরণসমূহ

ক্রমিক নং	সমীকরণ নং	সমীকরণ	অনুচ্ছেদ
১	10.1	$p_1 V_1 = p_2 V_2 = K$	১০.২
২	10.2	$V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$	১০.২
৩	10.4	$p = p_0 \left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$	১০.২
৪	10.6	$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \dots\dots\dots = \frac{p_n V_n}{T_n} = K$	১০.৪
৫	10.8	$pV = \frac{m}{M} RT$	১০.৪
৬	10.9	$pV = nRT$	১০.৪
৭	10.11	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \text{Constant}$	১০.৬
৮	10.15	$pV = \frac{1}{3} m N \bar{c}^2$	১০.১১
৯	10.18	$p = \frac{1}{3} m n \bar{c}^2$	১০.১১
১০	10.19	$p = \frac{1}{3} \rho \bar{c}^2$	১০.১১

১১	10.21	$E = \frac{3}{2} RT$	১০.১১
১২	10.23	$\sqrt{c^2} = \sqrt{\frac{3kT}{M}}$	১০.১১
১৩	10.24	$\overline{E} = \frac{3}{2} KT$	১০.১১
১৪	10.27	$\sqrt{c^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$	১০.১১
১৫	10.28	$\lambda = \frac{1}{n\pi\sigma^2}$	১০.১৩
১৬	10.35	$R = \frac{f}{F} \times 100\%$	১০.১৯
১৭	10.36	$\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$	১০.২০

গাণিতিক উদাহরণ

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১। একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ শুষ্ক বায়ুকে সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় সঙ্কুচিত করে আদি আয়তনের অর্ধেক করা হলো। চূড়ান্ত চাপ নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\therefore p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{pV}{\frac{V}{2}} = 2p$$

উ: চূড়ান্ত চাপ আদি চাপের দ্বিগুণ হবে।

এখানে,

$$\text{আদি আয়তন, } V_1 = V$$

$$\text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = \frac{V}{2}$$

$$\text{আদি চাপ, } p_1 = p$$

$$\text{চূড়ান্ত চাপ, } p_2 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২। ২৭°C তাপমাত্রায় এবং $5 \times 10^5 \text{ Pa}$ চাপে কোনো গ্যাসের আয়তন 100 cm^3 । ৬০°C তাপমাত্রায় ও $10 \times 10^5 \text{ Pa}$ চাপে এর আয়তন কত হবে?

আমরা জানি,

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\begin{aligned} \therefore V_2 &= \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 p_2} \\ &= \frac{5 \times 10^5 \text{ Pa} \times 100 \text{ cm}^3 \times 333 \text{ K}}{300 \text{ K} \times 10 \times 10^5 \text{ Pa}} \\ &= 55.5 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

উ: ৫৫.৫ cm^৩

এখানে,

$$\text{প্রাথমিক চাপ, } p_1 = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{চূড়ান্ত চাপ, } p_2 = 10 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{প্রাথমিক আয়তন, } V_1 = 100 \text{ cm}^3$$

$$\text{প্রাথমিক তাপমাত্রা, } T_1 = 27^\circ \text{C} = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$\text{চূড়ান্ত তাপমাত্রা, } T_2 = 60^\circ \text{C} = 60 + 273 = 333 \text{ K}$$

$$\text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৩। ১৮ g হিলিয়াম গ্যাসপূর্ণ একটি বেলুনের আয়তন 0.10 m^3 । বেলুনের ভেতরে গ্যাসের চাপ $1.2 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$ । বেলুনের মধ্যবর্তী গ্যাসের তাপমাত্রা কত ?

আমরা জানি,

$$pV = nRT$$

$$\therefore T = \frac{pV}{nR}$$

$$= \frac{1.2 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} \times 0.10 \text{ m}^3}{4.5 \text{ mol} \times 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}}$$

$$= 320.9 \text{ K}$$

উ: ৩২০.৯ K.

এখানে,

হিলিয়ামের আণবিক ভর, $M = 4 \text{ g mol}^{-1}$

বেলুনের মধ্যে হিলিয়াম গ্যাসের ভর, $m = 18 \text{ g}$

বেলুনের মধ্যে হিলিয়ামের মোলসংখ্যা,

$$n = \frac{m}{M} = \frac{18 \text{ g}}{4 \text{ g mol}^{-1}} = 4.5 \text{ mol}$$

গ্যাসের চাপ, $p = 1.2 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

গ্যাসের আয়তন, $V = 0.10 \text{ m}^3$

সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

গ্যাসের তাপমাত্রা, $T = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৪। 100°C তাপমাত্রায় ২০ g অক্সিজেন একটি ২০ cm দৈর্ঘ্যের ঘনককে পূর্ণ করে। এক মোল অক্সিজেনের ভর ৩২ g। ঘনকের অভ্যন্তরে অক্সিজেনের চাপ কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$pV = nRT$$

$$\therefore p = \frac{nRT}{V}$$

$$= \frac{0.625 \text{ mol} \times 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 373 \text{ K}}{(0.2 \text{ m})^3}$$

$$= 242.158 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$= 242.16 \text{ kPa}$$

উ: ২৪২.১৬ kPa

এখানে,

অক্সিজেনের ভর, $m = 20 \text{ g}$

অক্সিজেনের আণবিক ভর, $M = 32 \text{ g mol}^{-1}$

$$\therefore \text{অক্সিজেনের মোলসংখ্যা, } n = \frac{20 \text{ g}}{32 \text{ g mol}^{-1}}$$

$$= 0.625 \text{ mol}$$

সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

অক্সিজেনের আয়তন, $V = (20 \text{ cm})^3 = (0.2 \text{ m})^3$

তাপমাত্রা, $T = (100 + 273) \text{ K} = 373 \text{ K}$

চাপ, $p = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৫। যদি $R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ হয় তবে ৭২ cm পারদস্তম্ভ চাপে এবং 27°C তাপমাত্রায় ২০ g অক্সিজেনের আয়তন নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০১২; য. বো. ২০০০; চ. বো. ২০১১; সি. বো. ২০১২]

আমরা জানি,

$$pV = nRT$$

$$\therefore V = \frac{nRT}{p}$$

$$= \frac{0.625 \times 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 300 \text{ K}}{0.72 \text{ m} \times 13596 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}}$$

$$= 16.24 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

উ: $16.24 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

এখানে,

তাপমাত্রা, $T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$

সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

অক্সিজেনের ভর, $m = 20 \text{ g}$

অক্সিজেনের আণবিক ভর, $M = 32 \text{ g mol}^{-1}$

$$\text{অক্সিজেনের মোল সংখ্যা, } n = \frac{20 \text{ g}}{32 \text{ g mol}^{-1}}$$

$$= 0.625 \text{ mol}$$

চাপ, $p = 72 \text{ cm}$ পারদস্তম্ভ চাপ

$$= 0.72 \text{ m} \times 13596 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

আয়তন, $V = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৬। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদ আয়তনে পাঁচগুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} হলে হ্রদের গভীরতা কত? [য. বি. প্র. বি. ২০০৫-২০০৬; চ. বো. ২০১৫; ব. বো. ২০০২; সি. বো. ২০১০]

ধরা যাক,

হ্রদের তলদেশে চাপ p_1

হ্রদের পৃষ্ঠদেশে চাপ, $p_2 = \text{বায়ুমণ্ডলের চাপ} = 10^5 \text{ N m}^{-2}$

$\therefore p_1 = \text{বায়ুমণ্ডলের চাপ} + h \text{ গভীরতায় পানির চাপ}$

$$= p_2 + h\rho g$$

এখন আমরা জানি, $p_1 V_1 = p_2 V_2$

বা, $(p_2 + h\rho g) V = p_2 \times 5 V$

$$\therefore h\rho g = 4p_2$$

$$\therefore h = \frac{4p_2}{\rho g} = \frac{4 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}}{10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 40.82 \text{ m}$$

উ: 40.82 m.

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৭। S.T.P. -তে হাইড্রোজেন অণুগুলোর মূল গড় বর্গ বেগ নির্ণয় কর। S.T.P.-তে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0.09 kg m^{-3} ।

আমরা জানি,

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{c}^2 \text{ বা, } \bar{c}^2 = \frac{3p}{\rho}$$

$$\sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}}{0.09 \text{ kg m}^{-3}}}$$

$$= 1837.57 \text{ m s}^{-1} = 1.84 \text{ km s}^{-1}$$

উ: 1.84 km s^{-1}

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৮। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব 1.25 kg m^{-3} হলে 100°C তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০০২; য. বো. ২০০৭; সি. বো. ২০০৮]

100°C তাপমাত্রায়

ঘনত্ব ρ_2 হলে

$$\sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3p}{\rho_2}}$$

কিন্তু $\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2$

$$\therefore \rho_2 = \frac{\rho_1 T_1}{T_2}$$

$$\text{সুতরাং } \sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3p T_2}{\rho_1 T_1}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} \times 373 \text{ K}}{1.25 \text{ kg m}^{-3} \times 273 \text{ K}}} = 576.35 \text{ m s}^{-1}$$

উ: 576.35 m s^{-1}

এখানে,

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, $V_1 = V$

হ্রদের পৃষ্ঠে বুদবুদের আয়তন, $V_2 = 5 V$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

এখানে,

STP-তে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব, $\rho = 0.09 \text{ kg m}^{-3}$

STP-তে চাপ, $p = 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

মূল গড় বর্গ বেগ, $\sqrt{\bar{c}^2} = ?$

এখানে,

STP তে চাপ, $p = 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

STP তে তাপমাত্রা, $T_1 = 273 \text{ K}$

STP তে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব, $\rho_1 = 1.25 \text{ kg m}^{-3}$

পরবর্তী তাপমাত্রা, $T_2 = 100^\circ \text{C} = 273 + 100 = 373 \text{ K}$

গড় বর্গবেগের বর্গমূল, $\sqrt{\bar{c}^2} = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৯। 29°C তাপমাত্রায় 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি নির্ণয় কর।
নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28 g। [কু. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\text{প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি, } E = \frac{3}{2} RT$$

$$\therefore n \text{ মোল গ্যাসের গতিশক্তি, } E = \frac{3}{2} nRT$$

$$\text{বা, } E = \frac{3 \times 0.107 \text{ mol} \times 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 302 \text{ K}}{2}$$

$$= 402.79 \text{ J}$$

উ: 402.79 J

এখানে,

$$\text{তাপমাত্রা, } T = 29^{\circ}\text{C} = 273 + 29 = 302 \text{ K}$$

$$\text{সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, } R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{নাইট্রোজেন গ্যাসের ভর, } m = 3 \text{ g}$$

$$\text{নাইট্রোজেনের আণবিক ভর, } M = 28 \text{ g mol}^{-1}$$

$$\text{নাইট্রোজেনের মোলসংখ্যা, } n = \frac{3 \text{ g}}{28 \text{ g mol}^{-1}} = 0.107 \text{ mol}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১০। স্থির চাপে কত তাপমাত্রায় কোনো গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার গড় বর্গবেগের বর্গমূলের দ্বিগুণ হবে? [চ. বো. ২০০৯]

ধরা যাক,

প্রমাণ তাপমাত্রা T_1 -এ কোনো গ্যাস অণুর মূল গড় বর্গবেগ C_1 এবং T_2 তাপমাত্রায় C_2 ।

$$\text{প্রশ্নমতে, } C_2 = 2C_1$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{3 kT_2}{m}} = 2\sqrt{\frac{3 kT_1}{m}}$$

$$\text{বা, } \sqrt{T_2} = 2\sqrt{T_1}$$

$$\text{বা, } T_2 = 4 T_1 = 4 \times 273 \text{ K} = 1092 \text{ K}$$

উ: 1092 K

এখানে,

$$\text{প্রমাণ তাপমাত্রা, } T_1 = 273 \text{ K}$$

$$\text{নির্ণেয় তাপমাত্রা, } T_2 = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১১। 15°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি কত?

$$[R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}] \text{ [সি. বো. ২০১৫]}$$

আমরা জানি,

$$E = \frac{3}{2} RT$$

$$= \frac{3 \times 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 288 \text{ K}}{2}$$

$$= 3589.92 \text{ J}$$

উ: 3589.92 J

এখানে,

$$\text{তাপমাত্রা, } T = (15 + 273) \text{ K} = 288 \text{ K}$$

$$\text{সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, } R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১২। 27°C তাপমাত্রায় দুটি হিলিয়াম পরমাণুর গতিশক্তি বের কর। [চ. বো. ২০১১]

আমরা জানি, একটি হিলিয়াম পরমাণুর গতিশক্তি,

$$E = \frac{3}{2} kT$$

\therefore দুটি হিলিয়াম পরমাণুর গতিশক্তি,

$$E = 2 \times \frac{3}{2} kT = 3 kT = 3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \times 300 \text{ K}$$

$$= 1.24 \times 10^{-20} \text{ J}$$

উ: $1.24 \times 10^{-20} \text{ J}$

এখানে,

$$\text{তাপমাত্রা, } T = 27^{\circ}\text{C} = (273 + 27) \text{ K} = 300 \text{ K}$$

$$\text{বোলজম্যান ধ্রুবক, } k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\text{দুটি হিলিয়াম পরমাণুর গতিশক্তি, } E = ?$$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১৩। একটি পাত্রে 27°C তাপমাত্রায় হিলিয়াম গ্যাস আছে। হিলিয়াম অণুর গড় গতি শক্তি এবং মূল গড় বর্গ বেগ নির্ণয় কর। হিলিয়াম অণুর ভর $6.68 \times 10^{-27}\text{ kg}$ । [চ. বো. ২০০৭]

আমরা জানি,

হিলিয়াম অণুর গড় গতিশক্তি,

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \frac{3}{2} kT \\ &= \frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \times 300 \text{ K}}{2} \\ &= 6.21 \times 10^{-21} \text{ J}\end{aligned}$$

মূল গড় বর্গ বেগ, $\sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3 kT}{m}}$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \times 300 \text{ K}}{6.68 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \\ &= 1.36 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}\end{aligned}$$

উ: $6.21 \times 10^{-21} \text{ J}$; $1.36 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১৪। একটি গ্যাসের অণুর ব্যাসার্ধ $3.9 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 2.69×10^{19} হলে অণুর গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০০৯; ব. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{1}{\sqrt{2} n \pi \sigma^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2} \times 2.69 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \times \pi \times (7.8 \times 10^{-8} \text{ cm})^2} \\ &= 1.38 \times 10^{-6} \text{ cm} = 1.38 \times 10^{-8} \text{ m}\end{aligned}$$

উ: $1.38 \times 10^{-8} \text{ m}$

এখানে,

তাপমাত্রা, $T = 27^\circ\text{C} = 273 + 27 = 300 \text{ K}$

বোলজম্যান ধ্রুবক, $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

হিলিয়াম অণুর ভর, $m = 6.68 \times 10^{-27} \text{ kg}$

হিলিয়াম অণুর গড় গতিশক্তি, $E = ?$

হিলিয়াম অণুর মূল গড় বর্গ বেগ, $\sqrt{\bar{c}^2} = ?$

এখানে

অণুর ব্যাস, $\sigma = 2 \times 3.9 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$= 7.8 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

একক আয়তনে অণুর সংখ্যা,

$$n = 2.69 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

গড় মুক্ত পথ, $\lambda = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১৫। কোনো সময় বায়ুর শিশিরাক্ষ 12°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা ৪০%। বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ কত? [12°C -এ সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ = ১০.৫২ mm পারদ চাপ]

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = 40\% = \frac{80}{100}$$

বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ, $F = ?$

$$\text{আমরা জানি, } R = \frac{f}{F}$$

$$\therefore F = \frac{f}{R} = \frac{10.52 \text{ mm Hg P} \times 100}{80} = 13.15 \text{ mm Hg P}$$

উ: ১৩.১৫ mm Hg P

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১৬। নির্দিষ্ট কোনো দিনে শিশিরাক্ষ 10.5°C এবং বায়ুর উষ্ণতা, 19.4°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 10°C, 11°C, 19°C এবং 20°C উষ্ণতায় সর্বাধিক বায়ুচাপ যথাক্রমে 9.2, 9.9, 16.5 এবং 17.7 mm পারদ।

$$(11-10) = 1^\circ\text{C} \text{ -এর জন্য সর্বাধিক বায়ুচাপের বৃদ্ধি} = (9.9 - 9.2) = 0.7 \text{ mm Hg P}$$

$$\therefore (10.5 - 10) = 0.5^\circ\text{C} \text{ এর জন্য সর্বাধিক বায়ুচাপের বৃদ্ধি} = 0.7 \times 0.5 = 0.35 \text{ mm Hg P}$$

$$\therefore \text{শিশিরাক্ষে অর্থাৎ } 10.5^\circ\text{C} \text{ তাপমাত্রায় সর্বাধিক বায়ুচাপ, } f = 9.2 + 0.35 = 9.55 \text{ mm Hg P}$$

$$\text{আবার } (20 - 19) = 1^\circ\text{C} \text{ -এর জন্য সর্বাধিক বায়ুচাপের বৃদ্ধি} = (17.7 - 16.5) = 1.2 \text{ mm Hg P}$$

$$(19.4 - 19) = 0.4^\circ\text{C} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} = 1.2 \times 0.4 = 0.48 \text{ mm Hg P}$$

$$\therefore \text{বায়ুর তাপমাত্রায় অর্থাৎ } 19.4^\circ\text{C} \text{ তাপমাত্রায় সর্বাধিক বায়ু চাপ,}$$

$$F = 16.5 \text{ mm Hg P} + 0.48 \text{ mm Hg P} = 16.98 \text{ mm Hg P}$$

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{9.55 \text{ mm Hg P}}{16.98 \text{ mm Hg P}} \times 100\% = 56.24\%$$

উ: 56.24%

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাবলি]

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১৭। চট্টগ্রাম আবহাওয়া অফিসে শুষ্ক ও সিক্ত বাত্মের পাঠ যথাক্রমে 30°C এবং 28°C পাওয়া গেল। 30°C-এ গ্লেইসারের উৎপাদক 1.65। 26°C, 28°C এবং 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 25, 25 $\times 10^{-3}$ m, 28.45 $\times 10^{-3}$ m এবং 31.85 $\times 10^{-3}$ m পারদ চাপ। ঐ দিন রাজশাহীর আর্দ্রতা ছিল 60%।

(ক) ঐ দিন চট্টগ্রামের শিশিরাক্ষ নির্ণয় কর।

(খ) চট্টগ্রাম ও রাজশাহীর মধ্যে কোথায় কোথায় ভেজা কাপড় দ্রুত শুকাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) \\ &= 30^\circ\text{C} - 1.65(30^\circ\text{C} - 28^\circ\text{C}) \\ &= 26.7^\circ\text{C} \end{aligned}$$

(খ) আমরা জানি,

$$R_C = \frac{f_{26.7}}{f_{30}} \times 100\%$$

$$\begin{aligned} \text{কিন্তু } f_{26.7} &= f_{26} + \left(\frac{f_{28} - f_{26}}{2^\circ\text{C}} \right) \times 0.7^\circ\text{C} \\ &= 25.25 \times 10^{-3} \text{ m Hg} + \\ &\quad \left(\frac{28.45 \times 10^{-3} \text{ m Hg} - 25.25 \text{ m Hg}}{2^\circ\text{C}} \right) \times 0.7^\circ\text{C} \\ &= 0.02637 \text{ m Hg} = 26.37 \text{ m Hg} \end{aligned}$$

$$\therefore R_C = \frac{26.37 \times 10^{-3} \text{ m Hg}}{31.85 \times 10^{-3} \text{ m Hg}} \times 100\% = 82.79\%$$

এখানে,

চট্টগ্রামে,

শুষ্ক থার্মোমিটারের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 30^\circ\text{C}$

আর্দ্র থার্মোমিটারের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 28^\circ\text{C}$

30°C-এ গ্লেইসারের উৎপাদক, $G_{30} = 1.65$

শিশিরাক্ষ, $\theta = ?$

26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের

চাপ, $f_{26} = 25.25 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

28°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের

চাপ, $f_{28} = 28.45 \times 10^{-3} \text{ m}$

30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের

চাপ, $f_{30} = 31.85 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

চট্টগ্রামে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_C = ?$

রাজশাহীতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_R = 60\%$

এখানে, $R_C > R_R$, অর্থাৎ রাজশাহী চেয়ে চট্টগ্রামের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি। সুতরাং চট্টগ্রামের তুলনায় রাজশাহীতে ভেজা কাপড় দ্রুত শুকাবে।

উ: (ক) 26.7%; (খ) চট্টগ্রামের তুলনায় রাজশাহীতে ভেজা কাপড় দ্রুত শুকাবে।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১৮। বায়ুপূর্ণ একটি বেলুনকে একটি হ্রদের 40.81 m গভীরতায় নিয়ে যাওয়ায় সেটি 1 লিটার আয়তন ধারণ করল। হ্রদের তলদেশে বেলুনে আরো 1 লিটার বায়ু প্রবেশ করিয়ে ছেড়ে দেয়া হলো। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} , পানির ঘনত্ব 10^3 kg m^{-3} এবং $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ।

(ক) নিমজ্জনের পূর্বে উদ্দীপকের বেলুনের আয়তন কত ছিল ?

(খ) বেলুনের সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 9 লিটার। পানির উপরিতলে বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে কী ?

[ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\text{বা, } V_1 = \frac{(p_1 + h\rho g)V_2}{p_1}$$

$$= \frac{(10^5 \text{ N m}^{-2} + 40.81 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}) \times 1 \text{ L}}{10^5 \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 5 \text{ L}$$

এখানে,

$$\text{হ্রদের পৃষ্ঠচাপ, } p_1 = 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

$$\text{হ্রদের গভীরে চাপ, } p_2 = p_1 + h\rho g$$

$$\text{হ্রদের গভীরতা, } h = 40.81 \text{ m}$$

$$\text{হ্রদের গভীরে বেলুনের আয়তন, } V_2 = 1 \text{ L}$$

$$\text{পানির ঘনত্ব, } \rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{হ্রদের পৃষ্ঠে বেলুনের আয়তন, } V_1 = ?$$

$$(খ) p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\text{বা, } V_1 = \frac{(10^5 + 40.81 \text{ m} \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}) \times 2 \text{ L}}{10^5 \text{ N m}^{-2}}$$

$$= 10 \text{ L}$$

এখানে,

$$\text{হ্রদের পৃষ্ঠচাপ, } p_1 = 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

$$\text{হ্রদের গভীরে চাপ, } p_2 = (p_1 + h\rho g)$$

$$\text{হ্রদের গভীরে আয়তন, } V_2 = 2 \text{ L}$$

$$\text{হ্রদের পৃষ্ঠের আয়তন, } V_1 = ?$$

∴ বেলুনের সর্বোচ্চ সম্প্রসারণ ক্ষমতা 9 লিটার কিন্তু পানির উপরিতলে চাপ কমে যাওয়ায় আয়তন হয় 10 লিটার। সুতরাং বেলুনটি অক্ষত থাকবে না।

উ: (ক) 5 লিটার ; (খ) অক্ষত থাকবে না।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.১৯। আবার পদার্থবিজ্ঞান গবেষণাগারে $5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ আয়তনের 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসকে 0.64 m পারদ চাপ ও 39°C তাপমাত্রা থেকে প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় রূপান্তর করলো। এতে গ্যাসে আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ের পরিবর্তন হলো। নেহাল বললো, গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই হ্রাস পেয়েছে। নাইট্রোজেনের আণবিক ভর 28 g এবং $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ।

(ক) প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় কর।

(খ) নেহালের বক্তব্য কী সঠিক ছিল ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি, $pV = nRT$

$$\therefore \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2}$$

$$\text{বা, } V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1}$$

এখানে,

$$\text{আদি আয়তন, } V_1 = 5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{আদি চাপ, } p_1 = 0.64 \text{ m Hg P}$$

$$\text{আদি তাপমাত্রা, } T_1 = 39^\circ\text{C} = 39 + 273 = 312 \text{ K}$$

$$= \frac{0.64 \text{ m HgP} \times 5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times 273 \text{ K}}{0.76 \text{ m HgP} \times 312 \text{ K}}$$

$$= 4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

(খ) আমরা জানি, $E = \frac{3}{2} nRT$

$$E_1 = \frac{3}{2} nRT_1 = \frac{3}{2} \times 0.107 \text{ mol} \times 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 312 \text{ K}$$

$$= 416.13 \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{3}{2} nRT_2 = \frac{3}{2} \times 0.107 \text{ mol} \times 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 273 \text{ K}$$

$$= 364.6 \text{ J}$$

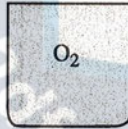
গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় যে, আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই হ্রাস পায়।

সুতরাং নেহালের বক্তব্য সঠিক ছিল।

উ: (ক) $4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$; (খ) নেহালের বক্তব্য সঠিক ছিল।

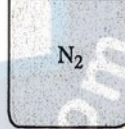
গাণিতিক উদাহরণ ১০.২০। 2 cm^3 আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A পাত্রে O_2 ও B পাত্রে N_2 নিয়ে নিচের চিত্রে প্রদর্শিত চাপ পাওয়া গেল।

$$p = 3 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$$



পাত্র A

$$p = 3.66 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$$



পাত্র B

(ক) A পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি কত?

(খ) পাত্র A ও পাত্র B এর মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

[রা. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$\text{গতিশক্তি, } E = \frac{3}{2} nRT$$

$$\text{আবার, } pV = nRT$$

$$\therefore nRT = pV$$

$$\therefore E = \frac{3}{2} pV$$

$$E_1 = \frac{3}{2} \times 3 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} \times 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.9 \text{ J}$$

$$(খ) E_2 = \frac{3}{2} \times 3.66 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} \times 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$= 1.098 \text{ J}$$

$$\text{আবার } E_1 = \frac{3}{2} kT_1 \text{ এবং } E_2 = \frac{3}{2} kT_2$$

চূড়ান্ত চাপ, $p_2 = 0.76 \text{ m HgP}$

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 273 \text{ K}$

চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = ?$

এখানে,

নাইট্রোজেনের মোল সংখ্যা,

$$n = \frac{38 \text{ g}}{28 \text{ g mol}^{-1}} = 0.107 \text{ mol}$$

সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 312 \text{ K}$

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 273 \text{ K}$

আদি গতিশক্তি, $E_1 = ?$

চূড়ান্ত গতিশক্তি, $E_2 = ?$

এখানে,

অক্সিজেনের চাপ, $p_1 = 3 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

অক্সিজেনের আয়তন, $V_1 = 2 \text{ cm}^3 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

অক্সিজেনের গতিশক্তি, $E_1 = ?$

এখানে,

নাইট্রোজেনের চাপ, $p_2 = 3.66 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

নাইট্রোজেনের আয়তন, $V_2 = 2 \text{ cm}^3 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

নাইট্রোজেনের গতিশক্তি, $E_2 = ?$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{T_1}{T_2} \therefore T_2 = \frac{E_2}{E_1} \times T_1 = \frac{1.098 \text{ J}}{0.9 \text{ J}} \times T_1 = 1.22 T_1$$

$\therefore B$ পাত্রের তাপমাত্রা A পাত্রের তাপমাত্রার ১.২২ গুণ বেশি। সুতরাং B পাত্রটি বেশি উত্তপ্ত হবে।

উ: (ক) ০.৯ J (খ) B পাত্রটি বেশি উত্তপ্ত হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২১। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো অক্সিজেন গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 11.2 km s^{-1} । ঘনত্বের পরিবর্তন না করে গ্যাসকে এমনভাবে ঠাণ্ডা করা হলো যেন এর চাপ অর্ধেক হয়।

(ক) ঠাণ্ডা করার পরে অক্সিজেন গ্যাস অণুর শেষ গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান কত ?

(খ) নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 27°C তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মানের সমান হতে হলে, তাপমাত্রার ধারণা থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [কু. বো. ২০১৫]

(ক) আমরা জানি,

$$C_1 = \sqrt{\frac{3 p_1}{\rho_1}} \text{ এবং } C_2 = \sqrt{\frac{3 p_2}{\rho_2}}$$

$$\therefore \rho_1 = \rho_2$$

$$\therefore \frac{C_2}{C_1} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = \sqrt{\frac{p}{2 \times p}}$$

$$\therefore C_2 = \frac{C_1}{\sqrt{2}} = \frac{11.2 \text{ km s}^{-1}}{\sqrt{2}} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$$

(খ) আমরা জানি,

$$\therefore C_1 = \sqrt{\frac{3 k T_1}{m_1}} \text{ এবং } C_2 = \sqrt{\frac{3 k T_2}{m_2}}$$

$$C_1 = C_2 \text{ হলে } \sqrt{\frac{3 k T_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{3 k T_2}{m_2}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_1}{m_1} = \frac{T_2}{m_2}$$

$$\therefore T_2 = \frac{m_2}{m_1} \times T_1$$

$$= \frac{28 \text{ g mol}^{-1}}{32 \text{ g mol}^{-1}} \times 300 \text{ K}$$

$$= 262.5 \text{ K} = -10.5^\circ\text{C}$$

উ: (ক) 7.92 km s^{-1} (খ) -10.5°C

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২২। একদিন হাইগ্রোমিটারের পাঠ নিতে গিয়ে দেখা গেল শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C ও 12.8°C । 20°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক ১.৭৯। 7°C , 8°C ও 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8.1 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $17.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ চাপ।

(ক) ঐ দিনের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর।

এখানে,

অক্সিজেনের গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান, $C = 11.2 \text{ km s}^{-1}$

ঠাণ্ডা করার পূর্বে অক্সিজেনের চাপ, $p_1 = p$

ঠাণ্ডা করার পরে অক্সিজেনের চাপ, $p_2 = \frac{p}{2}$

ঠাণ্ডা করার পরে অক্সিজেনের গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান, $C_2 = ?$

এখানে,

অক্সিজেনের অণুর মূল গড় বর্গবেগ, C_1

নাইট্রোজেনের অণুর মূল গড় বর্গবেগ, C_2

অক্সিজেনের তাপমাত্রা, $T_1 = 27^\circ\text{C} = 27 + 273 = 300 \text{ K}$

অক্সিজেনের আণবিক ভর, $m_1 = 32 \text{ g mol}^{-1}$

নাইট্রোজেনের আণবিক ভর, $m_2 = 28 \text{ g mol}^{-1}$

নাইট্রোজেনের তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

(খ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় পূর্বক আবহাওয়ার পূর্বাভাস বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$
 $= 20^\circ\text{C} - 1.79(20^\circ\text{C} - 12.8^\circ\text{C})$
 $= 7.112^\circ\text{C}$

এখানে,
 শুষ্ক বাত্মের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$
 সিক্ত বাত্মের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 12.8^\circ\text{C}$
 গ্লেইসারের উৎপাদক, $G = 1.79$
 শিশিরাক্ষ, $\theta = ?$

(খ) $(8 - 7) = 1^\circ\text{C}$ তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্যে জলীয়বাষ্প চাপের পরিবর্তন $= (8.1 \times 10^{-3} - 7.5 \times 10^{-3})$
 $= 0.6 \times 10^{-3} \text{ m পারদ চাপ}$

$\therefore (7.112 - 7) = 0.112^\circ\text{C}$ তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্যে জলীয় বাষ্প চাপের পরিবর্তন $= 0.6 \times 10^{-3} \times 0.112$
 $= 0.0672 \times 10^{-3} \text{ m পারদ চাপ}$

\therefore শিশিরাক্ষে অর্থাৎ 7.122°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ, $f = 7.5 \times 10^{-3} + 0.0672 \times 10^{-3}$
 $= 7.567 \times 10^{-3} \text{ m পারদ চাপ}$

সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{7.567 \times 10^{-3} \text{ m Hg P}}{17.4 \times 10^{-3} \text{ m Hg P}} \times 100\%$
 $= 43.5\%$

\therefore আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% এর চেয়ে কম। সুতরাং আবহাওয়া মোটামুটি শুষ্ক থাকবে।

উ: (ক) 7.112°C ; (খ) শুষ্ক থাকবে।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২৩। কোনো একদিন রাজশাহীর তাপমাত্রা 35°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50%। একই সময়ে কক্সবাজারে স্থাপিত একটি হাইথ্রোমিটারের শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ 35°C এবং আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ 30°C । 35°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক এর মান 1.60। 26°C , 28°C এবং 35°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.21, 28.35 এবং 42.16 mm পারদ।

(ক) উদ্দিপক অনুসারে কক্সবাজারের শিশিরাক্ষ নির্ণয় কর।

(খ) একই তাপমাত্রা হওয়া সত্ত্বেও রাজশাহীর চেয়ে কক্সবাজারে কোনো ব্যক্তির অধিক অস্বস্তি অনুভব করার কারণ কি—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [দি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,
 $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$
 $= 35^\circ\text{C} - 1.6(35^\circ\text{C} - 30^\circ\text{C})$
 $= 27^\circ\text{C}$

কক্সবাজারে,
 শুষ্ক থার্মোমিটারের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 35^\circ\text{C}$
 আর্দ্র থার্মোমিটারের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 30^\circ$
 35°C এ গ্লেইসারের উৎপাদক, $G_{35} = 1.6$
 শিশিরাক্ষ, $\theta = ?$

(খ) আমরা জানি,

$$R_C = \frac{f}{f_{35}}$$

এখন (ক) অংশ থেকে আমরা পাই,

এখানে $f =$ শিশিরাক্ষ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ
 $= 27^\circ\text{C}$ এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ
 $= f_{27}$

$$\therefore R_C = \frac{f_{27}}{f_{35}} \times 100\%$$

এখানে, কক্সবাজারে

শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ, $\theta_1 = 35^\circ\text{C}$

আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ, $\theta_2 = 30^\circ\text{C}$

26°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_{26} = 25.21 \text{ mm HgP}$

28°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_{28} = 28.35 \text{ mm HgP}$

35°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_{35} = 42.16 \text{ mm HgP}$

আঃ আর্দ্রতা, $R_C = ?$

রাজশাহীতে আঃ আর্দ্রতা, $R_C = 50\%$

$$\begin{aligned}
 \text{কিন্তু } f_{27} &= f_{26} + \left(\frac{f_{28} - f_{26}}{2^\circ\text{C}} \right) \times 1^\circ\text{C} \\
 &= 25.21 \text{ mm HgP} + \left(\frac{28.35 \text{ mm HgP} - 25.21 \text{ mm HgP}}{2^\circ\text{C}} \right) \times 1^\circ\text{C} \\
 &= 26.78 \text{ mm HgP} \\
 \therefore R_C &= \frac{26.78 \text{ mm HgP}}{42.16 \text{ mm HgP}} \times 100\% \\
 &= 63.52\%
 \end{aligned}$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, একই তাপমাত্রায় (35°C) রাজশাহীতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% হলেও কক্সবাজারে 63.52%। কাজেই আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হওয়ার কারণে কক্সবাজারে কোনো ব্যক্তি বেশি অস্বস্তি অনুভব করবেন।

উ: (ক) 27°C (খ) কক্সবাজারে

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২৪। কোনো একটি পরীক্ষণে জাফলংয়ের আবদ্ধ বায়ুর তাপমাত্রা 19°C এবং শিশিরাক্ষ 7.4°C । শৈত্যপ্রবাহে ঐ স্থানের তাপমাত্রা কমে 15°C হলো। 7°C , 8°C এবং 19°C তাপমাত্রায় ঐ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 7.5, 8.2 এবং 16.5 mm পারদ।

জাফলংয়ের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।

[ব. বো. ২০১৬]

আমরা জানি,

$$R = \frac{f_{7.4}}{f_{19}} \times 100\%$$

$$\begin{aligned}
 \text{কিন্তু } f_{7.4} &= f_7 + \left(\frac{f_8 - f_7}{1^\circ\text{C}} \right) \times 0.4^\circ\text{C} \\
 &= 7.5 \text{ mm HgP} + \frac{(8.2 \text{ mm HgP} - 7.5 \text{ mm HgP})}{1^\circ\text{C}} \times 0.4 \\
 &= 7.78 \text{ mm HgP}
 \end{aligned}$$

$$\therefore R = \frac{7.78 \text{ mm HgP}}{16.5 \text{ mm HgP}} \times 100\% = 47.15\%$$

উ: 47.15%

এখানে,

কক্ষ তাপমাত্রা, $\theta_1 = 19^\circ\text{C}$

শিশিরাক্ষ, $\theta = 7.4^\circ\text{C}$

7°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_7 = 7.5 \text{ mm HgP}$

8°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_8 = 8.2 \text{ mm HgP}$

19°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_{19} = 16.5 \text{ mm HgP}$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২৫। কোনো গ্যাস অণুর ব্যাস $3 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা 6×10^{20} । স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ 500 m s^{-1} ।

(ক) N.T.P তে গ্যাসের ঘনত্ব নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের তথ্য থেকে প্রতি সেকেন্ডে সংঘটিত সংঘর্ষের সংখ্যা কোন ক্ষেত্রে বেশি? ক্লসিয়াস ও বোলজম্যানের সমীকরণ ব্যবহার করে তুলনা কর।

[রা. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$p = \frac{1}{3} \rho C_{rms}^2$$

$$\therefore \rho = \frac{3p}{C_{rms}^2}$$

$$= \frac{3 \times 1.03 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}}{(500 \text{ m s}^{-1})^2} = 1.22 \text{ kg m}^{-3}$$

এখানে,

চাপ, $p = 1.013 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$

তাপমাত্রা, $T = 273 \text{ K}$

মূল গড় বর্গবেগ, $C_{rms} = 500 \text{ m s}^{-1}$

ঘনত্ব, $\rho = ?$

(খ) কোনো অণু l দূরত্ব অতিক্রমকালে N সংখ্যক সংঘর্ষে লিপ্ত হলে গড় মুক্ত পথ,

$$\lambda = \frac{l}{N}$$

$$\text{বা, } N = \frac{l}{\lambda}$$

এখন এই l দূরত্ব অতিক্রম করতে t সময় লাগলে একক সময়ে তথা প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষের সংখ্যা,

$$N' = \frac{N}{t} = \frac{l}{\lambda t}$$

$$\text{কিন্তু } l = C_{rms} \times t$$

$$\therefore N' = \frac{C_{rms} t}{\lambda t} = \frac{C_{rms}}{\lambda}$$

এখন ক্লসিয়াসের সমীকরণ অনুসারে গড় মুক্ত পথ,

$$\lambda_C = \frac{l}{n\pi\sigma^2} = \frac{1}{6 \times 10^{26} \text{ m}^{-3} \times \pi \times (3 \times 10^{-10} \text{ m})^2} \\ = 5.898 \times 10^{-9} \text{ m}$$

\therefore ক্লসিয়াসের সমীকরণ অনুসারে প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষের সংখ্যা,

$$N'_C = \frac{C_{rms}}{\lambda_C} = \frac{500 \text{ m s}^{-1}}{5.898 \times 10^{-9} \text{ m}} = 8.48 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

আবার, বোলজম্যানের সমীকরণ অনুসারে, গড় মুক্ত পথ,

$$\lambda_B = \frac{3}{4n\pi\sigma^2} = \frac{3}{4 \times 6 \times 10^{26} \text{ m}^{-3} \times \pi \times (3 \times 10^{-10} \text{ m})^2} \\ = 4.42 \times 10^{-9} \text{ m}$$

বোলজম্যানের সমীকরণ অনুসারে প্রতি সেকেন্ডে সংঘর্ষের সংখ্যা,

$$N'_B = \frac{C_{rms}}{\lambda_B} = \frac{500 \text{ m s}^{-1}}{4.42 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1.130 \times 10^{11} \text{ s}^{-1} = 11.3 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{যেহেতু } 11.3 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} > 8.478 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\therefore N'_B > N'_C$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে বোলজম্যানের সমীকরণ ব্যবহার করে প্রতি সেকেন্ডে সংঘটিত সংঘর্ষের যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা ক্লসিয়াসের সমীকরণ ব্যবহার করে প্রাপ্ত সংখ্যার চেয়ে বেশি।

উ: (ক) 1.22 kg m^{-3} ; (খ) বোলজম্যানের ক্ষেত্রে বেশি।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২৬। নিচের চিত্রে A ও B দুটি পাত্রে একটির মধ্যে নাইট্রোজেন গ্যাস ও অপরটিতে একটি অজানা গ্যাস আছে।

<p>চাপ, $p = 0.42 \text{ kPa}$ $C_{rms} = 15000 \text{ m s}^{-1}$ $V = 10^{-3} \text{ m}^3$ $n = 2 \text{ mole}$</p>

পাত্র A

<p>$p = 0.552 \text{ kPa}$ $C_{rms} = 1600 \text{ m s}^{-1}$ $V = 10^{-3} \text{ m}^3$ $n = 2 \text{ mole}$</p>
--

পাত্র B

(ক) S.T.P-তে পাত্র B-তে রক্ষিত গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) কোন পাত্রে জ্ঞাত গ্যাসটি আছে বলে ভূমি মনে কর।

উদ্দীপকের তথ্য হতে গাণিতিকভাবে তোমার মতামত দাও।

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$E = \frac{3}{2} p_2 V_2$$

$$= \frac{3}{2} \times 0.52 \times 10^{-3} \text{ Pa} \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$= 0.78 \text{ J}$$

(খ) আমরা জানি,

$$C_{rms_1} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}} \text{ বা, } M_1 = \frac{3RT_1}{C_{rms_1}^2}$$

$$\text{এবং } C_{rms_2} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M_2}} \text{ বা, } M_2 = \frac{3RT_2}{C_{rms_2}^2}$$

$$\text{আবার, } T_1 = \frac{P_1 V_1}{n_1 R} = \frac{0.42 \times 10^3 \text{ Pa} \times 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \text{ mol} \times 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}} = 0.025 \text{ K}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } T_2 = \frac{p_2 V_2}{n_2 R}$$

$$= \frac{0.52 \times 10^3 \text{ Pa} \times 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \text{ mol} \times 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}} = 0.031 \text{ K}$$

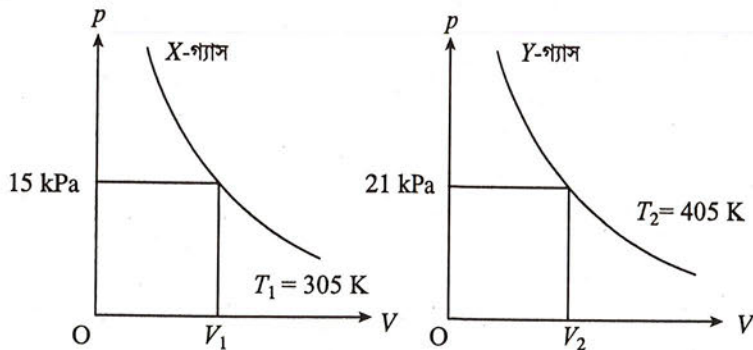
$$\therefore M_1 = \frac{3 \times 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 0.025 \text{ K}}{(1500 \text{ m s}^{-1})^2} = 2.77 \times 10^{-7} \text{ kg} = 2.77 \times 10^{-4} \text{ g}$$

$$\text{এবং } M_2 = \frac{3 \times 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 0.031 \text{ K}}{(1600 \text{ m s}^{-1})^2} = 3.02 \times 10^{-7} \text{ kg} = 3.02 \times 10^{-4} \text{ g}$$

আমরা জানি যে, নাইট্রোজেনের পারমাণবিক ভর 28 g। কিন্তু গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে A পাত্রে গ্যাসের পারমাণবিক ভর $2.77 \times 10^{-4} \text{ g}$ এবং B পাত্রে গ্যাসের পারমাণবিক ভর $3.02 \times 10^{-4} \text{ g}$ । সুতরাং প্রতীয়মান হয় যে, জানা গ্যাস অর্থাৎ নাইট্রোজেন কোনো পাত্রেই নেই।

উ: (ক) 0.78 J ; (খ) কোনো পাত্রেই নাইট্রোজেন নেই।

উদাহরণ ১০.২৭।



দুটি ভিন্ন পাত্রে সংরক্ষিত 325 g এবং 288 g ভরের 10 mole করে যথাক্রমে X গ্যাস ও Y গ্যাস এর জন্য দুটি p - V লেখ অঙ্কিত আছে।

(ক) উদ্দীপক অনুযায়ী গ্যাসদ্বয়ের আয়তনের তুলনা ($V_1 : V_2$) কর।

(খ) পাত্র দুটির মুখ একই সময়ে খুলে দিলে কোন পাত্রটি আগে খালি হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[কু. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{বা, } \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}$$

$$= \frac{21 \times 10^3 \text{ Pa} \times 305 \text{ K}}{15 \times 10^3 \text{ Pa} \times 405 \text{ K}}$$

$$= 1.05$$

$$\therefore V_1 : V_2 = 1.05 : 1$$

এখানে,

$$\text{আদি চাপ, } p_1 = 15 \text{ kPa}$$

$$= 15 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\text{চূড়ান্ত চাপ, } p_2 = 21 \text{ kPa}$$

$$= 21 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\text{আদি তাপমাত্রা, } T_1 = 305 \text{ K}$$

$$\text{চূড়ান্ত তাপমাত্রা, } T_2 = 405 \text{ K}$$

$$\therefore V_1 : V_2 = ?$$

(খ) আমরা জানি,

$$C_x = \sqrt{\frac{3 R T_x}{M_x}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1} \times 305 \text{ K}}{3.25 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}}}$$

$$= 483.69 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{এবং } C_y = \sqrt{\frac{3 R T_y}{M_y}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1} \times 405 \text{ K}}{2.88 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}}}$$

$$= 592.10 \text{ m s}^{-1}$$

এখানে, $C_y > C_x$, অর্থাৎ Y গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ, X-গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগের চেয়ে বেশি। সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, পাত্র দুটির মুখ একই সঙ্গে খুলে দিলে Y-গ্যাসের পাত্রটি আগে খালি হবে।

এখানে,

$$\text{X-গ্যাসের তাপমাত্রা, } T_x = 305 \text{ K}$$

$$\text{Y-গ্যাসের তাপমাত্রা, } T_y = 405 \text{ K}$$

$$\text{X-গ্যাসের ভর, } m_x = 325 \text{ g} = 0.325 \text{ kg}$$

$$\text{Y-গ্যাসের ভর, } m_y = 288 \text{ g} = 0.288 \text{ kg}$$

$$\text{মোলার গ্যাস ধ্রুবক, } R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$\text{X-গ্যাসের আণবিক ভর,}$$

$$M_x = \frac{m_x}{n} = \frac{0.325 \text{ kg}}{10 \text{ mol}}$$

$$= 3.25 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$$

$$\text{Y-গ্যাসের আণবিক ভর,}$$

$$M_y = \frac{m_y}{n} = \frac{0.238 \text{ kg}}{10 \text{ mol}}$$

$$= 2.88 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$$

$$\text{সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, } R = 31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$\text{X-গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ, } C_x = ?$$

$$\text{Y-গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ, } C_y = ?$$

$$\text{উ: (ক) } V_1 : V_2 = 1.05 : 1$$

(খ) Y-গ্যাসের পাত্রটি আগে খালি হবে।

গাণিতিক উদাহরণ-১০.২৮। একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে স্থির চাপে প্রমাণ তাপমাত্রার কিছু পরিমাণ O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করায় গ্যাসের আয়তন দ্বিগুণ হলো। এতে তার বন্ধু মন্তব্য করল পরীক্ষাধীন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগও দ্বিগুণ হবে।

(ক) চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তার বন্ধুর মন্তব্যের যথার্থতা যাচাই কর।

[য. বো. ২০১৭]

(ক) আমরা জানি,

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \therefore T_2 = \frac{V_2}{V_1} \times T_1$$

$$= \frac{2V_1}{V_1} \times 273 \text{ K}$$

$$= 546 \text{ K}$$

এখানে,

আদি আয়তন = V_1

চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = 2V_1$

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 273 \text{ K}$

চূড়ান্ত তাপমাত্রা $T_2 = ?$

(খ) আমরা জানি,

$$\frac{1}{C_1^2} = \frac{3R T_1}{M}$$

$$\text{এবং } \frac{1}{C_2^2} = \frac{3R T_2}{M}$$

$$\therefore \frac{1}{C_2^2} = \frac{3R T_2}{M} \div \frac{3R T_1}{M} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$= \frac{546 \text{ K}}{273 \text{ K}} = 2 \therefore \frac{1}{C_2^2} = 2 \frac{1}{C_1^2}$$

এখানে,

আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 273 \text{ K}$

O_2 এর আণবিক ভর, $M = 32 \text{ g}$

$$= 32 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.316 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 546 \text{ K}$

আদি গড় বর্গবেগ, $\overline{C_1^2} = ?$

চূড়ান্ত গড় বর্গবেগ, $\overline{C_2^2} = ?$

অর্থাৎ তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে আয়তন দ্বিগুণ হলে গড় বর্গবেগও দ্বিগুণ হবে, সুতরাং বন্ধুর মন্তব্য সঠিক ছিল।

উ: (ক) 546 K; (খ) বন্ধুর মন্তব্য যথার্থ ছিল।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.২৯। পদার্থবিজ্ঞান বিভাগের প্রধান স্যার অফিস কক্ষে প্রবেশ করে দেখতে পেলেন হাইড্রোমিটারের শুষ্ক বাষ্পের পাঠ 30°C এবং ঐদিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল 75%। তিনি এসি চালু করে কক্ষের তাপমাত্রা 23°C -এ নামিয়ে নিলেন, তখন আর্দ্র বাষ্পের পাঠ 14.76°C । গ্লেইসারের তালিকায় 30°C এবং 23°C -এ গ্লেইসারের উৎপাদক যথাক্রমে $G = 1.65$ এবং $G = 1.74$ । রেনোর তালিকায় 30°C , 23°C , 8°C এবং 9°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 29.92 mm, 20.24 mm, 8.92 mm এবং 9.22 mm পারদ চাপ।

(ক) ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা 23°C -এ নেমে এলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে?

(খ) কক্ষের ভিতর এসি চালু করায় বিভাগীয় প্রধান স্যার আরাম বোধ করেন কেন? [রা. বো. ২০১৭]

সমাধান :

(ক) এখানে কক্ষের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 30^\circ \text{C}$

30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_{30} = 29.92 \text{ mm HgP}$

23°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_{23} = 20.24 \text{ mm HgP}$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = 75\% = 0.75$

আমরা জানি,

$$R = \frac{30^\circ \text{C তাপমাত্রায় বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{30^\circ \text{C তাপমাত্রায় বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$$\text{বা, } \frac{75}{100} = \frac{30^\circ \text{C তাপমাত্রায় বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{29.92}$$

$$\text{বা, } 30^\circ \text{C তাপমাত্রায় বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ} = \frac{75 \times 29.92 \text{ mm HgP}}{100} = 22.44 \text{ mm HgP}$$

আবার জলীয় বাষ্পের চাপ জলীয় বাষ্পের ভরের সমানুপাতিক।

সুতরাং 30° তাপমাত্রায় বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর = $K \times 22.44$

এসি চালু করে কক্ষের তাপমাত্রা 23°C -এ নামালে কিছু পরিমাণ জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হবে এবং বায়ু বাকি জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত থাকবে।

23°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f_{23} = 20.24 \text{ mm HgP}$

$\therefore 23^\circ\text{C}$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের ভর $= K \times 20.24$

\therefore ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের ভর $= K (22.44 - 20.24) = K \times 2.2$

\therefore ঘনীভূত জলীয় বাষ্পের পরিমাণ $= \frac{K \times 2.2}{K \times 22.44} = 0.098$ অংশ

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{শিশিরাঙ্ক, } \theta &= \theta_1 - G (\theta_1 - \theta_2) \\ &= 23^\circ\text{C} - 1.74 (23^\circ\text{C} - 14.76^\circ\text{C}) \\ &= 8.66^\circ\text{C} \end{aligned}$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f_{8.66}}{f_{23}} \times 100\%$

$$\begin{aligned} \text{কিন্তু } f_{8.66} &= f_8 + \frac{(f_9 - f_8)}{1^\circ\text{C}} \times 0.66^\circ\text{C} \\ &= 8.92 \text{ mm Hg p} + \\ &\quad (9.22 \text{ mmHgP} - 8.92 \text{ mm Hg P}) \times 0.66 \\ &= 9.118 \text{ mm HgP} \\ \therefore R &= \frac{9.118 \text{ mm HgP}}{20.24 \text{ mm HgP}} \times 100\% \\ &= 45\% \end{aligned}$$

এখানে,

এসি চালু করার পর শুষ্ক বাষ্পের পাঠ, $\theta_1 = 23^\circ\text{C}$

আর্দ্র বাষ্পের পাঠ, $\theta_2 = 14.76^\circ\text{C}$

23°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক, $G_{23} = 1.74$

শিশিরাঙ্ক, $\theta = ?$

23°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়

বাষ্পের চাপ, $f_{23} = 20.24 \text{ mm HgP}$

8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়

বাষ্পের চাপ, $f_8 = 8.92 \text{ mm HgP}$

9°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়

বাষ্পের চাপ, $f_9 = 9.22 \text{ mm HgP}$

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ, $f_{8.66} = ?$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = ?$

এসি চালু করার পূর্বে কক্ষের আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল 75% এবং এসি চালু করার পরে কক্ষের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 45% । যেহেতু এসি চালু করার পর কক্ষের তাপমাত্রা এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা উভয়ই হ্রাস পায় তাই কক্ষের এসি চালু করার পর বিভাগীয় প্রধান আরাম বোধ করেন।

উ: (ক) 0.98 অংশ হ্রাস পাবে; (খ) কক্ষের তাপমাত্রা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা হ্রাস পাওয়ায় বিভাগীয় প্রধান আরাম বোধ করেন।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৩০। A স্থানের একটি হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ু বুদবুদ পানির উপরিতলে আসায় বুদবুদের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হয়। হ্রদটিতে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} , বায়ুর তাপমাত্রা 18.6°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 52.4% । অন্য কোনো দিন B স্থানের অন্য একটি হ্রদে বায়ুর তাপমাত্রা A স্থানের হ্রদের সমান এবং শিশিরাঙ্ক 7.4°C , 7°C , 8°C , 18°C ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8.2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $15.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $16.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ। [অভিন্ন প্রশ্ন-২০১৮]

(ক) A স্থানের হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপকের কোন স্থানে একজন ব্যক্তি বেশি স্বস্তিবোধ করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর।

(ক) যেহেতু বুদবুদের আয়তন এর ব্যাসার্ধের ঘনফলের সমানুপাতিক, তাই বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হলে এর আয়তন আটগুণ হবে।

ধরা যাক, হ্রদের তলদেশে চাপ, p_1

হ্রদের পৃষ্ঠে চাপ, $p_2 =$ বায়ু মণ্ডলের চাপ $= 10^5 \text{ N m}^{-2}$

$\therefore p_1 =$ বায়ুমণ্ডলের চাপ $+ h$ গভীরতায় পানির চাপ

$\therefore p_1 = p_2 + h\rho g$

এখন আমরা জানি, $p_1 V_1 = p_2 V_2$

বা, $(p_2 + h\rho g)V = p_2 \times 8V$

বা, $h\rho g = 7p_2$

এখানে,

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, $V_1 = V$

\therefore হ্রদের পৃষ্ঠে বুদবুদের আয়তন, $V_2 = 8V$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

$$\therefore h = \frac{7 p_2}{\rho g} = \frac{7 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}}{10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 71.43 \text{ m}$$

(খ) যেহেতু স্থান A ও B এর তাপমাত্রা একই। সুতরাং যে স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম সে স্থানে একজন ব্যক্তি বেশি স্বস্তিবোধ করবেন।

আমরা জানি,

$$R_B = \frac{f_{7.4}}{f_{18.6}} \times 100\%$$

$$\begin{aligned} \text{কিন্তু } f_{7.4} &= f_7 + \left(\frac{f_8 - f_7}{1^\circ\text{C}} \right) \times 0.4^\circ\text{C} \\ &= 7.5 \times 10^{-3} \text{ m Hg} + \\ &\quad \left\{ \frac{8.2 \times 10^{-3} \text{ m Hg} - 7.5 \times 10^{-3} \text{ m Hg}}{1^\circ\text{C}} \right\} \times 0.4^\circ\text{C} \\ &= 7.78 \times 10^{-3} \text{ m Hg} \end{aligned}$$

$$\text{এবং } f_{18.6} = f_{18} + \left(\frac{f_{19} - f_{18}}{1^\circ\text{C}} \right) \times 0.6^\circ\text{C}$$

$$\begin{aligned} &= 15.6 \times 10^{-3} \text{ m Hg} + \left(\frac{16.5 \times 10^{-3} - 15.6 \times 10^{-3} \text{ m Hg}}{1^\circ\text{C}} \right) \times 0.6^\circ\text{C} \\ &= 16.14 \times 10^{-3} \text{ m Hg} \end{aligned}$$

$$\therefore R_B = \frac{7.78 \times 10^{-3} \text{ m Hg}}{16.14 \times 10^{-3} \text{ m Hg}} \times 100\% = 48.20\%$$

$\therefore R_B < R_A \therefore B$ স্থানে একজন ব্যক্তি বেশি স্বস্তি বোধ করবেন।

উ: (ক) 71.43 m ; (খ) B স্থানে একজন ব্যক্তি বেশি স্বস্তি বোধ করবেন।

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৩১। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} হলে এবং হ্রদের পানির উষ্ণতা ধ্রুবক হলে হ্রদের গভীরতা কত? [চা. বো. ২০১২, ২০০৫; কু. বো. ২০১২, ২০০৭; রা. বো. ২০১১, ২০০৭; য. বো. ২০০৮; চ. বো. ২০০২; দি. বো. ২০০৯; কুয়েট ২০০৮-২০০৫; রুয়েট ২০১৫-২০১৬; চুয়েট ২০১৩-২০১৪]

যেহেতু বুদবুদের আয়তন এর ব্যাসের ঘনফল (cube) এর সমানুপাতিক, তাই বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হলে এর আয়তন আটগুণ হবে।

ধরা যাক,

হ্রদের তলদেশে চাপ, p_1

হ্রদের পৃষ্ঠদেশে চাপ, p_2 = বায়ুমণ্ডলের চাপ
= 10^5 N m^{-2}

$$\therefore p_1 = \text{বায়ুমণ্ডলের চাপ} + h \text{ গভীরতার পানির চাপ} \\ = p_2 + h \rho g$$

এখন আমরা জানি, $p_1 V_1 = p_2 V_2$ বা, $(p_2 + h \rho g) V = p_2 \times 8V$

$$\therefore h \rho g = 7 p_2$$

$$\therefore h = \frac{7 p_2}{\rho g} = \frac{7 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}}{10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}} = 71.43 \text{ m}$$

উ: 71.43 m.

এখানে,

A স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_A = 52.4\%$

A ও B স্থানের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 18.6^\circ\text{C}$

শিশিরাক্ত, $\theta = 7.4^\circ\text{C}$

7°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের

চাপ, $f_7 = 7.5 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

8°C -এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের

চাপ, $f_8 = 8.2 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

18°C -এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের

চাপ, $f_{18} = 15.6 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

19°C -এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,

$f_{19} = 16.5 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$

B স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_B = ?$

এখানে,

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, $V_1 = V$

\therefore হ্রদের পৃষ্ঠে বুদবুদের আয়তন, $V_2 = 8V$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

হ্রদের গভীরতা, $h = ?$

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৩২। স্থির চাপে ৫ লিটার আয়তনের কোনো গ্যাসকে 0°C থেকে 35°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করলে এর আয়তন ৬৪০ cc. বৃদ্ধি পায়। এই সকল মান থেকে সেলসিয়াস স্কেলে পরমশূন্য তাপমাত্রার মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি, স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ

সহগ γ_p হলে

$$V = V_0 (1 + \gamma_p \theta)$$

$$\text{বা, } 0 = V_0 (1 + \gamma_p \theta)$$

$$\text{বা, } 1 + \gamma_p \theta = 0$$

$$\therefore \theta = -\frac{1}{\gamma_p} \dots \dots (1)$$

এখন θ নির্ণয়ের জন্য আমাদেরকে γ_p বের করতে হবে।

$$\text{আমরা জানি, } \gamma_p = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta \theta} = \frac{640 \text{ cc}}{(5000 \text{ cc}) (35^{\circ}\text{C})}$$

এখন (1) নং সমীকরণে γ_p এর মান বসিয়ে,

$$\theta = -\frac{(5000 \text{ cc}) (35^{\circ}\text{C})}{640 \text{ cc}} = -273.44^{\circ}\text{C}$$

উ: সেলসিয়াস স্কেলে পরমশূন্য তাপমাত্রা -273.44°C

গাণিতিক উদাহরণ ১০.৩৩। সমআয়তন পানি ও একটি তরল পদার্থের ভর যথাক্রমে ৩০০ g ও ২০০ g তাদের একই ক্যালরিমিটারে পরপর রেখে 80°C থেকে 50°C -এর শীতল করতে যথাক্রমে ৬০০ s এবং ৩০০ s সময় লাগে। ক্যালরিমিটারের তাপ ধারকত্ব 42 J K^{-1} হলে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর।

পানির আঃ তাপ = $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ।

[চ. বো. ২০১২]

ধরা যাক, তরলের আপেক্ষিক তাপ = S

এখানে তাপমাত্রার পার্থক্য, $\theta_1 = \theta_2 = 80^{\circ}\text{C} - 50^{\circ}\text{C} = 30^{\circ}\text{C} = 30 \text{ K}$

$$\begin{aligned} \text{(i) ক্যালরিমিটার কর্তৃক বর্জিত তাপ} &= \text{ভর} \times \text{আঃ তাপ} \times \text{তাপমাত্রার পার্থক্য} \\ &= \text{তাপ ধারকত্ব} \times \text{তাপমাত্রার পার্থক্য} \\ &= 42 \text{ J K}^{-1} \times 30 \text{ K} = 1260 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) পানি কর্তৃক বর্জিত তাপ} &= \text{ভর} \times \text{আঃ তাপ} \times \text{তাপমাত্রার পার্থক্য} \\ &= 0.3 \text{ kg} \times 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 30 \text{ K} = 37800 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) তরল কর্তৃক বর্জিত তাপ} &= \text{ভর} \times \text{আঃ তাপ} \times \text{তাপমাত্রার পার্থক্য} \\ &= 0.2 \text{ kg} \times S \times 30 \text{ K} = 6 S \text{ kg K} \end{aligned}$$

$$\text{ক্যালরিমিটার ও পানির তাপ বর্জনের হার} = \frac{1260 \text{ J} + 37800 \text{ J}}{600 \text{ s}} = 65.1 \text{ Js}^{-1}$$

$$\text{ক্যালরিমিটার ও তরলের তাপ বর্জনের হার} = \frac{1260 \text{ J} + 6 S \text{ kg K}}{300 \text{ s}}$$

নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রানুযায়ী তাপ বর্জনের হারদ্বয় সমান।

$$\therefore 65.1 \text{ J s}^{-1} = \frac{1260 \text{ J} + 6 S \text{ kg K}}{300}$$

$$\therefore S = 3045 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

উ: $3045 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

অনুশীলনী

ক-বিভাগ : বহুনির্বাচনি প্রশ্ন (MCQ)

সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্ত (●) ভরাট কর :

- ১। বয়েলের সূত্রানুসারে নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন—

(ক) এর চাপের সমানুপাতিক	<input type="radio"/>	(খ) এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক	<input type="radio"/>
(গ) স্থির তাপমাত্রায় এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক	<input type="radio"/>	(ঘ) কোনোটিই নয়	<input type="radio"/>
- ২। স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর—

(ক) কেলভিন তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক	<input type="radio"/>
(খ) কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক	<input type="radio"/>
(গ) কেলভিন তাপমাত্রার বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক	<input type="radio"/>
(ঘ) কেলভিন তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক	<input type="radio"/>
- ৩। স্থির আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ, এর—

(ক) কেলভিন তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক	<input type="radio"/>
(খ) কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক	<input type="radio"/>
(গ) কেলভিন তাপমাত্রার বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক	<input type="radio"/>
(ঘ) কেলভিন তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক	<input type="radio"/>
- ৪। স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগের মান—

(ক) $0.0366^\circ \text{C}^{-1}$	<input type="radio"/>	(খ) $0.366^\circ \text{C}^{-1}$	<input type="radio"/>
(গ) $\frac{1}{273}^\circ \text{C}^{-1}$	<input type="radio"/>	(ঘ) 273°C^{-1}	<input type="radio"/>
- ৫। $\frac{pV}{2} = RT$ গ্যাস সমীকরণে V নির্দেশ করে—

(ক) পাত্রের আয়তন	<input type="radio"/>	(খ) 1 মোল গ্যাসের আয়তন	<input type="radio"/>
(গ) 2 মোল গ্যাসের আয়তন	<input type="radio"/>	(ঘ) $\frac{1}{2}$ মোল গ্যাসের আয়তন	<input type="radio"/>
- ৬। আদর্শ গ্যাসের চাপ p এবং মূলগড় বর্গবেগ c এর মধ্যে সম্পর্ক হলো— [ঢা. বো. ২০১৯]

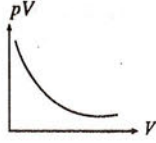
(ক) $c = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$	<input type="radio"/>	(খ) $c = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$	<input type="radio"/>
(গ) $c = \sqrt{\frac{p}{3\rho}}$	<input type="radio"/>	(ঘ) $c = \sqrt{\frac{\rho}{3p}}$	<input type="radio"/>
- ৭। যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু, এর মধ্যে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় সেই তাপমাত্রাকে কী বলা হয়? [সি. বো. ২০১৬]

(ক) পরম আর্দ্রতা	<input type="radio"/>	(খ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা	<input type="radio"/>
(গ) শিশিরাঙ্ক	<input type="radio"/>	(ঘ) কোনোটিই নয়	<input type="radio"/>

৮। স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য কোন লেখচিত্রটি প্রযোজ্য?

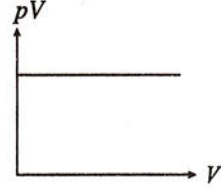
[চ. বো. ২০১৬]

(ক)



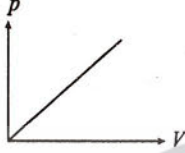
○

(খ)



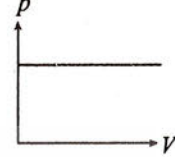
○

(গ)



○

(ঘ)



○

৯। গ্যাসে গতিতত্ত্ব অনুসারে ০ K তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি হবে—

(ক) সর্বাধিক

○

(খ) শূন্য

○

(গ) খুব বেশিও না আবার কমও না

○

(ঘ) কোনোটিই নয়

○

১০। কোনো গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ পরম তাপমাত্রার—

[য. বো. ২০১৬]

(ক) সমানুপাতিক

○

(খ) ব্যস্তানুপাতিক

○

(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক

○

(ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

○

১১। T তাপমাত্রায় আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে একটি অণুর গড় গতিশক্তি—

[দি. বো. ২০১৫; সি. বো. ২০১৬]

(ক) $\frac{2}{3} kT$

○

(খ) $\frac{1}{3} kT^2$

○

(গ) $\frac{3}{2} kT^4$

○

(ঘ) $\frac{3}{2} kT$

○

১২। $\frac{PV}{T}$ = ধ্রুবক, এ সূত্রটি সত্য যখন—

(ক) সমোষ্ণ পরিবর্তন হয়

○

(খ) যখন রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তন হয়

○

(গ) (ক) ও (খ) উভয়টি

○

(ঘ) উপরের কোনোটিই নয়

○

১৩। চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তন সংক্রান্ত কোন সূত্রটি সঠিক নয়?

(ক) $V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$

○

(খ) $p = p_0 \left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$

○

(গ) $pV = \frac{M}{m} RT$

○

(ঘ) $pV = nRT$

○

১৪। অসম্পৃক্ত বাষ্প মেনে চলে—

[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক) চাপের সূত্র

○

(খ) চার্লসের সূত্র

○

(গ) বয়েলের সূত্র

○

(ঘ) বয়েল ও চার্লসের সূত্র

○

১৫। একটি আদর্শ গ্যাসের চাপ ও আয়তনের গুণফল—

(ক) ধ্রুবক

○

(খ) সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবকের প্রায় সমান

○

(গ) এর তাপমাত্রার সমানুপাতিক

○

(ঘ) এর তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক

○

১৬। নিচের কোনটি একটি আদর্শ গ্যাসের আয়তন চারগুণ করবে?

(ক) কেলভিন তাপমাত্রা ও চাপ দ্বিগুণ করলে

○

(খ) কেলভিন তাপমাত্রা অর্ধেক এবং চাপ চারগুণ করলে

○

(গ) স্থির চাপে কেলভিন তাপমাত্রা এক-চতুর্থাংশ করলে

○

(ঘ) স্থির তাপমাত্রায় চাপ এক-চতুর্থাংশ করলে

○

১৭। একটি বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস হিসেবে আচরণ করে—

[কু. বো. ২০১৬]

(ক) নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায়

☐

(খ) উচ্চচাপ ও নিম্ন তাপমাত্রায়

☐

(গ) নিম্নচাপ ও নিম্ন তাপমাত্রায়

☐

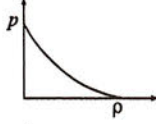
(ঘ) উচ্চচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায়

☐

১৮। স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের ক্ষেত্রে কোণ লেখচিত্রটি সঠিক?

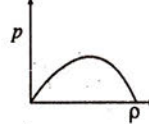
[ঢা. বো. ২০১৬]

(ক)



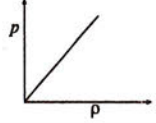
☐

(খ)



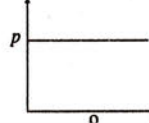
☐

(গ)



☐

(ঘ)



☐

১৯। একটি আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা T হতে বৃদ্ধি করে $2T$ করা হলো। কোন রাশিটি দ্বিগুণ হবে?

[চ. বো. ২০১৫]

(ক) অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল

☐

(খ) অণুগুলোর গড় বেগের বর্গ

☐

(গ) অণুগুলোর গড়বেগ

☐

(ঘ) অণুগুলোর গড় বর্গবেগ

☐

২০। বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের ঘনীভবনের জন্য নিচের কোনটি সংঘটিত হয় না?

[য. বো. ২০১৫]

(ক) শিশির

☐

(খ) কুয়াশা

☐

(গ) ঝড়

☐

(ঘ) বৃষ্টি

☐

২১। দ্বি-পারমাণবিক গ্যাস অণুর স্বাধীনতার মাত্রা কয়টি?

[য. বো. ২০১৫]

(ক) 2

☐

(খ) 3

☐

(গ) 4

☐

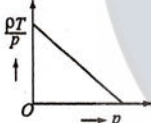
(ঘ) 5

☐

২২। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের ক্ষেত্রে নিম্নের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?

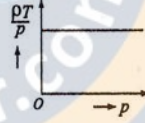
[ব. বো. ২০১৫]

(ক)



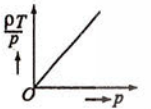
☐

(খ)



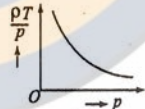
☐

(গ)



☐

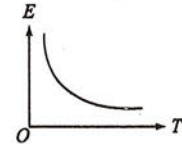
(ঘ)



☐

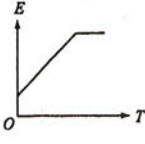
২৩। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে গতিশক্তি E বনাম পরম তাপমাত্রা T এর লেখচিত্র কোনটি? [চ. বো. ২০১৭; ব. বো. ২০১৫]

(ক)



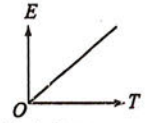
☐

(খ)



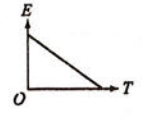
☐

(গ)



☐

(ঘ)



☐

২৪। পরমশূন্য তাপমাত্রা হচ্ছে—

[সি. বো. ২০১৫]

(ক) 0 K

☐

(খ) 0 °C

☐

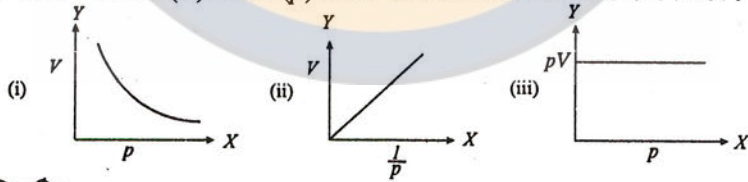
(গ) -273 °C

☐

(ঘ) -273 K

☐

- ২৫। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন হবে— [দি. বো. ২০১৫]
- (ক) ধীর গতিতে ☐ (খ) দ্রুত গতিতে ☐
- (গ) আগের মতোই ☐ (ঘ) অতি ধীর গতিতে ☐
- ২৬। নাইট্রোজেন গ্যাসের ক্ষেত্রে γ এর মান কত? [ঢা. বো. ২০১৫]
- (ক) 1.67 ☐ (খ) 1.4 ☐
- (গ) 1.33 ☐ (ঘ) 1.28 ☐
- ২৭। শুষ্ক ও সিক্ত বায়ু আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে থার্মোমিটার দুটির তাপমাত্রার পার্থক্য হঠাৎ কমে গেলে কোনটি বোঝায়? [ঢা. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৬]
- (ক) বাতাস শুষ্ক ☐ (খ) বাড়তে পারে ☐
- (গ) বাতাস আর্দ্র ☐ (ঘ) বৃষ্টি হতে পারে ☐
- ২৮। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে R এর মান— [য. বো. ২০১৬]
- (ক) $8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ☐ (খ) $8.31 \text{ K J}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ☐
- (গ) $8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}$ ☐ (ঘ) $8.13 \text{ J}^{-1} \text{ K mol}^{-1}$ ☐
- ২৯। একটি বৃদ্ধবৃদ্ধদের তলদেশ থেকে উপরিপৃষ্ঠে উঠে আসায় এর আয়তন আটগুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ H মিটার উচ্চতার পানি স্তরের সমান হলে বৃদ্ধদের গভীরতা হবে— [য. বো. ২০১৬]
- (ক) H ☐ (খ) $3H$ ☐
- (গ) $5H$ ☐ (ঘ) $7H$ ☐
- ৩০। তাপমাত্রা কতগুণ হলে অক্সিজেন অণুর বেগ দ্বিগুণ হবে? [সি. বো. ২০১৬]
- (ক) 2 ☐ (খ) 4 ☐
- (গ) 8 ☐ (ঘ) 16 ☐
- ৩১। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল— [দি. বো. ২০১৬]
- (ক) 461 m s^{-1} ☐ (খ) 361 m s^{-1} ☐
- (গ) 261 m s^{-1} ☐ (ঘ) 161 m s^{-1} ☐
- ৩২। বহু পরমাণুবিশিষ্ট গ্যাসের ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা— [কু. বো. ২০১৬]
- (ক) 2 ☐ (খ) 3 ☐
- (গ) 5 ☐ (ঘ) 6 ☐
- ৩৩। তাপমাত্রা স্থির থাকলে আয়তন (V) ও চাপ (p) এর সম্পর্ক নিচের কোন লেখচিত্র প্রকাশ করে? [দি. বো. ২০১৬]



নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও iii ☐ (খ) i ও ii ☐
- (গ) ii ও iii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৩৪। আদর্শ গ্যাসের চাপের রাশিমালা হবে—

(i) $p = \frac{1}{3} mn\bar{C}^2$ (ii) $p = \frac{1}{3} \rho \bar{C}^2$ (iii) $p = \frac{2}{3} RT$.

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii ☐ (খ) ii ও iii ☐
- (গ) i ও ii ☐ (ঘ) i, ii ও iii ☐

৩৫। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে—

[দি. বো. ২০১৬]

(i) $pV = KT$ (ii) $pV = nRT$ (iii) $pV = RT$

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) ii ও iii

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৩৬। জলীয় বাষ্প সম্পর্কে বলা যায়—

[দি. বো. ২০১৬]

(i) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প সর্বাধিক চাপ দেয়

(ii) অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে

(iii) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চার্লসের সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৩৭। তিনটি বিবৃতি দেওয়া হলো—

(i) চাপ স্থির থাকলে আয়তন ও তাপমাত্রার সম্পর্ক চার্লসের সূত্র থেকে পাওয়া যায়

(ii) পরম শূন্য তাপমাত্রা কেলভিন স্কেলে OK

(iii) প্রমাণ তাপমাত্রা সেলসিয়াস স্কেলে 0°C

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৩৮। শাস্ত বললো—

(i) আমাদের স্বাস্থ্যবোধ অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল

(ii) একই তাপমাত্রায় ঢাকা অপেক্ষা কক্সবাজার বেশি স্বস্তিবোধ হয়

(iii) বর্ষাকাল অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় দ্রুত শুকায়

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও iii

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৩৯। বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে—

[রা. বো. ২০১৬]

(i) বায়ুর ঘনত্ব কমে (ii) বায়ুর চাপ কমে (iii) জলীয় বাষ্প চাপ কমে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

☐

(খ) ii ও iii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪০। সিক্ত ও শুষ্ক বায়ু আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের দুই থার্মোমিটারে তাপমাত্রার পার্থক্য হঠাৎ বেড়ে গেলে বোঝা যায় ঐ স্থানে—

[রা. বো. ২০১৫]

(i) আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পেয়েছে

(ii) আপেক্ষিক আর্দ্রতাহ্রাস পেয়েছে

(iii) ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকাবে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i

☐

(খ) i ও ii

☐

(গ) ii ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

৪১। গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে—

[ব. বো. ২০১৫]

- (i) একটি গ্যাসের সকল অণু সদৃশ (ii) গ্যাসের শক্তি বিভব শক্তি
(iii) তাপমাত্রার সাথে অণুগুলোর বেগ বাড়ে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

☐

(খ) ii ও iii

☐

(গ) i ও iii

☐

(ঘ) i, ii ও iii

☐

30°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন তিনগুণ করা হলো। ৪২ ও ৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

[চ. বো. ২০১৫]

৪২। উদ্দীপকটি নিচের কোন সূত্রকে সমর্থন করে?

(ক) বয়েলের সূত্র

☐

(খ) চার্লস-এর সূত্র

☐

(গ) গে-লুসাকের সূত্র

☐

(ঘ) অ্যাভোগেদ্রোর সূত্র

☐

৪৩। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত?

(ক) -172°C

☐

(খ) 90°C

☐

(গ) -101°C

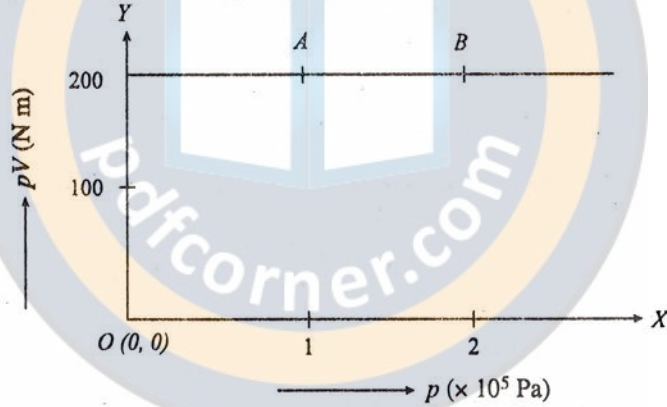
☐

(ঘ) 636°C

☐

নিম্নের উদ্দীপক অনুসারে ৪৪ ও ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

[রা. বো. ২০১৬]



৪৪। উপরের লেখচিত্রে নির্দিষ্ট পরিমাণ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে pV বনাম p লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। লেখচিত্রটি কোন সূত্র সমর্থন করে?

(ক) বয়েলের

☐

(খ) চার্লসের

☐

(গ) চাপের

☐

(ঘ) কেলভিন

☐

৪৫। A ও B বিন্দুতে গ্যাসের আয়তনের অনুপাত—

(ক) 1 : 1

☐

(খ) 1 : 2

☐

(গ) 1 : 3

☐

(ঘ) 2 : 1

☐

৪৬। গ্যাসের গড়মুক্ত পথ ব্যস্তানুপাতিক হবে—

[অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

(ক) গ্যাসের ঘনত্বের

☐

(খ) গ্যাস অণুর আণবিক ব্যাসের

☐

(গ) একক আয়তনে অণুর সংখ্যার বর্গের

☐

(ঘ) অণুর অতিক্রান্ত দূরত্বের

☐

৪৭। আমাদের দেশে সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব হাইড্রোমিটারের থার্মোমিটারদ্বয়ের পাঠের পার্থক্য কখন বেশি হয় ?

[মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

(ক) গ্রীষ্মকালে

(খ) শীতকালে

(গ) প্রত্যেক দিন সকালে

(ঘ) প্রত্যেক দিন বিকালে

৪৮। দুটি অণুর বেগ যথাক্রমে 2 m s^{-1} এবং 4 m s^{-1} হলে অণুদ্বয়ের গড় বর্গবেগ কত ?

[মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

(ক) $\sqrt{3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

(খ) $2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

(গ) $\sqrt{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

(ঘ) $10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

উদ্দীপকের আলোকে ৪৯ নং ও ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

30°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন দ্বিগুণ করা হলো—

[মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৮]

৪৯। উদ্দীপকটি নিচের কোন সূত্রকে সমর্থন করে ?

(ক) বয়েলের

(খ) চার্লসের

(গ) অ্যাডোগেড্রোর

(ঘ) ক্লসিয়ামের

৫০। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত ?

(ক) 60°C

(খ) 333°C

(গ) 606°C

(ঘ) 879°C

৫১। অসম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে—

[অভিন্ন প্রশ্ন ২০১৮]

i. আবদ্ধ বা খোলা যেকোনো স্থানে এটি তৈরি করা যায়

ii. তাপমাত্রা বাড়িয়ে এটিকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়

iii. এটি বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) ii ও iii

(গ) i ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

৫২। একটি গ্যাস অণুর ব্যাস $2 \times 10^{-10} \text{ m}$ এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটারের অণুর সংখ্যা 3×10^{19} হলে গ্যাস অণুর গড় মুক্ত পথ হবে—

[ঢা. বি. ২০১৬-২০১৭]

(ক) $3 \times 10^{-3} \text{ cm}$

(খ) $3 \times 10^{-4} \text{ cm}$

(গ) $3 \times 10^{-5} \text{ cm}$

(ঘ) $3 \times 10^{-6} \text{ cm}$

৫৩। নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র কোনটি ?

[খু. বি. ২০১২-২০১৩]

(ক) $E \propto (T_1^2 - T_2^2)$

(খ) $E \propto (T_1 - T_2)$

(গ) $E \propto (T_1^4 - T_2^4)$

(ঘ) $E \propto T^4$

৫৪। কোনো আবদ্ধ গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C থেকে বাড়িয়ে 273°C করা হলে গ্যাসের অণুগুলোর গড় বেগ কতটুকু বৃদ্ধি পাবে ?

[শা.বি.প্র.বি. ২০০৬-২০০৭]

(ক) 40%

(খ) 50%

(গ) 60%

(ঘ) 100%

- ৫৫। কোনো গ্যাস অণুর গড় মুক্তপথ এর ব্যাসের— [বুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) সমানুপাতিক ☐ (খ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ☐
- (গ) বর্গের সমানুপাতিক ☐ (ঘ) বর্গমূলের সমানুপাতিক ☐
- ৫৬। কোনো গ্যাস অণুর ব্যাস 2.5×10^{-10} m এবং প্রতি ঘনমিটারে গ্যাস অণুর সংখ্যা 6.02×10^{25} । গ্যাসটির গড় মুক্তপথ কত হবে? [কুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- (ক) 5×10^{-8} m ☐ (খ) 5.8 nm ☐
- (গ) 0.6 nm ☐ (ঘ) 0.72 nm ☐
- ৫৭। $\frac{pV}{T}$ = ধ্রুবক, এই সূত্রটি সত্য, যখন— [বুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- (ক) যখন সমোষ্ণ পরিবর্তন হয় ☐ (খ) রুদ্ধতাপ পরিবর্তন হয় ☐
- (গ) A ও B উভয়ইটি ☐ (ঘ) উপরের কোনোটি সত্য নয় ☐
- ৫৮। 0°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের চাপ 3×10^5 Pa হলে 60°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত হবে? [কুয়েট ২০১০-২০১১]
- (ক) 4.66×10^5 Pa ☐ (খ) 3.66×10^5 Pa ☐
- (গ) 4.66×10^4 Pa ☐ (ঘ) 5.67×10^5 Pa ☐
- ৫৯। একটি 500 m^3 আয়তনের ঘরের বাতাসের তাপমাত্রা 37°C । এয়ারকুলার ব্যবহার করার জন্য বাতাসের তাপমাত্রা কমে 22°C হলো। যদি ঘরের বায়ুর চাপ সমান থাকে তবে শতকরা কতভাগ বাতাস ঘরের মধ্যে আসবে/বাহির হয়ে যাবে? [চুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 4.84% ☐ (খ) 2.42% ☐
- (গ) 24.2% ☐ (ঘ) None ☐
- ৬০। একটি বড় পাত্রের আয়তন 480 m^3 এবং তাপমাত্রা 293 K। তাপমাত্রা 298 K-এ উন্নীত হলে বায়ুর শতকরা কত অংশ বেরিয়ে যাবে? [চুয়েট ২০১৪-২০১৫, ২০১২-২০১৩]
- (ক) 1.71% ☐ (খ) 48.71% ☐
- (গ) 20.17% ☐ (ঘ) None ☐
- ৬১। একটি কণার স্বাধীনতার মাত্রার সংখ্যা 5 হলে শক্তি সমবিভাজন নীতি অনুযায়ী কণাটির মোট শক্তি কত? [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- (ক) $\frac{KT}{2}$ ☐ (খ) KT ☐
- (গ) $\frac{3KT}{2}$ ☐ (ঘ) $\frac{5KT}{2}$ ☐
- ৬২। কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 100°C থেকে বাড়িয়ে 200°C করা হলো। গ্যাসের গড় বেগ কত গুণ হবে? [শা. বি. প্র. বি. ২০১০-২০১১]
- (ক) 1.61 গুণ ☐ (খ) 1.32 গুণ ☐
- (গ) 2 গুণ ☐ (ঘ) 4 গুণ ☐
- ৬৩। কোনো একদিনের শিশিরাঙ্ক 20°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 75%। ঐ দিনের সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ কত? [20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 17.7×10^{-3} m] [কুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) 17.7 mm ☐ (খ) 17.7×10^{-4} m ☐
- (গ) 23.6×10^{-4} m ☐ (ঘ) 23.6×10^{-3} m ☐

৬৪। দুটি ভিন্ন আদর্শ গ্যাস একই চাপে ভিন্ন ভিন্ন পাত্রে আবদ্ধ আছে। যদি ρ_1 ও ρ_2 এগুলোর ঘনত্ব এবং c_1 ও c_2 যথাক্রমে এগুলোর মূল গড় বর্গ বেগ হয়, তাহলে $\frac{c_1}{c_2}$ এর সমান হবে— [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]

- (ক) $\frac{\rho_1^2}{\rho_2^2}$ ☐ (খ) $\frac{\rho_2^2}{\rho_1^2}$ ☐
 (গ) $\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}$ ☐ (ঘ) $\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$ ☐

৬৫। T তাপমাত্রার এক লিটার বায়ুকে উত্তপ্ত করা হলে যতক্ষণ না বায়ুর চাপ ও আয়তন উভয়ই দ্বিগুণ হয়। চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত? [বুয়েট ২০০৯-২০১০]

- (ক) $\frac{T}{2}$ ☐ (খ) $\frac{T}{4}$ ☐
 (গ) $2T$ ☐ (ঘ) $4T$ ☐

৬৬। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন— [বুয়েট ২০১০-২০১১]

- (ক) তাড়াতাড়ি হবে ☐ (খ) ধীরে হবে ☐
 (গ) একই থাকবে ☐ (ঘ) কোনোটিই নয় ☐

৬৭। একটি নির্দিষ্ট ভরের শুষ্ক বায়ুর 20° তাপমাত্রায় আয়তন 100 cc। যদি উক্ত শুষ্ক বায়ুকে স্থির চাপে $50^\circ C$ পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হয়, তবে আয়তন কত হবে? [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]

- (ক) 109 cc ☐ (খ) 115 cc ☐
 (গ) 112 cc ☐ (ঘ) 110 cc ☐

৬৮। কোনো আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা কেলভিন স্কেলে দ্বিগুণ করা হলে, তার অণুগুলোর rms বেগ কতগুণ বৃদ্ধি পাবে? [ঢা. বি. ২০১৫-২০১৬]

- (ক) 4 ☐ (খ) 2 ☐
 (গ) 1.41 ☐ (ঘ) 0.5 ☐

৬৯। $20^\circ C$ তাপমাত্রার 80 kPa চাপে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন $0.25 m^3$ । $20^\circ C$ তাপমাত্রায় উক্ত গ্যাসের আয়তন $0.5 m^3$ হলে গ্যাসটির চাপ কত? [মেডিকেল ২০১৩-২০১৪]

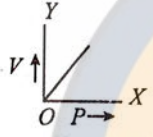
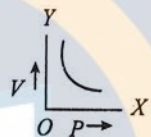
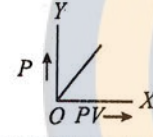
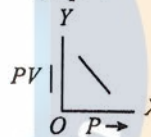
- (ক) 20 kPa ☐ (খ) 40 kPa ☐
 (গ) 50 kPa ☐ (ঘ) 60 kPa ☐

৭০। একজন ডুবুরি হ্রদের তলদেশে কাজ করার সময় $2 cm^3$ আয়তনের বুদবুদ উপরের দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। পানির উপরিতলে বুদবুদের আয়তন $4 cm^3$ হয়; কিন্তু তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে। যদি বায়ুমণ্ডলীয় বাষ্প 10 m পানির চাপের সমান হয়, হ্রদের গভীরতা কত? [রা. বি ২০১৫-২০১৬]

- (ক) 10 m ☐ (খ) 20 m ☐
 (গ) 30 m ☐ (ঘ) 40 m ☐

৭১। প্রতি ঘনসেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর, যদি কোনো একটি গ্যাসের অণুগুলোর গড় মুক্তপথ $2.4 \times 10^{-6} cm$ এবং আণবিক ব্যাস $2 \times 10^{-8} cm$ এর সমান হয়। [কুয়েট ২০১৩-২০১৪]

- (ক) $2.344 \times 10^{20}/cc$ ☐ (খ) $2.4 \times 10^{22}/cc$ ☐
 (গ) $2.34 \times 10^{26}/cc$ ☐ (ঘ) $3.044 \times 10^{21}/cc$ ☐

- ৭২। কত তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর গড় মূল গড় বর্গবেগ -100°C তাপমাত্রার হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমান হবে? [কুয়েট ২০১৬-২০১৭, ২০১৫-২০১৬]
- (ক) 2495°C ☐ (খ) 2768°C ☐
 (গ) 4368°C ☐ (ঘ) 4095°C ☐
- ৭৩। পিস্টন সিলিন্ডারের ভিতর আবদ্ধ স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপের গ্যাস সঙ্কুচিত করে এর আয়তনের অর্ধেক করা হলো। যদি তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে, তবে চূড়ান্ত চাপ কত হবে? [রুয়েট ২০১৪-২০১৫]
- (ক) $2.026 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ☐ (খ) $4.12 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ☐
 (গ) $8.16 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ☐ (ঘ) $10.026 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ☐
- ৭৪। শিশিরাক্ষ বলতে আমরা কী বুঝি? [য. বি. প্র. বি. ২০১৭-২০১৮]
- (ক) তাপ ☐ (খ) তাপমাত্রা ☐
 (গ) আর্দ্রতা ☐ (ঘ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা ☐
- ৭৫। বয়েল এর সূত্রানুযায়ী গ্যাসের চাপ (p) এবং আয়তন (V) হলে নিচের কোনটি সঠিক? [য. বো. ২০১৯]
- (ক)  ☐ (খ)  ☐
 (গ)  ☐ (ঘ)  ☐
- ৭৬। গ্যাসের অনুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ C_{rms} এবং পরম তাপমাত্রা T হলে নিচের কোনটি সঠিক? [য. বো. ২০১৯; দি. বো. ২০১৯]
- (ক) $C_{rms} \propto T$ ☐ (খ) $C_{rms} \propto \sqrt{T}$ ☐
 (গ) $C_{rms} \propto \frac{1}{T}$ ☐ (ঘ) $C_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$ ☐
- ৭৭। একটি আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা— [কু. বো. ২০১৯]
- (ক) ২ ☐ (খ) ৩ ☐
 (গ) ৪ ☐ (ঘ) ৫ ☐

বহুনির্বাচনি প্রশ্নাবলির উত্তরমালা :

১।(গ)	২।(খ)	৩।(খ)	৪।(গ)	৫।(গ)	৬।(ক)	৭।(গ)	৮।(খ)	৯।(খ)	১০।(গ)
১১।(ঘ)	১২।(ঘ)	১৩।(গ)	১৪।(ঘ)	১৫।(গ)	১৬।(ঘ)	১৭।(ক)	১৮।(গ)	১৯।(ঘ)	২০।(গ)
২১।(ঘ)	২২।(খ)	২৩।(গ)	২৪।(ক) ও (গ)	২৫।(খ)	২৬।(খ)	২৭।(খ)	২৮।(ক)	২৯।(ঘ)	৩০।(খ)
৩১।(ক)	৩২।(ঘ)	৩৩।(ঘ)	৩৪।(গ)	৩৫।(ঘ)	৩৬।(খ)	৩৭।(ঘ)	৩৮।(ক)	৩৯।(ক)	৪০।(ক)
৪১।(গ)	৪২।(খ)	৪৩।(ঘ)	৪৪।(ক)	৪৫।(ঘ)	৪৬।(ক)	৪৭।(খ)	৪৮।(ঘ)	৪৯।(খ)	৫০।(খ)
৫১।(গ)	৫২।(গ)	৫৩।(খ)	৫৪।(ক)	৫৫।(খ)	৫৬।(গ)	৫৭।(ঘ)	৫৮।(খ)	৫৯।(ক)	৬০।(ক)
৬১।(ঘ)	৬২।(ক)	৬৩।(ঘ)	৬৪।(ঘ)	৬৫।(ঘ)	৬৬।(ক)	৬৭।(ঘ)	৬৮।(গ)	৬৯।(খ)	৭০।(ক)
৭১।(ক)	৭২।(ক)	৭৩।(ক)	৭৪।(খ)	৭৫।(খ)	৭৬।(খ)	৭৭।(খ)			

খ-বিভাগ : সৃজনশীল প্রশ্ন (CQ)

- ১। সায়মা স্থির চাপে ৫ লিটার আয়তনের গ্যাসকে 0°C থেকে 35°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করলে এর আয়তন ০.৬৪১ লিটার বৃদ্ধি পায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আদর্শ গ্যাস কী ?

খ. STP বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকের তথ্য থেকে পরম শূন্য তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

ঘ. উল্লেখিত তথ্য গ্যাসের কোন সূত্রকে সমর্থন করে ? এর গাণিতিক সমীকরণ প্রতিপাদন কর এবং এ থেকে পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের তাত্ত্বিক আয়তন নির্ণয় কর।

- ২। যে সকল স্থানে গ্যাসের লাইন নাই, সে সকল স্থানেও আজকাল সিলিভারের গ্যাস রান্নাবান্নার কাজে ব্যবহার করা হয়। জাহিদ বাসার জন্য 5 m^3 আয়তনবিশিষ্ট একটি গ্যাস ভর্তি গ্যাসের সিলিভার কিনে আনলো। গ্যাস ব্যবহারের আগে সিলিভারের মধ্যে গ্যাসের তাপমাত্রা ও চাপ ছিল যথাক্রমে 50°C এবং $1.43 \times 10^5\text{ N m}^{-2}$ । জ্বালানির জন্য ৫ ঘণ্টা গ্যাস সরবরাহ করার পর সিলিভারটির ভিতরে গ্যাসের চাপ কমে $1.33 \times 10^5\text{ N m}^{-2}$ হলো।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. পরম শূন্য তাপমাত্রা কী ?

খ. বয়েলের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. ৫ ঘণ্টা গ্যাস সরবরাহ করার পর সিলিভারটির ভিতরে গ্যাসের তাপমাত্রা কত হবে ?

ঘ. সিলিভারটির ভিতরে গ্যাসের তাপমাত্রার সাথে চাপের কীরূপ পরিবর্তন হয় ব্যাখ্যা কর।

- ৩। কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণ বিবেচনার সময় চাপের কথা বিবেচনা করা হয় না। কারণ চাপ পরিবর্তিত হলে কঠিন ও তরলের আয়তনের কোনো উল্লেখযোগ্য পরিবর্তন হয় না। কিন্তু গ্যাসের আয়তন এর চাপ ও তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল। কোনো গ্যাসের অবস্থার পূর্ণ বিবরণ দিতে হলে এর চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার অবশ্যই উল্লেখ করতে হবে। এই তিনটি রাশি এমন সম্পর্কযুক্ত যে, যে কোনো একটি স্থির রাখা হলে অন্য দুটি যখন পরিবর্তিত হয় তখন এক একটি নির্দিষ্ট সূত্র মেনে চলে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গ্যাসীয় সূত্রগুলো কী কী ?

খ. বয়েল ও চার্লসের সূত্রের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. 18 g হিলিয়াম গ্যাসপূর্ণ একটি বেলুনের আয়তন 0.10 m^3 । বেলুনের ভেতরে গ্যাসের চাপ $1.2 \times 10^5\text{ N m}^{-2}$ হলে, বেলুনের মধ্যবর্তী গ্যাসের তাপমাত্রা কত ?

ঘ. $pV = nRT$ আদর্শ গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ। যথাযথ যুক্তির সাহায্যে দেখাও যে, এটি বয়েল ও চার্লসের সূত্রের সংযুক্ত রূপ।

- ৪। সব গ্যাসই মোটামুটি বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে। বয়েল ও চার্লসের সূত্রের সমন্বিত রূপই আদর্শ গ্যাস সমীকরণ। বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে এমন একটি গ্যাসের আণবিক ভর $32 \times 10^{-3}\text{ kg mol}^{-1}$, 72 cm পারদস্তম্ভ চাপে ও 27°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের ভর হলো 20 g ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. তাপমাত্রার পরম স্কেল কী ?

খ. কোনো স্থানে বায়ুর শিশিরাক্ত 20°C বলতে কী বুঝ ?

গ. $R = 8.31\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1}$ হলে গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় কর।

ঘ. উল্লেখিত সূত্রদ্বয়ের সমন্বিত সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

- ৫। সুমনদের বাসার গ্যাস সিলিভারের গ্যাস শেষ হয়ে যাওয়ায় সুমনের মা তাকে দোকান থেকে সিলিভারটি গ্যাসপূর্ণ করে আনতে পাঠালেন। দোকানদার 10 লিটারের ঐ সিলিভারটি 25°C তাপমাত্রায় 150 kPa চাপে মিথেন (CH_4) গ্যাস দিয়ে পূর্ণ করে দিলেন। গ্যাস আনার পর রান্না শেষে সুমন সিলিভারের চাপ মিটারে চাপ দেখলো 130 kPa।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আদর্শ গ্যাস কী ?

খ. কোনো গ্যাসের চাপের সাথে ঘনত্বের সম্পর্ক কী রূপ ?

গ. রান্নার কাজে কী পরিমাণ গ্যাস ব্যবহার করা হয়েছে ?

ঘ. রান্নার পর গ্যাসের চাপ কমে গেল—উদ্দীপকের আলোকে যথাযথ যুক্তিসহকারে ব্যাপারটি ব্যাখ্যা কর।

- ৬। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদ আয়তনে পাঁচগুণ হয়।

বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আদর্শ গ্যাস সমীকরণ কী ?

খ. আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলতে কী বুঝ ?

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর।

ঘ. হ্রদের উপরিতলে বায়ুমণ্ডলের চাপ বৃদ্ধি পেলে পানির ঘনত্বের কীরূপ পরিবর্তন হয়—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

- ৭। 0.5 m বাহুবিশিষ্ট একটি ঘনাকৃতি পাত্রে 0°C তাপমাত্রায় 11.25 g গ্যাস অণু আছে। এই অণুর মূল গড় বর্গ বেগ 1837.5 m s^{-1} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. মূল গড় বর্গ বেগ কী ?

খ. শিশিরাক্ক বলতে কী বুঝ ?

গ. গ্যাসটির চাপ নির্ণয় কর।

ঘ. গ্যাসটিতে কতটি অণু আছে নির্ণয় কর।

- ৮। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব 1.25 kg m^{-3} ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব কী ?

খ. গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্যসমূহ কী কী ?

গ. নাইট্রোজেন অণুগুলোর মূল গড় বর্গ বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. 100°C তাপমাত্রায় মূল গড় বর্গ বেগ প্রমাণ তাপমাত্রার মূল গড় বর্গ বেগের চেয়ে কত বৃদ্ধি পাবে ?

- ৯। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে কোনো পাত্রে অক্সিজেন গ্যাস আছে। গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব অনুসারে তাপমাত্রা বাড়লে গ্যাসের মধ্যকার অণুগুলোর বেগ বৃদ্ধি পায়।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আদর্শ গ্যাস কাকে বলে ?

খ. চার্লসের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত গ্যাসের মূল গড় বর্গ বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. গ্যাসটির মূল গড় বর্গ বেগ 5 গুণ করতে হলে গ্যাসের তাপমাত্রা কত বাড়তে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর।

- ১০। টেলিফোনে কথা হচ্ছিল লাবনী ও লুবাবার মধ্যে। লাবনী কক্সবাজারে বেড়াতে গেছে সেখান থেকে ঢাকায় লুবাবার সাথে কথা বলছে। লুবাবা লাবনীকে জিজ্ঞাসা করে কক্সবাজার কেমন লাগছে? লাবনী বলল অস্বস্তিকর ভ্যাপসা গরম। ঢাকায় কী অবস্থা, ঢাকার তাপমাত্রা কত? ঢাকায় গরম তবে ততটা অস্বস্তিকর নয়। ঢাকায় তাপমাত্রা 30°C । লাবনী বললো, আশ্চর্য কক্সবাজারের তাপমাত্রাও তো 30°C , তাহলে এত অস্বস্তিকর কেন?

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. আর্দ্রতা কী?

খ. পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

গ. কোনো একদিন ঢাকায় শিশিরাক্ষ 7.6°C ও বায়ুর তাপমাত্রা 16°C হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।
 7°C , 8°C এবং 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $13.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ।

ঘ. ঢাকা ও কক্সবাজারের তাপমাত্রা একই, 30°C তবুও ঢাকার চেয়ে কক্সবাজার এমন অস্বস্তিকর ও ভ্যাপসা গরম কেন? যুক্তি দাও।

- ১১। একদিন দুপুর বেলা বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল 75 %। অফিসের বড় কর্তা কক্ষে প্রবেশ করেই এসি চালু করে তাপমাত্রা 23°C তে নামিয়ে নিলেন। ঐ দিনের শিশিরাক্ষ ছিল 9.4°C । 30°C , 23°C , 9°C ও 10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 29.92 mm, 20.24 mm, 8.92 mm ও 9.22 mm পারদ স্তম্ভ চাপ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. শিশিরাক্ষ কী?

খ. কোনো স্থানের বাতাসের পরম আর্দ্রতা 4 g m^{-3} বলতে কী বুঝ?

গ. ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা 23°C এ নেমে এলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে?

ঘ. কক্ষের ভিতর এসি চালু করায় আরাম বোধ করবেন কেন—উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

গ-বিভাগ : সাধারণ প্রশ্ন

- আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? [চ. বো. ২০১৫; কু. বো. ২০১৫, ২০১৬; দি. বো. ২০১৭; রা. বো. ২০১৯] বাস্তব ক্ষেত্রে আদর্শ গ্যাস পাওয়া যায় কি?
- বয়েলের সূত্র বিবৃত কর। [য. বো. ২০১৫, ২০১৯]
- চার্লসের সূত্র বিবৃত কর।
- চার্লসের সূত্র বিবৃত কর এবং এই সূত্র থেকে প্রমাণ কর যে, “স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।”
- পমশূন্য তাপমাত্রা কাকে বলে?
- পরম শূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে কি না? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৯]
- চলন্ত গাড়ির চাকার ভিতরের চাপ বৃদ্ধি পায় কেন? [য. বো. ২০১৫]
- প্রমাণ তাপমাত্রা বলতে কী বোঝায়?
- প্রমাণ চাপ বলতে কী বোঝায়? [চা. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৬; অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২০১৭]
- আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $pV = RT$
- একটি আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $pV = nRT$ সম্পর্কটি বের কর।
- এক মোলের সংজ্ঞা দাও। [চ. বো. ২০১৭]
- সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক কাকে বলে? [কু. বো. ২০১৫]
- মোলার গ্যাস ধ্রুবক R -কে সর্বজনীন বা বিশ্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলা হয় কেন?

- ১৬। একক চাপে কোনো আদর্শ গ্যাসের এক মোলের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রার লেখচিত্রের ঢালকে কী নির্দেশ করে। [চ. বো. ২০১৫]
- ১৭। গ্যাস ধ্রুবক K এবং সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক R -এর মধ্যে পার্থক্য কী?
- ১৮। একটি হাইড্রোজেন গ্যাস বেলুন ভূমি হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় উঠার পরে ফেটে যায় কেন—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]
- ১৯। দুটি একই আয়তনের বায়ুপূর্ণ বেলুন ভিন্ন তাপমাত্রায় রাখলে কী ঘটবে? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৫]
- ২০। স্থির তাপমাত্রায় একটি আদর্শ গ্যাসের pV বনাম p গ্যাসের প্রকৃতি কিরূপ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২০১৯]
- ২১। গ্যাসের ক্ষেত্রে ঘনত্ব বনাম তাপমাত্রা লেখচিত্রের প্রকৃতি কেমন হবে? [কু. বো. ২০১৬]
- ২২। গ্যাসের ক্ষেত্রে ঘনত্ব বনাম চাপ লেখচিত্রের প্রকৃতি কেমন হবে।
- ২৩। গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যগুলো কী কী বা মৌলিক স্বীকার্যগুলো বর্ণনা কর।
- ২৪। গ্যাসের গতিতত্ত্ব বর্ণনা কর।
- ২৫। গড় বর্গবেগ কাকে বলে?
- ২৬। মূল গড় বর্গবেগ কাকে বলে? [সি. বো. ২০১৭]
- ২৭। গ্যাস কণিকার বেগ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে মূল গড় বর্গবেগ নেওয়া হয় কেন? [কু. বো. ২০১৫]
- ২৮। গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূচকে সমর্থন করে—ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৭]
- ২৯। গ্যাসের গতিতত্ত্ব চার্লসের সূচকে সমর্থন করে—ব্যাখ্যা কর।
- ৩০। বোলজম্যান ধ্রুবক কাকে বলে?
- ৩১। বোলজম্যান ধ্রুবক $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ বলতে কী বোঝায় ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৯]
- ৩২। গড়মুক্ত পথ কাকে বলে? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ৩৩। গ্যাস অণুর গড়মুক্ত পথ কি কি রাশির ওপর নির্ভর করে?
- ৩৪। গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে গড়মুক্ত পথ বেশি হয় কি? [ব. বো. ২০১৯]
- ৩৫। স্বাধীনতার মাত্রা কাকে বলে? [রা. বো. ২০১৭; ঢা. বো. ২০১৯]
- ৩৬। শক্তির সমবিভাজন নীতি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।
- ৩৭। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে? [দি. বো. ২০১৬; চ. বো. ২০১৯]
- ৩৮। অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে?
- ৩৯। বাষ্প ও গ্যাসের দুটি পার্থক্য বিবৃত কর। [চ. বো. ২০১৬]
- ৪০। জলীয় বাষ্পের চাপ ও বায়ু চাপের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।
- ৪১। পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাস অণুর বেগ শূন্য হওয়ার কারণ কী? ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৪২। গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে 0 K গ্যাসের গতিশক্তি কত হবে?
- ৪৩। একই তাপমাত্রায় ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুবক থাকে—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৭]
- ৪৪। পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? [ব. বো. ২০১৫, ২০১৭; অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]
- ৪৫। শিশিরাক্ষ কাকে বলে? [রা. বো. ২০১৫, ২০১৭; কু. বো. ২০১৯; ব. বো. ২০১৯]
- ৪৬। আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? [রা. বো. ২০১৬; কু. বো. ২০১৭; চ. বো. ২০১৭]
- ৪৭। একটি ঘরের পরম আর্দ্রতা 2 kg m^{-3} এর অর্থ কী?
- ৪৮। বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং শিশিরাক্ষ 18°C বলতে কী বোঝায়? [ঢা. বো. ২০১৯]
- ৪৯। কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বোঝায়?
- ৫০। কোনো স্থানের বায়ু সম্পূর্ণ শুষ্ক হলে শিশিরাক্ষ কত হবে?
- ৫১। পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের অণুর গড় বর্গবেগও বৃদ্ধি পায়—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২০১৬]
- ৫২। পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে কোনটি অধিক গুরুত্বপূর্ণ ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২০১৯]
- ৫৩। শীতকাল অপেক্ষা বর্ষাকালে কাপড় দেরিতে শুকায়—ব্যাখ্যা কর। [অভিন্ন প্রশ্ন (ক সেট) ২০১৮]
- ৫৪। আকাশ মেঘলা থাকলে শিশির পড়ে না কেন? [মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৯]
- ৫৫। বডি স্প্রে ব্যবহারের সময় ঠাণ্ডা অনুভূত হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২০১৯]

ষ-বিভাগ : গাণিতিক সমস্যা

সেট I

[সাধারণ সমস্যাবলি]

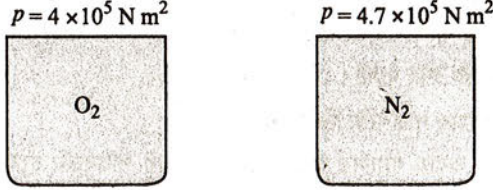
- ১। স্থির উষ্ণতায় কত চাপ প্রয়োগ করলে একটি গ্যাসের আয়তন এর প্রমাণ চাপের আয়তনের ৪ গুণ হবে ?
[উ: 2.5×10^4 Pa] [ব. বো. ২০০৪]
- ২। 600 mm Hg চাপে 19.0 m^3 আয়তনের আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা কত হবে ? যদি একই গ্যাস 27°C তাপমাত্রায় এবং 760 mm Hg চাপে 12.0 m^3 আয়তন দখল করে।
[উ: 102°C]
- ৩। 0.64 m পারদস্তম্ভ চাপে এবং 39°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন $5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ । প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত ?
[উ: $4.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$] [য. বো. ২০০১]
- ৪। প্রমাণ চাপে ও 27°C তাপমাত্রায় 32 g অক্সিজেনের আয়তন বের কর।
[উ: $2.46 \times 10^{-2} \text{ m}^3$]
[কু. বো. ২০০৮; সি. বো. ২০০৬]
- ৫। একটি ফ্লাস্কে 30°C তাপমাত্রা এবং 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে কিছু বাতাস আবদ্ধ আছে। এখন ফ্লাস্কের মুখ ছিপি দিয়ে আটকিয়ে একে উত্তপ্ত করা শুরু হলো। ছিপিটি খুলতে যদি 4 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের প্রয়োজন হয় তবে কত তাপমাত্রা পর্যন্ত একে উত্তপ্ত করলে ছিপিটি খুলে যাবে ?
[উ: 939°C]
- ৬। 300°C তাপমাত্রায় 40 m^3 আয়তনের কোনো পাত্রে 4 মোল গ্যাস রাখলে যদি 9.00×10^4 Pa চাপ দেয় তাহলে 600°C তাপমাত্রায় 100 m^3 আয়তনের পাত্রে আবদ্ধ 200 মোল গ্যাস কী পরিমাণ চাপ দেবে ?
[উ: 274.24×10^4 Pa]
- ৭। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বাতাসের বুদবুদের আয়তন তিনগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} হলে হ্রদের গভীরতা কত ?
[উ: 20.41 m] [কু. বো. ২০০৫; ব. বো. ২০০৭; সি. বো. ২০১১]
- ৮। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বাতাসের বুদবুদের আয়তন দ্বিগুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2} হলে হ্রদের গভীরতা কত ?
[উ: 10.2 m] [বুয়েট ১৯৯৯-২০০০; সি. বো. ২০০৩]
- ৯। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বাতাসের বুদবুদের ব্যাস তিনগুণ হয়ে যায়। ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতা 75 cm হলে হ্রদের গভীরতা কত ? [পারদের ঘনত্ব 13596 kg m^{-3}]
[উ: 265.12 m]
[চ. বো. ২০১০]
- ১০। কোনো হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ু বুদবুদের আয়তন তার পৃষ্ঠে ওঠার পর বেড়ে 10 গুণ হয়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 76 cm পারদস্তম্ভ হলে হ্রদের গভীরতা কত ? [পারদের ঘনত্ব $13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$]
[উ: 93.024 m] [কুয়েট ২০০৪-২০০৫; সি. বো. ২০০৭]
- ১১। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের আয়তন 7 গুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^6 N m^{-2} হলে হ্রদের গভীরতা কত ?
[উ: 612.25 m] [ব. বো. ২০০৯]
- ১২। 27°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতি শক্তি নির্ণয় কর।
[উ: 3739.5 J] [জা. বো. ২০০৩; কু. বো. ২০১০]
- ১৩। STP-তে কোন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। STP-তে ঐ গ্যাসের ঘনত্ব 1.4 kg m^{-3} ।
[উ: 465.91 m s^{-1}] [চ. বো. ২০০১]
- ১৪। 27°C তাপমাত্রায় 4 g অক্সিজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি গত ?
[উ: 467.14 J] [রা. বো. ২০১৫]
- ১৫। প্রমাণ তাপমাত্রায় ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব 1.25 kg m^{-3} । অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ বের কর।
[উ: 493.1 m s^{-1}] [জা. বো. ২০০৮; কু. বো. ২০১৫; চ. বো. ২০১৩, ২০১৪]

- ১৬। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেনের ঘনত্ব $= 1.43 \text{ kg m}^{-3}$ । [উ: 461 m s^{-1}] [ঢা. বো. ২০০৫; ব. বো. ২০০৮; দি. বো. ২০১০]
- ১৭। স্থির চাপে কোন তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে। [উ: 68.25 K] [য. বো. ২০০৩; সি. বো. ২০১১]
- ১৮। কোনো এক দিন বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং শিশিরাঙ্ক 22°C হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 30°C এবং 22°C -এ সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 31.83 এবং 19.83 mm পারদ চাপ। [উ: 62.3%]
- ১৯। একটি নির্দিষ্ট দিনে যখন বায়ুর উষ্ণতা 17.5°C তখন শিশিরাঙ্ক দেখা গেল 14°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। সর্বোচ্চ জলীয়বাষ্প চাপ 14°C -এ 1.199 cm (পারদের) 17°C -এ 1.44 cm (পারদের) এবং 18°C -এ 1.55 cm (পারদের)। [উ: 80.2%]
- ২০। কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং শিশিরাঙ্ক 20.4°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 20°C , 22°C এবং 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17.54 , 19.83 এবং 25.21 mm পারদ চাপ। [উ: 71.39%] [য. বো. ২০১২, ২০০৯; চ. বো. ২০০৬; ব. বো. ২০১০, ২০০৩; সি. বো. ২০০৪]
- ২১। কোনো একদিন শিশিরাঙ্ক 7.5°C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 18.5°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 7°C , 8°C , 18°C এবং 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ যথাক্রমে 7.53×10^{-3} , 8.05×10^{-3} , 15.48×10^{-3} এবং $16.46 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ। [উ: 48.78%] [ব. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০৬]
- ২২। নির্দিষ্ট কোনো এক দিনের শিশিরাঙ্ক 8.5°C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 18.4°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। (8°C , 9°C , 18°C , 19°C তাপমাত্রায় সর্বাধিক বাষ্পচাপ যথাক্রমে 8.04 , 8.61 , 15.46 এবং 16.46 cm পারদ)। [উ: 52.5%] [রা. বো. ২০০৬]
- ২৩। কোনো একদিন শিশিরাঙ্ক 7.6°C ও বায়ুর তাপমাত্রা 16°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 7°C , 8°C এবং 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $13.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ। [উ: 57.78%]
- ২৪। বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% হলে বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ কত? 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ $31.70 \times 10^{-3} \text{ m Hg P}$ । [উ: $19.02 \times 10^{-3} \text{ m Hg P}$] [য. বো. ২০০২]
- ২৫। কোনো এক স্থানের তাপমাত্রা 32°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% হলে ঐ স্থানের শিশিরাঙ্ক কত? [20.25°C এবং 32°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17.83 mm এবং 35.66 mm পারদ।] [উ: 20.25°C]
- ২৬। কোনো একদিন সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শুষ্ক বাল্বের পাঠ 30°C এবং সিক্ত বাল্বের পাঠ 28°C । আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 30°C -এ গ্লেসিয়ারের উৎপাদক 1.65 এবং 26°C , 28°C , 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ যথাক্রমে $25.25 \times 10^{-3} \text{ m}$, $28.45 \times 10^{-3} \text{ m}$ এবং $31.85 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ চাপ। [উ: 82.79%] [ঢা. বো. ২০১১; রা. বো. ২০০০]
- ২৭। একটি শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্ব হাইগ্রোমিটারে শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C এবং 12°C হলে শিশিরাঙ্ক ও বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। (20°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক 1.79 এবং 20°C ও 5.68°C তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের সর্বোচ্চ চাপ যথাক্রমে 17.6 mm Hg P এবং 6.856 mm Hg P .) [উ: 5.68°C ও 38.95%] [ঢা. বো. ২০০৯]

সেট II

[সাম্প্রতিক বোর্ড পরীক্ষা ও বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষায় সন্নিবেশিত সমস্যাগুলি]

- ২৮। 3 m^3 আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A-পাত্রে O_2 এবং B পাত্রে N_2 গ্যাস নিয়ে চিত্রে প্রদর্শিত চাপ পাওয়া গেল।



(ক) A-পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) A ও B পাত্রের মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত প্রদান কর।

[উ: (ক) 1.8 J ; (খ) B পাত্র বেশি উত্তপ্ত হবে।] [য. বো. ২০১৬]

- ২৯। একজন আবহাওয়াবিদ দৈনিক প্রতিবেদন তৈরির জন্য কোনো একদিন ঢাকা ও রাজশাহীতে স্থাপিত দুটি সিক্ত ও শুষ্ক বাষ্প আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের মাধ্যমে নিচের উপাত্তগুলো সংগ্রহ করলেন।

স্থান	শুষ্ক বাষ্প থার্মো, পাঠ	সিক্ত বাষ্প, থার্মো, পাঠ	বাহ্যর তাপমাত্রায় গ্রোসিয়্যারের উৎপাদক
ঢাকা	28.6°C	20.6°C	1.664
রাজশাহী	32.6°C	22°C	1.625

[14°C , 16°C , 28°C , 30°C , 32°C , 34°C , তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ যথাক্রমে 11.99, 13.63, 28.35, 31.83, 35.66 এবং 39.90 mm Hg]

(ক) ঐ দিনে ঢাকার শিশিরাস্ক কত ছিল?

(খ) উপরিউক্ত তথ্যমতে কোন ব্যক্তি কোথায় অধিকতর স্বস্তি বোধ করবেন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[উ: (ক) 14.29°C ;

(খ) ঢাকায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা 41.6% এবং রাজশাহীর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 35.86% আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% এর উপর যত বেশি হবে আমরা তত অস্বস্তিবোধ করব। আবার 50% এর চেয়ে যত কম হবে আমরা তত বেশি অস্বস্তি বোধ করব। যদিও রাজশাহী ও ঢাকা উভয় স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা স্বস্তির সীমার নিচে কিন্তু রাজশাহীর আপেক্ষিক আর্দ্রতা ঢাকার চেয়েও কম হওয়ায় রাজশাহীতেই কোনো ব্যক্তি অনেক বেশি অস্বস্তি বোধ করবেন।] [চ. বো. ২০১৭]

- ৩০। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে 1 mole করে দুটি গ্যাস একই আয়তনের ছিপযুক্ত দুটি পাত্রে রক্ষিত আছে। গ্যাস দুটির আণবিক ভর যথাক্রমে 2 g ও 32 g । পাত্র দুটির মুখের ছপি একই সাথে খুলে দেয়া হলো।

[অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা = 6.022×10^{23} এবং $R = 8.31 \text{ joule mole}^{-1} \text{ K}^{-1}$]

(ক) দ্বিতীয় পাত্রের গ্যাসের গড় গতি শক্তি হিসাব কর।

(খ) পাত্র দুটি একই সাথে খালি হতে হলে দ্বিতীয় পাত্রের তাপমাত্রার কিরূপ পরিবর্তন হবে—গাণিতিক বিশ্লেষণ এর সাহায্যে লিখ। [উ: (ক) 5.65×10^{-21} J; (খ) দ্বিতীয় পাত্রের তাপমাত্রা 4095 K বৃদ্ধি করতে হবে।]

[ব. বো. ২০১৫]

৩১। একটি গ্যাস সিলিন্ডারের আয়তন 1.5 m^3 । সিলিন্ডারটিতে 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাস অণুর ব্যাস $25 \times 10^{-10} \text{ m}$ । পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারটি সমআয়তনের অপর একটি খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করা হলো।

(ক) সিলিন্ডার আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।

(খ) খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্তপথের পরিবর্তন হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

[উ: (ক) $1.86 \times 10^6 \text{ J}$; (খ) খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করায় গ্যাস অণুর গড় মুক্ত পথ দ্বিগুণ হবে।]

[দি. বো. ২০১৭]

৩২।

$$P_x = 4 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

$$V_x = 4 \text{ litre}$$

$$T_x = 600 \text{ K}$$

$$P_y = 8 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

$$V_y = 8 \text{ litre}$$

$$T_y = 650 \text{ K}$$

চিত্রে X ও Y সিলিন্ডারে কিছু গ্যাস আছে। যাদের ঘনত্ব (ρ) kg/m^3 এবং ভর সমান।

(ক) X ও Y সিলিন্ডারের গ্যাসের গড় বর্গমূল বেগের তুলনা কর।

(খ) X ও Y-পাত্র দুটিকে একটি নল দ্বারা যুক্ত করা হলে গ্যাসের অণুগুলো X পাত্র হতে Y-পাত্রে যাবে কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

[উ: (ক) $\sqrt{C_x^2} : \sqrt{C_y^2} = 1 : \sqrt{2}$; (খ) এখন পাত্র দুটি নল দ্বারা যুক্ত করলে চাপের পার্থক্যজনিত কারণে গ্যাসের আদান-প্রদান হবে। যেহেতু X-পাত্রে চাপ কম তাই X-পাত্র থেকে Y-পাত্রে গ্যাস সঞ্চারিত হবে না। বরং গ্যাস Y-পাত্র থেকে X-পাত্রে যাবে।]

[দি. বো. ২০১৭]

৩৩। বিজ্ঞানের ছাত্রী জ্যোতি আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের সাহায্যে দুপুরের তাপমাত্রা পেল 32°C । এ দিনের শিশিরাঙ্ক 10°C জেনে সে আপেক্ষিক আর্দ্রতা পেল 75%। আবার ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা দেখতে পেল 20°C । (10°C তাপমাত্রার সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $9.22 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$, 20°C -এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $17.54 \times 10^{-3} \text{ m Hg}$.)

(ক) উদ্দীপকের আলোকে দুপুরের বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বের কর।

(খ) জ্যোতির মনে হলো দুপুরের তুলনায় সন্ধ্যায় তাড়াতাড়ি ঘাম শুকাচ্ছে—উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে মতামত বিশ্লেষণ কর।

[উ: (ক) $12.29 \times 10^{-3} \text{ m Hg P}$; (খ) দুপুরে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা = 75% এবং সন্ধ্যায় বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা = 52.57%। $52.57\% < 75\%$ অর্থাৎ সন্ধ্যায় বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা দুপুরের বায়ুর চেয়ে কম হওয়ায় ঘাম তাড়াতাড়ি শুকাবে। সুতরাং জ্যোতির মনে হওয়া সঠিক ছিল।]

[সি. বো. ২০১৬]

৩৪। কোনো একদিন ল্যাবরেটরিতে সিজ ও শুষ্ক বায়ু আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের শুষ্ক বায়ুর পাঠ 30°C এবং সিজ ভাস্কের পাঠ 28°C পাওয়া গেল। ভিন্ন ভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পচাপ ও গ্রেইসারের উৎপাদকের মান নিচের সারণি-১ এ প্রদত্ত হলো :

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ (mmHg)	গ্রেইসারের উৎপাদক
26° C	25.21×10^{-3}	1.69
28°C	28.35×10^{-3}	1.67
29°C	29.93×10^{-3}	1.66
30°C	31.83×10^{-3}	1.65

(ক) ল্যাবরেটরিতে ঐ দিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত ছিল নির্ণয় কর।

(খ) যদি ঐ দিন তাপমাত্রা হঠাৎ 1° হ্রাস পায় তবে শিশিরাক্ষের পরিবর্তন কীরূপ হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) 82.65%; (খ) তাপমাত্রা হঠাৎ 1°C হ্রাস পেলে শিশিরাক্ষ পাওয়া যাবে 27.34°C

অর্থাৎ শিশিরাক্ষ 0.64 °C বৃদ্ধি পাবে।

[ঢা. বো. ২০১৭]

৩৫। একটি সিলিন্ডারের 127 °C তাপমাত্রা ও 72 cm পারদ চাপে ও 3 gm হিলিয়াম গ্যাস রাখা হয়েছে। একই পরিমাণ হিলিয়াম গ্যাস অপর একটি সিলিন্ডারে STP তে রাখা হলো।

(ক) প্রথম সিলিন্ডারে গ্যাসের আয়তন হিসাব কর।

(খ) সিলিন্ডার দুটিতে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয়পূর্বক তাপমাত্রা তুলনা করে ফলাফল বিশ্লেষণ কর।

উ: (ক) $2.6 \times 10^{-2} \text{ m}^3$; (খ) প্রথম গ্যাসের গতিশক্তি, $E_1 = 3.74 \times 10^3 \text{ J}$ এবং দ্বিতীয় গ্যাসের গতিশক্তি $E_2 = 2.55 \times 10^3 \text{ J}$ অর্থাৎ $T_1 > T_2$ হওয়ায় $E_1 > E_2$ প্রথম সিলিন্ডারের গ্যাসের তাপমাত্রা দ্বিতীয় সিলিন্ডারের গ্যাসের তাপমাত্রার চেয়ে বেশি হওয়ায় প্রথম সিলিন্ডারের গ্যাসের গতিশক্তি দ্বিতীয় সিলিন্ডারের গ্যাসের গতিশক্তির চেয়ে বেশি।

[ঢা. বো. ২০১৭]

৩৬। কোনো ঘরের তাপমাত্রা 32 °C শিশিরাক্ষ 14 °C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 48%। ঐ সময় ঘরের বাইরে তাপমাত্রা 11 °C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। 32 °C ও 11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 33.6 mmHg ও 9.8 mmHg। 30 °C- এ গ্রেইসারের ধ্রুবক 1.63।

(ক) ঐ ঘরে ঝুলানো আর্দ্র ও শুষ্ক বাষ্প হাইগ্রোমিটারে আর্দ্র বাষ্প থার্মোমিটার কত পাঠ দেখাবে?

(খ) যদি ঘরের একটি জানালা খুলে দেওয়া হয় তাহলে জলীয় বাষ্প কোন দিকে চলাচল করবে—গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

উ: (ক) 20.96 °C; (খ) ঘরের মধ্যে জলীয় বাষ্পচাপ $f_1 = 16.128 \text{ mm Hg}$ এবং ঘরের বাইরে জলীয় বাষ্প চাপ $f_2 = 6.86 \text{ mm Hg}$ । যেহেতু $f_1 > f_2$. \therefore জলীয় বাষ্প ঘরের ভিতর থেকে বাইরে আসবে।

[সি. বো. ২০১৭]

৩৭। পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একদল ছাত্র লক্ষ্য করল বিশুদ্ধ পানিপূর্ণ পাত্রে বায়ু বদবুদ তলদেশ থেকে পৃষ্ঠদেশে আসার ফলে আয়তন 1.1 গুণ হয়। পরীক্ষার এক পর্যায়ে একজন ছাত্র পানিতে অন্য একটি তরল মিশ্রিত করায় পানির ঘনত্ব বেড়ে দ্বিগুণ হয়ে যায়। (বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 N m^{-2})।

(ক) পানির তাপমাত্রা ধ্রুব থাকলে পাত্রটির উচ্চতা কত?

(খ) তরল মিশ্রিত করার পর পৃষ্ঠদেশে আসা বদবুদগুলোর আয়তনের কোনরূপ পরিবর্তন হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

উ: (ক) 1.02 m; (খ) পানিতে তরল মিশ্রিত করায় বদবুদগুলোর আয়তন 1.2 গুণ বৃদ্ধি পাবে। [ব. বো. ২০১৭]

৩৮।

স্থান	শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটার পাঠ	সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটার পাঠ
কুমিল্লা	20 °C	12 °C

স্থান	বায়ুর তাপমাত্রা	শিশিরাক্ষ
খুলনা	20 °C	8.5 °C

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ
5.68 °C	$6.856 \times 10^{-3} \text{ m HgP}$
8 °C	$8.04 \times 10^{-3} \text{ m HgP}$
9 °C	$8.61 \times 10^{-3} \text{ m HgP}$
20 °C	$17.6 \times 10^{-3} \text{ m HgP}$

(ক) কুমিল্লায় শিশিরাক্ষ কত? (20 °C তাপমাত্রায় $G = 1.79$)

(খ) উদ্দীপকের আলোকে কোন স্থানটি অধিক আর্দ্র থাকবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

উ: (ক) 5.68 °C; (খ) কুমিল্লায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা 38.95% এবং খুলনায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা 47.30% সুতরাং খুলনা বেশি আর্দ্র থাকবে। [অভিন্ন প্রশ্ন (খ সেট) ২০১৮]

৩৯। একটি পুকুরের পানির গভীরতা 6 m। বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা 27°C এবং পানির মধ্যে উহা প্রতি মিটার গভীরতার জন্য 0.5° C কমে। পানির ঘনত্বের পরিবর্তন উপেক্ষা করে পুকুরের তলদেশে উৎপন্ন একটি মার্শ গ্যাসের বৃদ্ধি পুকুরের উপরিতলে পৌঁছার অবস্থায় উহার আয়তনের পরিবর্তনের শতকরা হার নির্ণয় কর। [উ: 59.5%]

[কুয়েট ২০০৫-২০০৬; রুয়েট ২০০৫-২০০৬]

৪০। একজন ব্যক্তি শ্বাস-প্রশ্বাসে 1.12 litre বায়ু সেবন করলে (i) সে মোট কতগুলো অণু সেবন করে? (ii) 27°C তাপমাত্রায় ঐ অণুগুলোর গড় গতিশক্তি কত? [সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক = $8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা = $6.022 \times 10^{23} \text{ molecule mole}^{-1}$] [উ: (i) 3.0115×10^{22} টি (ii) $6.213 \times 10^{-21} \text{ J/ molecule}$]

[বুয়েট ২০০২-২০০৩]

৪১। একটি সিলিন্ডারে রক্ষিত অক্সিজেন গ্যাসের আয়তন $1 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ । তাপমাত্রা 300 K এবং চাপ $2.5 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$ । তাপমাত্রা স্থির রেখে কিছু অক্সিজেন ব্যবহার করা হলো। ফলে চাপ কমে $1.3 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$ হলো। ব্যবহৃত অক্সিজেনের ভর নির্ণয় কর। দেওয়া আছে, $R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ । [উ: 29.62 g]

[চুয়েট ২০১৩-২০১৪; কুয়েট ২০০৩-২০০৪]

৪২। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে কিছু শুষ্ক বায়ু সংনমিত প্রক্রিয়ায় সংনমিত করে এবং আয়তন অর্ধেক করা হলো। চূড়ান্ত চাপ কত? [উ: 202.65 kPa] [রুয়েট ২০১২-২০১৩]

৪৩। পানির উপরিতলে পানির ঘনত্ব $1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ হলে 800 atm চাপ গভীরতায় পানির ঘনত্ব কত হবে? [দেওয়া আছে, পানির সংনম্যতা = $45.8 \times 10^{-8}, \text{ Pa}^{-1}$ এবং $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$]

[উ: 1069.7 kg m^{-3}] [বুয়েট ২০১৬-২০১৭]

৪৪। অণুর ব্যাস 2 \AA ধরে 10^{-6} mm পারদ চাপবিশিষ্ট একটি গ্যাস চেম্বারের অণুর গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর। STP-তে এক গ্রাম গ্যাসের অণু 22.4 L আয়তন দখল করে। ধরে নাও, চেম্বারটির তাপমাত্রা 273 K [উ: 158.97 m]

[চুয়েট ২০১৫-২০১৬; বুয়েট ২০১৪-২০১৫]

- ৪৫। কোনো স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। যদি সে স্থানের তাপমাত্রা কমে 18°C হয়, তবে বায়ুস্থিত জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হয়ে তরল পানি হবে? [26°C এবং 18°C -এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.21 mm এবং 15.48 mm পারদস্তম্ভের সমান।] [উ: 12.2%]
[বুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- ৪৬। প্রতি cm^3 এর অণুর সংখ্যা 1.5×10^{19} টি এবং অণুর পারমাণবিক ব্যাসার্ধ $= 2 \times 10^{-8}$ m হলে, গড় মুক্ত পথ নির্ণয় কর। [উ: 8.75×10^{-11} m] [বুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৪৭। কত ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মূল গড় বর্গ বেগ -100°C তাপমাত্রার হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গ বেগের সমান হবে? [উ: 2495°C] [বুয়েট ২০১৭-২০১৮]
- ৪৮। একটি অক্সিজেন সিলিন্ডার 250 atm চাপ সহ্য করতে পারে। সিলিন্ডারটি 125 atm চাপ ও 27°C তাপমাত্রায় অক্সিজেন দিয়ে পূর্ণ করা হলো। গ্যাসের কত তাপমাত্রায় সিলিন্ডারটি বিস্ফোরিত হবে? [উ: 327°C]
[বুয়েট ২০০৯-২০১০]
- ৪৯। স্থির চাপে 6 লিটার আয়তনের কোনো গ্যাসকে 0°C থেকে 40°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করলে আয়তন 879 cm^3 বৃদ্ধি পায়। এই সকল মান হতে সেলসিয়াস স্কেলে পরমশূন্য তাপমাত্রার মান নির্ণয় কর। [উ: -273.44°C]
- ৫০। স্থির চাপে $4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ আয়তনের কোনো গ্যাসকে 0°C হতে 68.25°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করার ফলে এর আয়তন $1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ বৃদ্ধি পেলে পরমশূন্য তাপমাত্রার মান কত? [উ: -273°C] [কু. বো. ২০০৬; চ. বো. ২০০৫]
- ৫১। সমআয়তনের পানি ও একটি তরল পদার্থের ভর যথাক্রমে 0.3 kg ও 0.2 kg। তাদের একই ক্যালরিমিটারে পর পর রেখে 50°C থেকে 30°C -এ শীতল করতে যথাক্রমে 600 s এবং 300 s সময় লাগে। ক্যালরিমিটারের তাপ ধারকত্ব 42 J K^{-1} হলে তরলের আপেক্ষিক তাপ কত? [উ: $3045 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$]
[চুয়েট ২০০৮-২০০৫; কু. বো. '০১]
- ৫২। সমআয়তন পানি ও একটি তরল পদার্থের ভর যথাক্রমে 0.5 kg এবং 0.4 kg। তাদের একই ক্যালরিমিটারে পরপর রেখে 60°C থেকে 40°C হতে যথাক্রমে 1000 s এবং 600 s সময় লাগে। ক্যালরিমিটারের ভর 200 g এবং তার উপাদানের আপেক্ষিক তাপ $380 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ হলে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। পানির আপেক্ষিক তাপ $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ । [উ: $3074 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$]
- ৫৩। একটি অক্সিজেন সিলিন্ডারের আয়তন $5 \times 10^5 \text{ cm}^3$ এবং এতে 300 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে অক্সিজেন ভর্তি। কিছুটা ব্যবহারের পর দেখা গেল যে চাপ 100 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে নেমে গেছে। যে পরিমাণ অক্সিজেন ব্যবহৃত হয়েছে তার আয়তন কত? [উ: 1000 L] [চুয়েট ২০০৩-২০০৪]
- ৫৪। একটি 500 m^3 আয়তনের ঘরের বাতাসের তাপমাত্রা 37°C । এয়ারকুলার ব্যবহার করার জন্য বাতাসের তাপমাত্রা কমে 23°C হলো। যদি ঘরে বায়ু চাপ সমান থাকে তবে শতকরা কতভাগ বাতাস ঘরের মধ্যে আসবে/বাহির হয়ে যাবে? [উ: 4.5% বাতাস ভিতরে আসবে] [চুয়েট ২০০৮-২০০৫]
- ৫৫। একটি 300 m^3 আয়তনের কক্ষের বাতাসের তাপমাত্রা 27°C । এয়ারকুলার ব্যবহার করার জন্য বাতাসের তাপমাত্রা কমে 17°C হলো। যদি ঘরের বায়ুর চাপ সমান থাকে, তবে শতকরা কতভাগ বাতাস ঘরের মধ্যে আসবে/বাহির হয়ে যাবে? [উ: 3.45% বাতাস বেরিয়ে যাবে] [চুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৫৬। 0° তাপমাত্রা এবং $1.0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ চাপে কার্বন-ডাই অক্সাইড গ্যাসের ঘনত্ব 1.98 kg/m^3 । সমচাপে 0°C ও 30°C তাপমাত্রায় উক্ত গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গ বেগ বের কর। [উ: 389.2 m s^{-1} , 410.01 m s^{-1}]
[বুয়েট ২০০৬-২০০৭]

- ৫৭। একটি বস্তুকে 80°C থেকে 64°C তাপমাত্রায় নামতে 5 মিনিট এবং 52°C তাপমাত্রায় নামতে 10 মিনিট সময় লাগে। পরিবেশের তাপমাত্রা কত? [উ: 16°C] [কুয়েট ২০১৫-২০১৬]
- ৫৮। যদি 0°C উষ্ণতার এবং 10^6 dyne/cm^2 চাপে 1g হাইড্রোজেন গ্যাসের আয়তন 11.2 litre হয় তবে মোলার ধ্রুবক R -এর মান কত হবে? [উ: $8.205 \times 10^7 \text{ erg mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ বা, $8.205 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$] [কুয়েট ২০০৬-২০০৭]
- ৫৯। একজন ডুবুরি হ্রদের তলদেশে কাজ করার সময় 2 cm^3 আয়তনের বুদবুদ উপরের দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। পানির উপরিতলে বুদবুদের আয়তন 4 cm^3 হয়; কিন্তু তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে। যদি বায়ুমণ্ডলীয় চাপ 10 m পানির চাপের সমান হয়, হ্রদের গভীরতা কত? [উ: 10 m] [রা. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৬০। স্থির চাপে কত তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের দ্বিগুণ হবে? [উ: 1092 K] [ই.বি ২০১৫-২০১৬; রা. বি. ২০১৬-২০১৭]
- ৬১। $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ হলে কত তাপমাত্রায় একটি পাত্রে হিলিয়াম গ্যাস অণুর গড় গতিশক্তি $6.21 \times 10^{-21} \text{ J}$ হবে? [উ: 300 K] [মেরিন একাডেমি ২০১৫-২০১৬]
- ৬২। 20 লিটার ধারণ ক্ষমতার একটি সিলিন্ডার হাইড্রোজেন দ্বারা পূর্ণ। হাইড্রোজেন গ্যাস অণুর মোট গতিশক্তি $1.5 \times 10^5 \text{ J}$ । সিলিন্ডারে হাইড্রোজেন গ্যাসের চাপ কত? [উ: $5 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$] [বুটেল ২০১৫-২০১৬]
- ৬৩। 27°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি কত? [$R = 8.3 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$] [উ: 3735 J mol^{-1}] [বে. রো. বি. ২০১৫-২০১৬]
- ৬৪। 29°C তাপমাত্রায় 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি 403 J। কোন তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি 1.5 গুণ হবে? [উ: 452.62 K] [রা. বি. ২০১৭-২০১৮]
- ৬৫। একজন ডুবুরি অক্সিজেন সিলিন্ডার ছাড়া 6 m গভীর পর্যন্ত পানির নিচে অনুসন্ধান চালাতে পারেন। পানির উপরিতলে A স্থানে 10^5 Pa চাপে গ্যাসপূর্ণ একটি বেলুনের আয়তন 10^{-3} m^3 । বেলুনটি পানিতে B স্থানে নিমজ্জিত করলে আয়তন হয় $5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ । (পানির ঘনত্ব $= 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ $= 9.8 \text{ ms}^{-2}$)
(ক) বেলুনটির মধ্যে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।
(খ) ডুবুরি উদ্দীপকের B স্থানে অক্সিজেন সিলিন্ডার ছাড়া অনুসন্ধান কার্য চালাতে পারবেন কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।
[উ: (ক) 150 J; (খ) B স্থানের গভীরতা 10.2 m। সুতরাং B স্থানে ডুবুরি অক্সিজেন সিলিন্ডার ছাড়া অনুসন্ধান কার্য চালাতে পারবেন না। [কু. বো. ২০১৯]

বিভিন্ন বোর্ডের অভিন্ন প্রশ্নপত্র - ২০১৪

পদার্থবিজ্ঞান

প্রথম পত্র

(বহুনির্বাচনি অভীক্ষা)

সময়-৩৫ মিনিট পূর্ণমান-৩৫

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রের প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১। সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য—

- (i) বস্তুর গতি পর্যায়গতি
 - (ii) ত্বরণ বস্তুর সরণ অভিমুখী
 - (iii) ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক
- নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২। রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে—

(i) মোট তাপশক্তি স্থির থাকে

(ii) $PV^\gamma = \text{ধ্রুবক}$

(iii) তাপমাত্রা স্থির থাকে

নিচের কোনটি সঠিক?

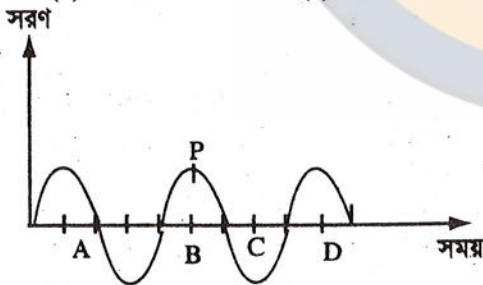
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে ক্রিয়া প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ কত?

(ক) 0° (খ) 90° (গ) 180° (ঘ) 360°

৪। কোনো সেকেন্ড সোলরকার কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1.96 গুণ করলে এর দোলন কাল কত হবে?

- (ক) 3.92 sec (খ) 3.44 sec
- (গ) 2.8 sec (ঘ) 1.4 sec

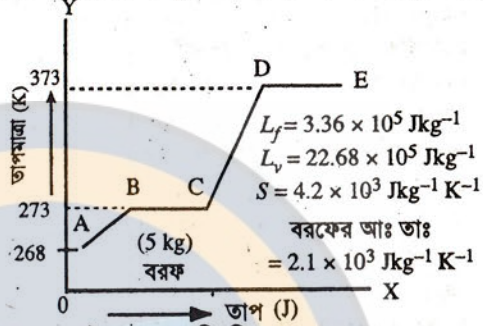


৫। চিত্র হতে P বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দু এবং C বিন্দুর দশা পার্থক্যের অনুপাত হবে—

(ক) 1.5 : 2 (খ) 1.5 : 2.5 (গ) 2 : 1 (ঘ) 3 : 2

৬। শব্দের প্রমাণ তীব্রতা কত?

- (ক) 10^{-12} Wm^{-2} (খ) 10^{-12} Wm^{-1}
- (গ) $10^{-12} \text{ W}^{-1}\text{m}^{-2}$ (ঘ) $10^{-12} \text{ W}^{-1}\text{m}^{-1}$



উপরের লেখচিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭। লেখচিত্রটির DE অংশ নিচের কোন প্রক্রিয়া বোঝায়?

৮। লেখচিত্রের আলোকে কোন ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় তাপ বেশি হবে?

- (ক) A থেকে B বিন্দুতে (খ) B থেকে C বিন্দুতে
- (গ) C থেকে D বিন্দুতে (ঘ) D থেকে E বিন্দুতে

৯। ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্কযুক্ত সমীকরণ কোনটি?

- (ক) $E = \frac{p^2}{2m}$ (খ) $E = \frac{p^2}{m}$
- (গ) $E = \frac{2p^2}{m}$ (ঘ) $E = \frac{p}{2m}$

১০। একটি ডেস্ট্রকে সর্বোচ্চ কয়টি উপাংশে ভাগ করা যায়?

(ক) দুইটি (খ) তিনটি (গ) ছয়টি (ঘ) অসংখ্য

১১। একটি ত্রুটিপূর্ণ থার্মোমিটার বরফে 2°C এবং বাষ্পে 95°C পাঠ দেয়। যখন উক্ত থার্মোমিটার 45°C পাঠ দেয় তখন প্রকৃত তাপমাত্রা কত?

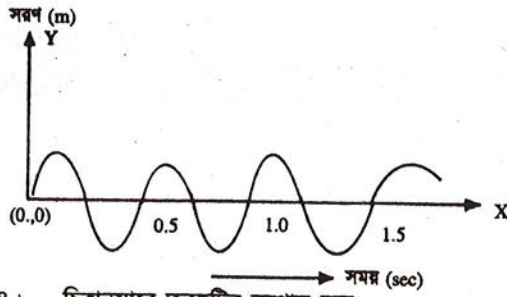
- (ক) 43.88°C (খ) 43.79°C
- (গ) 46.88° (ঘ) 47°C

১২। স্টেফানের ধ্রুবকের একক কোনটি?

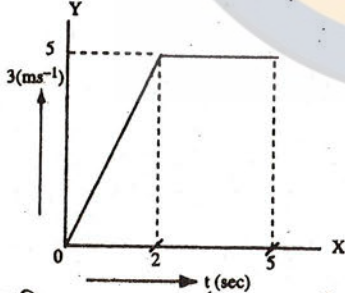
- (ক) $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-4}$ (খ) Wm^2K^{-4}
- (গ) WmK^{-4} (ঘ) $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$

১৩। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে কোনো বিন্দুর দূরত্ব r হলে $(r-R)$ অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর জন্য নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? [R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ]

- (ক) $g \propto \frac{1}{r}$ (খ) $g \propto \frac{1}{r^2}$
- (গ) $g \propto r$ (ঘ) $g \propto r^2$

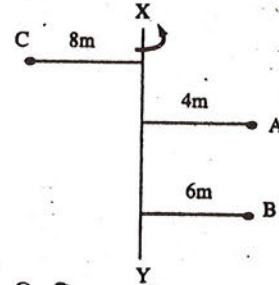


- ১৪। চিত্রানুসারে তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক কত?
(ক) 0.5Hz (খ) 1.0Hz (গ) 1.5Hz (ঘ) 2.0Hz
- ১৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি?
(ক) $M^{-1}L^3T^{-2}$ (খ) $M^{-1}L^3T^{-1}$
(গ) $M^{-1}L^2T^{-2}$ (ঘ) $M^{-1}L^2T^{-1}$
- ১৬। ওজোন স্তরে যে গ্যাস আছে সে গ্যাসের γ এর মান কত?
(ক) 0.75 (খ) 1.33 (গ) 1.40 (ঘ) 1.67
- ১৭। গ্যাসের চলরাশি কয়টি?
(ক) ২ (খ) ৩ (গ) ৪ (ঘ) ৫
- ১৮। M ভর ও r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার চাকতির যে কোনো ব্যাসের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের মান কোনটি?
(ক) $\frac{3}{2}Mr^2$ (খ) Mr^2 (গ) $\frac{1}{2}Mr^2$ (ঘ) $\frac{1}{4}Mr^2$
- ১৯। 70m উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর ছেড়ে দেয়া হলে ভূমিতে পৌঁছাতে এর কত সময় লাগবে?
(ক) 1.9 sec (খ) 3.57 sec
(গ) 3.8 sec (ঘ) 14.28 sec
- ২০। প্রত্যাগামী প্রক্রিয়ায় এনট্রপি—
(ক) বৃদ্ধি পায় (খ) স্থির থাকে
(গ) হ্রাস পায় (ঘ) শূন্য হয়

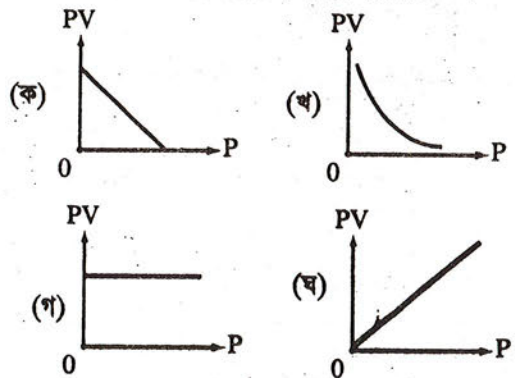


- ২১। লেখচিত্র হতে বস্তু কতক প্রাপ্ত অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে—
(ক) 10 m (খ) 15 m (গ) 20 m (ঘ) 25 m
- ২২। 0°C তাপমাত্রার 5 kg বরফকে পানিতে পরিণত করতে এনট্রপির পরিবর্তন কত?
(ক) 38.46 JK⁻¹ (খ) 76.92 JK⁻¹
(গ) 4139.19 JK⁻¹ (ঘ) 6153.85 JK⁻¹

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



- ২৩। চিত্রে তিনটি বস্তুকণা এবং সঙ্গে XY অক্ষের সাপেক্ষে প্রতি সেকেন্ডে 20 বার ঘুরছে। এদের বেগ যথাক্রমে V_A , V_B ও V_C । V_A এর মান কত ms⁻¹?
(ক) 8π (খ) 160π (গ) 240π (ঘ) 320π
- ২৪। বস্তুকণাগুলোর ত্বরণ যথাক্রমে a_A , a_B ও a_C হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $a_C > a_A > a_B$ (খ) $a_A > a_B > a_C$
(গ) $a_C > a_B > a_A$ (ঘ) $a_B > a_A > a_C$
- ২৫। $PV = \text{ধ্রুবক}$, সমীকরণটি নিচের কোন প্রক্রিয়াকে সমর্থন করে?
(ক) সমোষ্ণ (খ) সম আয়তন
(গ) সমচাপ (ঘ) রুদ্ধতাপীয়
- ২৬। 4N বল একটি বস্তুর উপর 1sec ব্যাপী ক্রিয়া করলে ভরবেগের পরিবর্তন কত?
(ক) 2 kg ms⁻¹ (খ) 4 kg ms⁻¹
(গ) 8 kg ms⁻¹ (ঘ) 16 kg ms⁻¹
- ২৭। পয়সনের অনুপাতের মান কোনটি?
(ক) $-\frac{1}{2} < \sigma < 1$ (খ) $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$
(গ) $\frac{1}{2} < \sigma < 1$ (ঘ) $1 < \sigma < 2$
- ২৮। স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের কোনো আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $PV \sim P$ লেখচিত্র নিচের কোনটি?

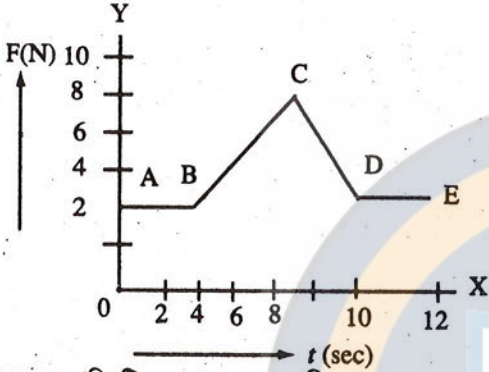


২৯। $\vec{F} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এই বল ভেক্টরটির XZ তলে মান কত একক?

(ক) $\sqrt{13}$ (খ) $\sqrt{29}$ (গ) $\sqrt{34}$ (ঘ) $\sqrt{38}$

৩০। তরঙ্গের যে ধর্ম পর্যবেক্ষণে অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য করা যায়—

(ক) প্রতিফলন (খ) সমবর্তন
(গ) অপবর্তন (ঘ) ব্যতিচার



উপরের লেখচিত্রটি লক্ষ্য কর এবং নিচের ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩১। লেখচিত্রের আলোকে বস্তুটি B বিন্দু থেকে C বিন্দুতে পৌছায়—

(ক) সমবেগে (খ) সমত্বরণে
(গ) সমমন্দনে (ঘ) অসমত্বরণে

৩২। লেখচিত্রের আলোকে কোন ক্ষেত্রে বস্তুটির ভরবেগের পরিবর্তন বেশি হবে?

(ক) A থেকে B বিন্দুতে
(খ) B থেকে C বিন্দুতে
(গ) C থেকে D বিন্দুতে
(ঘ) D থেকে E বিন্দুতে

৩৩। গ্যাসের শব্দের বেগ পরম তাপমাত্রার—

(ক) সমানুপাতিক
(খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক
(ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

৩৪। রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় স্থির থাকে—

(i) তাপ
(ii) তাপমাত্রা
(iii) এনট্রপি

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৫। প্রান্তবেগ সান্ত্রতা গুণকের—

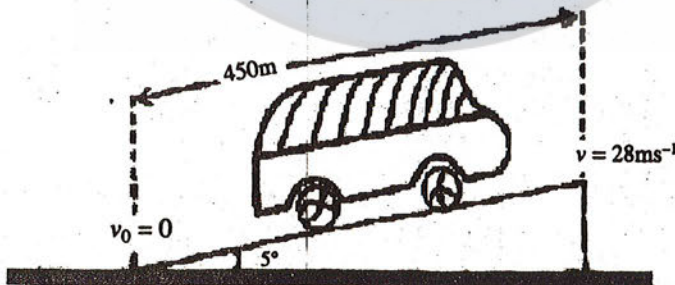
(ক) সমানুপাতিক
(খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গের সমানুপাতিক
(ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

সৃজনশীল

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশে উল্লিখিত সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। যে কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

১।



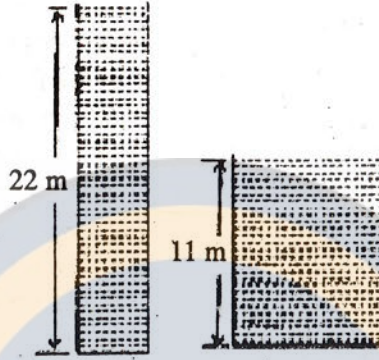
উপরের চিত্রে প্রদর্শিত গাড়িটির ক্ষমতা $2 \times 10^4 \text{ W}$ । মেধাবী ছাত্রী তাহিয়াত বলল, গাড়িটির কার্যকর ক্ষমতা উল্লিখিত ক্ষমতা অপেক্ষা কম হবে। ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)

(ক) একক ভেক্টর কী?
(খ) প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি কিরূপ — ব্যাখ্যা কর।
(গ) চিত্রের গাড়িটির ত্বরণ নির্ণয় কর।
(ঘ) তাহিয়াতের বক্তব্য বিশ্লেষণ কর।

১
২
৩
৪

- ২। ইডান 0.5m দৈর্ঘ্যের 100 gm ভরের একটি সরু সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দুগামী অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করল। অতঃপর দণ্ডটিকে গলিয়ে 4cm ব্যাসার্ধের পাতলা চাকতিতে পরিণত করে তার কেন্দ্র দিয়ে পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে একই কৌণিক বেগে ঘুরালো।
- (ক) আসঞ্জন বল কাকে বলে? ১
- (খ) অ্যালুমিনিয়ামের পয়সনের অনুপাত 0.33 বলতে কী বোঝায়? ২
- (গ) ইডান দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক কত নির্ণয় করেছিল? ৩
- (ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত কোন ক্ষেত্রে গতিশক্তি বেশি—বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৩।



- একটি পাম্প দ্বারা ১ম এবং ২য় কুয়াকে পানিশূন্য করতে সময় লাগে যথাক্রমে t_1 এবং t_2 । দুটি কুয়ায় একই পরিমাণ পানি ধরে।
- (ক) টেনসন কাকে বলে? ১
- (খ) একটি শিশু-এ সঞ্চিত বিভবশক্তি 8J বলতে কী বুঝ? ২
- (গ) ২য় কুয়াটি পানিশূন্য করতে 24 মিনিট সময় লাগলে পাম্পটির অস্থলক্ষ্যতা কত? ৩
- (ঘ) উভয় কুয়ার ক্ষেত্রে গভীরতার সাপেক্ষে পানিশূন্য করার সময় একই লাগে—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর। ৪
- ৪। একদল শিক্ষার্থী সোনারগাঁও নামক স্থানে শিক্ষা সফরে গেল। সেখানে গিয়ে তারা দেখল যে, একজন ডুবুরী পুকুরে নামার ফলে পানিতে বুদবুদ সৃষ্টি হচ্ছে। ডুবুরী কর্তৃক পুকুরের তলদেশে সৃষ্ট বুদবুদ উপরে উঠার সাথে সাথে 1.5 গুণ আয়তন লাভ করে। ডুবুরী পুকুর থেকে উঠার পর শিক্ষার্থীদের বললেন, তিনি একই গভীরতার অপর একটি পুকুরে নেমেছিলেন যার পানির ঘনত্ব ছিল 1200 kg m^{-3} । (বায়ুর চাপ = 105 N/m^2 , ১ম পুকুরের পানির ঘনত্ব 10^3 kg m^{-3})
- (ক) সেলসিয়াস স্কেল কাকে বলে? ১
- (খ) রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় সমস্ত তাপ কাজে রূপান্তরিত হয় না—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উষ্ণতা ধ্রুব হলে বুদবুদ কর্তৃক উল্লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) ডুবুরী কোন পুকুরে নামতে বেশি স্বাচ্ছন্দ্যবোধ করেছিলেন—বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪
- ৫। দু'জন ইঞ্জিনিয়ার দু'টি তাপ ইঞ্জিন আবিষ্কার করেন। ইঞ্জিন দু'টি 400K এবং 800K তাপমাত্রার ব্যবধানে কার্যকর। ইঞ্জিন দু'টিতে 10gm ভরের ভিন্ন কার্যকর পদার্থ ব্যবহৃত হয়েছে। (১ম ইঞ্জিনে ব্যবহৃত জ্বালানি আঃ তাঃ $2000 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, ২য় ইঞ্জিনে ব্যবহৃত জ্বালানির আঃ তাঃ $1500 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)
- (ক) ক্রান্তি তাপমাত্রা কাকে বলে? ১
- (খ) নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কৃষ্ণবস্তুর বিকিরণ শক্তির উপর তরঙ্গদৈর্ঘ্যের প্রভাব ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) ১ম ইঞ্জিনের দক্ষতা ১০% বাড়তে হলে উৎসের তাপমাত্রা কত বাড়তে হবে? ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের আলোকে কোন ইঞ্জিনটি বেশি পরিবেশবান্ধব হবে? তোমার মতামত বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৬। আফিফা পরীক্ষাগারে একটি সুরশলাকা থেকে নিঃসৃত শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 1.1m পরিমাপ করল। পরবর্তীতে সে 312 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট অপর একটি সুরশলাকা নিয়ে বিট সৃষ্টি করার চেষ্টা করেছে। (পরীক্ষাগারের তাপমাত্রায় বায়ুতে শব্দের বেগ 330 ms^{-1})
- (ক) উপলার ক্রিয়া কী? ১
- (খ) শব্দ একটি লম্বিক তরঙ্গ—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) মাধ্যমে সুরশলাকাঘর্ষ হতে নিঃসৃত শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত বের কর। ৩
- (ঘ) আফিফা প্রকৃতপক্ষে কোনো বিট শুনতে পাবে কি? বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

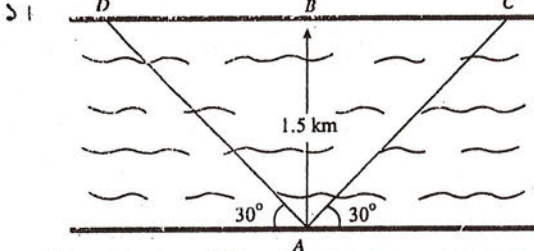
২০১৫ সালের বিভিন্ন বোর্ডের প্রশ্নাবলি

ঢাকা বোর্ড-২০১৫

পদার্থবিজ্ঞান-প্রথম পত্র (সৃজনশীল)

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। নিচের উদ্দীপকগুলো মনোযোগ দিয়ে পড় এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

যে কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।]



চিত্রে প্রবাহমান নদীটির প্রশস্ততা 1.5 km এবং স্রোতের বেগ 4 kmh^{-1} । রহমত মাঝি AB বরাবর নৌকা চালনা করে AC বরাবর ওপারে পৌঁছালেন। নৌকার বেগ 3 kmh^{-1} ।

- (ক) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? ১
- (খ) ভর ও জড়তার ভ্রামকের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) AC বরাবর নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) AD বরাবর নৌকা চালিয়ে রহমত মাঝি কি B বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবেন? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

- ২। বাংলাদেশ-জিম্বাবুয়ের মধ্যকার মিরপুর টেস্টে সাকিব একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 ms^{-1} বেগে বোলারের উপর দিয়ে মাঠের বাহিরে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে একজন ফিল্ডার দৌড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌঁছানোর আগেই সেটি ছক্কাতে পরিণত হয়। মাঠের ভিতর বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 35m, ঢাকায় $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ।

- (ক) স্থিতিস্থাপকতা কাকে বলে? ১
- (খ) খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের ফিল্ডার উর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময় মত বলের লাইনে পৌঁছতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ক্যাচ নিতে সক্ষম হতেন কি? উপরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

- ৩। তানজিনা 100cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করলেন। 4° কৌণিক বিস্তারে দোলকটি 2s দোলনকাল সহকারে দোল দেয়। তাকে দোলনকাল 50% বাড়াতে ঝলায় সে কার্যকর দৈর্ঘ্য 150cm নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করল।

- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

- (খ) একজন দৌড়বিদ দৌড়ের শুরুতে সামনের দিকে ঝুঁকে থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) তানজিনার তৈরি সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? ৩
- (ঘ) 150cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের দোলকটি কী উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪
- ৪। দুটি তারের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 5 mm। তার দুটিকে সমান বলে টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির তিনগুণ হয়। প্রথম তারের পয়সনের অনুপাত 0.5।

- (ক) যন্ত্রের কর্ম দক্ষতা কাকে বলে? ১
- (খ) একটি দেয়ালে একটি বল ধাক্কা খেয়ে পিছনে ফিরে আসে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) যখন প্রথম তারের 10% দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে তখন তারের ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পায়? ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত ব্যক্ত কর। ৪

- ৫। 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে $3.6 \times 10^9 \text{ Joule}$ গতি শক্তি সঞ্চয়িত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ।

- (ক) কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? ১
- (খ) বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে? ৩
- (ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চয়িত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়। ৪

- ৬। একটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে একটি হ্রদের 40.81m গভীরতায় নিয়ে যাওয়ায় সেটি 1 লিটার আয়তন ধারণ করল। হ্রদের তলদেশে বেলুনে আরও 1 লিটার বায়ু প্রবেশ করিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} , পানির ঘনত্ব 10^3 kgm^{-3} এবং $g = 9.804 \text{ ms}^{-2}$ ।

- (ক) প্রমাণ চাপ কী? ১
- (খ) সমোষ্ণ প্রক্রিয়া বলতে কী বুঝ? ২
- (গ) নিমজ্জনের পূর্বে উদ্দীপকের বেলুনের আয়তন কত ছিল? ৩

- (ঘ) বেলুনের সর্বোচ্চ প্রসারণের ক্ষমতা ৯ লিটার। ৬।
পানির উপরিতলে বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পৌছাবে
কী? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

বহুনির্বাচনি অজীক্ষা

- ১। \hat{i} এবং \hat{j} যে তলে অবস্থিত সেই তলের উপর লম্ব একক
ভেক্টর হলো—

- (ক) $(\hat{j} \times \hat{k})$ (খ) $(\hat{i} \times \hat{j})$
(গ) $(\hat{k} \times \hat{j})$ (ঘ) $(\hat{i} \times \hat{k})$

- ২। 1 rps = ?

- (ক) $\frac{\pi}{2}$ rads⁻¹ (খ) π rads⁻¹
(গ) 2π rads⁻¹ (ঘ) 4π rads⁻¹

- ৩। সরল হ্রদিত স্পন্দনশীল একটি কণার দোলনকাল 10
সেকেন্ড। কোন সমীকরণটি এর ত্বরণ 'a' এবং সরণ 'x'
এর সম্পর্ক প্রকাশ করে?

- (ক) $a = -10\pi x$ (খ) $a = -(20\pi)x$
(গ) $a = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$ (ঘ) $a = -(20\pi)^2 x$

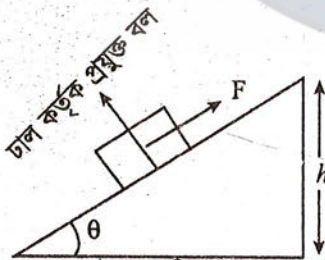
- ৪। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক 'G' এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—

- i. ইহা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে
ii. G একটি স্কেলার রাশি
iii. G-এর মান বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :—

চিত্রে আনুভূমিকের সাথে θ কোণে আনত একটি
ঘর্ষণবিহীন ঢালে একটি m kg ভরের বস্তুকে দেখানো
হলো।



বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে ধ্রুববেগে গতিশীল করতে
এর উপর ঢালের সমান্তরালে F বল প্রয়োগ করা হলো।

- ৫। বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে 'x' m দূরত্ব অতিক্রম
করার জন্য কত কাজ করতে হবে?

- (ক) $mgx \sin \theta$ (খ) $mgh \cos \theta$
(গ) $magx \cos \theta$ (ঘ) $mgh \sin \theta$

এখন যদি বস্তুটিকে 'v' বেগে গতিশীল রাখার জন্য
বলের দিকে 'd' ত্বরণ সৃষ্টি করতে হয়, তবে কত ক্ষমতা
প্রয়োগ করতে হবে?

- (ক) $mgv + mav \sin \theta$ (খ) $mav + mgv \sin \theta$
(গ) $mav a + mgv \cos \theta$ (ঘ) $mgv + mav \cos \theta$

- ৭। একমুখ বদ্ধ একটি নলে একটি শব্দতরঙ্গ সৃষ্টি করা
হলো। নলের দৈর্ঘ্য এমনভাবে ঠিক করা হলো যেন
নলের ভেতরে শব্দ সর্বোচ্চ জোড়ালো হয়। নলের
ভেতরে শব্দ তরঙ্গের প্রকৃতি কিরূপ?

- (ক) লম্বিক এবং স্থির (খ) লম্বিক এবং অগ্রগামী
(গ) আড় এবং অগ্রগামী (ঘ) আড় এবং স্থির

- ৮। পৃথিবীতে মুক্তবেগের মান কত?

- (ক) 11.2 ms⁻¹ (খ) 1120 ms⁻¹
(গ) 11.2 kms⁻¹ (ঘ) 112 kms⁻¹

- ৯। নিচের কোনটি লব্ধ রাশি?

- (ক) তাপমাত্রা (খ) ভর (গ) সময় (ঘ) কম্পাঙ্ক

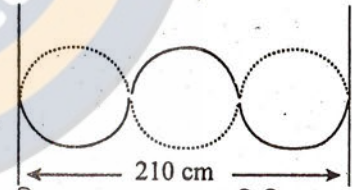
- ১০। শব্দের তীব্রতার একক কোনটি?

- (ক) Js⁻²m⁻² (খ) $\frac{J}{sm^2}$
(গ) J⁻¹s²m⁻² (ঘ) $\frac{Js^{-2}}{m^2}$

- ১১। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g'-এর—

- (ক) বর্গমূলের সমানুপাতিক
(খ) সমানুপাতিক
(গ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক
(ঘ) ব্যস্তানুপাতিক

- ১২।



চিহ্নানুযায়ী 80 Hz কম্পাঙ্কের একটি স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করা
হলো। এই স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গগুলোর বেগ কত?

- (ক) 56 ms⁻¹ (খ) 112 ms⁻¹
(গ) 1120 ms⁻¹ (ঘ) 5600 ms⁻¹

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :—

কোনো গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর
 $\vec{r} = \hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t$.

- ১৩। কণার তাৎক্ষণিক বেগ \vec{v} হবে—

- (ক) $5(\hat{j} \cos 5t - \hat{i} \sin 5t)$
(খ) $(\hat{j} \cos 5t - \hat{i} \sin 5t)$
(গ) $5(\hat{i} \cos 5t + \hat{j} \sin 5t)$
(ঘ) $5(\hat{j} \cos 5t + \hat{i} \sin 5t)$

১৪। T ভেক্টরের ক্ষেত্রটি হলো—

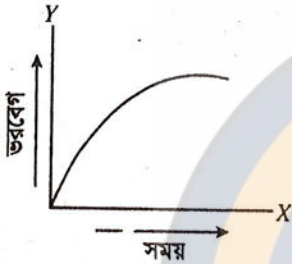
- সলিনয়ডাল
 - অঘূর্ণনশীল
 - ঘূর্ণনশীল
- নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) i ও ii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৫। নাইট্রোজেন গ্যাসের ক্ষেত্রে গামা (γ) এর মান কত?

- (ক) 1.67 (খ) 1.4 (গ) 1.33 (ঘ) 1.28

১৬। একটি গাড়ি স্থির অবস্থা হতে ত্বরনশীল হলো। নিচের গ্রাফটি সময়ের বিপরীতে গাড়িটির ভরবেগ নির্দেশ করছে:



কোনো নির্দিষ্ট সময়ে গ্রাফটির ঢাল গাড়িটির কি নির্দেশ করে?

- (ক) বেগ (খ) গতিশক্তি
(গ) প্রযুক্ত বল (ঘ) গতিশক্তি পরিবর্তনের হার

১৭। $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{B} = 6\hat{i} - m\hat{j} + 4\hat{k}$ m এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবে?

- (ক) 9 (খ) 11 (গ) 12 (ঘ) 13

১৮। স্থিতিস্থাপক সীসার মধ্যে আকার গাঁড়ন ও আকার বিকৃতির অনুপাত হচ্ছে—

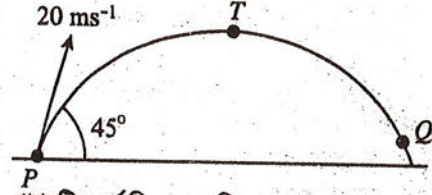
- (ক) ইয়ং এর গুণাঙ্ক (খ) আয়তন গুণাঙ্ক
(গ) দৃঢ়তার গুণাঙ্ক (ঘ) পয়সনের অনুপাত

১৯। একটি আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা T হতে বৃদ্ধি করে 2T করা হলো। কোন রাশিটি দ্বিগুণ হবে?

- (ক) অণুগুলির গড় বর্গবেগের বর্গমূল
(খ) অণুগুলির গড় বেগের বর্গ
(গ) অণুগুলির গড়বেগ
(ঘ) অণুগুলির গড় বর্গবেগ

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

বাতাসের বাধার অনুপস্থিতিতে একটি পাথরকে চিত্রানুযায়ী P বিন্দু হতে তির্যকভাবে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। পাথরটির গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দু T এবং পাথরটির ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে Q বিন্দুতে পৌঁছায়।



২০। পাথরটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা কত?

- (ক) 81.6 ms⁻¹ (খ) 40.8 ms⁻¹
(গ) 28.8 ms⁻¹ (ঘ) 2.04 ms⁻¹

২১। পাথরটির বেগের উল্লম্ব উপাংশ—

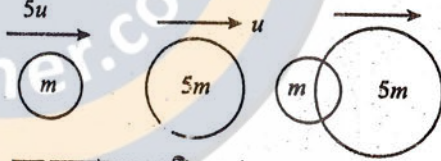
- (ক) T বিন্দুতে শূন্য
(খ) T বিন্দুতে Q বিন্দুর তুলনায় বেশি
(গ) Q বিন্দুতে T বিন্দুর তুলনায় বেশি
(ঘ) Q এবং T বিন্দুতে সমান

২২। কোনো প্রক্রিয়ায় মোট প্রদত্ত শক্তি E_{in} এর একটি অংশ কার্যকর শক্তি u তে রূপান্তরিত হয় এবং বাকি শক্তি w অপচয় হয়। প্রক্রিয়াটির দক্ষতা কত?

- (ক) $\frac{u-w}{E_{in}} \times 100\%$ (খ) $\frac{w}{E_{in}} \times 100\%$
(গ) $\frac{u}{E_{in}} \times 100\%$ (ঘ) $\frac{u+w}{E_{in}} \times 100\%$

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো একটি সরলরেখায় 5u বেগে চলমান m ভরের একটি বস্তু একই সরলরেখায় u বেগে চলমান 5m ভরের অপর একটি বস্তুকে ধাক্কা দিল এবং ধাক্কার পর বস্তু দুটি একই দিকে যুক্ত অবস্থায় চলতে থাকল।



২৩। যুক্ত অবস্থায় বস্তু দুটির বেগ কত?

- (ক) $\frac{3}{10}u$ (খ) $\frac{1}{7}u$ (গ) u (ঘ) $\frac{5}{6}u$

২৪। এই সংঘর্ষের অ.শ এবং রে—

- (ক) গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই স্থির থাকে
(খ) ভরবেগ বৃদ্ধি পায় এবং গতিশক্তি স্থির থাকে
(গ) গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই হ্রাস পায়
(ঘ) গতিশক্তি হ্রাস পায় এবং ভরবেগ স্থির থাকে

২৫। ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক নয়?

- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ বিষুবরেখার সরাসরি উপরে থাকবে
(খ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথে সমস্ত উপগ্রহের ভর একই হবে
(গ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের আবর্তনকাল ২৪ ঘণ্টা
(ঘ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের সম্ভাব্য ব্যাসার্ধ একটি

২৬। কোনো পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে নিটবল শূন্য হয় যখন—

(ক) $r = r_0$ (খ) $r < r_0$ (গ) $r > r_0$ (ঘ) $r \gg r_0$

২৭। পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি কোনটি?

(ক) জু গজের শূন্য ত্রুটি (খ) দৃষ্টদ্রষ্ট ত্রুটি
(গ) অনিয়মিত ত্রুটি (ঘ) সামগ্রিক ত্রুটি

২৮। বলের ভ্রামক এর সমীকরণ—

i. $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ii. $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ iii. $\vec{\tau} = \frac{dL}{dt}$

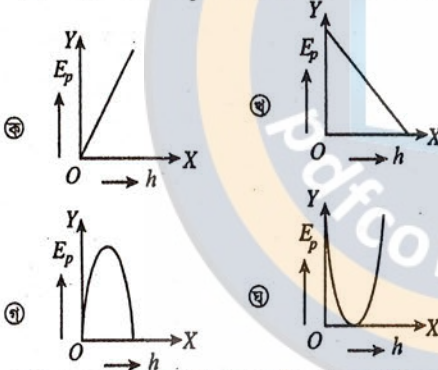
নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৯। 100°C তাপমাত্রায় 20g অক্সিজেন একটি 20cm দৈর্ঘ্যের ঘনকে পূর্ণ করে। এক মোল অক্সিজেনের ভর 32 gm. ঘনকের অভ্যন্তরে অক্সিজেনের চাপ কত?

(ক) 7800 kPa (খ) 242 kPa
(গ) 65 kPa (ঘ) 12 kPa

৩০। একটি বস্তুকে ঋণাত্মক উপরের দিকে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। কোন প্রাকৃতি ভূমি হতে উচ্চতা 'h'-এর সাপেক্ষে বস্তুর বিতরণশক্তি E_p -এর পরিবর্তন নির্দেশ করে?



৩১। দুটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ায় লব্ধি শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে চারবার পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি পায়। এ থেকে বুঝা যায় প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিট সংখ্যা—

(ক) 0 (খ) 2 (গ) 4 (ঘ) 8

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :—

2×10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল কোনো তরলের ভিতর দিয়ে কিছুক্ষণ পড়ার পর $4 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। লোহা ও তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ এবং 10^3 kgm^{-3} ।

৩২। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক হবে—

(ক) $1.5 \times 10^{-2} \text{ Nsm}^{-2}$
(খ) $1.5 \times 10^{-2} \text{ Ns}^{-1} \text{ m}^{-2}$
(গ) $6.7 \times 10^{-2} \text{ Nsm}^{-2}$
(ঘ) $6.7 \times 10^{-2} \text{ Ns}^{-1} \text{ m}^{-2}$

$1.8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ঘনত্বের তরলের মধ্য দিয়ে লোহার বলটি পড়লে দ্বিতীয় তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক প্রথম তরলের কত গুণ হবে?

(ক) 4 (খ) 3
(গ) 2 (ঘ) সমান

৩৪। সরল ছদ্মিত গতিসম্পন্ন কণার গতিপথের মধ্য অবস্থানে—

(ক) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বোচ্চ
(খ) বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বনিম্ন
(গ) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বাধিক
(ঘ) বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বনিম্ন

৩৫। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 'R' এবং পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g'। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 'h' উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত?

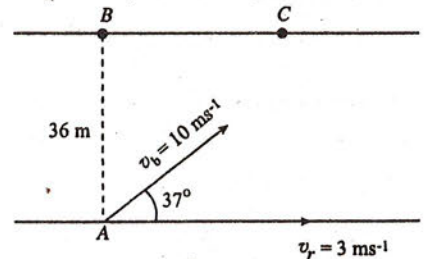
(ক) $\frac{g(R-h)}{R}$ (খ) $\frac{gR^2}{(R+h)^2}$
(গ) $\frac{gR}{R+h}$ (ঘ) $\frac{g(R-h)^2}{R^2}$

উত্তরমালা :

১। (খ)	২। (গ)	৩। (গ)	৪। কেবলমাত্র ii উত্তরটি শুদ্ধ। বাকিগুলো ভুল।
৫। (ক)	৬। (খ)	৭। (ক)	৮। (গ)
৯। (ঘ)	১০। (খ)	১১। (খ)	১২। (খ)
১৩। (ক)	১৪। (খ)	১৫। (খ)	১৬। (গ)
১৭। (খ)	১৮। (গ)	১৯। (ঘ)	২০। (খ)
২১। (ক)	২২। (গ)	২৩। (খ)	২৪। (ঘ)
২৫। (খ)	২৬। (ক)	২৭। (ক)	২৮। (ঘ)
২৯। (খ)	৩০। (ক)	৩১। (গ)	৩২। (ক)
৩৩। (গ)	৩৪। (ঘ)	৩৫। (খ)	

কুমিল্লা বোর্ড-২০১৫

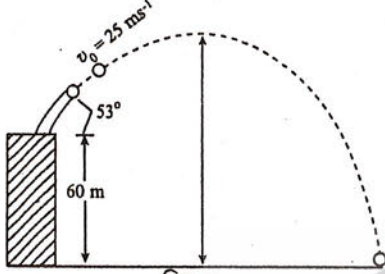
১। 36 m চওড়া একটা নদীতে 10 ms^{-1} বেগে একটি নৌকা চলছে (চিত্র-১)। নৌকাটি নদী পার হয়ে বিপরীত তীরের C বিন্দুতে পৌঁছাল। নদীতে স্রোতের বেগ 3 ms^{-1} ।



চিত্র-১

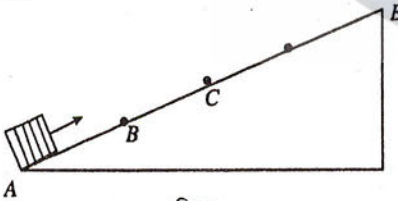
(ক) কার্ল কী? ১
(খ) কোনো বস্তুর বৃত্তাকার পথে সমবেগে চলা সম্ভব নয়—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) নদীটির বিপরীত পাড়ের BC দূরত্ব বের কর। ৩

- (ঘ) নদীর বিপরীত পাড়ের B বিন্দুতে নৌকাটিকে পৌঁছাতে হলে, মাঝির কি ব্যবস্থা নিতে হবে? ৪
- ২। 60 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি 25ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোঁড়া হচ্ছে (চিত্র-২)।



চিত্র ২

- (ক) স্প্রিং প্রবল কাকে বলে? ১
- (খ) একটি বড় বৃষ্টির ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত করলে তাপমাত্রার কী পরিবর্তন হবে—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
- (ঘ) পাহাড়ের চূড়া হতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বেগে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৩। একটি 300g ভরের বস্তু অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে রক্ষিত তলে 5.88J গতিশক্তি প্রয়োগে A থেকে E বিন্দুতে ঘর্ষণহীনভাবে ঠিক পৌঁছে যায়। পরক্ষণে বস্তুটি E বিন্দু থেকে উক্ত তল বরাবর A-এর দিকে পড়তে থাকে (চিত্র-৩)। চিত্রে $AB = BC = CD = DE$



চিত্র ৩

- (ক) প্রত্যয়নী বল কাকে বলে? ১
- (খ) কোনো গ্যাস কণিকার বেগ নির্ণয়ে গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান নেওয়া হয় কেন? ২
- (গ) আনত তল AE এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) বস্তুটি উল্লিখিত তল বরাবর পড়ার সময় যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলে— তার যথার্থতা D ও C বিন্দুতে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মূল্যায়ন কর। ৪

- ৪। 50g ভরবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 2s এবং এর বিস্তার 10cm। দোলনরত অবস্থায় যখন এর বব মধ্যবস্থানে আসে তখন ববটি ভূমি হতে 45cm উপরে অবস্থান করে।

- (ক) স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১
- (খ) বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান—মাত্রা সমীকরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) দোলনরত ববের সর্বোচ্চ বেগ কত? ৩
- (ঘ) দোলনরত বব যখন মধ্যবস্থানে আসে তখন সুতাটি ছিঁড়ে গেলে এর গতি-প্রকৃতি বিশ্লেষণ করে সাম্যাবস্থান হতে কত দূরে ভূমিতে পতিত হবে তার গাণিতিক পরিমাপ কর। ৪

- ৫। পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল।

- (ক) শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে? ১
- (খ) ঘূর্ণনরত কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়ে কেন?—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর। ৩
- (ঘ) পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

- ৬। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো অক্সিজেন গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 11.2kms^{-1} । ঘনত্বের পরিবর্তন না করে গ্যাসকে এমনভাবে ঠাণ্ডা করা হলো যেন এর চাপ অর্ধেক হয়।

- (ক) সার্বজনীন গ্যাস প্রবল কাকে বলে? ১
- (খ) বলের ঘাতের বৈশিষ্ট্য কী কী? ২
- (গ) ঠাণ্ডা করার পরে অক্সিজেন গ্যাস অণুর শেষ গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান কত? ৩
- (ঘ) নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মান 27°C তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল মানের সমান হতে হলে, তাপমাত্রার ধারণা থেকে গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১। সলিনয়ডাল হলো—

(ক) $\vec{v} \times \vec{v} = 0$ (খ) $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0$

(গ) $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0$ (ঘ) $\vec{v} = 0$

২। কম্পাঙ্কের একক হলো—

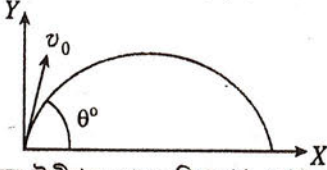
i. cycle s^{-1}

ii. cycle

iii. hertz

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii



৩। উপরের উদ্দীপক থেকে নিষ্কপণ কোণ θ_0 কত যখন অনুভূমিক পান্না ও সর্বাধিক উচ্চতা সমান?

- (ক) 45° (খ) 30° (গ) 76° (ঘ) 90°

৪। $\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ হলে, $\vec{A} \times \vec{B}$ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $18\hat{i} + 21\hat{j} + 30\hat{k}$ (খ) $8\hat{i} + 21\hat{j} + 18\hat{k}$
(গ) $8\hat{i} + 3\hat{j} + 30\hat{k}$ (ঘ) $8\hat{i} + 21\hat{j} + 30\hat{k}$

৫। সরলছদ্দিত তরঙ্গ (SHW) এর ক্ষেত্রে—

- i. অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ii. অগ্রগ্রামী তরঙ্গ iii. অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬। এক আলোক বর্ষ হলো—

- (ক) $9.4 \times 10^{12} \text{ km}$ (খ) $9.4 \times 10^{15} \text{ km}$
(গ) $9.4 \times 10^{18} \text{ km}$ (ঘ) $9.4 \times 10^{21} \text{ km}$

সরলছদ্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ হলো $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$ পর্যায়কাল = 30 সে. এবং আদি সরণ = 5cm।

উপরের উদ্দীপকের আলোকে ৭ এবং ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭। কোনো কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক হলো—

- (ক) $\frac{\pi}{2} \text{ rads}^{-1}$ (খ) $\frac{\pi}{4} \text{ rads}^{-1}$
(গ) $\frac{\pi}{12} \text{ rads}^{-1}$ (ঘ) $\frac{\pi}{15} \text{ rads}^{-1}$

৮। কণার সর্বোচ্চ বেগ হলো—

- (ক) 3.14 ms^{-1} (খ) 2.09 ms^{-1}
(গ) 1.04 ms^{-1} (ঘ) -28 ms^{-1}

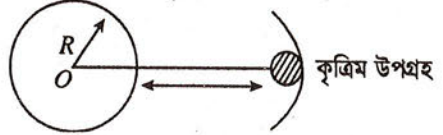
৯। বস্তুর আকার পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি লাভ করে—

- i. ধনুকে তীর লাগিয়ে টানলে
ii. ধাতব পাতকে বাঁকালে
iii. রাবারকে প্রসারিত করলে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (U) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ভর $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$



পৃথিবী $(h \times 10^5 \text{ m})$ (পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা)

উপরের উদ্দীপক লক্ষ্য কর এবং ১০ ও ১১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :—

১০। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত?

- (ক) 7509.43 ms^{-1} (খ) 7510.43 ms^{-1}
(গ) 7508.43 ms^{-1} (ঘ) 7507.43 ms^{-1}

১১। উপগ্রহটির পর্যায়কাল কত?

- (ক) 1hr.39 min (খ) 1hr.40 min
(গ) 1hr.41 min (ঘ) 1hr.42 min

১২। $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হলে বোঝাই—

- (ক) $\vec{A} = 0$ (খ) $\vec{B} = 0$
(গ) \vec{A} ও \vec{B} একে অপরের উপর লম্ব
(ঘ) \vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল

১৩। সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির সম্পর্কের ক্ষেত্রে নিম্নোক্ত ধারণা হলো—

- i. সরল দোলন গতির বিস্তার বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়
ii. সুষম বৃত্তাকার গতির পর্যায়কাল এবং সরল দোলন গতি একই হয়
iii. সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয় না

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪। সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবকের মান হলো—

- (ক) 8.31 JKmol^{-1} (খ) $8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
(গ) $8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}$ (ঘ) 8.31 JKmol

১৫। কোন তীব্রতা লেভেলকে কানের শ্রুতির শুরু বলে?

- (ক) 1dB (খ) 0dB
(গ) 10dB (ঘ) 2dB

১৬। সরল দোলন গতির বিশেষ ও গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণ হলো—

- i. উল্লম্ব স্প্রিং-এর গতি
ii. তাৎক্ষণিক গতি
iii. সরল দোলকের গতি

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৭। বায়বিক তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজনের ঘনত্ব হলো

1.25 kg m^{-3} মূল গড় বর্গবেগ (Crms) হলো—

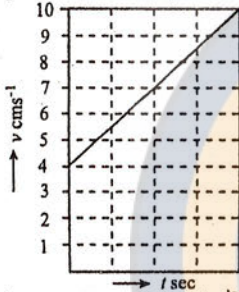
- (ক) 491.07 ms^{-1} (খ) 492.07 ms^{-1}
(গ) 493.07 ms^{-1} (ঘ) 495.07 ms^{-1}

১৮। ভরবেগের মাত্রা কোনটি?

- (ক) MLT^{-2} (খ) $\text{M}^{-1}\text{L}^3\text{T}^{-2}$
(গ) MLT^{-1} (ঘ) ML^2T^{-2}

১৯। একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m । জড়তার ভ্রামক কত?

- (ক) 10 kg m^2 (খ) 0.5 kg m^2
(গ) 2.5 kg m^2 (ঘ) 2.0 kg m^2



উদ্দীপক থেকে ২০ ও ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২০। আদিবেগ কত?

- (ক) 0 cm s^{-1} (খ) 2 cm s^{-1}
(গ) 4 cm s^{-1} (ঘ) 6 cm s^{-1}

২১। ত্বরণ কত?

- (ক) 1.5 cm s^{-2} (খ) 4 cm s^{-2}
(গ) 6 cm s^{-2} (ঘ) 8 cm s^{-2}

২২। পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ হলো—

- (ক) $W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (খ) $W = \int_{x_i}^{x_f} F_{s'}(x) dx$

- (গ) $W = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$ (ঘ) $W = \int_0^x F dx$

২৩। পানির পৃষ্ঠটান কোনটি?

- (ক) $7.35 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$
(খ) $72 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$
(গ) $550 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$
(ঘ) $6.314 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$

২৪। নিচের কোন সম্পর্কটি স্টোক'স এর সূত্র?

- (ক) $F \propto \eta r v$ (খ) $F \propto r^2 v$
(গ) $F \propto \eta v$ (ঘ) $F \propto \eta r v$

২৫। পৃথিবী পৃষ্ঠে মুক্তিবেগের মান হলো—

- (ক) 11.20 ms^{-1} (খ) $11.20 \text{ miles h}^{-1}$
(গ) $11.20 \text{ km s h}^{-1}$ (ঘ) 11.20 kms^{-1}

২৬। যদি $\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$ তবে $\nabla \cdot \vec{r}$ কত?

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

২৭। পদার্থের পরিমাণের এস. আই একক হলো—

- (ক) অ্যাম্পিয়ার (খ) ক্যাডেলা
(গ) মোল (ঘ) কিলোগ্রাম

২৮। একটি রাশির প্রকৃত মান ও পরিমাপ মানের পার্থক্যকে বলে—

- (ক) পরম ত্রুটি (খ) সামগ্রিক ত্রুটি
(গ) আপেক্ষিক ত্রুটি (ঘ) পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি

২৯। সান্দ্রতা গুণকের একক কোনটি?

- (ক) rads^{-1} (খ) Js^{-1}
(গ) Nsm^{-2} (ঘ) Nm^{-2}

৩০। পীড়ন-এর মাত্রা সমীকরণ হলো—

- (ক) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ (খ) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$
(গ) ML^{-2}T (ঘ) $\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}$

৩১। শূন্য কাজের শর্ত হলো—

- i. বস্তুর উপর বল প্রয়োগে উল্লম্ব দিকে সরণ হলে
ii. যদি $\cos \theta = 0$
iii. বস্তুর উপর বল প্রয়োগের কোনো সরণ না ঘটলে

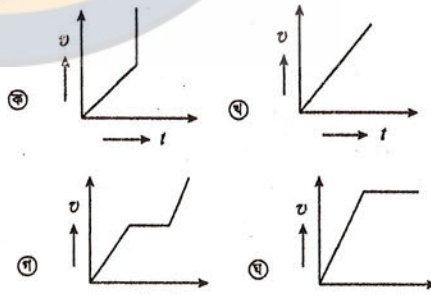
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩২।

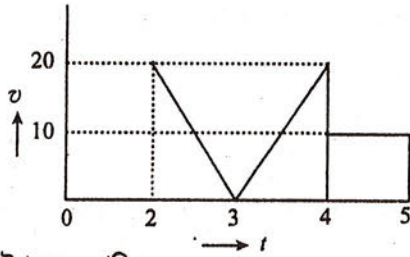
সময় t সে.	0.50	1.00	1.50	2.00	2.75
বেগ v cm s⁻¹	10	30	50	70	180

উপরের উদ্দীপকের আলোকে নিচের কোন v-t গ্রাফ সঠিক?



৩৩। পাতলা বৃত্তাকার চাকতির চক্রগতির ব্যাসার্ধ হলো—

- (ক) $k = \frac{1}{\sqrt{12}}$ (খ) $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$
(গ) $k = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $k = \frac{r}{\sqrt{12}}$



উপরের লেখচিত্র $v-t$ লক্ষ্য কর এবং ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩৪। যখন $t=0$ থেকে $t=5$ সে.-এ বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে?

(ক) 30m (খ) 40m (গ) 50m (ঘ) 60m

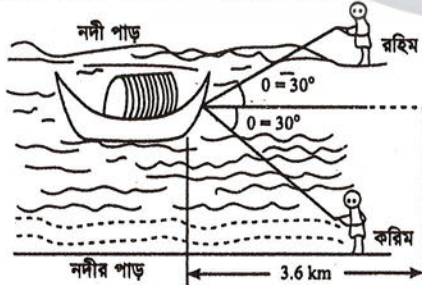
৩৫। যখন $t=0$ থেকে $t=5$ সে.-এ বস্তুর সরণ কত?

(ক) 30m (খ) 40m (গ) 50m (ঘ) 60m

উত্তরমালা :				
১। (খ)	২। (খ)	৩। (গ)	৪। (ঘ)	৫। (ঘ)
৬। (খ)	৭। (ঘ)	৮। (খ)	৯। (ঘ)	১০। (ঘ)
১১। (ক)	১২। (গ)	১৩। (ক)	১৪। (খ)	১৫। (খ)
১৬। (খ)	১৭। (গ)	১৮। (গ)	১৯। (গ)	২০। (গ)
২১। (ক)	২২। (ক)	২৩। (খ)	২৪। (ঘ)	২৫। (ঘ)
২৬। (ঘ)	২৭। (গ)	২৮। (ক)	২৯। (গ)	৩০। (ক)
৩১। (গ)	৩২। (ক)	৩৩। কোনটি সঠিক নয়	৩৪। (গ)	৩৫। (গ)

রাজশাহী বোর্ড-২০১৫

১। নিচের চিত্রে করিম ও রহিম দু'জন মাঝি স্থির পানিতে 500kg ভরের একটি স্থির নৌকাকে নদীর দু'তীর থেকে দড়ি দিয়ে 30° কোণে F বলে টানছে। নৌকাটি 5 মিনিটে তীরের সমান্তরালে 3.6 km পথ অতিক্রম করে। করিম রহিমকে বলে “সমান টানে এ দূরত্ব 5 মিনিটের কম সময়ে পৌছা সম্ভব।” [নৌকার তল ও পানির ঘর্ষণ বল উপেক্ষীয়]

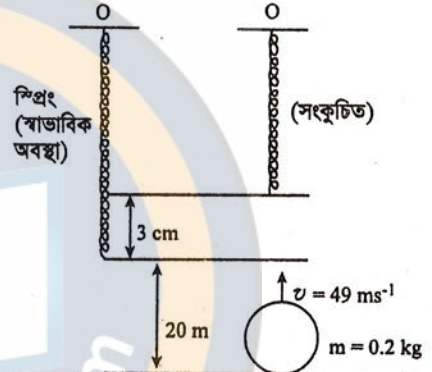


- (ক) ভেক্টর বিশ্লেষণ কী? ১
 (খ) নাল ভেক্টরের সুনির্দিষ্ট দিক নেই কেন? ২
 (গ) উদ্দীপকে F এর মান বের কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপকে করিমের বক্তব্য সঠিক কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

২। গোলরন্ধকের 80 m সামনে থেকে একজন ফুটবল খেলোয়াড় অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 25 ms^{-1} বেগে বল কিক করে। একই সময়ে গোলকিপার বলটি ধরার জন্য বলের দিকে 10 ms^{-1} সমবেগে দৌড়ে যায়। [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

- (ক) কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১
 (খ) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) কিক করার 0.5 সে. পরে বলের বেগ কত? ৩
 (ঘ) বলটি ভূমিতে পড়ার আগে গোলকিপার বলটি ধরতে পারবে কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

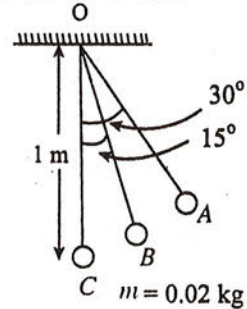
৩।



উপরের চিত্র একটি স্প্রিং-এর একপ্রান্ত O বিন্দু হতে ঝুলানো হলো। 0.2 kg ভরের একটি বলকে 49 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করায় এটি 20m উপরে স্প্রিংটির অপর প্রান্তে আঘাত করে 3 cm সংকুচিত করে, স্প্রিংটিও বলের উপর প্রত্যয়নী বল প্রয়োগ করে।

- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১
 (খ) দুটি সমান ভরের বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে বস্তুর পরস্পর বেগ বিনিময় করে—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) ভূমিতে আঘাতের পূর্ব মুহূর্তে বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপক থেকে স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ নির্ণয় সম্ভব কিনা—গাণিতিক যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর, বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

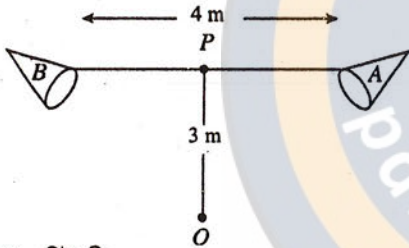
৪।



উপরের উদ্দীপকে 0.02 kg ভরের একটি বস্তুকে O বিন্দু থেকে 1m লম্বা সূতার সাহায্যে ঝুলানো হলো। A বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তার নির্দেশ করে যা O বিন্দুতে 30° কোণ উৎপন্ন করে, এটিকে A বিন্দু পর্যন্ত টেনে ছেড়ে দেয়া হলে এটি দুলতে শুরু করে। $[g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$

- (ক) স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১
(খ) তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের B বিন্দুতে দোলকটির গতিশক্তি বের কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে ব্যবহৃত দোলকটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কিনা—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ৫। শাহীন তার কলেজের একটি অনুষ্ঠানে 4 m দৈর্ঘ্যের স্টেজ তৈরি করল। স্টেজের এক প্রান্তে 1 mW ক্ষমতার একটি স্পীকার A স্থাপন করল, স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে সোজাসুজি 3m দূরে O বিন্দুতে একজন শ্রোতার নিকট শব্দের তীব্রতা কম হওয়ায় সে স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে অপর প্রান্তে একই দূরত্বে ও একই ক্ষমতার অপর একটি স্পীকার B স্থাপন করল। নিচের চিত্রে তা দেখানো হলো :



- (ক) বিট কী? ১
(খ) স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা কত? ৩
(ঘ) স্পীকার A ও স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেবেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে কি?—বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৬। 2 cm^3 আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A পাত্রে O_2 ও B পাত্রে N_2 নিয়ে নিচের চিত্রে প্রদর্শিত চাপ পাওয়া গেল।

$$P = 3 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$P = 3.66 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$



পাত্র A



পাত্র B

- (ক) শিশিরাক্ষ কাকে বলে? ১
(খ) একই আয়তনের দুটি বায়ুপূর্ণ বেলুনকে ভিন্ন তাপমাত্রায় রাখলে কি ঘটবে? ব্যাখ্যা কর। ২

- (গ) A পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি কত? ৩
(ঘ) পাত্র A ও পাত্র B এর মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

- ১। স্থির অবস্থান থেকে 100kg ভরের একটি গাড়ি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 20m দূরত্বের একটি আনত ভল বেয়ে নামছে। গাড়িটির বেগ—

- (ক) 9.8 ms^{-1} (খ) 14 ms^{-1}
(গ) 98 ms^{-1} (ঘ) 196 ms^{-1}

- ২। কোনো একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 512Hz। তরঙ্গের পরপর দুটি নিঃস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0.50m। মাধ্যমের তরঙ্গ বেগ কত?

- (ক) 128 ms^{-1} (খ) 256 ms^{-1}
(গ) 512 ms^{-1} (ঘ) 1024 ms^{-1}

উদ্দীপকের আলোকে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

করিম পরীক্ষাগারে 1m দৈর্ঘ্য ও 2kg ভরের একটি সরু ও সুষ্ম দণ্ডের প্রথমে মধ্যবিন্দু ও দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে এবং পরবর্তীতে ঐ একই দণ্ডের প্রান্ত দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করলেন।

- ৩। প্রথম ক্ষেত্রে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক কোনটি?

- (ক) 0.167 kgm^2 (খ) 0.67 kgm^2
(গ) 1 kgm^2 (ঘ) 2 kgm^2

- ৪। ঘূর্ণন অক্ষ প্রান্তে হলে চক্রগতির ব্যাসার্ধ হবে প্রথম ক্ষেত্রে—

- (ক) $\frac{1}{4}$ গুণ (খ) ২ গুণ
(গ) 12 গুণ (ঘ) 36 গুণ

- ৫। সিজ ও গুজু বাষ্প আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের দুই থার্মোমিটারের তাপমাত্রার পার্থক্য হঠাৎ বেড়ে গেলে বুঝা যায় ঐ স্থানে—

- i. আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পেয়েছে
ii. আপেক্ষিক আর্দ্রতা হ্রাস পেয়েছে
iii. ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকাবে
নিচের কোনটি সঠিক?

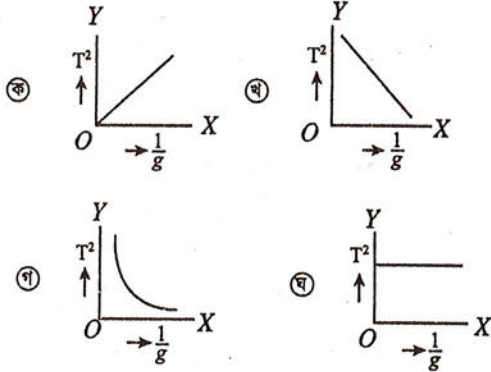
- (ক) i (খ) i ও ii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ৬। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বাহিরে মহাকর্ষীয় বিভব—

- i. সর্বোচ্চ
ii. শূন্য
iii. ঋণাত্মক
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) i ও ii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৭। নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



৮। গ্রহগুলোর গতিপথ উপবৃত্তাকার—এই সূত্রটি কোন বিজ্ঞানীর?

- (ক) টলেমী (খ) কেপলার
(গ) পিথাগোরাস (ঘ) গ্যালিলিও

৯। মহাকর্ষ বল কার্যকর হয় যে কণার বিনিময়ের ফলে—

- (ক) গ্রাভিটন (খ) মেসন (গ) ফোটন (ঘ) নিউটন

১০। নিচের কোনটি একক ভেক্টর নির্দেশ করে?

- (ক) $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A}$ (খ) $a = \frac{\vec{A}}{A}$
(গ) $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A}$ (ঘ) $a = \frac{\vec{A}}{A}$

১১। প্রাসের ক্ষেত্রে নিক্ষেপণ কোণ কত হলে অনুভূমিক পাথর সর্বাধিক হবে?

- (ক) 0° (খ) 45°
(গ) 60° (ঘ) 90°

১২। ভেক্টর \vec{P} ও \vec{Q} এর মধ্যবর্তী কোণ θ এবং

$$|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}| \text{ হলে, } \theta\text{-এর মান কত?}$$

- (ক) 0° (খ) 45°
(গ) 90° (ঘ) 180°

১৩। অসংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ কোনটি?

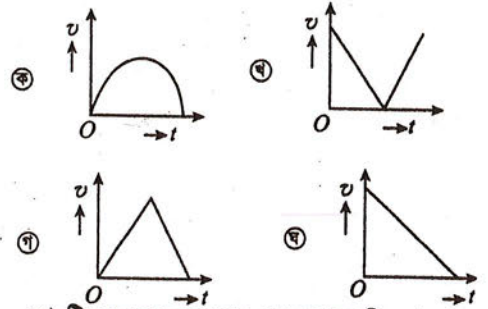
- (ক) ঘর্ষণ বল (খ) বৈদ্যুতিক বল
(গ) চুম্বক বল (ঘ) অভিকর্ষজ বল

১৪। একটি গতিশীল বস্তুর সরণের সমীকরণ

$$x = (4t^2 + 3t^5)\text{m. } 2\text{sec পর বস্তুর বেগ কত?}$$

- (ক) 3ms^{-1} (খ) 8ms^{-1}
(গ) 11ms^{-1} (ঘ) 19ms^{-1}

১৫। খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপিত বস্তুর $v-t$ লেখচিত্র কোনটি?



১৬। কোনটির ক্ষেত্রে ড্যান-ডার-ওয়াল্‌স বল বিদ্যমান?

- (ক) সোডিয়াম ও ক্লোরিন পরমাণুর বন্ধন
(খ) অক্সিজেন অণুর বন্ধন
(গ) সিলিকন পরমাণুর বন্ধন
(ঘ) তামার পরমাণুর বন্ধন

১৭। সান্দ্রতার সহগের মাত্রা কোনটি?

- (ক) MLT^{-1} (খ) ML^{-1}T
(গ) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ (ঘ) M^{-1}LT

১৮। কৌণিক ভরবেগের একক কোনটি?

- (ক) $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ (খ) kgms^{-1}
(গ) kgms^{-2} (ঘ) $\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$

১৯। রাস্তার ব্যাধিকিং নির্ভর করে—

- i. বাকের ব্যাসার্ধের উপর
ii. গাড়ির ভরের উপর
iii. গাড়ির বেগের উপর
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২০। কোনটি কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা?

- (ক) mv^2/r (খ) $\frac{mv^2}{r}$ (গ) mv^2/r^2 (ঘ) $\frac{m\omega^2}{r}$

২১। প্রভাব গোলকের ব্যাসার্ধ কোনটি?

- (ক) 10^{-15}m (খ) 10^{-10}m
(গ) 10^{-9}m (ঘ) 10^{-8}m

২২। সরল দোলকের বকের ভর বেশি হলে, দোলনকাল কী হবে?

- (ক) বাড়বে (খ) কমবে
(গ) অপরিবর্তিত থাকবে
(ঘ) ভরের বর্গমূলের সমানুপাতিক হবে

২৩। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে কাজ শূন্য হবে?

- (ক) 60° (খ) 90°
(গ) 120° (ঘ) 180°

২৪। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ কত হবে?

- (ক) $V_{\max} = \frac{\omega}{A}$ (খ) $V_{\max} = \frac{A}{\omega}$
(গ) $V_{\max} = \omega A$ (ঘ) $V_{\max} = \omega^2 A$

২৫। প্রমাণ তীব্রতার ক্ষেত্রে—

- (ক) কম্পাঙ্ক 1000Hz ও তীব্রতা 10^{-12}Wm^{-2}
 (খ) কম্পাঙ্ক 100Hz ও তীব্রতা 10^{-12}Wm^{-2}
 (গ) কম্পাঙ্ক 1000Hz ও তীব্রতা 10^{-10}Wm^{-2}
 (ঘ) কম্পাঙ্ক 100Hz ও তীব্রতা 10^{-10}Wm^{-2}

২৬। T তাপমাত্রার আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুর গড় গতিশক্তি—

- (ক) $\frac{2}{3} KT$ (খ) $\frac{3}{2} KT^2$ (গ) $\frac{3}{2} KT^4$ (ঘ) $\frac{3}{2} KT$

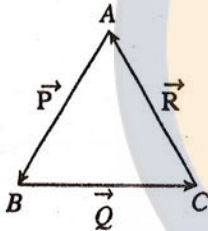
২৭। এটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য L , ভর M এবং কম্পাঙ্ক f । এর কম্পাঙ্ক $2f$ করতে হলে—

- (ক) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে $4L$ করতে হবে
 (খ) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে $2L$ করতে হবে
 (গ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{2}$ করতে হবে
 (ঘ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{4}$ করতে হবে

২৮। তরল ও কঠিন পদার্থের মধ্যকার স্পর্শ কোণ নিচের কোনটি হলে তরল পদার্থ, কঠিন পদার্থকে ভিজাবে না?

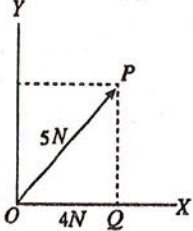
- (ক) 0° (খ) 40° (গ) 60° (ঘ) 120°

২৯।

ABC সমবাহু ত্রিভুজে \vec{Q} ও \vec{R} এর মধ্যবর্তী কোণ কত?

- (ক) 0° (খ) 60° (গ) 120° (ঘ) 180°

৩০।

উদ্দীপক অনুযায়ী OY অক্ষ বরাবর বলের মান—

- (ক) 0.8N (খ) 1.25N (গ) 3N (ঘ) 20N

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

খোলা মাঠে রফিক একটি বস্তুকে বিশেষ যান্ত্রিক ব্যবস্থায় উপরে নিক্ষেপ করার চেষ্টা করছে। বস্তু রহিম তাঁকে সতর্ক করে বলে বেশি জোরে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^6 \text{m}$ এবং $g = 9.78 \text{ms}^{-2}$.

৩১। পৃথিবীতে মুক্তি বেগ কত?

- (ক) 11.19ms^{-1} (খ) 11.19kms^{-1}
 (গ) 11.20kms^{-1} (ঘ) 11.20ms^{-1}

৩২। কি কারণে বস্তু রহিমের আশঙ্কাটি সত্য হবে?

- (ক) নিক্ষেপ মুহূর্তে বস্তুটির উপর লব্ধি বল ধনাত্মক হলে
 (খ) বস্তুটির গতিশক্তি কৃত কাজের সমান হলে
 (গ) নিক্ষেপ মুহূর্তে বস্তুটির উপর লব্ধি বল শূন্য হলে
 (ঘ) বস্তুটির গতিশক্তি প্রয়োজনীয় কৃতকাজের কম হলে



প্রদর্শিত তরঙ্গে P ও Q বিন্দু দশার পার্থক্য কত?

- (ক) $\frac{\pi}{2}$ (খ) π (গ) 2π (ঘ) 4π

৩৪। S.I এককে পরিমাপকৃত সরলহ্রদিত স্পন্দনে স্পন্দিত কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ $2 \frac{d^2x}{dt^2} + 32x = 0$ হলে, কৌণিক কম্পাঙ্ক কোনটি?

- (ক) 4rad s^{-1} (খ) 8rad s^{-1}
 (গ) 16rad s^{-1} (ঘ) 32rad s^{-1}

৩৫। 27°C তাপমাত্রায় 4g অক্সিজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি—

- (ক) 116.86J (খ) 207.75J
 (গ) 467.44J (ঘ) 14958J

উত্তরমালা :				
১। (খ)	২। (গ)	৩। (ক)	৪। (খ)	৫। (গ)
৬। (খ)	৭। (ক)	৮। (খ)	৯। (ক)	১০। (গ)
১১। (খ)	১২। (গ)	১৩। (ক)	১৪। (ঘ)	১৫। (গ)
১৬। (খ)	১৭। (গ)	১৮। (ঘ)	১৯। (খ)	২০। (খ)
২১। (খ)	২২। (গ)	২৩। (খ)	২৪। (গ)	২৫। (ক)
২৬। (ঘ)	২৭। (ঘ)	২৮। (ঘ)	২৯। (গ)	৩০। (গ)
৩১। (খ)	৩২। (খ)	৩৩। (ঘ)	৩৪। (ক)	৩৫। (গ)

যশোর বোর্ড-২০১৫

১। সাবিহা একদিন শপিং মলে বাজার করার সময় ট্রলি গাড়ি ব্যবহার করল। সে ট্রলি গাড়ির হেডেলটিতে উল্লম্বের সাথে 30° কোণে 10N বল প্রয়োগ করে গাড়িটিকে ঠেলতে থাকে। এই দেখে দোকানদার বলল, আপনি গাড়ির হেডেল ধরে টানেন, তাহলে কম বল লাগবে।

- (ক) লব্ধি ভেক্টর কী? ১
 (খ) অভিকর্ষজ বল অসংরক্ষণশীল বল নয়—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) ট্রলির গতি সৃষ্টিকারী বল কত? ৩
 (ঘ) দোকানদার সাবিহাকে ট্রলির হেডেল ধরে সামনে টানতে বলল কেন—যুক্তিসহ গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

- ২। একটি গিটারের তিনটি সদৃশ এবং সমদৈর্ঘ্যের তার A, B, C- কে যথাক্রমে 100 N, 200 N ও 250 N মানের বল দ্বারা টানা আছে। A তারটি 50 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন করে। রিপন অবাধ হয়ে লক্ষ্য করল B ও C একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে কিন্তু A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যাচ্ছে না।

- (ক) পরবশ কম্পন কী? ১
(খ) সকল সময়েই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর সময়ে নয়—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) B তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) A ও C তারকে একত্রে কম্পিত করলে বীট শোনা যায় না কেন—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। ৪

- ৩। 75ms^{-1} বেগে একটি বুলেট রাইফেল থেকে নির্গত হলো। রাইফেলের নলের দৈর্ঘ্য 0.6m।

- (ক) তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১
(খ) একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন? ২
(গ) বুলেটের গড় ত্বরণ কত? ৩
(ঘ) যদি বুলেটটি একটি প্রাস হয় তবে দেখাও যে, ভিন্ন ভিন্ন কোণে একই বেগে নিক্ষেপিত বস্তুর অভিক্রান্ত দূরত্ব একই থাকবে। ৪

৪।



পৃথিবীর ভর = 6×10^{24} kg

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6.4×10^6 m

- (ক) কাজ-শক্তি উপপাদ্য বিবৃত কর। ১
(খ) কোনো বস্তুর গতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ কত? ৩
(ঘ) উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km সরালে সেটির পরিভ্রমণকালের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি—ব্যাখ্যা কর। ৪

- ৫। মতিন একদিন একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে গেলে, সঠিক সময় পায় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গিয়ে সে লক্ষ্য করল যে দোলকটি ঘণ্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়।

[পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400$ km, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$]

- (ক) সরল ছন্দিত গতি কী? ১
(খ) একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 2.5 N/m বলতে কী বুঝ? ২
(গ) পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল বের কর। ৩

- (ঘ) উদ্ভীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা—গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। ৪

- ৬। একদিন শুষ্ক ও সিক্ত বাষ্প হাইড্রোমিটারে পাঠ যথাক্রমে 20°C এবং 12.8°C পাওয়া গেল। 20°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক 1.79। 7°C , 8°C এবং 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.5×10^{-3} , 8.1×10^{-3} এবং 17.4×10^{-3} mHg।

- (ক) গ্যাসের ক্ষেত্রে বয়েলের সূত্র বিবৃত কর। ১
(খ) চলমান অবস্থায় গাড়ির চাকার চাপ বৃদ্ধি পায় কেন? ২
(গ) ঐ দিনের শিশিরাঙ্ক কত? ৩
(ঘ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা বের করে ঐ দিনের আবহাওয়া সম্পর্কে মতামত দাও। ৪

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

- ১। কৌণিক ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি?

- (ক) MLT^{-1} (খ) ML^2T
(গ) ML^2T^{-1} (ঘ) ML^2T^{-2}

- ২। মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক কত হবে?

- (ক) 0Hz (খ) 1Hz
(গ) 2Hz (ঘ) অসীম

- ৩। কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ভর করে—

- (ক) কৌণিক বেগের উপর
(খ) কৌণিক ভরবেগের উপর
(গ) রৈখিক বেগের উপর
(ঘ) ভর ও ঘূর্ণন অক্ষের অবস্থানের উপর

নিচের উদ্ভীপকটি পড়ে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :-
একটি পানিপূর্ণ কুমার গভীরতা 10m এবং ব্যাস 1.5m একটি পাম্প 25 মিনিটে কুমারটিকে পানিশূন্য করতে পারে।

- ৪। পাম্পটির ক্ষমতা কত?

- (ক) 0.773 HP (খ) 1.543 HP
(গ) 3.095 HP (ঘ) 6.190 HP

- ৫। 0.4 HP ক্ষমতার আরও একটি পাম্প যুক্ত করলে কী পরিমাণ সময় সাশ্রয় হবে?

- (ক) 24.36 মিনিট (খ) 16.48 মিনিট
(গ) 8.52 মিনিট (ঘ) 0.63 মিনিট

- ৬। মুক্তিবৈগের সমীকরণ হচ্ছে—

(ক) $V_c = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ (খ) $V_c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

(গ) $V_e = \sqrt{2gh}$ (ঘ) $V_e = \sqrt{2gl}$

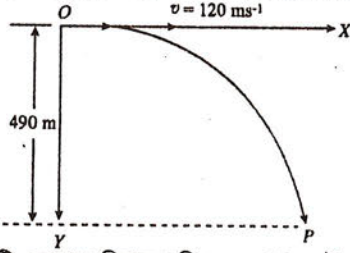
- ৭। যখন শব্দ বায়ু থেকে পানিতে প্রবেশ করে তখন—
পরিবর্তন ঘটে?

- i. বেগ ii. কম্পাঙ্ক iii. তরঙ্গদৈর্ঘ্য

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



একটি বোমারু বিমান ভূমি হতে 490m উচ্চতায় ভূমির সমান্তরালে 120 ms^{-1} বেগে বোমা ফেলে দিল। ভূ-পৃষ্ঠের উপর P একটি বিন্দু।

৮। বোমাটি কখন P বিন্দুতে আঘাত হানবে?

- (ক) 0.24 sec (খ) 4.08 sec
(গ) 10 sec (ঘ) 29.38 sec

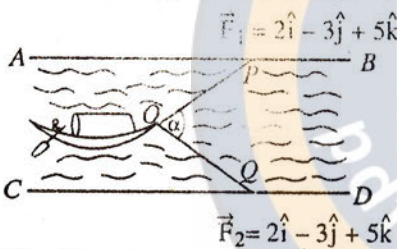
৯। Y ও P এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

- (ক) 120 m (খ) 490 m
(গ) 1200 m (ঘ) 4900 m

১০। শব্দের তীব্রতা পরিমাপের একক কোনটি?

- (ক) Hz (খ) Wm^{-2} (গ) Wm^{-1} (ঘ) dB

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



একটি খালের AB এবং CD দুটি সমান্তরাল তীর।

নৌকার O বিন্দু হতে \vec{F}_1 এবং \vec{F}_2 মানে বল প্রয়োগে দুজন ব্যক্তি গুন টানছে।

১১। \vec{F}_1 ও \vec{F}_2 ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান কত?

- (ক) 10.22 (খ) 10.52 (গ) 11.22 (ঘ) 11.52

১২। নৌকাটির ক্ষেত্রে কোনটি প্রযোজ্য?

- (ক) OP বরাবর নৌকাটি অগ্রসর হবে
(খ) OQ বরাবর নৌকাটি অগ্রসর হবে
(গ) নৌকাটি খালের মাঝে স্থির থাকবে
(ঘ) খালের মাঝ বরাবর নৌকাটি অগ্রসর হবে

১৩। কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ V এবং মুক্তিবৈগ V_E হয়, তবে—

i. $V > V_E$ হলে, বস্তুটি পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যাবে

ii. $V^2 = \frac{V_E^2}{2}$ হলে, বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে

iii. $V = V_E$ হলে, বস্তুটি তাদের মত পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪। একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 10 kgm^2 । চাকাটিতে 10 rads^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?

- (ক) 10 Nm (খ) 100 Nm
(গ) 150 Nm (ঘ) 20 Nm

১৫। টর্কের একক হচ্ছে—

- (ক) নিউটন (খ) জুল
(গ) নিউটন/মিটার (ঘ) জুল/সেকেন্ড

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
2m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারে 20kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয়।

১৬। তারটির পীড়ন কত?

- (ক) $1.96 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$
(খ) $2.0 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$
(গ) $1.96 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$
(ঘ) $1.96 \times 10^2 \text{ Nm}^{-2}$

১৭। উক্ত তারটির—

- i. দৈর্ঘ্য বিকৃতি 0.5×10^{-3}
ii. ইয়ং-এর গুণক $3.92 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$
iii. কৃতকাজের পরিমাণ 0.098J

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮। রূপা ও বিস্তৃত পানির মধ্যকার স্পর্শ কোণ (প্রায়) কত?

- (ক) 0° (খ) 8°
(গ) 90° (ঘ) 140°

১৯। সরলহরদিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণ হচ্ছে—

- (ক) $a = \omega x^2$ (খ) $a = \omega^2 x$
(গ) $a = -\omega x$ (ঘ) $a = -\omega^2 x$

২০। সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব r এবং গ্রহের পর্যায়কাল T হলে কোনটি সঠিক?

- (ক) $T \propto r^3$ (খ) $T^3 \propto r^3$
(গ) $T^2 \propto \frac{1}{r^3}$ (ঘ) $T^2 \propto r^3$

২১। মধুর অন্যতম ধর্ম হচ্ছে—

- i. দৃঢ়তা ii. সান্দ্রতা iii. পৃষ্ঠটান

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২। কত অক্ষাংশে g এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি?

- (ক) 0° (খ) 45° (গ) 90° (ঘ) 180°

২৩। $\hat{j} \times (\hat{j} \times \hat{k}) =$ কত?

- (ক) $-\hat{k}$ (খ) 0 (গ) \hat{k} (ঘ) \hat{i}

২৪। (\vec{v}) কখন সলিনয়েড হবে?

(ক) $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0$ (খ) $\vec{v} \times \vec{v} = 0$

(গ) $\vec{v} \times \vec{v} = 0$ (ঘ) $\vec{v} \cdot \vec{v} = 0$

২৫। বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের ঘনীভবনের জন্য নিচের কোনটি সংঘটিত হয় না?

- (ক) শিশির (খ) কুয়াশা (গ) ঝড় (ঘ) বৃষ্টি

২৬। সবচেয়ে দুর্বল বল কোনটি?

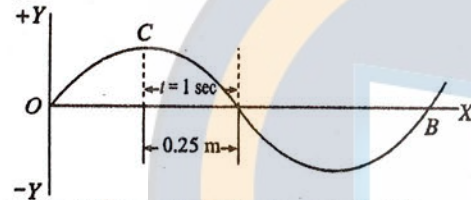
- (ক) মহাকর্ষ বল (খ) তড়িৎচৌম্বক বল

- (গ) সবল নিউক্লিয় বল (ঘ) দুর্বল নিউক্লিয় বল

২৭। দ্বি-পারমাণবিক গ্যাস অণুর স্বাধীনতার মাত্রা কয়টি?

- (ক) 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :—



২৮। O এবং B বিন্দুতে অবস্থিত কণাটির দশা পার্থক্য কত?

- (ক) $\frac{\pi}{4}$ (খ) $\frac{\pi}{2}$ (গ) π (ঘ) 2π

২৯। তরঙ্গটির ক্ষেত্রে—

i. $\lambda = 1.00$ m

ii. $\lambda = 0.25$ m

iii. $v = 0.25$ ms⁻¹

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii

- (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩০। হাত ঘড়ির মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ কত?

(ক) $\frac{\pi}{3600}$ rads⁻¹ (খ) $\frac{\pi}{1800}$ rads⁻¹

(গ) $\frac{\pi}{30}$ rads⁻¹ (ঘ) 2π rads⁻¹

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$ N বল প্রয়োগ

করায় কণাটির $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ m সরণ ঘটে।

৩১। কৃত কাজের মান কত?

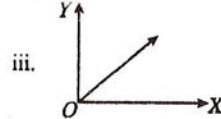
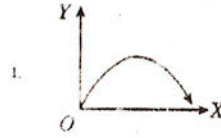
(ক) $\sqrt{3}$ Joule (খ) $\sqrt{14}$ Joule

(গ) 4 Joule (ঘ) 6 Joule

৩২। \vec{F} ও \vec{r} এর মধ্যবর্তী কোণ কত?

- (ক) 22.20° (খ) 51.88° (গ) 81.84° (ঘ) 84.53°

৩৩। প্রাসের ক্ষেত্রে লেখচিত্র হচ্ছে—



নিচের কোনটি সঠিক?

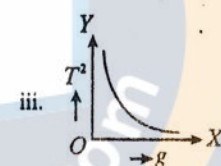
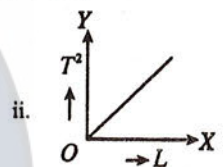
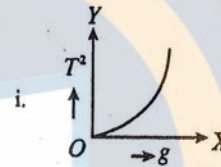
- (ক) i ও ii

- (খ) i ও iii

- (গ) ii ও iii

- (ঘ) i, ii ও iii

৩৪। সরলদোলকের ক্ষেত্রে লেখচিত্র হচ্ছে—



নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii

- (খ) i ও iii

- (গ) ii ও iii

- (ঘ) i, ii ও iii

৩৫। কোনো গোলায় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করার জন্য কোন সমীকরণটি ব্যবহৃত হয়?

(ক) $R = \frac{d}{h} + \frac{h}{2}$ (খ) $R = \frac{d^2}{2} + \frac{h}{2}$

(গ) $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$ (ঘ) $R = \frac{d^2}{12} + \frac{h^2}{d}$

উত্তরমালা

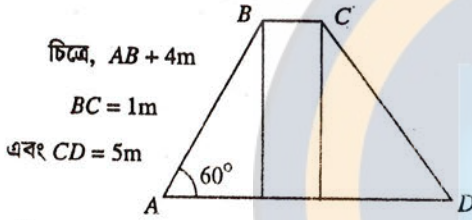
১। (গ)	২। (ঘ)	৩। (ঘ)	৪। (ক)	৫। (গ)
৬। (গ)	৭। (গ)	৮। (গ)	৯। (গ)	১০। (খ)
১১। (গ)	১২। (ঘ)	১৩। (গ)	১৪। (খ)	১৫। (খ)
১৬। (ক)	১৭। (ক)	১৮। (খ)	১৯। (ঘ)	২০। (ঘ)
২১। (গ)	২২। (গ)	২৩। (ক)	২৪। (ক)	২৫। (গ)
২৬। (ক)	২৭। (ঘ)	২৮। (ঘ)	২৯। (খ)	৩০। (খ)
৩১। (গ)	৩২। (খ)	৩৩। (ক)	৩৪। (গ)	৩৫। (গ)

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৫

- ১। সার্কাস পার্টিতে একজন পারফরমার 5 kg ভরের একটি গোলককে ভূমি হতে 1.5 m উপরে অনুভূমিক তলে 2m লম্বা রশির সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘোরাচ্ছেন। গোলকটি প্রতি মিনিটে 20 বার আবর্তন করে। ঘূর্ণায়মান অবস্থায় হঠাৎ রশিটি ছিঁড়ে যায়।

- (ক) ঘাতবল কাকে বলে? ১
(খ) সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য লিখ। ২
(গ) আবর্তনশীল গোলকটি কেন্দ্রের দিকে কত বল অনুভব করবে? ৩
(ঘ) পারফরমার হতে দর্শক সারির দূরত্ব কেমন হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

- ২। চিত্রে প্রদর্শিত AB মই বেয়ে 30 kg ভরের একটি বালক উপরে উঠে এবং CD আনত তল বেয়ে নিচে নেমে আসে। তলের ঘর্ষণ বল 50N।



নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- (ক) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রটি বর্ণনা কর। ১
(খ) দেখাও যে, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান। ২
(গ) বালকটি A হতে C বিন্দুতে পৌছতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব কর। ৩
(ঘ) CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম না বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৩। একজন আবহাওয়াবিদ দৈনিক প্রতিবেদন তৈরির জন্য কোনো একদিন ঢাকা ও রাজশাহীতে স্থাপিত দুটি সিক্ত ও শুষ্ক বালব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের মাধ্যমে নিচের উপাত্তগুলো সংগ্রহ করলেন :

স্থান	শুষ্ক বালব ধার্মো. পাঠ	সিক্ত বালব ধার্মো. পাঠ	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্রেসিয়ারের উৎপাদক
ঢাকা	29.6°C	20.6°C	1.664
রাজশাহী	32.6°C	22.°C	1.625

[14°C, 16°C, 28°C, 30°C, 32°C, 34°C, তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ যথাক্রমে 11.99, 13.63, 28.35, 31.83, 35.66 এবং 39.90 mmHg]

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

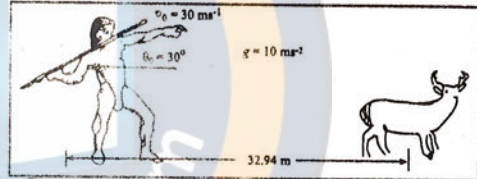
- (ক) আদর্শ গ্যাস কী? ১
(খ) একক চাপে এক মোল কোনো গ্যাসের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রা লেখচিত্রের ঢাল কী নির্দেশ করে? ২
(গ) ঐ দিনে ঢাকার শিশিরাক্ষ কত ছিল? ৩
(ঘ) উপরোক্ত তথ্যমতে কোন ব্যক্তি কোথায় অধিকতর স্বস্তি বোধ করবেন? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪
৪। ভূ-পৃষ্ঠ হতে দুটি সেকেন্ড দোলকের একটিকে 2×10^6 m উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূ-স্থির উপগ্রহে নেয়া হলো। অপরটিকে 3×10^6 m গভীরে একটি খনিতে নেয়া হলো।
(ক) প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে? ১

- (খ) \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে,

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}| \quad ২$$

- (গ) কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

- ৫। চিত্রটি ভালভাবে লক্ষ্য কর এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



শিকারী যখন বর্শাটি নিক্ষেপ করেন হরিণটি তখন স্থিরবস্থা থেকে 10 ms^{-2} সমত্বরণে PQ বরাবর দৌড়াতে থাকে।

- (ক) ভেক্টর অপারেটর কী? ১
(খ) বলের একককে মৌলিক এককের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
(গ) উদ্দীপকে বর্শাটি এর নিক্ষেপণ বিন্দু হতে সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
(ঘ) বর্শাটি কি হরিণকে আঘাত করবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি উপস্থাপন কর। ৪

- ৬। $Y = 6 \sin \left(8\pi x - \frac{\pi t}{25} \right)$ একটি চলমান তরঙ্গের

সমীকরণ নির্দেশ করে; যেখানে x ও y কে সেন্টিমিটারে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটি 0.09 kgm^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হচ্ছে।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- (ক) প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা দাও। ১
(খ) পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকে বর্ণিত তরঙ্গের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) তরঙ্গটি শ্রাব্য কি-না—তীব্রতা লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে প্রমাণ কর। ৪

বহুনির্বাচনি অজীক্ষা

১। আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটির মধ্যে সম্পর্ক—

- (ক) শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি $\times 100$
 (খ) শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি $\times 100\%$
 (গ) আপেক্ষিক ত্রুটি = শতকরা ত্রুটি $\times 100$
 (ঘ) আপেক্ষিক ত্রুটি = শতকরা ত্রুটি $\times 100\%$

২। আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল সমান হয় যখন—

- (ক) $r > r_0$ (খ) $r < r_0$ (গ) $r = 0$ (ঘ) $r = r_0$

৩। একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য 1 m হতে 1.02m হয় এবং ব্যাস 5 mm হতে 4.99 mm হয়। পয়সনের অনুপাত কত?

- (ক) 0.01 (খ) 0.1 (গ) 1 (ঘ) 10

৪। 2kg ভরের কোনো বস্তু হতে 2m দূরে কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব কত?

$$(G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2})$$

$$(ক) -6.673 \times 10^{-11} \text{ Jkg}^{-1}$$

$$(খ) -3.3365 \times 10^{-11} \text{ Jkg}^{-1}$$

$$(গ) 6.673 \times 10^{-11} \text{ Jkg}^{-1}$$

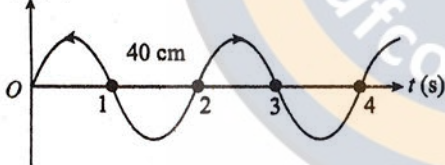
$$(ঘ) 3.3365 \times 10^{-11} \text{ Jkg}^{-1}$$

৫। 100 kg ভরের একটি বস্তুকে ফ্রেনের সাহায্যে 10 cms^{-1} বেগে ছাদের উপরে উঠালে ফ্রেনের ক্ষমতা কত?

$$(ক) 0.98 \text{ W} \quad (খ) 10 \text{ W} \quad (গ) 98 \text{ W} \quad (ঘ) 9800 \text{ W}$$

৬। একটি তরঙ্গের সরণ-সময় গ্রাফ নিম্নরূপ :

y (m)



তরঙ্গটির বেগ কত?

- (ক) 0.20 ms^{-1} (খ) 0.20 cms^{-1}
 (গ) 20 cms^{-1} (ঘ) 20 ms^{-1}

৭। ভূস্থির উপগ্রহের আবর্তনকাল—

- (ক) 12 ঘণ্টা (খ) 24 ঘণ্টা
 (গ) 30 দিন (ঘ) 365 দিন

৮। সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক—

- (ক) 0.5 Hz (খ) 1 Hz
 (গ) 2 Hz (ঘ) 4 Hz

৯। কোনো গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি—

- (ক) $\bar{E} = \frac{3}{2} RT$ (খ) $\bar{E} = \frac{3}{2} KT$
 (গ) $\bar{E} = \frac{2}{3} RT$ (ঘ) $\bar{E} = \frac{2}{3} KT$

১০। শব্দের কোন তিনটি কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে ত্রীর সৃষ্টি হয়?

- (ক) 128Hz, 192 Hz, 256 Hz
 (খ) 192Hz, 256 Hz, 320 Hz
 (গ) 256Hz, 320 Hz, 384 Hz
 (ঘ) 320Hz, 384 Hz, 448 Hz

১১। শব্দের তীব্রতা—

- (ক) $I = 2\pi f^2 a^2 \rho v$ (খ) $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$
 (গ) $I = 2\pi f^2 a^2 \rho v^2$ (ঘ) $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v^2$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

3ms^{-1} বেগে 2kg ভরের একটি বস্তু 0.5 kg ভরের অন্য একটি স্থির বস্তুর সঙ্গে সোজাসুজি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হয়।

১২। সংঘর্ষের পর দ্বিতীয় বস্তুর বেগ কত?

- (ক) 2.5 ms^{-1} (খ) 4 ms^{-1}
 (গ) 4.8 ms^{-1} (ঘ) 5 ms^{-1}

১৩। ১ম বস্তুর ভর ২য় বস্তুর ভরের তুলনায় অনেক বেশি হলে সংঘর্ষের পর—

- i. ১ম বস্তুটি একই বেগে চলতে থাকবে
 ii. ২য় বস্তুটি ১ম বস্তুর বেগে চলতে থাকবে
 iii. ২য় বস্তুটি ১ম বস্তুর দ্বিগুণ বেগে চলতে থাকবে
 নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) i ও ii
 (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪। 60 m উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি হতে কত উচ্চতায় বিভবশক্তি গতিশক্তির অর্ধেক হবে?

- (ক) 10 m (খ) 20 m
 (গ) 30 m (ঘ) 40 m

১৫। একটি গোলকের পরিমাপ্য ব্যাসার্ধ $(2.5 \pm 0.2) \text{ cm}$ হলে এর আয়তন পরিমাপে শতকরা ত্রুটি কত?

- (ক) 0.08% (খ) 0.24% (গ) 8% (ঘ) 24%

১৬। নিম্নের কোন ত্রুটি শুধু ক্ষুদ্র জাতীয় যন্ত্রে থাকে?

- (ক) ব্যক্তিগত ত্রুটি (খ) নিয়মিত ত্রুটি
 (গ) গিহট ত্রুটি (ঘ) লেভেল ত্রুটি

১৭। নিচের কোনটি 1 GHz ও 1 MHz এর অনুপাতের সমান?

- (ক) 10^9 (খ) 10^6 (গ) 10^3 (ঘ) 10^{-3}

১৮। \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পরের বিপরীত ভেক্টর হলে—

- i. $\vec{P} + \vec{Q} = 0$ ii. $\vec{P} \cdot \vec{Q} = 0$

- iii. $\vec{P} \times \vec{Q} = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

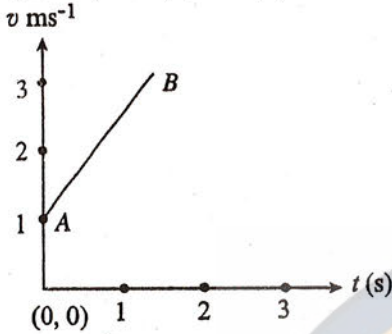
- (ক) i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৯। \vec{A} ও \vec{B} এর একক ভেক্টর \hat{a} এর মধ্যবর্তী কোণ—

(ক) 0° (খ) 45° (গ) 90° (ঘ) 180°

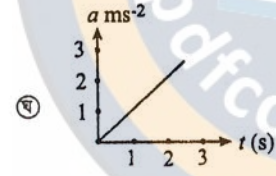
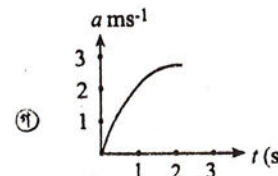
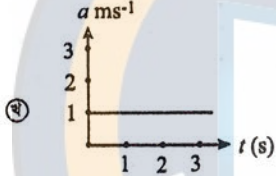
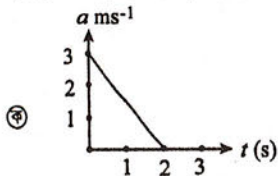
২০। $\vec{A} = \hat{i}$ এবং $\vec{B} = \hat{j} + \hat{k}$ হলে \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ কত?

(ক) 0° (খ) 45° (গ) 90° (ঘ) 180°



উপরের লেখচিত্র অনুসারে ২১ ও ২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

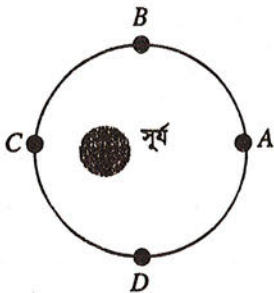
২১। উদ্দীপকের আলোকে নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



২২। লেখচিত্রের AB অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব—

(ক) 2 m (খ) 3 m (গ) 4 m (ঘ) 6 m

২৩। চিত্রে কোন অবস্থানে পৃথিবীর বেগ সবচেয়ে কম?



(ক) A
(গ) C

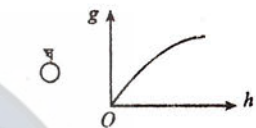
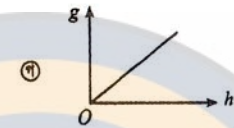
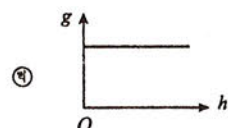
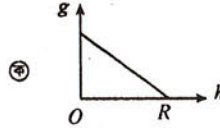
(খ) B
(ঘ) D

২৪। কোনো সরলস্থিতিত স্পন্দকের পর্যায়কাল 10s হলে ত্বরণ a ও সরণ x এর মধ্যকার সম্পর্ক নিচের কোনটি?

(ক) $a = \left(\frac{\pi}{5}\right)^2 x$ (খ) $a = -\left(\frac{\pi}{5}\right) x$

(গ) $a = -\left(\frac{\pi}{5}\right)^2 x$ (ঘ) $a = \left(\frac{\pi}{5}\right) x$

২৫। অভিকর্ষজ ত্বরণ g বনাম পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে গভীরতা h এর লেখচিত্র কোনটি?



২৬। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে ঋণাত্মক কাজের শর্ত হবে—

(ক) $180^\circ \leq \theta < 90^\circ$ (খ) $180^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

(গ) $180^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ (ঘ) $180^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

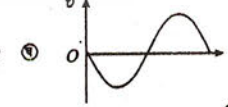
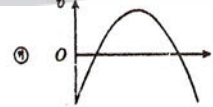
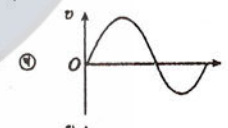
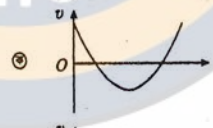
২৭। একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ $y = 8\cos 4x \sin 2t$ সেন্টিমিটার হলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী মূল তরঙ্গের বিচার—

(ক) 16 cm (খ) 8 cm (গ) 4 cm (ঘ) 2 cm

২৮। প্রাসের গতিপথের যে কোনো বিন্দুতে ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ—

(ক) শূন্য (খ) g (গ) $\frac{g}{2}$ (ঘ) $-g$

২৯। সরলস্থিতিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণার সরণের সমীকরণ $x = A \sin \omega t$ হলে বেগ-সময় লেখচিত্র হবে—



৩০। মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর 1s, 2s, ও 3s-এ অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত—

(ক) 1 : 2 : 3 (খ) 1 : 4 : 9

(গ) 1 : 3 : 9 (ঘ) 1 : 3 : 5

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৩১ ও ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও—
30°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন তিনগুণ করা হলো।

৩১। উদ্দীপকটি নিচের কোন সূত্রকে সমর্থন করে?

(ক) বয়েলের সূত্র (খ) চার্লস এর সূত্র

(গ) গে-লুসাকের সূত্র (ঘ) অ্যাভোগেড্রোর সূত্র

৩২। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত?

(ক) -172°C (খ) 90°C (গ) 101°C (ঘ) 636°C

নিম্নের উদ্দীপকটির আলোকে ৩৩ ও ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি পথের A ও B দুটি স্থানে যথাক্রমে 25m ও 36m ব্যাসার্ধের বাকের প্রত্যেকটির ব্যাংকিং কোণ 10° (পথটির প্রস্থ 80cm).

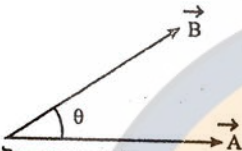
৩৩। A স্থানের বাকের ভিতরের পার্শ্ব হতে বাইরের পার্শ্ব কত উঁচু হবে?

(ক) 2.17cm (খ) 2.17m (গ) 13.89cm (ঘ) 13.89m

৩৪। বাক দুটিতে কোনো গাড়ির সর্বোচ্চ গতিবেগের অনুপাত কত?

(ক) 5 : 6 (খ) 6 : 5 (গ) 25 : 36 (ঘ) 36 : 25

৩৫।



চিত্রের ভেক্টরদ্বয়ের ফেলার গুণন—

(ক) $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos\theta$

(খ) $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin\theta$

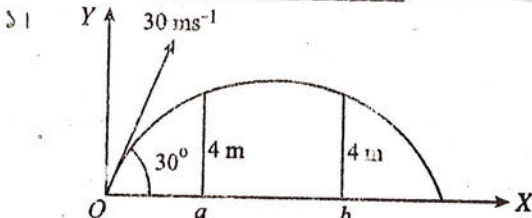
(গ) $\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta \hat{n}$

(ঘ) $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \sin\theta$

উত্তরমালা :

১। (ক)	২। (ঘ)	৩। (খ)	৪। (ক)	৫। (গ)
৬। (ক) ও (গ)	৭। (খ)	৮। (ক)	৯। (খ)	১০। (গ)
১১। (খ)	১২। (গ)	১৩। (গ)	১৪। (ঘ)	১৫। (ঘ)
১৬। (গ)	১৭। (গ)	১৮। (গ)	১৯। (ক)	২০। (গ)
২১। (খ)	২২। (গ)	২৩। (গ)	২৪। (গ)	২৫। (ক)
২৬। (ক)	২৭। (গ)	২৮। (ক)	২৯। (ক)	৩০। (খ)
৩১। (খ)	৩২। (ঘ)	৩৩। (গ)	৩৪। (ক)	৩৫। (ক)

বরিশাল বোর্ড-২০১৫



উপরের চিত্রে একটি প্রাসের গতি দেখানো হলো।

[$g = 10 \text{ ms}^{-2}$]

(ক) সরণ ভেক্টর কাকে বলে?

(খ) গুন টানার ফলে নৌকা সামনের দিকে কীভাবে এগিয়ে চলে—ব্যাখ্যা কর।

(গ) প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা হিসাব কর।

(ঘ) প্রাসটির অনুভূমিক পান্ডা এবং ab অংশের দৈর্ঘ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তুলনা কর।

২। একজন সার্কাসের খেলোয়াড় মাথার উপরে উল্লম্ব তলে কোনো বস্তুকে একটি দীর্ঘ সুতায় 90cm দূরত্বে বেঁধে প্রতি ইউনিটে 100 বার ঘুরাচ্ছে। হঠাৎ করে ঘূর্ণায়মান বস্তুটির এক-তৃতীয়াংশ খুলে পড়ে গেল। এতে খেলোয়াড় ভীত না হয়ে প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা একই রাখার জন্য প্রয়োজনমত সুতার দৈর্ঘ্য বাড়িয়ে দিল।

(ক) কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

(খ) একটি সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 3° ; এর গতি সরল হ্রদিত হবে কিনা—ব্যাখ্যা কর।

(গ) বস্তুটির ভর কমে যাবার পূর্বে ইহার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ছিল হিসাব কর।

(ঘ) সার্কাসের খেলোয়াড় সুতার দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন এনেছিলেন গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সঠিকতা যাচাই কর।

৩। তিনটি সুর শলাকা যাদের প্রথম দুটির গায়ে কম্পাঙ্ক 450 Hz লেখা আছে যার একটির বাহু কিছুটা ক্ষয়ে গেছে। তৃতীয় সুর শলাকার গায়ে কম্পাঙ্কের মান লিখা নেই। তৃতীয় সুরশলাকাটিকে পৃথকভাবে অপর দুটির সাথে স্পন্দিত করলে পুনঃ সেকেন্ডে একই সংখ্যক বিট সৃষ্টি হয়। আবার প্রথম দুটি একই সাথে স্পন্দিত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট সৃষ্টি হয়। 1ম সুর শলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা 10^{-7} Wm^{-2}]

(ক) স্থির তরঙ্গ কাকে বলে?

(খ) শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-6} Wm^{-2} বলতে কী বুঝ?

(গ) 1ম সুর শলাকাটি হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেল এককে নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের তথ্যসমূহ হতে ৩য় সুর শলাকাটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত লিখ।

৪। A ও B দুটি তারের বিভিন্ন রাশির মান নিম্নের ছকে প্রদান করা হলো :—

তার	দৈর্ঘ্য, L(m)	ব্যাসার্ধ, r(mm)	বল, F(N)	দৈর্ঘ্য প্রসারণ, l(mm)	ব্যাসের হ্রাস, d(mm)
A	0.80	0.5	5	7	0.005
B	0.75	0.6	6	8	0.01

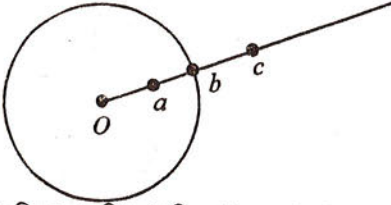
(ক) পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে?

(খ) পৃথিবীতে বছরের দিনের সংখ্যা পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যবর্তী গড় দূরত্বের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত ব্যাখ্যা কর।

(গ) A তারের পয়সনের অনুপাত হিসাব কর।

(ঘ) A ও B তারটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক — গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৫।



উপরের চিত্রে একটি কাল্পনিক গ্রহ দেখানো হয়েছে যার ভর 12×10^{24} kg এবং ব্যাসার্ধ 8×10^6 m. O উহার কেন্দ্র। b উহার পৃষ্ঠে কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূরে অবস্থিত যাতে $ao = ab = bc$ হয়।

$$[G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}]$$

- (ক) অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১
 (খ) একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উল্লিখিত গ্রহটির পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ হিসাব কর। ৩
 (ঘ) a ও c বিন্দুর মধ্যে কোনটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে? তোমার উত্তরের গাণিতিক প্রমাণ দাও। ৪
- ৬। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে 1 mole করে দুটি গ্যাস একই আয়তনের ছিপযুক্ত দুটি পাত্রে রক্ষিত আছে। গ্যাস দুটির আণবিক ভর যথাক্রমে 2gm ও 32gm. মাত্র দুটির মুখের ছিপি একই সাথে খুলে দেয়া হলো। [অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা = 6.023×10^{23} এবং $R = 8.31 \text{ Jole mole}^{-1} \text{ K}^{-1}$]
 (ক) পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? ১
 (খ) তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে গ্যাসের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) দ্বিতীয় পাত্রে গ্যাসের গড় গতি শক্তি হিসাব কর। ৩
 (ঘ) পাত্র দুটি একই সাথে খালি হতে হলে দ্বিতীয় পাত্রের তাপমাত্রার কিরূপ পরিবর্তন হবে—গাণিতিক বিশ্লেষণ এর সাহায্যে লিখ। ৪

বহুনির্বাচনি অজীক্ষা

- ১। নিজের সাহায্যে ভর পরিমাপে কোন ত্রুটি পরিহার করা হয়?
 (ক) পিছট ত্রুটি (খ) লেভেল ত্রুটি
 (গ) শূন্য ত্রুটি (ঘ) পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি
- ২। দুটি সমান ভেক্টর থেকে শূন্য ভেক্টর পেতে এদের মধ্যবর্তী কোণ হবে—
 (ক) 0° (খ) 45° (গ) 90° (ঘ) 180°
- ৩। একটি কুয়ার গভীরতা 10m এবং ব্যাস 6m। একটি পাম্পের সাহায্যে কুয়াটিকে 20 মিনিটে সম্পূর্ণ পানিশূন্য করা হলে পাম্পের ক্ষমতা কত?
 (ক) 1.58 HP (খ) 2.14 HP
 (গ) 3.12 HP (ঘ) 3.58 HP

- ৪। সমান ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হলে নিচের কোনটি সত্যি? এখানে ১ম বস্তুর আদি ও শেষ বেগ u_1 ও v_1 এবং ২য় বস্তুর আদি ও শেষ বেগ u_2 ও v_2 ।

(ক) $u_1 = v_2$ (খ) $u_1 = v_1$

(গ) $u_1 = u_2$ (ঘ) $u_2 = v_2$

উদ্দীপকের আলোকে নিচের দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :—
 একটি সেকেন্ড দোলকের সিলিন্ডার আকৃতির বব পানি পূর্ণ অবস্থায় আছে। ববের দৈর্ঘ্য 8cm।

- ৫। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 95 cm (খ) 99 cm

(গ) 103 cm (ঘ) 107 cm

- ৬। ববটির অর্ধেক খালি করলে, এই ক্ষেত্রে দোলক হবে—

(ক) 1.99 সে (খ) 2 সে (গ) 2.01 সে (ঘ) 2.03 সে

- ৭। একক বল—

(ক) বস্তুর উপর একক ত্বরণ সৃষ্টি করে

(খ) একক ভরের বস্তুর উপর যে কোনো ত্বরণ সৃষ্টি করে

(গ) বস্তুর উপর যে কোনো ত্বরণ সৃষ্টি করে

(ঘ) একক ভরের বস্তুর উপর একক ত্বরণ সৃষ্টি করে

- ৮। স্পর্শ কোণ 120° হলে কৈশিক নলে তরল—

i. উপরে উঠবে ii. নিচে নামবে iii. অপরিবর্তিত থাকবে
 নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

- ৯। পৃথিবীতে কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগ নির্ভর করে—

(ক) বস্তুর ভরের উপর (খ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর

(গ) বস্তুর ব্যাসার্ধের উপর (ঘ) পৃথিবীপৃষ্ঠ ও বস্তুর দূরত্বের উপর

- ১০। ফেলার গুণনের উদাহরণ—

(ক) কাজ (খ) বল (গ) টর্ক (ঘ) কৌণিক ভরবেগ

- ১১। নিচের কোন সেটটি হারমোনিক?

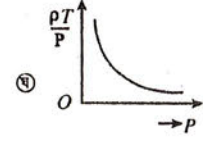
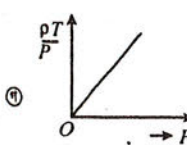
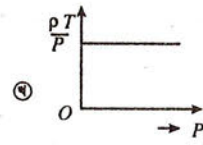
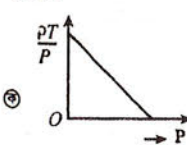
(ক) 50, 75 ও 125 Hz

(খ) 75, 100 ও 125 Hz

(গ) 75, 125 ও 175 Hz

(ঘ) 50, 100 ও 150 Hz

- ১২। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের ক্ষেত্রে নিম্নের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



- ১৩। সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ এবং আবর্তনকাল $3.14 \times 10^7 \text{ সে.}$, পৃথিবীর দ্রুতি কত?

- (ক) $2 \times 10^{-7} \text{ ms}^{-1}$ (খ) $4.7 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$
(গ) $15 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$ (ঘ) $30 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$

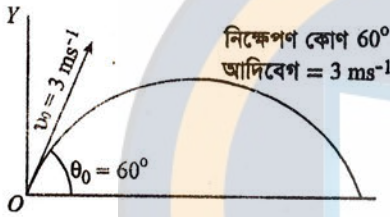
- ১৪। নিচের কোনটি অসংরক্ষণশীল বল?

- (ক) সান্দ্র বল (খ) কুলম্ব বল
(গ) চৌম্বক বল (ঘ) মহাকর্ষীয় বল

- ১৫। টর্কের মাত্রা হলো—

- (ক) MLT^{-2} (খ) ML^2T^{-1}
(গ) ML^2T^{-2} (ঘ) ML^2T^{-3}

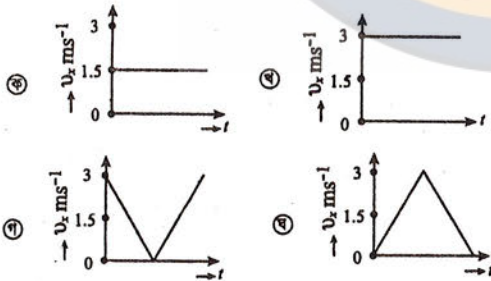
উদ্দীপকের আলোকে নিচের দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :



- ১৬। সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে প্রাসটির কত সময় লাগে?

- (ক) 0.26 সে (খ) 0.34 সে
(গ) 0.53 সে (ঘ) 0.79 সে

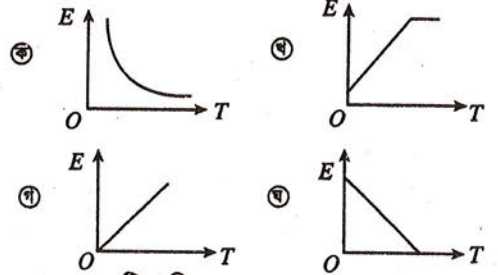
- ১৭। প্রাসটির বেগের অনুভূমিক উপাংশ বনাম সময় লেখচিত্র হবে—



- ১৮। বস্তুর কম্পাঙ্ক আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের সমান হলে কী ঘটবে?

- (ক) বীট (খ) ব্যতিচার
(গ) স্থির তরঙ্গ (ঘ) অনুনাদ

- ১৯। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে গতিশক্তি (E) বনাম পরম তাপমাত্রা (T) র লেখচিত্র কোনটি?



- ২০। A ও B দুটি গাড়ি যথাক্রমে 10 kmh^{-1} ও 20 kmh^{-1} বেগে একই দিকে চলছে। A এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক বেগ—

- (ক) 10 kmh^{-1} সামনের দিকে
(খ) 20 kmh^{-1} সামনের দিকে
(গ) 20 kmh^{-1} পিছনের দিকে
(ঘ) 30 kmh^{-1} সামনের দিকে

উদ্দীপকের আলোকে নিচের দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B এবং C এ একই মানের পীড়ন $5 \times 10^{12} \text{ Nm}^{-2}$ প্রয়োগের ফলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে 5%, 2% এবং 1% হলো।

- ২১। B তারের বিকৃতি—

- (ক) 2 (খ) 0.2 (গ) 0.02 (ঘ) 0.002

- ২২। A, B এবং C তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক যথাক্রমে Y_A , Y_B ও Y_C হলে—

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $Y_A > Y_C > Y_B$ (খ) $Y_A < Y_B < Y_C$
(গ) $Y_A > Y_B > Y_C$ (ঘ) $Y_B < Y_A < Y_C$

- ২৩। বাতব গ্যাস কখন আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে?

- (ক) উচ্চচাপে ও নিম্ন তাপমাত্রায়
(খ) উচ্চচাপে ও উচ্চ তাপমাত্রায়
(গ) নিম্নচাপে ও নিম্ন তাপমাত্রায়
(ঘ) নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায়

- ২৪। একটি সেকেন্ড দোলকের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে যেতে সময় লাগে—

- (ক) 0.5 সে. (খ) 1 সে. (গ) 1.5 সে. (ঘ) 2 সে.

- ২৫। $A \times B = ?$

- (ক) $\eta AB \cos \theta$ (খ) $AB \sin \theta$
(গ) $-\vec{B} \times \vec{A}$ (ঘ) $\vec{B} \times \vec{A}$

- ২৬। 15 ওয়াট ক্ষমতা বলতে বোঝায়—

- (ক) 1 সেকেন্ডে 15 জুল কাজ
(খ) 3 সেকেন্ডে 5 জুল কাজ
(গ) 5 সেকেন্ডে 3 জুল কাজ
(ঘ) 15 সেকেন্ডে 1 জুল কাজ

২৭। $(\hat{j} + \hat{k}) \times \hat{k} =$ কত?

- (ক) 1 (খ) \hat{i}
(গ) \hat{j} (ঘ) \hat{k}

২৮। সরলছন্দিত স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণের সমীকরণ—

- (ক) $a = A \sin \omega t$ (খ) $a = A \omega \cos \omega t$
(গ) $a = -A \omega^2 \sin \omega t$ (ঘ) $a = -A \omega^2 \cos \omega t$

২৯। একই কক্ষপথে আবর্তনরত দুটি উপগ্রহের একটির ভর অন্যটির দ্বিগুণ হলে ভারী উপগ্রহের আবর্তনকাল অন্যটির—

- (ক) সমান (খ) অর্ধেক
(গ) দ্বিগুণ (ঘ) চারগুণ

৩০। বলের দ্বারা কাজ হয় যদি—

- (ক) বল প্রয়োগের সরণ শূন্য হয়
(খ) বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘুরে
(গ) বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হয়
(ঘ) বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ শূন্য হয়

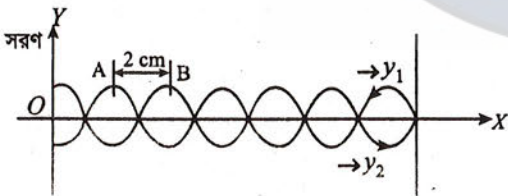
৩১। গ্যাসের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে—

- i. একটি গ্যাসের সকল অণু সদৃশ
ii. গ্যাসের শক্তি বিভব শক্তি
iii. তাপমাত্রার সাথে অণুগুলোর বেগ বাড়ে
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উদ্দীপকের আলোকে নিচের দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

y_1 ও y_2 দুটি শব্দ তরঙ্গ নিম্নে চিত্রে দেখানো হলো—



৩২। শব্দের বেগ 330 ms^{-1} হলে কম্পাঙ্ক কত?

- (ক) 4, 125, Hz (খ) 8, 250 Hz
(গ) 12, 375 Hz (ঘ) 16, 500 Hz

৩৩। চিত্রে A ও B বিন্দুর মধ্যে দশা পার্থক্য—

- (ক) 0 (খ) $\frac{\pi}{4}$
(গ) $\frac{\pi}{2}$ (ঘ) π

৩৪। পৃষ্ঠটানের একক—

- (ক) নিউটন/মিটার (খ) নিউটন/মিটার^২
(গ) নিউটন—মিটার (ঘ) নিউটন

৩৫। 50m ব্যাসার্ধের রাস্তার বাঁকে 9.8 ms^{-1} বেগে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীর নতি কোণ হবে—

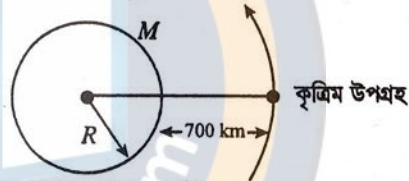
- (ক) 1.1° (খ) 11° (গ) 88° (ঘ) 89°

উত্তরমালা :				
১। (খ)	২। (ঘ)	৩। (কোনা সঠিক উত্তর নাই)	৪। (ক)	৫। (খ)
৬। (ঘ)	৭। (ঘ)	৮। (খ)	৯। (খ)	১০। (ক)
১১। (ঘ)	১২। (খ)	১৩। (ঘ)	১৪। (ক)	১৫। (গ)
১৬। (খ)	১৭। (ক)	১৮। (ঘ)	১৯। (গ)	২০। (ক)
২১। (গ)	২২। (খ)	২৩। (ঘ)	২৪। (খ)	২৫। (গ)
২৬। (ক)	২৭। (খ)	২৮। (গ)	২৯। (ক)	৩০। (ঘ)
৩১। (গ)	৩২। (খ)	৩৩। (ঘ)	৩৪। (ক)	৩৫। (খ)

সিলেট বোর্ড-২০১৫

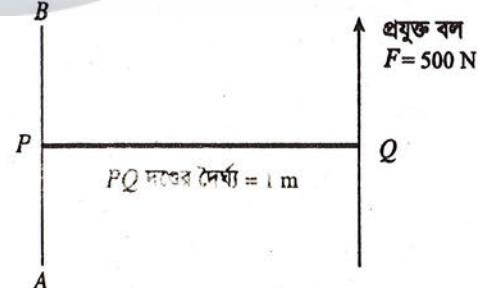
১। উদ্দীপকে বস্তুর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে

$$(M = 6 \times 10^{24} \text{ kg} \text{ এবং } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m})$$



- (ক) ডেস্টের বিভাজন কী? ১
(খ) সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কী? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও। ৪

২।

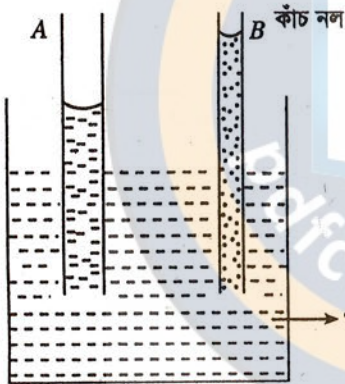


- (ক) প্রাস কাকে বলে? ১
(খ) স্বাধীন ডেস্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে নয় কেন— ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) AB ঘূর্ণন অক্ষের চারদিকে PQ দণ্ডটির টর্ক নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) যদি ঘূর্ণন অক্ষ AB , PQ দুটির প্রান্তবিন্দু হতে পরিবর্তন করে মধ্যবিন্দুতে নেওয়া হয়, তবে কোন ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বেশি হবে—তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

- ৩। পেট্রোনাস টুইন টাওয়ারের শীর্ষতলের উচ্চতা 375m। কাসেম 10kg ভরের একটি বস্তুর সহ শীর্ষতলে আরোহণ করে। এতে সময় লাগে 40 মিনিট। তিনি শীর্ষতল থেকে বস্তুটি নিচে ফেলে দিল। উহা বিনা বাধায় ভূমিতে পতিত হলো। মনির বললো, “আমি এই কাজটি করতে পারবো।” কাসেমের ভর 60kg এবং মনিরের ভর 55kg।
- (ক) কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১
- (খ) বলের দ্বারা কাজ বলতে কী বোঝায়? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) ভূমি থেকে কত উচ্চতায় বস্তুটির বিভবশক্তি এর গতি শক্তির দ্বিগুণ হবে? ৩
- (ঘ) মনির কি একই সময়ে কাজটি করতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৪।



উপরের চিত্রে প্রদর্শিত A নলের ব্যাস 0.8 মি.মি. এবং B নলের ব্যাস 0.4 মি. মি.। পানির স্পর্শ কোণ 2° , পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$

- (ক) স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১
- (খ) বৃষ্টির ফোঁটা কচুপাতাকে ভিজায়না অথচ আম পাতাকে ভিজায় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) B নলের পানির উচ্চতা বের কর। ৩
- (ঘ) নল দুটিতে পানির উচ্চতার তারতম্যের কারণ বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৫। সালাম 300 Hz কম্পাঙ্ক ও 0.25 cm বিস্তারের শব্দ তরঙ্গ পরপর বায়ু ও পানিতে প্রেরণ করে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4.16m পেল। উভয় মাধ্যমে শব্দের বেগ ও তীব্রতা ভিন্ন ভিন্ন পাওয়া গেল। সালাম বললো শব্দের বেগ ও তীব্রতার মান বায়ু মাধ্যম থেকে পানি মাধ্যমে বেশি পাওয়া যাবে।

বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ 352 ms^{-1} । বায়ু ও পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 1.293 kgm^{-3} ও 1000 kgm^{-3} ।

- (ক) তরঙ্গের তীব্রতা কাকে বলে? ১
- (খ) এক সাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রীজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপক অনুসারে পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সালামের বক্তব্যের সঠিকতা যাচাই কর। ৪

- ৬। আবির্ পদার্থবিজ্ঞান গবেষণাগারে $5.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ আয়তনের 3g নাইট্রোজেন গ্যাসকে 0.64m পারদস্তম্ভ চাপ ও 39°C তাপমাত্রা থেকে প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় রূপান্তর করলো। এতে গ্যাসে আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ের পরিবর্তন হলো। নেহাল বললো, গ্যাসের আয়তন ও গতিশক্তি উভয়ই হ্রাস পেয়েছে। নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28g এবং $R = 8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ।

- (ক) আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১
- (খ) কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 7% বলতে কী বোঝায়? ২
- (গ) প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসটির আয়তন নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) নেহালের বক্তব্য কী সঠিক ছিল? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

বহুনির্বাচনি অজ্ঞা

- ১। স্থির তরঙ্গের পরপর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

- (ক) $\frac{\lambda}{4}$ (খ) $\frac{\lambda}{2}$
- (গ) $3\frac{\lambda}{4}$ (ঘ) λ

- ২। নিচের কোনটি দ্বারা এক পিকো ((1 pico) বোঝায়?

- (ক) 10^{-12} (খ) 10^{-9}
- (গ) 10^9 (ঘ) 10^{12}

- ৩। কোনো স্থানে দুটি সরলদোলকের দোলনকালের অনুপাত 1 : 2 হলে, এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?

- (ক) $1 : \sqrt{2}$ (খ) 1 : 2 (গ) 1 : 4 (ঘ) 2 : 1

- ৪। সর্বাধিক পান্নার জন্য গ্রাসকে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে নিক্ষেপ করতে হবে?

- (ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°

- ৫। বলের ঘাত হচ্ছে—

- i. বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফল
- ii. ভরবেগের পরিবর্তন
- iii. ভরবেগের পরিবর্তনের হার

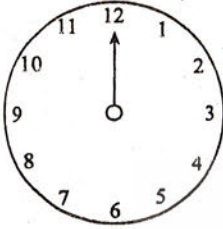
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬। পরমশূন্য তাপমাত্রা হচ্ছে—

- (ক) OK (খ) 0°C
(গ) -273°C (ঘ) -273K

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৭। ঘড়ির কাঁটার রৈখিক বেগ কত?

- (ক) $0.22 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$
(খ) $0.22 \times 10^{-4} \text{ cms}^{-1}$
(গ) $1.31 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$
(ঘ) $1.31 \times 10^{-3} \text{ cms}^{-1}$

৮। কাঁটার কৌণিক বেগ—

- i. ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক
ii. রৈখিক বেগ ও ব্যাসার্ধের অনুপাতের সমান
iii. আবর্তনকালের ব্যস্তানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯। বিনা প্রমাণে কোনো কিছু মেনে নেয়াকে বলে—

- (ক) তত্ত্ব (খ) স্বীকার্য
(গ) নীতি (ঘ) ধারণা

১০। একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা ও আবর্তনকালের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

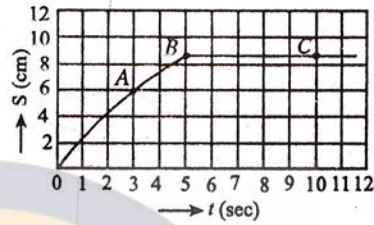
- (ক) $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^3 - R$
(খ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$
(গ) $h = \left(\frac{GM}{4} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{T}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} - R$
(ঘ) $h = \left(\frac{GMT^3}{4\pi^2} \right)^3 - R$

১১। 200gm ভরের একটি বস্তু 10m উপর থেকে পড়লে ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত?

- (ক) 19.6J (খ) 39.2J
(গ) 78.4J (ঘ) 98J

নিচের অনুচ্ছেদ অনুসারে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t) লেখচিত্র নিম্নে প্রদর্শিত হলো :



১২। লেখচিত্রের A বিন্দুতে বস্তুর বেগ কত?

- (ক) 2 cms^{-1} (খ) 3 cms^{-1}
(গ) 6 cms^{-1} (ঘ) 18 cms^{-1}

১৩। লেখচিত্রের BC রেখা অনুযায়ী বস্তুর গতি হচ্ছে—

- (ক) সমবেগ (খ) সমত্বরণ
(গ) সমমন্দন (ঘ) স্থিরাবস্থা

১৪। নিচের কোন সম্পর্কটি পর্যায়কাল ও বল প্রবকের?

- (ক) $T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$ (খ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{mg}}$
(গ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ (ঘ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{3}{g}}$

১৫। $\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 4\hat{j} - \hat{k}$ হলে, এদের ক্রেলার গুণফল কত?

- (ক) 3 (খ) 7
(গ) 9 (ঘ) 11

১৬। নিচের কোনটি ঘর্ষণ বলের উদাহরণ?

- (ক) সংসক্তি বল (খ) সংরক্ষণশীল বল
(গ) আসঞ্জন বল (ঘ) অসংরক্ষণশীল বল

১৭। নিচের কোন ভেক্টরটি x-অক্ষের সমান্তরাল?

- (ক) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{i}$
(খ) $(\hat{i} * \hat{j}) \times \hat{k}$
(গ) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{j}$
(ঘ) $(\hat{k} \times \hat{j}) \times \hat{k}$

১৮। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 9 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডেসিবেল?

- (ক) .095 (খ) 0.95
(গ) 9.54 (ঘ) 95.4

১৯। অভিন্ন একক ও মাত্রার জোড়া হচ্ছে—

- i. কাজ ও পৃষ্ঠশক্তি
 - ii. পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি
 - iii. অনুভূমিক পাল্লা ও সরণ
- নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii
- (খ) i ও iii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

২০। তাড়িত চৌম্বক বল কোন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের জন্য কার্যকর হয়?

- (ক) ফোটন
- (খ) মেসন
- (গ) প্রোটন
- (ঘ) গ্রাভিটন

২১। 15°C তাপমাত্রায় প্রজিহাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি কত? ($R=8.31\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$)

- (ক) 12.47J
- (খ) 1196.64J
- (গ) 3589.92J
- (ঘ) 7179.84J

২২। নিচের কোনটি স্কেলার রাশি?

- (ক) কৌণিক ত্বরণ
- (খ) বলের ভ্রামক
- (গ) জড়তার ভ্রামক
- (ঘ) কৌণিক ভরবেগ

২৩। একটি কৈশিক নলকে গ্লিসারিনে ডুবালে—

- i. কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শক কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয়
 - ii. তরল পৃষ্ঠ অবতল আকার ধারণ করে
 - iii. কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শক কোণ স্থূল কোণ হয়
- নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii
- (খ) i ও iii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

২৪। সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব কমে গেলে বছরের দৈর্ঘ্য—

- (ক) কমে যাবে
- (খ) বেড়ে যাবে
- (গ) স্থির হবে
- (ঘ) অসীম হবে

২৫। একটি তারে 0.01 দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ব বিকৃতি 0.0024 হলে, তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত কত?

- (ক) 0.024
- (খ) 0.24
- (গ) 0.42
- (ঘ) 2.40

২৬। একটি সরলদোলককে ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহের ভিতরে নিলে—

- i. অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' শূন্য হবে
 - ii. দোলনকাল অসীম হবে
 - iii. দোলকটি স্থির থাকবে
- নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii
- (খ) i ও iii
- (গ) ii ও iii
- (ঘ) i, ii ও iii

২৭। নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি?

- (ক) পীড়ন
- (খ) বিকৃতি
- (গ) সান্দ্রতা
- (ঘ) পৃষ্ঠশক্তি

২৮। একটি পাথরখণ্ডকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে খাড়া উপরের দিকে তুলতে থাকলে এর উপর কয়টি বল ক্রিয়া করে?

- (ক) 1
- (খ) 2
- (গ) 3
- (ঘ) 4

২৯। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 0° হলে, কাজের পরিমাণ হবে—

- (ক) শূন্য
- (খ) সর্বনিম্ন
- (গ) সর্বোচ্চ
- (ঘ) অসীম

৩০। দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হবে যখন এদের মধ্যবর্তী কোণ—

- (ক) 0°
- (খ) 25°
- (গ) 60°
- (ঘ) 180°

৩১। কোন পদার্থের সান্দ্রতা সবচেয়ে বেশি?

- (ক) তেল
- (খ) দুধ
- (গ) মধু
- (ঘ) পানি

৩২। বয়েলের সূত্র নিচের কোন প্রক্রিয়া মেনে চলে?

- (ক) সমচাপ
- (খ) সমোষ্ণ
- (গ) রুদ্ধতাপীয়
- (ঘ) সমআয়তন

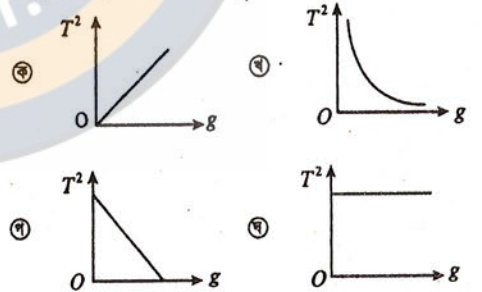
৩৩। একটি মার্বেলকে সুতায় বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরালে কাজের পরিমাণ হবে—

- (ক) সর্বোচ্চ
- (খ) ঋণাত্মক
- (গ) শূন্য
- (ঘ) ধনাত্মক

৩৪। একটি বস্তুর ভর 12mg। পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুর কত বলে আকর্ষিত হবে?

- (ক) $1.18 \times 10^{-4}\text{ N}$
- (খ) .1178 N
- (গ) 117.6×10^{-6}
- (ঘ) $1.18 \times 10^4\text{ N}$

৩৫। $[g - T^2]$ লেখচিত্রের প্রকৃতি কিরূপ হবে?

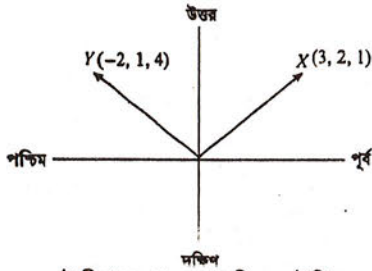


উত্তরমালা :

১। (খ)	২। (ক)	৩। (গ)	৪। (খ)	৫। (ক)
৬। (গ)	৭। (ক)	৮। (গ)	৯। (খ)	১০। (খ)
১১। (ক)	১২। (ক)	১৩। (ঘ)	১৪। (গ)	১৫। (খ)
১৬। (ঘ)	১৭। (গ)	১৮। (গ)	১৯। (খ)	২০। (ক)
২১। (গ)	২২। (গ)	২৩। (ক)	২৪। (ক)	২৫। (খ)
২৬। (ঘ)	২৭। (ক)	২৮। (খ)	২৯। (গ)	৩০। (ক)
৩১। (গ)	৩২। (খ)	৩৩। (গ)	৩৪। (গ)	৩৫। (খ)

দিনাজপুর বোর্ড-২০১৫

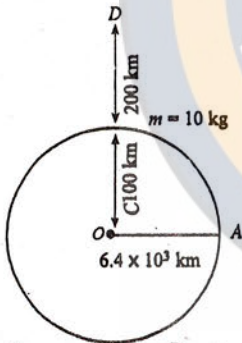
১।



উদ্দীপকে X ও Y বিন্দু দুইটি কলেজের অবস্থান নির্দেশ করে। O , উভয় কলেজের যাত্রা অবস্থানের সাধারণ বিন্দু।

- ভাষাগতিক ত্রুণ কাকে বলে? ১
- উপরের দিকে নিষ্কিণ্ড বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায় কেন? ২
- \vec{OX} ও \vec{OY} ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। ৩
- \vec{OX} , \vec{OY} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর, এবং \vec{OY} , \vec{OX} এর তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর, একই হবে কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যুক্তি দাও। ৪

৫।



- ভাষাগতিক ত্রুণ বলতে কী বুঝ? ১
- ভেক্টরের মান কখন ঋণাত্মক হয় এবং কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- চিত্রটি লক্ষ্য কর, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্রুণের মান কত? ৩
- চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10\text{kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

৩।

$$\begin{aligned} P_x &= 4 \times 10^5 \text{ N-m}^2 \\ V_x &= 4 \text{ litre} \\ T_x &= 600 \text{ k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_y &= 8 \times 10^5 \text{ N-m}^2 \\ V_y &= 8 \text{ litre} \\ T_y &= 650 \text{ k} \end{aligned}$$

চিত্রে X ও Y সিলিন্ডারে কিছু গ্যাস আছে। যাদের ঘনত্ব $p \text{ kg/m}^3$ এবং ভর সমান।

- ঋণাত্মক কাজ কাকে বলে? ১
- সকল হারমোনিকই উপসুর কিছু সকল উপসুর হারমোনিক নয়। ব্যাখ্যা কর। ২
- X ও Y সিলিন্ডারের গ্যাসের গড় বর্গমূল বেগের তুলনা কর। ৩
- X ও Y পাত্র দুটিকে একটি নল দ্বারা যুক্ত করা হলে গ্যাসের অণুগুলো X পাত্র হতে Y পাত্রে যাবে কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

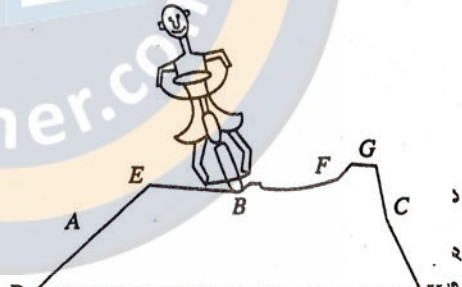
$$y_1 = 0.1 \sin \left(200\pi x - \frac{20\pi}{17} x \right)$$

$$y_2 = 0.1 \sin \left(200\pi x + \frac{20\pi}{17} x \right)$$




উদ্দীপকে X ও Y মিটারে এবং সময় t সেকেন্ডে ধরে নিম্নলিখিত প্রশ্নের উত্তর দাও :

- দশা কাকে বলে? ১
- প্রতি সেকেন্ডে বীট ৬ বলতে কী বুঝ? ২
- প্রথম তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। ৩
- উদ্দীপকে তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে উপরিপাতনের ফলে কোন ধরনের তরঙ্গ সৃষ্টি হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামতের ব্যাখ্যা কর। ৪



- চিত্রটি লক্ষ্য কর। এটি একটি পাহাড়। একজন সাইকেল চালক এর উপর সাইকেল চালাচ্ছে। সাইকেলের চাকার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং বলের ভেক্টর $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ । ১
- বীট কাকে বলে? ১
- ধ্রুব বল ও স্প্রিং স্পাদন এর সাথে দোলনকালের সম্পর্ক স্থাপন কর। ২
- সাইকেল চালকের টর্ক কত? ৩
- DE , EG , GH পথে সাইকেল চালকের অনুভূতি বর্ণনা কর। ৪

- ৬। একটি পরীক্ষাগারে দুইটি কক্ষ। কক্ষ দুইটিতে দুইটি তার ঝুলানো আছে। প্রথম কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 2°C এবং দ্বিতীয় কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 50°C । দ্বিতীয় তারটি প্রথম তার অপেক্ষা মোটা। প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 1m, ব্যাস 5mm 3kg ভর ঝুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য হলো 1cm এবং ব্যাস 0.01mm। আবার দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য 3m ব্যাস 15 mm সম ভর দেওয়ায় দৈর্ঘ্য হলো 3 cm এবং ব্যাস 0.03mm।
 (ক) ডেসিবেল কী? ১
 (খ) সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) প্রথম ও দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাতের তুলনা কর। ৩
 (ঘ) তার দুটির মধ্যে কোনটির অসহজার বেশি বলে তুমি মনে কর? মতামত ব্যক্ত কর। ৪
- ১। বহুনির্বাচনি অভীক্ষা
- ১। পৃথিবীর মুক্তিবেগ কত?
 (ক) 11.2 kms^{-1} (খ) 11.4 kms^{-1}
 (গ) 11.6 kms^{-1} (ঘ) 11.8 kms^{-1}
- ২। 'পৃথিবী সূর্যের চারদিকে উপবৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করছে।'—এই সূত্রটি কে প্রদান করেন?
 (ক) নিউটন (খ) কপারনিকাস
 (গ) কেপলার (ঘ) গ্যালিলিও
- ৩। স্প্রিং-এ সঞ্চিত শক্তি হচ্ছে—
 i. বিভব শক্তি ii. রাসায়নিক শক্তি iii. যান্ত্রিক শক্তি
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii
 (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৪। কোন তরলের পৃষ্ঠতল সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠটানের—
 (ক) অর্ধেক (খ) সমান (গ) দ্বিগুণ (ঘ) তিনগুণ
- ৫। যে সব তরল কাচকে ভেজায় না তাদের স্পর্শ কোণ—
 (ক) প্রায় শূন্য (খ) প্রায় 90°
 (গ) 90° -এর চেয়ে ছোট (ঘ) 90° -এর চেয়ে বড়
- ৬। পানির পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়—
 i. তাপমাত্রা হ্রাস পেলে
 ii. তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে
 iii. সাবানের ফেনা মিশালে
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii
 (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৭। কোন পদার্থটির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক সবচেয়ে বেশি?
 (ক) তামা (খ) রাবার
 (গ) ইস্পাত (ঘ) সোনা
- ৮। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 2 : 3 হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত হবে—
 (ক) 2 : 3 (খ) 3 : 2
 (গ) 4 : 9 (ঘ) 9 : 4
- ৯। উৎসের কম্পাঙ্কের সাথে শব্দের তীব্রতার সম্পর্ক কোনটি?
 (ক) $I \propto f$ (খ) $I \propto \frac{1}{f}$
 (গ) $I \propto f^2$ (ঘ) $I \propto \frac{1}{f^2}$
- ১০। শব্দ যখন বায়ু থেকে পানিতে প্রবেশ করে তখন বদলে যায়—
 i. বেগ ii. কম্পাঙ্ক iii. তরঙ্গদৈর্ঘ্য
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
 (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ১১। যখন পানিতে কিছু ডিটারজেন্ট মিশানো হয় তখন এর পৃষ্ঠটান—
 (ক) বৃদ্ধি পায় (খ) হ্রাস পায়
 (গ) অপরিবর্তিত থাকে (ঘ) শূন্য হয়
 একটি শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা 10^{-8} Wm^{-2} । নিচের ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :—
- ১২। শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা লেভেল কত?
 (ক) 40 dB (খ) 42 dB (গ) 48 dB (ঘ) 52 dB
- ১৩। শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা হবে—
 (ক) 42.77 dB (খ) 44.77 dB
 (গ) 46.77 dB (ঘ) 48.77 dB
- ১৪। T তাপমাত্রায় আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে একটি অণুর গড় গতিশক্তি—
 (ক) $\frac{2}{3} kT$ (খ) $\frac{1}{3} kT$
 (গ) $\frac{3}{2} kT$ (ঘ) $\frac{3}{2} kT^2$
- ১৫। কোন গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ এবং পরম তাপমাত্রার সম্পর্ক—
 (ক) সমানুপাতিক (খ) ব্যস্তানুপাতিক
 (গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক (ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক
- ১৬। চিত্রে প্রদর্শিত স্থির তরঙ্গটির দৈর্ঘ্য কত?
- 
- (ক) $\frac{7\lambda}{4}$ (খ) $\frac{13\lambda}{4}$
 (গ) $\frac{15\lambda}{4}$ (ঘ) $\frac{17\lambda}{4}$
- ১৭। সরল দোলকের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—
 (ক) মুক্তিবেগ (খ) পাহাড়ের উচ্চতা
 (গ) মহাকর্ষীয় প্রবলক (ঘ) পৃথিবীর আবর্তন বেগ

১৮। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন হবে—

- (ক) ধীর গতিতে (খ) দ্রুতগতিতে
(গ) আগের মতই (ঘ) অতিধীর গতিতে

১৯। কোন স্থির ভরলে পরপর দুটি নিঃশব্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 50 cm। এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?

- (ক) 50 cm (খ) 75 cm
(গ) 100 cm (ঘ) 200 cm

২০। টর্কের অপর নাম কী?

- (ক) ঘর্ষণ বল (খ) জড়তার ভ্রামক
(গ) ঘূর্ণন বল (ঘ) কেন্দ্রমুখী বল

২১। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ ভেক্টর রাশিটির মান কত?

- (ক) 9 (খ) 7 (গ) 49 (ঘ) $\sqrt{7}$

২২। আয়ত একক ভেক্টরের ক্ষেত্রে—

- i. $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$
ii. $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$
iii. $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

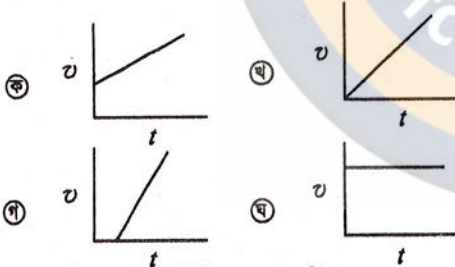
- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩। যদি $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ এবং $\vec{D} = \vec{B} \times \vec{A}$ হয় তাহলে \vec{C} এবং

\vec{D} মধ্যবর্তী কোণ কত?

- (ক) 90° (খ) 0° (গ) 180° (ঘ) 45°

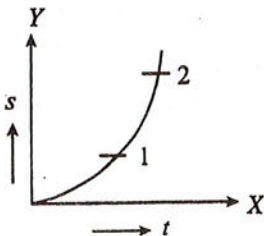
২৪। কোন লেখচিত্রটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর চলার পথ নির্দেশ করে?



২৫। অনুভূমিক বরাবর নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ—

- (ক) উপবৃত্তাকার (খ) পরাবৃত্তাকার
(গ) বৃত্তাকার (ঘ) সরলরৈখিক

২৬। বস্তু সমত্বরণে চললে নিম্নের চিত্রের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?



(ক) লেখচিত্রটি একটি প্যারাবোল

(খ) বস্তুর আদিবেগ আছে

(গ) অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক

(ঘ) V_1 ও V_2 পরস্পর সমান

২৭। আণবিক গঠনের জন্য দায়ী বলটি কোনটি?

- (ক) মহাকর্ষ বল (খ) দুর্বল নিউক্লিয় বল
(গ) সবল নিউক্লিয় বল (ঘ) তাড়িতচৌম্বক বল

২৮। একটি চাকার ভর 10kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m। এর জড়তার ভ্রামক কত?

- (ক) 2.5 kg m (খ) 2.5 kg m²
(গ) 5 kg m (ঘ) 5 kg m²

২৯। সংরক্ষণশীল বল হলো—

i. মহাকর্ষ বল ii. আদর্শ স্প্রিং বল iii. সান্দ্র বল
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের অনুচ্ছেদটি পড় এবং ৩০ ও ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :—

একটি ভারী বস্তুর ভর অপর একটি হালকা বস্তুর ভরের দ্বিগুণ। বস্তু দুটির ভরবেগ সমান।

৩০। হালকা ও ভারী বস্তুর বেগের অনুপাত কত?

- (ক) 1 : 2 (খ) 2 : 1 (গ) 4 : 1 (ঘ) 1 : 4

৩১। বস্তু দুটির গতিশক্তির অনুপাত কত?

- (ক) 2 : 1 (খ) 1 : 2 (গ) 1 : 4 (ঘ) 4 : 1

৩২। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো বস্তুর ভর 50 kg হলে চাঁদে কত?

- (ক) 490 kg (খ) 980 kg
(গ) 50 kg (ঘ) 98 kg

৩৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে g-এর মান—

- (ক) হ্রাস পাবে (খ) বৃদ্ধি পাবে
(গ) অপরিবর্তিত থাকবে (ঘ) শূন্য হবে

৩৪। দুটি বস্তুর মধ্যকার দূরত্ব অর্ধেক করলে মহাকর্ষ বলের মান—

- (ক) দ্বিগুণ কমে (খ) দ্বিগুণ বাড়ে
(গ) চারগুণ কমে (ঘ) চারগুণ বাড়ে

৩৫। g-এর মান কোথায় সর্বাধিক?

- (ক) মেরু (খ) বিষুব
(গ) ভূ-কেন্দ্রে (ঘ) পাহাড়ের চূড়ায়

উত্তরমালা :				
১। (ক)	২। (গ)	৩। (খ)	৪। (খ)	৫। (ঘ)
৬। (গ)	৭। (গ)	৮। (গ)	৯। (গ)	১০। (গ)
১১। (খ)	১২। (ক)	১৩। (খ)	১৪। (গ)	১৫। (গ)
১৬। (খ)	১৭। (খ)	১৮। (খ)	১৯। (গ)	২০। (গ)
২১। (খ)	২২। (ঘ)	২৩। (গ)	২৪। (খ)	২৫। (খ)
২৬। (গ)	২৭। (ঘ)	২৮। (খ)	২৯। (ক)	৩০। (খ)
৩১। (ক)	৩২। (গ)	৩৩। (খ)	৩৪। (ঘ)	৩৫। (ক)

মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৫

খ সেট

বিষয় কোড : 2 2 4

পদার্থবিজ্ঞান (তত্ত্বীয়)-প্রথম পত্র

[নিয়মিত পরীক্ষার্থীদের জন্য]

সময়-৩ ঘণ্টা; পূর্ণমান-৭৫

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক বিভাগ

নম্বর

১। (ক) স্কেলার গুণন ও ভেক্টর গুণন কাকে বলে?

চিত্রসহকারে স্কেলার গুণন ও ভেক্টর গুণন ব্যাখ্যা কর। ৫

(খ) প্রাস কী? দেখাও যে, একটি প্রাসের গতিপথ হচ্ছে অধিবৃত্ত। ১+৫=৬

(গ) একটি বন্দুকের গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে 0.06 m প্রবেশ করে অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে? ৪

অথবা, (ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী? দেখাও যে, $v^2 = v_0^2 + 2as$, যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। ১+৫=৬

(খ) ভরবেগ ও ঘাতবলের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান। ২+৩=৫

(গ) একটি চাকার ভর 5 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm এর জড়তার ভ্রামক কত? চারদিকে 4 rad s⁻² কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে? ৪২। (ক) কাজ কী? দেখাও যে, $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। ৫

(খ) গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্রগুলো বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর। ৬

(গ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.38×10^6 m এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms⁻² হলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগুণ নির্ণয় কর। ৪

অথবা, (ক) অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে? অভিকর্ষজ ত্বরণের বৈশিষ্ট্যসমূহ লেখ। ১+৪=৫

(খ) স্থিতিস্থাপকতা কী? পঁয়সনের অনুপাত কী?

দেখাও যে, $\sigma = \frac{-L \Delta r}{r \Delta L}$ । যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। ১+৫=৬

(গ) একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কতগুণ বাড়াতে হবে? ৪

৩। (ক) প্রমাণ কর অল্প বিস্তারে দোলায়মান সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি। ৫

(খ) বিট কী? বিটের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন করে দেখাও যে, এক সেকেন্ডের কম্পন সংখ্যা শব্দ দুটির কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান। ৬

(গ) একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = 5 \sin (200 \pi t - 1.57 x)$; এখানে সবকটি রাশি

এস.আই এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর। ৪

(ক) আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? আপেক্ষিক আর্দ্রতা ও শিশিরাক্ষের মধ্যে সম্পর্কযুক্ত সমীকরণ প্রতিপাদন কর।

(খ) আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে,

$$pv = \frac{1}{3} nmc^2$$

(গ) 30°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের চাপ 1.5 $\times 10^5$ Nm⁻² হলে 90°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত?

খ বিভাগ

(যে কোনো ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও)

মান- ৫ \times ৬ = ৩০

৪। মৌলিক রাশি ও লব্ধ রাশি কাকে বলে? মাত্রা সমীকরণের প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ কর। ২+৩=৫

৫। $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$; $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে সমতলে অবস্থিত তার লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর। ৫৬। $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ সমীকরণটি লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৫

৭। একটি সরল ও সুস্বম দণ্ডের একপ্রান্ত দিয়ে এবং দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। ৫

৮। কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে? প্রমাণ কর $\tau = I\alpha$, প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। ১+৪=৫৯। প্রমাণ চাপ কী? কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে একটি বাতাসের বুদবুদের আয়তন তিনগুণ হয়। পৃষ্ঠের বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm⁻² হলে হ্রদের গভীরতা কত? ১+৪=৫

১০। বিন্দু ভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভবের রাশিমালা নির্ণয় কর। ৫

১১। পীড়ন ও বিকৃতি কাকে বলে? হুকের সূত্র বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর। ২+৩=৫

১২। পৃষ্ঠটান কাকে বলে? ল্যাপ্লাসের আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠটান ব্যাখ্যা কর। ১+৪=৫

১৩। তরঙ্গদৈর্ঘ্য কী? দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 128 Hz এবং 384 Hz। বায়ুতে এদের দ্বারা সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য তুলনা কর। ১+৪=৫

১৪। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর $PV = nRT$ প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। ৫

১৫। অগ্রগামী তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

২০১৬ সালের বিভিন্ন বোর্ডের প্রশ্নাবলি

ঢাকা বোর্ড-২০১৬

বিষয় কোড :

1 7 4

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

[২০১৬ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

নির্বাচনী অভীক্ষা সেট : গ

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

[বিশেষ দৃষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনী অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

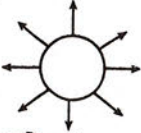
১। কোনো বস্তুকে কত বেগে নিক্ষেপ করলে এটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে?

- (ক) 11.2 kms^{-1} (খ) 7.9 kms^{-1}
(গ) 11.2 ms^{-1} (ঘ) 7.9 ms^{-1}

২। পার্কিং কক্ষপথ হলো—

- (ক) যে পথে বিমান চলাচল করে
(খ) পোলার উপগ্রহের কক্ষপথ
(গ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ
(ঘ) পৃথিবীর কক্ষপথ

৩।



চিত্রটি একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স হলে কোনটি সঠিক?

- (ক) $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$ (খ) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$
(গ) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = '+' \text{ ve}$ (ঘ) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = '-' \text{ ve}$

৪। কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি হলো—

- (ক) $T^2 = R^3$ (খ) $T^3 = R^2$ (গ) $T^3 \propto R$ (ঘ) $T^2 \propto R^3$

৫। ইয়ং এর গুণাক্ষের মাত্রা সমীকরণ—

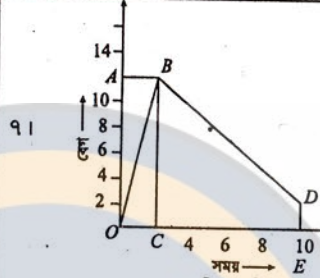
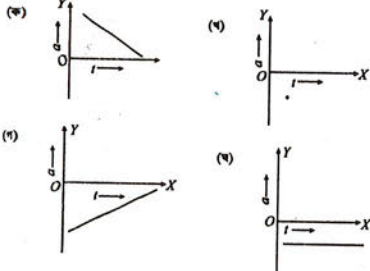
- (ক) $[Y] = [ML^{-2}T^{-1}]$
(খ) $[Y] = [ML^{-1}T^{-1}]$
(গ) $[Y] = [ML^{-1}T^{-2}]$
(ঘ) $[Y] = [M^{-1}L^{-1}T^{-1}]$

সরলপথে বিনা বাধায় চলমান একটি বস্তুর সময় ও বেগের সারণি নিম্নরূপ :

সময় (sec)	2	4	6	8	10
বেগ (ms^{-1})	12	10	8	6	4

তথ্যানুসারে ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬। ত্বরণ-সময় লেখচিত্র হবে—



১০ সেকেন্ডে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব—

- (ক) OABDE-এর ক্ষেত্রফল
(খ) CBDE-এর ক্ষেত্রফল
(গ) OBDE-এর ক্ষেত্রফল
(ঘ) OABC-এর ক্ষেত্রফল

৮। একটি চাকার ভর 6 kg এবং কোনো অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 30 cm। চাকাটিতে 3 rads^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?

- (ক) 1.62 Nm (খ) 1.8 Nm (গ) 16.2 Nm (ঘ) 18 Nm

৯। বৃষ্টির একটি বড় ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত হলে ফোঁটাগুলোর সর্বমোট—

- (ক) ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় (খ) ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়
(গ) আয়তন হ্রাস পায় (ঘ) ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে

১০। ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার মধ্যে কোণ কত?

- (ক) 0° (খ) 90° (গ) 180° (ঘ) 360°

১১। গতিশক্তির মাত্রা—

- (ক) $[MLT^{-2}]$ (খ) $[ML^2T^{-2}]$
(গ) $[ML^3T^{-1}]$ (ঘ) $[M^{-1}L^{-2}T^{-2}]$

১২। m -এর মান কত হলে $\vec{P} = 4\hat{i} + m\hat{j}$ এবং $\vec{Q} = 8\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে?

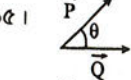
- (ক) 8 (খ) 6 (গ) 4 (ঘ) -4

১৩। একটি নল থেকে 2 ms^{-1} বেগে পানি বের হয়ে একটি দেয়ালকে আঘাত করছে। নলের প্রস্থচ্ছেদ হচ্ছে 0.03 m^2 । ধরা যাক পানি দেয়াল থেকে ফিরে আসছে না। দেয়ালের উপর পানি কি পরিমাণ বল প্রয়োগ করছে?

- (ক) 1000 N (খ) 300 N (গ) 240 N (ঘ) 120 N

১৪। এককের সঠিক ক্রম কোনটি?

- (ক) পারসেক > মেগামিটার > এ্যাংস্ট্রম > আলোক বছর
(খ) আলোক বছর > পারসেক > মেগামিটার > এ্যাংস্ট্রম
(গ) পারসেক > আলোক বছর > মেগামিটার > এ্যাংস্ট্রম
(ঘ) এ্যাংস্ট্রম > পারসেক > মেগামিটার > আলোক বছর



চিত্রানুসারে \vec{Q} -এর ওপর \vec{P} এর লম্ব অভিক্ষেপ—

(ক) $Q \cos \theta$ (খ) $P \cos \theta$ (গ) $P \sin \theta$ (ঘ) $Q \sin \theta$

১৬।



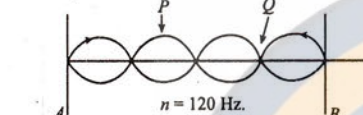
একজন মাঝি স্রোতের বিপরীতে O বিন্দুতে রশি বেঁধে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে নৌকাটিকে T বলে সামনের দিকে টানছে। রশির দৈর্ঘ্য OA হলে—

- i. হাল দ্বারা $T \cos \theta$ প্রশমিত হয়
ii. রশির দৈর্ঘ্য OB হলে নৌকা অপেক্ষাকৃত দ্রুত চলবে
iii. $T \sin \theta$ -এর মান কম হলে নৌকা সামনের দিকে বেশি গতিশীল হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

১৭।

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
বৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগের রাশি কোনটি?
(ক) mrv (খ) $mr^2\omega$ (গ) mrv^2 (ঘ) $m^2r\omega$



উদ্দীপকের আলোকে ১৮ ও ১৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৮।

P ও Q-এর মধ্যবর্তী দূরত্ব—

- (ক) λ (খ) $\frac{3\lambda}{4}$ (গ) $\frac{\lambda}{2}$ (ঘ) $\frac{\lambda}{4}$

১৯।

P ও Q-এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 75 cm হলে 5 সেকেন্ডে স্থির তরঙ্গসৃষ্টিকারী তরঙ্গের অতিক্রান্ত দূরত্ব—

- (ক) 120m (খ) 375m (গ) 600m (ঘ) 750m

২০।

সাম্প্রদায়িক গুণকের একক—

- (ক) Nms^{-1} (খ) $Nm^{-1}s(g)$ (গ) $N^{-1}ms^{-1}s$ (ঘ) Nsm^{-2}

২১।

সমআয়তনের একটি লৌহ গোলক ও একটি টেনিস বলের ভরবেগ সমান হবে—

- (ক) লৌহ গোলকের গতিশক্তি বেশি
(খ) টেনিস বলের গতিশক্তি বেশি
(গ) উভয়ের গতিশক্তি সমান
(ঘ) গতিশক্তির ওপর ভরবেগের প্রভাব নেই

২২।

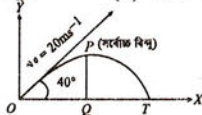
হাতঘড়ির মিনিটের কাটার কম্পাঙ্ক—

- (ক) 2.78Hz (খ) $2.78 \times 10^{-1}Hz$
(গ) $2.78 \times 10^{-2}Hz$ (ঘ) $2.78 \times 10^{-4}Hz$

২৩।

অসম্পৃক্ত বাষ্প মেনে চলে—

- (ক) চাপের সূত্র (খ) চার্লসের সূত্র
(গ) বয়েলের সূত্র (ঘ) বয়েল ও চার্লসের সূত্র



চিহ্নে O বিন্দুতে একটি গাধার $20ms^{-1}$ বেগে 40° কোণে ছোঁড়া হলো।

উদ্দীপকের আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২৪।

OQ = কত?

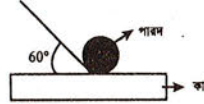
- (ক) 12.86 m (খ) 25.71 m
(গ) 128.56 m (ঘ) 196.96 m

২৫।

T বিন্দুতে পৌঁছতে পাখরটির কত সময় লাগবে?

- (ক) 1.43 sec (খ) 2.86 sec (গ) 8.26 sec (ঘ) 26.23 sec

২৬।



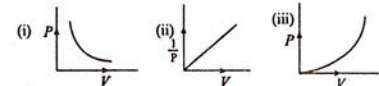
চিত্রানুসারে—

- i. সংসক্তি বল > আসঞ্জন বল ii. আসঞ্জন বল > সংসক্তি বল
iii. 60° হলো স্পর্শ কোণ
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) i ও iii (গ) i ও ii (ঘ) ii ও iii

২৭।

নিম্নের চিত্রে P-V তিনটি লেখচিত্র দেওয়া হলো—

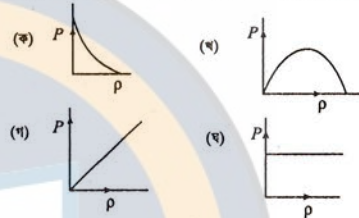


বয়েল-এর সূত্রের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

- (ক) ii ও iii (খ) i ও iii (গ) i ও ii (ঘ) i, ii ও iii

২৮।

স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের ক্ষেত্রে কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



P মাধ্যমে শব্দের বেগ Q মাধ্যমে শব্দের বেগের 4 গুণ। শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2m এবং Q মাধ্যমে শব্দের বেগ $350ms^{-1}$.

উদ্দীপকের আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২৯।

Q মাধ্যমে শব্দের কম্পাঙ্ক—

- (ক) 425Hz (খ) 525Hz (গ) 625Hz (ঘ) 725Hz

৩০।

P মাধ্যমে 100 কম্পনে শব্দের অতিক্রান্ত দূরত্ব—

- (ক) 21.67m (খ) 37.5m (গ) 183.75m (ঘ) 266.67m

৩১।

পৃষ্ঠত্বের একক কোনটি?

- (ক) Nm (খ) $N^{-1}m$ (গ) Nm^{-2} (ঘ) Nm^{-1}

৩২।

কোনটি সংরক্ষণশীল বল?

- (ক) বায়ুর বাধা (খ) তড়িৎ বল (গ) ঘর্ষণ বল (ঘ) সান্দ্র বল

৩৩।

- i. $F = \frac{mv^2}{r}$ ii. $F = ma^2r^2$ iii. $L = mvr$

প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করলে কোন সম্পর্ক সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৪।

ডাল ভাসার যাতাকলে—

- i. অক্ষ লংগল কণার কৌণিক বেগ সবচেয়ে বেশি
ii. কিনারের কণার রৈখিক বেগ বেশি
iii. প্রতিটি কণার কোনো মুহূর্তের কৌণিক ভরবেগ সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৫।

$3ms^{-1}$ ভ্রুণে একটি লিফট নিচের দিকে নামছে। লিফট যখন ভূমি থেকে 13.6m উপরে ছিল তখন একটি বল লিফট থেকে ছেড়ে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করতে বলটির কত সময় লাগবে?

- (ক) 1 sec (খ) 2 sec (গ) 3 sec (ঘ) 4 sec

উত্তরমালা

১(খ)	২উঃ নেই	৩(খ)	৪(খ)	৫(খ)	৬(খ)	৭(খ)	৮(খ)	৯(খ)	১০(খ)	১১(খ)	১২(খ)	১৩(খ)	১৪(খ)	১৫(খ)	১৬(খ)	১৭(খ)	১৮(খ)
১৯(খ)	২০(খ)	২১(খ)	২২(খ)	২৩(খ)	২৪ উঃ নেই	২৫ উঃ নেই	২৬(খ)	২৭(খ)	২৮(খ)	২৯(খ)	৩০(খ)	৩১(খ)	৩২(খ)	৩৩ উঃ নেই	৩৪(খ)	৩৫(খ)	৩৬(খ)

ঢাকা বোর্ড-২০১৬
পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র (সৃজনশীল) সেট : ক

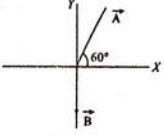
বিষয় কোড : 1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

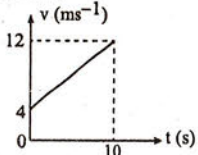
[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

১।

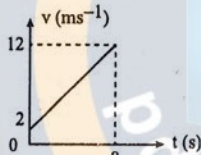
চিত্রে, $|\vec{A}| = 5$ এবং $|\vec{B}| = 6$.

- (ক) স্পর্শ কোণ কাকে বলে? ১
(খ) ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কেন? ২
(গ) চিত্রে $(\vec{A} - \vec{B})$ -এর মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে $(\vec{A} \times \vec{B})$ ভেক্টরটি $(\vec{A} + \vec{B})$ এর উপর লম্বভাবে অবস্থিত-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

- ২। নিম্নে সমতল রাস্তায় দুটি মোটরগাড়ির বেগ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো। গাড়ি দুটির ভর যথাক্রমে ৫০০ kg ও ৩২০ kg। উভয় গাড়ির চাকা ও রাস্তার ঘর্ষণজনিত বল ১২০ N।

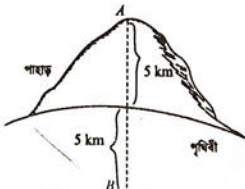


মোটর গাড়ি-১



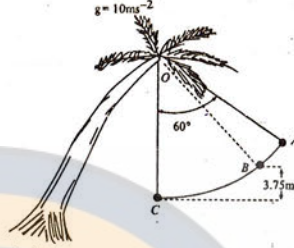
মোটর গাড়ি-২

- (ক) বল ধ্রুবক কাকে বলে? ১
(খ) অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) ১ম মোটরগাড়ি ৫ sec এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) গাড়ি দুটি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের তুলনা করে তোমার মতামত দাও। ৪

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ভূপৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

- (ক) ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? ১
(খ) রাস্তায় ব্যাংকিং-এর প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে A ও B স্থানের মধ্যে কোথায় একটি সরল দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

- ৪। ২ kg ভরের একটি বস্তুকে ১০m সুতার সাহায্যে O বিন্দুতে ঝুলানো হলো এবং A বিন্দু থেকে স্বাধীনভাবে দুলতে দেওয়া হলো। ঘর্ষণ ও বায়ুজনিত বাধা অগ্রাহ্য কর।



- (ক) সম্পৃক্ত বাস্পচাপ কাকে বলে? ১
(খ) ঢাকার বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা ৬০% বলতে কী বোঝায়? ২
(গ) দোলন অবস্থায় A বিন্দুতে সুতার টান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে C বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি B বিন্দুর গতিশক্তি অপেক্ষা ভিন্ন হবে কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

- ৫। সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তারের ব্যাস যথাক্রমে ১mm, ২ mm এবং ৩mm। তার তিনটিতে সমান বল $5 \times 10^3 \text{ N}$ প্রয়োগের ফলে এদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে ৫%, ২% এবং ১% হলো।

- (ক) তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১
(খ) পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) ১ম তারটির একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে কোন তারটির স্থিতিস্থাপক সীমা সবচেয়ে বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

- ৬। নিম্নে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ দেওয়া হলো :



$$y = 0.1 \sin \left(200 \pi t - \frac{20\pi}{17} x \right)$$

এখানে, y mm এককে; t sec এককে এবং x m এককে।

- (ক) পর্যায়কাল কাকে বলে? ১
(খ) কোনো স্থানের শব্দের তীব্রতা $10^{-8} \text{ watt m}^{-2}$ বলতে কী বোঝায়? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) ০ বিন্দু হতে ০.২৫m ও ১.০m দূরের দুটি বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য কত? ৩
(ঘ) উদ্দীপকে, বিস্তার ও কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ এবং একই মাধ্যমে বিপরীতমুখী হলে তরঙ্গটির সমীকরণ কিরূপ হবে? বিশ্লেষণ কর। ৪

কুমিল্লা বোর্ড-২০১৬

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

নির্বাচনি অভীক্ষা সেট : ঘ

বিষয় কোড :

1 7 4

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

১। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল কোনো কণার দোলনকাল বল ধ্রুবকের—

- (ক) সমানুপাতিক (খ) বর্গের সমানুপাতিক
(গ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

২। ধনাত্মক কাজের ক্ষেত্রে কোনো বস্তুর—

- (ক) গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়, মন্দন হয়
(খ) গতিশক্তি হ্রাস পায়, মন্দন হয়
(গ) গতিশক্তি হ্রাস পায়, ত্বরণ হয়
(ঘ) গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়, ত্বরণ হয়

৩। কঠিনের ঘনত্ব ρ_S , তরলের ঘনত্ব ρ_L এবং স্পর্শকোণ θ হলে কোনটি সঠিক?

- (ক) $\rho_S > \rho_L$, $\theta = 90^\circ$ (খ) $\rho_S < \rho_L$, $\theta > 90^\circ$
(গ) $\rho_S > \rho_L$, $\theta > 90^\circ$ (ঘ) $\rho_S < \rho_L$, $\theta < 90^\circ$

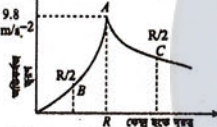
৪। বহু পরমাণুবিশিষ্ট গ্যাসের ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাত্রা—

- (ক) ২ (খ) ৩ (গ) ৫ (ঘ) ৬

৫। ডাইডিং-এ লাফ দেওয়ার সময় সঁতারকর—

- (ক) জড়তার ভ্রামক ধ্রুব (খ) কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব
(গ) কৌণিক ত্বরণ ধ্রুব (ঘ) কৌণিক বেগ ধ্রুব

নিচের উদ্দীপকটি দেখ এবং ৬ এবং ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬। 50kg ভরের একটি বস্তুকে A হতে C-তে নিয়ে গেলে এর গুরুত্ব হবে—

- (ক) 490N (খ) 272.2 N (গ) 245N (ঘ) 217.8N

৭। i. A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য সর্বোচ্চ

ii. C বিন্দুতে কোনো বস্তুর গুরুত্ব B বিন্দু হতে বেশি

iii. B বিন্দুতে g-এর মান A বিন্দুর অর্ধেক

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮। বাস্তব গ্যাস কখন আদর্শ গ্যাসের মতো আচরণ করে?

- (ক) উচ্চ তাপমাত্রা ও উচ্চ চাপে
(খ) নিম্ন তাপমাত্রা ও নিম্ন চাপে
(গ) উচ্চ তাপমাত্রা ও নিম্ন চাপে
(ঘ) নিম্ন তাপমাত্রা ও উচ্চ চাপে

৯। প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতার রাশিমালা—

- (ক) $\frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$ (খ) $\frac{2^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$
(গ) $\frac{2^2 \sin 2\theta_0}{g}$ (ঘ) $\frac{2^2 \sin 2\theta_0}{2g}$

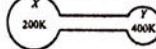
১০। কোনো কিছু ব্যাখ্যা করা যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা থেকে বসে—

- (ক) স্বীকার্য (খ) তত্ত্ব (গ) অনুকল্প (ঘ) সূত্র

১১। $\vec{V} \cdot \vec{V} = 0$ হলে—

- i. কোনো পদার্থে আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয়
ii. তরল অসংকোচনীয় হয়
iii. ডেটর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১২।



চিত্রে বাষ্প X-এর আয়তন বাষ্প Y-এর দ্বিগুণ। ব্যবস্থটিকে একটি আদর্শ গ্যাস দিয়ে এমনভাবে পূর্ণ করা হলো যেন উভয় বাষ্পে চাপ সমান থাকে। X বাষ্প-এর x মোল গ্যাস রয়েছে। Y বাষ্পে মোল সংখ্যা কত?

- (ক) $\frac{x}{4}$ (খ) $\frac{x}{2}$ (গ) x (ঘ) 2x

১৩। চিত্রে আনুভূমিকভাবে গতিশীল একজন মটরসাইকেল স্ট্যান্ডম্যান ভূমি হতে 1.25m উচ্চতায় একটি বিন্দু হতে ঝাঁপ দেয় এবং 10m দূরত্বে অবতরণ করে।



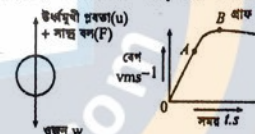
ঝাঁপ দেয়ার সময় বেগ কত ছিল?

- (ক) 5 ms⁻¹ (খ) 10 ms⁻¹ (গ) 15 ms⁻¹ (ঘ) 20 ms⁻¹

১৪। কোনো শব্দের তীব্রতা সূচন তীব্রতার কত বৃদ্ধি করলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল 1dB বৃদ্ধি পায়?

- (ক) 126% (খ) 26% (গ) 12.6% (ঘ) 1.26%

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ১৫ ও ১৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে একটি প্রবাহীর মধ্য দিয়ে মুক্তভাবে পড়ন্ত একটি গোলকের ওপর ক্রিয়াশীল বল দেখানো হলো এবং গোলকটির পতনের মুহূর্ত হতে গোলকটির গতিবেগ-সময় গ্রাফের মাধ্যমে দেখানো হলো।

১৫। গ্রাফটিতে 0 বিন্দুতে ত্বরণ কত?

- (ক) 0ms⁻² (খ) 4.9ms⁻² (গ) 9.8ms⁻² (ঘ) 14.7ms⁻²

১৬। A এবং B বিন্দুর মধ্যে—

- (ক) $W \leq F$ (খ) $W = u$ (গ) $W = u + F$ (ঘ) $W > u + F$

১৭। সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল কণার সর্বোচ্চ অবস্থান ও সাম্যাবস্থার মধ্যে দশা পার্থক্য—

- (ক) $\frac{\pi}{4}$ (খ) $\frac{\pi}{2}$ (গ) π (ঘ) 2π

১৮। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক হলো—

- (ক) Nmkg⁻² (খ) Nm⁻²kg⁻² (গ) Nm²kg⁻² (ঘ) Nm⁻²kg⁻²

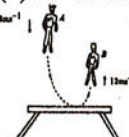
১৯। নিচের কোন বলটি সবচেয়ে দুর্বল হয়?

- (ক) শক্তিশালী নিউক্লিয় বল (খ) তড়িৎ চৌম্বক বল
(গ) মহাকর্ষ বল (ঘ) দুর্বল নিউক্লিয় বল

২০। বলের বিরুদ্ধে কাজ সম্পন্ন হয় যখন বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ -এর মান—

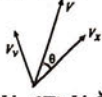
- (ক) $0 \leq \theta < 90^\circ$ (খ) $0 < \theta \leq 90^\circ$
(গ) $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ (ঘ) $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$

২১।



চিহ্নে একজন সার্কাস কর্মী-এর একটি লম্ব-এর দুই বিন্দুতে গতির দিক দেখানো হলো। A হতে B বিন্দুতে যেতে সার্কাস কর্মী-এর বেগের কত পরিবর্তন হয়?

(ক) 20ms^{-1} (খ) 4ms^{-1} (গ) -4ms^{-1} (ঘ) -20ms^{-1}
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি ভেক্টর রাশি \vec{V} কে দুটি লম্ব উপাংশ V_x এবং V_y তে চিত্রানুযায়ী বিভাজন করা হলো।



২২। θ এর মান কত হলে V_x এবং V_y উপাংশগুলো সমান হবে?

(ক) 45° (খ) 90° (গ) 120° (ঘ) 150°

২৩। θ -এর মান 0° হতে 90° পর্যন্ত বৃদ্ধি করা হলে V_x এবং V_y এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে?

(ক) V_x কমে বাড়ে (খ) V_x বাড়ে বাড়ে
(গ) V_y বাড়ে বাড়ে (ঘ) V_y কমে কমে

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২৪ এবং ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
D ব্যাস ও L দৈর্ঘ্যের একটি তার একপ্রান্তে দৃঢ়ভাবে আটকানো আছে। তারটির নিচের প্রান্তে একটি ভর ঝুলানোতে এর দৈর্ঘ্য x পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। X, L এর অর্ধেক।

২৪। $Y = 2.0 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$ হলে পীড়ন কত?

(ক) $0.25 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$ (খ) $0.5 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$
(গ) $1 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$ (ঘ) $4 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$

২৫। একই উপাদানের 2D ব্যাস এবং 3L দৈর্ঘ্যের অপর একটি তারে সমপরিমাণ ভর ঝুলালে—

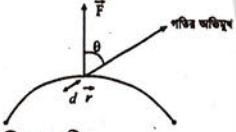
i. পয়সনের অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে

ii. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হবে $\frac{X}{4}$ iii. পীড়নের পরিবর্তন হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৬।



চিত্রানুযায়ী—

(ক) $dw = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (খ) $dw = \vec{F} \times d\vec{r}$

(গ) $dw = Fdr$ (ঘ) $dw = Fdr \sin\theta$

২৭। m ভরের কোনো গ্রহ সূর্যের চারদিকে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে ঘূর্ণয়মান এবং গ্রহের আবর্তনকাল T হলে, কেপলারের তৃতীয় সূত্র হতে পাই—

(ক) $T^2 = kr^3$ (খ) $T^2 = \frac{k}{r^3}$ (গ) $v = kT$ (ঘ) $v = \frac{k}{T}$

২৮। সমসংগতিপূর্ণ স্বর সমষ্টিকে বলা হয়—

(ক) উপস্বর (খ) হারমোনিক (গ) মূলস্বর (ঘ) স্বরগ্রাম

২৯। চিহ্নে দুইটি অভিন্ন গোলক X এবং Y দেখানো হলো—



আদিতে X গোলকটি v বেগে সরাসরি Y গোলকের দিকে গতিশীল। Y গোলকটি স্থির অবস্থায় রয়েছে। গোলক দুটির স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হয়। কী ঘটে?

(ক) $\frac{1}{2}v$ বেগে ডানদিকে গতিশীল
(খ) $\frac{1}{2}v$ বেগে বাম দিকে গতিশীল
(গ) $\frac{1}{2}v$ বেগে ডানদিকে গতিশীল
(ঘ) স্থির থাকে

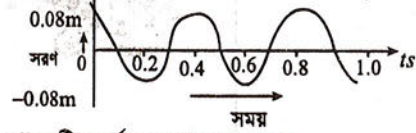
(গ) $\frac{1}{2}v$ বেগে বামদিকে গতিশীল

(ঘ) থেমে যায়

$\frac{1}{2}v$ বেগে ডানদিকে গতিশীল

$\frac{1}{2}v$ বেগে ডানদিকে গতিশীল

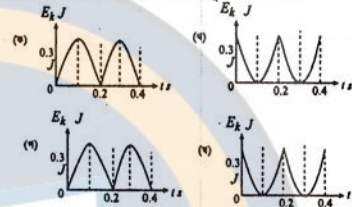
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৩০ ও ৩১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি স্প্রিং-এর উপরের প্রান্ত আটকানো এবং অপর প্রান্তে 0.25kg ভরের একটি গোলক ঝুলানো আছে। গোলকটিকে সাম্যাবস্থা হতে 0.08m উপরে উঠিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। স্প্রিং-এর গতির সরণ বনাম সময় গ্রাফটি নিচে দেয়া হলো :



৩০। গোলকটির সর্বোচ্চ ত্বরণের মান কত?

(ক) $\frac{\pi^2}{4} \text{ms}^{-2}$ (খ) $\pi^2 \text{ms}^{-2}$ (গ) $2\pi^2 \text{ms}^{-2}$ (ঘ) $4\pi^2 \text{ms}^{-2}$

৩১। গতিশক্তির সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান বনাম সময়সূচক গ্রাফ কোনটি?



৩২। \vec{A} ও \vec{B} - কে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলা হয় যখন—

(ক) $\vec{A} = 4\hat{i}$ ও $\vec{B} = \frac{1}{4}\hat{i}$ (খ) $\vec{A} = 4\hat{i}$ ও $\vec{B} = 8\hat{i}$

(গ) $\vec{A} = 8\hat{i}$ ও $\vec{B} = 4\hat{i}$ (ঘ) $\vec{A} = 4\hat{i}$ ও $\vec{B} = 4\hat{i}$

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৩৩ এবং ৩৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিহ্নে রোলার কোস্টারটির ট্রলিটিকে 50m উচ্চতায় স্থির অবস্থা হতে ছেড়ে দেয়া হলো।

৩৩। ঘর্ষণ বল নগণ্য হলে A বিন্দুতে ট্রলিটির বেগ কত?

(ক) 30.2ms^{-1} (খ) 31.3ms^{-1} (গ) 35.1ms^{-1} (ঘ) 39.3ms^{-1}

৩৪। উদ্দীপকের আলোকে—

i. A থেকে C-তে যেতে শক্তির অপচয় ঘটে

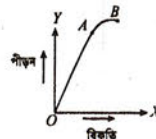
ii. B বিন্দুতে ও C বিন্দুতে মোট শক্তির পরিমাণ সমান

iii. A বিন্দু ও C বিন্দুতে বেগ সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৫।



চিহ্নে পীড়ন এবং বিকৃতির মধ্যকার লেখচিত্রে OA রেখার ঢাল কী নির্দেশ করে?

(ক) নতি বিন্দু

(খ) ইয়ং-এর গুণক

(গ) ভঙ্গুর বিন্দু

(ঘ) স্থায়ী বিকৃতি

উত্তরমালা

১(ঘ)	২(ঘ)	৩(ঘ)	৪(ঘ)	৫(ঘ)	৬(ঘ)	৭(ঘ)	৮(ঘ)	৯(ঘ)	১০(ঘ)	১১(ঘ)	১২(ঘ)	১৩(ঘ)	১৪(ঘ)	১৫(ঘ)	১৬(ঘ)	১৭(ঘ)	১৮(ঘ)
১৯(ঘ)	২০(ঘ)	২১(ঘ)	২২(ঘ)	২৩(ঘ)	২৪(ঘ)	২৫(ঘ)	২৬(ঘ)	২৭(ঘ)	২৮(ঘ)	২৯(ঘ)	৩০(ঘ)	৩১(ঘ)	৩২(ঘ)	৩৩(ঘ)	৩৪(ঘ)	৩৫(ঘ)	৩৬(ঘ)

কুমিল্লা বোর্ড-২০১৬

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল) সেট : ক

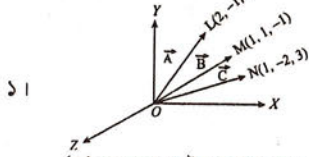
বিষয় কোড :

1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

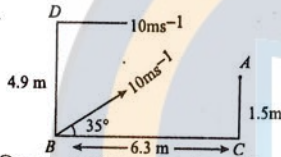
দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।



১।

- (ক) অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১
- (খ) ট্রিলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) \vec{C} , X অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণের মান কত? ৩
- (ঘ) \vec{B} এবং \vec{C} ভেক্টরদ্বয়ের লম্বদিকের ভেক্টরটি \vec{A} -এর সাথে একই সমতলে অবস্থান করে কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

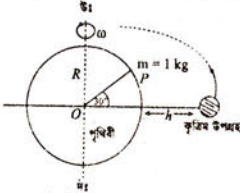
২।



A বিন্দুকে আঘাত করার জন্য B ও D বিন্দুতে অবস্থানরত দুই বন্ধু একই সময়ে চিত্রের ন্যায় টিল নিক্ষেপ করে।

$$[g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$$

- (ক) মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১
- (খ) স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) B বিন্দুতে অবস্থানরত বন্ধুর নিক্ষিপ্ত টিলটির 0.2s পর বেগ কত হিসাব কর। ৩
- (ঘ) কোন বন্ধুর নিক্ষিপ্ত টিলটি A বিন্দুকে আগে স্পর্শ করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪



৩।

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$. পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে ২৪ ঘণ্টায় একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে।

- (ক) কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। ১
- (খ) আম ভূপৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, তবে কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

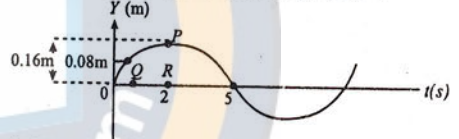
- (গ) পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ওপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান বের কর। ৩

- (ঘ) ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে কিনা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

- ৪। রতন 0.1kg ভরের একটি বস্তুতে 0.50m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তারে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে এবং ধারণা করল ঘূর্ণন সংখ্যা 600 r. p. m. তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 10^{-6} m^2 এবং অসহ গীড়ন $4.8 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$. তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$.

- (ক) অন্তঃবেগ কাকে বলে? ১
- (খ) কচু পাতার গায়ে পানি লেগে থাকে না, তবে কাচের গায়ে লেগে থাকে কেন? ২
- (গ) অনুচ্ছেদে উল্লিখিত তারটিকে বস্তুর সমতলে বুলিয়ে দেয়া হলে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) রতনের ঘূর্ণন সংখ্যার ধারণার সত্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৫। একটি শব্দতরঙ্গের সরণ-সময় লেখচিত্র নিম্নরূপ :



- (ক) সুর বিরাম কাকে বলে? ১
- (খ) তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়, আবার দেয়ালে আঘাত করলে ততটা জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয় না কেন ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) R বিন্দুতে কণাটির সরণ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) Q বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৬। নিচের চিত্রে A ও B দুটি পাত্রে একটির মধ্যে নাইট্রোজেন গ্যাস ও অপরটিতে একটি অজানা গ্যাস রয়েছে।

চাপ, $P = 0.42 \text{ kPa}$ $C_{rms} = 1500 \text{ ms}^{-1}$ $V = 10^{-3} \text{ m}^3$ $n = 2 \text{ mole}$	$P = 0.52 \text{ kPa}$ $C_{rms} = 1600 \text{ ms}^{-1}$ $V = 10^{-3} \text{ m}^3$ $n = 2 \text{ mole}$
--	---

পাত্র-A

পাত্র-B

- (ক) আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১
- (খ) গ্যাসের ক্ষেত্রে ঘনত্ব বনাম তাপমাত্রা লেখচিত্রের প্রকৃতি কেমন ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) S.T.P-তে পাত্র B-তে রক্ষিত গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) কোন পাত্রে জানা গ্যাসটি আছে বলে তুমি মনে কর? উদ্দীপকের তথ্য হতে তোমার গাণিতিকভাবে মতামত দাও। ৪

রাজশাহী বোর্ড-২০১৬

বিষয় কোড : 1 7 4

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

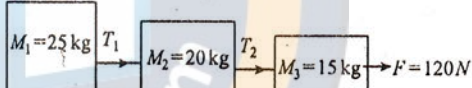
নির্বাচনি অভীক্ষা সেট : ঘ

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

- ১। গতিশক্তির মাত্রা—
(ক) MLT^{-2} (খ) ML^2T^{-2}
(গ) $ML^{-1}T^{-2}$ (ঘ) $ML^{-2}T^{-2}$
- ২। \vec{A} ও \vec{A} -এর বিপরীত ভেক্টরের লব্ধির মান—
(ক) ০ (খ) ১ (গ) A (ঘ) $2A$
- ৩। একটি গাড়ি প্রথম x মিনিটে y km এবং পরবর্তী y মিনিটে x km যায়। গাড়িটির গড় দ্রুতি—
(ক) $60ms^{-1}$ (খ) $60kms^{-1}$ (গ) $60mh^{-1}$ (ঘ) $60 kmh^{-1}$
- ৪। একটি আদর্শ বা যুক্তিপূর্ণ আচরণ ভিত্তি যার সাপেক্ষে অন্যান্য বিষয় তুলনা, বিচার বিশ্লেষণ ও পরিমাপ করা হয় তাকে কী বলে?
(ক) সূত্র (খ) নীতি (গ) অনুকল্প (ঘ) স্বীকার্য
- ৫। পৃষ্ঠতান (T) এবং পৃষ্ঠশক্তি (E)-এর মধ্যে সম্পর্ক কীরূপ?
(ক) $E = 2T$ (খ) $E = T$ (গ) $E = \frac{T}{2}$ (ঘ) $E = \frac{T}{4}$
- ৬। কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল $1dB$ হলে যখন তার তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার কত গুণ হবে?
(ক) $10^{0.01}$ (খ) $10^{0.1}$ (গ) ১০ (ঘ) $\frac{1}{10}$
- ৭। বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে—
i. বায়ুর ঘনত্ব কমে
ii. বায়ুর চাপ কমে
iii. জলীয়বাষ্প চাপ কমে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৮। একটি ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট ও ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগের অনুপাত—
(ক) $720 : 60 : 1$ (খ) $1 : 60 : 720$
(গ) $1 : 12 : 720$ (ঘ) $720 : 12 : 1$
নিম্নের উদ্দীপকটির আলোকে ৯ ও ১০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
সরল দোল গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ, $x = \sqrt{3} \sin 2\pi t$ মিটার।
- ৯। কণাটির স্পন্দনের পর্যায়কাল কত?
(ক) ০.৫ sec (খ) ১ sec (গ) ২ sec (ঘ) 2π sec
- ১০। সাম্যাবস্থান থেকে ১m দূরে কণাটির গতিশক্তি ও বিভব শক্তির অনুপাত—
(ক) $1 : \sqrt{3}$ (খ) $\sqrt{3} : 1$ (গ) $2 : 1$ (ঘ) $1 : 2$
- ১১। নিচের কোন বলটি বিপরীত বর্ণীয় সূত্র মেনে চলে না?
(ক) মহাকর্ষ বল (খ) তড়িৎ বল
(গ) চৌম্বক বল (ঘ) সংশক্তি বল

- ১২। নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
(ক) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{F}$ (খ) $\vec{L} = \vec{F} \times \vec{r}$
(গ) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$ (ঘ) $\vec{L} = \vec{P} \times \vec{r}$
- ১৩। সরল ছন্দিত স্পন্দনের কণার ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ বেগ নির্দেশ করে কোনটি?
(ক) $\frac{\omega}{A}$ (খ) $A\omega^2$ (গ) $A^2\omega$ (ঘ) $A\omega$
- ১৪। পৃথিবীর ব্যাস বরাবর সূড়ঙ্গের মধ্যে বস্তুর গতি—
i. পর্যাবৃত্ত ii. স্পন্দন iii. সরলরৈখিক
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ১৫। \vec{A} ও \vec{B} -কে সন্ধিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল—
(ক) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ (খ) $|\vec{A} \times \vec{B}|$
(গ) $\frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$ (ঘ) $\frac{1}{2} (\vec{A} \cdot \vec{B})$
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৬ ও ১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

উপরের চিত্রে অনুভূমিক মসৃণ তলে একই সরলরেখা বরাবর তিনটি বস্তু উপেক্ষণীয় ভরের দুটি তার দ্বারা পরস্পর যুক্ত আছে এবং বল প্রয়োগে টানা হচ্ছে।
- ১৬। স্ট্র ত্বরণের মান—
(ক) $2ms^{-2}$ (খ) $4.8ms^{-2}$ (গ) $6ms^{-2}$ (ঘ) $8ms^{-2}$
- ১৭। T_1 ও T_2 এর অনুপাত—
(ক) ৫ : ৪ (খ) ৪ : ৫ (গ) ৫ : ৭ (ঘ) ৭ : ৫
- ১৮। কৃতকাজ শূন্য হবে—
i. বস্তু সমবেগে গতিশীল থাকলে
ii. বস্তু সমত্বরণে গতিশীল থাকলে
iii. বস্তুর ওপর প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বল থাকলে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ১৯। প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে শূন্য হবে—
i. বেগের অনুভূমিক উপাংশ
ii. বেগের উল্লম্ব উপাংশ
iii. ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ২০। (K) স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট কোনো স্প্রিং-এর মুক্তপ্রান্তের x পরিমাণ সরণ ঘটালে সঞ্চিত বিভব শক্তি—

(ক) $u = \frac{1}{2} kx^2$ (খ) $u = kx^2$

(গ) $u = kx$ (ঘ) $u = \frac{1}{2} kx$

- ২১। A, X অক্ষের সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল। Y অক্ষ বরাবর উপাংশের মান 3 একক হলে X অক্ষ বরাবর উপাংশের মান—

(ক) $\frac{3}{2}$ একক (খ) 3 একক

(গ) $3\sqrt{3}$ একক (ঘ) 6 একক

- ২২। সরল ছন্দিত স্পন্দন কোনো কণার গতি সরণের সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে শুরু হলে, আদি দশা—

(ক) 0 (খ) $\frac{\pi}{4}$

(গ) $\frac{\pi}{2}$ (ঘ) π

- ২৩। গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব r হলে কোণস্থলের তৃতীয় সূত্রানুসারে—

(ক) $T \propto r$ (খ) $T \propto r^2$

(গ) $T^2 \propto r$ (ঘ) $T^2 \propto r^3$

- ২৪। প্রতিটি অক্সিজেন অণুর মোট শক্তি—

(ক) $E = \frac{3}{2} KT$ (খ) $E = \frac{5}{2} KT$

(গ) $E = \frac{2}{3} KT$ (ঘ) $E = \frac{7}{2} KT$

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২৫ ও ২৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

100Hz ও 110Hz কম্পাঙ্কের দুটি সুরশলাকা যথাক্রমে A ও B। B-এর বাহুতে সামান্য পরিমাণ মোম লাগিয়ে A ও B-কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বিট উৎপন্ন হয়।

- ২৫। B-এর বাহুতে মোম লাগানোর পূর্বে A ও B-কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বিট উৎপন্ন হবে?

(ক) 5টি (খ) 10টি (গ) 15টি (ঘ) 20টি

- ২৬। B এর বাহুতে মোম লাগানোর পর A ও B-এর কম্পাঙ্কের অনুপাত—

(ক) 10 : 11 (খ) 20 : 21 (গ) 11 : 10 (ঘ) 21 : 20

- ২৭। 1 বর্গ সে. মি. প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি তারে কত বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে?

$[Y = 2 \times 10^{11} \frac{N}{m^2}]$

(ক) $2 \times 10^7 N$ (খ) $4 \times 10^7 N$

(গ) $2 \times 10^5 N$ (ঘ) $4 \times 10^5 N$

- ২৮। তরঙ্গের তীব্রতা নিচের কোনটির সমানুপাতিক?

(ক) বিস্তারের (খ) কম্পাঙ্কের

(গ) পর্যায়কালের (ঘ) বেগের

- ২৯। তীব্রতা লেভেলের একক কোনটি?

(ক) Js^{-1} (খ) $Watt m^{-2}$ (গ) Bel (ঘ) J

- ৩০। সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনশীল বস্তুর ঘূর্ণন গতিশক্তি—

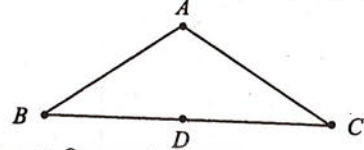
(ক) জড়তার ভ্রামকের সমানুপাতিক

(খ) জড়তার ভ্রামকের ব্যস্তানুপাতিক

(গ) জড়তার ভ্রামকের বর্গের সমানুপাতিক

(ঘ) জড়তার ভ্রামকের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৩১ ও ৩২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $m_1 = 1kg$ ও $m_2 = 2kg$ ভরের দুটি বস্তু আছে। $AB = AC = 1m$ এবং $BC = 2m$ এবং $BD = CD$.

- ৩১। D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাধান্যের মান—

(ক) G (খ) 2G

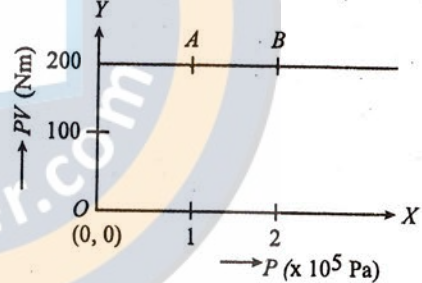
(গ) 3G (ঘ) 4G

- ৩২। A ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত—

(ক) 1 : 1 (খ) 1 : 2

(গ) 2 : 1 (ঘ) 3 : 1

নিম্নের উদ্দীপক অনুসারে ৩৩ ও ৩৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



উপরের লেখচিত্রে নির্দিষ্ট পরিমাণ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে PV বনাম P লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

- ৩৩। লেখচিত্রটি কোন সূত্রে সমর্থন করে?

(ক) বয়েলের (খ) চার্লসের

(গ) চাপের (ঘ) কেলভিন

- ৩৪। A ও B বিন্দুতে গ্যাসের আয়তনের অনুপাত—

(ক) 1 : 1 (খ) 1 : 2

(গ) 1 : 3 (ঘ) 2 : 1

- ৩৫। বিনা বাধায় ঝাড়াভাবে নিষ্ফুট বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতায় উঠবার প্রয়োজনীয় সময়-এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{u^2}{2g}$ (খ) $\frac{u}{2g}$ (গ) $\frac{2u}{g}$ (ঘ) $\frac{u}{g}$

উত্তরমালা

১(খ)	২(ক)	৩(ঘ)	৪(খ)	৫(খ)	৬(খ)	৭(ক)	৮(ঘ)	৯(খ)	১০(গ)	১১(ঘ)	১২(গ)	১৩(ঘ)	১৪(ঘ)	১৫(গ)	১৬(ক)	১৭(গ)	১৮(ঘ)
১৯(ঘ)	২০(ক)	২১(গ)	২২(গ)	২৩(ঘ)	২৪(ক)	২৫(ঘ)	২৬(ঘ)	২৭(ক)	২৮(ঘ)	২৯(গ)	৩০(ক)	৩১(ক)	৩২(ক)	৩৩(ক)	৩৪(ঘ)	৩৫(ঘ)	৩৬(ঘ)

রাজশাহী বোর্ড-২০১৬
পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল) সেট : ক

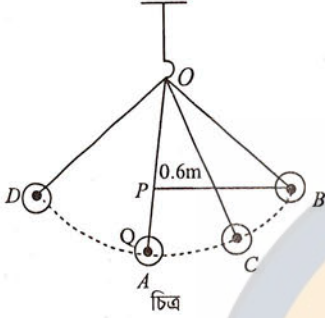
বিষয় কোড : 1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

- ১। নিচের চিত্রে একটি দোলক সরল দোলন গতিতে দুলছে। যার সর্বোচ্চ বিস্তার PB । 0.2 kg ভরের ববের চারটি বিভিন্ন অবস্থান হলো A , B , C এবং D । যেখানে, $PB = 0.6\text{m}$, $OB = OC = OA = OD = 1\text{m}$ ।



- (ক) সংশক্তি বল কী? ১
(খ) সান্দ্রতা কেন প্রবাহী পদার্থে সৃষ্টি হয়? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) A বিন্দুতে বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের দোলকটিতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্রের ব্যত্যয় ঘটবে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে তোমার মতামত দাও। ৪

২। $m_2 = 0.1\text{kg}$ $m_1 = 2\text{kg}$ F_1 m_2 m_1 F_2 $V_{2f} = 90.17\text{ms}^{-1}$ $m_1 = 2\text{kg}$
 $V_{2i} = 100\text{ms}^{-1}$ $V_{1i} = 0$ $m_2 = 0.1\text{kg}$ V_{1f}
সংঘর্ষের পূর্বে সংঘর্ষের সময়, $t = 4\text{s}$ সংঘর্ষের পর

- চিত্রের আলোকে নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :
(ক) ১ পাউন্ডাল বল-এর সংজ্ঞা দাও। ১
(খ) অভিকর্ষ এক ধরনের মহাকর্ষ-ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপক থেকে প্রতিক্রিয়া বল ' F_1 ' নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে। তোমার মতামত দাও। ৪

- ৩। কোনো গ্যাস অণুর ব্যাস $3 \times 10^{-10}\text{m}$ এবং প্রতি ঘন সেন্টিমিটার অণুর সংখ্যা 6×10^{20} । স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ 50ms^{-1} ।

- (ক) আপেক্ষিক আর্দ্রতা কী? ১
(খ) পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসীয় অণুর গড় বর্গবেগও বৃদ্ধি পায়—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) N.T.P-তে গ্যাসের ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের তথ্য থেকে প্রতি সেকেন্ডে সংঘটিত সংঘর্ষের সংখ্যা কোন ক্ষেত্রে বেশি? ক্র্যাসিয়াস ও বোল্জম্যানের সমীকরণ ব্যবহার করে তুলনা কর। ৪

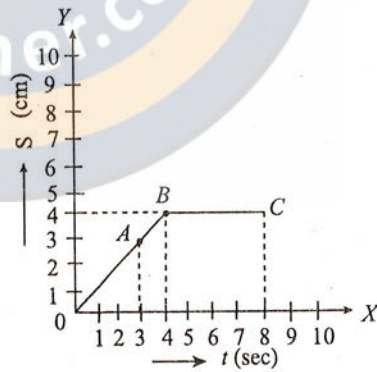
- ৪। A এবং B দুটি সুরশালাকা একটি গ্যাসে 1m এবং 1.01m তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বিট উৎপন্ন হয়। B -এর কম্পাঙ্ক 512Hz . ' A ' শলাকার বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় একত্রে শব্দায়িত করলে একই সংখ্যক বিট উৎপন্ন হয়।

- (ক) অনুবাদ কাকে বলে? ১
(খ) সূত্রের সাথে তত্ত্বের তফাৎ কী? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের ' A ' সুরশালাকার কম্পাঙ্ক ভর বৃদ্ধির পূর্বে না পরে ' B ' এর চেয়ে বেশি ছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৫। 0.2 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে প্রথম ও দ্বিতীয় তরলে ডুবালে যথাক্রমে 4° এবং 140° স্পর্শকোণ তৈরি হয়। প্রথম ও দ্বিতীয় তরলের পৃষ্ঠটান যথাক্রমে $72 \times 10^{-3}\text{Nm}^{-1}$ এবং $465 \times 10^{-3}\text{Nm}^{-1}$ ।

- (ক) লব্ধি ভেক্টর কাকে বলে? ১
(খ) কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপ আলোচনা কর। ২
(গ) কৈশিক নলে যে পরিমাণ প্রথম তরল উপরে উঠে তা বের কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের কৈশিক নলে তরলের উত্থান না পতন বেশি হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

- ৬। একটি বস্তুর সরণ (S) বনাম সময় (t)-এর লেখচিত্র দেখানো হলো :



চিত্র : $s-t$ লেখচিত্র

- (ক) পীচ কাকে বলে? ১
(খ) দোলায়মান সেকেন্ড দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না কেন? ২
(গ) লেখচিত্রের AB অংশে বস্তুর ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) লেখচিত্রের BC রেখাটি বস্তুর সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

যশোর বোর্ড-২০১৬

বিষয় কোড :

1	7	4
---	---	---

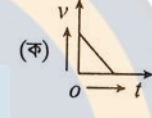
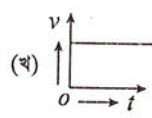
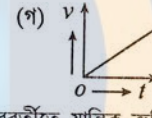
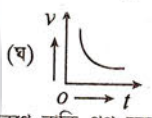
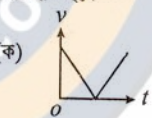
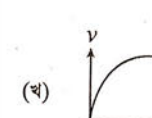

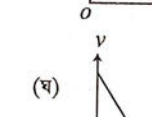
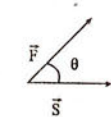
পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

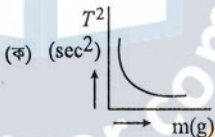
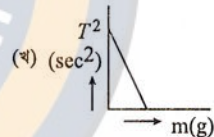
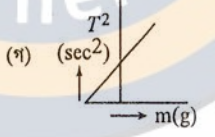
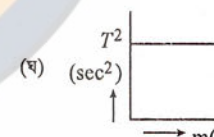
নির্বাচনী অজ্ঞা সেট : ক

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনী অজ্ঞার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।

- ১। আলোকবর্ষ কিসের একক?
(ক) সময় (খ) দূরত্ব (গ) ত্বরণ (ঘ) বেগ
- ২। ফেলার রাশি হচ্ছে—
i. শক্তি ii. সরণ iii. বিভব
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৩। ক্যালকুলাস অনুসারে বেগের সংজ্ঞা কোনটি?
(ক) $v = \frac{du}{dt}$ (খ) $v = \frac{ds}{dt}$ (গ) $v = \frac{dv}{dt}$ (ঘ) $v = \frac{da}{dt}$
- ৪। কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে উক্ত ভেক্টর ক্ষেত্রটি হবে—
(ক) সলিনইডাল (খ) অঘূর্ণনশীল
(গ) ডেল অপারেটর (ঘ) ঘূর্ণনশীল
- ৫। কোনো বস্তুর ভরবেগ 40kgms^{-1} বলতে বোঝায়—
i. বস্তুর ভর 1 kg হলে এর বেগ 40ms^{-1}
ii. বস্তুর ভর 40kg হলে এর বেগ 10ms^{-1}
iii. বস্তুর ভর 6.3kg হলে এর বেগ 6.36ms^{-1}
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৬। শক্তির মাত্রা কোনটি?
(ক) $[\text{ML}^2\text{T}^{-2}]$ (খ) $[\text{ML}^{-2}\text{T}^2]$
(গ) $[\text{ML}^{-3}\text{T}^2]$ (ঘ) $[\text{ML}^2\text{T}^2]$
- ৭। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য—
(ক) 0.496m (খ) 0.993m
(গ) 0.971m (ঘ) 0.248m
- ৮। নিচের কোন ঘনত্বের তরলের মধ্যে কাচনল ডুবানো হলে স্থল স্পর্শকোণ হবে?
(ক) $0.8 \times 10^3\text{kgm}^{-3}$ (খ) $0.87 \times 10^3\text{kgm}^{-3}$
(গ) $1 \times 10^3\text{kgm}^{-3}$ (ঘ) $13.6 \times 10^3\text{kgm}^{-3}$
- ৯। একটি পূর্ণ কম্পনে T সময়ে দশার পরিবর্তন 2π হলে কোণিক কম্পাঙ্ক কত হবে?
(ক) $\omega = 2\pi/f$ (খ) $\omega = T/2\pi$
(গ) $\omega = 2\pi f$ (ঘ) $\omega = 2\pi T$
- ১০। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে R-এর মান—
(ক) $8.31\text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ (খ) $8.31\text{ kJ}^{-1}\text{mol}^{-1}$
(গ) $8.31\text{ JK}^{-1}\text{mol}$ (ঘ) $8.13\text{ J}^{-1}\text{Kmol}^{-1}$
- ১১। চিত্রে PQ রেখার ঢাল কোনটি?
(ক) $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ (খ) $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (গ) $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (ঘ) $\frac{x}{t}$
- ১২। নিচের কোনটি শূন্য দশার সমতুল্য?
(ক) $\frac{\pi}{2}$ (খ) π (গ) $\frac{3\pi}{2}$ (ঘ) 2π
- ১৩। \bar{A} ও \bar{B} -এর লব্ধির সর্বোচ্চ মান কোনটি?
(ক) $A \times B$ (খ) $A - B$
(গ) $A + B$ (ঘ) $A + B$
- ১৪। প্রাসের নিক্ষেপণ বিন্দু ও পতন বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব হলো—
(ক) সরণ (খ) দূরত্ব (গ) পাল্লা (ঘ) অভিক্ষেপ
উদ্দীপকের আলোকে ১৫নং ও ১৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি গাড়ি যাত্রাপথে সমবেগে চলছে।
- ১৫। বেগ (v) বনাম সময় (t)-এর লেখচিত্রটি হবে—
(ক)  (খ) 
(গ)  (ঘ) 
- ১৬। পরবর্তীতে যান্ত্রিক ক্রটির কারণে বাকি পথ অসমবেগে (হ্রাস পেয়ে) অতিক্রম করে। এক্ষেত্রে বেগ (v) বনাম সময় (t) লেখচিত্রটি হবে—
(ক)  (খ) 
(গ)  (ঘ) 
- ১৭। 
 \vec{P} ও \vec{S} যথাক্রমে বল ও সরণ হলে 0-এর কোন মানের জন্য কাজ শূন্য হয়?
(ক) 0° (খ) 45° (গ) 90° (ঘ) 180°
- ১৮। মহাকর্ষীয় বিভব v এবং মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রপ্রাবল্য E হলে—
(ক) $E = \frac{dv}{dt}$ (খ) $E = -\frac{dv}{dt}$
(গ) $E = \frac{dv}{dr}$ (ঘ) $E = -\frac{dv}{dr}$

- ১৯। মুক্তি বেগের রাশিমালায় কোনটি অনুপস্থিত?
(ক) গ্রহের ব্যাসার্ধ (খ) অভিকর্ষজ ত্বরণ
(গ) গ্রহের ভর (ঘ) বস্তুর ঘনত্ব
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২০ ও ২১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
দুটি বস্তুর ভর ২kg এবং ৫kg। এদের বেগ যথাক্রমে 6ms^{-1} এবং 4ms^{-1} ।
- ২০। প্রথমটি ২m দূরত্বে থামানো হলো। এর ত্বরণ কত?
(ক) -9ms^{-2} (খ) -1.5ms^{-2}
(গ) 1.5ms^{-2} (ঘ) 9ms^{-2}
- ২১। দ্বিতীয় বস্তুকে একই দূরত্বে থামাতে কত বল লাগবে?
(ক) -16N (খ) -18N
(গ) -20N (ঘ) -22N
- ২২। 30°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি— [$R = 8.3\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$]
(ক) 7544.7J mol^{-1} (খ) 3772.35J mol^{-1}
(গ) 1676.6J mol^{-1} (ঘ) 373.5J mol^{-1}
- ২৩। স্থির তরঙ্গে পর পর দুটি নিম্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব—
(ক) λ (খ) $\frac{\lambda}{2}$
(গ) $\frac{\lambda}{4}$ (ঘ) $\frac{\lambda}{8}$
- ২৪। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ সরণ কত হবে?
(ক) $x_{\text{max}} = A$ (খ) $x_{\text{max}} = \omega^2 A$
(গ) $x_{\text{max}} = \omega A$ (ঘ) $x_{\text{max}} = \omega^2 x$
- ২৫। দুটি উৎসের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_1 ও f_2 হলে প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিট সংখ্যা হবে—
(ক) $f_1 \times f_2$ (খ) $f_1 + f_2$
(গ) $f_1 \sim f_2$ (ঘ) $f_1 - f_2$
- ২৬। পানির উপরিতল হতে ০.৫m লম্বা একটি অনুভূমিক তারকে টেনে তুলতে তারের ওজনসহ সর্বাধিক $72.8 \times 10^{-3}\text{N}$ বলের প্রয়োজন হয়। পানির পৃষ্ঠটান কত?
(ক) $145.6 \times 10^{-3}\text{Nm}^{-1}$
(খ) $72.8 \times 10^{-3}\text{Nm}^{-1}$
(গ) $14.56 \times 10^{-3}\text{Nm}^{-1}$
(ঘ) $7.28 \times 10^{-3}\text{Nm}^{-1}$
- ২৭। একটি বুদ্ধদেব দেশ থেকে উপরিপৃষ্ঠে উঠে আসায় এর আয়তন আটগুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ H মিটার উচ্চতার পানিস্তম্ভের চাপের সমান হলে, বুদ্ধের গভীরতা হবে—
(ক) H (খ) $3H$
(গ) $5H$ (ঘ) $7H$
- ২৮। কোন অবস্থায় অণুসমূহের মধ্যে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল সর্বনিম্ন হয়?
(ক) তরল (খ) প্লাজমা
(গ) কঠিন (ঘ) বায়বীয়
- ২৯। মূলগড় বর্গবেগ ও পরম তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক—
(ক) $C_{r.m.s.} \propto \sqrt{T}$ (খ) $C_{r.m.s.} \propto \frac{1}{T}$
(গ) $C_{r.m.s.} \propto T$ (ঘ) $C_{r.m.s.} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$
উদ্দীপকের আলোকে ৩০ ও ৩১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি গ্রহের ব্যাস ৬০০০ km এবং এর পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ 3.8ms^{-2} ।
- ৩০। গ্রহটির পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবৈগ হবে—
(ক) 4774.93 kms^{-1} (খ) 2756.6 kms^{-1}
(গ) 4.77 kms^{-1} (ঘ) 2.756 kms^{-1}
- ৩১। বস্তুর ভর দ্বিগুণ হলে মুক্তিবৈগ—
i. অপরিবর্তিত থাকবে
ii. অর্ধেক হবে
iii. দ্বিগুণ হবে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i (খ) ii (গ) iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৩২। পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিও-এর সূত্র—
(ক) $V \propto t^2$ (খ) $V \propto \frac{1}{t}$ (গ) $V \propto t$ (ঘ) $h \propto t$
- ৩৩। একটি স্প্রিং এর T^2 বনাম m এর লেখচিত্র কোনটি?
(ক)  (খ) 
(গ)  (ঘ) 
- ৩৪। স্বাধীন একটি ব্যাগসহ ৪১৬.৫ ওয়াট ক্ষমতাসম্পন্ন একটি লিফটে ভূমি থেকে 0.5ms^{-1} বেগে দ্বিতীয় তলায় উঠল। ব্যাগসহ স্বাধিনের ওজন হবে—
(ক) ৮৫ kg-wt (খ) ৪২.৫ kg-wt
(গ) ৮৩.৩ kg-wt (ঘ) ৮৩৩ kg-wt
- ৩৫। (M) ভরের এবং R ব্যাসার্ধের একটি চাকতি তার সাথে লম্ব বরাবর কোনো অক্ষ সাপেক্ষে ঘুরছে। চাকতির জড়তার ভ্রামক কত?
(ক) $\frac{MR^2}{2}$ (খ) MR^2
(গ) $\frac{3}{2}MR$ (ঘ) $2MR^2$

উত্তরমালা

১(খ)	২(খ)	৩(খ)	৪(ক)	৫(খ)	৬(ক)	৭(খ)	৮(ঘ)	৯(খ)	১০(ক)	১১(খ)	১২(ঘ)	১৩(ঘ)	১৪(ক)	১৫(খ)	১৬(খ)	১৭(খ)	১৮(ঘ)
১৯(ঘ)	২০(ক)	২১(গ)	২২(ঘ)	২৩(ঘ)	২৪(ক)	২৫(গ)	২৬(ঘ)	২৭(ঘ)	২৮(খ)	২৯(ক)	৩০(ক)	৩১(ক)	৩২(খ)	৩৩(খ)	৩৪(ক)	৩৫(ক)	

যশোর বোর্ড-২০১৬
পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল) সেট : ক

বিষয় কোড :

1	7	4
---	---	---

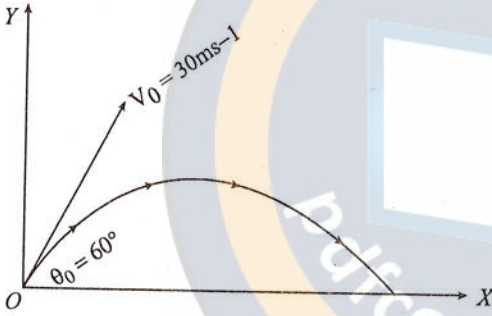
সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

- ১। কোনো এক বৃষ্টির দিনে আসাদ ঘরের দরজায় দাঁড়িয়ে বৃষ্টি দেখছিল। বৃষ্টি উল্লম্বভাবে 6 kmh^{-1} বেগে পড়ছিল। এমন সময় আসাদ দেখল এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 33.8° কোণে ছাতা ধরে পায় হেঁটে চলছে। অপর এক ব্যক্তি উল্লম্বের সাথে 53.06° কোণে ছাতা ধরে সাইকেলে চলছে। উভয়ই বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেল।
- (ক) আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? ১
- (খ) প্রাসের বেগ বিশ্লেষণ কর। ২
- (গ) পায় হেঁটে চলা ব্যক্তির বেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাওয়ার জন্য ব্যক্তিদ্বয়ের ভিন্ন কোণে ছাতা ধরার কারণ ব্যাখ্যা কর। ৪

২।



- (ক) গড় বেগ কাকে বলে? ১
- (খ) কাচে গুলি করলে ছিদ্র হয় কিন্তু ঢিল ছুড়লে কাচ চূর্ণ বিচূর্ণ হয়।—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) প্রাসটির পাল্লা নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) প্রাসটির নিষ্ক্ষেপণ বিন্দু থেকে x-অক্ষ বরাবর 20m দূরে 25m উঁচু দেয়াল অতিক্রম করতে পারবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

- ৩। 8kg ভরের একটি বস্তুকে 0.2m লম্বা দড়ি দিয়ে একটি নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে 2rads^{-1} বেগে ঘুরানো হচ্ছে।

- (ক) ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র লেখ। ১
- (খ) রাস্তার বাঁকের ভিতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু হয় কেন? ২
- (গ) ঘূর্ণায়মান বস্তুটির কৌণিক ভরবেগের বের কর। ৩
- (ঘ) বস্তুটির ভর অর্ধেক হলে টর্কের কিরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

- ৪। 250 kg ভরের একটি গাড়ি উল্লম্বের সাথে 66.42° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 12.393ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক করায় 30m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে গেল।

- (ক) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে? ১
- (খ) মঙ্গলগ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগ 4.77kms⁻¹ বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) গাড়িটি থামাতে বাধ্যদানকারী বলের মান নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকে সংরক্ষণশীলতার নীতি রক্ষিত হবে কী? গাণিতিক যুক্তিসহ বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৫। শামীম কোনো এক মাধ্যমে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ দেখল যার সমীকরণ—

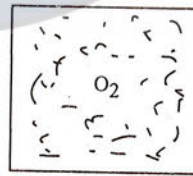
$$Y = 0.5 \sin (200\pi t - 0.602\pi x)$$

তখন সে উক্ত তরঙ্গের সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দ অন্য এক মাধ্যমে করায় তরঙ্গবেগ বৃদ্ধি পেল এবং দেখতে পেল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.2m হলো।

- (ক) সরল ছন্দিত গতি কাকে বলে? ১
- (খ) সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপকের তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য বেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গ-বেগ প্রথম মাধ্যমের চেয়ে কত বৃদ্ধি পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বের কর। ৪

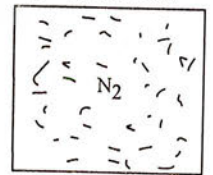
- ৬। 3cm^3 আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A-পাত্রে O_2 এবং B-পাত্রে N_2 -গ্যাস নিয়ে চিহ্নে প্রদর্শিত চাপ পাওয়া গেল।

$$P = 4 \times 10^5 \text{Nm}^{-2}$$



পাত্র-A

$$P = 4.7 \times 10^5 \text{Nm}^{-2}$$



পাত্র-B

- (ক) হকের সূত্র লেখ। ১
- (খ) ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $Y = 2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}$ বলতে কী বুঝ? ২
- (গ) A-পাত্রের গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) A ও B পাত্রের মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত প্রদান কর। ৪

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৬

বিষয় কোড :

1	7	4
---	---	---

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

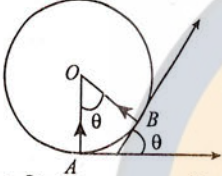
নির্বাচনি অভীক্ষা সেট : খ

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

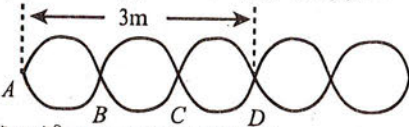
[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

- ১। কাজের অভিকর্ষীয় একক কোনটি?
(ক) জুল (খ) আর্গ
(গ) কেজি-মিটার (ঘ) ডাইন-সেন্টিমিটার
- ২। 9.8ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে একটি পাথরকে ছোঁড়া হলে কত সেকেন্ড পর এটি ভূপৃষ্ঠে ফিরে আসবে?
(ক) 1s (খ) 2s
(গ) 4.9s (ঘ) 9.8s
- ৩। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (R)-এর তুলনায় কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে?
(ক) $R/2$ (খ) $R/4$ (গ) $R/8$ (ঘ) $R/16$



- ৪। একটি গ্রহ O বিন্দুকে করে ABC উপবৃত্তাকার পথে ঘোরে। ΔBOC -এর ক্ষেত্রফল ΔAOB -এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। CB পথ অতিক্রম করতে গ্রহটির ৪ ঘণ্টা সময় লাগলে BA পথ অতিক্রম করতে গ্রহটির কত ঘণ্টা সময় লাগবে?
(ক) 16 (খ) 8 (গ) 4 (ঘ) 2
- ৫। সরল ছন্দিত স্পন্দনগতি সম্পন্ন কোনো কণার ক্ষেত্রে—
i. কণার বেগ সাম্যাবস্থানে সর্বোচ্চ হয়
ii. সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ হ্রাস পেতে থাকে
iii. বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i (খ) iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ৬। বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে কী বলে?
(ক) ঘাত বল (খ) বলের ঘাত (গ) কাজ (ঘ) টর্ক



উপরের উদাহরণের সাহায্যে ৭ ও ৮-নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

- ৭। তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?
(ক) 0.5m (খ) 1m (গ) 2m (ঘ) 3m
- ৮। তরঙ্গের বেগ 200ms^{-1} হলে পর্যায়কাল কত সেকেন্ড?
(ক) 0.015 (খ) 0.01 (গ) 0.005 (ঘ) 0.0025
- ৯। কোনো তরঙ্গের দুটি বিন্দুর মধ্যে দশা পার্থক্য 2π হলে পথ পার্থক্য কত?
(ক) $\frac{\lambda}{4}$ (খ) $\frac{\lambda}{2}$ (গ) λ (ঘ) 2λ

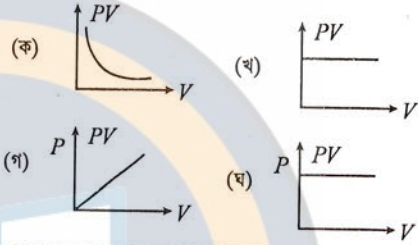
- ১০। গ্যাসের পরমশূন্য তাপমাত্রার মান হচ্ছে—

- i. 0°C
ii. 0K
iii. -273°C

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) ii (খ) iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ১১। স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য কোন লেখচিত্রটি প্রযোজ্য?



- ১২। গ্যাসের অণুর গড়মুক্ত পথ তার ঘনত্বের—

- (ক) বর্গের সমানুপাতিক (খ) সমানুপাতিক
(গ) ব্যস্তানুপাতিক (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

- ১৩। শুষ্ক ও সিক্ত বাষ্প আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে থার্মোমিটার দুটির তাপমাত্রার পার্থক্য হঠাৎ কমে গেলে কোনটি বোঝায়?

- (ক) বাতাস শুষ্ক (খ) বাড় হতে পারে
(গ) বাতাস আর্দ্র (ঘ) ঝুঁটি হতে পারে

- ১৪। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের আবর্তনকাল কত?

- (ক) 12 ঘণ্টা (খ) 24 ঘণ্টা
(গ) 1 মাস (ঘ) 12 মাস

- ১৫। কোন ভেক্টরটি $\vec{P} = 4\hat{i} + 2\hat{j}$ -এর উপর লম্ব?

- (ক) $3\hat{i} + 4\hat{j}$ (খ) $6\hat{i}$
(গ) $5\hat{k}$ (ঘ) $4\hat{j}$

- ১৬। $5\frac{d^2x}{dt^2} + 180x = 0$ সমীকরণে কৌণিক কম্পাঙ্ক কত একক?

- (ক) 180 (খ) 36
(গ) 6 (ঘ) 5

- ১৭। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত কোনো কণার বার বার স্পন্দিত হবার কারণ—

- i. স্থিতি জড়তা
ii. গতি জড়তা
iii. প্রত্যয়নী বল
নিচের কোনটি সঠিক?

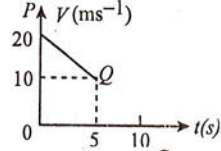
- (ক) ii (খ) iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ১৮। কোনো পদার্থের অসহনীয় $4.9 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ । ঐ পদার্থের তৈরি একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm^2 হলে তারটিতে সর্বনিম্ন কত ভর বুলালে তারটি ছিঁড়ে যাবে?
(ক) 0.5 kg (খ) 5 kg (গ) 10 kg (ঘ) 50 kg
- ১৯। কোনো ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু ও পাদবিন্দু একই হলে ভেক্টরটি হবে—
(ক) স্বাধীন ভেক্টর (খ) বিপরীত ভেক্টর
(গ) সমরৈখ ভেক্টর (ঘ) নাল ভেক্টর
- ২০। কোনটি অসংরক্ষণশীল বল?
(ক) সান্দ্র বল (খ) স্প্রিং বল
(গ) অভিকর্ষ বল (ঘ) স্থিতিস্থাপক বল
- ২১। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে—
i. এর মান সর্বোচ্চ হবে অসীমে
ii. এর সর্বোচ্চ মান শূন্য
iii. এটি কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ২২। ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কলের মোট ভাগ সংখ্যা 50। স্কলটিকে এক পাক ঘুরালে রেখিক স্কলে সরণ হয় 0.5 mm । লঘিষ্ঠ গণন কত?
(ক) 0.01 mm (খ) 0.01 cm
(গ) 0.25 mm (ঘ) 0.50 mm
- ২৩। দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে যা ঘটে তা হলো, ঘড়িটি—
i. সময় লাভ করবে
ii. সময় হারাবে
iii. ধীরে চলবে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) ii (খ) iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ২৪। গ্যাসের সান্দ্রতা ও গাঙ্ক তাপমাত্রার—
(ক) সমানুপাতিক (খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক
(ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক
- ২৫। পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত অনুকল্পকে বলে—
(ক) নীতি (খ) স্বীকার্য
(গ) সূত্র (ঘ) তত্ত্ব
- ২৬। টর্কের একক কোনটি?
(ক) $\text{N}^{-1} \text{ m}$ (খ) Nm^{-2} (গ) Nm^{-1} (ঘ) Nm
- ২৭। আয়তন ও গাঙ্কের বিপরীত রাশি কোনটি?
(ক) পয়সনের অনুপাত (খ) সংনম্যতা
(গ) ইয়ং গাঙ্ক (ঘ) দৃঢ়তার গাঙ্ক

- ২৮। YZ সমতলে $5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের দৈর্ঘ্য কত একক?

(ক) $\sqrt{25}$ (খ) $\sqrt{34}$ (গ) $\sqrt{41}$ (ঘ) $\sqrt{50}$

উদীপক হতে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



- ২৯। PQ লেখচিত্রের জন্য প্রযোজ্য সমীকরণ কোনটি?

(ক) $s = vt$ (খ) $v = at$

(গ) $v = v_0 + at$ (ঘ) $v = v_0 - at$

- ৩০। PQ রেখা বরাবর গতিশীল কণার মন্দন—

(ক) 20 ms^{-2} (খ) 10 ms^{-2}

(গ) 4 ms^{-2} (ঘ) 2 ms^{-2}

- ৩১। এক ব্যক্তি 5 km/h বেগে তার গন্তব্যে পৌঁছায় এবং 4 km/h বেগে পূর্বের অবস্থানে ফিরে আসে। তার আপেক্ষিক বেগ কত?

(ক) 0.50 km/h (খ) 1.00 km/h

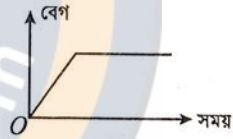
(গ) 4.50 km/h (ঘ) 9.00 km/h

- ৩২। ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগ কত?

(ক) $\pi/30 \text{ rad/s}$ (খ) $\pi/30 \text{ rad/min}$

(গ) $\pi/360 \text{ rad/min}$ (ঘ) $\pi/720 \text{ rad/min}$

৩৩।



উপরের সময় বনাম বেগ লেখচিত্র অনুসারে—

i. বস্তুর আদি বেগ শূন্য

ii. বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল সর্বদা সমান

iii. বস্তুটি কখনই থামবে না

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

- ৩৪। কোনো সরু ও সুখম দণ্ডের একপ্রান্ত দিয়ে লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক ঐ দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু দিয়ে লম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের কত গুণ?

(ক) 4

(খ) 2

(গ) $\frac{1}{2}$

(ঘ) $\frac{1}{4}$

- ৩৫। বল ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি?

(ক) ML^2T^{-2}

(খ) MLT^{-2}

(গ) MT^2

(ঘ) MT^{-2}

উত্তরমালা

১(খ)	২(খ)	৩(ক)	৪(ঘ)	৫(ঘ)	৬(খ)	৭(গ)	৮(ঘ)	৯(গ)	১০(গ)	১১(খ)	১২(গ)	১৩(খ)	১৪(খ)	১৫(গ)	১৬(গ)	১৭(গ)	১৮(ঘ)
১৯(ঘ)	২০(ক)	২১(ক)	২২(ক)	২৩(গ)	২৪(গ)	২৫(গ)	২৬(ঘ)	২৭(খ)	২৮(ক)	২৯(ঘ)	৩০(ঘ)	৩১(ঘ)	৩২(গ)	৩৩(ঘ)	৩৪(ক)	৩৫(ঘ)	

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৬
পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল) সেট : ক

বিষয় কোড :

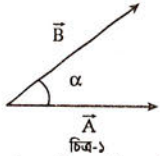
1	7	4
---	---	---

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

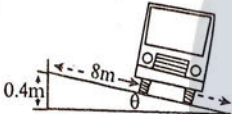
১।



$$\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

- (ক) লব্ধ একক কী? ১
- (খ) দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে কিনা ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) α -এর মান নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) α -এর মানের পরিবর্তন কত হলে \vec{A} -এর উপর \vec{B} -এর অভিক্ষেপ এক-চতুর্থাংশ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪



১০০ম ব্যাসার্ধের একটি বাক ৩০kmh⁻¹ বেগে বাক দিতে গিয়ে বাস রাস্তা থেকে ছিটকে খাদে পড়ে যায়।

- (ক) মৌলিক বল কী? ১
- (খ) জড়তার ভ্রামকের সাথে চক্রগতির ব্যাসার্ধের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত রাস্তায় ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের আলোকে বাসটি খাদে পড়ে যাওয়ার কারণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩।

E = পৃথিবী

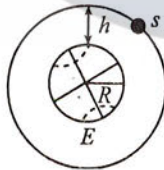
S = ভূস্থির উপগ্রহ

R = 6.4 × 10⁶mM = 6 × 10²⁴kgG = 6.7 × 10⁻¹¹ Nm²kg⁻²

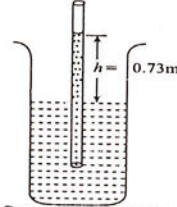
বাংলাদেশ 3,500kg ভরের একটি

ভূস্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।

- (ক) মুক্তিবর্গের সংজ্ঞা দাও। ১
- (খ) ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) ভূস্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে? ৩
- (ঘ) h-এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪



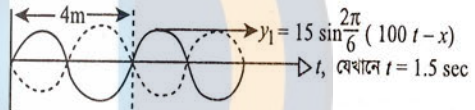
৪।



চিত্রে পানিপূর্ণ বীকারে ডুবানো কৈশিক নলের ব্যাস 0.04mm. উপরের উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও :

- (ক) পৃষ্ঠটান কী? ১
- (খ) কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে স্পর্শকোণ বৃদ্ধি পায়—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপকের আলোকে পানির তলটান নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) কৈশিক নলের ব্যাসার্ধের কী পরিবর্তনে পানির উচ্চতা 0.80m হবে নির্ণয়পূর্বক কারণ বিশ্লেষণ কর। ৪

৫। নিচের চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



উদ্দীপকে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের মুক্তপ্রান্তের প্রতিফলন দেখানো হয়েছে।

- (ক) সরল ছন্দিত স্পন্দন কী? ১
- (খ) তরঙ্গের বিস্তারের সাথে তীব্রতার পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপক অনুসারে তরঙ্গটি প্রতিফলনের পর লব্ধি তরঙ্গ নির্ণয় কর। ৩

- (ঘ) উদ্দীপকে $x = \frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে y-এর জন্য একটি লেখচিত্র গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। (যেমন $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}$ এবং T). ৪

৬। একদিন হাইড্রোমিটারের পাঠ নিতে গিয়ে দেখা গেল শুষ্ক ও আর্দ্র বাষ্পের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20° C এবং 12.8° C। 20° C তাপমাত্রায় গ্লোইসারের উৎপাদক 1.79। 7° C, 8° C ও 20° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.5 × 10⁻³, 8.1 × 10⁻³ ও 17.4 × 10⁻³ পারদচাপ।

- (ক) প্রমাণ চাপ কী? ১
- (খ) গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে দুটি পার্থক্য লেখ। ২
- (গ) ঐদিনের শিশিরাক্ষ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়পূর্বক আবহাওয়ার পূর্বাভাস বিশ্লেষণ কর। ৪

বর্নিসাল বোর্ড-২০১৬

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

নির্বাচনী অভীক্ষা সেট : গ

বিষয় কোড :

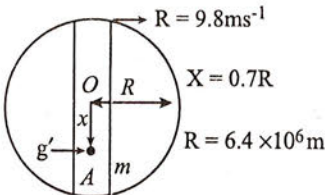
1 7 4

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

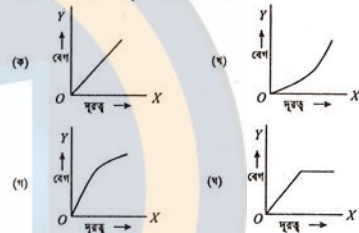
[বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনী অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলাম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

- ১। নিচের কোনটির পৃষ্ঠের মহাকর্ষ প্রাবল্য সবচেয়ে বেশি?
(ক) চন্দ্র (খ) বুধ (গ) পৃথিবী (ঘ) বৃহস্পতি
- ২। নিচের কোনটি ধ্রুবক হলে কোনো কণার ওপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হবে?
(ক) বল (খ) বলের ঘাত
(গ) রৈখিক ভরবেগ (ঘ) কৌণিক ভরবেগ
- ৩। স্থিতিস্থাপক বলের বিরুদ্ধে সরণের মান দ্বিগুণ করলে কাজ বৃদ্ধি পাবে—
(ক) ১০০% (খ) ২০০% (গ) ৩০০% (ঘ) ৪০০%
- ৪। ৩kg ও ৫kg ভরের বস্তুদ্বয় ৩০kgms⁻¹ ও ৫০kgms⁻¹ ভরবেগ নিয়ে একই দিকে চলছে।
(ক) সংঘর্ষের পর তারা একই দিকে চলবে
(খ) সংঘর্ষের পর তারা বিপরীত দিকে চলবে
(গ) সংঘর্ষের পর তারা স্থির হয়ে যাবে
(ঘ) তাদের মধ্যে কোনো সংঘর্ষ ঘটবে না
- ৫। ১cm পুরুত্বের ও ২০০gm ভরের মিটার স্কেলকে অনুভূমিক অবস্থায় থেকে খাড়া করলে বিভবশক্তি—
(ক) ১৯.৬০J (খ) ১.৯৬০J (গ) ১.৯৪০J (ঘ) ০.৯৭০J
- ৬। পৃষ্ঠত্বের একক—
(ক) Nm (খ) Nm⁻¹ (গ) Jm⁻² (ঘ) Jm⁻¹
- ৭। পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষ ত্বরণ যদি একই থাকে এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ১% বৃদ্ধি পেলে মুক্তি বেগের শতকরা পরিবর্তন—
(ক) ১% বাড়বে (খ) ১% কমবে
(গ) ০.৫% বাড়বে (ঘ) ০.৫% কমবে
- ৮। ৫cm ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার সৃষ্টি করতে কৃত কাজ কত?
 $T = 3 \times 10^{-2} \text{Nm}^{-1}$
(ক) $0.88 \times 10^{-3} \text{J}$ (খ) $0.98 \times 10^{-3} \text{J}$
(গ) $1.88 \times 10^{-3} \text{J}$ (ঘ) $2.88 \times 10^{-3} \text{J}$
- চিহ্নে m ভরের একটি বস্তু পৃথিবীর সূড়ঙ্গ দিয়ে চলছে। চিহ্নের নির্দেশনার আলোকে ৯ ও ১০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

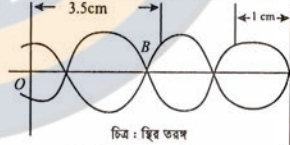


- ৯। বস্তুটির গতির ধরন—
(ক) রৈখিক (খ) বক্র
(গ) দোলন (ঘ) ঘূর্ণন
- ১০। A বিন্দুতে অভিকর্ষ ত্বরণের মান—
(ক) 2.94ms^{-2} (খ) 3.00ms^{-2}
(গ) 6.8ms^{-2} (ঘ) 9.8ms^{-2}

- ১১। 'h' উচ্চতাবিশিষ্ট ঘনকের মধ্যে m ভরের আদর্শ গ্যাস আছে। তার বিভব শক্তি—
(ক) mgh (খ) $\frac{1}{2} mc^2$ (গ) $\frac{3}{2} KT$ (ঘ) শূন্য
- ১২। একক আয়তনের অণুগুলোর গতিশক্তি E এবং গ্যাসের চাপের সম্পর্ক স্থাপনকারী সমীকরণ কোনটি?
(ক) $E = \frac{3}{2} P$ (খ) $E = \frac{2}{3} P$
(গ) $E = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} P$ (ঘ) $E = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} P$
- ১৩। বৃষ্টির ফোঁটা বাতাসের মধ্য দিয়ে পড়তে থাকলে দূরত্ব বনাম বেগ লেখচিত্রের প্রকৃতি কোনটি?



- ১৪। আড় তরঙ্গ চেনা যাবে নিচের কোন বৈশিষ্ট্য দ্বারা?
(ক) প্রতিফলন (খ) ব্যতিচার (গ) সমাবর্তন (ঘ) অপবর্তন
- চিহ্নে টান করা সূতায় ১.৫cm বিস্তার ও ০.০১sec পর্যায়কালের আড় তরঙ্গের উপরিপাতনে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গ চিহ্ন ও তথ্যের আলোকে ১৫ ও ১৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



- ১৫। পরপর তিনটি নিম্নস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব—
(ক) ২ cm (খ) ৩ cm (গ) ৩.৫ cm (ঘ) ৪ cm
- ১৬। B বিন্দুতে স্থির তরঙ্গের বিস্তার—
(ক) ১.২ cm (খ) ১.৪ cm
(গ) ২.১২ cm (ঘ) ২.৮ cm
- ১৭। পৃথিবীর কোন স্থানের অভিকর্ষ ত্বরণকে আদর্শমান ধরা হয়?
(ক) কেন্দ্রে (খ) ৪৫ অক্ষাংশে
(গ) মেরু অঞ্চলে (ঘ) বিষুব অঞ্চলে
- ১৮। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ কোন রাশিটির সমানুপাতিক?
(ক) বল (খ) পর্যায়কাল (গ) সরণ (ঘ) বেগ
- ১৯। স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গগুলোর বিস্তার A হলে সুস্পন্দ বিন্দুগুলোর বিস্তার কত হবে?
(ক) $\pm 2A$ (খ) $\pm A$ (গ) $\pm \frac{A}{2}$ (ঘ) শূন্য

২০। কোন দুটি ভৌত জগতের উপাদান?

- (ক) সময় ও ত্বরণ (খ) ভর ও স্থান
(গ) স্থান ও বেগ (ঘ) ভর ও তাপমাত্রা

২১। পরিমাপে ধারক ও স্বগাৰক উভয় ধরার কী হয় কোন কারণে?

- (ক) যন্ত্রের (খ) পরিবেশগত (গ) তত্ত্বীয় (ঘ) ব্যক্তিগত

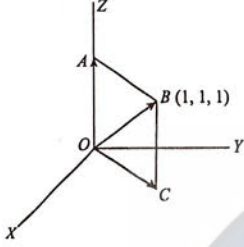
২২। পদার্থ পরিমাপে এসআই একক কোনটি?

- (ক) কিলোগ্রাম (খ) পাউন্ড (গ) লিটার (ঘ) মোল

২৩। ফেলার ফাংশনকে ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করে—

- (ক) ক্রস গুণন (খ) ডট গুণন
(গ) গ্রাডিয়েন্ট (ঘ) ডাইভারজেন্স

চিত্রের নির্দেশনার আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২৪। \vec{OC} ভেক্টর কোনটি?

- (ক) $\hat{i} + \hat{j}$ (খ) $\hat{j} + \hat{k}$ (গ) $\hat{i} + \hat{k}$ (ঘ) $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

২৫। $OABC$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল—

- (ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (খ) $\sqrt{2}$ (গ) 2 (ঘ) $2\sqrt{2}$

২৬। পরিবর্তনশীল ত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়—

- (ক) $S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (খ) $S_{th} = V_0 + \frac{1}{2} a (2t - 1)$

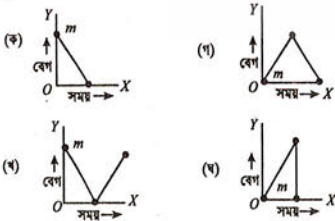
- (গ) $h_{th} = v_0 + \frac{1}{2} g (2t - 1)$ (ঘ) কোনোটিই নয়

m ভরের বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে 98 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করার পর ফিরে আসলো। এখানে, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ । নির্দেশনার আলোকে ২৭ ও ২৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২৭। বস্তুটি কত সময় শূন্যে বিচরণ করেছে?

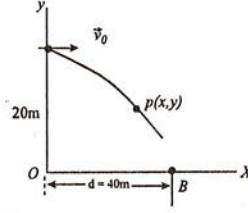
- (ক) 20 sec (খ) 15 sec (গ) 10 sec (ঘ) 5 sec

২৮। তথ্যের ভিত্তিতে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র কোনটি?



চিত্রানুযায়ী M ভরের একটি বস্তুকে V_0 আদিবেগ অনুভূমিকভাবে B বিন্দুর লক্ষ্যবস্তুকে আঘাত করার জন্য নিক্ষেপ করায় চলার পথের সমীকরণ $x^2 = 80y$ পাওয়া গেল। এখানে $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ।

নির্দেশনার আলোকে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২৯। $V_0 =$ কত?

- (ক) 10 ms^{-1} (খ) 20 ms^{-1} (গ) 40 ms^{-1} (ঘ) 60 ms^{-1}

৩০। নিম্নলিখিত বস্তুটি লক্ষ্যবস্তু—

- (ক) B -এর আগে ভূমিতে পড়বে
(খ) B হতে দূরে ভূমিতে পড়বে
(গ) B -এর উপর খাড়াভাবে পড়বে
(ঘ) B এর উপর তির্যকভাবে পড়বে

৩১। সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি ও জড়তার ভ্রামকের

অনুপাত—

- (ক) কৌণিক বেগের সমানুপাতিক
(খ) কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক
(গ) রৈখিক বেগের সমানুপাতিক
(ঘ) রৈখিক বেগের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

৩২। কেন্দ্রমুখী বলের ভেক্টর রূপ—

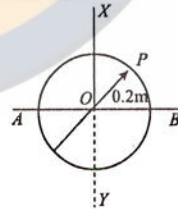
- (ক) $\frac{m(\vec{v} \times \vec{v})}{r}$ (খ) $-\frac{m(\vec{v} \times \vec{v})}{r}$

- (গ) $m(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega})\vec{r}$ (ঘ) $-m(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega})\vec{r}$

৩৩। ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তা পরিমাপ করা হয় কোনটি দ্বারা?

- (ক) mr (খ) mr^2 (গ) rp (ঘ) rF

5 kg ভরের ও 0.2 m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পাত XY ভারকেন্দ্রগামী ও পৃষ্ঠের সাথে লম্ব অক্ষের চারদিকে ঘুরছে। XY অক্ষ ও পাতটির ব্যাস AB -এর সাপেক্ষে যথাক্রমে জড়তার ভ্রামক I_{XY} ও I_{AB} চিত্র ও তথ্যের আলোকে ৩৪ ও ৩৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৩৪। $I_{XY} =$ কত?

- (ক) 0.1 kgm^2 (খ) 0.2 kgm^2
(গ) 1 kgm^2 (ঘ) 2 kgm^2

৩৫। $I_{AB} \cdot I_{XY}$ এর—

- (ক) অর্ধেক (খ) সমান
(গ) 1.5 গুণ (ঘ) 2 গুণ

উত্তরমালা

১(ঘ)	২(ঘ)	৩(ঘ)	৪(ঘ)	৫(ঘ)	৬(ঘ)	৭(ঘ)	৮(ঘ)	৯(ঘ)	১০(ঘ)	১১(ঘ)	১২(ঘ)	১৩(ঘ)	১৪(ঘ)	১৫(ঘ)	১৬(ঘ)	১৭(ঘ)	১৮(ঘ)
১৯(ঘ)	২০(ঘ)	২১(ঘ)	২২(ঘ)	২৩(ঘ)	২৪(ঘ)	২৫(ঘ)	২৬(ঘ)	২৭(ঘ)	২৮(ঘ)	২৯(ঘ)	৩০(ঘ)	৩১(ঘ)	৩২(ঘ)	৩৩(ঘ)	৩৪(ঘ)	৩৫(ঘ)	

বরিশাল বোর্ড-২০১৬

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল) সেট : ক

বিষয় কোড :

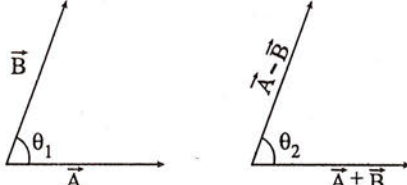
1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

১।



চিত্র-১

উপরের চিত্রে :

$$\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k} \text{ এবং } \vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$$

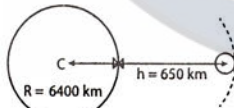
- (ক) ঘাত বল কাকে বলে? ১
 (খ) একটি ইঞ্জিনের দক্ষতা ৬০% বলতে কী বোঝায়? ২
 (গ) উদ্দীপকের আলোকে θ_1 এর মান নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপকে $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

২।

ভারত বনাম বাংলাদেশের ক্রিকেট ম্যাচে ব্যাটসম্যান বিরাট কোহলীর দিকে সাকিব আল-হাসান বল করলেন। 20ms^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ব্যাটসম্যান বলটিকে আঘাত করল। ব্যাটসম্যান হতে ৬০ম দূরে থাকা রুবেল 8ms^{-1} বেগে দৌড়ে বলটিকে ক্যাচ ধরার জন্য অগ্রসর হলো।

- (ক) ক্ষমতা কাকে বলে? ১
 (খ) সকল সরল ছন্দিত স্পন্দনই পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন কিন্তু সকল পর্যায়বৃত্ত স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দন নয়—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) বলটি কত সময় শূন্যে অবস্থান করবে? ৩
 (ঘ) রুবেলের পক্ষে ক্যাচটি ধরা সম্ভব কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৩।



$$\text{পৃথিবীর ভর} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

- (ক) পীড়ন কাকে বলে? ১
 (খ) বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে কেন? ২
 (গ) উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ কত? ৩
 (ঘ) যদি উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে ৭০০km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪

৪।

তমালিকা ভিনু ব্যাসের একই পদার্থের দুটি ধাতব গোলক তার্পিন তেলের মধ্যে ছেড়ে দিল। গোলক দুটি প্রান্তিক বেগে তার্পিন তেলের তলায় গিয়ে পড়ল। বড় গোলকটি প্রান্তিক বেগে ৩ সেকেন্ডে ২১cm পথ অতিক্রম করে। ধাতব পদার্থের ঘনত্ব $8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$, তেলের ঘনত্ব $8.9 \times 10^2 \text{ kgm}^{-3}$ এবং বড় গোলকের ব্যাস ৬ cm। [তার্পিন তেলে সান্দ্রতাক্ষ $1.5 \times 10^{-2} \text{ pa. s}$]

- (ক) মৌলিক রাশি কাকে বলে? ১
 (খ) বাঁক নেয়া রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইনবোর্ডে গাড়ির গতিবেগ 60kmh^{-1} লেখা থাকে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) প্রান্তিক বেগের সময় বড় গোলকটির উপর প্রযুক্ত সান্দ্র বল নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ ২ cm হলে, কোন গোলকটি আগে নিচে পতিত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৫।

নাফিস তাদের টিভিতে T-20 বিশ্বকাপের বাংলাদেশ বনাম ভারতের খেলা দেখছিল। তখন টিভির শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$, টানটান উত্তেজনার মুহূর্তে মিতু রেন্ডার মেশিন চালু করলেন যার তীব্রতা লেভেল ৪৫ dB. এবার নাফিস টিভির সাউন্ড বাড়িয়ে দিল যার তীব্রতা লেভেল ৭৮ dB.

- (ক) অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে? ১
 (খ) \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$ ২
 (গ) নাফিস তীব্রতা লেভেল কতটুকু বৃদ্ধি করেছিল? ৩
 (ঘ) উদ্দীপকের রেন্ডার চালু অবস্থায় সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল অসম্ভবিকর হবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৬।

কোনো একটি পরীক্ষণে জাফলংয়ের আবদ্ধ বায়ুর তাপমাত্রা 19° C ও শিশিরাক্ষ 7.4° পাওয়া গেল। শৈত্যপ্রবাহে ঐ স্থানের তাপমাত্রা কমে 15° C হলো। 7° C , 8° C 19° C তাপমাত্রায় ঐ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে ৭.৫, ৮.২ এবং ১৬.৫ mm পারদ।

- (ক) সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? ১
 (খ) সুযম দ্রুতিতে সরল পথে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না অথচ বৃত্তাকার পথে সুযম দ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) জাফলংয়ের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) তাপমাত্রার পরিবর্তনে ঐ স্থানের আবদ্ধ বায়ুর শিশিরাক্ষ পরিবর্তিত হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে মতামত দাও। ৪

সিলেট বোর্ড-২০১৬

বিষয় কোড :

1 7 4

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

নির্বাচনি অভীক্ষা সেট : ঘ

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।

১। $4\frac{d^2x}{dt^2} + 100x = 0$ সমীকরণ অনুসারে সরল ছন্দিত

স্পন্দনরত কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক—

- (ক) 2rads^{-1} (খ) 4rads^{-1}
(গ) 5rads^{-1} (ঘ) 100rads^{-1}

২। পয়সনের অনুপাত—

i. দৈর্ঘ্য বিকৃতি ও পার্শ্ব বিকৃতির অনুপাত

ii. কোনো একক নেই

iii. এর মান-1 থেকে 0.5 পর্যন্ত

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩। ভূস্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল—

- (ক) 1 বছর (খ) 1 মাস (গ) 1 দিন (ঘ) 1 ঘণ্টা

৪। দুটি ভরসের পথ পার্থক্য x দশা পার্থক্য δ হলে তাদের সম্পর্ক—

- (ক) $x = \frac{1}{2\pi} \times \delta$ (খ) $x = 2\pi\delta$
(গ) $x = \frac{\pi}{2\lambda} \times \delta$ (ঘ) $x = \frac{2\pi}{\lambda} \times \delta$

৫। যদি $\vec{A} = -\vec{B}$ হয় তবে $\vec{A} \times \vec{B}$ এর মান হবে—

- (ক) $-A^2$ (খ) 1 (গ) $-B^2$ (ঘ) 0

৬। যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে বলে—

- (ক) শিশিরাঙ্ক (খ) পরম আর্দ্রতা
(গ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা (ঘ) প্রমাণ তাপমাত্রা

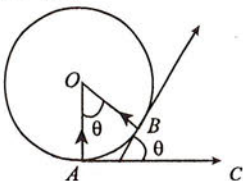
৭। রকেটের গতির জন্য—

- i. আপেক্ষিক বেগ বৃদ্ধিতে ত্বরণ বৃদ্ধি পায়
ii. গ্যাস নির্গমনের হার বৃদ্ধিতে ত্বরণও বৃদ্ধি পায়
iii. রকেট যত উপরে যায় ত্বরণ তত কমে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তু t সময়ে A অবস্থান থেকে B অবস্থানে আসল। এখানে AC এবং AO যথাক্রমে X এবং Y অক্ষ নির্দেশ করে।

৮। A অবস্থানের জন্য কোনটি সঠিক?

- (ক) $v_x = v\theta$ (খ) $v_x = v$
(গ) $v_y = v\theta$ (ঘ) $v_y = -v\theta$

৯। যখন কণাটি A অবস্থান থেকে B অবস্থানে আসে তখন—i. v_x এর পরিবর্তন = 0ii. v_y এর পরিবর্তন = $v\theta$ iii. AO বরাবর ত্বরণ = $\frac{\theta}{t}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০। গ্রহ সম্পর্কিত কেপলারের তৃতীয় সূত্রের গাণিতিক রূপ কোনটি?

- (ক) $\frac{T_1}{R_1^2} = \frac{T_2}{R_2^2}$ (খ) $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$
(গ) $\frac{T_1^3}{R_1^2} = \frac{T_2^3}{R_2^2}$ (ঘ) $\frac{T_1^2}{R_1} = \frac{T_2^2}{R_2}$

১১। প্রধান ফোকাস M , ভার্নিয়ার পাঠ V এবং ভার্নিয়ার ধ্রুবক V_c হলে দৈর্ঘ্য, L নির্ণয়ের সূত্র—

- (ক) $L = M + V_c$ (খ) $L = MV + V_c$
(গ) $L = MV_c + V$ (ঘ) $L = M + V \times V_c$

১২। $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ সমীকরণে r -এর মান পরিমাপে যদি 2% ত্রুটি হয়তবে V নির্ণয়ে ত্রুটি হবে—

- (ক) 1% (খ) 2%
(গ) 4% (ঘ) 6%

১৩। মৌলিক একক হলো—

- i. মিটার ও কেলভিন
ii. সেকেন্ড ও অ্যাম্পিয়ার

iii. ক্যাভেলা ও মোল

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪। যদি গতিশক্তি = K , ভর = m ও ভরবেগ = p হয়, তবে কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- (ক) $K = \frac{2p^2}{m}$ (খ) $K = \frac{2p}{m}$
(গ) $K = \frac{p}{2m}$ (ঘ) $K = \frac{p^2}{2m}$

১৫। 270kg ভরের বস্তুকে ফ্রেনের সাহায্যে 0.1ms^{-1} দ্রুত বেগে উপরে উঠানো হলে ফ্রেনের ক্ষমতা—

- (ক) 27W (খ) 264.6W
(গ) 27HP (ঘ) 264.6HP

- ১৬। কোন বলটি দুর্বলতম?
(ক) সবল নিউক্লিও বল (খ) দুর্বল নিউক্লিও বল
(গ) মহাকর্ষীয় বল (ঘ) তড়িৎ চুম্বকীয় বল
- ১৭। কোনো একটি বস্তুর আদিবেগ $3\hat{i} + 4\hat{j}$ এবং ত্বরণ $0.4\hat{i} + 0.3\hat{j}$ হলে 10s পরে বেগ কত একক?
(ক) 7 (খ) 8.5 (গ) 9.2 (ঘ) 10
- ১৮। বিট কোন ঘটনার ফল?
(ক) অনুবাদ (খ) প্রতিফলন
(গ) উপরিপাতন (ঘ) অপবর্তন
- ১৯। 0°C উষ্ণতায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের গ্যাসের চাপ $3 \times 10^5\text{Pa}$ হলে 60°C উষ্ণতায় এর চাপ কত হবে?
(ক) $3.66 \times 10^5\text{Pa}$ (খ) $2.45 \times 10^5\text{Pa}$
(গ) $0.27 \times 10^5\text{Pa}$ (ঘ) $0.40 \times 10^5\text{Pa}$
- ২০। $2i + 3j$ ভেক্টর—
i. এর মান $\sqrt{13}$
ii. XY তলে অবস্থান করে
iii. Z অক্ষের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ২১। দুটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত ৫ : ৬ হলে তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত কত?
(ক) 5 : 6 (খ) 6 : 5
(গ) 11 : 6 (ঘ) 6 : 11
- ২২। তাপমাত্রা কতগুণ হলে অক্সিজেন গ্যাসের অণুর বেগ দ্বিগুণ হবে?
(ক) 2 (খ) 4 (গ) 8 (ঘ) 16
- ২৩। যদি $Q(x, y) = 3x^2y$ হয়, তবে $(1, -2)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}Q$ নির্ণয় কর।
(ক) $-6\hat{i} - 3\hat{j}$ (খ) $-12\hat{i} + 3\hat{j}$
(গ) $3\hat{i} + 6\hat{j}$ (ঘ) $6\hat{i} - 12\hat{j}$
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
কোনো বস্তুর অবস্থান $x = (12\text{ms}^{-1})t - (1.2\text{ms}^{-1})t^2$,
যেখানে অবস্থান x সময় t-এর উপর নির্ভরশীল।
- ২৪। $t = 3\text{sec}$ সময়ে বস্তুর বেগের মান কত হবে?
(ক) 4.4ms^{-1} (খ) 4.8ms^{-1}
(গ) 10.8ms^{-1} (ঘ) 25.2ms^{-1}
- ২৫। বস্তুর ত্বরণ কত হবে?
(ক) -2.4ms^{-2} (খ) -4.8ms^{-2}
(গ) 9.6ms^{-2} (ঘ) 12ms^{-2}
- ২৬। কোনো তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে কৃত কাজকে বলা হয়—
(ক) পৃষ্ঠটান (খ) সান্দ্রতা
(গ) পৃষ্ঠশক্তি (ঘ) আয়তন পীড়ন
- ২৭। স্পর্শ কোণ নির্ভর করে—
i. কঠিন ও তরলের প্রকৃতির ওপর
ii. তরলের উচ্চতার ওপর
iii. কঠিন ও তরলের বিশুদ্ধতার ওপর
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ২৮। গ্যাসের অণুর গতিশক্তি হলো—
(ক) $\frac{1}{2}KT$ (খ) $\frac{3}{2}KT$ (গ) $\frac{1}{3}KT$ (ঘ) $\frac{2}{3}KT$
- ২৯। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার বেগ—
i. মধ্যবিন্দুতে সর্বোচ্চ
ii. সর্বোচ্চ সরণে শূন্য
iii. সাম্যাবস্থায় সর্বনিম্ন
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৩০। বিশ্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের—
i. মাত্রা $[L^3M^{-1}T^{-2}]$
ii. মান g দ্বারা প্রভাবিত হয়
iii. একক $\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৩১। শূন্য কাজের জন্য প্রযুক্ত বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ—
(ক) 90° (খ) 180° (গ) 360° (ঘ) 0°
- ৩২। কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ভর করে—
(ক) ভর ও ঘূর্ণন অক্ষের ওপর (খ) আয়তন
(গ) কৌণিক ভরবেগ (ঘ) কৌণিক বেগ
- ৩৩। একটি দেয়াল ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 18cm. এর প্রান্তের রৈখিক বেগ কত?
(ক) $1.88 \times 10^{-4}\text{ms}^{-1}$
(খ) $3.14 \times 10^{-4}\text{ms}^{-1}$
(গ) $9.67 \times 10^{-3}\text{ms}^{-1}$
(ঘ) 0.58ms^{-1}
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
কোনো শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-8}Wm^{-2} .
- ৩৪। শ্রেণিকক্ষের তীব্রতা লেবেল কত?
(ক) 40 dB (খ) 50 dB
(গ) 45 dB (ঘ) 55 dB
- ৩৫। যদি শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা তিনগুণ বৃদ্ধি করা হয় তবে নতুন তীব্রতা লেবেল হবে—
(ক) 45 dB (খ) 44.5 dB
(গ) 44.77dB (ঘ) 46.01 dB

উত্তরমালা

১(গ)	২(খ)	৩(গ)	৪(খ)	৫(ঘ)	৬(ক)	৭(খ)	৮(ঘ)	৯(খ)	১০(ঘ)	১১(ঘ)	১২(ঘ)	১৩(ঘ)	১৪(ঘ)	১৫(ঘ)	১৬(ঘ)	১৭(ঘ)	১৮(ঘ)
১৯(ক)	২০(ঘ)	২১(ঘ)	২২(ঘ)	২৩(ঘ)	২৪(ক)	২৫(ক)	২৬(ঘ)	২৭(ঘ)	২৮(ঘ)	২৯(ক)	৩০(গ)	৩১(ক)	৩২(ক)	৩৩(ঘ)	৩৪(ক)	৩৫(ঘ)	

সিলেট বোর্ড-২০১৬

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল) সেট : ক

বিষয় কোড :

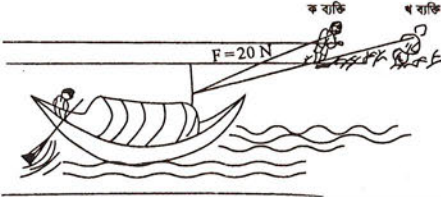
1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

১।



- (ক) টর্ক কাকে বলে? ১
- (খ) $\hat{i} \cdot \hat{i} = 0$ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) যদি ক ব্যক্তি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে গুণ টানে তবে বলের অনুভূমিক উপাংশ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) যদি ক ব্যক্তি ও খ ব্যক্তি একই বলে নৌকা দুটি টানে তবে কে সহজেই নৌকাটি চালাতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪
- ২। একটি সেকেন্ড দোলককে 'ক' অঞ্চল হতে 'খ' অঞ্চলে নেয়া হলো।
 $g_k = 9.78 \text{ ms}^{-2}$
 $g_x = 9.83 \text{ ms}^{-2}$
- (ক) অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে? ১
- (খ) সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়, ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) 'ক' অঞ্চলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) 'খ' অঞ্চলে দোলকটির দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪
- ৩। বিজ্ঞানের ছাত্রী জুতি অর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের সাহায্যে দুপুরের তাপমাত্রা পেল 32°C । ঐ দিনের শিশিরাক্ষ 10°C জেনে সে আপেক্ষিক অর্দ্রতা পেল 75%। আবার ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা দেখতে পেল 20°C । (10°C তাপমাত্রার সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $9.22 \times 10^{-3} \text{ mHg}$, 20°C -এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $17.54 \times 10^{-3} \text{ mHg}$.)
- (ক) ডেষ্টার বিভাজন কী? ১
- (খ) মহাকর্ষ বিভবের মান ধনাত্মক হয় কেন? ২
- (গ) উদ্দীপকের আলোকে দুপুরের বায়ুর তাপমাত্রা সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বের কর। ৩
- (ঘ) জুতির মনে হলো দুপুরের তুলনায় সন্ধ্যায় তাড়াতাড়ি ঘাম শুকাচ্ছে—উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে মতামত বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৪। রিমি পরীক্ষা করে দেখল যে, 4mm ব্যাসের একটি লোহার গোলক কেরসিন তেলে $4 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ে। রিমির ধারণা হলো কেরসিন অপেক্ষা গ্লিসারিনে গোলকটির প্রান্তবেগ বেশি হবে। লোহার ঘনত্ব 7800 kgm^{-3} , কেরসিনের ঘনত্ব 800 kgm^{-3} , গ্লিসারিনের ঘনত্ব 1250 kgm^{-3} , গ্লিসারিনের সান্দ্রতাক্ষ 1.6 Nms^{-2} ।
- (ক) কাজ-শক্তির উপপাদ্যটি লেখ। ১
- (খ) সকল সেকেন্ড দোলকই সরল দোলক কিন্তু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয় কেন? ২
- (গ) সান্দ্র বল নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে রিমির ধারণা সঠিক কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪
- ৫। 1m প্রস্থের একটি রাস্তার বাইরের কিনারা ভিতরের কিনারা হতে উঁচু। 200m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার মোড় নেওয়ার সময় একজন গাড়ি চালক রাস্তার পাশে সতর্কীকরণ সাইনবোর্ড 60 kmh^{-1} লেখা দেখল। এ সময় গাড়িটির বেগ ছিল 50 kmh^{-1} ।
- (ক) কর্মদক্ষতা কাকে বলে? ১
- (খ) বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে কেন? ২
- (গ) ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকে উল্লেখিত বেগে গাড়ি চালালে, চালক নিরাপদে মোড় নিতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪
- ৬। নাকিস তাদের টিভিতে T-20 বিশ্বকাপের বাংলাদেশ বনাম ভারতের খেলা দেখছিল। তখন টিভির শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$ । টান টান উত্তেজনার মুহূর্তে কাজের মেয়ে মিতু রেকর্ডার মেশিন চালু করল তার তীব্রতা লেভেল 85 dB। এবার নাকিস টিভির সাউন্ড বাড়িয়ে দিল যার তীব্রতা লেভেল 78 dB.
- (ক) লব্ধ একক কী? ১
- (খ) \vec{A} ও \vec{B} -এর মধ্যবর্তী কোণ হলে দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$ ২
- (গ) নাকিস তীব্রতা লেভেল কতটুকু বৃদ্ধি করেছিল? ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের রেকর্ডার চালু অবস্থায় সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল অস্বস্তিকর হবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র

নির্বাচনী অভীক্ষা সেট : ঘ

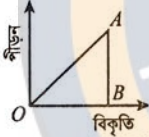
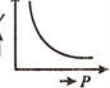
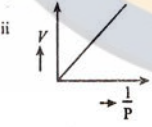
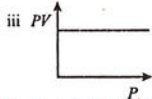
বিষয় কোড :

1 7 4

সময় : ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৩৫

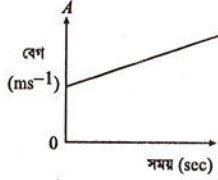
বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনী অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।

- ১। টর্কের মাত্রা কোনটি?
(ক) MLT^{-2} (খ) ML^2T^{-2} (গ) $ML^{-1}T^{-3}$ (ঘ) ML^2T^{-1}
- ২। ক্ষমতার একক—
i. Js^{-1}
ii. Watt
iii. Nms^{-1}
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i and ii (খ) i and iii
(গ) ii and iii (ঘ) i, ii and iii
- ৩। একটি স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর কম্পাঙ্ক নিম্নরূপ :
200Hz, 250Hz, 250Hz, 400Hz, 620Hz.
i. 400 Hz হলো মূল সুরের অষ্টক
ii. 200 Hz হলো মূল সুর
iii. 330 Hz হচ্ছে সমমেল
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i and ii (খ) i and iii (গ) ii and iii (ঘ) i, ii and iii
- ৪। চিত্রে বিকৃতি বনাম পীড়ন লেখচিত্রের ΔOAB এর ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে—

(ক) ইয়ং-এর গুণাঙ্ক (খ) সর্বমোট কৃতকাজ
(গ) পয়সনের অনুপাত (ঘ) একক আয়তনের বিভব শক্তি
- ৫। তাপমাত্রা স্থির থাকলে আয়তন (V) ও চাপ (P) -এর নিচের কোন লেখচিত্র প্রকাশ করে?
i. 
ii. 
iii. 
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৬। \vec{P} , \vec{Q} ও \vec{R} মানের তিনটি ভেক্টর একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একইক্রমে নির্দেশিত হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $\vec{P} + \vec{Q} - \vec{R} = 0$
(খ) $\vec{P} - \vec{Q} - \vec{R} = 0$
(গ) $\vec{P} - \vec{Q} + \vec{R} = 0$
(ঘ) $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$
- ৭। কোয়ান্টাম তত্ত্বের ধারণা কোন বিজ্ঞানী সম্প্রসারিত করেন?
(ক) আইজাক নিউটন (খ) মাক্স প্ল্যাঙ্ক
(গ) আলবার্ট আইনস্টাইন (ঘ) মাইকেল ফ্যারাডে
- ৮। স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের—
(ক) সমানুপাতিক (খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গের সমানুপাতিক (ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক
- ৯। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে কাজের পরিমাণ সর্বোচ্চ হয়?
(ক) 0° (খ) 45° (গ) 90° (ঘ) 180°
- ১০। নিচের কোনটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্যের একক?
(ক) Nm^{-1} (খ) $N-m$ (গ) ms^{-1} (ঘ) ms^{-2}
- ১১। কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃত কাজ—
(ক) অসীম (খ) ঋণাত্মক (গ) শূন্য (ঘ) ধনাত্মক
- ১২। শব্দের তীব্রতার সাথে বিস্তারের সম্পর্ক—
(ক) $I \propto A$ (খ) $I \propto A^2$ (গ) $I \propto \sqrt{A}$ (ঘ) $I \propto \frac{1}{A^2}$
- ১৩। সরল দোলন গতির জন্য কৌণিক সরণ নিচের কোনটির চেয়ে বেশি হতে পারবে না?
(ক) 3° (খ) 4° (গ) 5° (ঘ) 6°
- ১৪। হকের সূত্র নিম্নরূপ : [স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে]
(ক) পীড়ন \propto বিকৃতি (খ) পীড়ন \propto বিকৃতি
(গ) পীড়ন \propto (বিকৃতি)^২ (ঘ) পীড়ন $\propto \frac{1}{(বিকৃতি)^২}$
- ১৫। কোনটি ফেলার রাশি?
(ক) গ্র্যাভিটিস্ট (খ) ডাইভারজেন্স
(গ) কার্ল (ঘ) সরণ
- ১৬। $\vec{A} = \hat{i}$, $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{k}$, \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ—
(ক) 25.12° (খ) 26.57° (গ) 90.67° (ঘ) 180.25°
- ১৭। নিচের কোনটি পরমশূন্য তাপমাত্রা?
(ক) $-273^\circ C$ (খ) $0^\circ C$ (গ) $273^\circ C$ (ঘ) $373^\circ C$
- ১৮। ব্যাংকিং কোণ নির্ভর করে—
i. বস্তুর বেগের ওপর
ii. বস্তুর ভরের ওপর
iii. রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধের ওপর
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ১৯। একটি সরল দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল—
(ক) শূন্য হবে (খ) অপরিবর্তিত থাকবে
(গ) অর্ধেক হবে (ঘ) অসীম হবে

- ২০। গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে F' বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $F > F'$ (খ) $F = F'$
(গ) $F < F'$ (ঘ) $F > F'$

- ২১। চিত্রানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?



(ক) বস্তুটি সমবেগে চলছে
(খ) বস্তুটি অসমত্বরণে চলছে
(গ) বস্তুটি সমত্বরণে চলছে
(ঘ) বস্তুটি অসমতলে চলছে

- ২২। সময় বনাম সরণ লেখচিত্রে প্রদর্শিত তরঙ্গে O হতে Q বিন্দুর দূরত্ব—



(ক) $\frac{3\lambda}{4}$ (খ) $\frac{5\lambda}{4}$ (গ) $\frac{7\lambda}{4}$ (ঘ) $\frac{9\lambda}{4}$

- ২৩। যদি স্পর্শ কোণ 90° এর বেশি হয় তবে তরলের পৃষ্ঠ হবে—

(ক) উত্তল (খ) অবতল
(গ) সমতলাবতল (ঘ) সমতলোত্তল

- ২৪। জলীয়বাষ্প সম্পর্কে বলা যায়—

i. সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প সর্বাধিক চাপ দেয়
ii. অসম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে
iii. সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চার্লসের সূত্র মেনে চলে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ২৫। $|\vec{A} \times \vec{B}| = \vec{A} \cdot \vec{B}$, হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত?

(ক) $\frac{\pi}{4}$ (খ) $\frac{\pi}{2}$ (গ) π (ঘ) 2π

- ২৬। একটি সরল দোলক ভূপৃষ্ঠে 0.75 sec-এ একবার টিক দেয়। দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 0.186m (খ) 0.326m (গ) 0.559m (ঘ) 0.686m

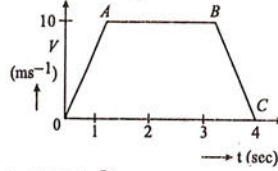
- ২৭। A ও B দুটি সুরশলাকাকে একত্রে বাজালে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট উৎপন্ন হয়। A কে সামান্য ঘষলে বিট সংখ্যা 4টি হয়। B-এর কম্পাঙ্ক 560Hz হলে A-এর কম্পাঙ্ক কত?

(ক) 566Hz (খ) 564Hz (গ) 556Hz (ঘ) 554Hz

- ২৮। h উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি হতে কত উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে?

(ক) $\frac{h}{6}$ (খ) $\frac{h}{3}$ (গ) $\frac{2h}{3}$ (ঘ) $\frac{5h}{3}$

নিম্নের বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অনুযায়ী গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে ২৯ ও ৩০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



- ২৯। O থেকে A বিন্দুতে যেতে ত্বরণ হবে—

(ক) 5ms^{-2} (খ) 10ms^{-2} (গ) 15ms^{-2} (ঘ) 20ms^{-2}

- ৩০। A থেকে C বিন্দু পর্যন্ত বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে—

(ক) 25m (খ) 30m (গ) 35m (ঘ) 40m

- ৩১। 1m দৈর্ঘ্য ও 1mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইম্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 10% করতে প্রযুক্ত বল নিচের কোনটি? [$Y = 2 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$]

(ক) $2 \times 10^4\text{N}$ (খ) $2 \times 10^5\text{N}$
(গ) $2 \times 10^6\text{N}$ (ঘ) $2 \times 10^7\text{N}$

- ৩২। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল—

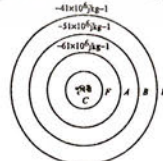
(ক) 461ms^{-1} (খ) 361ms^{-1}
(গ) 261ms^{-1} (ঘ) 162ms^{-1}

- ৩৩। চিত্রে W ওজনের একটি আয়তাকার ফ্রেমের দুই প্রান্ত সুতা দিয়ে বেঁধে সুতার মধ্যবিন্দুটি দেয়ালের সাথে আটকানো আছে। চিত্রানুযায়ী ওজনের সাথে টান T-এর সম্পর্কটি কী হবে?



(ক) $W = 2T\sin\theta$ (খ) $W = 2T\cos\theta$
(গ) $W = T\cos\theta$ (ঘ) $W = T\sin\theta$

নিচের চিত্র থেকে ৩৪ ও ৩৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



- ৩৪। B ও D কক্ষপথের দূরত্ব কত?

(ক) $1.02 \times 10^3\text{m}$ (খ) $1.02 \times 10^4\text{m}$
(গ) $1.02 \times 10^5\text{m}$ (ঘ) $1.02 \times 10^6\text{m}$

- ৩৫। সকল কক্ষপথের কৌণিক বেগ সুযম হলে উদ্দীপকে কোন কক্ষপথে কোন বস্তুর কেন্দ্রবিন্দুখীল বল সর্বাধিক হবে?

(ক) F (খ) A (গ) B (ঘ) D

উত্তরমালা

১।(খ)	২।(ঘ)	৩।(খ)	৪।(ঘ)	৫।(ঘ)	৬।(ঘ)	৭।(গ)	৮।(গ)	৯।(ক)	১০।(ঘ)	১১।(গ)	১২।(ঘ)	১৩।(খ)	১৪।(খ)	১৫।(খ)	১৬।(খ)	১৭।(ক)	১৮।(খ)
১৯।(ঘ)	২০।(ঘ)	২১।(গ)	২২।(ঘ)	২৩।(ক)	২৪।(খ)	২৫।(ক)	২৬।(ঘ)	২৭।(ঘ)	২৮।(খ)	২৯।(ঘ)	৩০।(ঘ)	৩১।(খ)	৩২।(ক)	৩৩।(ঘ)	৩৪।(ঘ)	৩৫।(ঘ)	

দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল) সেট : ক

বিষয় কোড :

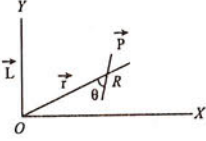
1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ১০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। ক বিভাগের দুইটি এবং খ বিভাগ থেকে যে কোনো চারটি প্রশ্ন নিয়ে মোট ছয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

১।

R বিন্দুতে বস্তুর ভর $m = 2\text{ kg}$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + b\hat{k})\text{ m}$$

$$\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})\text{ ms}^{-1}$$

 \vec{P} = ভরবেগ।

(ক) মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১

(খ) বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল ব্যাসার্ধের পরিবর্তনের সাথে পরিবর্তিত হয়—ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) $b = 2$ হলে বস্তুর কৌণিক ভরবেগের মান নির্ণয় কর। ৩(ঘ) \vec{r} ও \vec{v} পরস্পর সমান্তরাল ও লম্ব হলে b এর মানের কিরূপ পরিবর্তন হবে—বিশ্লেষণ কর। ৪

২।

ফিফা ফুটবল ওয়ার্ল্ড কাপ কোয়ালিফায়িং ম্যাচে বাংলাদেশ-তাজিকিস্তানের মধ্যকার খেলায় বাংলাদেশ টিমের 'জাহিদ হাসান এমিলি' তাজিকিস্তানের গোলপোস্টের 35m সামনে থেকে বলে কিক করলেন। বলটি ভূমির 45° কোণে 20ms^{-1} বেগে গোলপোস্টের দিকে উড়ে গেল। কিকের অবস্থান হতে 4m দূরে তাজিকিস্তানের 2 জন খেলোয়াড় বলটিকে প্রতিরোধ করার জন্য দাঁড়িয়েছিল। গোলরক্ষক গোলপোস্টের যে প্রান্তে দাঁড়িয়েছিল বলটি তার বিপরীত প্রান্ত দিয়ে পোস্টের দিকে ধেয়ে গেল। গোলপোস্টের উচ্চতা 2.4m।

(ক) অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১

(খ) রকেটের বেগ মুক্তিবৈগ নয় কেন? ২

(গ) প্রতিরোধকারী খেলোয়াড়ের মাথার উপরে উড়ন্ত বলটির বেগ কত? নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) এমিলির কিক হতে গোল হবে কিনা-গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

৩।

খালিদের বাড়িতে 12m গভীর ও 1.8m ব্যাসবিশিষ্ট একটি পানিপূর্ণ কুয়া খালি করার জন্য একটি পাম্প চালু করা হলো। কিন্তু দেখা গেল, পানিশূন্য করতে পাম্পটির 21 মিনিট সময় লেগে গেল। খালিদ হিসাব কষে দেখল, যথাসময়ে কুয়াটি পানিশূন্য করতে 2HP ক্ষমতার পাম্প দরকার।

(ক) কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে? ১

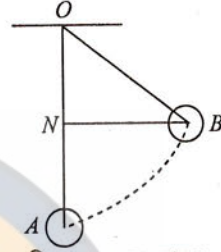
(খ) মহাকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল—ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) 2 kg ভরের একটি বস্তুকে ছেড়ে দিলে পানিশূন্য কুয়ার শীর্ষ হতে তলায় পৌঁছাতে কত সময় লাগবে? ৩

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণসহ খালিদের হিসাবের যথার্থতা যাচাই কর। ৪

৪।

চিত্রে একটি সেকেন্ড দোলক দেখানো হলো, যা ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। $OA = 2\text{m}$ এবং $BN = 0.5\text{m}$, B দোলকটির সর্বোচ্চ অবস্থান। ববের ভর 5gm । দোলকটিকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদে ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ। পৃথিবীতে $g = 9.8\text{ms}^{-2}$ ।



চিত্র : সেকেন্ডে দোলক

(ক) সান্দ্রতার সংজ্ঞা দাও। ১

(খ) ছাতার কাপড়ে ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি ভেতরে প্রবেশ করে না কেন—ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) চাঁদে দোলকটির দোলনকাল কত হবে? ৩

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত দোলকটি পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থানকালে A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে কিনা-উদ্দীপকের তথ্য মতে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫।

BTRC বঙ্গবন্ধু-১ নামে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণের প্রত্নতি নিচ্ছে। ঢাকার ভূপৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা $3.6 \times 10^4\text{km}$ । ঢাকায় $g = 9.78\text{ms}^{-2}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6\text{m}$ । ($G = 6.7 \times 10^{-11}\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$)

(ক) কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। ১

(খ) ঘর্ষণ বল ও সান্দ্র বল এক নয়—ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকের বঙ্গবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। ৪

৬।

কোনো একদিন রাজশাহীর তাপমাত্রা 35°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50%। একই সময়ে কক্সবাজারে স্থাপিত একটি হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক থার্মোমিটারের পাঠ 35°C এবং আর্দ্র থার্মোমিটারের পাঠ 30°C । 35°C তাপমাত্রায় গ্রেইসারের উৎপাদক এর মান 1.60। 26°C , 28°C এবং 35°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 25.21, 28.35 এবং 42.16mm পারদ।

(ক) স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কাকে বলে? ১

(খ) সব দোলক সরল দোলক নয়—ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপক অনুসারে কক্সবাজারের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) একই তাপমাত্রা হওয়া সত্ত্বেও রাজশাহীর চেয়ে কক্সবাজারে কোনো ব্যক্তির অধিক অস্বস্তি অনুভব করার কারণ কি—গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

২০১৭ সালের বিভিন্ন বোর্ডের প্রশ্নাবলি

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

পদার্থবিজ্ঞান

[২০১৭ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

প্রথম পত্র

সময়—২৫ মিনিট

পূর্ণমান—২৫

বিষয় কোড :

1 7 4

সেট :

গ

[দ্রষ্টব্য: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

ঢাকা বোর্ড-২০১৭

১। নির্দিষ্ট ভরের কোনো চাকতির ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা হলে কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক কতগুণ হবে?

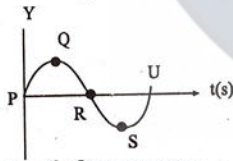
- (ক) এক-চতুর্থাংশ (খ) অর্ধেক
(গ) দ্বিগুণ (ঘ) চারগুণ

২। সরল ছন্দিত কোনো কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ $4 \frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 0$ হলে কৌণিক বেগ কত?

- (ক) 64 rad/s (খ) 16 rad/s
(গ) 8 rad/s (ঘ) 4 rad/s

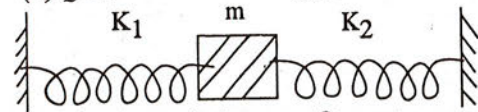
৩। পাশাপাশি দু'টি সুস্পন্দন বিন্দুর মধ্যবর্তী দশা পার্থক্য কত?

- (ক) $\frac{\pi}{4}$ (খ) $\frac{\pi}{2}$ (গ) π (ঘ) 2π



৪। উদ্দীপকের কোন দুটি বিন্দু সমদশায়?

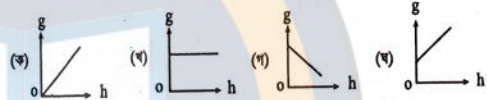
- (ক) P ও Q (খ) P ও U
(গ) Q ও S (ঘ) P ও R



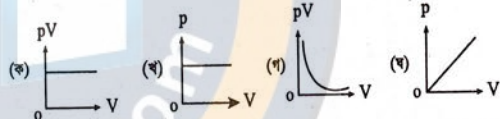
৫। চিত্রের m ভরের বস্তুটি টেনে ছেড়ে দিলে স্পন্দনের কম্পাঙ্ক হবে—

- (ক) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 - k_2}{m}}$ (খ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$
(গ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ (ঘ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 - k_2}}$

৬। পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কেন্দ্রের দিকে গতিশীল বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র কোনটি? (অভিকর্ষজ ত্বরণ = g, কেন্দ্রের দিকে গভীরতা = h)



৭। কোন লেখচিত্রটি 'বয়েল' এর সূত্রের জন্য প্রযোজ্য?



৮। পাখির উড়া পর্যবেক্ষণ করে উড়োজাহাজের মডেল তৈরি করেন কে?

- (ক) রবার্ট হুক (খ) রজার বেকন
(গ) লিওনার্দো দ্যা ভিঞ্চি (ঘ) আইজ্যাক নিউটন

৯। $\vec{P} \cdot \vec{Q} = -PQ$ হলে—

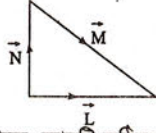
- i. \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর সমান্তরাল
ii. \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর বিপরীতমুখী
iii. \vec{P} ও \vec{Q} এর মধ্যবর্তী কোণ 0°
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০। XZ সমতলে $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টরের দৈর্ঘ্য কত?

- (ক) 5 (খ) $\sqrt{34}$
(গ) $\sqrt{41}$ (ঘ) 12

১১।

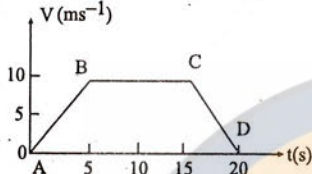


উদ্দীপকের আলোকে কোনটি সঠিক?

(ক) $\vec{L} + \vec{N} - \vec{M} = 0$ (খ) $\vec{L} + \vec{M} + \vec{N} = 0$

(গ) $\vec{L} + \vec{M} - \vec{N} = 0$ (ঘ) $\vec{M} + \vec{N} - \vec{L} = 0$

উদ্দীপকের আলোকে ১২ ও ১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১২। CD রেখায় ত্বরণ কত?

(ক) 2.0 ms^{-2} (খ) 0.5 ms^{-2} (গ) -0.5 ms^{-2} (ঘ) -2.0 ms^{-2}

১৩। শেষ 10 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

(ক) 75 m (খ) 150 m
(গ) 200 m (ঘ) 350 m

১৪। হাইড্রোমিটারের শুষ্ক ও আর্দ্র বাষ্পের তাপমাত্রা হঠাৎ কমেতে থাকলে কীসের পূর্বাভাস?

(ক) ঝড় (খ) কুয়াশা (গ) রৌদ্র (ঘ) শিশির

১৫। গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে—

- i. তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে অণুর বেগ বৃদ্ধি পায়
- ii. অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের তুলনায় অণুগুলোর আয়তন উপেক্ষণীয়
- iii. দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী সময়ে অণুগুলো সমবেগে সরলরেখায় চলে না

নিচের কোনটি সঠিক?

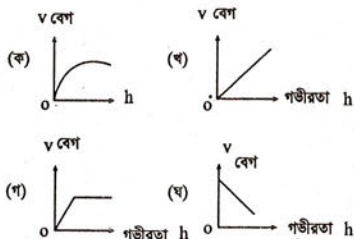
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৬। পার্কিং কক্ষপথ কোনটি?

- (ক) যে পথে বিমান চলে
- (খ) পোলার উপগ্রহের কক্ষপথ
- (গ) ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ
- (ঘ) পৃথিবীর কক্ষপথ

১৭। তরলে পতনশীল বস্তুর জন্য কোন লেখচিত্র সঠিক?

(বেগ = v , গভীরতা = h)

১৮। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-তৃতীয়াংশ হবে? (R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ)

(ক) $\frac{R}{4}$ (খ) $\frac{R}{3}$
(গ) $\frac{R}{2}$ (ঘ) $\frac{2R}{3}$

১৯। আয়তন গুণাক্রমের বিপরীত রাশি কোনটি?

(ক) কাঠিন্যের গুণাক্রম (খ) ইয়াং-এর গুণাক্রম

(গ) পয়সনের অনুপাত (ঘ) সংনম্যতা

উদ্দীপক হতে ২০ ও ২১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বস্তু 20m উচ্চতা থেকে ভূমিতে পড়লো। ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

২০। এটি কত বেগে ভূমিতে আঘাত করবে?

(ক) 10 ms^{-1} (খ) 20 ms^{-1}
(গ) 200 ms^{-1} (ঘ) 400 ms^{-1}

২১। পড়ন্ত অবস্থায় ভূমি হতে 5m উঁচুতে বিভবশক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত কোনটি?

(ক) 1:2 (খ) 1:3 (গ) 1:4 (ঘ) 2:1

২২। একটি বস্তুর রৈখিক ভরবেগ 50% বৃদ্ধি করলে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় কত?

(ক) 25% (খ) 50% (গ) 125% (ঘ) 225%

২৩। ঘর্ষণ বল ও বস্তুর বেগের মধ্যকার কোণ কত?

(ক) π (খ) $\frac{\pi}{2}$ (গ) $\frac{\pi}{4}$ (ঘ) 0°

২৪। ধ্রুবকের একক কোনটি?

(ক) Nm^2 (খ) Nm (গ) Nm^{-1} (ঘ) Nm^{-2}

২৫। কোনো দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের শীর্ষে নিয়ে গেলে—

i. দোলনকাল বাড়বে

ii. ধীরে চলবে

iii. সময় হারাবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তরমালা

১। (ক)	২। (ঘ)	৩। (গ)	৪। (খ)	৫। (গ)
৬। (গ)	৭। (ক)	৮। (গ)	৯। (ক)	১০। (ক)
১১। (ঘ)	১২। (ঘ)	১৩। (ক)	১৪। (ক)	১৫। (ক)
১৬। (গ)	১৭। (গ)	১৮। (ঘ)	১৯। (ঘ)	২০। (খ)
২১। (খ)	২২। (গ)	২৩। (ক)	২৪। (গ)	২৫। (ঘ)

ঢাকা বোর্ড-২০১৭

সেট : খ

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র (সুজনশীল)

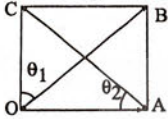
[২০১৭ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : 1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রদত্ত উদ্দীপকগুলো মনোযোগ দিয়ে পড় এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর যথাযথ উত্তর দাও। যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

১।



উপরের চিত্র অনুসারে $OACB$ একটি আয়তক্ষেত্র। এর OA এবং

OB বাহু দ্বারা দুটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং

$\vec{Q} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ নির্দেশিত হয়েছে।

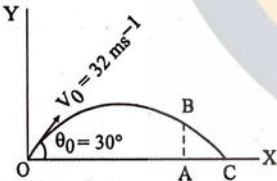
(ক) তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

(খ) পরবশ কক্ষন ও অনুদানের মধ্যে দুইটি পার্থক্য লিখ। ২

(গ) উদ্দীপক অনুসারে $\triangle OAB$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে θ_1 ও θ_2 এর মধ্যে কোনটি বড় তা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে বের কর। ৪

২। দুই বন্ধু সুমন ও রানা দেখলো যে, ভূ-পৃষ্ঠস্থ O বিন্দু হতে একটি বস্তুর 32ms^{-1} বেগে 30° কোণে নিক্ষেপ করায় 85m দূরে অবস্থিত 2m উচ্চ AB দেয়ালের উপর দিয়ে বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠে পতিত হয়।



(ক) মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১

(খ) বল কিভাবে ত্রিমাত্রিক থাকলে একটি বস্তু সমদ্রুতিতে গতিশীল থাকবে তা ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) O বিন্দু হতে নিক্ষেপণের 1.2s সময় পরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে নিক্ষেপণ কোণের সর্বনিম্ন কি পরিবর্তন করলে প্রাসটি AB দেয়ালে বাধা পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

৩। একটি সুউচ্চ অফিস বিল্ডিং-এ আরোহীসহ সর্বোচ্চ 400kg ভরের ধারণ ক্ষমতা সম্পন্ন একটি লিফট দুই তলা হতে সাত তলার মধ্যে ওঠা-নামা করে। বিল্ডিংটির প্রতিটি ফ্লোরের উচ্চতা 3m । উক্ত অফিসের একজনের ভর 45kg এবং তিনি একদিন লিফটতে

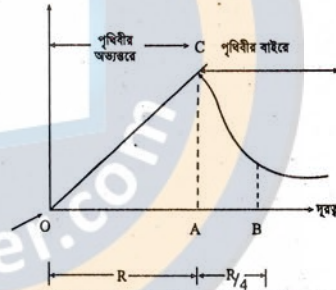
চড়ে 2ms^{-2} ত্বরণে ওঠানামার সময় ওয়েট মেশিনে তার ওজন পরিমাপ করলেন। এক্ষেত্রে সর্বত্র অভিকর্ষ ত্বরণের মান 9.8ms^{-2} ।

(ক) সাদৃশ্য কাকে বলে? ১

(খ) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য লিখ। ২

(গ) লিফটকে দুই তলা হতে সাত তলায় 2ms^{-1} সমবেগে উঠাতে সর্বনিম্ন কত অশ্বক্ষমতার একটি মোটরের প্রয়োজন হবে? ৩

(ঘ) উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা গেল কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষ ত্বরণের লেখচিত্র দেখান হয়েছে। পৃথিবীর ভর

$M = 6.0 \times 10^{24}\text{kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\text{ km}$.

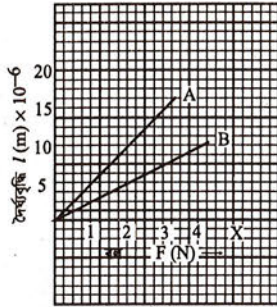
(ক) গ্র্যাভিটেন্ট কাকে বলে? ১

(খ) প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ কি শূন্য? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলেবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪

৪। চিত্র অনুসারে A তারের আদি দৈর্ঘ্য 1m প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1mm^2 । অপরদিকে 2m দৈর্ঘ্যের B তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $1.2 \times 10^{11}\text{Nm}^2$ । তার দুটির একটি অপেক্ষাকৃত মোটা এবং অপরটি অধিক স্থিতিস্থাপক। প্রযুক্ত বলের সাথে তার দুটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির লেখচিত্র চিত্রে প্রদর্শিত হয়েছে। A ও B দুটি তারের একটি দিয়ে বড় একটি বোঝাকে বেঁধে অপর তারটি দিয়ে তা টেনে নিয়ে যাওয়া হলো।



- (ক) বিট বা স্প্রিং কাকে বলে? ১
- (খ) একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হতে পারে কিনা তা ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) A তারটির উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) তার দুটির কোনটিকে কোন কাজে ব্যবহার করা উপযোগী তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪
- ৬। কোনো সুউচ্চ পাহাড় দিয়ে যাওয়া একটি সরলদোলক 10 ঘন্টায় 11990টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করলো। কিন্তু ডু-পুঠে দোলকটি 3s-এ একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km এবং সর্বোচ্চ শূন্য এভারেস্টের উচ্চতা 8.454km। [ডু-পুঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8ms^{-2}]
- (ক) পীড়ন কাকে বলে? ১
- (খ) কাচের তৈরি কৈশিক নলের মধ্য দিয়ে পানির উপরে ওঠার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) সরলদোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) পাহাড়টি এভারেস্টের তুলনায় কত উচ্চ বা নিচু ছিল তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪
- ৭। বায়ু মাধ্যমে C সুরশলাকাটি A ও B দুটি সুরশলাকার সাথে 5টি করে বিট উৎপন্ন করে। A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 385Hz । B সুরশলাকা হতে বায়ু মাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ হলো—
 $y = 0.9\sin 10\pi\left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8}\right)$
- (ক) কৌণিক ভরবেগের সংজ্ঞা দাও। ১
- (খ) রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশ কোনদিকে কত কোণে ঢালু রাখা হয় তা কারণসহ ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) B সুরশলাকা হতে নির্গত তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কিভাবে নিশ্চিত হওয়া যায় তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। ৪
- ৮। কোনো একদিন ল্যাবরেটরিতে সিন্ড ও শুষ্ক বায়ু অর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের শুষ্ক বায়ুর পাঠ 30°C এবং সিন্ড বায়ুর পাঠ 28°C পাওয়া গেল। ভিন্ন ভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ ও গ্লেইসারের উৎপাদকের মান নিচের সারণি-১ এ প্রদত্ত হলো :

সারণি-১

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ(mHg)	গ্লেইসারের উৎপাদক
26°C	25.21×10^{-3}	1.69
28°C	28.35×10^{-3}	1.67
29°C	29.93×10^{-3}	1.66
30°C	31.83×10^{-3}	1.65

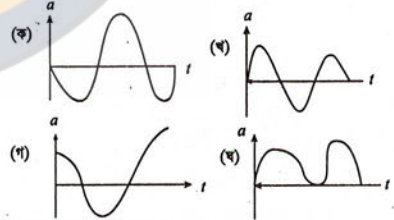
- (ক) সংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও। ১
- (খ) স্থিতিস্থাপক সীমা ও স্থিতিস্থাপক ক্রান্তির মধ্যে প্রধান পার্থক্য কী? ২
- (গ) ল্যাবরেটরিতে ঐ দিন আপেক্ষিক অর্দ্রতা কত ছিল নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) যদি ঐ দিন তাপমাত্রা হঠাৎ 1°C হ্রাস পায় তবে শিশিরাক্তের পরিবর্তন কিরূপ হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭

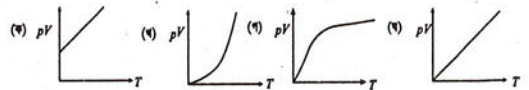
সেট : গ

বহুনির্বাচনি অজ্ঞান

- ১। ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য কমলে—
- (ক) রৈখিক বেগ বাড়ে, কৌণিক বেগ বাড়ে
- (খ) রৈখিক বেগ কমে, কৌণিক বেগ কমে
- (গ) রৈখিক বেগ স্থির থাকে, কৌণিক বেগ বাড়ে
- (ঘ) রৈখিক বেগ কমে, কৌণিক বেগ স্থির থাকে
- ২। $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণ হতে নিচের কোনটি সঠিক?
- (ক) T^2 vs g (খ) T^2 vs L (গ) T^2 vs $\frac{1}{g}$ (ঘ) T^2 vs $\frac{1}{L}$
- ৩। 2g ভরের একটি বস্তুকে 10cm একটি সুতার সাহায্যে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুর জড়তার ভ্রামক কত?
- (ক) 0.00002kgm^2 (খ) 0.02kgm^2
- (গ) 0.2kgm^2 (ঘ) 100kgm^2
- ৪। প্রমাণ তীব্রতার একক কোনটি?
- (ক) Wm^{-1} (খ) Wm^{-2}
- (গ) Bel (ঘ) dB
- ৫। $Y = A \sin \omega t$ একটি কণার সরণ হলে ত্বরণ বনাম সময় লেখচিত্র কোনটি?



- ৬। CO_2 গ্যাসের জন্য Y এর মান কত?
- (ক) 1.66 (খ) 1.41
- (গ) 1.33 (ঘ) 1.2
- ৭। আদর্শ গ্যাসের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?



- ৮। নিচের কোনটির দিক নির্দিষ্ট নয়?

- (ক) শূন্য ভেক্টর (খ) সমান ভেক্টর
- (গ) বিপরীত ভেক্টর (ঘ) বিপ্রতীপ ভেক্টর

৯। নিচের কোনটি স্কেলার রাশি?

- (ক) বলের ভ্রামক (খ) কৌণিক ভরবেগ
(গ) কেন্দ্রমুখী বল (ঘ) জড়তার ভ্রামক

১০। $\vec{A} = -2\vec{B}$ হলে, \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টর দুটি—

- i. সদৃশ
ii. বিসদৃশ
iii. সমরেখ
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১। কেপলারের সূত্রানুসারে—

- (ক) $T^3 \propto r^3$ (খ) $T \propto r^2$ (গ) $T \propto r^3$ (ঘ) $T^2 \propto r^3$

১২। G-এর মাত্রা কোনটি?

- (ক) $L^3T^{-2}M^{-2}$ (খ) $L^2T^{-2}M^{-1}$
(গ) $L^3T^{-2}M^{-2}$ (ঘ) $L^3T^{-2}M^{-1}$

১৩। নিচের কোনটির একক অন্য তিনটির একক হতে ভিন্ন?

- (ক) ঘনত্ব \times আয়তন \times বেগ
(খ) ভরবেগের পরিবর্তনের হার
(গ) ইয়ং এর স্থিতিস্থাপক গুণক \times ক্ষেত্রফল
(ঘ) ভর \times অভিকর্ষজ ত্বরণ

১৪। ভরবেগের ভ্রামকের মাত্রা কোনটি?

- (ক) ML^2T^{-2} (খ) MLT^{-2}
(গ) ML^2T^{-1} (ঘ) $M^0L^2T^{-2}$

“একটি হাতুড়ির ভর 1 kg। এটি 10 ms^{-1} বেগে চলে একটি পেরেকের মাথায় আঘাত করল। এতে পেরেকের সরণ হলো 2cm”।

উপরোক্ত তথ্য হতে ১৫ ও ১৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

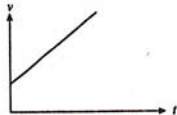
১৫। কতক্ষণ হাতুড়িটি পেরেকের সংস্পর্শে ছিল?

- (ক) $4 \times 10^{-3} \text{ sec}$ (খ) $2 \times 10^{-3} \text{ sec}$
(গ) $1 \times 10^{-3} \text{ sec}$ (ঘ) $0.25 \times 10^{-3} \text{ sec}$

১৬। হাতুড়ি দ্বারা সম্পাদিত কাজ কত?

- (ক) 100 J (খ) 50 J (গ) 10 J (ঘ) 0.2 J

১৭।



একটি কণার $v-t$ লেখচিত্র দেখানো হলো।

উপরের লেখচিত্র প্রকাশ করতে পারে—

- i. $v = v_0 + at$
ii. $a < 0$
iii. $F > 0$

উপরের সমীকরণ হতে কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও iii (খ) ii ও iii (গ) ii (ঘ) iii

১৮। ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণনকে বলে—

- (ক) জড়তার ভ্রামক (খ) টর্ক
(গ) কৌণিক ভরবেগ (ঘ) চক্রগতির ব্যাসার্ধ

“0.3 m দৈর্ঘ্যের একটি দোলক একটি অর্ধবৃত্তে দোল দেয়। এর ববের ভর 0.01 kg।”

উপরোক্ত তথ্য হতে ১৯ ও ২০নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৯। সর্বনিম্ন অবস্থানে গতিশক্তি কত?

- (ক) 2.425 J (খ) 0.0294 J (গ) 0.0194 J (ঘ) 0 J

২০। সর্বনিম্ন অবস্থানে ববটি ছিড়ে গেলে ববের গতিপথ প্রকাশকারী সমীকরণ কোনটি?

- (ক) $y = mx$ (খ) $y = c + mx$
(গ) $y = bx - cx^2$ (ঘ) $y = -cx^2$

২১। মেরু অপেক্ষা বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ কতটা কম?

- (ক) $\omega^2 R$ (খ) ωR (গ) $R \cos \theta$ (ঘ) $\omega^2 R \cos \theta$

২২। কোনো বস্তুর মুক্তি বেগ নির্ভর করে—

- i. গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর
ii. অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর
iii. বস্তুর ভরের উপর
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩। $pV = \frac{1}{3} mNC^2$ সমীকরণে C—

- (ক) গড় বেগ (খ) গড় বর্গ বেগ
(গ) মূল গড় বর্গবেগ (ঘ) আলোর বেগ

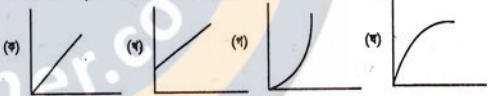
“একটি তারে 0.01 দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ব বিকৃতি 0.0024 হলো।”

উল্লিখিত তথ্য হতে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২৪। পয়সনের অনুপাতের মান—

- (ক) 0.2 (খ) 0.24 (গ) 2 (ঘ) 2.4

২৫। দৈর্ঘ্য বিকৃতি বনাম পার্শ্ব বিকৃতির লেখচিত্রের প্রকৃতি কোনটি?



উত্তরমালা				
১। (ঘ)	২। (খ)	৩। (ক)	৪। (খ)	৫। (ক)
৬। (গ)	৭। (ঘ)	৮। (ক)	৯। (ঘ)	১০। (খ)
১১। (ঘ)	১২। (ঘ)	১৩। (ক)	১৪। (গ)	১৫। (ক)
১৬। (খ)	১৭। (ক)	১৮। (খ)	১৯। (খ)	২০। (ঘ)
২১। (ক)	২২। (খ)	২৩। (খ)	২৪। (খ)	২৫। (ক)

কুমিল্লা বোর্ড-২০১৭

সৃজনশীল প্রশ্ন

সেট : ক

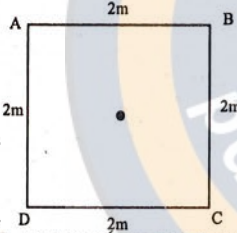
১। দুটি বিন্দুর ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় স্থানাঙ্কদ্বয় যথাক্রমে A(1, 0, -1) এবং B(1, 1, 0)।

(ক) ডান হাতি স্ক্রু নিয়মটি বিবৃত কর। ১

(খ) একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যেতে পারে—
ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) AB ভেক্টরের সমান্তরাল একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর। ৩

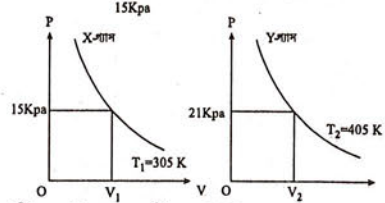
- (ঘ) দুটি বিন্দুর A ও B এর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপ এর তুলনামূলক বিশ্লেষণ কর। ৪
- ২। একটি ফুটবল প্রশিক্ষণকালে দুজন খেলোয়াড় উভয়ই 10ms^{-1} বেগে যথাক্রমে 30° এবং 60° কোণে ফুটবল কিক করলেন। একজন গোলকিপার বল দুটিকে মাটিতে পড়বার ঠিক আগ মুহূর্তে ধরবার জন্য দাঁড়িয়েছিলেন। ৬।
- (ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী? ১
- (খ) ঘূর্ণনশীল কণার ক্ষেত্রে রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগ পরস্পরের সাথে লম্ব— ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1sec. পরে বলটির বেগের মান কত? ৩
- (ঘ) গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বল দুটি ধরতে সক্ষম হবে—এর সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪
- ৩। 142 cm এবং 122 cm ব্যাসের দুটি বৈদ্যুতিক পাখা বানানো হলো। প্রথমটি মিনিটে 150 বার ও দ্বিতীয়টি মিনিটে 180 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 2s পর উভয় পাখা থেমে যায়।
- (ক) টর্কের সংজ্ঞা লিখ। ১
- (খ) ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) প্রথম পাখাটির প্রান্তবিন্দুতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ হিসাব কর। ৩
- (ঘ) সুইচ বন্ধ করার পর থেমে যাবার আগ পর্যন্ত উভয় পাখাই কী সমান সংখ্যক বার ঘুরে থেমেছে— যাচাই কর। ৪
- ৪।



2m বাহুবিশিষ্ট ABCD বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে 4kg, 4kg, 2kg ও 2kg ভরের চারটি বস্তু রাখা আছে। $[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}]$

- (ক) অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১
- (খ) পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষের ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) 'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কী না— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৫। A ও B দুটি তরল পদার্থ যাদের ঘনত্ব যথাক্রমে 1000 kgm^{-3} ও 800 kgm^{-3} । প্রথমে A তরল হতে 0.1 m দৈর্ঘ্যের তারকে অনুভূমিকভাবে উপরে উঠানো হলো। পরে 4mm ব্যাসার্ধের ও $7.8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ঘনত্বের একটি লোহার গোলককে A ও B উভয় তরলে ছেড়ে দিয়ে দেখা গেল তাদের প্রান্তবেগ যথাক্রমে $2.36 \times 10^2 \text{ ms}^{-1}$ ও $4 \times 10^2 \text{ ms}^{-1}$ । [A তরলের পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]
- (ক) স্থিতিস্থাপক সীমা কাকে বলে? ১
- (খ) তারের সম্প্রসারণে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়— ব্যাখ্যা কর। ২

- (গ) উদ্দীপকের তারটিকে উঠানোর সময় প্রযুক্ত বল এর মান হিসাব কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের কোন তরলটি বেশি সান্দ্র-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও। ৪

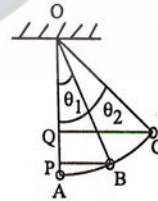


দুটি ভিন্ন পাত্রে সংরক্ষিত 325 gm এবং 288 ভরের 10 mole করে যথাক্রমে X গ্যাস ও Y গ্যাস এর জন্য দুটি P - V লেখ অঙ্কিত আছে।

- (ক) আপেক্ষিক ও আর্দ্রতার সংজ্ঞা লিখ। ১
- (খ) কুষ্টিয়ার কোনো একদিন সন্ধ্যায় শিশিরাক্ষ 15°C বলতে কী বুঝ? ২
- (গ) উদ্দীপক অনুযায়ী গ্যাসদ্বয়ের আয়তনের তুলনা (V_1 ও V_2) কর। ৩
- (ঘ) পাত্র দুটির মুখ একই সময়ে খুলে দিলে কোন পাত্রটি আগে খালি হবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৭। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ যা পরবর্তীতে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে।

$$Y = 0.5 \sin (400\pi t - \frac{2\pi}{5}x)$$

- (ক) তরঙ্গমুখ কী? ১
- (খ) ত্রয়ের মধ্যে কোন অষ্টক নেই— ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকে যে স্থির তরঙ্গটি সৃষ্টি হবে তার কম্পাঙ্ক মূল তরঙ্গটির কম্পাঙ্কের তুলনামূলক বিশ্লেষণ গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪



চিত্রে একটি সরল দোলক যার সুতার দৈর্ঘ্য 1.1m এবং ববের ব্যাসার্ধ 1.5 cm, ভর 60 gm এবং OA সাম্যাবস্থান। চিত্রে QC = 3cm এবং PB = 2cm $[g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$

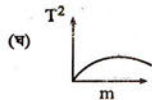
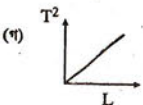
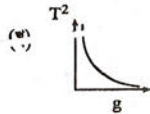
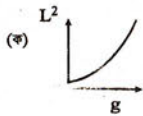
- (ক) পর্যাবৃত্ত গতির সংজ্ঞা লিখ। ১
- (খ) বল-সরণ হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃতকাজের পরিমাপ পাওয়া যায়—ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) সরল দোলকটির দোলনকাল হিসাব কর। ৩
- (ঘ) সরল দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

রাজশাহী বোর্ড-২০১৭

সেট : গ

বহুনির্বাচনি অজ্ঞা

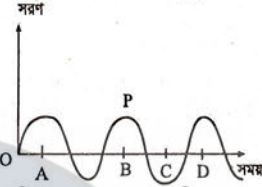
- ১। কোনো ডরল তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরুদ্ধে বাধা প্রদান করে, এ ঘটনাকে বলা হয়—
(ক) স্থিতিস্থাপকতা (খ) অস্থিতিস্থাপকতা
(গ) সান্দ্রতা (ঘ) সংনম্যতা
- ২। শিশিরাক্ষ বলতে আমরা বুঝি—
(ক) তাপ (খ) তাপমাত্রা
(গ) অর্দ্রতা (ঘ) আপেক্ষিক অর্দ্রতা
- ৩। একটি সরল গোলাকের ফাঁপা ববকে তরল দ্বারা পূর্ণ করে তলায় ছোট ছিদ্র করে দিলে এবং তরল ফোঁটায় ফোঁটায় পড়তে থাকলে দোলকটি—
i. প্রথমে ধীরে এবং পরে দ্রুত চলবে
ii. প্রথমে দ্রুত এবং পরে ধীরে চলবে
iii. লব্ধি ভারকেন্দ্র ক্রমান্বয়ে কেন্দ্র থেকে নিচে নামতে থাকে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৪। সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর বিস্তার 0.01m ও কম্পাঙ্ক 12Hz, বস্তুর 0.005m সরণে বেগ কত?
(ক) 0.03 ms^{-1} (খ) 0.3968 ms^{-1}
(গ) 0.5328 ms^{-1} (ঘ) 0.65264 ms^{-1}
নিচের অনুচ্ছেদটি পড় এবং ৫ ও ৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
0.01kg ভরের একটি বস্তুকণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলনগতি অর্জন করে। এর দোলনকাল 2 sec, বিস্তার 0.1m এবং সরণ 0.02m।
- ৫। বল ধ্রুবকের মান কত?
(ক) 0.0314 Nm^{-1} (খ) 0.0985 Nm^{-1}
(গ) 0.02465 Nm^{-1} (ঘ) 0.3944 Nm^{-1}
- ৬। উদ্দীপকে উল্লিখিত সরণকালে গতিশক্তি বিভবশক্তির কত গুণ হবে?
(ক) 0.42 গুণ (খ) 2.4 গুণ (গ) 4.2 গুণ (ঘ) 24 গুণ
- ৭। পরিবর্তনশীল বলের ক্ষেত্রে—
(ক) শুধু বলের মান পরিবর্তিত হয়
(খ) শুধু বলের দিক পরিবর্তিত হয়
(গ) বলের মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তিত হয়
(ঘ) বলের মান ও দিক উভয়ই অপরিবর্তিত থাকে
- ৮। নিচের কোন লেখচিত্রটি সরলদোলকের তৃতীয় সূত্রকে প্রকাশ করে?



৯। $|\vec{A} \times \vec{B}|^2 =$ নিচের কোনটি?

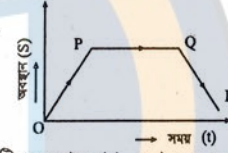
- (ক) $A^2B^2 - (\vec{A} \cdot \vec{B})^2$ (খ) $A^2B^2 - 2\vec{A} \cdot \vec{B}$
(গ) $A^2B^2 + 2AB \sin \theta$ (ঘ) $A^2B^2 + 2AB \cos \theta$

- ১০। একটি গতিশীল বস্তুকণার বেগ $V = (10 + 4t^2)$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। 3 সেকেন্ড পরে বস্তুর ত্বরণ কত?
(ক) 34 ms^{-2} (খ) 34 ms^{-1}
(গ) 24 ms^{-1} (ঘ) 24 ms^{-2}



- ১১। চিত্র হতে P বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর এবং C বিন্দুর দশা পার্থক্যের অনুপাত হবে—
(ক) 1.5 : 2 (খ) 1.5 : 2.5
(গ) 2 : 1 (ঘ) 3 : 2

১২।



উপরের চিত্রটি অবস্থান (s) বনাম সময় (t) লেখচিত্র নির্দেশ করে। চিত্রে—

- i. বস্তুর বেগ OP অঞ্চলে ধ্রুব এবং সরণ বৃদ্ধি পাচ্ছে
ii. বস্তুর বেগ PQ অঞ্চলে শূন্য এবং সরণ ধ্রুবক
iii. বস্তুর বেগ QR অঞ্চলে ধ্রুব এবং সরণ হ্রাস পাচ্ছে
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ১৩। কোন গোলায় ভরের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করার জন্য কোন সমীকরণটি ব্যবহৃত হয়?

- (ক) $R = \frac{d^2}{6} + \frac{h}{2}$ (খ) $R = \frac{d^2}{6} + \frac{h}{6}$
(গ) $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$ (ঘ) $R = \frac{d^2}{12} + \frac{h}{2}$

- ১৪। বলের ঘাত হচ্ছে—

- i. বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফল
ii. ভরবেগের পরিবর্তন
iii. ভরবেগের পরিবর্তনের হার
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ১৫। চাপ একটি যৌগিক রাশি। এর এসআই একক হচ্ছে—

- i. প্যাসকেল ii. নিউটন/মিটার^২
iii. ডাইন/সেমি^২
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৬। P ও Q এর স্থানাঙ্ক $(3, -2, 1)$ এবং $(3, -4, 5)$, PQ এর মান কত?

(ক) $\sqrt{20}$ (খ) $\sqrt{29}$ (গ) $\sqrt{56}$ (ঘ) $6\sqrt{3}$

১৭। 4kg ভরের একটি পাথরকে 100 m উঁচু বিল্ডিংয়ের উপর থেকে ছেড়ে দেয়া হলে ভূমিতে পতিত হতে কত সময় লাগবে?

(ক) 3.2 সে. (খ) 4.5 সে. (গ) 10.2 সে. (ঘ) 20.4 সে.

১৮। প্রক্ষেপকের বিচরণকালের সমীকরণ—

$$(ক) T = \frac{V_0 \sin \theta_0}{g} \quad (খ) T = \frac{2V_0 \sin \theta_0}{g}$$

$$(গ) T = \frac{V_0^2 \sin \theta_0}{2g} \quad (ঘ) T = \frac{V_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

১৯। স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে 2 m দূরত্ব অতিক্রম করে, পরবর্তী 2 m দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

(ক) 0.41 সে. (খ) 1.0 সে. (গ) 1.41 সে. (ঘ) 2.0 সে.

২০। বলের ঘাতের একক হলো—

(ক) kgms^{-2} (খ) kgms^{-1} (গ) kgm^{-2}s (ঘ) kgms^1

২১। 0.25 kg ভরের একটি ক্রিকেট বল 40ms^{-1} বেগে আসছিল। একজন খেলোয়াড় বলটিকে 0.2 সেকেন্ডে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত গড় বল কত?

(ক) 20 N (খ) 10 N (গ) -20 N (ঘ) -50 N

২২। 1 কিলোওয়াট ঘণ্টা সমান—

(ক) 1000 J (খ) 3600 J (গ) 6000 J (ঘ) $3.6 \times 10^6\text{ J}$

২৩। 1kg ভরের দুটি বস্তুকে পরস্পর হতে 1m দূরে স্থাপন করলে তারা পরস্পরকে যে বল দ্বারা আকর্ষণ করে তার মান হলো—

(ক) 1 N (খ) $6.67 \times 10^{-7}\text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$
(গ) $6.67 \times 10^{-11}\text{ N-m}^2\text{kg}^{-2}$ (ঘ) $6.67 \times 10^{-11}\text{ N}$

২৪। একটি তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি 0.02 এবং পার্শ্ব বিকৃতি 0.002 হলে এর পয়সনের অনুপাত কত?

(ক) 0.00004 (খ) 0.0004 (গ) 0.1 (ঘ) 10

২৫। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা হলো—

(ক) $[\text{ML}^{-2}\text{T}^{-1}]$ (খ) $[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}]$
(গ) $[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}]$ (ঘ) $[\text{MLT}^{-1}]$

উত্তরমালা				
১। (গ)	২। (খ)	৩। (খ)	৪। (ঘ)	৫। (খ)
৬। (ঘ)	৭। (গ)	৮। (খ)	৯। (ক)	১০। (ঘ)
১১। (গ)	১২। (ঘ)	১৩। (গ)	১৪। (ক)	১৫। (ক)
১৬। (ক)	১৭। (খ)	১৮। (খ)	১৯। (ক)	২০। (ঘ)
২১। (ঘ)	২২। (গ)	২৩। (ঘ)	২৪। (গ)	২৫। (খ)

রাজশাহী বোর্ড-২০১৭

সৃজনশীল প্রশ্ন

সেট : ক

১। কোনো এক বৃষ্টির দিনে নাফিসা জানালার পাশে দাঁড়িয়ে দেখছিল বৃষ্টি উল্লম্বভাবে 6 kmh^{-1} বেগে পতিত হচ্ছে। নাফিসা লক্ষ্য করল, রাস্তায় একজন লোক 4 kmh^{-1} বেগে হাঁটছে এবং অপরজন 8 kmh^{-1} বেগে সাইকেলে যাচ্ছে। তাদের উভয়ের ছাতা ভিন্ন ভিন্ন কোণে বাঁকাভাবে ধরা।

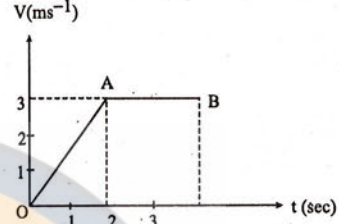
(ক) একক ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও।

(খ) কোনো রাশির পরিমাপ প্রকাশ করতে এককের প্রয়োজন হয় কেন?

(গ) উদ্দীপকে হেঁটে চলা লোকটির সাপেক্ষে পড়ন্ত বৃষ্টির লব্ধি বেগ কত?

(ঘ) হেঁটে চলন্ত লোকটির এবং সাইকেলে চলন্ত লোকটির ছাতা একই রকমভাবে বাঁকানো নয়— নাফিসার পর্যবেক্ষণটি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

২। নিচে বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র দেখানো হলো :



(ক) স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে?

(খ) ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুস্থম থাকে না— ব্যাখ্যা কর।

(গ) উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক না ভিন্ন—গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

৩। 80 kg ভরের একজন লোক 20 kg ভরের একটি বোঝা মাথায় নিয়ে 40 m দৈর্ঘ্যের মই বেয়ে একটি দালানের ছাদে উঠলো। মইটি অনুভূমিকের সাথে 40° কোণ উৎপন্ন করে দালানের ছাদে লাগানো ছিল।

(ক) পরবশ কম্পন কী?

(খ) একটি ফাঁপা গোলককে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দ্রুত না ধীরে চলবে— ব্যাখ্যা কর।

(গ) লোকটি কর্তৃক কৃত কাজ বের কর।

(ঘ) মইটির দৈর্ঘ্য 60 m হলে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে স্থাপন করলে একই পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হবে এবং এ ক্ষেত্রে কোনো সুবিধা পাওয়া যাবে কিনা— গাণিতিকভাবে মতামত দাও।

৪। একদল শিক্ষার্থী পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে 500 gm ভরের একটি বস্তুকে তারের প্রান্তে আঁটায় ঝুলিয়ে দোল দিল। তারা দেখল যে, এটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার স্পন্দিত হচ্ছে। বস্তুটির সর্বাধিক সরণ 5 cm এবং বিস্তার 10 cm ।

(ক) প্রমাণ তীব্রতা কী?

(খ) মানুষের শ্রাব্যতার তীব্রতার অনুপাত 10^{12} — ব্যাখ্যা কর।

(গ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত হবে?

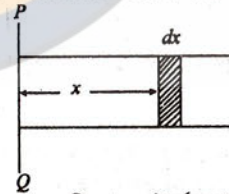
(ঘ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের 10 গুণ হবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

৫। $y = 0.5 \sin 2\pi (50t - 0.75x)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ।

(ক) বিট কী?

(খ) অনুবাদ একটি বিশেষ ধরনের আরোপিত কম্পন— ব্যাখ্যা কর।

- (গ) তরঙ্গটি ৬ সে. এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে? ৩
(ঘ) যদি এরূপ আর একটি তরঙ্গ বিপরীত দিক হতে পরস্পরের উপর আপতিত হয় তবে সৃষ্ট তরঙ্গটি কিরূপ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪
- ৬। রাস্তার কোনো এক বাকের ব্যাসার্ধ ৫০ m এবং রাস্তার উভয় পার্শ্বের উচ্চতার পার্থক্য ০.৫ m. রাস্তার প্রস্থ ৫m.
(ক) কেন্দ্রস্থলী বল কাকে বলে? ১
(খ) “জড়তার ভ্রামক 50 kgm^2 ” বলতে কী বোঝ? ২
(গ) রাস্তার প্রকৃত ব্যাংকিং কোণ কত? ৩
(ঘ) উদ্দীপকের রাস্তায় 108 kg/h বেগে একটি গাড়ি নিরাপদে চালানো সম্ভব কিনা— গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪
- ৭। ইতি তার পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে 100 cm লম্বা ও 4 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের নিচ প্রান্তে ভার ঝুলিয়ে এর দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তনের পাঠ নিল এবং তার বাক্ববী বিখীকে বলল যে তার পরীক্ষায় দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও পার্শ্ব পরিবর্তন যথাক্রমে ৫% ও ৬% পাওয়া গেছে। এটা শুনে বিখী বলল, হতে পারে না। তোমার উপাত্ত সঙ্গ্রহে ভুল হয়েছে। (তারের ইয়ং-এর গুণক $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)
(ক) শিশিরকে কী? ১
(খ) কোন স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 5 N/m বলতে কী বুঝ? ২
(গ) উদ্দীপকে বর্ণিত তারটির দৈর্ঘ্য 10 mm বৃদ্ধি করতে কত ভার চাপাতে হবে? ৩
(ঘ) বিখীর উক্তির যথার্থতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪
- ৮। পদার্থবিজ্ঞান বিভাগের প্রধান স্যার অফিস কক্ষে প্রবেশ করে দেখতে পেলেন হাইড্রোমিটারের শুষ্ক বাষ্পের পাঠ 30°C এবং ঐদিন আপেক্ষিক আর্দ্রতা ছিল ৭৫%। তিনি এসি চালু করে কক্ষের তাপমাত্রা 23°C -এ নামিয়ে নিলেন। তখন আর্দ্র বাষ্পের পাঠ 14.76°C । গ্রেইসারের তালিকায় 30°C এবং 23°C এ গ্রেইসারের উৎপাদক যথাক্রমে $G = 1.65$ এবং $G = 1.74$ । রেনোর তালিকায় 30°C , 23°C , 8°C এবং 9°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 29.92 mm , 20.24 mm , এবং 9.22 mm পারদ চাপ।
(ক) স্বাধীনতার মাত্রা কী? ১
(খ) একই তাপমাত্রায় ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুবক থাকে— ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) ঐ দিন সন্ধ্যায় বায়ুর তাপমাত্রা 23°C -এ নেমে এলে বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে? ৩
(ঘ) কক্ষের ভিতর এসি চালু করায় বিভাগীয় প্রধান স্যার আরাম বোধ করেন কেন? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪
- নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
কোনো বস্তুর ভর ($100 \text{ kg} \pm 2\%$) এবং আয়তন ($10 \text{ m}^3 \pm 3\%$)। নির্দেশনার আলোকে ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
২। ঐ বস্তুর ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি কত?
(ক) ১০ (খ) ৫ (গ) ০.৫ (ঘ) ০.১
৩। ঐ বস্তুর ঘনত্বের পরম ত্রুটির সঠিক মান কোনটি?
(ক) 5 kgm^{-3} (খ) 5 gmm^{-3} (গ) 0.5 kgm^{-3} (ঘ) 0.5 kgft^{-3}
৪। শিশির হচ্ছে—
(ক) পানির ফোঁটা (খ) তাপমাত্রা
(গ) তাপ (ঘ) আর্দ্রতা
একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে 10 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলো।
তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
৫। নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক বেগ কত?
(ক) 3 ms^{-1} (খ) 4 ms^{-1} (গ) 5 ms^{-1} (ঘ) 6 ms^{-1}
৬। সর্বোচ্চ উচ্চতায় বিভব শক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত কত?
(ক) ১:২ (খ) ১:১ (গ) ৩:২ (ঘ) ৩:১
৭। কোনটি পদার্থের সাধারণ ধর্ম?
(ক) পৃষ্ঠশক্তি (খ) সান্দ্রতা (গ) স্থিতিস্থাপকতা (ঘ) পৃষ্ঠটান
৮। R ও 4R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণরত দুটি কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কালের অনুপাত হবে—
(ক) ৪:১ (খ) ৪:১ (গ) ১:৪ (ঘ) ১:৪
৯। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল যথাক্রমে \vec{F}_1 ও \vec{F}_2 হলে—
i. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ii. $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ iii. $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = F_1 F_2$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১০। 'pV' রাশিটির গ্যাসের ক্ষেত্রে নির্দেশ কর—
(ক) শক্তি (খ) ক্ষমতা (গ) ভরবেগ (ঘ) জড়তা
নিচের চিত্রের আলোকে ১১ ও ১২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



যশোর বোর্ড-২০১৭

সেট : গ বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

- ১। অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন ঘটে—
i. উচ্চতার জন্য
ii. পৃথিবীর কক্ষপথে ঘূর্ণনের জন্য
iii. পৃথিবীর নিজ অক্ষ ঘূর্ণনের জন্য

- চিত্রে, সরু ও সুঘন রডটির ভর ও দৈর্ঘ্য যথাক্রমে M ও L ।
১১। রডটির ক্ষুদ্র অংশ dx এর ভর কোনটি?
(ক) $ML^{-1}x$ (খ) MLx^{-1} (গ) $ML^{-1}dx$ (ঘ) $MLdx$
১২। PQ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে রডটির জড়তার ভ্রামকের সমাকলিত রূপ কোনটি?

$$(ক) \frac{M}{L} \int_0^L x^2 dx \quad (খ) \frac{M}{L} \int_0^L x dx$$

$$(গ) \frac{M}{L} \int_0^L x^{-1} dx \quad (ঘ) \frac{M}{L} \int_0^L x^2 dx$$

১৩। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণের কোন মানের জন্য বল দ্বারা কাজ সম্পন্ন হবে?

- (ক) 60° (খ) 120° (গ) 180° (ঘ) 210°

১৪। একটি পাখা প্রতি মিনিটে 30 বার ঘুরছে। এর কৌণিক বেগ কত?

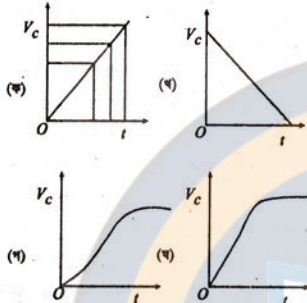
- (ক) $\pi \text{ rads}^{-1}$ (খ) $2\pi \text{ rads}^{-1}$
(গ) $15\pi \text{ rads}^{-1}$ (ঘ) $60\pi \text{ rads}^{-1}$

১৫। কোনো কণার স্পন্দন গতির সমীকরণ

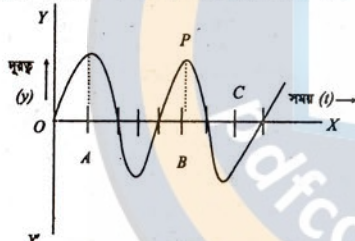
$$x = 10 \sin(6\pi t + 3\pi)$$

- (ক) 1.5 Hz (খ) 3 Hz (গ) 6 Hz (ঘ) 10 Hz

১৬। তরলের মধ্যে পড়ন্ত কোনো বস্তুর অভ্যবেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়েছে। কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



উদ্দীপকের আলোকে ১৭ ও ১৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ অঙ্কন করা হয়েছে।

১৭। O ও P বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য কত?

- (ক) $\frac{\pi}{2}$ (খ) $\frac{3\pi}{2}$ (গ) $\frac{5\pi}{2}$ (ঘ) $\frac{7\pi}{2}$

১৮। P চিত্রে বিন্দুর সাপেক্ষে A ও C বিন্দুর পথ পার্থক্যের অনুপাত কোনটি?

- (ক) 3 : 4 (খ) 3 : 2 (গ) 2 : 1 (ঘ) 4 : 3

১৯। কোনো দোলক ঘড়ির পর্যায়কাল গ্রীষ্মকালে 2.002 sec হয়।

ঘড়িটি ঘন্টায় কত সেকেন্ড গলো হবে?

- (ক) 2.5 s (খ) 3.6 s (গ) 4.5 s (ঘ) 6.6 s

২০। লেভেল ট্রাফি কোন যন্ত্রের পরিমাপের জন্য প্রযোজ্য?

- (ক) স্কুগেজ (খ) মিটার স্কেল
(গ) উদস্থিতি নিক্তি (ঘ) ফেরোমিটার

২১। স্রোতযুক্ত নদীতে সর্বনিম্ন সময়ে ওপারে যেতে স্রোতের সাথে কিভাবে নৌকা চালনা করতে হবে?

- (ক) 45° (খ) 60° (গ) 90° (ঘ) 120°

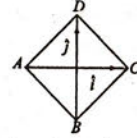
২২। পরিমাপের যথার্থতা কার সাথে সম্পর্কিত?

- i. ত্রুটির
ii. যন্ত্রের
iii. ভুলের

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্রের আলোকে ২৩ ও ২৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে কর্ণদ্বয় হচ্ছে $\vec{AC} = \hat{i}$ ও $\vec{BD} = \hat{j}$.

২৩। \vec{AB} ভেক্টরের সঠিক রূপ কোনটি?

- (ক) $(\hat{i} + \hat{j})/4$ (খ) $(\hat{i} - \hat{j})/2$
(গ) $(\hat{i} + \hat{j})/2$ (ঘ) $(\hat{j} - \hat{i})/2$

২৪। ABCD সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল কত?

- (ক) 0.5 একক (খ) 1.0 একক
(গ) 1.5 একক (ঘ) 2.0 একক

২৫। কোনটি বলের ঘাতের মাত্রা সমীকরণ?

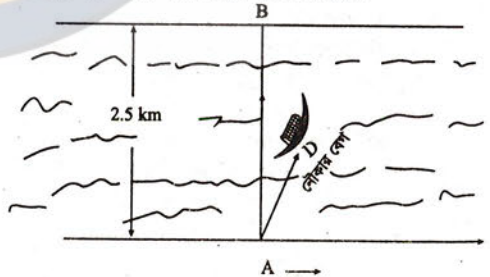
- (ক) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ (খ) MLT^{-1}
(গ) MLT^{-2} (ঘ) $\text{M}^{-1}\text{LT}^{-2}$

উত্তরমালা				
১। (খ)	২। (খ)	৩। (গ)	৪। (ক)	৫। (গ)
৬। (ঘ)	৭। (গ)	৮। (ঘ)	৯। (ক)	১০। (ক)
১১। (গ)	১২। (ক)	১৩। (ক)	১৪। (ক)	১৫। (খ)
১৬। (ঘ)	১৭। (গ)	১৮। (গ)	১৯। (খ)	২০। (গ)
২১। (ঘ)	২২। (ক)	২৩। (খ)	২৪। (ক)	২৫। (খ)

যশোর বোর্ড-২০১৭

সৃজনশীল প্রশ্ন সেট : ক

১। একটি নৌকা চিত্রানুযায়ী 2.5 km প্রস্থের একটি নদীতে A অবস্থান হতে অন্য প্রান্তে AD বরাবর যাচ্ছে।



স্থির পানিতে নৌকার বেগ = $(3\hat{i} + 3\hat{j} \text{ ms}^{-1})$ এবং স্রোতের

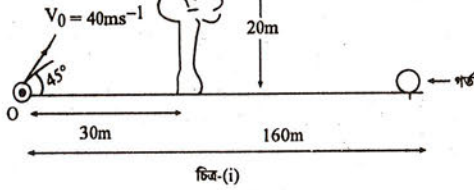
বেগ = $2\hat{i} \text{ ms}^{-1}$. অন্য একটি ক্ষেত্রে নৌকাটিকে

একই দ্রুতিতে চালানো হয়।

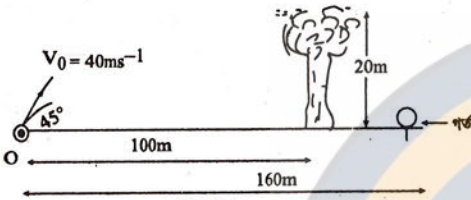
(ক) স্বাধীন ভেক্টর কাকে বলে?

(খ) প্রত্যায়নী বল দ্বারা কৃত কাজ কখন ঋণাত্মক হবে- ব্যাখ্যা কর।

- (গ) নদীর সমতলের লম্ব বরাবর একক ভেক্টর নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপক অনুসারে কোন ক্ষেত্রে নৌকাটি আগে অপর তীরে পৌঁছেবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক উত্তর দাও। ৪
- ২। একজন গলফ খেলোয়ার চিত্র (i) ও চিত্র (ii) পরিস্থিতিতে বল গর্তে ফেলার জন্য O বিন্দু থেকে বলকে আঘাত করে।

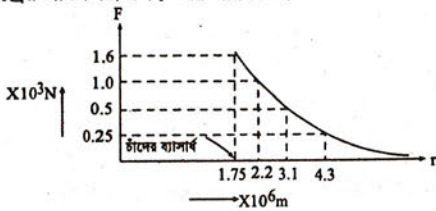


চিত্র-(i)



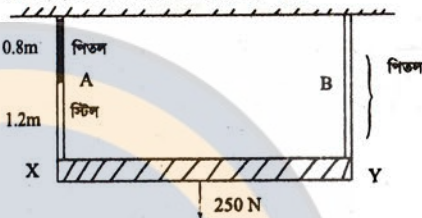
চিত্র-(ii)

- (ক) মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? ১
 (খ) কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 rd s^{-2} বলতে কী বুঝ? ২
 (গ) ২ সেকেন্ড পর বলের বেগ কত? ৩
 (ঘ) উদ্দীপকের কোন চিত্রের বলটি গর্তে পড়বে- গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর। ৪
- ৩। 30 gm ভরের একটি মার্বেল 10 ms^{-1} বেগে সোজা গিয়ে একটি স্থির মার্বেলকে ধাক্কা দেয়। ধাক্কার পর মার্বেলটি তার 75% বেগ হারায় এবং স্থির মার্বেলটি 9 ms^{-1} বেগ লাভ করে স্থির অবস্থান থেকে 3m দূরে একটি মাটির দেয়ালকে ধাক্কা দেয়, মাটির দেয়ালের বাধাদানকারী বল 3N। (বাতাসের বাধা উপেক্ষা করে)।
- (ক) স্থিতিস্থাপক ক্রান্তি কাকে বলে? ১
 (খ) পরিমাপের সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকবে কিনা ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) স্থির মার্বেলটির ভর নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) মার্বেলটি দেয়ালের ভিতর ঢুকতে পারবে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৪। লেখচিত্রে দেখানো হলো চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r , চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

- (ক) গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি লিখ। ১
 (খ) পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবীপৃষ্ঠ ও চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা কর। ৪
- ৫। একটি 250 ওজনের ভারী সুস্থম ধাতব বার XY সমান দৈর্ঘ্যের দুটি তার A ও B সমান দৈর্ঘ্যের দুটি তার A ও B দ্বারা অনুভূমিক তলে ঝুলানো আছে। যা চিত্রে দেখানো হয়েছে (অসম্প্রসারিত অবস্থা)। প্রতিটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$, B তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি 2.5×10^{-4} , A তারের 0.8m পিতলের বাকি 1.2 m স্টিলের।
- স্টিলের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$
 পিতলের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= 1 \times 10^{11} \text{ Pa}$



- (ক) সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা সমীকরণ লিখ। ১
 (খ) পৃথিবীর কেন্দ্রে সরলদোলকের দোলনকাল কিরূপ হবে- ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) বারের কোন প্রান্তে বেশি নিচু হবে, যাচাই কর। ৪
- ৬। একটি সরলদোলকের ববের ভর $1.2 \times 10^{-2} \text{ kg}$ । এটি 51mm বিস্তারে দুলছে। এটি 25টি দোলন সম্পন্ন করতে 49.75 সে: সময় নেয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$
- (ক) যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা কাকে বলে? ১
 (খ) টিসু পেপার দ্বারা পানির শোষণ ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) দোলকটিকে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 53760 m উচ্চতায় নিয়ে গেলে ববের সর্বোচ্চ সরণে ববের উপর প্রত্যাঘন বলের কিরূপ পরিবর্তন হবে যাচাই কর। ৪

- ৭। বায়ুতে দুটি শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ হলো :

$$Y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 16.35 (105.1 \pi t - x)$$

$$Y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110 (15.764 \pi t - 0.15x)$$

এখানে সব কয়টি রাশি SI এককে প্রকাশিত। বায়ুর ঘনত্ব 1.29 kgm^{-3} ।

- (ক) অনুনাদ কাকে বলে? ১
 (খ) ডায়াটোনিক স্বরধামের সকল উপস্বর হারমোনিক নয় কেন ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) তরঙ্গদ্বয় একই সময়ে শব্দায়িত করা হলে প্রতি সে: উৎপন্ন বিট নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) দ্বিতীয় তরঙ্গের মাধ্যমে উৎপন্ন শব্দটি হাসপাতালের পরিবেশের জন্য উপযুক্ত হবে কিনা- ত্রিভুজের লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে যাচাই কর। ৪

- ৮। একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে স্থির চাপে প্রমাণ তাপমাত্রার কিছু পরিমাণ O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করায় গ্যাসের আয়তন দ্বিগুণ হলো। এতে তার বন্ধু মন্তব্য করল পরীক্ষাধীন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগও দ্বিগুণ হবে।
 (ক) বলের ঘাত কাকে বলে? ১
 (খ) একটি ভারী স্থির বস্তুর ও হালকা গতিশীল বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে তাদের বেগের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তার বন্ধুর মন্তব্যের যথার্থতা যাচাই কর। ৪

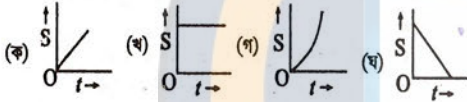
চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭

সেট : ক

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

- ১। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা কোনটি?
 (ক) $ML^{-2}T^{-1}$ (খ) $ML^{-2}T^{-2}$ (গ) $ML^{-1}T^{-2}$ (ঘ) $ML^{-1}T^{-1}$
 ২। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে ঋণাত্মক কাজের শর্ত হবে—
 (ক) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ (খ) $0^\circ < \theta \leq 180^\circ$
 (গ) $18^\circ \leq \theta < 90^\circ$ (ঘ) $90^\circ \leq \theta < 0^\circ$
 ৩। $S = \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণে S সরণ, t সময় এবং a ত্বরণ নির্দেশ করে।

নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



৪।



চিহ্নের m ভরের বস্তুটি টেনে ছেড়ে দিলে স্পন্দনের কম্পাঙ্ক হবে—

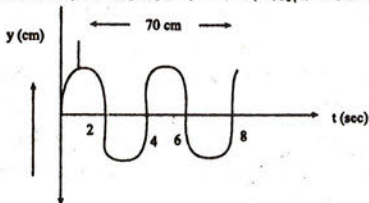
(ক) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 - k_2}{m}}$ (খ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$
 (গ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$ (ঘ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 - k_2}}$

- ৫। 2kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ $2kgms^{-1}$ হলে গতিশক্তি কত হবে?
 (ক) 1J (খ) 1.5J (গ) 2J (ঘ) 4J



- ৬। চিত্র অনুসারে 2m ব্যাসার্ধের একটি অর্ধবৃত্তাকার পথে একটি বস্তুকণা গতিশীল। 2sec এ কণাটি P থেকে Q বিন্দুতে পৌঁছায়, কণাটির গড় বেগ কত?

(ক) $1 ms^{-1}$ (খ) πms^{-1} (গ) $2 ms^{-1}$ (ঘ) $2\pi ms^{-1}$
 নিচের চিত্রের আলোকে ৭ ও ৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

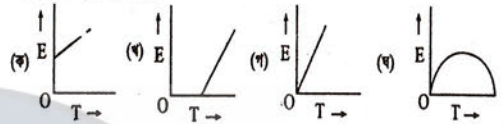


- ৭। তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?
 (ক) 35 cm (খ) 40 cm (গ) 60 cm (ঘ) 70 cm
 ৮। তরঙ্গটির বেগ কত cms^{-1} ?
 (ক) 8.75 (খ) 10.0 (গ) 15.0 (ঘ) 17.5

- ৯। ভেক্টর \vec{V} কখন সলিনয়েড হবে?

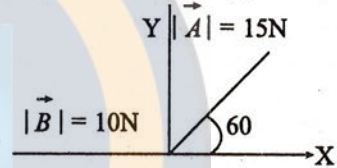
(ক) $\vec{V} \cdot \vec{V} = 0$ (খ) $\vec{V} \times \vec{V} = \vec{0}$
 (গ) $\vec{V} \cdot \vec{V} = 0$ (ঘ) $\vec{V} \cdot \vec{V} \neq 0$

- ১০। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে গতিশক্তি (E) বনাম তাপমাত্রা (T) এর লেখচিত্র কোনটি?



- ১১। \vec{P} ও \vec{Q} ভেক্টরদ্বয় লম্ব হওয়ার শর্ত কোনটি?

(ক) $\vec{P} \cdot \vec{Q} = 0$ (খ) $\vec{P} \cdot \vec{Q} = 1$
 (গ) $\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{0}$ (ঘ) $\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{1}$



- ১২। উপরের চিত্রের আলোকে $|\vec{A} + \vec{B}| = ?$

(ক) 15.81 N (খ) 14 N
 (গ) 13.23 N (ঘ) 11.23 N

- ১৩। কোনো একটি কাল্পনিক গ্রহের ভর এবং ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করলে উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগ—

i. বাড়তে পারে ii. কমতে পারে
 iii. অপরিবর্তিত থাকতে পারে
 নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ১৪। ফেরোমিটারের সাহায্যে কোনো তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের সমীকরণ কোনটি?

(ক) $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$ (খ) $R = \frac{d^2}{6h} - \frac{h}{2}$
 (গ) $R = \frac{d^2}{4h} + \frac{h}{2}$ (ঘ) $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{4}$

- ১৫। পৃথিবীর ঘূর্ণন না থাকলে পৃথিবীপৃষ্ঠের কোনো স্থানে বস্তুর ওজন—

(ক) বৃদ্ধি পাবে (খ) শূন্য হবে
 (গ) অসীম হবে (ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৬ ও ১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

100 cm দীর্ঘ $1 \times 10^{-2} cm^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $1.24 \times 10^{11} Nm^{-2}$ একে টেনে 0.2 cm বৃদ্ধি করা হলো।

১৬। কতটুকু কাজ সম্পন্ন হবে?

- (ক) 0.114J (খ) 0.124J (গ) 0.248J (ঘ) 0.288J

১৭। এ ক্ষেত্রে—

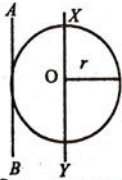
i. বিকৃতি = 0.002

ii. পীড়ন = $2.48 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$ iii. পীড়ন \propto বিকৃতি

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উদ্দীপকের আলোকে ১৮ ও ১৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চাকতির ভর = M

১৮। নিচের চাকতির : XY অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধের ভ্রামক—

- (ক)
- $\frac{r}{2}$
- (খ)
- $\frac{r}{\sqrt{2}}$
- (গ) r (ঘ)
- $\sqrt{\frac{3}{2}} r$

১৯। AB অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক কত হবে?

- (ক)
- $\frac{1}{4}Mr^2$
- (খ)
- $\frac{1}{2}Mr^2$
- (গ)
- Mr^2
- (ঘ)
- $\frac{3}{2}Mr^2$

উদ্দীপকের আলোকে ২০ ও ২১নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি সরলদোলকের বিস্তার A এবং দোলনকাল T, দোলকটি x = $\frac{A}{2}$ সরণের সময়কাল t সেকেন্ড।

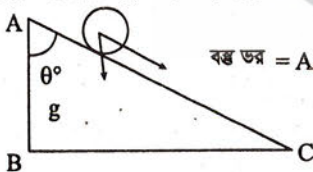
২০। দোলকটির সর্বোচ্চ বেগ—

- (ক)
- $\frac{2\pi}{T}$
- (খ)
- $\frac{2\pi A}{T}$
- (গ)
- $\frac{\pi A}{T}$
- (ঘ)
- $\frac{\pi A}{2T}$

২১। উদ্দীপকের সময়কাল t = কত?

- (ক)
- $\frac{T}{2}$
- (খ)
- $\frac{T}{4}$
- (গ)
- $\frac{T}{8}$
- (ঘ)
- $\frac{T}{12}$

নিচের চিত্রের আলোকে ২২ ও ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



বস্তুর ভর = A

২২। A বিন্দু হতে C বিন্দুতে বস্তুটি পৌঁছায়—

- (ক) সমমন্দনে (খ) সমত্বরণে
-
- (গ) সমবেগে (ঘ) অসমবেগে

২৩। AC তলে নামার সময় বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল কত?

- (ক) mg (খ) mg cos theta (গ) mg sin theta (ঘ) শূন্য

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

20°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসের চাপ স্থির রেখে এর আয়তন দ্বিগুণ করা হলো।

২৪। উদ্দীপকটি নিচের কোন সূত্রকে সমর্থন করে?

- (ক) বয়েলের সূত্র (খ) চার্লস এর সূত্র
-
- (গ) চাপের সূত্র (ঘ) অ্যাভোগ্যাড্রোর সূত্র

২৫। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত?

- (ক) -273°C (খ) 300°C
-
- (গ) 313°C (ঘ) 586°C

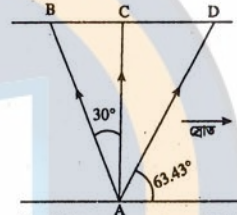
উত্তরমালা				
১। (ঘ)	২। (খ)	৩। (গ)	৪। (গ)	৫। (ক)
৬। (গ)	৭। (খ)	৮। (খ)	৯। (ক)	১০। (ক)
১১। (ক)	১২। (গ)	১৩। (ঘ)	১৪। (ক)	১৫। (গ)
১৬। (গ)	১৭। (ঘ)	১৮। (খ)	১৯। (ঘ)	২০। (খ)
২১। (খ)	২২। (খ)	২৩। (খ)	২৪। (খ)	২৫। (গ)

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭

সৃজনশীল প্রশ্ন

সেট : ক

১।

চিত্রানুযায়ী একটি নদী 31km প্রশস্ত। দুটি ইঞ্জিন বোট আড়াআড়ি পার হওয়ার জন্য A হতে অভিন্ন বেগে যাত্রা শুরু করল যাদের একটি AB বরাবর অপরটি AC বরাবর। প্রথমটি আড়াআড়ি পার হয়ে C বিন্দুতে পৌঁছালেও দ্বিতীয়টি D বিন্দুতে পৌঁছায়। স্রোতের বেগ 9km h⁻¹।

- (ক) অবস্থান ভেট্টর কাকে বলে? ১
(খ) প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য কিনা? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপক হতে নৌকার অভিন্ন বেগ হিসাব কর। ৩
(ঘ) নৌকা দুটি একই সময়ে নদীর অপর পারে পৌঁছায় কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

২। নিচের ছকে 10gm ভরের একটি গতিশীল কণার সময়ের সাপেক্ষে বেগ ও সরণ দেখানো হলো:

t(s)	0	2	4	6	8	10
v(ms ⁻¹)	2	6	10	14	18	22
S(m)	0	8	22	48	80	120

- (ক) এক মোলের সংজ্ঞা দাও। ১
(খ) প্রদত্ত ছক ব্যবহার করে v बनाम t লেখচিত্র অঙ্কন করে বেগ সম্পর্কে মতামত দাও। ২
(গ) উদ্দীপকের কণাটির নবম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) কণাটির 6 সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ এবং 6তম সেকেন্ডে সম্পাদিত কাজ একই কিনা বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ৩। একদল বিজ্ঞানী 100 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ উপরে উঠিয়ে 3.1 km/s রৈখিক বেগ প্রদান করে চাঁদ সদৃশ উপগ্রহে পরিণত করার চেষ্টা করল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 ও 16 গুণ। পৃথিবী হতে চাঁদের $3 \times 10^5 \text{ km}$ । পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} , মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
- (ক) অশ্বক্ষমতা কাকে বলে? ১
- (খ) কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে? ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের মত উপগ্রহে পরিণত হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪
- ৪। 2mm ও 4mm ব্যাসের ও অভিন্ন দৈর্ঘ্যের দুটি তার একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলানো হলো। তার দুটিতে অভিন্ন ওজন প্রয়োগ করার ফলে দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির এক-তৃতীয়াংশ হলো। দ্বিতীয় তারটির পয়সনের অনুপাত 0.4.
- (ক) মহাকর্ষ ধ্রুবক কাকে বলে? ১
- (খ) কৈশিক নলে তরলের উত্থান বা পতনের কারণ ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করা হলে ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের তার দুটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪
- ৫। সরল হ্রদিত গতিতে গতিশীল একটি কণার ভর 100gm। কণাটির সর্বাধিক বিস্তার 10cm. সাম্যাবস্থান হতে সর্বাধিক বিস্তারের অবস্থানে পৌঁছাতে সময় লাগে 0.5 সে.।
- (ক) স্থিতিস্থাপক ক্রান্তি কাকে বলে? ১
- (খ) পডনশীল বৃদ্ধির ফেটা ধ্রুববেগে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপকের কণাটির 8cm সরণ বেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪
- ৬। একটি সনোমিটারে সদৃশ ও সমদৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B ও C-এ যথাক্রমে 200, 225 ও 250 N বল ঝুলিয়ে টানটান করা হলো। A তারটিকে শব্দায়িত করায় 100Hz, কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন হলো। দুটি করে তার একসাথে শব্দায়িত করলে বিট উৎপন্ন হয় কিনা পরীক্ষা করা হলো।
- (ক) আপেক্ষিক অর্দ্রতা কাকে বলে? ১
- (খ) একটি স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সমান্তরাল সমবায়ের যুক্ত করলে সমবায়ের স্প্রিং ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কিনা? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) উদ্দীপকের দ্বিতীয় তারটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) বিট উৎপন্নের পরীক্ষার ফলাফল গাণিতিক বিশ্লেষণ-পূর্বক আলোচনা কর। ৪
- ৭। একটি সিলিভারে 127°C তাপমাত্রা ও 27cm পারদ চাপে ও 3 gm হিলিয়াম গ্যাস রাখা আছে। একই পরিমাণ হিলিয়াম গ্যাস অপর একটি সিলিভারে STP তে রাখা হলো।
- (ক) পরবশ কম্পন কাকে বলে? ১
- (খ) বক্রপথে ব্যাংকিং প্রয়োজন কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

- (গ) প্রথম সিলিভারে গ্যাসের আয়তন হিসাব কর। ৩
- (ঘ) সিলিভার দুটিতে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয়পূর্বক তাপমাত্রা তুলনা করে ফলাফল বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৮। একটি পানিপূর্ণ ক্যার গভীরতা 20m ও ব্যাস 2m. কুয়াটিকে পানিশূন্য করার জন্য 5HP-এর একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানি তোলার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একটি ক্ষমতাসম্পন্ন আর একটি পাম্প লাগানো হলো।
- (ক) টর্কের সংজ্ঞা দাও। ১
- (খ) পৃথিবী সূর্যের নিকটবর্তী হলে পৃথিবীর বেগ বৃদ্ধি পায়-কেপলারের সূত্রের আলোকে ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) প্রথম ও দ্বিতীয় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। ৪

বরিশাল বোর্ড-২০১৭

সেট : ক

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

- ১। সরল নিউক্লিয় বল কোন কণার বিনিময়ে উৎপন্ন হয়?
(ক) গ্রাভিটন (খ) বোসন (গ) ফোটন (ঘ) মেসন
- ২। কোনো গোলকের ব্যাসার্ধের প্রকৃত মান 3 cm এবং পরিমাপ্য মান 2.98 cm। গোলকটির আয়তন পরিমাপে শতকরা ত্রুটি কত?
(ক) 0.02% (খ) 0.066% (গ) 0.66% (ঘ) 2%
- ৩। $\vec{A} = (px + y)\hat{i} + (y - 2z)\hat{j} + (x + 3z)\hat{k}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে যদি $p =$
(ক) 2 (খ) 4 (গ) 3 (ঘ) -4
- ৪। $(\hat{i} \times \hat{k}) \times (\hat{j} \times \hat{k}) =$
(ক) $\hat{0}$ (খ) \hat{i} (গ) \hat{j} (ঘ) \hat{k}
- ৫। একটি পাদবিন্দু বিশিষ্ট ভেক্টরসমূহকে কী বলে?
(ক) সমতলীয় ভেক্টর (খ) সমরেখ ভেক্টর
(গ) সম-প্রারম্ভিক ভেক্টর (ঘ) সীমাবদ্ধ ভেক্টর
- ৬। সমমানের দুটি বলের লব্ধির মান তাদের যে কোনো একটির অর্ধেক হলে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত?
(ক) 28.90° (খ) 41.40° (গ) 138.6° (ঘ) 151.04°
- ৭। একটি রাইফেল 300 ms^{-1} নিষ্ক্ষেপণ বেগে এবং 40° ও 50° নিষ্ক্ষেপণ কোণে গুলি ছুড়তে পারে। গুলি দুটির ক্ষেত্রে—
i. বিচরণকাল অসমান হবে
ii. পাল্লা সমান হবে
iii. তাদের নিজ নিজ বেগের অনুভূমিক উপাংশের পরিবর্তন হবে না
- নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৮। একটি বস্তুর বেগ $V(t) = (6t^2 + 2t) \text{ ms}^{-1}$ । 2 sec পর বস্তুর সরণ কত?
(ক) 20 m (খ) 26 m (গ) 28 m (ঘ) 56 m

- ৯। বলের ঘাতের একক নিম্নের কোন রাশির এককের অনুরূপ?
(ক) বল (খ) ভরবেগ (গ) কাজ (ঘ) টর্ক
- ১০। ভূমির সাথে 30° কোণে আনত 5m দীর্ঘ একটি ঢালুপথে 100gm ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু যে গতিশক্তি প্রাপ্ত হবে—
(ক) 0.49J (খ) 0.848J (গ) 1.225J (ঘ) 2.45J
- ১১। অসংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য কোনটি?
(ক) কৃতকাজ শূন্য
(খ) পথের ওপর নির্ভর করে না
(গ) যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র খাটে না
(ঘ) কৃতকাজ পুনরুদ্ধার সম্ভব
- ১২। কেপলারের ৩য় সূত্রের নাম কোনটি?
(ক) কক্ষপথের সূত্র (খ) ক্ষেত্রফলের সূত্র
(গ) পর্যায়কালের সূত্র (ঘ) হারমোনিক সূত্র
- ১৩। কোনো বস্তুকে মুক্তবেগের কতগুণ বেগে নিক্ষেপ করলে কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে?
(ক) $\frac{1}{\sqrt{2}} v_e$ (খ) $\frac{1}{2} v_e$ (গ) $\sqrt{2} v_e$ (ঘ) $2 v_e$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২। তরলের পৃষ্ঠটান নির্ভর করে—

i. কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ

ii. সংশ্লিষ্ট বল

iii. তরলের ঘনত্ব

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩। শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে নিম্নের কোন ঘটনাটি ঘটে না?

(ক) প্রতিফলন (খ) প্রতিসরণ (গ) ব্যতিচার (ঘ) সমবর্তন

২৪। একটি তরল 200 টি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে 8 m দূরত্ব 0.25 s-এ অতিক্রম করলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে—

(ক) 8 cm (খ) 4 cm (গ) 32 cm (ঘ) 25 cm

২৫। তীব্রতা লেভেল 1 dB পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতার পরিবর্তন কত হবে?

(ক) 10% (খ) 26% (গ) 50% (ঘ) 100%

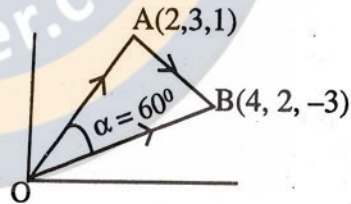
উত্তরমালা				
১। (ঘ)	২। (ঘ)	৩। (ঘ)	৪। (ঘ)	৫। (গ)
৬। (ঘ)	৭। (ঘ)	৮। (ক)	৯। (খ)	১০। (ঘ)
১১। (গ)	১২। (গ)	১৩। (ক)	১৪। (ক)	১৫। (গ)
১৬। (গ)	১৭। (গ)	১৮। (খ)	১৯। (গ)	২০। (ঘ)
২১। (গ)	২২। (গ)	২৩। (ঘ)	২৪। (খ)	২৫। (খ)

বরিশাল বোর্ড-২০১৭

সৃজনশীল প্রশ্ন

সেট : ক

১। নিম্নের চিত্রে দুটি বিন্দু A ও B স্থানাঙ্ক দেয়া আছে :



- (ক) নাল ভেক্টরের সংজ্ঞা লিখ। ১
- (খ) একটি ভারী বস্তুকে স্বল্প কোণে টেনে নেওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) AB সংযোগকারী ভেক্টরের মান নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উদ্দীপকের ত্রিভুজ সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করবে কী? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৩

২। 60kg ভরের একজন নৃত্যশিল্পী দু'হাত প্রসারিত করে মিনিটে ২০ বার ঘুরাতে পারেন। তিনি একটি সংগীত এর সাথে তাল মেলানোর চেষ্টা করছিলেন।

- (ক) চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী? ১
- (খ) নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়-এর তাৎপর্য লিখ। ২
- (গ) নৃত্যশিল্পীকে সংগীত এর সাথে ঐকতানিক হতে মিনিটে 30 বার ঘুরলে জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের তুলনা কর। ৩

১৪। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা কোনটি?

(ক) $[ML^{-1}T^{-1}]$ (খ) $[ML^{-1}T^{-2}]$ (গ) $[ML^2T^{-2}]$ (ঘ) $[ML^2T^{-3}]$

১৫। সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য নয় কোনটি?

(ক) কণার সরণ সাইনের বা কোসাইনের অপেক্ষক

(খ) বলের দিক সাম্যবিন্দু অভিমুখী

(গ) সাম্যবিন্দুতে গতিশক্তি সবচেয়ে কম

(ঘ) ত্বরণের মান সরণের বিপরীতমুখী

১৬। 100gm ভরের একটি বস্তুর মধ্যে পড়ায় তার উপর ক্রিয়াকর প্রবর্তা 0.981N হলে সান্দ্র বল হবে—

(ক) 9.81N (খ) 1.981N (গ) 0N (ঘ) 1.962N

১৭। 12 স্বাধীন মাত্রা সম্পন্ন কোনো অণুর মোট শক্তি হবে—

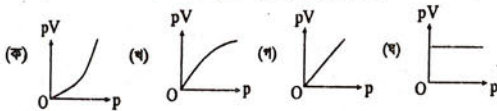
(ক) $\frac{1}{2} KT$ (খ) $\frac{3}{2} KT$ (গ) 6 KT (ঘ) 12 KT

১৮। নিম্নের কোনটি ঐক্য হবে?

(ক) 120 : 240 : 360 (খ) 80 : 100 : 120

(গ) 100 : 150 : 125 (ঘ) 180 : 240 : 300

১৯। স্থির তাপমাত্রায় p বনাম pV লেখচিত্র কোনটি?



উদ্দীপকটি পড় এবং ২০ ও ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 79.2 cm এবং ববের ব্যাসার্ধ 0.8 cm। (অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2})

২০। উক্ত দোলকটির দোলনকাল কত?

(ক) 0.5077 s (খ) 0.5129 s

(গ) 0.8976 s (ঘ) 1.7952 s

২১। উক্ত দোলককে সেকেন্ড দোলকে পরিণত করলে—

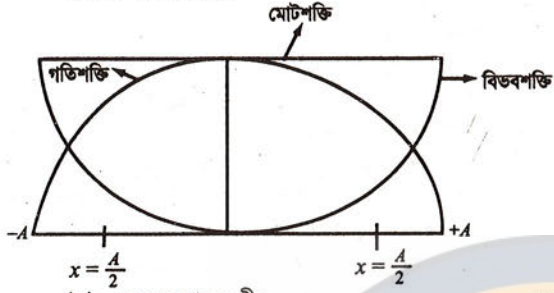
i. দোলকটি দ্রুত চলবে

ii. দোলনকাল 2 sec হবে

iii. সুতার দৈর্ঘ্য 19.29 cm বৃদ্ধি করতে হবে

(ঘ) উদ্দীপকের নৃত্যশিল্পীর পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে কী? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ৩। চিত্রে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত 1kg ভরের বস্তুর শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। বস্তুর বিস্তার 0.01m এবং কম্পাঙ্ক 12Hz .



(ক) সেকেন্ড দোলক কী? ১

(খ) দোলকের গতি মাত্রই সরলছন্দিত গতি নয়-ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুর বেগ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের বস্তুর যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হবে কী? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

- ৪। 16m দীর্ঘ টানা তারে আড়া কম্পন সৃষ্টি করতে পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করা হলে সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হবে

$$y = 2 \sin \pi \left(30t - \frac{x}{4} \right); \text{ সকল রাশি S.I}$$

এককে প্রকাশিত।

(ক) সূর কী? ১

(খ) বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল একটি বস্তুর দ্বারা কৃতকাজ শূন্য-ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) টানা তারে যে স্থিরতরঙ্গ সৃষ্টি হবে কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকে বর্ণিত তারটিকে আন্দোলনের ফলে জোড় সংখ্যক লুপ সৃষ্টি হবে কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ৫। রেকর্ডিং কাজে ব্যবহৃত একটি গ্রামোফোন রেকর্ড প্রতি মিনিটে 10টি ঘূর্ণন সম্পন্ন করে। এতে 2টি ট্র্যাক এর ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6cm এবং 8cm ।

(ক) জড় কাঠামোর সংজ্ঞা লিখ। ১

(খ) “গড়বেগ শূন্য হলেও গড় দ্রুতি কখন শূন্য হয় না” এর ব্যাখ্যা লেখ। ২

(গ) গ্রামোফোন এর ট্র্যাক দুটির রৈখিক দ্রুতি নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) যদি গ্রামোফোন রেকর্ডটি 10% বেশি কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরে তবে শব্দের তীব্রতার কোনো পরিবর্তন হবে কী? বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৬। পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একদল ছাত্র লক্ষ্য করল বিসৃদ্ধ পানিপূর্ণ পাত্রে বায়ু বুদবুদ তলদেশ থেকে পৃষ্ঠদেশে আসার ফলে আয়তন 1.1 গুণ হয়। পরীক্ষার এক পর্যায়ে একজন ছাত্র পানিতে অন্য একটি তরল মিশ্রিত করায় পানির ঘনত্ব বেড়ে দ্বিগুণ হয়। (বায়ু মণ্ডলের চাপ 10^5Nm^{-2})।

(ক) শিশিরাক্ষ কী? ১

(খ) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপই কোনো স্থানে সর্বাপেক্ষা বেশি এর যথার্থতা লিখ। ২

(গ) পানির তাপমাত্রা ধ্রুব থাকলে পাত্রটির উচ্চতা কত? ৩

(ঘ) তরল মিশ্রিত করার পর পৃষ্ঠদেশে আসা বুদবুদগুলোর আয়তনের কোনোরূপ পরিবর্তন হবে কী না গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ৭। 1m^2 ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট এবং 8mm পুরুত্বের স্টীল প্লেটের নিচের পৃষ্ঠ দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে উপরের পৃষ্ঠে বল প্রয়োগ করে ব্যবর্তন তৈরি করা হলো। স্টীলের ব্যবর্তন গুণাঙ্ক $8 \times 10^{10}\text{Nm}^{-2}$ ।

(ক) প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা লিখ। ১

(খ) পৃষ্ঠটান সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠশক্তির সমান হলেও তারা এক নয়-ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত প্লেটের ব্যবর্তন বিকৃতি 0.3 হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? ৩

(ঘ) প্লেটকে 8.5Nsm^{-2} সান্দ্রতার সহগের তরলের 2mm পুরু স্তরের উপর স্থাপন করে 500ms^{-1} বেগে গতিশীল করতে সমান বল প্রয়োগ করতে হবে কী? মতামত দাও। ৪

- ৮। পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকে 24 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে, একে আহ্নিক গতি বলে। পৃথিবীর এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8ms^{-2} ।

(ক) মুক্তিবেগ কী? ১

(খ) মহাকর্ষ ধ্রুবক স্কেলার রাশি কেন? ২

(গ) পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) বিষুব অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কীরূপ পরিবর্তন করতে হবে? বিশ্লেষণ কর। ৪

সিলেট বোর্ড-২০১৭

সেট : ক

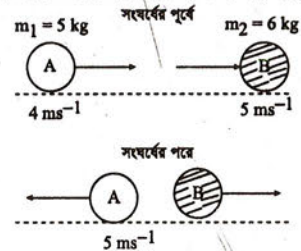
বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

- ১। কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল দ্বারা কৃতকাজ নিচের কোন রাশিটির পরিবর্তনের সমান?

(ক) গতিশক্তি (খ) তাপমাত্রা

(গ) ঘনত্ব (ঘ) বিভবশক্তি

নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর এবং ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



A ও B বস্তুদ্বয় পরস্পরের বিপরীত দিকে একই রেখা বরাবর চলে সংঘর্ষ ঘটায়। সংঘর্ষের পর তারা নিজ নিজ গতিপথের বিপরীত দিকে চলছে।

- ২। সংঘর্ষের পর B বস্তুর বেগ কত?

(ক) 2.50ms^{-1} (খ) 4.17ms^{-1}
(গ) 5.83ms^{-1} (ঘ) 12.50ms^{-1}

৩। উপরোক্ত সংঘর্ষের ক্ষেত্রে—

- ভরবেগ সংরক্ষিত হবে
- গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে
- সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক হবে

নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪। নিচের কোনটি শক্তির মাত্রা?

- (ক) MLT^{-2} (খ) ML^2T^{-2} (গ) $ML^{-1}T^{-1}$ (ঘ) MLT^{-1}

৫। একটি স্থিৎকে প্রসারিত করা হলো—

- এটি বিভব শক্তি অর্জন করে
- এটি প্রত্যায়নী বল লাভ করে
- প্রত্যায়নী বলের দ্বারা কৃতকাজই এর বিভব শক্তি

নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬। ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় পৃথিবীকে প্রদক্ষিণরত কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ—

- (ক) $v = \frac{GM}{R+h}$ (খ) $v = \frac{GM}{(R+h)^2}$
(গ) $v = \frac{GM^2}{R+h}$ (ঘ) $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

৭। মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠে $g = 3.8ms^{-2}$ এবং এর ব্যাসার্ধ $3 \times 10^3 km$.
মঙ্গলপৃষ্ঠে মুক্তবেগ কত হবে?

- (ক) $4.0 kms^{-1}$ (খ) $4.8 kms^{-1}$
(গ) $7.8 kms^{-1}$ (ঘ) $11.0 kms^{-1}$

৮। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে—

- i. $V = -\frac{GM}{r}$ ii. এর একক Jkg^{-1}

iii. এটি একটি ভেক্টর রাশি

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯। ইয়ং এর গুণাঙ্ক নিচের কোনটি?

- (ক) $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ (খ) $Y = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$
(গ) $Y = \frac{\text{কুণ্ডন পীড়ন}}{\text{কুণ্ডন বিকৃতি}}$ (ঘ) $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

১০। m ভরে একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল আছে। এর পর্যায়কাল হবে—

- (ক) $T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}}$ (খ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k^2}}$
(গ) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ (ঘ) $T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}}$

১১। সরল ছন্দিত গতিতে—

- বস্তুর ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক
- ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী হয়
- ক্রিয়াশীল বল বিপরীত বর্গের সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

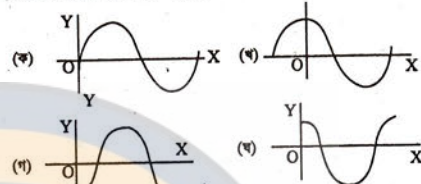
১২। ডেসিবেল এককে শব্দের তীব্রতা লেভেল কোনটি?

- (ক) $\beta = \log \frac{I}{I_0}$ (খ) $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$
(গ) $\beta = \frac{I}{I_0} \times 10$ (ঘ) $\beta = \frac{I}{I_0}$

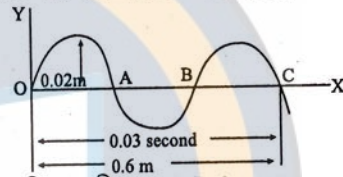
১৩। একটি শব্দের তীব্রতা $10^{-2} Wm^{-2}$ হলে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল কত হবে?

- (ক) 10 dB (খ) 100 dB (গ) 110 dB (ঘ) 150 dB

১৪। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের আদি দশা $\frac{\pi}{2}$ হলে তরঙ্গটির সরণ-সময় লেখচিত্র নিচের কোনটি হবে?



উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর এবং ১৫ ও ১৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ দেখানো হয়েছে।

১৫। A ও B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য কত?

- (ক) 0 (খ) $\frac{\pi}{2}$ (গ) π (ঘ) $\frac{3\pi}{2}$

১৬। চিত্রে প্রদর্শিত তরঙ্গের অনুরূপ আরেকটি তরঙ্গ বিপরীত দিক হতে সঞ্চালিত হয়ে উদ্দীপকের তরঙ্গটির উপর আপতিত হয়ে যে তরঙ্গ সৃষ্টি করে m দূরত্বে তার সমীকরণ—

- (ক) $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 100\pi t$
(খ) $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 200\pi t$
(গ) $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 300\pi t$
(ঘ) $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 400\pi t$

১৭। এক মোল আদর্শ গ্যাসের একক আয়তনের গড় গতিশক্তি ও চাপের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

- (ক) $p = \frac{2}{3} E$ (খ) $p = \frac{3}{2} E$
(গ) $p = \frac{2}{3} E^2$ (ঘ) $p = \frac{1}{3} E^2$

১৮। একটি গ্যাসের অণুর গড় গতিশক্তি কত?

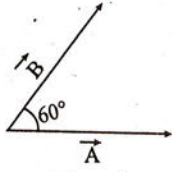
- (ক) $\frac{1}{2} KT$ (খ) $\frac{3}{2} KT$ (গ) $\frac{2}{3} KT$ (ঘ) $3 KT$

১৯। S.T.P তে 2 mole আদর্শ গ্যাসের গতিশক্তি কত হবে?

- [$R = 8.31 J mole^{-1} K^{-1}$]
(ক) 1300 J (খ) 2700 J
(গ) 3403 J (ঘ) 6806 J

২০। নিচের কোনটি দৈর্ঘ্যের SI একক?

- (ক) সেন্টিমিটার (খ) মাইল
(গ) মিটার (ঘ) ফুট



উপরের চিত্রে দুটি ভেক্টর \vec{A} ও \vec{B} এর প্রত্যেকের মান ৫ একক।

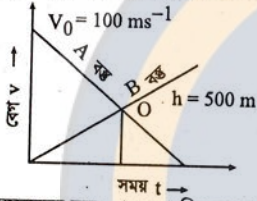
তাদের মধ্যকার কোণ 60° $|\vec{A} - \vec{B}|$ নির্ণয় কর।

- (ক) ০ (খ) ৫ একক
(গ) ৭.০৭ একক (ঘ) ৮.৬৬ একক

২২। একটি বস্তুকে v_0 আদিবেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। নিচের কোন রাশিটি এর সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্দেশ করে?

- (ক) $H = \frac{v_0}{g}$ (খ) $H = \frac{v_0}{2g}$
(গ) $H = \frac{v_0^2}{2g}$ (ঘ) $H = \frac{v_0^2}{g}$

নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর এবং ২৩ ও ২৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



A ও B দুটি সমভরের বস্তু। A কে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে এবং B কে উপর হতে একই রেখা বরাবর খাড়া নিচের দিকে পড়তে দেয়া হলো। তাদের বেগ-সময় লেখচিত্র O বিন্দুতে ছেদ করে। (দেয়া আছে $g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

২৩। B বস্তুটি বাধাহীনভাবে পড়লে ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে এর বেগ কত হবে?

- (ক) 7 ms^{-1} (খ) 10 ms^{-1}
(গ) 71 ms^{-1} (ঘ) 100 ms^{-1}

২৪। উদ্দীপক অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) বস্তুদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হবে
(খ) বস্তুদ্বয়ের গতিশক্তি O বিন্দুতে সমান
(গ) বস্তুদ্বয়ের স্থিতিশক্তি O বিন্দুতে সমান
(ঘ) বস্তুদ্বয় O বিন্দু দ্বারা নির্দেশিত সময়ের পরে মিলিত হবে

২৫। বস্তুর ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক হলো-

- (ক) $K = \frac{m}{p}$ (খ) $K = \frac{2m}{p^2}$
(গ) $K = \frac{p^2}{2m}$ (ঘ) $K = \frac{p}{m}$

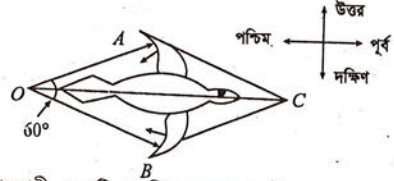
উত্তরমালা				
১। (ক)	২। (ক)	৩। (খ)	৪। (খ)	৫। (ঘ)
৬। (ঘ)	৭। (খ)	৮। (ক)	৯। (ক)	১০। (গ)
১১। (ক)	১২। (খ)	১৩। (খ)	১৪। (খ)	১৫। (গ)
১৬। (ক)	১৭। (ক)	১৮। (খ)	১৯। (ঘ)	২০। (গ)
২১। (খ)	২২। (গ)	২৩। (ঘ)	২৪। (খ)	২৫। (গ)

সিলেট বোর্ড-২০১৭

সৃজনশীল প্রশ্ন

সেট : ক

১।



চিড়ানুযায়ী একটি পাখি সমতল ভূমির সমান্তরালে আকাশে উড়ছে। পাখিটির উভয় পাখা কর্তৃক ধাক্কার পরিমাণ ৫N।

(ক) কার্ল কাকে বলে? ১

(খ) আমাদের পায়ে হাঁটা কিভাবে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়? ২

(গ) চিত্রের OC বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের মান কত? ৩

(ঘ) AO বরাবর পাখার ধাক্কার পরিমাণ দ্বিগুণ হলে পাখিটি কোনদিকে উড়বে? গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

২। দুটি গাড়ি A ও B যথাক্রমে $V_A = 0$ এবং $V_B = 22.5 \text{ ms}^{-1}$ বেগে যাত্রা শুরু করে ১ম ১৫ sec যথাক্রমে $a_A = 1 \text{ ms}^{-2}$ এবং $a_B = -1 \text{ ms}^{-2}$ ত্বরণে চলে। পরবর্তীতে গাড়ি দুটি আরো ১৫ sec সমবেগে চলমান ছিল।

(ক) তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

(খ) প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সর্বাপেক্ষা কম হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) যাত্রা শুরুর কত সময় পর গাড়ি দুটির বেগ সমান হবে? ৩

(ঘ) কোন গাড়িটি অধিকতর দূরত্বে অতিক্রম করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর। ৪

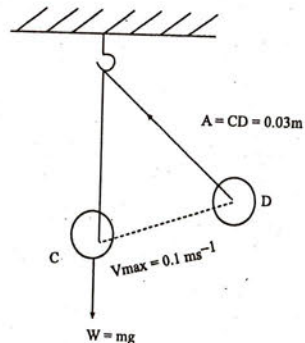
৩। মিটারগেজ ও ব্রডগেজ রেল লাইনের দুটি পাতের মধ্যবর্তী দূরত্ব যথাক্রমে ০.৪৮m ও ১.৩৮m। যে স্থানে বাকের ব্যাসার্ধ ৫০০m ঐ স্থানে লাইনগুলোর মধ্যে উচ্চতার পার্থক্য যথাক্রমে ৭.০০ cm ও ১১.৩৭ m।

(ক) টর্ক কাকে বলে? ১

(খ) 'সমান ভরের দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হলে তারা বেগ বিনিময় করে'— ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) ১ম লাইনের ব্যাংকিং কোণ কত? ৩

(ঘ) কোন লাইনে রেলগাড়ি অধিক দ্রুততার সাথে বাক নিতে পারবে- গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। ৪



৪।

আদিবা পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সরলদোলক (চিট্রানুযায়ী) চ। নিয়ে কাজ করছিল। সে একটি নির্দিষ্ট সরণে সাম্যাবস্থা থেকে সরলদোলকটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সমান পেল।

- (ক) পর্যায়বৃত্ত গতি কী? ১
(খ) পর্যায়বৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধ্রুব থাকে? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের সরলদোলকটির পর্যায়কাল কত? ৩
(ঘ) আদিবার পরীক্ষায় লব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য কিনা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৫। পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষার্থী লিয়ানা দুটি সুরশলাকা নিয়ে দেখল যে, একটির গায়ে 312 Hz লেখা আছে। সে শলাকা দুটি একত্রে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বিট শুনতে পেল। এবার সে অজানা সুরশলাকার গায়ে তার পেঁচিয়ে একইভাবে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বিট শুনতে পেল। এখানে জানা সুরশলাকা থেকে সৃষ্ট শব্দে বেগ 340 ms^{-1} ।

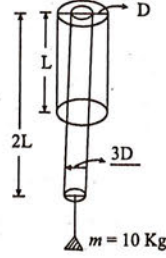
- (ক) তরঙ্গ মুখ কাকে বলে? ১
(খ) স্থির তরঙ্গের নিম্নপদ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) কতটি পূর্ণকম্পনসম্পন্ন করে জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ 130m দূরত্ব অতিক্রম করবে? ৩
(ঘ) লিয়ানা ভর, বাড়ানোর পূর্বে ও পরে নির্গত অজানা কম্পাঙ্কের মধ্যে কোনো পার্থক্য পেয়েছিল কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৬। কোনো ঘরের তাপমাত্রা 32°C , শিশিরাক্ষ 14°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 48%। ঐ সময় ঘরের বাইরে তাপমাত্রা 11°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। 32°C ও 11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 33.6mmHg ও 9.8mmHg। 30°C -এ গ্লেইসারের ধ্রুবক 1.63।

- (ক) মূল গড় বর্গবেগ কাকে বলে? ১
(খ) প্রথম চাপ নির্ণয়ে বিতুদ্ধ পারদ স্তরের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) ঐ ঘরে ঝুলানো আর্দ্র ও শুষ্ক বায়ু হাইগ্রোমিটারে আর্দ্র বায়ু থার্মোমিটার কত পাঠ দেখাবে? ৩
(ঘ) যদি ঘরের একটি জানালা খুলে দেয়া হয় তাহলে জলীয় বাষ্প কোন দিকে চলাচল করবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। ৪

৭। কোনো গ্রহের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষপথে 7.8 kms^{-1} বেগে ঘুরছে যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 ms^{-2} । অন্য একটি গ্রহের সাথে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের অনুপাত যথাক্রমে 80 : 1 ও 4 : 1।

- (ক) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে? ১
(খ) বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) গ্রহ দুটির মধ্যে একটি নভোযান যাতায়াত করলে কোন গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। ৪



একটি তারে 10 kg ভর ঝুলানোর ফলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ও ব্যাস তিন-চতুর্থাংশ হয়।

উপাদান	Y-এর মান
অ্যালুমিনিয়াম	$7 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$
লোহা	$11.5 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$
তামা	$13 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$
ইস্পাত	$20 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$

- (ক) স্থিতিস্থাপক সীমা কী? ১
(খ) দু'টি সিলিন্ডারে রক্ষিত O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা যথাক্রমে 20°C ও 25°C । কোন গ্যাসের সান্দ্রতা বেশি হবে? কারণসহ ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের তারের পয়সনের অনুপাতের মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) তারের ব্যাস $D = 4.22 \times 10^{-2} \text{ mm}$ হলে উদ্দীপকের তথ্য মতে এটি কোন পদার্থের তৈরি, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭

সেট : ক

বহননির্বাচনি অভীক্ষা

১। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ $R = (10 \pm 0.1) \text{ cm}$ হলে এর আয়তনের শতকরা ত্রুটি কত?

- (ক) 1% (খ) 2% (গ) 3% (ঘ) 4%

২। মৌলিক রাশি হলো—

- i. তড়িৎ প্রবাহমাত্রা
ii. পদার্থের পরিমাণ
iii. দীপন তীব্রতা
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩। Y-অক্ষের সাথে $\vec{r} = 4\hat{i} - 4\hat{k}$ ভেক্টরের উৎপন্ন কোণ হবে—

- (ক) 0° (খ) 45°
(গ) 90° (ঘ) 180°

৪। $|\hat{A} + \hat{B}| = |\hat{A} - \hat{B}|$ হলে \hat{A} ও \hat{B} এর মধ্যবর্তী কোণ হবে—

- (ক) 0° (খ) 60°
(গ) 90° (ঘ) 180°

- ৫। একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})N$ বল প্রয়োগে কণাটির সরণ $\vec{r} = (6\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})m$ হয়। প্রয়োগকৃত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ হবে—

- (ক) 20 জুল (খ) 4 জুল
(গ) $(8\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$ জুল (ঘ) $(-4\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k})$ জুল

- ৬। পৃথিবীর নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের জন্য “আইফেল টাওয়ারের” কৌণিক বেগ হবে—

- (ক) $1.99 \times 10^{-7} \text{ rad s}^{-1}$ (খ) $7.26 \times 10^{-5} \text{ deg s}^{-1}$
(গ) $4.167 \times 10^{-3} \text{ deg s}^{-1}$ (ঘ) $4.167 \times 10^{-3} \text{ rad s}^{-1}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৭ ও ৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সরল ছদ্মিত গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ

$$y = 10 \sin\left(\frac{\pi}{T} + \frac{\pi}{4}\right), \text{ যার পর্যায় কাল } 5 \text{ sec।}$$

- ৭। 1.25 sec এ কণাটির সরণ কত একক হবে?

- (ক) 6 একক (খ) 10 একক (গ) 12 একক (ঘ) 18 একক

- ৮। কণাটির—

i. আদি দশা $\frac{\pi}{4}$

ii. কম্পাঙ্ক 0.1 Hz

iii. বিস্তার 7 একক

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ৯। অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপকে f এবং সম্পৃক্ত বাষ্প চাপকে F দ্বারা সূচিত করলে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $f > F$ (খ) $f \geq F$ (গ) $f < F$ (ঘ) $f \leq F$

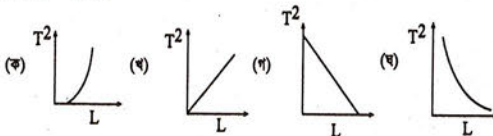
- ১০। নির্দিষ্ট তাপমাত্রার সকল গ্যাস অণুর জন্য কোন রাশিটি ধ্রুবক?

- (ক) ভর (খ) ভরবেগ (গ) আয়তন (ঘ) গতিশক্তি

- ১১। স্থিরাবস্থা থেকে কোনো বস্তুকণা সুষম ত্বরণে অনুভূমিক সরলরেখা বরাবর যাত্রা শুরু করল। চতুর্থ ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত হবে—

- (ক) $\frac{4}{3}$ (খ) $\frac{26}{9}$ (গ) $\frac{7}{5}$ (ঘ) 2

- ১২। সরল দোলকের জন্য L বনাম T^2 লেখচিত্রের প্রকৃতি নিচের কোনটি সঠিক?



- ১৩। বৃত্তাকার পথে সমান সময়ে সমান কৌণিক দ্রুত অতিক্রমকারী কোনো কণার রৈখিক বেগের—

- (ক) শুধু মানের পরিবর্তন হবে
(খ) ধ্রুবক হবে
(গ) শুধু দিকের পরিবর্তন হবে
(ঘ) মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তন হবে

১৪. কৌণিক ভরবেগ হলো—

- (ক) ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণনের সমান
(খ) জড়তার ভ্রামক ও রৈখিক বেগের গুণনের সমান
(গ) রৈখিক ভরবেগ ও কৌণিক ভরবেগের ভেক্টর গুণনের সমান
(ঘ) রৈখিক বেগ ও ব্যাসার্ধ ভেক্টরের গুণনের সমান

১৫. কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার—

- (ক) বলের সমান
(খ) কৌণিক ত্বরণের সমান
(গ) টর্কের সমান
(ঘ) জড়তার ভ্রামকের সমান

- ১৬। পৃথিবীর ঘূর্ণন বন্ধ হলে বিষুব রেখায় g এর মান—

- (ক) বৃদ্ধি পাবে (খ) হ্রাস পাবে
(গ) একই থাকবে (ঘ) শূন্য হবে

- ১৭। একটি আদর্শ দৃঢ় বস্তুর জন্য ইয়ং এর গুণাঙ্ক—

- (ক) 0 (খ) ∞ (গ) 1 (ঘ) -1

- ১৮। কোন বল কর্তৃক কৃত কাজ—

- i. বল এবং সরণের ডটগুণন
ii. ভর \times ত্বরণ
iii. গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

A ও B শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5 টি বিট উৎপন্ন হয়। B এর কম্পাঙ্ক 430 Hz.

উদ্দীপকের আলোকে ১৯ ও ২০নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

- ১৯। যদি A এর ভর কমানো হয় তাহলে বিট সংখ্যা কমে যায়। A এর কম্পাঙ্ক হলো—

- (ক) 420 Hz (খ) 425 Hz
(গ) 435 Hz (ঘ) 440 Hz

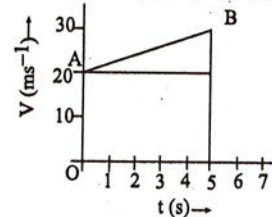
- ২০। A এর ভর কমালে বিট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে। A এর কম্পাঙ্ক হবে—

- (ক) 440 Hz (খ) 435 Hz
(গ) 430 Hz (ঘ) 425 Hz

- ২১। যে সমস্ত তরল দ্বারা কাচ ভিজে না তাদের স্পর্শ কোণ হবে—

- (ক) সূক্ষ্ম কোণ (খ) স্থূল কোণ
(গ) শূন্য (ঘ) সমকোণ

নিচের লেখচিত্রের আলোকে ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



- ২২। AB অংশের ত্বরণ—

- (ক) 2 ms^{-2} (খ) 5 ms^{-2}
(গ) 8 ms^{-2} (ঘ) 10 ms^{-2}

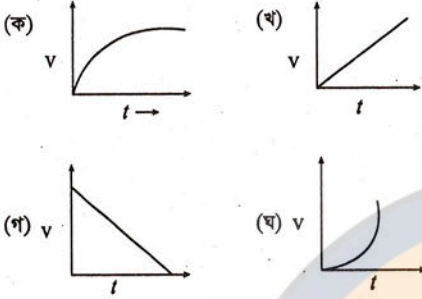
২৩। 5 sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব—

- (ক) 50 m (খ) 100 m
(গ) 125 m (ঘ) 150 m

২৪। পয়েস (Poise) কিসের একক?

- (ক) ইয়ং এর গুণাঙ্ক (খ) পৃষ্ঠটান
(গ) সান্দ্রতা গুণাঙ্ক (ঘ) সংনম্যতা

২৫। কোনো তরলের ভিতর দিয়ে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র কোনটি?



উত্তরমালা				
১। (গ)	২। (ঘ)	৩। (গ)	৪। (গ)	৫। (খ)
৬। (গ)	৭। (খ)	৮। (ক)	৯। (গ)	১০। (ঘ)
১১। (গ)	১২। (খ)	১৩। (গ)	১৪। (ক)	১৫। (গ)
১৬। (ক)	১৭। (খ)	১৮। (খ)	১৯। (খ)	২০। (খ)
২১। (খ)	২২। (ক)	২৩। (গ)	২৪। (গ)	২৫। (ক)

দিনাজপুর বোর্ড-২০১৭

সৃজনশীল প্রশ্ন

সেট : ক

১। একজন ফুটবল খেলোয়াড় গোলপোস্টের 25m সামনে হতে ভূমির সাথে 20° কোণে এবং 20 ms⁻¹ বেগে ফুটবলকে কিক করে। গোলপোস্টের উচ্চতা 2m।

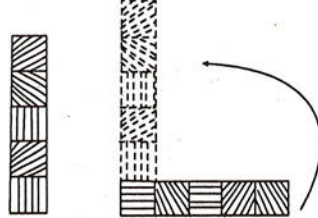
- (ক) প্রাস কাকে বলে? ১
(খ) পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল কর্তৃক কৃতকাজ ধনাত্মক—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) 1 sec পর বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উক্ত বল হতে গোল হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর। ৪

২। নয়ন 25g ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 1m দীর্ঘ একটি সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। পাথর খণ্ডটি প্রতি সেকেন্ডে 5 বার ঘুরছে। পাথরের ঘূর্ণন সংখ্যা একই রেখে সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলো। সুতা সর্বাধিক 40 N সহ্য করতে পারে।

- (ক) কৌণিক বেগ কী? ১
(খ) পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) প্রথম ক্ষেত্রে পাথরটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) নয়ন সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে ঘূর্ণন সফলভাবে সম্পন্ন করতে পারবে কিনা—গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩। 50 cm বাহুবিশিষ্ট কোনো ঘনকের ভর 25kg। এরূপ পাঁচটি ঘনককে একটির উপর আরেকটি রেখে একটি স্তম্ভ তৈরি করা হলো। অন্যদিকে অনুরূপ আরো পাঁচটি ব্লককে ভূমিতে পাশাপাশি সংযুক্ত করে স্তম্ভটিকে খাড়া করা হলো।



- (ক) অক্ষক্ষমতা কাকে বলে? ১
(খ) ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) স্তম্ভের চূড়া হতে একটি পাথর টুকরা পড়ে গেলে কত বেগে ভূমিতে আঘাত করবে? ৩
(ঘ) স্তম্ভ তৈরির কোন উপায়টি অধিক গ্রহণযোগ্য, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪। একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে 3.2×10^6 m এবং 4×10^{24} kg মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.657 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ । একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হলো।

- (ক) পরিমাপের লম্বন ত্রুটি কাকে বলে? ১
(খ) অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগ মূল বস্তুটির মুক্তি বেগের এক অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই কর। ৪

৫। একই আকারের দশটি পানির ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হলো। প্রতিটি ফোঁটার ব্যাস 5×10^{-3} m। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$ ।

- (ক) সান্দ্রতা কাকে বলে? ১
(খ) পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের বড় ফোঁটার ব্যাস নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬। A-স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 1m এবং B-স্থানে 0.9m। দোলকে ব্যবহৃত বরের ব্যাসার্ধ 0.75 cm।

- (ক) বল ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। ১
(খ) গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন? ২
(গ) A-দোলকটির বরের কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) A-হতে B কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন বাড়বে না, কমবে? তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৭। A ও B দুটি সুরশলাকা একটি গ্যাসে 50cm ও 51 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে ৬টি বিট শোনা যায়। A-এর কম্পাঙ্ক 500Hz।

(ক) অনুবাদ কাকে বলে? ১

(খ) সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন? ২

(গ) গ্যাসটিতে শব্দের বেগ কত হবে হিসাব কর। ৩

(ঘ) B শলাকাটিকে একটু ঘষে পুনরায় শব্দায়িত করলে বিট সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না-ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর। ৪

৮। একটি গ্যাস সিলিভারের আয়তন $1.5m^3$ । সিলিভারটিতে $27^\circ C$ তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাস অণুর ব্যাস $25 \times 10^{-10}m$ । পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিভারটি সমআয়তনের অপর একটি খালি সিলিভারের সাথে যুক্ত করা হলো।

(ক) আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১

(খ) গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে- ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) সিলিভারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) খালি সিলিভার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের পরিবর্তন হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৭

সেট : ক

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রা কোনটি?

(ক) MLT^{-2} (খ) L^2T^{-2}

(গ) LT^{-1} (ঘ) LT^{-2}

২। একটি প্রাসকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিষ্ক্ষেপ করলে-

i. প্রাসের তাৎক্ষণিক বেগের অভিমুখ বিচরণ পথের স্পর্শক বরাবর হবে

ii. প্রাসের গতিপথের কোনো একটি বিন্দুতে বেগের শুধুমাত্র একটি উপাংশ থাকে

iii. প্রাসের গতি ত্রিমাত্রিক হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩। কোনো তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়—

i. স্লাইড ক্যালিপার্স

ii. স্ক্রু গজ

iii. স্কেরোমিটার

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii

(গ) i ও ii (ঘ) i ও iii

৪। পানির উপরিতলে আলতোভাবে রাখা 4cm দীর্ঘ অত্যন্ত সরু ভাসমান একটি আলপিন টেনে তুলতে সর্বাধিক কত নিউটন বলের প্রয়োজন হবে?

[পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}Nm^{-1}$]

(ক) 2.88×10^{-3} (খ) 5.76×10^{-3}

(গ) 2.88×10^{-1} (ঘ) 5.76×10^{-1}

৫। একটি সেকেন্ড দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে দোলনকাল হবে—

(ক) শূন্য (খ) অসীম

(গ) 2sec (ঘ) 1 sec

৬। একই পদার্থের দুটি স্প্রিং-এর সাথে আলাদাভাবে একই ভর যুক্ত করে ঝুলিয়ে দিলে ১মটির প্রসারণ ২য়টির অর্ধেক হলে স্প্রিং ধ্রুবকের মান হবে—

(ক) ১মটি ২য়টির দ্বিগুণ

(খ) ১মটি ২য়টির অর্ধেক

(গ) উপাদান একই হলেও সমান

(ঘ) তার দুটির ব্যাস পরিবর্তন হলেও সমান

৭। দুটি বস্তুর মধ্যে ক্রিয়াশীল মহাকর্ষে বলের ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক—

(ক) স্থানভেদে পরিবর্তনশীল

(খ) ভর নির্ভরক্ষ

(গ) দূরত্বের উপর নির্ভরশীল

(ঘ) এটি একটি ভেক্টর রাশি

৮। দুটি বস্তুর মধ্যে মেসন নামক কণার পারস্পরিক বিনিময় দ্বারা কোন বল ক্রিয়া করে?

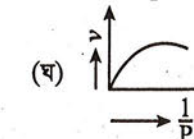
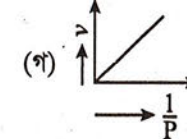
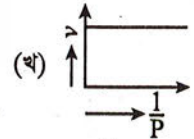
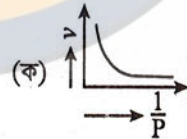
(ক) মহাকর্ষ বল

(খ) তড়িৎ-চুম্বকীয় বল

(গ) দুর্বল নিউক্লীয় বল

(ঘ) সবল নিউক্লীয় বল

৯। নিচের কোনটি বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে?



নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১০ ও ১১নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

নিজ অক্ষের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান একটি নিরেট চোঙের ভর 5kg এবং অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক $0.1kgm^2$ ।

১০। ঘূর্ণায়মান চোঙটির ব্যাসার্ধ কত?

(ক) 0.20m

(খ) 0.25m

(গ) 0.48m

(ঘ) 0.50m

১১। উদ্দীপকে উল্লিখিত অক্ষটির উপরে ঘূর্ণায়মান চোঙের জড়তার ভ্রামক কত kgm^{-2} ?

- (ক) 1.25 (খ) 1
(গ) 0.1 (ঘ) 0

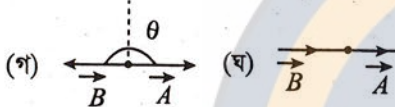
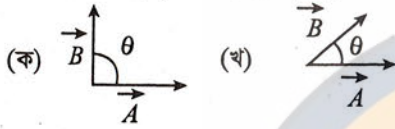
১২। নিচের কোনটি ক্ষমতার মাত্রা?

- (ক) MLT^{-2} (খ) ML^2T^{-2}
(গ) ML^2T^{-3} (ঘ) MLT^{-1}

১৩। বি কোন ঘটনার ফল?

- (ক) অনুবাদ (খ) পরবশ কম্পন
(গ) উপরিপাতন (ঘ) মুক্তকম্পন

১৪। $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?



১৫। $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$, m এর মান কত হলে, ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে?

- (ক) -13 (খ) -7
(গ) 7 (ঘ) 13

১৬। গীড়ান কোন রাশিকে নির্দেশ করে?

- (ক) চাপ (খ) টর্ক
(গ) বল (ঘ) জড়তার ভ্রামক

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১৭ ও ১৮নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

P_1 ও P_2 ক্ষমতাবিশিষ্ট দুইটি যন্ত্র যথাক্রমে 20 sec এবং 10 sec এ 10 kg ভরের একটি কাঠের গুড়িকে একই সমতল থেকে 1.5m উচ্চতায় উঠাতে পারে। $[g = 9.8\text{ms}^{-2}]$

১৭। P_1 ক্ষমতাসম্পন্ন যন্ত্রের কাজের পরিমাণ কত জুল?

- (ক) 15 (খ) 30
(গ) 147 (ঘ) 200

১৮। কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- (ক) $P_1 = \frac{P_2}{2}$ (খ) $P_1 = P_2$
(গ) $P_1 > P_2$ (ঘ) $P_1 > 2P_2$

১৯। আদর্শ গ্যাসের একক আয়তনে চাপ—

- (ক) $\frac{3}{2}E$ (খ) $\frac{2}{3}E$
(গ) $\frac{3}{2}RT$ (ঘ) $\frac{2}{3}RT$

২০। সংগীত গুণ (Musical Sound) বিশিষ্ট পদের—

- i. তীব্রতার তাত্ক্ষণিক পরিবর্তন হয়
ii. উৎসের কম্পন নিয়মিত
iii. কম্পাঙ্কের হ্রাস-বৃদ্ধি নির্দিষ্ট ক্রমে হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২১। নির্দিষ্ট দিকে কোনো একটি বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে বলে—

- (ক) অবস্থান ভেক্টর (খ) ব্যাসার্ধ ভেক্টর
(গ) সদৃশ ভেক্টর (ঘ) সরণ ভেক্টর

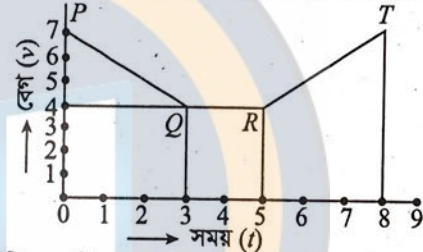
২২। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বিকৃতির দরুন একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি—

- (ক) $u = \frac{1}{2} \cdot \frac{YAL^2}{L}$ (খ) $u = \frac{1}{2} \cdot \frac{YI}{L} \cdot \frac{1}{L}$
(গ) $u = \frac{1}{2} \cdot \frac{YAI}{L^2}$ (ঘ) $u = \frac{1}{2} \cdot \frac{YAI}{L}$

২৩। পিকো উপসর্গের উৎপাদক কোনটি?

- (ক) 10^{-6} (খ) 10^{-9}
(গ) 10^{-10} (ঘ) 10^{-12}

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



[চিত্রে একটি চলমান বস্তুর গতিপথ দেখানো হয়েছে]

২৪। QR অংশের সরণ কত মিটার?

- (ক) 2 (খ) 8
(গ) 12 (ঘ) 20

২৫। গতিশীল বস্তুটির—

- i. QR অংশের ত্বরণ শূন্য
ii. PQ অংশের সরণের মান 16.5m
iii. RT অংশের ত্বরণের মান 3ms^{-2}

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

মাদ্রাসা বোর্ড-২০১৭

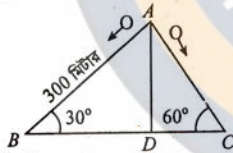
সৃজনশীল প্রশ্ন

সেট : ক

১। $\vec{A} = (2x + y - z)\hat{i} + (x - 2y + 3z)\hat{j} + (x - y - z)\hat{k}$.

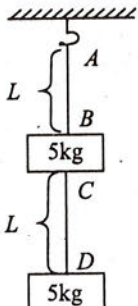
- (ক) নাল ভেক্টর কাকে বলে? ১
(খ) "দুটি ভেক্টরের কোনোটির মান শূন্য না হলেও এদের স্কেলার গুণফল শূন্য হতে পারে"—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) \vec{A} ভেক্টরটির ডাইভারজেন্স নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উল্লিখিত \vec{A} ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল কি না? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

- ২। সাক্ষির ব্যাট দিয়ে একটি ক্রিকেট বলকে আঘাত করায় এটি অনুভূমিকের সাথে 45° কোণ করে 25ms^{-1} বেগে চলতে লাগলো। বাউন্সারি লাইন থেকে একই সরলরেখা বরাবর বলের গতির বিপরীত দিকে 4ms^{-1} বেগে একজন ফিল্ডার দৌড়ে এসে বলটিকে ধরার চেষ্টা করল। ব্যাটসম্যান থেকে বাউন্সারি লাইনের দূরত্ব 100m ।
 (ক) তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১
 (খ) নির্দিষ্ট উচ্চতায় উল্লম্বভাবে নিক্ষেপিত বলের আদিবেগ এবং একই উচ্চতা হতে মুক্তভাবে পড়ন্ত বলের শেষবেগ একই হয় কেন? ২
 (গ) বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
 (ঘ) ফিল্ডারের ক্যাচ ধরার সম্ভাব্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪
- ৩। 100m ব্যাসার্ধের একটি রাস্তার বাঁকের ব্যাংকিং কোণ 8° , 1200kg ভরের একটি গাড়ি 10ms^{-1} বেগে বাঁকটিকে নিরাপদে অতিক্রম করতে পারলেও 2500kg ভরের একটি গাড়ি একই বেগে চলা সত্ত্বেও উল্টে গেল।
 (ক) চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? ১
 (খ) কোনো স্প্রিং এবং স্প্রিং ধ্রুবক 200Nm^{-1} বলতে কি বোঝায়? ২
 (গ) বাঁক ঘোরার সময় প্রথম গাড়িটির কৌণিক ভরবেগের মান নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) বেগ একই হওয়া সত্ত্বেও দ্বিতীয় গাড়িটি উল্টে যাওয়ার কারণ গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪
- ৪। দুটি সমান 5kg ভরের বস্তুকে A বিন্দুতে স্থির অবস্থায় রেখে একই সাথে শুধু অভিকর্ষীয় বলের প্রভাবে একটিকে AB এবং অন্যটিকে AC পথে পড়তে দেওয়া হলো। BC তলের ওপর AD লম্ব। AB আনত তলের দৈর্ঘ্য 300 মিটার।



- (ক) মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১
 (খ) স্প্রিং বল কেন ধ্রুব বল নয়? ২
 (গ) চিত্রে উল্লিখিত ভরের বস্তুকে A হতে B বিন্দুতে আনতে অভিকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) AB ও AC পথে পড়তে দেওয়ার 5 সেকেন্ড পরে বেগের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। ৪

৫।



AB = CD = L

উভয় তারের ব্যাস 0.4mm

এখানে, CD তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণ AB এর দৈর্ঘ্য প্রসারণের অর্ধেক

- (ক) সান্দ্রতা কাকে বলে? ১
 (খ) অসহ পীড়ন ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) AB তারের একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের ওপর প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) তার দুইটি একই উপাদানের কি না? ইয়ং এর গুণাঙ্কের আলোকে ব্যাখ্যা কর। ৪

$$6। \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \dots\dots (i)$$

$$x = a \sin(\omega t + \delta) \dots\dots (ii)$$

আদি সরণ 3 সে. মি., বিস্তার 10 সে. মি. এবং পর্যায়কাল 20 সেকেন্ড।

- (ক) অষ্টক কী? ১
 (খ) ২১ ফ্রেকুয়ারি পর্যায়ক্রম ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) সমীকরণ (ii) হতে আদি দশা এর মান নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) সমীকরণ (i) কে সমাধান করে (ii) নং সমীকরণ পাওয়া সম্ভব কি না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যুক্তি দাও। ৪

৭। দুটি খুঁটির সাথে 2m দীর্ঘ একটি তার টান করে বাঁধা আছে। তারটির মাঝখানে টান দিয়ে ছেড়ে দিলে 4টি লুপ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে, তারের কম্পাঙ্ক 2Hz.

- (ক) শব্দের তীব্রতা কাকে বলে? ১
 (খ) সূর্যকে কেন্দ্র করে পৃথিবীর গতি পর্যায়বৃত্ত গতি—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উদ্দীপকে সৃষ্ট তারের বেগ নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) এ ধরনের তারের কোনো বিন্দুতে স্পন্দন সর্বোচ্চ এবং কোনো বিন্দুতে স্পন্দন সর্বনিম্ন হওয়ার কারণ চিত্রসহ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৮। চট্টগ্রাম আবহাওয়া অফিসে শুষ্ক ও সিক্ত বাত্মের পাঠ যথাক্রমে 30°C ও 28°C পাওয়া গেল। 30°C এ গ্লেইসারের উৎপাদক 1.65। 26°C , 28°C এবং 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে $25.25 \times 10^{-3}\text{m}$, $28.45 \times 10^{-3}\text{m}$ এবং $31.85 \times 10^{-3}\text{m}$ পারদ চাপ। এদিন রাজশাহীর আর্দ্রতা ছিল 60%।

- (ক) গড় মুক্তপথ কাকে বলে? ১
 (খ) -273°C তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন শূন্য হয় কেন? ২
 (গ) এদিনে চট্টগ্রামের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) চট্টগ্রাম ও রাজশাহীর মধ্যে কোথায় ভেজা কাপড় দ্রুত শুকাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

উত্তরমালা				
১। (ঘ)	২। (ক)	৩। (গ)	৪। (খ)	৫। (খ)
৬। (ক)	৭। সঠিক উত্তর নেই	৮। (ঘ)	৯। (গ)	১০। (ক)
১১। (ঘ)	১২। (গ)	১৩। (গ)	১৪। (ঘ)	১৫। (খ)
১৬। (ক)	১৭। (গ)	১৮। (ক)	১৯। (খ)	২০। (গ)
২১। (ঘ)	২২। (খ)	২৩। (ঘ)	২৪। (খ)	২৫। (ক)

২০১৮ সালের অভিন্ন বোর্ডের প্রশ্নাবলি

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

পদার্থবিজ্ঞান

[২০১৮ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

প্রথম পত্র

সময়—২৫ মিনিট ; পূর্ণমান—২৫

বিষয় কোড :





1 7 4

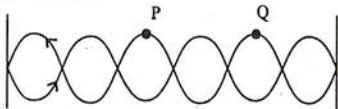
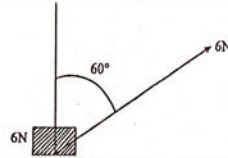
সেট :

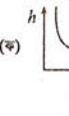
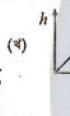
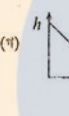
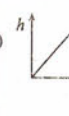
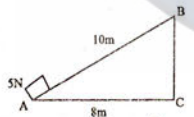
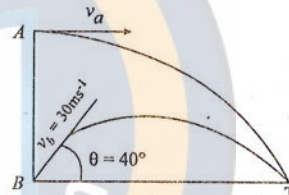
ক

[দ্রষ্টব্য: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

- ১। সংকুচিত অবস্থায় স্প্রিং এর ভিতর কোন শক্তি সম্বন্ধিত থাকে?
- (ক) তাপ শক্তি (খ) গতি শক্তি
(গ) স্থিতি শক্তি (ঘ) অন্তঃস্থ শক্তি
- ২। পৃথিবী পৃষ্ঠ, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় ও পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g , g_h ও g_{bh} হলে—
- (ক) $g_{bh} < g_h < g$ (খ) $g_b < g_{bh} < g$
(গ) $g_h > g_{bh} > g$ (ঘ) $g_h > g < g_{bh}$
- ৩। নিচের কোন লেখচিত্রটি (দূরত্ব s বনাম সময় t) সম্ভব নয়?
- (ক)  (খ)  (গ)  (ঘ) 
- ৪।
- A
40gm O_2
27°C
- $R = 8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mole}^{-1}$, O_2 এর আণবিক ভর = 32gm
চিহ্নানুযায়ী A পাত্রের গ্যাসের মোট গতিশক্তি—
- (ক) $33.65 \times 10 \text{ J}$ (খ) $42.07 \times 10 \text{ J}$
(গ) $37.39 \times 10^2 \text{ J}$ (ঘ) $46.74 \times 10^{-1} \text{ J}$
- ৫। ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ প্রবকের মান 0.02mm হলে, নিচের কোন বেধটি নির্ভুলভাবে মাপা যাবে?
- (ক) 0.005 mm (খ) 0.001 mm
(গ) 0.01 mm (ঘ) 0.03 mm
- নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
 $y = 0.6 \sin 0.12x \cos 24t$ একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ যা নিম্নলিখিত চিত্র দ্বারা প্রকাশিত। x ও y মিটার এককে।
- ৬। স্থির তরঙ্গ গঠনকারী তরঙ্গের বেগ—
- (ক) 100 ms^{-1} (খ) 200 ms^{-1}
(গ) 300 ms^{-1} (ঘ) 400 ms^{-1}
- ৭। তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে—
- (ক) $PQ = \frac{\lambda}{2}$ (খ) $PQ = \frac{3\lambda}{4}$ (গ) $PQ = \lambda$ (ঘ) $PQ = \frac{5\lambda}{4}$
- ৮। মহাকর্ষীয় প্রবলক $G = ?$
- (ক) $66.7 \times 10^{-12} \text{ Nm kg}^{-2}$
(খ) $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^{-2} \text{ kg}^{-2}$
(গ) $0.667 \times 10^{-10} \text{ Nm}^{-2} \text{ kg}^{-2}$
(ঘ) $0.0667 \times 10^{-9} \text{ Nm}^{-2} \text{ kg}^{-2}$
- ৯। অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে সংরক্ষিত হয়—
- (ক) গতিশক্তি (খ) স্থিতিশক্তি
(গ) কৌণিক ভরবেগ (ঘ) ভরবেগ
- ১০। নিচের কোনটি দোলন গতির উদাহরণ?
- (ক) ঘড়ির কাঁটার গতি
(খ) সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি
(গ) বৈদ্যুতিক পাখার গতি (ঘ) সুরশলাকার গতি
- ১১।
- ৬N ওজনের একটি বস্তুকে 6N বল দ্বারা চিহ্নানুযায়ী টানা হচ্ছে। বস্তুর আপাত ওজন—
- (ক) 0.8N (খ) 3N (গ) 9N (ঘ) 11.2N
- একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 mm^2 এবং অসহ ভর 40 kg। তারের অসহ পীড়ন—
- (ক) $4 \times 10^{-6} \text{ Nm}^{-2}$ (খ) $3.92 \times 10^{-4} \text{ Nm}^{-2}$
(গ) $4 \times 10^7 \text{ Nm}^{-2}$ (ঘ) $3.92 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$



- নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৩ ও ১৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 একটি ঘড়ির সেকেন্ডের কাঁটার দৈর্ঘ্য 3cm.
- ১৩। সেকেন্ডের কাঁটার প্রারম্ভের রৈখিক বেগ—
 (ক) 3.14ms^{-1} (খ) $3.14 \times 10^{-1}\text{ms}^{-1}$
 (গ) $3.14 \times 10^{-2}\text{ms}^{-1}$ (ঘ) $3.14 \times 10^{-3}\text{ms}^{-1}$
- ১৪। সেকেন্ডের কাঁটার—
 i. পর্যায়কাল 1 মিনিট
 ii. কম্পাঙ্ক $1.6 \times 10^{-3}\text{Hz}$
 iii. কৌণিক বেগ 0.1046 rad/sec
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ১৫। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনটি সবসময় ধ্রুবক থাকে?
 i. পীড়ন ii. পার্শ্ব বিকৃতি iii. বল
 i. বিকৃতি ii. দৈর্ঘ্য বিকৃতি iii. ফ্রেংকফল
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ১৬। কোনো নির্দিষ্ট স্থানে কৈশিক নলে উথিত পানির উচ্চতা (h) ও কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ (r) এর মধ্যে নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?
 (ক)  (খ)  (গ)  (ঘ) 
- ১৭। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে—
 i. এটি স্কেলার রাশি
 ii. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এটি ঋণাত্মক
 iii. এর মাত্রা সমীকরণ L^2T^{-2}
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ১৮।

 চিত্রানুযায়ী 5N ওজনের একটি ব্লকে 10 সে. এ A থেকে B তে নিতে প্রযুক্ত ক্ষমতা—
 (ক) 3W (খ) 4W (গ) 5W (ঘ) 6W
- ১৯। অসম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে—
 i. আবদ্ধ বা খোলা যে কোনো স্থানে এটি তৈরি করা যায়
 ii. তাপমাত্রা বাড়িয়ে এটিকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়
 iii. এটি বয়েল এবং চার্লসের সূত্র মেনে চলে
- নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ২০। \vec{M} ও \vec{N} ভেক্টর দ্বারা গঠিত তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর—
 (ক) $\frac{\vec{M} \times \vec{N}}{|\vec{M} \times \vec{N}|}$ (খ) $\frac{\vec{M} \cdot \vec{N}}{|\vec{M} \times \vec{N}|}$
 (গ) $\frac{\vec{M} \times \vec{N}}{|\vec{M} \cdot \vec{N}|}$ (ঘ) $\frac{|\vec{M} \times \vec{N}|}{\vec{M} \times \vec{N}}$
- ২১। সরল দোলকের সাম্যাবস্থায় সর্বোচ্চ হয়—
 (ক) ত্বরণ (খ) সরণ (গ) বেগ (ঘ) প্রত্যয়নী বল
 নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

- চিত্রানুযায়ী A ও B বিন্দু থেকে দুটি বস্তু নিক্ষেপ করা হলো।
 B বিন্দু থেকে নিক্ষেপিত বস্তুটির 1 সে. পর বেগের উল্লম্ব উপাংশ—
 (ক) 9.48 ms^{-1} (খ) 16.18 ms^{-1}
 (গ) 19.28 ms^{-1} (ঘ) 25.98 ms^{-1}
- ২৩। যদি লক্ষ্যবস্তু T তে আঘাত করতে প্রাস দুটি একই সমান নেয় তবে—
 (ক) $v_a = v_b \cos \theta$ (খ) $v_b = v_a \sin \theta$
 (গ) $v_a = v_b \sin \theta$ (ঘ) $v_b = v_a \cos \theta$
- ২৪। গ্যাসের গড়মুক্ত পথ ব্যস্তানুপাতিক হবে—
 (ক) গ্যাসের ঘনত্বের
 (খ) গ্যাস অণুর আণবিক ব্যাসের
 (গ) একক আয়তনে অণুর সংখ্যার বর্গের
 (ঘ) অণুর অতিক্রান্ত দূরত্বের
- ২৫। পরবশ কম্পন অনুলাদ হবে না, যদি না পরবশ কম্পন সৃষ্টিকারী তরঙ্গদ্বয়ের সমান হয়—
 (ক) কম্পাঙ্ক (খ) বিস্তার (গ) তরঙ্গ বেগ (ঘ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য

উত্তরমালা

১। (গ)	২। (খ)	৩। (ঘ)	৪। (ঘ)	৫। (ঘ)	৬। (খ)	৭। (গ)	৮। (গ)	৯। (ঘ)	১০। (ঘ)
১১। (খ)	১২। (ঘ)	১৩। (ঘ)	১৪। (গ)	১৫। (ক)	১৬। (ঘ)	১৭। (ঘ)	১৮। (ক)	১৯। (গ)	২০। (ক)
২১। (গ)	২২। (ক)	২৩। (ক)	২৪। (ক)	২৫। (ক)					

সেট : ক

পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র (সৃজনশীল)

[২০১৮ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড :

1	7	4
---	---	---

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট ; পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রদত্ত উদ্দীপকগুলো মনোযোগ দিয়ে পড় এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর যথাযথ উত্তর দাও। যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

- ১। $m = (10 \text{ kg})$ ভরের একটি বস্তুর উপর একই সময়ে তিনটি বল ক্রিয়া করছে যা ১নং চিত্রে দেখানো হলো।



- (ক) কৌণিক বেগ কাকে বলে? ১
(খ) বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও তাদের দ্বারা সৃষ্ট কাজ স্কেলার রাশি—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) ১নং চিত্রে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল নিট বলের মান কত? ৩
(ঘ) চিত্র-১ এর আলোকে চিত্র-২ এর সঠিকতা যাচাই কর। ৪

- ২। ৬৬ m গড় ব্যাসার্ধের একটি ক্রিকেট মাঠে ক্রিকেট দল A ফিল্ডিং এবং B ব্যাট করছে। একজন বোলার 100 kmh^{-1} বেগে ব্যাটসম্যানের দিকে বল নিক্ষেপ করলে ব্যাটসম্যান অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে বলটিতে আঘাত করে। ফলে বলটি বোলারের নিক্ষেপ বেগের সমান বেগ লাভ করে। সংশ্লিষ্ট ব্যাটসম্যান হতে ২০m দূরে অবস্থানরত একজন ফিল্ডার ব্যাটসম্যান কর্তৃক বলে আঘাত করার সাথে সাথে বল অভিমুখে 10 ms^{-1} বেগে দৌড় শুরু করল।

- (ক) পৃষ্ঠশক্তি কী? ১
(খ) কোনো বাসযাত্রী রাস্তার পাশের কিলোমিটার স্টোন এবং সাথে থাকা একটি হাতঘড়ি ব্যবহার করে চলমান বাসটির গড় বেগ কীভাবে নির্ণয় করবে ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? ৩
(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনার ব্যাটসম্যানকে 'ক্যাচ আউট' করা সম্ভব কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ৩। অপু ২০ m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার মাঠের চতুর্পার্শ্বে সর্বোচ্চ 30° কোণে কেন্দ্রের দিকে হেলানো অবস্থায় নিরাপদে সাইকেল চালাতে পারে। সে 20 kmh^{-1} বেগে সাইকেল চালাচ্ছিল।

- (ক) টর্ক কী? ১
(খ) ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) বৃত্তাকার পথে ৫ km এর সমান পথ অতিক্রম করতে কতবার মাঠ প্রদক্ষিণ করতে হবে? ৩
(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত মাঠে দ্বিগুণ বেগে অপু ঐ পথ নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে। সত্যতা যাচাই কর। ৪

- ৪। প্রতি তলার উচ্চতা ৫m হিসেবে ১০ তলা ভবনের সর্বোচ্চ তলায় বসবাসরত একটি পরিবারে একটি শিশু আছে। শিশুটি বারান্দার ঘিল দিয়ে ১০০ gm ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দিলে তা কিছুক্ষণের মধ্যে মাটিতে আঘাত করে।

- (ক) চক্রগতি ব্যাসার্ধ কী? ১
(খ) একটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক রাস্তা সৃষ্টি হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত টেনিস বলটি কত সময় পরে মাটিতে আঘাত করবে? ৩

- (ঘ) ভবনটির ৭ম ও ৮র্থ তলায় বলটি মোট শক্তি উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে গণনা করলে তা শক্তি সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে—এ উক্তিটির সত্যতা যাচাই করে তোমার মতামত দাও। ৪

- ৫। প্রতি সেকেন্ডে ৫টি বিট সৃষ্টি করার লক্ষ্যে দুটি সুরশলাকা A ও B নেয়া হলো। A সুরশলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা $1.01 \times 10^5 \text{ Wm}^{-2}$ এবং বিত্তর ০.০২m। B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক ১৬১ Hz। (মাধ্যমের ঘনত্ব 1.25 kgm^{-3} এবং শব্দের বেগ 350 ms^{-1})।

- (ক) অনুবাদ কাকে বলে? ১
(খ) আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য লিখ। ২
(গ) B সুরশলাকার ২৫০ কম্পনে শব্দ কত দূরত্ব অতিক্রম করবে নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বিট উৎপন্ন করতে হলে A সুরশলাকার কী পরিবর্তন আনা প্রয়োজন গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ৬। ৫ kg ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগে নিক্ষেপ করায় সেটি মহাশূন্যের অন্য একটি গ্রহে পৌঁছায় যার ভর পৃথিবীর ভরের ষোলগুণ এবং ব্যাস পৃথিবীর ব্যাসার্ধের আটগুণ। (পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^3 \text{ km}$)

- (ক) কাজ শক্তি উপপাদ্যটি লিখ। ১
(খ) কোনো একটি যন্ত্রের ক্ষমতা ৫০MW—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত অন্য গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বস্তুর ভর অর্ধেক হলেও ঐ বস্তুটিকে পুনরায় অন্য গ্রহটি হতে মহাশূন্যে নিক্ষেপ করতে প্রয়োজনীয় মুক্তিবেগ ভূপৃষ্ঠের মুক্তিবেগের সমান হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

- ৭। দৃঢ় অবলম্বন হতে ১m দৈর্ঘ্যের একই উপাদানের দুটি তারের প্রত্যেকটির মুক্তপ্রান্তে ০.০৫ kg ভর ঝুলানো হলো। তারগুলোর ব্যাস যথাক্রমে ২mm ও ৪mm (ইয়ং-এর গুণক $= 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$)।

- (ক) সাম্প্রভা কাকে বলে? ১
(খ) বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার কেন? ২
(গ) প্রথম তারটির একক আয়তনে স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) ভরসহ প্রত্যেকটি ঝুলানো তার সরল দোলকের ন্যায় আচরণ করলে কোনটি ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

- ৮। A স্থানের একটি হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ু বুদবুদ পানির উপরিতলে আসায় বুদবুদের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হয়। হ্রদটিতে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} , বায়ুর তাপমাত্রা 18.6°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা ৫২.৪%। অন্য কোনো দিন B স্থানের অন্য একটি হ্রদে বায়ুর তাপমাত্রা A স্থানের হ্রদের সমান এবং শিশিরাক্ষ 7.4°C , 7°C , 8°C , 180° ও 19°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $8.2 \times 10^{-3} \text{ m}$, $15.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ ও $16.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ পারদ।

- (ক) প্রমাণ চাপ কী? ১
(খ) শীতকাল অপেক্ষা বর্ষাকালে কাপড় দেহেতে শুকায়—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) A স্থানের হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের কোন স্থানে একজন ব্যক্তি বেশি স্বস্তিবোধ করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

সেট : খ
পদার্থবিজ্ঞান-১ম পত্র (সৃজনশীল)
[২০১৮ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : 1 7 4

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট ; পূর্ণমান-৫০

[দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রদত্ত উদ্দীপকগুলো মনোযোগ দিয়ে পড় এবং সর্বশ্রেষ্ঠ প্রশ্নগুলোর যথাযথ উত্তর দাও। যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

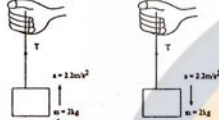
- ১। তিনটি বিন্দু A, B ও C এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (2, 1, -1), (3, -2, 4) ও (1, -3, 5)। কোনো সূক্ষ্ম বেগে গতিশীল বস্তুর B বিন্দু হতে C বিন্দুতে পৌঁছতে 2 sec সময় লাগলো। [সবকটি রাশি এসআই এককে প্রদত্ত]

- (ক) অনুকল্প কী? ১
(খ) অভিকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) BC পথে বস্তুর বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত অবস্থান ভেক্টরগুলো একই সমতলে অবস্থান করবে কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

- ২। একটি সূতার সাহায্যে 2 kg ভরের একটি বস্তুকে খুলিয়ে বস্তুটিকে 2.2m/s² সমত্বরণে 5 m উপরে উঠানো হলো এবং পরবর্তীতে নিচে নামানো হলো।

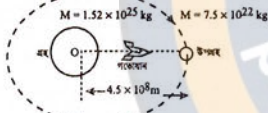
উঠানোর সময়

নামানোর সময়



- (ক) পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? ১
(খ) প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক হলেও একমাত্রিক হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উপরে উঠানোর সময় সূতার টান কত? ৩
(ঘ) বস্তুটিকে উঠাতে বা নামাতে সূতার টান কর্তৃক বস্তুটির উপর কৃতকাজ কোন ক্ষেত্রে বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৩।



উপরের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর।

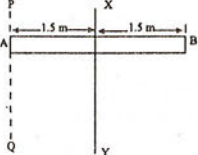
- (ক) কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে? ১
(খ) পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাস-অণুর বেগ শূন্য হওয়ার কারণ কী? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) এখ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে কোনো স্থানে নভোযানটির উপর লব্ধি বল শূন্য হবে কিনা-গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

- ৪। ব্যাডমিন্টন খেলার রেফারি বাঁশি বাজিয়ে

$Y_1 = 10 \sin \pi \left(200t - \frac{x}{3.4} \right)$ তরঙ্গের শব্দ সৃষ্টি করে খেলোয়াড়দের মনোযোগ আকর্ষণ করল। শব্দটি 40 m দূরের একটি দেয়ালে প্রতিফলিত হয়ে রেফারির কাছে ফিরে আসল। রেফারি থেকে দেয়ালের দিকে 13.6m দূরে রীতা এবং 18.7m দূরে মিতা নামের খেলোয়াড় দাঁড়িয়ে ছিল।

- (ক) কালিক পর্যাক্রম কাকে বলে? ১
(খ) গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) রেফারির সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) প্রতিফলনের পর রীতা ও মিতা উভয়েই কি সমান জোরালো শব্দ শুনতে পাবে? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৫।



চিত্রের দণ্ডের ভর 3kg, XY ঘূর্ণন অক্ষ

- (ক) অশ্ব ক্ষমতা কাকে বলে? ১
(খ) কঠিন বস্তুর আন্তঃআণবিক বলই স্থিতিস্থাপকতার কারণ—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) দণ্ডটিকে চণ অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরালে চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত হবে? ৩
(ঘ) XY অথবা PQ-কোন অক্ষ সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো অধিকতর সহজ হবে, গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

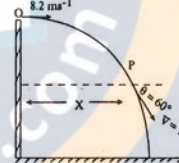
৬।

স্থান	তরু বাল্বের থার্মোমিটার পাঠ	সিদ্ধ বাল্বের থার্মোমিটার পাঠ
	20°C	
কুমিল্লা	20°C	12°C
স্থান	বায়ুর তাপমাত্রা	শিশিরাক্ষ
খুলনা	20°C	8.5°C

তাপমাত্রা	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ
5.68°C	6.856×10^{-3} mHgP
8°C	8.04×10^{-3} mHgP
9°C	8.61×10^{-3} mHgP
20°C	17.6×10^{-3} mHgP

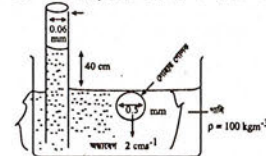
- (ক) জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? ১
(খ) পৃথিবীর সূর্যের চারদিকে ঘুরছে কিন্তু কোনো কাজ করছে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) কুমিল্লার শিশিরাক্ষ কত? (20°C তাপমাত্রায় $G = 1.79$)
(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে কোন স্থানটি অধিক আর্দ্র থাকবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৫।



চিত্রে একটি বিজিৎ-এর উপর হতে অনুভূমিকভাবে একটি বলকে ছুঁড়ে দেয়া হলো। করিম বলটির গতিপথের দিকে তাকিয়ে ধারণা করল যে, 2 sec পরে θ এর মান 62° হলে বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিজিৎ হতে বলটির অনুভূমিক দূরত্বের সমান হবে।

- (ক) বিট কাকে বলে? ১
(খ) \hat{k} , \hat{i} = 0 কেন, ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) P বিন্দুতে বলটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) করিমের ধারণা কি সঠিক ছিল? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে যাচাই কর। ৪
তাজিন পরীক্ষাগারে পানির সান্দ্র বল ও পানির বিশুদ্ধতা নির্ণয়ের জন্য নিচের চিত্রানুযায়ী পরীক্ষা সম্পাদন করে।



- (ক) সান্দ্রতা সহগ কাকে বলে? ১
(খ) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না কেন? ২
(গ) লোহার গোলকের উপর পানির সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 3×10^{-3} Nsm⁻²] ৩
(ঘ) পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানি বিশুদ্ধ কিনা-পরীক্ষালব্ধ ফলাফল বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্ত দাও। [উল্লেখ্য বিশুদ্ধ পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm⁻¹] ৪

২০১৮ সালের আলিম পরীক্ষার প্রশ্নাবলি

আলিম পরীক্ষা-২০১৮

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

পদার্থবিজ্ঞান

[২০১৫-১৬ ও ২০১৬-২০১৭ সেশন]

প্রথম পত্র

সময়-২৫ মিনিট ; পূর্ণমান-২৫

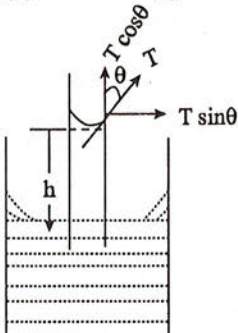
বিষয় কোড : 2 2 4

সেট : খ

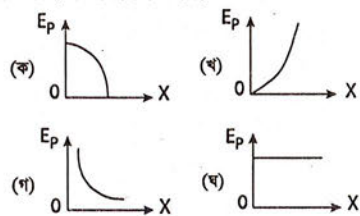
দ্রষ্টব্য: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান-১।

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

- ১। অনুভূমিক বরাবর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত?
(ক) শূন্য (খ) 9.8 ms^{-2}
(গ) -9.8 ms^{-2} (ঘ) অসীম
- ২। সমত্বরণে চলমান একটি গাড়ির বেগ পূর্বের আদিবেগের ৩ গুণ করা হলে গাড়িটি থামাতে পূর্বের কত গুণ দূরত্বের প্রয়োজন হবে?
(ক) $\frac{1}{9}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) ৩ (ঘ) ৯
- ৩। রাস্তার ব্যাংকিং নির্ভর করে—
i. বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর
ii. গাড়ির ভরের উপর
iii. গাড়ির বেগের উপর
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i (খ) i ও ii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- ৪। প্রযুক্ত বল এবং এর ত্রিভুজাকালের গুণফলকে কী বলে?
(ক) টর্ক (খ) ভরবেগ
(গ) ঘাতবল (ঘ) বলের ঘাত
- ৫। জড়তার ভ্রামকের মাত্রা কোনটি?
(ক) ML^2 (খ) ML^2T^{-2} (গ) MLT^{-1} (ঘ) ML^2T^{-3}



- ৬। চিত্রে r ব্যাসার্ধের একটি কাচের কৌশিক নল বিশুদ্ধ পানিতে ডুবালে উহা পানিতে h উচ্চতায় উঠে। পরে $2r$ ব্যাসার্ধের অপর একটি কৌশিক নল পানিতে ডুবানো হলো।
উদ্দীপকের আলোকে ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
যে উচ্চতায় দ্বিতীয় ক্ষেত্রে পানি উঠবে তা হলো—
(ক) $\frac{4}{2}$ (খ) h (গ) $2h$ (ঘ) $3h$
- ৭। ১ম ক্ষেত্রে পৃষ্ঠটান T_1 ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে পৃষ্ঠটান T_2 হলে কোন সম্পর্কটি সঠিক?
(ক) $T_2 > T_1$ (খ) $T_2 < T_1$
(গ) $T_1 = T_2$ (ঘ) $2T_1 = T_2$
- ৮। পৃথিবীর আবর্তন বদ্ধ হয়ে গেলে মেরু অঞ্চলে 'g' এর মানের কিরূপ পরিবর্তন হবে?
(ক) বৃদ্ধি পাবে (খ) শূন্য হবে
(গ) অপরিবর্তিত থাকবে (ঘ) কমে যাবে
- ৯। সরলছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে সরণ এর সাথে স্থিতিশক্তির সম্পর্ক কোনটি নির্দেশ করে?



- ১০। একটি পেভুলাম ঘড়িকে কয়লা খনির গভীরে নিলে কী ঘটবে?
(ক) দ্রুত চলবে (খ) ধীরে চলবে
(গ) একই থাকবে (ঘ) থেমে যাবে

১১। একটি টানা তারের দৈর্ঘ্য l ও একক দৈর্ঘ্যের ভর m এবং কম্পাঙ্ক f । এর কম্পাঙ্ক $2f$ করতে হলে—

i. দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{1}{2}$ করতে হবে

ii. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে 21 করতে হবে

iii. তারের টান 4 গুণ করতে হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১২। টানা তারে স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন হওয়ার কারণ কোনটি?

(ক) ব্যতিচার (খ) স্বরকম্প (গ) অনুনাদ (ঘ) মেলডি

১৩। একটি স্থির তরঙ্গের পাশাপাশি দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কোনটি?

(ক) শূন্য (খ) $\frac{\lambda}{4}$ (গ) $\frac{\lambda}{2}$ (ঘ) λ

উদ্দীপকের আলোকে ১৪ ও ১৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

30°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসকে স্থিরচাপে উত্তপ্ত করে আয়তন দ্বিগুণ করা হলো।

১৪। উদ্দীপকটি নিচের কোন সূত্রকে সমর্থন করে?

(ক) বয়েলের (খ) চার্লসের
(গ) অ্যাভোগেড্রোর (ঘ) ক্রসিয়াস

১৫। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত?

(ক) 60°C (খ) 333°C (গ) 606°C (ঘ) 879°C

১৬। আমাদের দেশে সিন্ত ও গুরু বাল্ব হাইড্রোমিটারের থার্মোমিটারদ্বয়ের পাঠের পার্থক্য কখন বেশি হয়?

(ক) গ্রীষ্মকালে (খ) শীতকালে
(গ) প্রত্যেক দিন সকালে (ঘ) প্রত্যেক দিন বিকালে

১৭। দুটি অণুর বেগ যথাক্রমে 2ms^{-1} এবং 4ms^{-1} হলে অণুদ্বয়ের গড় বর্গবেগ কত?

(ক) $\sqrt{3}\text{m}^2\text{s}^{-2}$ (খ) $2\text{m}^2\text{s}^{-2}$

(গ) $\sqrt{10}\text{m}^2\text{s}^{-2}$ (ঘ) $10\text{m}^2\text{s}^{-2}$

১৮। বিনা প্রমাণে কোনো কিছুই মেনে নেওয়া কে কী বলে?

(ক) তত্ত্ব (খ) স্বীকার্য (গ) নীতি (ঘ) ধারণা

১৯। ভেক্টর \vec{P} ও \vec{Q} পরস্পর লম্ব হলে—

i. $|\vec{P} \times \vec{Q}| = |\vec{P} \cdot \vec{Q}|$

ii. $|\vec{P} \times \vec{Q}| = |\vec{P}| |\vec{Q}|$

iii. $|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}|$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২০। $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - m\hat{j} + 2\hat{k}$.
 m এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?

(ক) -11 (খ) -4 (গ) 11 (ঘ) 4

২১। ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ভেক্টর ক্ষেত্রটি কেমন হবে?

(ক) ঘূর্ণনশীল (খ) অঘূর্ণনশীল

(গ) সলিনয়ডাল (ঘ) সংরক্ষণশীল

২২। সর্বাধিক পাল্লার ক্ষেত্রে সর্বাধিক পাল্লা R এবং সর্বাধিক উচ্চতা H এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি?

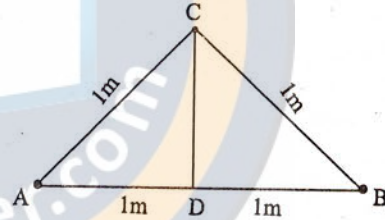
(ক) $R = \frac{H}{4}$ (খ) $R = 2H$

(গ) $R = 4H$ (ঘ) $R = \frac{2}{H}$

২৩। 5 kg ভরের বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 8 m উচ্চতায় উঠিয়ে অনুভূমিক বরাবর 6 m সরানো হলে, অভিকর্ষ বলের দিকে সরণ কত?

(ক) -8m (খ) 2m (গ) 8m (ঘ) 14m

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



A ও B বিন্দুতে যথাক্রমে 1kg ও 2kg ভরের বস্তু আছে।

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$.

২৪। A বিন্দুতে স্থাপিত 1kg ভরের বস্তুর জন্য D বিন্দুতে প্রাবল্য কত?

(ক) $6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$

(খ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$

(গ) $6.67 \times 10^{-11} \text{Nkg}^{-2}$

(ঘ) $-6.67 \times 10^{-11} \text{Nkg}^{-2}$

২৫। C ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত কোনটি?

(ক) 1 : 1

(খ) 1 : 2

(গ) 1 : 4

(ঘ) 1 : 16

উত্তরমালা :

১। (ক)	২। (ঘ)	৩। (গ)	৪। (খ)	৫। (ক)	৬। (ক)	৭। (গ)	৮। (গ)	৯। (খ)	১০। (খ)
১১। (গ)	১২। (ক)	১৩। (গ)	১৪। (খ)	১৫। (গ)	১৬। (ক)	১৭। (ঘ)	১৮। (খ)	১৯। (গ)	২০। (ঘ)
২১। (গ)	২২। (খ)	২৩। (ক)	২৪। (গ)	২৫। (খ)					

সেট : খ

আলিম পরীক্ষা-২০১৮

পদার্থবিজ্ঞান (তত্ত্বীয়) (সৃজনশীল)

[২০১৫-১৬ ও ২০১৬-২০১৭ সেশন]

প্রথম পত্র

বিষয় কোড : 2 2 4

সময়-২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান-৫০

দ্রষ্টব্য : ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। প্রদত্ত উদ্দীপকগুলো মনোযোগ দিয়ে পড় এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর যথাযথ উত্তর দাও। যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

১। দুটি ভেক্টর রাশি $\vec{P} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং

$\vec{Q} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ । তাদের বৃহত্তম লব্ধি 7.83 একক ও ক্ষুদ্রতম লব্ধি 2.94 একক।

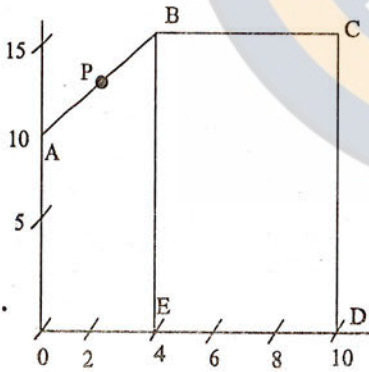
(ক) আয়ত একক ভেক্টর কী? ১

(খ) কোনো বস্তুর টর্ক 15 Nm বলতে কী বোঝায়? ২

(গ) \vec{P} এর উপরে \vec{Q} এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর

(ঘ) বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম লব্ধি পরস্পরের সাথে কীভাবে ত্রিভুজ করলে লব্ধির মান ক্ষুদ্রতম লব্ধির 3 গুণ হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২। নিচের লেখচিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



(ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১

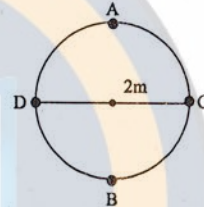
(খ) প্রববেগ ও অসমবেগের মধ্যে পার্থক্য লিখ। ২

(গ) AB এর মধ্যবিন্দুর ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) ABC অংশের অতিক্রান্ত দূরত্ব লেখচিত্রের মাধ্যমে ও গতির সমীকরণের মাধ্যমে সমান পাওয়া যাবে কিনা গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর। ৪

৪।

৩। একটি 250 gm পাথরকে 2 m দীর্ঘ সুতার এক প্রান্তে বেঁধে উল্লম্বভাবে বৃত্তাকার পথে 3ms^{-1} বেগে চিত্রের ন্যায় ঘুরানো হচ্ছে।

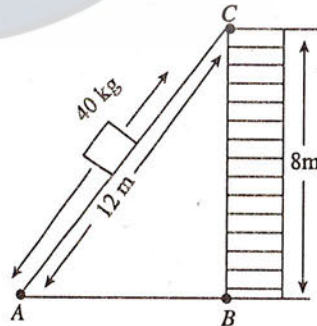


(ক) টর্ক কাকে বলে? ১

(খ) বালুকাময় রাস্তায় দ্রুত পথ চলা সম্ভব নয় কেন? ২

(গ) উদ্দীপকের আলোকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) A, B, C ও D বিন্দুতে সুতার টানের পরিবর্তন গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪



চিত্রে 40 kg ভরের একটি বস্তুকে ভূমি থেকে 8 মিটার উঁচু ভবনের ছাদে ওঠানো 12m লম্বা মসৃণ আনত তল ব্যবহার করা হলো

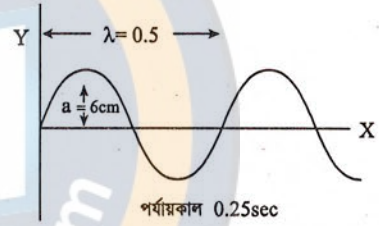
- (ক) ক্ষমতা কী? ১
- (খ) সরল দোলকের দোলনকালের সময় সুতার টান কর্তৃক কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) AC তল বেয়ে বস্তুটিকে উপরে উঠাতে কৃত কাজের পরিমাণ বের কর। ৩
- (ঘ) AC ও BC এর মধ্যে কোন পথে বস্তুটিকে কম বল প্রয়োগে C বিন্দুতে ওঠানো যাবে? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪
- ৫। পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে 3000 km দূরত্বে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ অবস্থিত। এখানে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$.
- (ক) সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যের সংজ্ঞা দাও। ১
- (খ) ঘর্ষণ কী ধরনের বল? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীতে ফিরে আসার সম্ভাবনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪
- ($V_e = 11.2 \text{ kms}^{-1}$)

৬।

তার	দৈর্ঘ্য (m)	ব্যাসার্ধ (mm)	বল (N)	দৈর্ঘ্য প্রসারণ (mm)	ব্যাস হ্রাস (mm)
X	1	0.50	50	10	0.006
Y	1	0.55	55	12	0.009
Z	1	0.60	60	14	—

- (ক) ছকের সূত্রটি লিখ। ১
- (খ) তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়— ব্যাখ্যা কর। ২

- (গ) X তারটির পয়সনের অনুপাত কত? ৩
- (ঘ) Y ও Z তার দুটির উপাদানের মধ্যে কোনটির স্থিতিস্থাপক বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৭। একজন বিজ্ঞানী পৃথিবী থেকে একটি সেকেন্ড দোলক নিয়ে মঙ্গলপৃষ্ঠে অবতরণ করেন। মঙ্গলের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ।
- (ক) ভূ-স্থির উপগ্রহ কী? ১
- (খ) একটি দোলক ঘড়ি গ্রীষ্মকালে ধীরে চলে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) মঙ্গলপৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) মঙ্গলপৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলক বানাতে হলে বিজ্ঞানীকে কী ব্যবস্থা নিতে হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪



তরঙ্গটির 0.09 kgm^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত। [$I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$]

- (ক) অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে? ১
- (খ) সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দুর দশা পার্থক্য 90° হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা লেবেল কত নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) উপরের তরঙ্গ দ্বারা সৃষ্ট শব্দ অবিরাম শ্রবণ করা শোতার জন্য ক্ষতিকর—উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

২০১৯ সালের বিভিন্ন বোর্ডের প্রশ্নাবলি

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

পদার্থবিজ্ঞান- প্রথম পত্র

[২০১৯ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

সময়- ২৫ মিনিট

পূর্ণমান-২৫

বিষয় কোড : 1 7 4

সেট : খ

[বিশেষ দৃষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

প্রশ্নপত্রে কোনো প্রকার দাগ/চিহ্ন দেয়া যাবে না।

ঢাকা বোর্ড-২০১৯

১. মূলগড় বর্গবেগ C এবং চাপ p এর মধ্যে সম্পর্ক হলো—

(ক) $C = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$ (খ) $C = \sqrt{\frac{3\rho}{p}}$

(গ) $C = \sqrt{\frac{p}{3\rho}}$ (ঘ) $C = \sqrt{\frac{\rho}{3p}}$

২. প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ উচ্চতায়—

(ক) বেগ শূন্য (খ) স্থিতিশক্তি শূন্য

(গ) বেগ ও ত্বরণের ডট গুণফল শূন্য

(ঘ) বেগ ও ত্বরণের ক্রস গুণফল শূন্য

৩. দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 260 Hz এবং 255 Hz. তারা কত সময় পরপর বিট উৎপন্ন করবে?

(ক) 0.1 sec (খ) 0.2 sec

(গ) 0.5 sec (ঘ) 0.8 sec

৪. কৌণিক কম্পাঙ্ক এর মাত্রা কোনটি?

(ক) $[M^0 L T]$ (খ) $[M^0 L^0 T^{-1}]$

(গ) $[M^0 L^{-1} T]$ (ঘ) $[M^0 L T^{-1}]$

৫. পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবীপৃষ্ঠে $\frac{R}{G}$ এর অনুপাত হবে—

(ক) MR^2 (খ) $\frac{R}{M}$

(গ) $\frac{M}{R^2}$ (ঘ) $\frac{M^2}{R}$

৬. কোন ধর্মের কারণে পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয়?

(ক) তলটান (খ) সান্দ্রতা

(গ) কৈশিকতা (ঘ) স্থিতিস্থাপকতা

৭. কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ—

(ক) অসীম (খ) শূন্য

(গ) ধনাত্মক (ঘ) ঋণাত্মক

৮. গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে কোনটি সঠিক?

(ক) অণুগুলোর সংঘর্ষ অস্থিতিস্থাপক

(খ) অণুগুলোর স্থিতিশক্তি নেই

(গ) অণুগুলোর গতিশক্তি নেই

(ঘ) অণুগুলোর ভরবেগ নেই

৯. প্রকৃত মান ও পরিমাপ্য মানের পার্থক্যকে কোন ত্রুটি বলে?

(ক) পরম ত্রুটি (খ) সামগ্রিক ত্রুটি

(গ) আপেক্ষিক ত্রুটি (ঘ) পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি

১০. 2400 J গতিশক্তিবিশিষ্ট একটি চাকা প্রতি মিনিটে 602 বার ঘুরে। চাকাটির জড়তার ভ্রামক কত?

(ক) 0.605 kgm^2 (খ) 0.828 kgm^2

(গ) 1.21 kgm^2 (ঘ) 76.14 kgm^2

১১. টর্কের একক—

i. N-m ii. $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$

iii. Js^{-1}

নিচের কোনটি সঠিক?

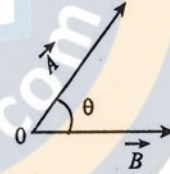
(ক) i

(খ) i ও ii

(গ) i ও iii

(ঘ) ii ও iii

১২.



চিত্রের \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টর দুটির—

i. ডট গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে

ii. ক্রস গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে

iii. ক্রস গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে না

নিচের কোনটি সঠিক?

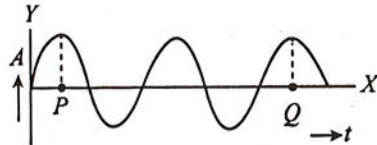
(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

১৩.



প্রদর্শিত তরঙ্গের P ও Q বিন্দুর দশা পার্থক্য কত?

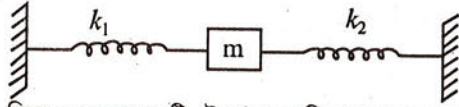
(ক) $\frac{\pi}{2}$

(খ) π

(গ) 2π

(ঘ) 4π

১৪.

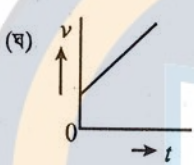
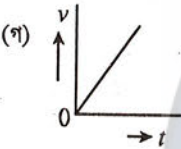
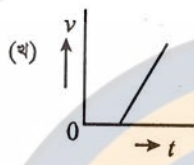
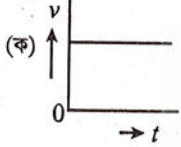


চিত্রে m ভরের বস্তুটি টেনে ছেড়ে দিলে স্পন্দনের কম্পাঙ্ক হবে—

(ক) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 - k_2}{m}}$ (খ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$

(গ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k_1 - k_2}}$ (ঘ) $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

১৫. কোন লেখচিত্রটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর চলার পথ নির্দেশ করে?



১৬. কোনটি জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য?

(ক) $I_z = I_x + I_y$ (খ) $I = I_G + MK^2$

(গ) $I = I_G + MK$ (ঘ) $I = I_G + Mh^2$

১৭. কোনো সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য ১.৯৬ গুণ করলে এর দোলনকাল কত হবে?

(ক) ৩.৯২ s (খ) ২.৮ s

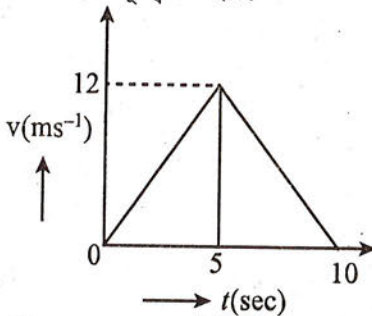
(গ) ৩.৪৪ s (ঘ) ১.৪ s

১৮. আনুভূমিকের সাথে 45° কোণে নিম্নিষ্ঠ একটি বস্তুর আনুভূমিক পাল্লা ১০০ m। সর্বোচ্চ উচ্চতা কত?

(ক) ১৪.৪৩ m (খ) ১৭.৬৮ m

(গ) ২৫.০০ m (ঘ) ৪৩.০০ m

১৯. নিচের লেখচিত্র অনুযায়ী $t = 0$ s হতে $t = 10$ s সময়ে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে?



(ক) 60 m

(খ) 50 m

(গ) 40 m

(ঘ) 30 m

২০. বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণন সংখ্যা M , বৃত্তাকার স্কেলের অতিরিক্ত ভাগ সংখ্যা N এবং লম্বিত গণন L_c হলে স্কেরোমিটারের সাহায্যে h নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?

(ক) $h = M + L_c$ (খ) $h = M \times N + L_c$

(গ) $h = M \times \text{পিচ} + L_c$

(ঘ) $h = M \times \text{পিচ} + N \times L_c$

২১. $\vec{A} = 2\hat{i} + x\hat{j} - 4\hat{k}$ $\vec{B} = y\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$. x ও y

এর মান কত হলে \vec{A} ও \vec{B} পরস্পর সমান্তরাল হবে?

(ক) $x = 3, y = 4$ (খ) $x = 4, y = 3$

(গ) $x = 6, y = 2$ (ঘ) $x = 12, y = 1$

২২. মুক্তিবেগ—

i. বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে

ii. এর মান পৃথিবীপৃষ্ঠে 11.2 kms^{-1}

iii. অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

২৩. তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত ৪ : ৫ : ৬ হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে কী বলে?

(ক) সমমেল

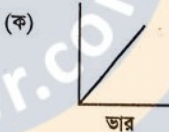
(খ) ত্রয়ী

(গ) সমতান

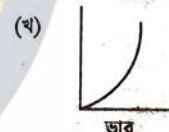
(ঘ) স্বরসঙ্গতি

২৪. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য প্রসারণ বনাম ভার এর সঠিক লেখচিত্র কোনটি?

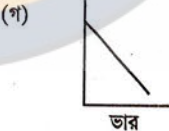
সম্প্রসারণ



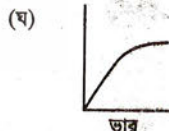
সম্প্রসারণ



সম্প্রসারণ



সম্প্রসারণ



২৫. “250 kg ভরের একটি বস্তু ট্রেনের সাহায্যে 0.1 ms^{-1} দ্রুতবেগে উপরে উঠানো হলো। ট্রেনের ক্ষমতা কত?

(ক) 24500 W (খ) 2500 W

(গ) 245 W (ঘ) 24.5 W

উত্তরমালা

১. ক	২. গ	৩. খ	৪. খ	৫. গ
৬. ক	৭. খ	৮. খ	৯. ক	১০. ঘ
১১. খ	১২. খ	১৩. ঘ	১৪. ঘ	১৫. গ
১৬. ঘ	১৭. খ	১৮. গ	১৯. ক	২০. ঘ
২১. ক	২২. গ	২৩. খ	২৪. ক	২৫. গ

ঢাকা বোর্ড-২০১৯

সেট-১

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল)

সময়- ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট; পূর্ণমান-৫০

- ১। ঘটায় 40 km বেগে পূর্ব দিকে চলমান একটি গাড়ির চালক উত্তর দিকে ঘনাই তার বেগের দ্বিগুণ বেগে একটি ট্রাক চলতে দেখল। [পূর্ব দিক ধনাত্মক X- অক্ষ ও উত্তর দিক ধনাত্মক Y- অক্ষ বিবেচনা করা হলো।]

(ক) স্বীকার্য কী? ১

(খ) কাজ ও টর্ক এর মান এবং একক সমান হলেও এরা ভিন্ন রাশি— ব্যাখ্যা দাও। ২

(গ) ট্রাকটি প্রকৃতপক্ষে কোন দিকে চলছিল? ৩

(ঘ) ট্রাক ও গাড়িটির প্রকৃত বেগ যে তলে অবস্থিত তার উল্লম্ব দিকে একটি ভেক্টর নির্ণয় করা সম্ভব কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে দেখাও। ৪

- ২। ক্রিকেট খেলার মাঠে রিপন ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করায় বলটি 30 m/s বেগ প্রাপ্ত হয় এবং সর্বোচ্চ অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। সঙ্গে সঙ্গে একজন ফিল্ডার ক্যাচ ধরার জন্য 10 m/s বেগে দৌড় শুরু করে এবং 40 m অতিক্রম করে। $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

(ক) প্রাসের পান্না কী? ১

(খ) প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময়ে বেগ সর্বোচ্চ হবে? ব্যাখ্যা দাও। ২

(গ) 2 s পরে বলটির বেগ কত? ৩

(ঘ) বলটি মাটিতে পড়ার আগে ফিল্ডার ক্যাচ ধরতে পারছে কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

- ৩। একজন চালক গাড়ির চাকা খারাপ হলে, চাকা পরিবর্তন করার জন্য রেঞ্জ দিয়ে জ্যাক-স্ক্রুকে ঘুরানোর সময় কোনো এক মুহূর্তে প্রযুক্ত বলকে $\vec{F} = (8\hat{i} + 5\hat{j} - 5\hat{k}) \text{ N}$ এবং ঘূর্ণন অক্ষ

হতে বলের ক্রিয়া বিন্দুর দূরত্ব $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) \text{ m}$ দ্বারা প্রকাশ করা হলো। গাড়ির ভর 2000 kg, ঘটনাস্থলে রাস্তার বাকের ব্যাসার্ধ 5 m এবং রাস্তার প্রস্থ 3 m। রাস্তার সর্বোচ্চ ঘর্ষণ বল 40 Nkg⁻¹।

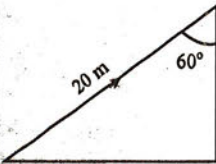
(ক) ঘনত্ব কী? ১

(খ) কোনো অক্ষের সাপেক্ষে একটি বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.9 m বলতে কী বোঝায়? ২

(গ) ক্ষুটি ঘুরানোর সময়ে প্রযুক্ত টর্ক কত? ৩

(ঘ) উদ্দীপকের রাস্তাটির ভিতরের প্রান্ত অপেক্ষা বাইরের প্রান্ত কত উঁচু হলে গাড়িটি সম্ভাব্য সর্বোচ্চ বেগে নিরাপদে বাক নিতে পারবে-গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪।



উদ্দীপকে 25 kg ভরের একজন বালক 3 kg ভরের একটি গোলক হাতে নিয়ে সিঁড়ি বেয়ে ছাদে উঠতে 2 m সময় নিল। ছাদ হতে গোলকটি ছেড়ে দেয়ায় তা সিঁড়ি বেয়ে গাড়িতে পড়ল।

(ক) স্থিতিস্থাপক বলের সংজ্ঞা দাও ১

(খ) বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার কৌণিক গতিশক্তি সমান হলেও রৈখিক গতিশক্তি ভিন্ন হয়—ব্যাখ্যা দাও। ২

(গ) বালকটি ছাদে উঠতে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কত কাজ করেছে? ৩

(ঘ) গোলকটি ছেড়ে দেওয়ার 1s পরে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্রটি প্রযোজ্য হয় কি না—উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৫। রতন কলেজের গ্রীষ্মের ছুটি কাটাতে দাদার বাড়িতে বেড়াতে গিয়ে খাতব পেডুলামযুক্ত একটি দেয়াল ঘড়ি দেখতে পেল যার পেডুলামটি 1 s সময়ে বাম দিক হতে ডান দিকে যায়। ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে 120 s সময় হারাল। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6450 \text{ km}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$]

(ক) বিস্তার কী? ১

(খ) কোনো বস্তু কীভাবে স্থিতিশক্তি অর্জন করে? ব্যাখ্যা দাও। ২

(গ) উদ্দীপকের আলোকে পাহাড়ের উচ্চতা কত? ৩

(ঘ) ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে যাওয়ার পরও দোলনকাল অপরিবর্তিত রাখতে কী ব্যবস্থা নিতে হবে—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

- ৬। একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে 200 cm দৈর্ঘ্য ও 1 mm² প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন উপাদানের তার A ও B ঝুলিয়ে তারদ্বয়ের নিচে 10 kg করে ভর ঝুলানো হলো। ফলে A তারটির দৈর্ঘ্য 7% ও B তারটির দৈর্ঘ্য 8% বৃদ্ধি পেল। $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ।

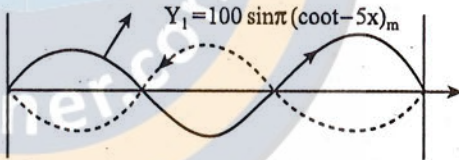
(ক) সংনম্যতা কী? ১

(খ) শীতল পানি থেকে গরম পানির গতি দ্রুততর কেন? ব্যাখ্যা দাও। ২

(গ) B তারটির একক আয়তনের বিভব শক্তি কত? ৩

(ঘ) সমান বল প্রয়োগে বস্তুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সাথে ইয়ং-এর গুণাক্ষের মধ্যে সম্পর্ক উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৭।



উদ্দীপকের তরঙ্গটি বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হয়ে একই পথে বিপরীত দিকে ফিরে এসে একটি নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হলো। [সব কয়টি রাশি SI এককে প্রকাশিত]।

(ক) দশা কী? ১

(খ) শব্দের তীব্রতা লেবেল 20 dB বলতে কী বুঝায়? ২

(গ) উদ্দীপকের তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? ৩

(ঘ) উদ্দীপকে সৃষ্ট নতুন তরঙ্গটিতে সর্বোচ্চ বিস্তারের অবস্থানগুলো নির্ণয় করা সম্ভব কি না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৮। 168 g নাইট্রোজেন গ্যাস ভর্তি একটি বেবুনকে সমুদ্রের তলদেশে নিয়ে যাওয়ায় আয়তন অর্ধেক হয়ে গেল। সমুদ্রপৃষ্ঠের চাপ, বায়ুর চাপ এবং তাপমাত্রা 30°C। তলদেশের তাপমাত্রা 14°C। [পানির ঘনত্ব 1025 kg/m, $g = 9.8 \text{ m/s}$, $R = 8.314 \text{ J/mol/K}$]

(ক) স্বাধীনতার মাত্রা কী? ১

(খ) কোনো স্থানের শিশিরাত্ম 18°C বলতে কী বোঝায়? ২

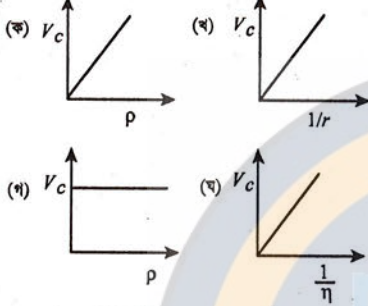
(গ) সমুদ্রপৃষ্ঠে নাইট্রোজেন গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) তাপমাত্রার পরিবর্তন বিবেচনায় ব্রুদের গভীরতা নির্ণয় করা সম্ভব কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯

সেট : গ
বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১. আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা—
(ক) ২ (খ) ৩ (গ) ৪ (ঘ) ৫
২. বলের ঘাতের একক—
(ক) N (খ) Nm
(গ) Nm⁻¹ (ঘ) kgms⁻¹
৩. V_C = সংকট বেগ, η = তরলের সান্দ্রত্ব, ρ = তরলের ঘনত্ব, r = নলের ব্যাসার্ধ হলে কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



৪. ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক—

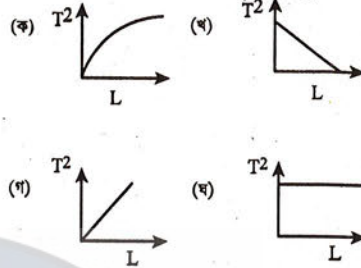
i. $K = \frac{\vec{P} \cdot \vec{P}}{2m}$ ii. $K = \frac{P^2}{2m}$ iii. $K = \frac{\vec{P} \times \vec{P}}{2m}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৫. কোনো তারের অসহ্যীড়ন নির্ভর করে তারের—
(ক) ব্যাসার্ধের ওপর (খ) দৈর্ঘ্যের ওপর
(গ) উপাদানের ওপর (ঘ) প্রস্থচ্ছেদের আকৃতির ওপর
৬. সর্বাপেক্ষা ছোট একক কোনটি?
(ক) মিলি মাইক্রোন (খ) এ্যাংস্ট্রম
(গ) এক্স-রে ইউনিট (ঘ) অ্যাটো-মিটার
৭. কোনটি আড়তরঙ্গ?
(ক) বাঁশির সুর (খ) স্প্রিং-এ স্ট্রট তরঙ্গ
(গ) পানি তরঙ্গ (ঘ) শব্দ তরঙ্গ
৮. সাইকেলের বেগ ও চাকার ঘর্ষণের মধ্যবর্তী কোণ কত?
(ক) ০° (খ) ৯০°
(গ) ১৮০° (ঘ) ৩৬০°
৯. একটি বৃত্তের পরিমাপ্য ব্যাসার্ধ $(5 \pm 0.2\%)$ cm হলে ক্ষেত্রফল পরিমাপে শতকরা ত্রুটি কত?
(ক) ০.৪% (খ) ০.৫%
(গ) ০.৪% (ঘ) ০.২%
১০. তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে পর পর তিনটি নিম্নসদ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?
(ক) $\lambda/2$ (খ) λ
(গ) $3\lambda/2$ (ঘ) 2λ
১১. সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের দুই-তৃতীয়াংশ হয় তবে এক বছরে দিনের সংখ্যা কত? (পৃথিবীতে ১ বছর = ৩৬৫ দিন)
(ক) ১০৮.১৫ দিন (খ) ১২১.৬৬ দিন
(গ) ১৯৮.৬৮ দিন (ঘ) ২৪৩.৩৩ দিন

১২. \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে \vec{A} এর উপর \vec{B} এর লম্ব অভিক্ষেপ—
(ক) $A \sin \theta$ (খ) $A \cos \theta$
(গ) $B \sin \theta$ (ঘ) $B \cos \theta$

১৩. কোন লেখচিত্রটি সরল দোলকের ২য় সূত্রকে প্রকাশ করে?



১৪. $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j})$ n এবং $\vec{r} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ m হলে $W = ?$ (প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।)
(ক) ৪J (খ) ১৮J (গ) ২০J (ঘ) ২২J

১৫. ইয়ং-এর গুণাঙ্কের মাত্রা—

(ক) $[ML^{-1}T^{-2}]$ (খ) $[MLT^{-1}]$
(গ) $[M^{-1}L^{-1}T^{-2}]$ (ঘ) $[M^{-2}L^{-1}T^{-1}]$

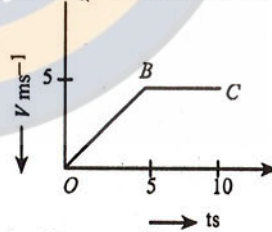
১৬. ভূ-স্থির উপগ্রহের আবর্তনকাল—

(ক) ১ ঘণ্টা (খ) ২৪ ঘণ্টা
(গ) ৩০ ঘণ্টা (ঘ) ৩৬ ঘণ্টা

১৭. তরঙ্গের তীব্রতা—

i. ঘনত্বের সমানুপাতিক ii. বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক
iii. কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮. একটি বস্তুর গতিপথের লেখচিত্র নিম্নরূপ—



- i. OB অংশে বস্তুটি সমত্বরণে চলে
ii. BC অংশে ত্বরণ শূন্য
iii. ১০ sec এ বস্তুর অতি একান্ত দূরত্ব ৬২.৫m
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৯. বলের দ্বারা কাজের ক্ষেত্রে—

(ক) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ (খ) $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$
(গ) $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ (ঘ) $90^\circ \leq \theta < 180^\circ$

২০. বেহালা (Violin) থেকে নিঃসৃত শব্দ—

i. সুর ii. স্বর iii. অর্কেস্ট্রা

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

২১. 2m লম্বা ও 2 mm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.25 mm

হলে তারটির ব্যাসার্ধ কত হ্রাস পাবে? ($\sigma = 0.2$)

- (ক) 5×10^{-3} m (খ) 2.5×10^{-3} m
(গ) 5×10^{-8} m (ঘ) 2.5×10^{-8} m

২২. কাজের অভিকর্ষীয় একক—

- (ক) kgm (খ) Nm (গ) Nm² (ঘ) kgm²

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ইশান একটি ক্রিকেট বলকে 30° কোণে 25ms^{-1} বেগে ব্যাট

দ্বারা আঘাত করে ($g = 9.8\text{ms}^{-2}$)

২৩. বলটি কত সময় পরে ভূমিতে ফিরে আসবে?

- (ক) 1.27 sec (খ) 2.21 sec
(গ) 2.55 sec (ঘ) 5.10 sec

২৪. ব্যাটসম্যান থেকে 80 m দূরে কি একজন ফিল্ডার ন্যূনতম কতবেগে দৌড়ালে বলটি মাটিতে পড়ার পূর্বে ধরতে পারবে?

- (ক) 9.72ms^{-1} (খ) 11.22ms^{-1}
(গ) 31.37ms^{-1} (ঘ) 36.23ms^{-1}

২৫. স্পর্শকোণ θ হলে—

- i. কাচ ও পানির ক্ষেত্রে $0^\circ < \theta < 90^\circ$
ii. পারদ ও কাচের ক্ষেত্রে $0^\circ < \theta < 180^\circ$
iii. কাচ ও কেরোসিনের ক্ষেত্রে $0^\circ < \theta < 90^\circ$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তরমালা

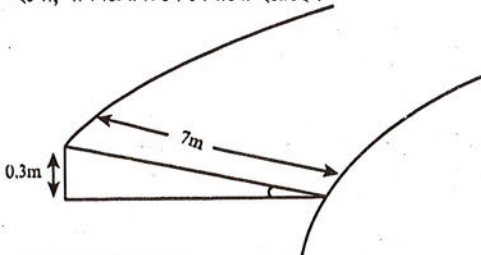
১. খ	২. ঘ	৩. খ	৪. ক	৫. গ
৬. ঘ	৭. গ	৮. গ	৯. গ	১০. খ
১১. গ	১২. ঘ	১৩. গ	১৪. খ	১৫. ক
১৬. খ	১৭. ক	১৮. ক	১৯. ক	২০. খ
২১. গ	২২. ক	২৩. গ	২৪. ক	২৫. ঘ

কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯

সেট-১

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল)

১। 1000 kg ভরের একটি বাস 78125J গতিশক্তি নিয়ে রাস্তায় চলার সময় হঠাৎ 145 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাকের সম্মুখীন হলো, যা নিচের চিত্রে দেখানো হয়েছে।

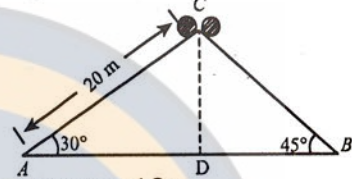


- (ক) বলের ঘাত কী? ১
(খ) হাতঘড়ির কাটার গতি কি দোলন গতি? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) বাসটির ভরবেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) বাসটি গতিবেগ না কমিয়ে উদ্দীপকে প্রদর্শিত রাস্তার বাকটি নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

২। একজন ডুবুরি অক্সিজেন সিলিন্ডার ছাড়া 6 m গভীর পর্যন্ত পানির নিচে অনুসন্ধান চালাতে পারে। পানির উপরিতলে 'A' স্থানে 10^5 Pa চাপে গ্যাসপূর্ণ একটি বেগুনের আয়তন 10^{-3}m^3 । বেগুনি পানিতে 'B' স্থানে নিমজ্জিত করলে আয়তন হয় $5 \times 10^{-4}\text{m}^3$ । (পানির ঘনত্ব = 10^3kgm^{-3} , অভিকর্ষজ ত্বরণ = 9.8ms^{-2})

- (ক) কুন্তন বিকৃতি কী? ১
(খ) পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে কোনটি অধিক গুরুত্বপূর্ণ? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) বেগুনির মধ্যে গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) ডুবুরি উদ্দীপকের 'B' স্থানে অক্সিজেন সিলিন্ডার ছাড়া অনুসন্ধান কার্য চালাতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

৩। নিচের চিত্রে দুটি হেলানো তল AC ও BC এর শীর্ষবিন্দু C এর উভয় পাশে 2 kg ভরের দুটি লোহার গোলকের অবস্থান দেখানো হলো। AC তলের দৈর্ঘ্য 20 m :

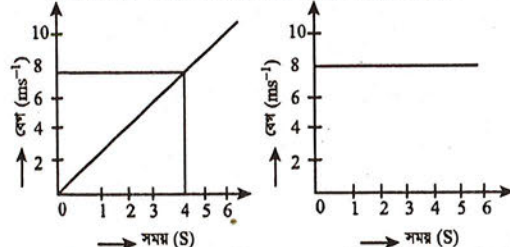


- (ক) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কী? ১
(খ) কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্ক কখন শূন্য হয়? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) C বিন্দুতে গোলক দুটির মোট শক্তি নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের গোলক দুটিকে একই সাথে মুক্ত করলে একই সময়ে AB অনুভূমিক তলে পৌঁছাবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪। মানহা পানির উপরিতলে ভাসমান 5 cm দৈর্ঘ্যের একটি তারকে অনুভূমিক অবস্থায় খাড়া উপরে তুললো। এরপর পানিতে একটি লোহার গোলককে ছেড়ে দিয়ে প্রান্তবেগ পরিমাপ করলো। পরবর্তীতে ঐ পানির তাপমাত্রা বাড়িয়ে আবারও একই গোলককে ছেড়ে দিয়ে প্রান্তবেগ পরিমাপ করলো।

- (ক) সংনম্যতা কাকে বলে? ১
(খ) সাম্যাবস্থার তুলনায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব বেশি হলে অণুগুলো আকর্ষণ না বিকর্ষণ বল লাভ করে— ব্যাখ্যা দাও। ২
(গ) মানহা তারটিকে উপরে তুলতে কী পরিমাণ বল প্রয়োগ করবে নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের কোন ক্ষেত্রে প্রান্তবেগ বেশি পাওয়া যাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে মতামত দাও। ৪

৫। একটি বাস চলতে শুরু করার সাথে সাথে বাসের 16 m পিছন থেকে একজন যাত্রী বাসটি ধরার জন্য দৌড় দেয়। যাত্রী ও বাসের সময় বনাম বেগ লেখচিত্র নিচে দেওয়া হলো :



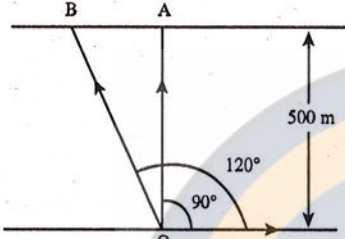
চিত্র : বাসের সময় - বেগ লেখচিত্র

চিত্র : যাত্রীর সময় - বেগ লেখচিত্র

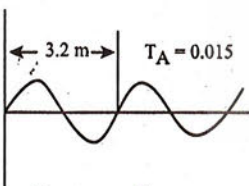
- (ক) মুক্তি বেগ কী? ১
(খ) সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কিনা? ব্যাখ্যা দাও। ২
(গ) বাসটি কর্তৃক 4s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের যাত্রী বাসটি ধরতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

- ৬। 9.81 ms^{-2} অভিকর্ষজ ত্বরণবিশিষ্ট কোনো স্থান হতে আবির্ একটি খনির গভীরে ও একটি পাহাড়ের চূড়ায় একটি সেকেন্ড দোলককে নিয়ে দেখলো, উভয় স্থানে দোলকটি ঘণ্টায় 30 s ধীরে চলে। আবির্য়ের বন্ধু জিসান বলল, এই তথ্যাবলি হতে পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$]
- (ক) শিশিরাক্ষ কী? ১
(খ) তরলের ঘনত্বের সাথে স্পর্শ কোণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) খনির গভীরে দোলকটির দোলনকাল নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) জিসানের উক্তির সঠিকতা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। ৪

৭।

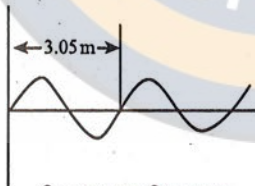
স্রোতের বেগ = 1 ms^{-1} OB বরাবর, করিমের বেগ = 8 ms^{-1} OA বরাবর রহিমের বেগ 7.5 ms^{-1}

- (ক) ডাইভারজেন্স কী? ১
(খ) সকল সমরেখ ভেক্টর সমান ভেক্টর নয়— ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) করিম কত বেগে অপর পাড়ে পৌঁছল? নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) রহিম ও করিমের মধ্যে কে আগে অপর পাড়ে পৌঁছাবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪
- ৮। নিচের চিত্রে কোনো এক পরীক্ষাগারে দুটি সুরশলাকা A ও B কে শায়িত করলে যে তরঙ্গ উৎপন্ন হয় তার লেখচিত্র দেখানো হলো :



চিত্র : A শলাকা নিঃসৃত তরঙ্গ

- (ক) সংসক্তি বল কী? ১
(খ) একটি মোটা ও একটি চিকন ইস্পাতের তারের ইয়াং এর গুণাঙ্ক সমান হবে কিনা— ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) পরীক্ষাগারে এ শলাকার দ্বারা সৃষ্ট শব্দের বেগ কত নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের সুরশলাকা দুটি একত্রে বাজালে বিট উৎপন্ন করবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

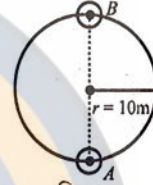


চিত্র : B শলাকা নিঃসৃত তরঙ্গ

রাজশাহী বোর্ড-২০১৯

সেট : ক বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

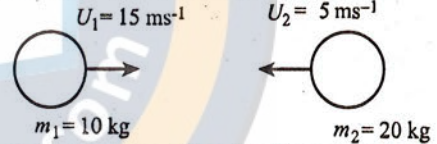
১. একটি ক্ষুণ্ণজের লম্বিষ্ট ধ্রুবকের মান 0.01 mm । এটি দ্বারা ন্যূনতম কত বেধ মাপা যাবে?
(ক) 1 mm (খ) 0.10 mm
(গ) 0.01 mm (ঘ) 0.001 mm
২. পৃথিবীর আকার হঠাৎ ছোট হয়ে এর ব্যাসার্ধ পূর্বের অর্ধেক হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন হবে। পরিবর্তিত মান পূর্বমানের কতগুণ হবে?
(ক) ২ গুণ (খ) ৪ গুণ
(গ) ৬ গুণ (ঘ) ৮ গুণ
৩. 100 gm ভরের একটি পাথর উল্লম্বতলে 10 m ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে ঘুরতে ঘুরতে A অবস্থান হতে B অবস্থানে আসল (চিত্র-১)। শক্তির পরিবর্তন কত হবে?



চিত্র - ১

- (ক) 10 J (খ) 20 J
(গ) 30 J (ঘ) 40 J

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৪. সংঘর্ষের ফলে বস্তুদ্বয় মিলিত হলে মিলিত বেগ কত হবে?
(ক) $\frac{5}{3} \text{ ms}^{-1}$ (খ) $\frac{7}{3} \text{ ms}^{-1}$
(গ) $\frac{8}{3} \text{ ms}^{-1}$ (ঘ) $\frac{10}{3} \text{ ms}^{-1}$

৫. সরল দোলকের সাহায্যে কোন স্থানে g -এর মান পাওয়া গেল 10 ms^{-2} । ঐ স্থানে g -এর প্রকৃত মান 9.81 ms^{-2} হলে পরিমাপের শতকরা ত্রুটি কত?

- (ক) 19.36% (খ) 19%
(গ) 1.93% (ঘ) 0.193%

৬. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা হলো—

- (ক) $\text{M}^{-1}\text{L}^2\text{T}^{-2}$ (খ) $\text{M}^{-1}\text{L}^3\text{T}^{-2}$
(গ) $\text{M}^{-1}\text{L}^{-1}\text{T}^{-2}$ (ঘ) $\text{M}^{-1}\text{LT}^{-2}$

৭. যেসব তরল কাচকে ভেজায় না তাদের ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণের মান হবে—

- (ক) 0° (খ) 90°
(গ) 90° অপেক্ষা কম (ঘ) 90° অপেক্ষা বেশি

৮. দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল সম্পর্কে বলা যায়—

- i. ক্রস গুণফল একটি ভেক্টর রাশি
ii. ক্রস গুণফলের দিক ভেক্টরদ্বয় যে সমতলে তার লম্ব বরাবর
iii. ক্রস গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯. বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে বলা হয়—
(ক) পৃষ্ঠটান (খ) আসঞ্জন বল
(গ) সংসক্তি বল (ঘ) সান্দ্র বল

১০. অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর পরিবর্তনের কারণ—
i. পৃথিবীর আকার ii. আফ্রিক গতি iii. বার্ষিক গতি
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১. সরলছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য—

- i. গতি পর্যাবৃত্ত ii. ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক
iii. গতি সরলরৈখিক
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১২. কোনো বস্তুতে স্পন্দন সৃষ্টি করা হলে, ঐ স্পন্দন বায়ুতে—

- i. রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় সংঘটিত হয়
ii. মাধ্যমের সংকোচন ও প্রসারণের মাধ্যমে সংঘটিত হয়
iii. সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি করে
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৩. স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে R -এর সঠিক মান নিচের কোনটি?

- (ক) $8.31 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ (খ) $8.30 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$
(গ) $8.31 \text{ JK}^{-1}\text{mol}$ (ঘ) $8.13 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$

১৪. অর্ধতাপমাপক যন্ত্রে দুই থার্মিস্টারের পারস্পরিক পার্থক্য—

- i. হঠাৎ হ্রাস পেলে বাড় হতে পারে
ii. ধীরে ধীরে কমলে বৃদ্ধি হতে পারে
iii. খুব কম হলে আবহাওয়া শুষ্ক হয়
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উদ্দীপকটি পড়ে ১৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

তাহমিদ ও তমাল দুজনই ৭ম শ্রেণির ছাত্র। এরা দুজনই একটি স্কুল বিজিৎ-এর নিচ তলা থেকে দৌড়ে- 15m উচ্চতায় ছাদে উঠল। এতে এদের সময় লাগে যথাক্রমে 6 সে. ও 5 সে.। তাদের ভর যথাক্রমে 60 kg ও 50 kg।

১৫. এদের দুজনের মধ্যে—

- i. তাহমিদ বেশি কাজ করেছে ii. তমাল কম কাজ করেছে
iii. তমাল বেশি ক্ষমতা প্রয়োগ করেছে
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৬. C.G.S এককে বোলজম্যান ধ্রুবকের মান S.I এককের মান অপেক্ষা কত গুণ বেশি?

- (ক) 10^{-7} (খ) 10^7 (গ) 10^{-5} (ঘ) 10^5

১৭. দুটি সদৃশ ভেক্টর \vec{A} ও \vec{B} যদি একই সময়ে একই বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাহলে—

- i. $\vec{B} \cdot \vec{A} = 0$ ii. $\vec{A} \times \vec{B} = 0$

- iii. $|\vec{A}| + |\vec{B}| = A + B$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) i ও ii
(গ) ii ও iii (ঘ) i ও iii

১৮. t সময় পরে $x = 6t$ এবং $y = 8t$ হলে ঐ মুহূর্তে প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ হবে—

- (ক) 10 ms^{-1} (খ) 5 ms^{-1}
(গ) 6 ms^{-1} (ঘ) 8 ms^{-1}

১৯. 0.01m দৈর্ঘ্যের একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার প্রান্তীয় বিন্দুর রৈখিক বেগের মান কত?

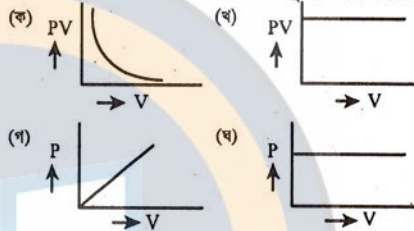
- (ক) $1.54 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$ (খ) $1.64 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$
(গ) $1.74 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$ (ঘ) $1.84 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$

২০. দুটি সমান ভরের বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটলে—

- i. সংঘর্ষের পূর্বের ও পরের মোট ভরবেগ একই থাকবে
ii. সংঘর্ষের পূর্বের ও পরের মোট গতিশক্তি একই থাকবে
iii. সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় বেগ বিনিময় করবে
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২১. নিচের কোন লেখচিত্রটি বয়েল'-এর সূত্রের জন্য প্রযোজ্য?



২২. উপসূরের কম্পাঙ্ক মূলসূরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হলে তাকে বলে—

- (ক) মেলডি (খ) সুর বিরাম
(গ) স্বরগ্রাম (ঘ) অষ্টক

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি বস্তুকে 180 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ছেড়ে দেয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুতে 60 m⁻¹ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

২৩. কখন বস্তুদ্বয় পরস্পর মিলিত হবে?

- (ক) 1 sec (খ) 2 sec
(গ) 3 sec (ঘ) 4 sec

২৪. একটি ফুটবলকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 40ms⁻¹ বেগে

কিক করা হলো। 2 sec পর এর বেগ কত হবে?

- (ক) 30.64 ms⁻¹ (খ) 32.64 ms⁻¹
(গ) 34.64 ms⁻¹ (ঘ) 36.64 ms⁻¹

নিচের উদ্দীপকটি পড়ে ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একজন শিশু শিশুপার্কে একটি দোলনায় বসে দোল খাচ্ছে। হঠাৎ তার মাকে দেখে সে দাঁড়িয়ে গেল।

২৫. দোলনাটির গতি প্রকৃতি কেমন হবে?

- (ক) ধীরে চলবে (খ) দ্রুত চলবে
(গ) থেমে যাবে
(ঘ) প্রথমে দ্রুত এবং পরে ধীরে চলবে

উত্তরমালা

১. গ	২. খ	৩. খ	৪. ক	৫. গ
৬. খ	৭. ঘ	৮. ক	৯. খ	১০. ক
১১. ঘ	১২. খ	১৩. ক	১৪. ক	১৫. ক
১৬. খ	১৭. গ	১৮. ক	১৯. গ	২০. ঘ
২১. খ	২২. ঘ	২৩. গ	২৪. গ	২৫. খ

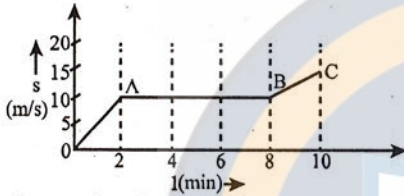
রাজশাহী বোর্ড-২০১৯

সেট-০৩

পদার্থবিজ্ঞান- ১ম (সৃজনশীল)

- ১। 30° কোণে আনত একটি পাহাড়ের ঢাল বেয়ে 72 km/h সমবেগে একটি বাস উপরে উঠছে। এমন সময় হঠাৎ বৃষ্টি 6 m/s সমবেগে খাড়া নিচে পড়তে শুরু করল। বৃষ্টি যখন প্রায় শেষ তখন অনুভূমিকভাবে বায়ুপ্রবাহ শুরু হলো।
- (ক) বিপ্রতীপ ভেক্টর কাকে বলে? ১
- (খ) দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান— ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) শুরুতে বাসচালক কত কোণে বৃষ্টি পড়তে দেখবে নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) বায়ুপ্রবাহের দরুন বাসচালক খাড়া নিচের দিকে বৃষ্টি পড়তে দেখলে বায়ু প্রবাহের প্রকৃত মান ও দিক গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২।

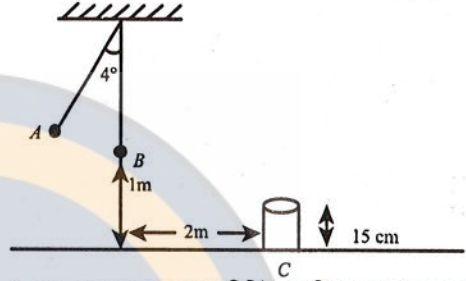


লেখচিত্রে একটি গাড়ির যাত্রাকালীন প্রথম ১০ মিনিটে বেগের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

- (ক) স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১
- (খ) বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) গাড়ি বেগের ভিত্তি সংজ্ঞানুযায়ী গাড়িটির গতিকালীন প্রথম চার মিনিটে গড় বেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) গাড়িটির ১০ মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান— উক্তিটির যথার্থতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৩। পানিপূর্ণ একটি সাঁতার পুকুরের মাত্রা $25\text{m} \times 10\text{m} \times 3\text{m}$ । ১hp অশ্বক্ষমতা সম্পন্ন একটি পানির পাম্প পুকুরটি ৩০ মিনিটে খালি করতে পারে। অপর একটি পানির পাম্প ১.৫hp ক্ষমতাসম্পন্ন, একই কাজ ১৫ মিনিটে করতে সক্ষম।
- (ক) অশ্বক্ষমতা কাকে বলে? ১
- (খ) একজন ক্রিকেট খেলোয়ার মাঠে বল ধরার সময় হাত পেছনে নেন কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) দুটি পাম্প একত্রে ব্যবহৃত হলে পুকুরটি খালি করতে কত সময় লাগবে নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) কোন পাম্পটির ব্যবহার অধিক শাস্ত্রীয় হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪
- ৪। ভূ-পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল ২ sec এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81ms^{-2} । 8.85km উঁচু পাহাড়ের নিকটবর্তী অপর একটি পাহাড় B তে নিয়ে সরল দোলককে দোলালে তা এক ঘণ্টায় ১৭৮০টি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে।
- (ক) বিকৃতি কী? ১
- (খ) দোলনরত একটি সরলদোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) সরল দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত? ৩
- (ঘ) B পাহাড়টির উচ্চতা A পাহাড়ের তুলনায় বেশি উঁচু কিনা গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

- ৫। একই আয়তন, উপাদান ও $0.5 \times 10^{-2}\text{m}$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট সিলিডার ও গোলক একত্রে পানিতে ছেড়ে দেয়া হলো। বস্তুদ্বয়ের উপাদানের ও পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 7800 kg.m^{-3} এবং 1000 kgm^{-3} । পানির সান্দ্রতা সহগ $0.001 \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$ ।
- (ক) কৈশিকতা কাকে বলে? ১
- (খ) একটি হাইড্রোজেন গ্যাস বেলুন ভূমি হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় উঠার পরে ফেটে যায় কেন— ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) সিলিডারটি পানির ভেতর খাড়াভাবে পতনশীল হলে এর প্রাপ্ত বেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) সিলিডার ও গোলকের মধ্যে কোনটি অধিক সান্দ্র বল অনুভব করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

৬।



১ cm ব্যাস ও ১০০ g ভরবিশিষ্ট একটি বব দৃঢ় অবলম্বন হতে 99.5 cm সুতা দিয়ে ভূমি হতে ১m উচ্চতায় ঝুলানো হলো।

ববটিকে টেনে A অবস্থান হতে ছেড়ে দেয়া হলো। ববের সাম্যাবস্থান হতে ২m অনুভূমিক দূরত্বে ভূমিতে C অবস্থানে একটি ঝুড়ি রাখা আছে।

- (ক) স্পন্দকের দশা কাকে বলে? ১
- (খ) একটি দোলক ঘড়ির দোলনকাল ২.৫s হলে এটি সঠিক সময় দিবে কি? ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) ববটির সর্বোচ্চ কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) সাম্যাবস্থান অতিক্রম করার সময় হঠাৎ সুতা ছিঁড়ে গেলে ববটির ঝুড়িতে পড়ার সম্ভাবনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৭। একটি তরঙ্গের সরণের সমীকরণ

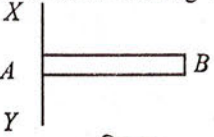
$$y(x, t) = 3\sin(36t + 0.018x + \frac{\pi}{4})$$

- (ক) স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১
- (খ) বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয় কেন? ২
- (গ) তরঙ্গটির পর্যায়কাল হিসাব কর। ৩
- (ঘ) $x = 0$ ধরে $y-t$ গ্রাফের প্রকৃতি কিরূপ হবে তোমার মতামত লিখ। ৪

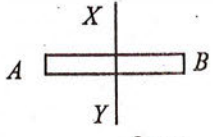
- ৮। একটি হ্রদের তলদেশ ও পৃষ্ঠের পানির তাপমাত্রা যথাক্রমে 8°C ও 30°C । ২L আয়তনবিশিষ্ট একটি বায়ুপূর্ণ বেলুন হ্রদের তলদেশ হতে ছেড়ে দেয়া হলো। বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ সক্ষমতা ১৫L। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2} , হ্রদের গভীরতা ১৫m এবং পানির ঘনত্ব 1000 kgm^{-3} ।
- (ক) আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? ১
- (খ) বোল্টজম্যান ধ্রুবক $K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ বলতে কী বোঝায় ব্যাখ্যা কর। ২
- (গ) বেলুনে আবদ্ধ বায়ুর অণুসমূহের গতিশক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর। ৩
- (ঘ) বেলুনটি হ্রদের পৃষ্ঠে এসে বিস্ফোরিত হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

যশোর বোর্ড-২০১৯

সেট : ক
বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১. সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য—
i. সমকৌণিক বেগ বিদ্যমান ii. কৌণিক ত্বরণ শূন্য
iii. কেন্দ্রমুখী ত্বরণ থাকে না
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
২. নিচের কোনটি পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি?
(ক) লম্বন ত্রুটি (খ) পিছট ত্রুটি
(গ) লেভেল ত্রুটি (ঘ) এলোমেলো ত্রুটি
৩. কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দনরত বস্তুকণার বিস্তার A ও সরণ x হলে ত্বরণ সর্বনিম্ন হবে—
(ক) $x = A$ অবস্থানে (খ) $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে
(গ) $x = \frac{A}{4}$ অবস্থানে (ঘ) $x = 0$ অবস্থানে
৪. L বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ফ্রেম তরলে নিমজ্জিত করে তোলা হলো। এর এক বাহু x দূরত্ব সরতে কৃতকাজ কত? [যেখানে T পৃষ্ঠটান নির্দেশ করে।]
(ক) $W = 2LT$ (খ) $W = T$
(গ) $W = 2LTx$ (ঘ) $W = LTx$
৫. গড় বেগের বর্গমূল মান ও পরম তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক কোনটি?
(ক) $C_{r.m.s} \propto T$ (খ) $C_{r.m.s} \propto \sqrt{T}$
(গ) $C_{r.m.s} \propto \frac{1}{T}$ (ঘ) $C_{r.m.s} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$
৬. নিম্নের কোনটি শক্তির একক নয়?
(ক) kW-h (খ) N-m
(গ) kgms⁻¹ (ঘ) W-s
৭. বল ধ্রুবক এর মাত্রা কোনটি?
(ক) $[ML^0T^{-2}]$ (খ) $[M^2LT^{-1}]$
(গ) $[ML^{-2}]$ (ঘ) $[ML^2T^{-2}]$
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৮ ও ৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 AB দণ্ডটি XY অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনশীল। দণ্ডের মোট দৈর্ঘ্য $2m$ এবং মোট ভর 2 kg ।
- 

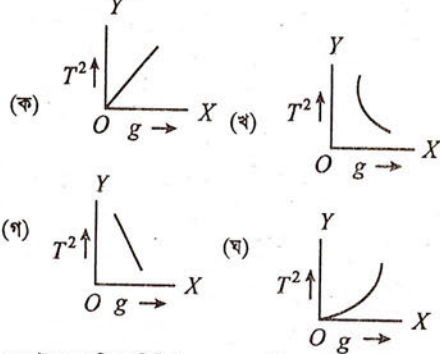
চিত্র-ক



চিত্র-খ
৮. চিত্র-ক এর জড়তার ভ্রামক I_1 এবং চিত্র-খ এর জড়তার ভ্রামক I_2 হলে, কোনটি সঠিক?
(ক) $I_1 : I_2 = 1 : 1$ (খ) $I_1 : I_2 = 1 : 2$
(গ) $I_1 : I_2 = 4 : 1$ (ঘ) $I_1 : I_2 = 1 : 4$
৯. চিত্র-খ এ চক্রগতির ব্যাসার্ধের মান—
(ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (খ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
(গ) $\frac{1}{\sqrt{12}}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{3}{4}}$

১০. শব্দের উৎস হতে শ্রোতার দূরত্ব দ্বিগুণ হলে শব্দের তীব্রতার ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?
(ক) দ্বিগুণ বৃদ্ধি পায় (খ) চারগুণ বৃদ্ধি পায়
(গ) দ্বিগুণ হ্রাস পায় (ঘ) চারগুণ হ্রাস পায়
১১. Lm দৈর্ঘ্যের টানা তারের ভর $M \text{ kg}$ হলে কম্পাঙ্ক f হবে—
(ক) $f \propto \sqrt{\frac{L}{M}}$ (খ) $f \propto \sqrt{ML}$
(গ) $f \propto \sqrt{\frac{M}{L}}$ (ঘ) $f \propto \sqrt{\frac{1}{ML}}$
১২. কোনো তারকে কেটে সমান দুই টুকরা করা হলো। এতে তারের অসহ ভার হবে—
(ক) পূর্বের অর্ধেক (খ) পূর্বের সমান
(গ) পূর্বের দ্বিগুণ (ঘ) পূর্বের এক-চতুর্থাংশ
১৩. η সান্দ্রতা গুণাঙ্কবিশিষ্ট মাধ্যমে R ব্যাসার্ধের একটি গোলাকার বল v প্রান্তিক বেগে পড়লে ক্রিয়াশীল সান্দ্র বল F হবে—
(ক) $F \propto R$ এবং $F \propto \frac{1}{v}$ (খ) $F \propto R$ এবং $F \propto v$
(গ) $F \propto \frac{1}{R}$ এবং $F \propto \frac{1}{v}$ (ঘ) $F \propto \frac{1}{R}$ এবং $F \propto v$
১৪. 5 kg ভর সম্পন্ন একটি বস্তুর উপর একটি বল $\vec{F} = (10\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ N}$ এর ক্রিয়ায় বস্তুর অবস্থান $\vec{r}_1 = (8\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k}) \text{ m}$ থেকে অপর একটি অবস্থান $\vec{r}_2 = (12\hat{i} + 2\hat{j} + 7\hat{k}) \text{ m}$ এ স্থানান্তরিত হলো। এতে কৃতকাজ—
(ক) $2J$ (খ) $3J$
(গ) $5J$ (ঘ) $7J$
১৫. $\hat{n} = \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|}$ হলে $-\hat{n}$ সমান কত হবে?
(ক) $\frac{\vec{B} \times \vec{A}}{|\vec{A} \times \vec{B}|}$ (খ) $\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{B} \times \vec{A}|}$
(গ) $\frac{|\vec{B} \times \vec{A}|}{\vec{A} \times \vec{B}}$ (ঘ) $\frac{|\vec{A} \times \vec{B}|}{\vec{B} \times \vec{A}}$
- নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৬ ও ১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 22.5 cm ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 3.14 rad । উৎসের কম্পাঙ্ক 420 Hz ।
১৬. তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?
(ক) 0.25 m (খ) 0.45 m
(গ) 0.75 m (ঘ) 45 m
১৭. উদ্দীপক অনুসারে—
i. তরঙ্গ বেগ 189 ms^{-1}
ii. উৎপন্ন শব্দ শোনা যাবে
iii. পর্যায়কাল হবে 2.38 sec
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮. যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ g ও পর্যায়কাল T হয় তবে কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



১৯. খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ বস্তুর আনুভূমিক দূরত্ব R - এর মান কত?

- (ক) $R = R_{max}$ (খ) $R = \frac{V_0}{2}$
(গ) $R = \frac{V_0}{g}$ (ঘ) $R = 0$

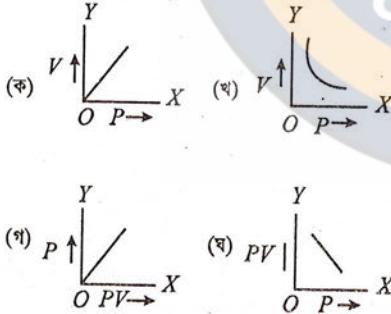
২০. প্রাসের ক্ষেত্রে—

- i. প্রাসের উপর একমাত্র ক্রিয়াশীল বল অভিকর্ষ বল
ii. প্রাসের গতির ক্ষেত্রে g এর মান স্থির ধরা হয়
iii. প্রাসের গতিপথ ত্রিমাত্রিক
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২১. 1 m লম্বা 1mm ব্যাসের তারকে বল প্রয়োগে 0.025 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করা হলো। ব্যাস হ্রাস কত? [$\sigma = 0.1$]

- (ক) $1.5 \times 10^5 \text{ mm}$ (খ) $2.5 \times 10^{-5} \text{ mm}$
(গ) $3.5 \times 10^5 \text{ mm}$ (ঘ) 2.5 mm

২২. বয়েল এর সূত্রানুযায়ী গ্যাসের চাপ (P) ও আয়তন (V) হলে নিচের কোনটি সঠিক?



২৩. ভেক্টর ক্ষেত্র \vec{V} অঘূর্ণনশীল হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ (খ) $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$
(গ) $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ (ঘ) $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$

২৪. একটি ট্রাক V_T বেগে C পূর্ব দিকে এবং একটি কার V_C বেগে পশ্চিম দিকে গতিশীল হলে ট্রাকের সাপেক্ষে কারের আপেক্ষিক বেগ কত?

- (ক) $(V_T + V_C)$ (খ) $(V_T - V_C)$
(গ) $(V_C - V_T)$ (ঘ) $\frac{V_T}{V_C}$

২৫. 1 kg ও 4 kg ভরের দুটি বস্তু একই গতিশক্তি নিয়ে চলছে।

এদের রৈখিক ভর বেগের অনুপাত হবে—

- (ক) 4 : 1 (খ) $\sqrt{2} : 1$
(গ) 1 : 2 (ঘ) 1 : 16

উত্তরমালা

১. ক	২. ক	৩. গ	৪. গ	৫. খ
৬. গ	৭. ক	৮. গ	৯. গ	১০. ঘ
১১. ক	১২. খ	১৩. খ	১৪. গ	১৫. ক
১৬. খ	১৭. ক	১৮. খ	১৯. ঘ	২০. ক
২১. খ	২২. খ	২৩. খ	২৪. ক	২৫. গ

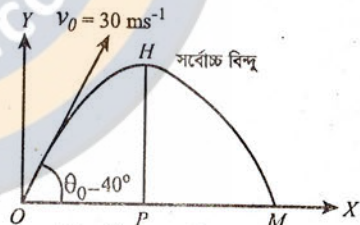
যশোর বোর্ড-২০১৯

সেট-১

পদার্থবিজ্ঞান- ১ম (সৃজনশীল)

- ১। ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $P(1, 2, -1)$, $Q(-2, 1, 1)$ এবং $R(3, 1, -2)$, যেখানে \vec{P}, \vec{Q} এবং \vec{R} প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে বিন্দু তিনটির অবস্থান ভেক্টর নির্দেশ করে।
(ক) সীমাবদ্ধ ভেক্টর কী?
(খ) ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক 0.01 mm বলতে কী বুঝ? ১
(গ) \vec{P} এর উপর \vec{Q} ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) P, Q এবং R বিন্দুত্রয়ের ক্রমসংযোজন দ্বারা উৎপন্ন ভেক্টরগুলো দ্বারা গঠিত ক্ষেত্র একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

২।



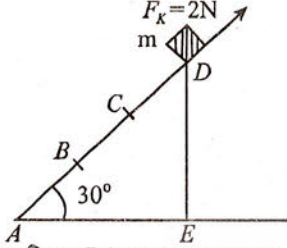
ভূমি থেকে V_0 গতিতে একটি বস্তু θ_0 কোণে নিক্ষেপ করা হলো। ভূমি থেকে বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা HP.

- (ক) বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? ১
(খ) বন্দুক হতে গুলি ছোঁড়ার সময় বন্দুক ও গুলির মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি— ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) নিক্ষেপ বস্তুটি কত বেগে M বিন্দুতে পতিত হবে, গাণিতিকভাবে বের কর। ৩
(ঘ) $OP > PH$ কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

- ৩। 1m এবং 0.707m দৈর্ঘ্যের দুটি সরু সুষম দণ্ডের ভরদ্বয় যথাক্রমে 10kg এবং 20kg, এদের উভয়ই দৈর্ঘ্যের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত এবং মধ্যবিন্দুগামী অক্ষের সাপেক্ষে প্রতি মিনিটে যথাক্রমে 300 বার এবং 360 বার একটি মোটরের সাহায্যে সম-কৌণিক বেগে ঘুরছে। মোটরটি বন্ধ হয়ে গেলে ১ম দণ্ডটি 20s সময়ের মধ্যে থেমে যায়।

- (ক) টর্ক কী? ১
 (খ) পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণন হঠাৎ থেমে গেলে পৃথিবীপৃষ্ঠে g এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে— ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) মোটরটি বন্ধ হয়ে যাবার পর ১ম দণ্ডটি কতটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করবে? ৩
 (ঘ) ঘূর্ণনরত দণ্ডদ্বয়ের কৌণিক গতিশক্তির গাণিতিক তুলনা কর। ৪

৪।

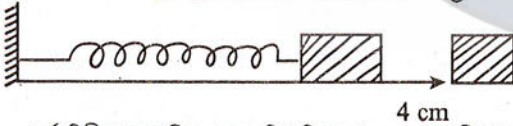


m ভরের একটি বস্তু DA আনত তলে পড়ছে। এখানে $m = 50$ kg, $DE = 6m$ এবং $AB = BC = CD$.

- (ক) কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ১
 (খ) স্প্রিং ধ্রুবক এর তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) আনত তল বেয়ে নামার সময় গতিয় ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃতকাজের মান নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) B ও C বিন্দুতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা প্রতিফলিত হয়েছে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪
- ৫। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ কেনেডি স্পেস সেন্টার হতে উৎক্ষেপণের পর এটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে $3.58 \times 10^7 m$ উচ্চতায় নিরক্ষরেখা বরাবর পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর $5.972 \times 10^{24} kg$, ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 m$, মহাকর্ষ ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$
- (ক) মহাকর্ষ বিভব কাকে বলে? ১
 (খ) সাক্ষর তরলের মধ্য দিয়ে ধাতব গোলক পতিত হলে বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের প্রকৃতি কিরূপ হবে? ২
 (গ) উপগ্রহটির পর্যায়কাল বের কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত উপগ্রহটি একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের ন্যায় আচরণ করে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬।

$$k = 1000 Nm^{-1} \quad m = 1.5 kg$$



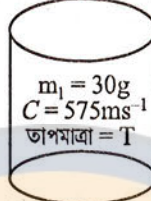
ঘর্ষণবিহীন অনুভূমিক তলে স্প্রিংটিকে 4 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেয়া হলো।

- (ক) অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১
 (খ) খেলনা গাড়িতে স্প্রিং লাগিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) সৃষ্ট কম্পনের কম্পাঙ্ক হিসাব কর। ৩
 (ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণসহ উদ্দীপকে উল্লিখিত তথ্য হতে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র প্রদর্শন কর। ৪
- ৭। A , B , C এবং D চারটি সুরশলাকা দেয়া আছে যার মধ্যে 4 শলাকাটি $1.3 kg m^{-3}$ ঘনত্বের মাধ্যমে 0.5m বিস্তারের শব্দ তরঙ্গ সৃষ্টি করে। শলাকাটির কম্পাঙ্ক 250 Hz এবং মাধ্যমে শব্দের বেগ $345 ms^{-1}$ । A শলাকাটি B এবং D এর সাথে যথাক্রমে প্রতি সেকেন্ডে 2টি এবং 6টি বিট উৎপন্ন করে এবং B

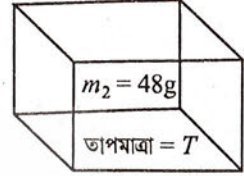
ও D পরস্পরের সাথে প্রতি সেকেন্ডে 4টি বিট উৎপন্ন করে এবং B এবং D , C এর সাথে একটি বিট উৎপন্ন করে।

- (ক) স্থির তরঙ্গ কী? ১
 (খ) অনুদানী বস্তুর উপস্থিতি মাধ্যমের শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার উপর কীভাবে প্রভাব বিস্তার করে— ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) A সুর শলাকার সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) “বিট গণনা করে অজানা সুর শলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব” C সুর শলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করে উক্তিটির যথার্থতা বিশ্লেষণ কর। ৪

৮।



$$R = 8.31 \text{ Jmole}^{-1}K^{-1}$$



চিত্র-১ : নাইট্রোজেন গ্যাস

চিত্র-২ : কার্বন ডাইঅক্সাইড গ্যাস

- (ক) বয়েলের সূত্রটি বিবৃত কর। ১
 (খ) স্থির তাপমাত্রায় একটি আদর্শ গ্যাসের pV বনাম p গ্রাফের প্রকৃতি কিরূপ হবে ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) সিলিন্ডারে রক্ষিত গ্যাসের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) কোন পাত্রের গ্যাসের গতিশক্তি বেশি— গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯

সেট : খ বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১. নিচের কোন রাশিটি মাত্রাবিহীন?
 (ক) বিকৃতি (খ) পীড়ন
 (গ) ইয়ং গুণাঙ্ক (ঘ) দৃঢ়তার গুণাঙ্ক
২. বেগের মাত্রা কোনটি?
 (ক) LT^{-1} (খ) $L^{-1}T$
 (গ) L^2T (ঘ) L^2T^{-1}



উপরের উদ্দীপকের আলোকে ৩ এবং ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩. উদ্দীপকটির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—
 i. এটি একটি স্থির তরঙ্গ
 ii. দুটি অগ্রগামী তরঙ্গের দ্বারা সৃষ্ট
 iii. এক লুপের শক্তি অন্য লুপে স্থানান্তরিত হয়
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
 (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৪. $MN = 40 cm$ হলে $AB = ?$
 (ক) 20 cm (খ) 10 cm
 (গ) 5 cm (ঘ) 2.5 cm

৫. টর্ক ($\vec{\tau}$) এর জন্য—

i. $\vec{\tau} = I \vec{\alpha}$ ii. $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

iii. $\vec{\tau} \propto \frac{d\vec{L}}{dt}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬. সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার ক্ষেত্রে—
[অক্ষরগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।]

i. বিভব শক্তি, $E_p = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \delta)$

ii. গতি শক্তি, $E_k = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \delta)$

iii. মোট শক্তি, $E \propto A^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

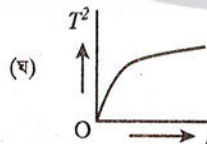
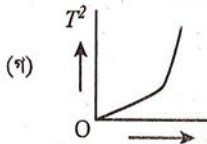
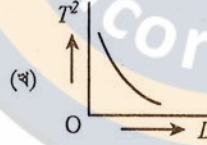
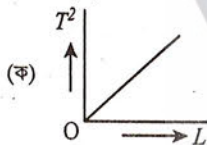
৭. 1m দীর্ঘ একটি তারে 10^5 Nm^{-2} বল প্রয়োগে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেল 0.001m। তারটির ইয়ং গুণক কত?

- (ক) 10^{-7} Nm^{-2} (খ) 10^{-3} Nm^{-2}
(গ) 10^7 Nm^{-2} (ঘ) 10^8 Nm^{-2}

৮. $\vec{A} = 2\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = p\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ । p এর মান কত হলে, ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে?

- (ক) -4 (খ) -1
(গ) 4 (ঘ) 5

৯. সরল দোলকের ক্ষেত্রে দোলনকালের বর্গ (T^2) বনাম কার্যকরী দৈর্ঘ্যের (L) লেখচিত্র নিচের কোনটি?



১০. কোয়ান্টাম তত্ত্বের জনক কে?

- (ক) টমাস ইয়ং (খ) আর্নেস্ট রাদারফোর্ড
(গ) ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক (ঘ) আলবার্ট আইনস্টাইন

১১. নিচের কোনটি লম্বিক তরঙ্গ?

- (ক) পানিতে তরঙ্গ (খ) শব্দ তরঙ্গ
(গ) আলোক তরঙ্গ (ঘ) বেতার তরঙ্গ

১২. $(\hat{i} + \hat{j}) \cdot \hat{k}$ এর মান হবে—

- (ক) \hat{i} (খ) \hat{j}
(গ) 0 (ঘ) 1

১৩. পরমশূন্য তাপমাত্রা হচ্ছে—

- (ক) -273K (খ) 0°C
(গ) -273°C (ঘ) 273K

১৪. অভিকর্ষীয় ভ্রুণক ধ্রুবক হলে, কোনো বস্তুর মুক্তিবৈগের সাথে এ গ্রহের ব্যাসার্ধের সম্পর্ক হচ্ছে—

- (ক) সমানুপাতিক
(খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক
(ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

১৫. নিচের কোনটি লব্ধ রাশি?

- (ক) কম্পাঙ্ক (খ) ভর
(গ) সময় (ঘ) তাপমাত্রা

১৬. সমকৌণিক বেগে আবর্তনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর গতিশক্তি ও তার ভ্রামকের অনুপাত —

- (ক) কৌণিক বেগের সমানুপাতিক
(খ) কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক
(গ) রৈখিক বেগের সমানুপাতিক
(ঘ) রৈখিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক

১৭. অভিন্ন একক ও মাত্রার জোড়া হচ্ছে—

- i. কাজ ও পৃষ্ঠশক্তি ii. পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি
iii. আনুভূমিক পাল্লা ও সরণ
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

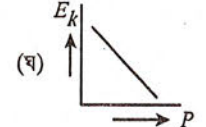
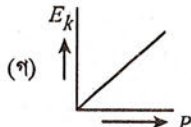
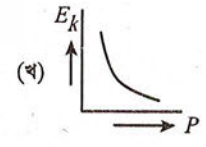
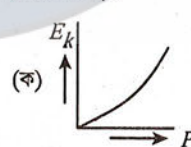
১৮. কোনো স্থিতিশীল 5N বল দ্বারা টেনে 10 cm প্রসারিত করা হলে, স্থিতিশীল ধ্রুবক কত হবে?

- (ক) 0.5 Nm^{-1} (খ) 2 Nm^{-1}
(গ) 50 Nm^{-1} (ঘ) 250 Nm^{-1}

১৯. 30°C তাপমাত্রায় 7 gm নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি হিসাব কর। নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর = 28 gm।

- (ক) 125.55J (খ) 128.62 J
(গ) 133.62 J (ঘ) 544.22 J

২০. বস্তুর ভর ধ্রুবক হলে, বৈশ্বিক ভরবেগ (P) বনাম গতিশক্তি (E_k) লেখচিত্রটি হবে—



২১. রৈখিক ভরবেগ (P) ও গতিশক্তি (K) মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? [এখানে $m = \text{ভর}$]

- (ক) $p = \frac{km}{2}$ (খ) $p = 2km$
(গ) $p = \sqrt{2km}$ (ঘ) $p = \sqrt{\frac{km}{2}}$

২২. কোনো ভেক্টর এবং এর একক ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণের মান কত?

- (ক) 180° (খ) 90°
(গ) 45° (ঘ) 0°

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
ভূমির সাথে 30° কোণে এবং 50 ms^{-1} বেগে উপরের দিকে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হলো।

২৩. নিক্ষেপ করার ২ sec পর বস্তুর বেগ কত?

- (ক) 62.6 ms^{-1} (খ) 43.63 ms^{-1}
(গ) 31.89 ms^{-1} (ঘ) 5.4 ms^{-1}

২৪. উদ্দীপকের প্রাসটি—

- i. আনুভূমিক পাল্লা 220.92 m
ii. সর্বাধিক উচ্চতা 63.77 m
iii. সর্বাধিক উচ্চতায় বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৫. বলের ঘাতের সাথে কোন রাশিটির সাংখ্যিক মান সমান?

- (ক) কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন
(খ) রৈখিক ভরবেগের পরিবর্তন
(গ) জড়তার ভ্রামক
(ঘ) টর্ক।

উত্তরমালা

১. ক	২. ক	৩. ক	৪. খ	৫. ঘ
৬. ঘ	৭. ঘ	৮. গ	৯. ক	১০. গ
১১. খ	১২. গ	১৩. গ	১৪. খ	১৫. ক
১৬. খ	১৭. গ	১৮. ক	১৯. ঘ	২০. ক
২১. গ	২২. ঘ	২৩. খ	২৪. খ	২৫. খ

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৯

সেট-০৩

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল)

১। তিনটি ভেক্টর রাশি যথাক্রমে $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$,

$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, এবং $\vec{C} = x^2y\hat{i} + y^2z\hat{j} + z^2x\hat{k}$.

- (ক) আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? ১
(খ) ডান হাতি ক্রু নিয়মের সাহায্যে বোতলের মুখ খোলা বা বন্ধ করা যায়—ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপকের \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয়ের লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকের \vec{C} ভেক্টরের কার্গের ডাইভারজেন্স শূন্য হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২। বিজ্ঞান মেলাকে আকর্ষণীয় করার জন্য প্রবেশপথের দু'পাশে পানির ফোয়ারা স্থাপন করা হলো। তাদের মধ্যে একটির পানির ফোঁটাগুলো 5 ms^{-1} বেগে এবং 60° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে। অপর ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো 6 ms^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে।

- (ক) প্রক্ষেপক কাকে বলে? ১

(খ) বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) 0.6 sec সময়ে ১ম ফোয়ারার পানির ফোঁটার বেগ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকের কোন ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩। রহিম 40 cm দৈর্ঘ্যের এককম সূতার এক প্রান্তে 200 g ভরের একটি বস্তু বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে ৯০ বার ঘুরাচ্ছে। অপর দিকে করিম 60 cm দৈর্ঘ্যের অপর এককম সূতার এক প্রান্তে 150 g ভরের একটি বস্তু বেঁধে একইভাবে প্রতি মিনিটে ১২০ বার ঘুরাচ্ছে।

(ক) জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? ১

(খ) দুটি বস্তু সংঘর্ষের পর এক সঙ্গে আটকে গেলে সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক হবে কি? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) রহিমের দ্বারা ঘুরানো বস্তুর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনায় রহিম ও করিম সূতায় সমান টান পেয়েছিল কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৪। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং 6400 km । এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ । এর পৃষ্ঠ থেকে একটি উপগ্রহকে 700 km উচ্চতায় তোলা হলো।

(ক) ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

(খ) পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিবর্তন হবে কি? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় উপগ্রহের ওজন পৃথিবীপৃষ্ঠের ওজনের ৮০% হবে? নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকের উৎক্ষেপিত উপগ্রহটি চাঁদের মতো উপগ্রহ হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৫। রাফি পরীক্ষাগারে একটি তার ইস্পাতের তৈরি কি না যাচাই করছিল। এজন্য সে 2 m দীর্ঘ এবং 1.12 mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তার নিল। তারটিতে 25 J বিভবশক্তি প্রয়োগ করায় তারটির দৈর্ঘ্য 3 cm বৃদ্ধি পায় এবং ব্যাস $5 \times 10^{-3} \text{ mm}$ হ্রাস পায়। বিদ্যুৎ ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ ।

(ক) সান্দ্রতা কাকে বলে? ১

(খ) কাচ পৃষ্ঠে সমপরিমাণ তেল ও গ্লিসারিন রাখলে কোনটি বেশি জায়গা জুড়ে থাকবে? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপকের তারটির পঁয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) রাফির ব্যবহৃত তারটি ইস্পাতের ছিল কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬। কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 sec । উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km । এরপর দোলকটিকে 712 km উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়ায় নেয়া হলো।

(ক) স্প্রিং ধ্রুবক কী? ১

(খ) “বল ধ্রুবক 2500 Nm^{-1} —এর অর্থ ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপকের দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য ৪০% বৃদ্ধি করলে দোলনকাল কত হবে? নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকের পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি সেকেন্ড দোলক হবে কি? গাণিতিক মতামত দাও। ৪

৭। P , Q ও R তিনটি সুরশলাকা একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে রাখা হলো। P সুরশলাকার ৪টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য Q -এর ৫টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। তাদের মধ্যে কম্পাঙ্কের পার্থক্য 60 Hz । কিন্তু R

সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $Y = 0.2 \sin$

$$2\pi \left(100t - \frac{x}{15} \right) \text{ m}$$

(ক) অনুবাদ কাকে বলে? ১

(খ) সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে নিরাপদে

রাখে—ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপকের P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) কী পদক্ষেপ নিলে R সুরশলাকার তরঙ্গ দ্বারা স্থির তরঙ্গ পাওয়া যাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৮। 30°C তাপমাত্রায় এবং 2 atm চাপে একটি বেলুনের মধ্যে 24 g অক্সিজেন গ্যাস আছে। এক মৌল অক্সিজেনের ভর 32 gm , অপরদিকে কোনো একটি পুকুরের উপরিশে বায়ুমণ্ডলের চাপ 1.5 atm , পানির ঘনত্ব 1050 kgm^{-3} ও গভীরতা 20 m এবং অন্য একটি পুকুরের উপরিশে বায়ুমণ্ডলের চাপ 1.2 atm , পানির ঘনত্ব 1000 kgm^{-3} ও গভীরতা 25 m [$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$, $R = 8.314 \text{ Jmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ and $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

(ক) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে? ১

(খ) নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ঘনত্ব তার পরম তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল— ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উদ্দীপকের বেলুনের গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকের কোন পুকুরের তলদেশে গ্যাস ভর্তি বেলুনের আয়তন কম হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

বরিশাল বোর্ড-২০১৯

সেট : গ

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১. পৃথিবীপৃষ্ঠে কোনো বস্তুর ভর 60 kg হলে চাঁদে ঐ বস্তুর ভর কত? চাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর $\frac{1}{6}$ গুণ।

- (ক) 10 kg (খ) 20 kg
(গ) 60 kg (ঘ) 360 kg

২. একটি পূর্ণ কম্পনে T সময়ে দশার পরিবর্তন 2π হলে কৌণিক কম্পাঙ্ক কত?

- (ক) $\omega = 2\pi T$ (খ) $\omega = \frac{2\pi}{f}$
(গ) $\omega = \frac{T}{2\pi}$ (ঘ) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

৩. বিট ব্যবহার করে—

- i. হারমোনিয়ামের রিড টিউন করা যায়
ii. অজানা সুর শলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়
iii. খনিতে দূষিত বায়ুর উপস্থিতি নির্ণয় করা যায়

- নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪. গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে নিচের কোন বিবৃতিটি অসঙ্গতিপূর্ণ?

- (ক) অণুগুলো নিউটনের সূত্র মেনে চলে
(খ) অণুগুলো সবদিকে সমবেগে গতিশীল
(গ) অণুগুলো অতি ক্ষুদ্র
(ঘ) অণুগুলো স্থিতিস্থাপক গোলক সদৃশ

৫. মেঘমুক্ত দিনে দুপুরের আগেই শিশির তিরোহিত হয় কেন?

(ক) দিনের আলোর তীব্রতা বৃদ্ধি পায়

(খ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পায়

(গ) তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে বায়ু অসম্পৃক্ত হয়

(ঘ) বাষ্পায়নের হার হ্রাস পায়

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

6 kg ভরের কোনো বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ হতে 10 m উচ্চতায় উঠিয়ে অতঃপর একে অনুভূমিক বরাবর 5 m সরানো হলো ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)

৬. অভিকর্ষ বলের দিকে সরণ কত?

- (ক) -10 m (খ) -5 m
(গ) 10 m (ঘ) 5 m

৭. এ ক্ষেত্রে—

i. অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ -588 J

ii. বাইরের এজেন্ট দ্বারা কৃতকাজ $+588 \text{ J}$

iii. অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ $-3.675 \times 10^{-20} \text{ eV}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮. কোনটি পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি?

- (ক) পিছট ত্রুটি (খ) লেভেল ত্রুটি
(গ) লম্বন ত্রুটি (ঘ) এলোমেলো ত্রুটি

৯. \vec{A} ও \vec{B} সমান্তরাল হলে এদের মধ্যবর্তী কোণের মান কত?

- (ক) 0° (খ) 90°
(গ) 180° (ঘ) 270°

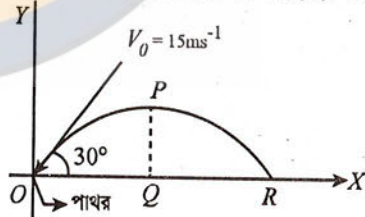
১০. কোনো ভেক্টরের ডাইভারজেন্স হলো—

- (ক) ভেক্টর ক্ষেত্র (খ) ক্ষেত্র ক্ষেত্র
(গ) ঐ ভেক্টরের নতিমাত্রা (ঘ) অঘূর্ণনশীল

১১. তির্যকভাবে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতি কীরূপ?

- (ক) একমাত্রিক অসমত্বরণ সম্পন্ন
(খ) একমাত্রিক সমত্বরণ সম্পন্ন
(গ) দ্বিমাত্রিক অসমত্বরণ সম্পন্ন
(ঘ) দ্বিমাত্রিক সমত্বরণ সম্পন্ন

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১২. $OQ =$ কত?

- (ক) 9.94 m (খ) 9.95 m
(গ) 9.96 m (ঘ) 9.97 m

১৩. উদ্দীপকে পাথরটির—

i. P বিন্দুতে পৌঁছতে 0.765 sec সময় লাগে।

ii. OP এবং OQ এর দৈর্ঘ্য সমান নয়

iii. P বিন্দুতে বেগের উল্লম্ব উপাংশ শূন্য

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪. খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের বল প্রযুক্ত হলে তাকে বলে—

- (ক) সংসক্তি বল (খ) ঘর্ষণ বল
(গ) ভাঙিং বল (ঘ) ঘাত বল

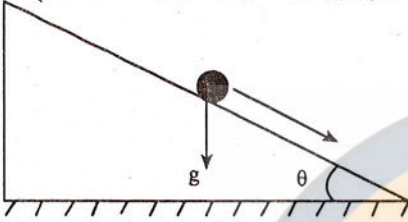
১৫. স্প্রিংকে প্রসারিত করলে এর মধ্যে কোন ধরনের শক্তি সঞ্চিত হয়?

- (ক) বিভব শক্তি (খ) গতি শক্তি
(গ) রাসায়নিক শক্তি (ঘ) তাপ শক্তি

১৬. টর্কের মাত্রা সমীকরণ কোনটি?

- (ক) $[ML^2T^{-3}]$ (খ) $[ML^{-2}T^{-2}]$
(গ) $[ML^2T^{-1}]$ (ঘ) $[MLT^{-2}]$

১৭. চিত্রে মৃণ আনত তল বেয়ে গড়িয়ে পড়া বস্তুর ত্বরণ—



- (ক) g (খ) $g \sin \theta$
(গ) $g \cos \theta$ (ঘ) শূন্য

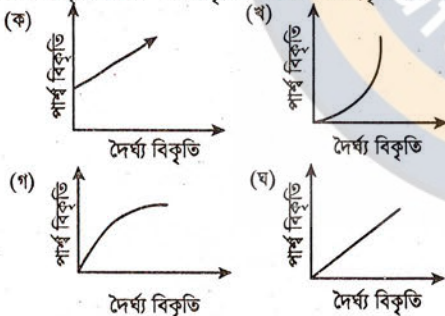
১৮. মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের দিক কোন দিকে হয়?

- (ক) পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর
(খ) মহাকর্ষ বলের দিকে
(গ) মহাকর্ষ বলের বিপরীত দিকে
(ঘ) পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বাহিরের দিকে

১৯. আয়তন গুণাঙ্কের অন্য নাম কী?

- (ক) অসংনম্যতা (খ) সংনম্যতা
(গ) কাঠিন্যের গুণাঙ্ক (ঘ) ইয়ং এর গুণাঙ্ক

২০. দৈর্ঘ্য বিকৃতি বনাম পার্শ্ববিকৃতির লেখচিত্রের প্রকৃতি কোনটি?



২১. স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কে বলা হয়, ইহা—

- i. তাপমাত্রার সাথে পরিবর্তন হয়
ii. ভেজালের উপস্থিতিতে পরিবর্তন হয়
iii. পদার্থের আকৃতির উপর নির্ভর করে

- নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২. 0.3 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 0.8 sec পাওয়া গেল। দোলনকাল 2.4 sec করতে হলে দোলকটির দৈর্ঘ্য কত হবে?

- (ক) 1.8 m (খ) 2.4 m
(গ) 2.7 m (ঘ) 3.6 m

২৩. সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ

$$Y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x), \text{ কণাটির সর্বোচ্চ সরণ—}$$

- (ক) $\frac{1}{2}A$ (খ) A

- (গ) $\frac{1}{2}\lambda$ (ঘ) λ

নিচের উদ্দীপকটির আলোকে ২৪ ও ২৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ $x = \sqrt{4} \sin 4\pi t$ মিটার।

২৪. কণাটির স্পন্দনের পর্যায়কাল কত?

- (ক) 0.5 sec (খ) 1 sec
(গ) 2 sec (ঘ) 4π sec

২৫. সাম্যাবস্থান থেকে 2m দূরে কণাটির—

- i. গতিশক্তি সর্বোচ্চ ii. বিভবশক্তি সর্বোচ্চ

iii. মোটশক্তি = বিভবশক্তি

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তরমালা

১. ক	২. ঘ	৩. ঘ	৪. খ	৫. গ
৬. ক	৭. ক	৮. গ	৯. ক	১০. খ
১১. ঘ	১২. ক	১৩. ঘ	১৪. ঘ	১৫. ক
১৬. ঘ	১৭. খ	১৮. খ	১৯. ক	২০. ঘ
২১. ক	২২. গ	২৩. খ	২৪. ক	২৫. গ

বরিশাল বোর্ড-২০১৯

সেট-১

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল)

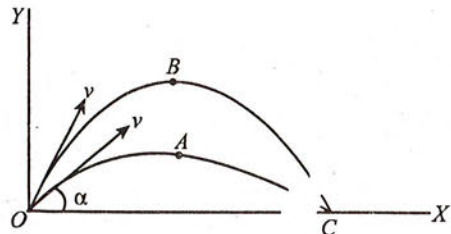
১। অনিক $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ দুটি ভেক্টর নিয়ে তাদের ডট ও ক্রস গুণন নির্ণয় করছিল। সে দেখল যে, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যস্থ কোণের মান একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ পরিবর্তন করলে তাদের ডট ও ক্রস গুণনের মান সমান হয়।

- (ক) আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে? ১
(খ) বালির উপর দিয়ে হাঁটা কষ্টসাধ্য— ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) \vec{A} ও \vec{B} ভেক্টরদ্বয় কোনো সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে উক্ত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) অনিকের পর্যবেক্ষণের গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

২।



- চিত্রের O বিন্দু হতে 30ms^{-1} বেগে এবং α কোণে নিক্ষেপ একটি বস্তু OAC পথে 3.062s সময়ে C বিন্দুতে পৌছায়। বস্তুটিকে একই বেগে নিক্ষেপ করে OBC পথে C বিন্দুতে পৌছানো সম্ভব।
- (ক) আয়ত একক ভেক্টর কী? ১
(খ) একই ক্রমে ত্রিযাশীল তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে— ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের α কোণ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের বস্তুর OBC পথে C বিন্দুতে পৌছানোর সম্ভাব্যতার গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪
- ৩। 5 kg ও 7 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 5 ms^{-1} এবং 6 ms^{-1} বেগের পরস্পর বিপরীত দিক হতে এসে সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় একত্রে মিলিত হয়ে নির্দিষ্ট দিকে চলতে শুরু করে।
- (ক) প্রত্যয়নী বল কাকে বলে? ১
(খ) উদ্ভয়নকালে প্রাসের আনুভূমিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় কি?— ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের বস্তুদ্বয়ের চূড়ান্ত বেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের বস্তুদ্বয়ের সংঘর্ষ স্থিতিস্থাপক না অস্থিতিস্থাপক— গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪
- ৪। একটি পানিপূর্ণ ক্যার গভীরতা 10m এবং ব্যাস 2m । একটি পাম্প 20 মিনিটে ক্যাটিকে পানিশূন্য করতে পারে। উক্ত পাম্পের সাথে আরও একটি 1HP ক্ষমতার পাম্প যুক্ত করে ক্যাটিকে পানিশূন্য করলে কিছু সময় সাশ্রয় হয়।
- (ক) কৌণিক ভরবেগ কী? ১
(খ) কৈশিক নলে পারদের অবনমন হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) প্রথম পাম্পের কৃতকাজ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে কত সময় সাশ্রয় হবে—গাণিতিক যুক্তিসহ মতামত দাও। ৪
- ৫। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 600 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} ।
- (ক) পৃষ্ঠটান কাকে বলে? ১
(খ) জড়তা হতে বলের ধারণা পাওয়া যায় কি?— আলোচনা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহে রূপান্তর করা সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪
- ৬। একটি স্টিল তারের উপর 10N বল প্রয়োগে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় 0.1mm । বলের পরিবর্তন করার ফলে একই দৈর্ঘ্যের এবং দ্বিগুণ ব্যাসার্ধের অন্য একটি তারে সমপরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে।
- (ক) শিথিরীক কী? ১
(খ) স্থির ভরের কোনো গ্রহ সম্প্রসারিত হলে কোনো বস্তুর মুক্তিব্যবেগ পরিবর্তন হয় কি—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) উদ্দীপকের প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে কৃত কাজ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বলের পরিবর্তনের পরিমাণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪
- ৭। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে 9 km উচ্চতায় এভারেস্টের চূড়ায় নিয়ে গেলে প্রতি ঘণ্টায় 5 সেকেন্ড সময় হারায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ।
- (ক) স্থিতিস্থাপক সীমা কী? ১
(খ) অনুবাদ এক ধরনের পরবশ কম্পন— ব্যাখ্যা কর। ২

- (গ) এভারেস্টের চূড়ায় দোলকের দোলনকাল নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের তথ্যাবলি হতে এভারেস্টের উচ্চতা নির্ণয় করে তার সঠিকতা যাচাই কর। ৪

৮। A ও B তারকে কম্পিত করে নিম্নের তরঙ্গদ্বয় উৎপন্ন হয় :

$$Y_A = 0.1\sin(200\pi t - 10\pi x)\text{ m}$$

$$Y_B = 0.1\sin(208\pi t - 16\pi x)\text{ m}$$

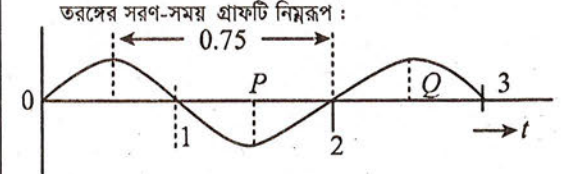
তরঙ্গদ্বয় একই দিকে গমন করে পরস্পর উপরিপাতিত হয়।

- (ক) ঋণাত্মক কাজ কী? ১
(খ) গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে গড়মুক্ত পথ বেশি হয় কি? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) A -তারে সৃষ্ট তরঙ্গের তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উদ্দীপকের তারদ্বয়ের কম্পনে বিট সৃষ্টি সম্ভব কিনা গাণিতিক তত্ত্বসহ মতামত দাও। ৪

সিলেট বোর্ড-২০১৯

সেট : ঘ বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১. সাদৃশ্য গুণকের মাত্রা কোনটি?
(ক) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$ (খ) MLT^{-1}
(গ) ML^{-1}T (ঘ) $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$
২. সরল হ্রদিত স্পন্দনসম্পন্ন একটি কণার সরণের রাশিমালা হলো—
i. $x = A \sin 2\pi mt$ ii. $y = ax - bx^2$
iii. $x = A \sin \alpha x$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৩. একটি তরঙ্গের বেগ 3.1ms^{-1} এবং পর্যায়কাল 0.20s হলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?
(ক) 6.2 m (খ) 0.62 m
(গ) 0.062 m (ঘ) 0.0062 m
৪. একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক—
(ক) 0.25 Hz (খ) 0.5 Hz
(গ) 1 Hz (ঘ) 2 Hz
উদ্দীপকের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
তরঙ্গের সরণ-সময় গ্রাফটি নিম্নরূপ :



৫. তরঙ্গটির বেগ কত?
(ক) 5 ms^{-1} (খ) 0.5 ms^{-1}
(গ) 2 ms^{-1} (ঘ) 0.2 ms^{-1}
৬. তরঙ্গটির P ও Q এর দশা পার্থক্য—
(ক) 0 (খ) $\frac{\pi}{2}$
(গ) π (ঘ) 2π

৭. শিশিরাক্ষ বলতে আমরা বুঝি—

- (ক) অর্ধতা (খ) পরম অর্ধতা
(গ) তাপমাত্রা (ঘ) তাপ

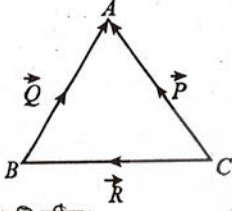
৮. বিট কোন ঘটনার ফল?

- (ক) অপবর্তন (খ) প্রতিফলন
(গ) উপরিপাতন (ঘ) অনুবাদ

৯. নিচের কোনটি লব্ধ রাশি?

- (ক) ঘনত্ব (খ) ভর
(গ) তাপমাত্রা (ঘ) সময়

১০.



চিত্র থেকে কোনটি সঠিক?

- (ক) $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R} = 0$ (খ) $\vec{R} = \vec{Q} + \vec{P}$
(গ) $\vec{P} = \vec{R} + \vec{Q}$ (ঘ) $\vec{Q} = \vec{P} + \vec{R}$

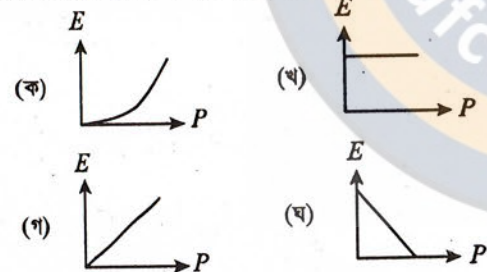
১১. প্রাসের গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ—

- (ক) g (খ) $-g$
(গ) $g/2$ (ঘ) শূন্য

১২. নিচের বলগুলোর মধ্যে কোনটি সবচেয়ে শক্তিশালী বল?

- (ক) দুর্বল নিউক্লীয় বল (খ) সবল নিউক্লীয় বল
(গ) মহাকর্ষ বল (ঘ) তড়িৎ চুম্বকীয়

১৩. কোন বস্তুর ভরবেগ ও গতিশক্তির পরিবর্তনের লেখচিত্র হলো—



১৪. পানির পৃষ্ঠতান 0.06 N/m হলে তার পৃষ্ঠশক্তি—

- (ক) 60 N/m (খ) 6 N/m
(গ) 0.6 N/m (ঘ) 0.06 N/m

১৫. $\vec{P} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ হলে, \vec{P} এর মান কত?

- (ক) 3 (খ) $\sqrt{3}$
(গ) 1 (ঘ) -1

একটি গাড়ি স্থির অবস্থান থেকে 2 ms^{-2} সমত্বরণে চলতে শুরু করে। এ তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৬. 2s পরে এটি কত দূর যাবে?

- (ক) 1m (খ) 2m
(গ) 4m (ঘ) 8m

১৭. 4s পরে তার অতিক্রান্ত দূরত্ব 2s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের কত গুণ?

- (ক) 16 গুণ (খ) 8 গুণ
(গ) 4 গুণ (ঘ) 2 গুণ

১৮. রাস্তার ব্যাংকিং কোণ নির্ভর করে—

- i. গাড়ির বেগের উপর ii. বাকের ব্যাসার্ধের উপর
iii. অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৯. বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে বলের দ্বারা কাজ সম্পন্ন হবে?

- (ক) 45° (খ) 120°
(গ) 180° (ঘ) 200°

২০. মুক্তি বেগের সমীকরণ হলো—

- (ক) $V_c = \sqrt{2gR}$ (খ) $V_c = \sqrt{GM/R}$
(গ) $V_c = \sqrt{2GM/R^2}$ (ঘ) $V_c = \sqrt{2gh}$

২১. g এর মান—

- i. পৃথিবীপৃষ্ঠে বেশি
ii. পৃথিবীর কেন্দ্রে শূন্য হয়
iii. পৃথিবীপৃষ্ঠে ও চাঁদের পৃষ্ঠের অনুপাত 16 : 81
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২. পৃথিবীতে কোনো বস্তুর ওজন 20N হলে চাঁদে কত?

- (ক) 100 N (খ) 39.2 N
(গ) 20 N (ঘ) 4 N

২৩. একটি গুলতির পাথর বা গুলির বেগ নির্ভর করে—

- i. গুলতির ভরের উপর ii. গুলতির প্রসারণের উপর
iii. গুলতির গুলির ভরের উপর
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.4 mm । একে $72 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ পৃষ্ঠতান এবং 10^3 kgm^{-3} ঘনত্বের পানিতে ডুবানো হলো। তথ্যের আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২৪. নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে?

- (ক) 7.3469 m (খ) 0.73469 m
(গ) 0.073469 m (ঘ) 0.00734 m

২৫. ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হলে নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে?

- (ক) 0.00367 m (খ) 0.03673 m
(গ) 0.3673 m (ঘ) 3.6734 m

উত্তরমালা

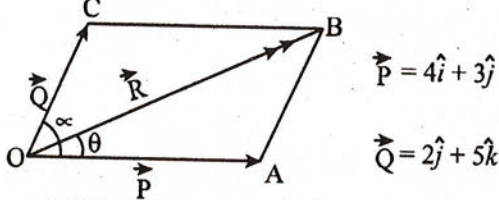
১. ক	২. খ	৩. খ	৪. খ	৫. গ
৬. গ	৭. গ	৮. গ	৯. ক	১০. গ
১১. ঘ	১২. খ	১৩. ক	১৪. ঘ	১৫. খ
১৬. গ	১৭. গ	১৮. ঘ	১৯. ক	২০. ক
২১. ক	২২. ঘ	২৩. গ	২৪. গ	২৫. খ

সিলেট বোর্ড-২০১৯

সেট-১

পদার্থবিজ্ঞান- ১ম (সৃজনশীল)

১। চিত্রটি লক্ষ্য কর :



- (ক) টর্ক কাকে বলে? ১
 (খ) পরিমাপের এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতির প্রয়োজন হয়েছিল কেন? ২
 (গ) উদ্দীপকের আলোকে θ এর মান নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) ΔOAB ও ΔOBC এর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি সামান্তরিক $OACB$ এর ক্ষেত্রফলের সমান কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

- ২। একদিন এক প্রীতি ম্যাচ খেলার সময় প্রিতম ব্যাট নিয়ে আঘাত করায় বলটি পার্শ্ববর্তী একটি উচ্চ ভবনের ছাদে পড়ল। ডাক্তারের নিষেধ থাকায় প্রিতম 96m এর বেশি উচ্চতায় উঠতে অস্বীকৃতি জানিয়ে ছাদে বল আনতে গেল না। প্রাবন ছাদে উঠে বলটিকে উল্লম্বের সাথে 60° কোণে 5ms^{-1} বেগে নিচে ফেলে দিল। বলটি ছুঁড়ে মারার 3 sec পরে ভূমি থেকে 2m উচ্চতায় প্রিতম বলটি ধরে ফেলল।
 (ক) নিট বল কী? ১
 (খ) ভরকে জ্যাডভার বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) বলটি কত বেগে প্রিতমের হাতে আঘাত করেছিল? ৩
 (ঘ) উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে প্রিতম ছাদে উঠতে পারত কি না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

- ৩। $6.4 \times 10^{16}\text{m}$ ব্যাসার্ধের একটি গ্রহ নিজ অক্ষে 24 ঘন্টায় একবার ঘুরে। একজন বিজ্ঞানী গ্রহটির সাথে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g -এর সম্পর্ক স্থাপনের জন্য 58° উত্তর অক্ষাংশের সাথে একটি স্থানে 80 kg ভরের একটি বস্তু রাখলেন।
 অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.80\text{ms}^{-2}$
 (ক) মুক্তি বেগ কী? ১
 (খ) পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উক্ত স্থানে গ্রহটির ঘূর্ণনের জন্য বস্তুর রৈখিক বেগ কত? ৩
 (ঘ) উক্ত স্থানে বস্তুর ওজন গ্রহটির পৃষ্ঠে বস্তুর ওজনের চেয়ে বেশি না কম হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

- ৪। 4 kg ভরের একটি শক্ত পাথর খণ্ড একই ভরের মাটিতে পৌঁতা একটি লোহার রডের উপর 5m উচ্চ কোনো স্থান থেকে খাড়াভাবে পড়ল। ফলে লোহার রডটি মাটির ভেতরে আরও 10 cm প্রবেশ করল।
 (ক) কর্মদক্ষতা কী? ১

- (খ) পরমশূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে কি না? ব্যাখ্যা কর। ২

- (গ) মাটির গড় প্রতিরোধ বল কত? ৩
 (ঘ) উদ্দীপকের বর্ণিত ঘটনাটি কাজ-শক্তির উপপাদ্য সমর্থন করে কি? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

- ৫। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে তা প্রতিদিন 10 sec সময় হারায়। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\text{ km}$ এবং ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8\text{ms}^{-2}$]

- (ক) পার্কিং কক্ষপথ কী? ১
 (খ) সূর্যকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান গ্রহগুলোর আবর্তনকাল ভিন্ন হয়—ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উদ্দীপকের পাহাড়ের উচ্চতা কত? ৩
 (ঘ) কী যান্ত্রিক ব্যবস্থা গ্রহণ করলে পাহাড়ে দোলকটির দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

- ৬। সীমা 18 kg ভরের একটি ব্যাগ নিয়ে 50m উচ্চ একটি বিল্ডিং এ উঠার পর ছাদ থেকে ব্যাগটি পড়ে গেলে সেটি 'h' উচ্চতায় পাতালের বিল্ডিং এর ছাদে 24.25ms^{-1} বেগে পড়ল।

- (ক) স্প্রিং বল কী? ১
 (খ) সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উদ্দীপকের 'h' এর মান নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) 'h' উচ্চতায় বিভব শক্তি গতি শক্তির সমান হবে কী না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

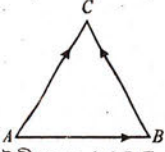
- ৭। একটি পোল্ডিফার্মে 400 মুরগি আছে। পোল্ডিফার্মের বর্তমান শব্দের তীব্রতা $3.2 \times 10^{-4}\text{Wm}^{-2}$ । পোল্ডিফার্মের মালিক মুরগির সংখ্যা বাড়িয়ে 2400টি করলেন। [শব্দের প্রমাণ তীব্রতা 10^{-12}Wm^{-2}]

- (ক) শব্দ কাকে বলে? ১
 (খ) তীব্রতা ও কম্পাঙ্ক একই কী না? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উদ্দীপকের পোল্ডিফার্মের তীব্রতা লেভেল কত বেল ছিল নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) মুরগির সংখ্যা বাড়ানোর ফলে উদ্দীপকের ফর্মটিতে কী ধরনের সমস্যার সৃষ্টি হতে পারে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

- ৮। দীপ গবেষণাগারে 6 m দৈর্ঘ্যের এবং 0.6 mm ব্যাসের একটি ইম্পাতের এবং আরেকটি সীসার তারের শেষ প্রান্তে পর্যায়ক্রমে 25 kg ভর ঝুলিয়ে দেওয়ার পর উভয় তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণ পেল যথাক্রমে 0.026 m এবং 0.325 m [$Y_s = 2 \times 10^{11}\text{Nm}^{-2}$]

- (ক) বন্ধন শক্তি কাকে বলে? ১
 (খ) আন্তঃআণবিক বলের সাথে আন্তঃআণবিক দূরত্বের সম্পর্ক কীরূপ? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) প্রসারিত অবস্থায় ইম্পাত তারটির মধ্যে স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপকের কোন তারটির ভার নেওয়ার সামর্থ্য বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯

সেট : খ
বহুনির্বাচনি অভীক্ষাউদ্দীপকের $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

(ক) $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$ (খ) $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$

(গ) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$ (ঘ) $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{CB}$

45 m উচ্চতায় অবস্থিত নল হতে সমান সময় ব্যবধানে পানির ফোঁটা ভূমিতে পতিত হচ্ছে। প্রথম ফোঁটা যখন ভূমিতে পড়ে তখন চতুর্থ ফোঁটা নল হতে পড়ার উপক্রম হয়। ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$)
উদ্দীপকটি হতে ২ ও ৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২. প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে তৃতীয় ফোঁটা ভূমি হতে কত উচ্চতায় থাকবে?

(ক) 10 m (খ) 15 m

(গ) 20 m (ঘ) 25 m

৩. প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে তৃতীয় ফোঁটা ও দ্বিতীয় ফোঁটার বেগের অনুপাত—

(ক) 4 : 1 (খ) 2 : 1

(গ) 1 : 2 (ঘ) 1 : 4

৪. পয়সনের অনুপাতের—

i. একক নেই ii. মান -1 হতে 0.5 এর মধ্যে

iii. মান নির্দিষ্ট উপাদানের জন্য নির্দিষ্ট

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

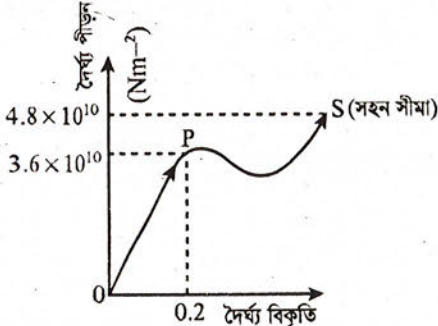
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫. 20 Watt ক্ষমতার শব্দের উৎস হতে 2 km দূরে শব্দের তীব্রতা হবে—

(ক) $3.98 \times 10^{-7} \text{ Wm}^{-2}$ (খ) $1.59 \times 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$

(গ) $5.0 \times 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$ (ঘ) $1.59 \times 10^{-3} \text{ Wm}^{-2}$

চিত্রে একটি ধাতব তারের জন্য দৈর্ঘ্য পীড়ন-দৈর্ঘ্য বিকৃতি লেখ দেখানো হলো :



উদ্দীপক অনুসারে নিচের ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৬. তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক কত?

(ক) $7.2 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ (খ) $3.6 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$

(গ) $4.8 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ (ঘ) $1.8 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

৭. তারটির উপর পীড়ন—

i. $4.8 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ এর চেয়ে বেশি হলে তারটি ছিঁড়ে যাবে

ii. $4.2 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ হলে তারটির স্থায়ী বিকৃতি হবে

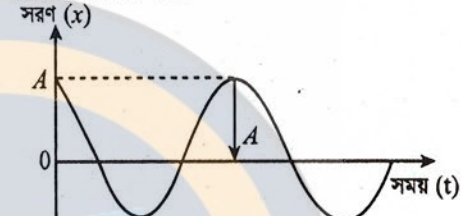
iii. $3.6 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ এর চেয়ে কম হলে কোনো বিকৃতি ঘটবে না

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii

(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮. সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল একটি কণার সরণ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো :



কণাটির আদি দশা কত?

(ক) π (খ) $\frac{\pi}{2}$

(গ) $\frac{\pi}{4}$ (ঘ) 0

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৯ ও ১০নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো গ্রহের অভিকর্ষজনিত ত্বরণ $\frac{1}{5}g$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{4}R$ ।

এখানে, g পৃথিবীর অভিকর্ষজনিত ত্বরণ এবং R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

৯. গ্রহটির মুক্তি বেগ কত?

(ক) 0.56 kms^{-1} (খ) 0.74 kms^{-1}

(গ) 2.50 kms^{-1} (ঘ) 5.60 kms^{-1}

১০. পৃথিবী হতে 588N ওজনের একটি বস্তু ঐ গ্রহে নিয়ে গেলে বস্তুটি কত ওজন হারাবে?

(ক) 60.0 N (খ) 117.0 N

(গ) 470.4 N (ঘ) 528.0 N

১১. গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গ বেগ C_{rms} এবং পরম তাপমাত্রা T হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $C_{rms} \propto T$ (খ) $C_{rms} \propto \sqrt{T}$

(গ) $C_{rms} \propto \frac{1}{T}$ (ঘ) $C_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$

১২. শক্তির মাত্রা হলো—

(ক) MLT^{-2} (খ) $ML^{-2}T^2$

(গ) $ML^{-2}T$ (ঘ) ML^2T^{-2}

১৩. নিচের কোনটি লম্বিক তরঙ্গ?

(ক) বেতার তরঙ্গ

(খ) স্থিতিংগ তরঙ্গ

(গ) শব্দ তরঙ্গ

(ঘ) টানা তারের তরঙ্গ

১৪. ভূস্থির উপগ্রহের ক্ষেত্রে—

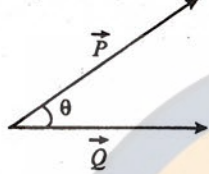
- i. এর কক্ষপথ পৃথিবীর নিরক্ষীয় তলে অবস্থিত
- ii. পশ্চিম দিক থেকে পূর্বদিকে আবর্তন করে
- iii. পৃথিবীর মুক্তি বেগের সমান বেগে আবর্তন করে

নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৫. 20 kg ভরের একটি স্থির বস্তুকে ঘর্ষণহীন তলের উপর দিয়ে 10 ms^{-1} বেগে গতিশীল করতে কৃত কাজ কত?

(ক) 200 J (খ) 1000 J
(গ) 2000 J (ঘ) 4000 J

১৬. নিচের চিত্রানুযায়ী \vec{Q} এর উপর \vec{P} এর অভিক্ষেপ কত?



(ক) $\frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{P}$ (খ) $\frac{\vec{P} \times \vec{Q}}{Q}$

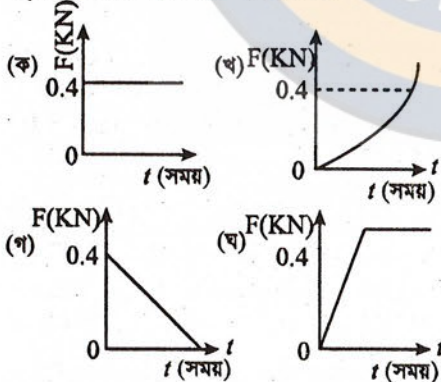
(গ) $\frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{P}$ (ঘ) $\frac{\vec{P} \times \vec{Q}}{P}$

নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
1500 kg ভরের একটি গাড়ি 400 N ঘর্ষণ বলযুক্ত সোজা রাস্তায় 5 ms^{-2} সমত্বরণে চলে।

১৭. গাড়ির ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত বল—

(ক) 0.4 KN (খ) 7.1 KN
(গ) 7.5 KN (ঘ) 7.9 KN

১৮. উদ্দীপকের গাড়িটি যদি ত্বরণে না চলে ঐ বেগে চলে তবে ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত বল বনাম সময় লেখচিত্র হবে—



১৯. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

(ক) $\vec{w} = \vec{v} \times \vec{r}$ (খ) $\vec{v} = \vec{w} \cdot \vec{r}$

(গ) $\vec{w} = \vec{v} \cdot \vec{r}$ (ঘ) $\vec{v} = \vec{w} \times \vec{r}$

২০. দোলক ঘড়ি—

i. পাহাড়ের উপর ধীরে চলে

ii. বিষুব অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলে নিলে এটি ধীরে চলে

iii. গ্রীষ্মকালের চেয়ে শীতকালে দ্রুত চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২১. বলের ঘাতের একক হলো—

(ক) $\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2}$ (খ) $\text{kg m}^2 \text{ s}^{-1}$
(গ) kg ms^{-2} (ঘ) kg ms^{-1}

২২. অসম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে—

i. $\frac{\rho_1}{P_1 T_1} = \frac{\rho_2}{P_2 T_2}$

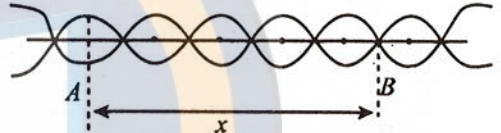
ii. $\frac{\rho}{P}$ ধ্রুবক, যখন T স্থির থাকে

iii. এটি বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩. তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে x এর মান কত?



(ক) $\frac{3\lambda}{4}$ (খ) $\frac{5\lambda}{4}$
(গ) $\frac{7\lambda}{4}$ (ঘ) $\frac{9\lambda}{4}$

২৪. নিচের কোনটি পর্যবেক্ষণজনিত ত্রুটি?

(ক) শূন্য ত্রুটি (খ) পিছট ত্রুটি
(গ) লঘন ত্রুটি (ঘ) লেভেল ত্রুটি

২৫. পৃথিবীপৃষ্ঠে 20 অক্ষাংশের জন্য 'g' এর সমীকরণ হবে—
[পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R]

(ক) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

(খ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \cos \lambda$

(গ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos^2 \lambda$

(ঘ) $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R \cos \lambda$

উত্তরমালা

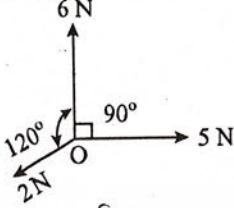
১. খ	২. ঘ	৩. খ	৪. ঘ	৫. ক
৬. ঘ	৭. ক	৮. খ	৯. গ	১০. গ
১১. খ	১২. ঘ	১৩. ব ও গ	১৪. ক	১৫. খ
১৬. ক	১৭. ঘ	১৮. ক	১৯. ঘ	২০. ঘ
২১. ঘ	২২. ঘ	২৩. ঘ	২৪. গ	২৫. ক

দিনাজপুর বোর্ড-২০১৯

সেট-১

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল)

- ১। চিত্র-১ অনুসারে O বিন্দুতে 2 kg ভরের কোনো স্থির বস্তুর উপর 4 s ধরে তিনটি বল ক্রিয়া করে। পরবর্তীতে একই বস্তুর উপর কেবলমাত্র 5 N ও 6 N বল 4 s ধরে ক্রিয়া করে।

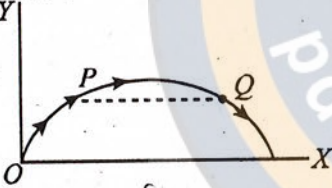


চিত্র-১

- (ক) কার্ল কী? ১
(খ) রাস্তার বাঁকযুক্ত অংশে ভিতরের প্রান্ত অপেক্ষা বাইরের প্রান্ত উঁচু রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) প্রথম 4 s সময়ের বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বলের মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উভয় ক্ষেত্রে লব্ধি বলের দিক একই হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

- ২। চিত্র অনুসারে একটি প্রাস 1 s পরে P বিন্দুতে পৌঁছায়

$\vec{OP} = (10\hat{i} + 12\hat{j})\text{ m}$ হয়। প্রাসের P ও Q বিন্দুর উচ্চতা সমান।



চিত্র-২

- (ক) স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? ১
(খ) ঘূর্ণনরত বস্তুর কৌণিক ভরবেগ কোন শর্তে শূন্য হয়—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) প্রাসটির নিষ্ক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) প্রাসটির 'P' বিন্দুর গতিশক্তি ও সর্বোচ্চ বিন্দুর গতিশক্তি একই হবে কি না—গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

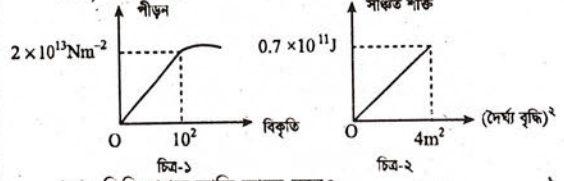
৩।

গ্রহের নাম	ভর	ব্যাসার্ধ	সূর্য হতে দূরত্ব
মঙ্গল	$6.39 \times 10^{23}\text{ kg}$	3390 km	$227.9 \times 10^6\text{ km}$
পৃথিবী	$5.97 \times 10^{24}\text{ kg}$	6378 km	$149.6 \times 10^6\text{ km}$

এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.673 \times 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}$

- (ক) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? ১
(খ) কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কি না—ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) মঙ্গলপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) উভয় গ্রহে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ সমান হবে কি না—গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

- ৪। 2 m দৈর্ঘ্যের ও 0.8 mm প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন ভিন্ন তার নেওয়া হলো। তার দুটির প্রথমটির ক্ষেত্রে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন বনাম বিকৃতির লেখচিত্র [চিত্র-১] এবং দ্বিতীয়টির ক্ষেত্রে মোট সঞ্চিত শক্তি বনাম (দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি) এর লেখচিত্র [চিত্র-২] নিচে প্রকাশ করা হয়েছে—

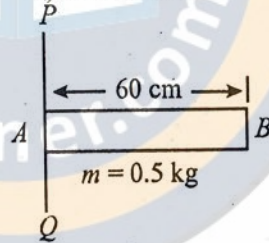


- (ক) স্থিতিস্থাপক ক্রান্তি কাকে বলে? ১
(খ) পয়সনের অনুপাত ধনাত্মক বলতে কী বোঝায়? ২
(গ) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে 1 m তারে চিত্র-১ অনুসারে সর্বোচ্চ সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত? নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) দুটি তারের মধ্যে কোনটি অধিক স্থিতিস্থাপক—তা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

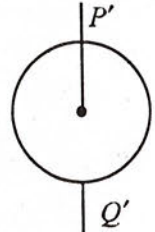
- ৫। একটি স্প্রিং-এ 80 gm ভর চাপালে 2 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয় এবং 600 gm ভর চাপালে 8 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয়। অরনী উক্ত স্প্রিং এর সাম্যাবস্থান হতে 1 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণ পর্যবেক্ষণ করল।

- (ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১
(খ) বৃত্তাকার পথে কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) স্প্রিং ধ্রুবকের মান বের কর। ৩
(ঘ) অরনী উভয় ভরের ক্ষেত্রে স্প্রিংটির সঞ্চিত শক্তির কীরূপ পরিবর্তন পর্যবেক্ষণ করেছিল গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

- ৬। একটি সুযম দণ্ডের (চিত্র-১) সাহায্যে একটি সুযম চাকতি (চিত্র-২) তৈরি করা হলো:



চিত্র-১



চিত্র-২

- (ক) প্রাসের পাল্লা কাকে বলে? ১
(খ) শব্দের তীব্রতা কিসের উপর নির্ভর করে ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) চিত্র-১ এর PQ এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক বের কর। ৩
(ঘ) চাকতির পরিধি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের সমান হলে উভয়ের জড়তার ভ্রামক ভিন্ন হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

- ৭। কক্ষ তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট কোন স্থানে 0.6 m^3 আয়তনের একটি সিলিন্ডারে 800 gm মিথেন (CH_4) গ্যাসকে 202650 Pa চাপে পূর্ণ করা হলো। শিক্ষক তার ছাত্রদের বললেন ঐ স্থানের শিশিরাক্ত 11.5°C এবং স্থানটির আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% এর উপর থাকলেই বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। 11°C , 12°C , 19°C ও 20°C -এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 9.84 mm(Hg) , 10.52 mm(Hg) , 16.46 mm(Hg) ও 17.54 mm(Hg) পাওয়া গেল। মিথেনের আণবিক ভর 16 gm/mole

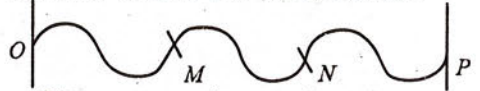
- (ক) শব্দের তীব্রতা লেবেল কাকে বলে? ১
 (খ) প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বনিম্ন কি না- ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) ঐ স্থানের কক্ষ তাপমাত্রা নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) উদ্দীপকের স্থানে বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা আছে কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪
- ৮। A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের সমীকরণটি হলো $y = 0.7 \sin \pi (500t - 1.47x)$ । সমীকরণটিতে উল্লিখিত সকল রাশি SI এককে প্রকাশ করা হয়েছে। অপর একটি B সুরশলাকার সনোমিটারের তারের 0.25m দৈর্ঘ্যে সৃষ্ট মূল সুরের সাথে একতান সৃষ্টি করে। সনোমিটারের তারটি 5kg-wt বল দ্বারা টানা এবং তারটির 1m দৈর্ঘ্যের ভর 3 gm।
 (ক) পরস্পরের অনুপাত কাকে বলে? ১
 (খ) সরল দোল গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ কি না? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) A ও B কে একত্রে কাঁপানো হলে বিট শোনা যাবে কি না তা বিশ্লেষণ কর। ৪

মাদরাসা বোর্ড-২০১৯

সেট : খ বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

১. বলের ড্রামকের মাত্রা কোনটি?
 (ক) ML^2T^{-1} (খ) $ML^{-1}T^{-1}$
 (গ) ML^2T^{-2} (ঘ) ML^2T^{-3}
২. $\sqrt{\frac{L}{g}}$ এর মাত্রা কোনটি?
 (ক) T^{-2} (খ) T^2
 (গ) T^{-1} (ঘ) T
৩. পরমশূন্য তাপমাত্রার মান কত?
 (ক) $-273^\circ K$ (খ) $273^\circ K$
 (গ) $0^\circ C$ (ঘ) $0^\circ K$
৪. কোনো বস্তুর রৈখিক ভরবেগ 20% বাড়লে গতিশক্তি কত বাড়বে?
 (ক) 44% (খ) 120%
 (গ) 144% (ঘ) 240%
৫. গ্যাসের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে—
 i. একটি গ্যাসের সকল অণু সদৃশ
 ii. গ্যাসের শক্তি বিভব শক্তি
 iii. তাপমাত্রার সাথে অণুগুলোর বেগ বৃদ্ধি পায়
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii
 (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৬. কোনটি অসংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ?
 (ক) অভিকর্ষীয় বল (খ) বৈদ্যুতিক বল
 (গ) স্প্রিং-এর প্রত্যয়নী বল (ঘ) সান্দ্রবল
৭. নিচের কোন রাশি দুটির মাত্রা ভিন্ন—
 (ক) শক্তি ও কাজ (খ) পীড়ন ও চাপ
 (গ) চাপ ও বল (ঘ) ভরবেগ ও প্রাক্কের ধ্রুবক
৮. ঘন কোণের একক কোনটি?
 (ক) রেডিয়ান (খ) স্টেরেডিয়ান
 (গ) ডিগ্রি (ঘ) গ্রেডিয়ান

নিচের চিত্রের আলোকে ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



একটি টানা তারে প্রথম পর্যায়ে তারের টান T_1 কম্পাঙ্ক 100 Hz এবং দ্বিতীয় পর্যায়ে তারটির কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ করা হলো। বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগ $330ms^{-1}$ ।

৯. প্রদত্ত চিত্রে, ON = কত?
 (ক) 3.3m (খ) 6.6m
 (গ) 6.6×10^2m (ঘ) 6.6×10^4m
১০. দ্বিতীয় পর্যায়ে তারটির টান T_2 হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
 (ক) $T_2 = \frac{T_1}{4}$ (খ) $T_2 = \frac{T_1}{2}$
 (গ) $T_2 = 2T_1$ (ঘ) $T_2 = 4T_1$
১১. নিচের দ্বিমাত্রিক বস্তু কোনটি?
 (ক) পাথর (খ) ধাতব পাত
 (গ) পাতলা কাগজ (ঘ) বুলবুল সুতা
১২. বাঁকা রাস্তায় সাইকেল চালাতে বিপজ্জনক কোনটি?
 (ক) গতি বৃদ্ধির সাথে ব্যাংকিং কোণ বৃদ্ধি করা
 (খ) গতি বৃদ্ধির সাথে ব্যাংকিং কোণ একই রাখা
 (গ) রাস্তার বাঁকের কেন্দ্রের দিকে ঝুঁক থাকা
 (ঘ) রাস্তার বাঁক যত বেশি গতিবেগ তত কম করা
১৩. দুটি সমান ভেক্টরের লব্ধি প্রত্যেকটি ভেক্টরের সমান হলে, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?
 (ক) $\alpha = 0^\circ$ (খ) $\alpha = 90^\circ$
 (গ) $\alpha = 120^\circ$ (ঘ) $\alpha = 180^\circ$
১৪. $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ও $\vec{B} = 3\hat{i} + 6\hat{k}$ হলে \vec{B} এর উপর \vec{A} ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ কত?
 (ক) $\frac{48}{\sqrt{45}}$ (খ) $\frac{21}{\sqrt{45}}$
 (গ) $\frac{15}{\sqrt{45}}$ (ঘ) $\frac{12}{\sqrt{45}}$
১৫. মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) $v \propto t$ (খ) $v \propto t^2$
 (গ) $v \propto t^3$ (ঘ) $v \propto t^4$
১৬. সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কোনো কণার পর্যায়কাল কোনটির উপর নির্ভরশীল নয়?
 (ক) বিস্তার (খ) বেগ
 (গ) ত্বরণ (ঘ) সরণ
১৭. একটি সরল ছন্দিত গতিতে চলমান বস্তুর বিস্তার 0.02m এবং কম্পাঙ্ক 15 Hz। বস্তুর 0.005m সরণে বেগ কত হবে?
 (ক) $1.154 ms^{-1}$ (খ) $1.824 ms^{-1}$
 (গ) $1.884 ms^{-1}$ (ঘ) $11.54 ms^{-1}$

$$r. (\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{i} = ?$$

- (ক) \hat{k} (খ) \hat{j}
(গ) $-\hat{k}$ (ঘ) $-\hat{j}$

উদ্দীপকের আলোকে ১৯ ও ২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

A, B, C তিনটি সমান দৈর্ঘ্যের তারের প্রত্যেকটির একক ক্ষেত্রফলে $5 \times 10^{12} \text{ N}$ বল প্রয়োগ করায় তারগুলোর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে ১০%, ৫% ও ৩% হলো।

১৯. A তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক কত?

- (ক) $5 \times 10^{13} \text{ Nm}^{-1}$ (খ) $25 \times 10^{12} \text{ Nm}^{-1}$
(গ) $5 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-1}$ (ঘ) $25 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-1}$

২০. উদ্দীপকের তত্ত্বানুসারে—

$$i. \frac{L_A}{L_B} = \frac{L_B}{L_C} = \frac{L_C}{L_A} \quad ii. \frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B} = \frac{F_C}{A_C}$$

iii. $Y_C > Y_B > Y_A$
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১. কোন পদার্থের সান্দ্রতা সবচেয়ে বেশি?

- (ক) মধু (খ) পানি
(গ) দুধ (ঘ) তেল

২. অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে—

- i. আপেক্ষিক বেগ শূন্য হয়
ii. শক্তির ক্ষয় আপেক্ষিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক
iii. মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয়
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩. শব্দের তীব্রতা (I) ও উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব, (r) হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $I \propto r$ (খ) $I \propto r^2$
(গ) $I \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ (ঘ) $I \propto \frac{1}{r^2}$

উদ্দীপকের আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ক্রিকেট বলকে 40° কোণে 40 ms^{-1} বেগে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করা হলো।

২৪. বলটির সর্বাধিক উচ্চতা কত?

- (ক) 14 m (খ) 27.9 m
(গ) 80.4 m (ঘ) 160.8 m

২৫. বলটির ক্ষেত্রে—

- i. অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক উচ্চতার সমান
ii. অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক উচ্চতার বেশি
iii. ৩ ভাগ সেকেন্ডে অভিমুখ নিম্নমুখী
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তরমালা

১. গ	২. ঘ	৩. ঘ	৪. গ	৫. খ
৬. ঘ	৭. ঘ	৮. খ	৯. খ	১০. ঘ
১১. ঘ	১২. খ	১৩. গ	১৪. ঘ	১৫. ক
১৬. ক	১৭. খ	১৮. খ	১৯. ক	২০. গ
২১. ক	২২. ক	২৩. ঘ	২৪. ঘ	২৫. গ

মাদরাসা বোর্ড-২০১৯

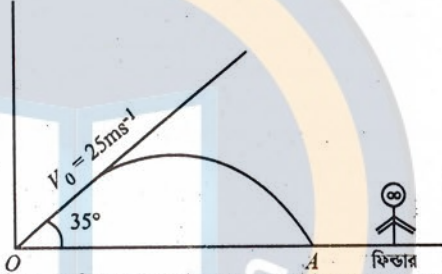
সেট-১

পদার্থবিজ্ঞান-১ম (সৃজনশীল)

১। 200m প্রস্থ একটি নদী পার হওয়ার জন্য তিনজন মাঝি যথাক্রমে 15 ms^{-1} , 10 ms^{-1} এবং 10 ms^{-1} বেগে যাত্রা করলেন। দ্বিতীয় ও তৃতীয় মাঝি স্রোতের বেগের সাথে যথাক্রমে 30° এবং 150° কোণে যাত্রা করেন। (নদীতে স্রোতের বেগ 5 ms^{-1}).

- (ক) আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? ১
(খ) দুটি অসম মানের ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে কি-না? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) প্রথম মাঝিকে ঐ নদীতে সোজাসুজি ওপাড়ে পৌছাতে হলে কোন দিকে নৌকা চালাতে হবে? নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) দ্বিতীয় ও তৃতীয় মাঝি একই সময়ে নদী পার হতে পারবে কি-না? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

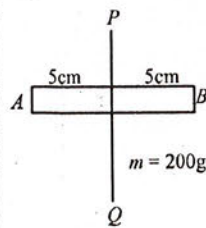
২।



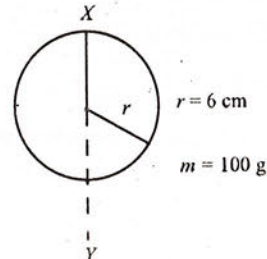
চিত্রে, O বিন্দু থেকে ব্যাটসম্যান এর বলের আঘাতের সাথে সাথে ফিল্ডার ব্যাটসম্যান থেকে 80 m দূরে থেকে বলটি ক্যাচ ধরার জন্য 4 ms^{-1} সমবেগে দৌড় শুরু করল।

- (ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে? ১
(খ) খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বলের বেগ ক্রমশ হ্রাস পায় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) বলটির সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩
(ঘ) ফিল্ডার বলটি ক্যাচ ধরতে পাবে কি-না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৩।



AB একটি সরু ও সুষম দণ্ড
চিত্র-০১



একটি নিরেট ব্যাকার চাকতি
চিত্র-০২

- (ক) ঘাত বল কাকে বলে? ১
(খ) পানিভর্তি বালতি উল্লম্ব তলে ঘুরালে পানি পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
(গ) দ্বিতীয় চিত্রের চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) প্রথম চিত্রের PQ অক্ষে AB দন্ডের একপ্রান্তে নিলে দণ্ডটি অলোর সাপেক্ষে ঘুরানো সুবিধা হবে কি-না? গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

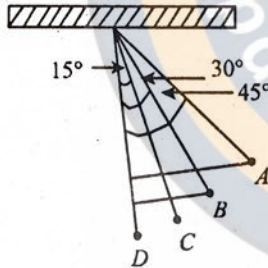
৪। একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় উৎক্ষেপণ করায় এটি $6 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$ বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

- (ক) পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? ১
 (খ) ঘূর্ণনরত কোনো গ্রহ সূর্য হতে দূরে সরে গেলে এর বেগ কমে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত হবে কি-না? গাণিতিক আলোকে মতামত দাও। ৪

৫। 4 mm ও 6 mm ব্যাসের দুটি সমান দৈর্ঘ্যের তারকে সমান বল দ্বারা টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির দ্বিগুণ। প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 10% এবং পয়সনের অনুপাত 0.5।

- (ক) প্রান্তিক বেগ কাকে বলে? ১
 (খ) স্প্রিং তৈরিতে উপাদান হিসাবে তামা ও ইস্পাতের মধ্যে কোনটি বেশি কার্যকর? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) ১ম তারটির ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে? নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) তার দুটি একই উপাদানের কি-না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। ৪

৬। চিত্রে, O বিন্দু থেকে একটি বস্তুকে দোল দেওয়ার পর এর বিভিন্ন অবস্থান দেখানো হলো।



$m = 0.04 \text{ kg}$

দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1m।

- (ক) পর্যায়বৃত্ত গতি কাকে বলে? ১
 (খ) একটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 3.6 Nm^{-1} বলতে কী বোঝায়? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) C বিন্দুতে গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) B ও C বিন্দুতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কি-না? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

৭। $Y = 4 \sin \left(6\pi t - \frac{\pi x}{30} \right)$ একটি চলমান তরঙ্গের সমীকরণ।

এখানে x ও y কে S.I এককে প্রকাশ করা হয়েছে। তরঙ্গটি 0.08 kgm^{-3} ঘনত্বের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হচ্ছে।

- (ক) মেলডি কাকে বলে? ১
 (খ) ভাইব্রেশন মুডে থাকা মোবাইল ফোন টেবিলের উপর রাখলে অপেক্ষাকৃত জোরালো শব্দ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) উদ্দীপকের তরঙ্গটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) তরঙ্গটি শ্রাব্য কি-না? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ৪

৮।

স্থান	শুক বাল্বের তাপমাত্রা	সিদ্ধ বাল্বের তাপমাত্রা	গ্রেইসারের উৎপাদক
সিলেট	30°C	28°C	1.65
চট্টগ্রাম	20°C	12°C	1.79

5.68°C 20°C. 26°C. 28°C ও 30°C তাপমাত্রা

সম্পূর্ণ জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে, 6.856 mm, 17 mm, 25.25mm, 28.48 mm ও 31.85 mm.

- (ক) গড়মুক্ত পথ কাকে বলে? ১
 (খ) আকাশ মেঘলা থাকলে শিশির পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
 (গ) সিলেটের শিশিরাক্ষ নির্ণয় কর। ৩
 (ঘ) সিলেট ও চট্টগ্রামের মধ্যে কোথায় বৃষ্টির সম্ভাবনা আছে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪